

# Trabajo Fin de Máster

## Sistemas de Energía Eléctrica

### Análisis Comparativo de Algoritmos de Flujos de Cargas

Autor: Hugo Edgardo Hernández Fuentes

Tutor: José Luis Martínez Ramos

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Máster  
Sistemas de Energía Eléctrica

# **Análisis Comparativo de Algoritmos de Flujos de Cargas**

Autor:

Hugo Edgardo Hernández Fuentes

Tutor:

José Luis Martínez Ramos

Catedrático de Universidad

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster: Análisis Comparativo de Algoritmos de Flujos de Cargas

Autor: Hugo Edgardo Hernández Fuentes

Tutor: José Luis Martínez Ramos

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia, en especial  
a mis Padres*

*A mis maestros*





# Agradecimientos

---

En estos breves párrafos deseo agradecer a todas aquellas personas que han estado apoyándome durante la realización del Máster.

En primer lugar a mis padres y mis hermanos que en todo momento me han apoyado para poder cumplir esta meta de completar una maestría, a mis padres en especial que me han enseñado no solo seguir educándome profesionalmente, sino que me han enseñado desde pequeño los valores importantes para la vida tanto para con uno mismo como con los demás y que nunca me faltó su cariño y sus cuidados.

Gracias a todos mis amigos que me han apoyado, tanto los que se encuentran a distancia como todos los nuevos amigos que hice durante el máster y que han hecho más gratificante esta experiencia.

Gracias también a todos mis maestros que me han enseñado en la medida de lo posible todo el vasto conocimiento que tienen, en especial agradezco a mi tutor José Luis por toda su disponibilidad y paciencia ante mis dudas y el apoyo durante los momentos de estancamiento de este trabajo de fin de máster.

Y también agradezco a mi novia que en todo momento me apoyó y aconsejó durante todo el tiempo que he estado realizando el máster.

*Hugo Edgardo Hernández Fuentes*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

En este trabajo se desarrolla la comparativa de algoritmos de resolución de flujos de cargas, para lo cual se utilizará el algoritmo de Newton-Raphson, que ha sido muy estudiado a lo largo de los años comparándolo con un algoritmo más reciente llamado Búsqueda Alternativa de Direcciones (ASD), para lo cual se describe cómo es el procedimiento de resolución de dicho algoritmo y los parámetros a considerar.

Además se realizará una serie de pruebas en distintos tipos de redes tanto en sistemas de transporte como en sistemas de distribución con la finalidad de detectar en qué sistemas es más ventajoso ocupar dicho algoritmo y si es que mejora la velocidad de resolución de Newton-Raphson llegando con una precisión alta a la misma respuesta. Por otra parte también se plantea como objetivo el verificar si se obtiene soluciones satisfactorias en las redes malladas con una elevada relación R/X y con pocos nodos que controlen la tensión dentro del sistema evaluado.

Por último, se explorará la ventaja que tiene la selección de un parámetro sobre otro dentro del algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones con la finalidad de verificar si dicha selección mejora la convergencia ya sea en cantidad de iteraciones o en el tiempo de ejecución del algoritmo.



<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Índice</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Notación</b>	<b>xix</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Método de búsqueda alterna de direcciones</b>	<b>3</b>
2.1. Selección de las matrices $\alpha$ y $\beta$	4
2.2. Tratamiento de los nodos PV	5
2.3. Procedimiento general del algoritmo	6
2.4. Ventajas del algoritmo	6
2.5. Particularizaciones del Método	7
2.5.1. Gauss-Seidel	7
2.5.2. Newton-Raphson	7
<b>3 Comparación de algoritmos</b>	<b>9</b>
3.1. Selección de $\beta \rightarrow \infty$	9
3.1.1. Redes de transporte	9
3.1.2. Red de distribución	14
3.1.3. Red de nodos PQ	17
3.2. SELECCIÓN DE $\beta \neq \infty$	18
3.2.1. Redes de transporte	19
3.2.2. Red de distribución	21
3.2.3. Red de nodos PQ	22
3.3. Resumen de pruebas	23
<b>4 Conclusiones y futuras líneas de investigación</b>	<b>25</b>
<b>Anexo A</b>	<b>27</b>
<b>Anexo B</b>	<b>29</b>
<b>Anexo C</b>	<b>33</b>
<b>Referencias</b>	<b>39</b>
<b>Glosario</b>	<b>41</b>



# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1 Flujo de carga de red IEEE 14 bus test case.	10
Tabla 2 Flujo de carga de red IEEE 30 bus test case.	12
Tabla 3 Resumen de flujo de carga red IEEE 57.	14
Tabla 4 Flujo de carga de red de distribución media tensión CIGRE demanda mínima.	15
Tabla 5 Flujo de carga de red de distribución media tensión CIGRE demanda máxima.	16
Tabla 6 Resumen de flujo de carga de red IEEE 30 con sólo nodos PQ.	18
Tabla 7 Resumen de flujo de carga red IEEE 14.	19
Tabla 8 Resumen de flujo de carga red IEEE 30.	19
Tabla 9 Resumen flujo de carga red IEEE 57.	20
Tabla 10 Resumen flujo de carga red CIGRE demanda mínima.	21
Tabla 11 Resumen flujo de carga red CIGRE demanda máxima.	22
Tabla 12 Resumen flujo de carga red IEEE 30 con sólo nodos PQ y $\beta$ diferente de infinito.	22
Tabla 13 Resumen pruebas con $\beta$ infinito	23
Tabla 14 Resumen de pruebas con $\beta$ diferente a infinito	24





# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1 Algoritmo Búsqueda Alterna de Direcciones.	6
Figura 2 IEEE 14 Bus Test case [5].	9
Figura 3 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 14 bus.	11
Figura 4 IEEE bus test case [7].	11
Figura 5 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 bus.	13
Figura 6 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 57.	14
Figura 7 Red CIGRE de distribución en media tensión [14].	15
Figura 8 Gráfica de rendimiento algoritmos red CIGRE en demanda mínima.	16
Figura 9 Gráfica comparativa de algoritmos red CIGRE en demanda máxima.	17
Figura 10 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 con sólo nodos PQ.	18
Figura 11 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 14 bus con $\beta$ diferente de infinito.	19
Figura 12 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 bus con $\beta$ diferente de infinito.	20
Figura 13 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 57 bus con $\beta$ diferente de infinito.	20
Figura 14 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE de distribución en media tensión con demanda mínima y $\beta$ diferente de infinito.	21
Figura 15 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE de distribución en media tensión con demanda máxima y $\beta$ diferente de infinito.	22
Figura 16 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 con sólo nodos PQ y $\beta$ diferente de infinito	23



# Notación

---

<b>A</b>	Matriz
<b>B</b>	Vector
$A^*$	Conjugado
$A^{-1}$	Inversa de una matriz
<b>AB</b>	Multiplicación Matriz-Vector
$B \odot C$	Multiplicación de Vectores Hadamard
$B \oslash C$	División de Vectores Hadamard
$\Delta B$	Variación en un Vector o Delta de un Vector
<b>Re</b>	Parte real
<b>Im</b>	Parte imaginaria
<b>■</b>	Como queríamos demostrar
$Y_{bus}$	Matriz de admitancias
$Y_r$	Matriz de admitancias
<b>V</b>	Vector de Tensiones
<b>I</b>	Vector de Intensidades
$I_0$	Vector de Intensidades aportadas por el Slack
<b>S</b>	Vector de Potencias Aparentes
$\alpha$	Matriz de búsqueda de dirección del Paso Global
$\beta$	Matriz de búsqueda de dirección del Paso Local
<b>P</b>	Vector de Potencia Activa
<b>Q</b>	Vector de Potencia Reactiva



# 1 INTRODUCCIÓN

---

Desde sus inicios los sistemas eléctricos de potencia han necesitado los estudios de los flujos de carga para determinar la correcta operación del sistema existente y para la planificación y diseño de futuras expansiones en los sistemas actuales, dichos estudios se realizan con la finalidad de obtener las magnitudes de las tensiones y el ángulo de fase en cada nodo del sistema y las potencias transmitidas por las líneas de transmisión. Para lo cual se realizan métodos iterativos siendo los más utilizados en redes de transporte el de Gauss-Seidel y el de Newton-Raphson [1] siendo este último del cual se obtienen los métodos de desacoplado rápido y flujo de cargas en continua que son simplificaciones de Newton-Raphson, la ventaja de los métodos de Gauss-Seidel y de Newton-Raphson es que son muy precisos y robustos pero tiene la gran desventaja que aumenta mucho sus tiempos de ejecución en redes de gran tamaño o sus iteraciones como es el caso de Gauss, ya que éste se basa en hacer un barrido secuencial en cada nodo y actualizar su tensión de acuerdo a los valores de tensiones del sistema disponibles en ese momento, mientras que el método de Newton-Raphson se basa en la expansión de la serie de Taylor en donde se eliminan los términos mayores al primer orden.

Por otra parte mientras el método de desacoplado rápido que se basa en separar el problema de potencia activa y los módulos de las tensiones con el problema de potencia reactiva y los ángulos de fase, y el método de flujo en continua se basa en hacer una aproximación lineal entre  $P$  y  $\theta$ , lo cual permite que tanto el desacoplado rápido y el flujo en continua sean mucho más veloces y con una precisión muy buena tienden a no funcionar bien en algunos tipos de redes conduciendo a soluciones erróneas o divergir, ya que son aproximaciones que toman ventaja de las características de las redes de transporte.

Mientras que las redes de distribución que están construidas de forma mallada pero operan de forma radial utilizan los métodos de Newton-Raphson sin ocupar los métodos simplificados de desacoplado rápido y flujo de cargas en continua debido a la relación  $R/X$  elevada y a los tramos muy cortos de algunas líneas de distribución que no permite el correcto funcionamiento de dichos métodos, por lo que se ocupan en mayor medida los métodos de barrido de árbol que aprovechan la radialidad de dichas redes para poder ejecutarse y siendo una adaptación del método basado en la matriz de impedancias[2], lo cual permite que sea muy sencillo de aplicar, teniendo el inconveniente que debe de modificarse si quiere ser ejecutado en redes malladas. Otros métodos muy ocupados son los basados en la matriz de admitancias y los que se basan en residuos de intensidades siendo estos últimos una modificación de Newton-Raphson, para ambos métodos se tiene la desventaja que entre más compleja es la red tiende a aumentar demasiado el tiempo de ejecución.

Por lo tanto es de vital importancia la mejora continua de estos algoritmos iterativos como la aportación de nuevos, que permitan una mejor operación y planificación de los sistemas eléctricos de potencia, proporcionando de una manera eficaz, eficiente y en menores tiempos los resultados del flujo de carga para las grandes redes.



## 2 MÉTODO DE BÚSQUEDA ALTERNA DE DIRECCIONES

---

El algoritmo propuesto para realizar flujos de carga es el de Búsqueda Alternativa de Direcciones [3], el cual parte de las ecuaciones de corriente de Kirchoff para cualquier nodo y del balance de potencias como se muestra a continuación.

$$\mathbf{Y}_r \mathbf{V} = \mathbf{I} + \mathbf{I}_0 \quad (1)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{V} \odot \mathbf{I}^* \quad (2)$$

En donde  $\mathbf{I}_0$  es un vector de las contribuciones del nodo Slack hacia los nodos con los que se encuentra conectado, ya que en el presente método de solución se transforma en fuentes de intensidad el nodo Slack hacia sus nodos adyacentes [4], mientras  $\mathbf{Y}_r$  es la matriz  $\mathbf{Y}_{bus}$  reducida la cual no cuenta con el Slack. Al combinar las ecuaciones (1) y (2) se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\mathbf{Y}_r \mathbf{V} = (\mathbf{S} \oslash \mathbf{V})^* + \mathbf{I}_0 \quad (3)$$

$$\mathbf{S}^* = \mathbf{V}^* \odot (\mathbf{Y}_r \mathbf{V} - \mathbf{I}_0) \quad (4)$$

Siendo la ecuación (3) la forma en la que las corrientes son inyectadas en los nodos, mientras que la ecuación (4) se consigue al multiplicar ambos lados de (3) por la tensión  $\mathbf{V}$ , siendo esta la ecuación de potencias en un nodo.

El método propone que al obtener la ecuación (3) se está combinando en ella el problema global lineal (1) con las restricciones locales no lineales (2), siendo esta combinación una formulación primitiva, por lo que en vez de usar dicha formulación se prefiere ocupar un sistema aumentado [5] con las ecuaciones (1) y (2). Al partir del sistema aumentado se concibe que una iteración no lineal la cual está compuesta por dos pasos como resultado de emparejar las ecuaciones (1) y (2) por medio de relaciones lineales adicionales entre las tensiones y corrientes cuyo nombre se conoce como la dirección de búsqueda ( $\alpha$  y  $\beta$ ). Por tanto el primer paso de la iteración "1" es el que consta del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \mathbf{I}^{[l+1/2]} - \mathbf{I}^{[l]} = \alpha (\mathbf{V}^{[l+1/2]} - \mathbf{V}^{[l]}) \\ \mathbf{Y}_r \mathbf{V}^{[l+1/2]} = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}^{[l+1/2]} \end{cases} \quad (5)$$

$\alpha$ : Es una Matriz nxn.

l: Indica la iteración.

$(V, I)^{[l]}$ : Indica valores iniciales en la iteración "l".

$I^{[l+1/2]}$ : Indica la solución intermedia para un sistema lineal.

De manera similar el segundo paso está dado por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} I^{[l+1]} - I^{[l+1/2]} = \beta (V^{[l+1]} - V^{[l+1/2]}) \\ V^{[l+1]*} \odot I^{[l+1]} = S^* \end{cases} \quad (6)$$

$\beta$ : Es una Matriz diagonal nxn.

En el primer paso al trabajar el sistema de ecuaciones que lo forman se obtiene la ecuación (7) [Anexo A], la cual tendrá el nombre de paso "Paso Global".

$$(\mathbf{Y}_r - \alpha)V^{[l+1/2]} = (S \oslash V^{[l]})^* - \alpha V^{[l]} + I_0 \quad (7)$$

Mientras que el paso número dos se llamara "Paso Local" que queda definido en la ecuación (8) al desarrollar y combinar las ecuaciones que lo componen junto con las ecuaciones del primer paso sin desarrollar [Anexo A].

$$\beta V^{[l+1]} + [(\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_0] - (S \oslash V^{[l+1]})^* = 0 \quad (8)$$

## 2.1. Selección de las matrices $\alpha$ y $\beta$

La búsqueda de dirección para el Paso Global  $\alpha$  es de la siguiente forma:

$$\alpha = \text{diag}(S^* \oslash |V_b|^2) \quad (9)$$

Siendo  $V_b$  la tensión base, que al trabajar en p.u. nos queda como  $V_b=1$ .

Lo que nos permite en el Paso Global modificar la matriz de admitancias incluyendo la parte lineal de las cargas  $(\mathbf{Y}_r - \alpha)$ . Mientras que la mayoría de los métodos seleccionan  $\beta \rightarrow \infty$  lo que implica que la tensión del Paso Local se hereda del Paso Global, mientras que la intensidad se calcula con la ecuación (2) y  $V^{[l+1/2]}$  comprueba la ecuación (1), la selección de  $\beta$  podría ser  $\beta = \mathbf{Y}_r - \alpha$ , pero al optar por ésta se estaría perdiendo el desacople entre las ecuaciones no lineales, lo cual implicaría que se perdería cualquier posible ventaja de este método respecto a otros. Por tanto una mejor opción sería la siguiente:

$$\beta = \text{diag}(\mathbf{Y}_r - \alpha) \quad (10)$$

Esto permite que  $\beta$  tenga una mejor aproximación espectral de  $\mathbf{Y}_r$ . También una buena selección puede ser



$$\beta = \text{diag}((\mathbf{Y}_r - \alpha)^{-1})^{-1} \quad (11)$$

Para evitar un problema de convergencia debido a que la matriz resultante de  $(\mathbf{Y}_r - \alpha)$  sea singular se puede seleccionar  $\alpha = -\beta^{-1}$ , esta selección no implica ninguna ventaja a la hora de realizar los cálculos.

## 2.2. Tratamiento de los nodos PV

A diferencia de otros métodos de resolución de flujos de cargas que el tratamiento de los nodos PV lo hacen al finalizar cada iteración éste se realiza al finalizar el paso global de la siguiente manera.

Con el vector de tensiones del paso global  $|V^{[1+1/2]}| \neq E_{pv}$ , siendo  $E_{pv}$  la magnitud tensión esperada en el nodo PV.

Teniendo la ley de Ohm en forma matricial para las variaciones de intensidades en los nodos:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_s \\ \Delta I_g \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{ss} & \mathbf{Y}_{sg} & \mathbf{Y}_{sc} \\ \mathbf{Y}_{gs} & \mathbf{Y}_{gg} & \mathbf{Y}_{gc} \\ \mathbf{Y}_{cs} & \mathbf{Y}_{cg} & \mathbf{Y}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_s \\ \Delta V_g \\ \Delta V_c \end{bmatrix}$$

Siendo  $\Delta V_s = 0$  correspondiente al nodo Slack y en un principio se aproxima  $\Delta I_c = 0$  de los nodos de carga, esto nos permite calcular  $\Delta V_c$  que corresponde a las cargas y  $\Delta I_g$  de los nodos de tensión controlada PV que se genera debido a la corrección de la tensión en los nodos PV, generando las siguientes ecuaciones

$$\Delta V_g = V_{esp} - V_g \quad (12)$$

$$\Delta V_c = -\mathbf{Y}_{cc}^{-1} \mathbf{Y}_{cg} \Delta V_g \quad (13)$$

$$\Delta I_g = [\mathbf{Y}_{gg} - \mathbf{Y}_{gc} \mathbf{Y}_{cc}^{-1} \mathbf{Y}_{cg}] \Delta V_g \quad (14)$$

Siendo simplemente aplicar una reducción de Kron [1] a la  $\mathbf{Y}_r$  para calcular  $\Delta I_g$  en la ecuación (14) una vez se tiene la corrección de las tensiones de los nodos PV que es  $\Delta V_g$ , quedando como resultado

$$\Delta I_g = \mathbf{Y}_{kron} \Delta V_g \quad (15)$$

Para calcular  $\Delta V_g$  primero se obtiene  $V_{esp}$  que es el dato de la tensión ya conocido en el nodo PV, manteniendo la fase calculada  $\theta_{cal}$  en el Paso Global, una vez calculadas las ecuaciones (12-14) se obtienen  $I_g$ ,  $V_c$  y  $V_g$  siendo estos últimos las tensiones que componen el vector  $V^{[1+1/2]}$  del Paso Global actualizado. Una vez se tienen  $I_g$  y  $V_g$  se calcula la potencia reactiva de dichos nodos  $Q_g$  según la ecuación (16)

$$Q_g = \text{Im}(V_g \odot I_g^*) \quad (16)$$

## 2.3 Procedimiento general del algoritmo

El procedimiento general es el detallado a continuación véase también la figura 1.

1. Formar la matriz de admitancias  $\mathbf{Y}_r$ , además de los vectores  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{I}_0$  del sistema
2. Seleccionar las matrices de la búsqueda de direcciones  $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\boldsymbol{\beta}$
3. Evaluar de punto de partida para las tensiones  $V^0$
4. Iniciar el proceso iterativo entre el Paso Global y el Paso Local.
5. En cada iteración evaluar  $|V^{[l+1/2]} - V^{[l+1]}|$  hasta que sea menor que una tolerancia  $\epsilon$  seleccionada arbitrariamente.

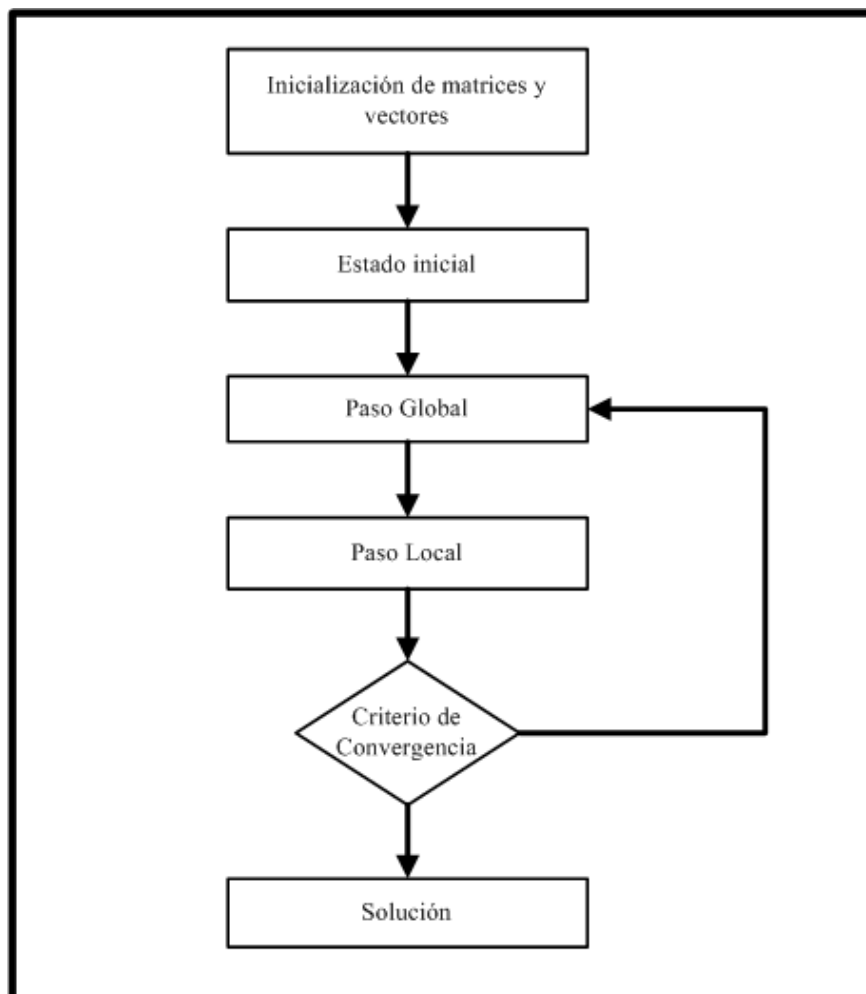


Figura 1 Algoritmo Búsqueda Alterna de Direcciones.

## 2.4 Ventajas del algoritmo

- El Paso Global es lineal, mientras que el Paso Local es no lineal lo que genera dos soluciones, de la cual se debe seleccionar la que proporcione la mayor tensión [Anexo B] al momento de resolver el Paso Local.

- Las direcciones de búsqueda  $\alpha$  y  $\beta$  sólo es necesaria calcularlas una vez al igual que la inversión de matrices, en el proceso de inicialización.
- Las soluciones del Paso Global como el Paso Local cumplen las ecuaciones de (1) y (2), por lo que  $(V, I)^{[l+1/2]} \equiv (V, I)^{[l+1]}$  lo que implica que cumplen la ecuación (3), que permite utilizar como indicador de convergencia  $|V^{[l+1/2]} - V^{[l+1]}|$ .

## 2.5 Particularizaciones del Método

Al definir las direcciones de búsqueda  $\alpha$  y  $\beta$  se puede demostrar que los métodos de Gauss-Seidel y Newton-Raphson son particularizaciones del método de Búsqueda Alternada de Direcciones siendo estas demostraciones las siguientes.

### 2.5.1 Gauss-Seidel

El seleccionar  $\beta \rightarrow \infty$  y  $\alpha = Y_{rU}$  que es la parte triangular superior de la matriz  $Y_{bus}$  reducida sin los elementos de la diagonal y por otro lado  $Y_{rL} = Y_r - \alpha$  es la triangular inferior, además se considera  $V^{[l+1]} \rightarrow V^{[l+1/2]}$ , lo que nos permite que el esquema de ecuaciones del método de Búsqueda Alternada de Direcciones se reduzca a la ecuación (17)

$$V^{[l+1]} = V^{[l+1/2]} = Y_{rL}^{-1}[(S \oslash V^{[l]})^* - Y_{rU}V^{[l]} + I_0] \quad (17)$$

Siendo la ecuación (17) la forma clásica del algoritmo de Gauss-Seidel.

### 2.5.2 Newton-Raphson

Para poder definir formalmente el método de Newton-Raphson como una particularización del método de Búsqueda Alternada de Direcciones es necesario que la ecuación de inyección de corrientes en los nodos (3) sea tratada con las tensiones en su forma rectangular separando la parte real e imaginaria y utilizando  $Y_r = G_r + jB_r$  lo que nos permite definir

$$M = \begin{bmatrix} G_r & -B_r \\ B_r & G_r \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$N = \begin{bmatrix} N_{Re} \\ N_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{0Re} + (P \odot V_{Re} + Q \odot V_{Im}) \oslash (V_{Re}^2 + V_{Im}^2) \\ I_{0Im} + (P \odot V_{Im} - Q \odot V_{Re}) \oslash (V_{Re}^2 + V_{Im}^2) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Lo que permite escribir las ecuaciones de Potencia de la siguiente forma:

$$MW = N \quad (20)$$

Seleccionando las direcciones de búsqueda  $\beta \rightarrow \infty$  y  $\alpha$  como se presenta a continuación.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{\text{Re}}}{\partial V_{\text{Re}}} & \frac{\partial N_{\text{Re}}}{\partial V_{\text{Im}}} \\ \frac{\partial N_{\text{Im}}}{\partial V_{\text{Re}}} & \frac{\partial N_{\text{Im}}}{\partial V_{\text{Im}}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Siendo la última consideración  $W^{[l+1]} \rightarrow W^{[l+1/2]}$  lo que permite concluir en el algoritmo de Newton-Raphson definido en la ecuación (22).

$$W^{[l+1]} = W^{[l+1/2]} = W^{[l]} - (\mathbf{M} - \alpha)^{-1}(\mathbf{M}N^{[l]} - N^{[l]}) \quad (22)$$

# 3 COMPARACIÓN DE ALGORITMOS

En el presente trabajo la comparativa entre el algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones y el algoritmo Newton-Raphson, está enfocado en revisar la velocidad de ejecución y robustez en distintos tipos de redes y en el caso de que  $\beta \rightarrow \infty$  y  $\beta$  se ha seleccionado conforme a la ecuación (11), para lo cual se han ocupado las redes IEEE 14, IEEE 30, IEEE 57 y CIGRE Medium Voltage Distribution Network 15 bus, siendo la red propuesta por CIGRE la utilizada en el presente trabajo para medir el rendimiento de algoritmos en redes de distribución que están compuestas principalmente por nodos PQ. Además las pruebas se han realizado en Matlab con un portátil que posee un procesador Intel Core i5 480M 2.67Hz, 6Gb RAM y Windows 10 Home.

## 3.1 Selección de $\beta \rightarrow \infty$

### 3.1.1 Redes de transporte

- Red IEEE 14

Para una primera comparativa se utilizará la red IEEE 14 bus test case [6], que representa una aproximación simple del sistema eléctrico estadounidense en febrero de 1962 [7]. Compuesto por 14 nodos, 5 generadores y 11 cargas como se muestra en la figura 2.

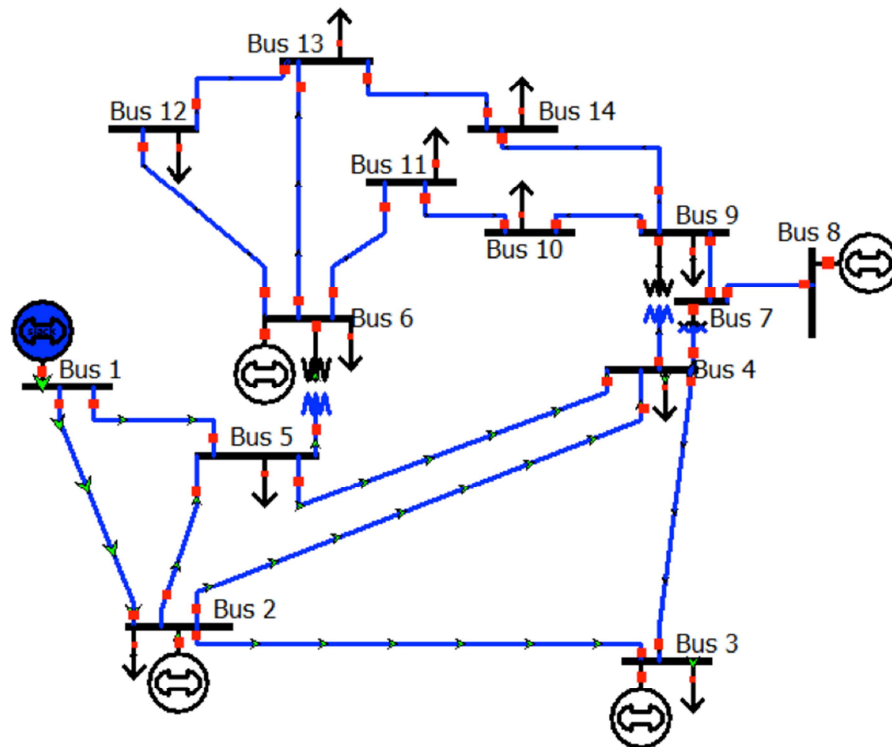


Figura 2 IEEE 14 Bus Test case [6].

Siendo el resultado del flujo de carga tanto para Newton- Raphson (NR) como para Búsqueda Alternativa de Direcciones (ASD) el mostrado en la tabla 1.

Tabla 1 Flujo de carga de red IEEE 14 bus test case.

NODO	TIPO DE NODO	NR (Ite=8)		ASD (Ite=10)	
		Tensión (p.u.)	Fase (rad)	Tensión (p.u.)	Fase (rad)
1	Slack	1.060000	0	1.060000	0
2	PV	1.045000	-0.087000	1.045000	-0.087000
3	PV	1.010000	-0.222100	1.010000	-0.222100
4	PQ	1.017700	-0.180000	1.017700	-0.180000
5	PQ	1.019500	-0.153100	1.019500	-0.153100
6	PV	1.070000	-0.248200	1.070000	-0.248200
7	PQ	1.061500	-0.233200	1.061500	-0.233200
8	PV	1.090000	-0.233200	1.090000	-0.233200
9	PQ	1.055900	-0.260700	1.055900	-0.260700
10	PQ	1.051000	-0.263500	1.051000	-0.263500
11	PQ	1.056900	-0.258100	1.056900	-0.258100
12	PQ	1.055200	-0.263100	1.055200	-0.263100
13	PQ	1.050400	-0.264500	1.050400	-0.264500
14	PQ	1.035500	-0.279800	1.035500	-0.279800

La comparación de los algoritmos se obtiene al medir el tiempo de ejecución del algoritmo dividiéndolo entre la cantidad de iteraciones realizadas hasta su convergencia, además para el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones se mide el tiempo del proceso de inicialización, el tiempo presentado aquí es un promedio de la ejecución del algoritmo realizando N pruebas, en el presente trabajo N = 1000 pruebas en cada red utilizada, los resultados en ambos algoritmos se representa en la figura 3 para la red IEEE 14 bus test case.

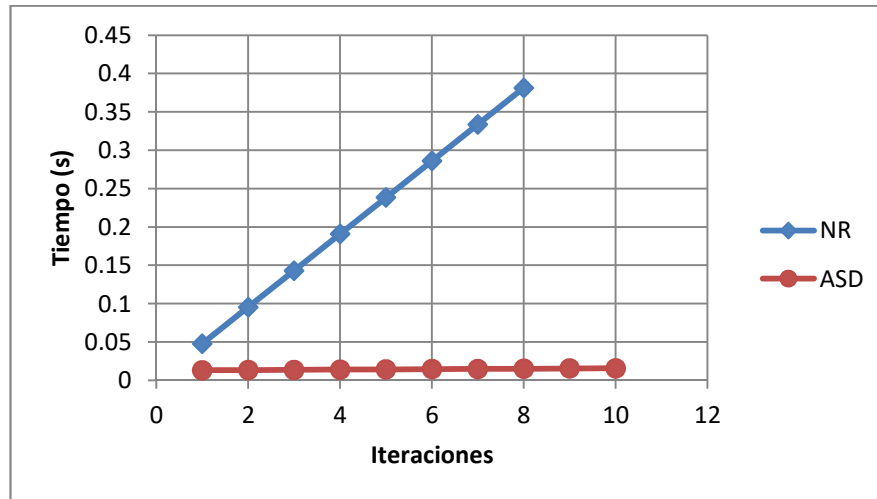


Figura 3 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 14 bus.

El resultado de la prueba de comparación de algoritmos en la red IEEE 14 bus muestra que a pesar de realizar una mayor cantidad de iteraciones el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones (ASD) con respecto a Newton-Raphson tiene una ejecución más veloz como se ve en la figura 3, además se obtiene la misma solución como se demuestra en la tabla 1 que muestra ambas soluciones del flujo de carga.

- Red IEEE 30

La siguiente red de prueba es la IEEE 30 bus test case [8], el cual es una aproximación del sistema eléctrico estadounidense de diciembre de 1961 [9], cuyo equivalente es una red de 15 nudos, 2 generadores y 3 generadores síncronos.

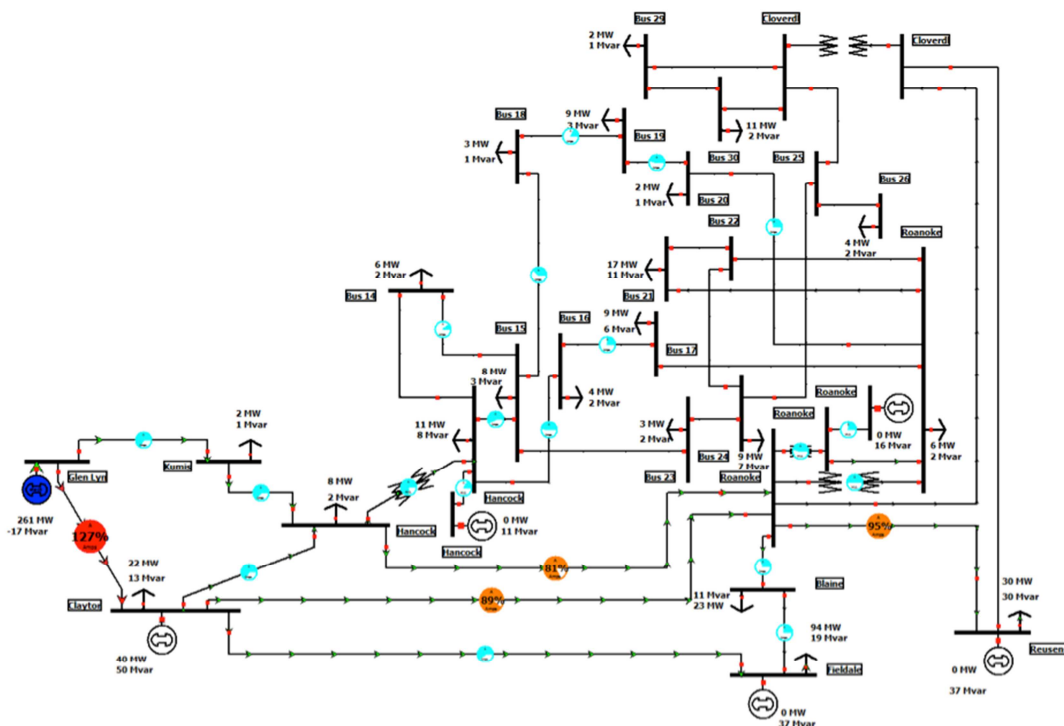


Figura 4 IEEE bus test case [8].

El resultado del flujo de carga y la comparativa de algoritmos de la red IEEE 30 es el representado en la tabla 2 y figura 5 respectivamente.

Tabla 2 Flujo de carga de red IEEE 30 bus test case.

NODO	TIPO DE NODO	NR (Ite=6)		ASD (Ite=17)	
		Tensión (p.u.)	Fase (rad)	Tensión (p.u.)	Fase (rad)
1	Slack	1.060000	0	1.060000	0
2	PV	1.043130	-0.093400	1.043134	-0.093408
3	PQ	1.020740	-0.131500	1.020742	-0.131459
4	PQ	1.011760	-0.162000	1.011765	-0.162039
5	PV	1.010000	-0.247200	1.010000	-0.247241
6	PQ	1.010260	-0.193100	1.010257	-0.193115
7	PQ	1.002380	-0.224500	1.002377	-0.224540
8	PV	1.010000	-0.206200	1.010000	-0.206183
9	PQ	1.050910	-0.246200	1.050912	-0.246249
10	PQ	1.045130	-0.274000	1.045127	-0.274012
11	PV	1.082000	-0.246200	1.082000	-0.246249
12	PQ	1.057120	-0.260800	1.057119	-0.260811
13	PV	1.071000	-0.260800	1.071000	-0.260811
14	PQ	1.042280	-0.276400	1.042281	-0.276382
15	PQ	1.037680	-0.278000	1.037683	-0.277986
16	PQ	1.044390	-0.271000	1.044390	-0.270987
17	PQ	1.039900	-0.276800	1.039903	-0.276834
18	PQ	1.028150	-0.288700	1.028154	-0.288708
19	PQ	1.025650	-0.291700	1.025652	-0.291741
20	PQ	1.029740	-0.288300	1.029738	-0.288309
21	PQ	1.032730	-0.281700	1.032727	-0.281739
22	PQ	1.033260	-0.281500	1.033258	-0.281490



23	PQ	1.027180	-0.284800	1.027182	-0.284805
24	PQ	1.021580	-0.287900	1.021584	-0.287887
25	PQ	1.017340	-0.280400	1.017338	-0.280419
26	PQ	0.999660	-0.287700	0.999661	-0.287744
27	PQ	1.023250	-0.271300	1.023249	-0.271267
28	PQ	1.006820	-0.204000	1.006817	-0.204002
29	PQ	1.003410	-0.292700	1.003410	-0.292734
30	PQ	0.991940	-0.308100	0.991936	-0.308142

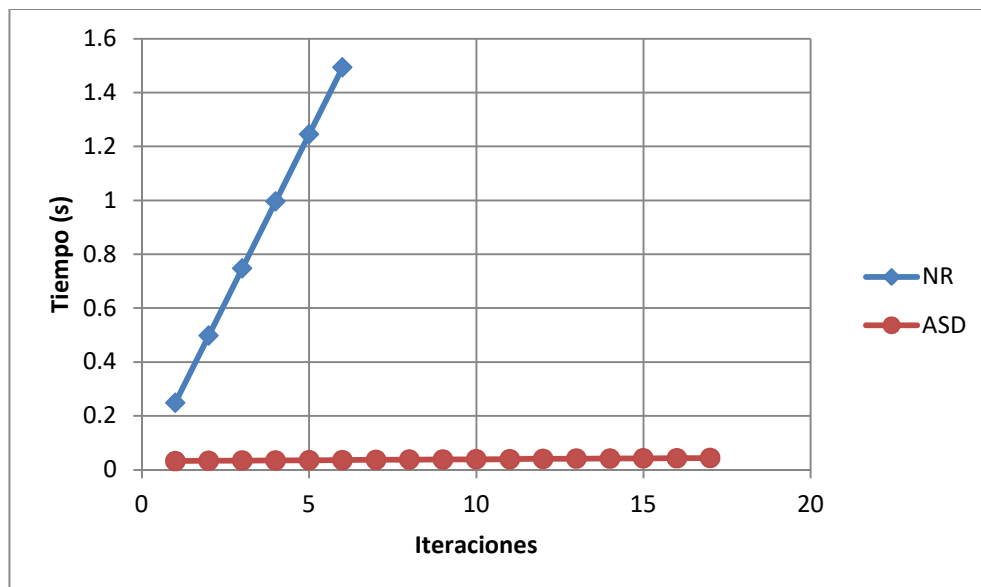


Figura 5 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 bus.

Los resultados de las pruebas de la red IEEE 30 llegan a la misma conclusión que la red IEEE 14 a pesar de tener prácticamente el doble de nodos, ya que se observa que se mantiene la tendencia que aunque se realicen más iteraciones el tiempo de ejecución del algoritmo supera en velocidad incluso a la primera iteración.

- Red IEEE 57

A continuación se probó la red IEEE 57 bus test case [10], que es una representación simple del sistema eléctrico estadounidense perteneciente al medio oeste de los Estados Unidos en los años sesenta, que está compuesto por 7 generadores, 42 cargas y 57 nodos [11]. A continuación se presenta un resumen del flujo de carga en la tabla 3 y en la figura 6 el rendimiento de ambos flujos.

Tabla 3 Resumen de flujo de carga red IEEE 57.

	NR	ASD
Iteraciones	17	12
Máxima diferencia en tensiones	3.1344E-07	
Máxima diferencia en fases	6.0493E-07	

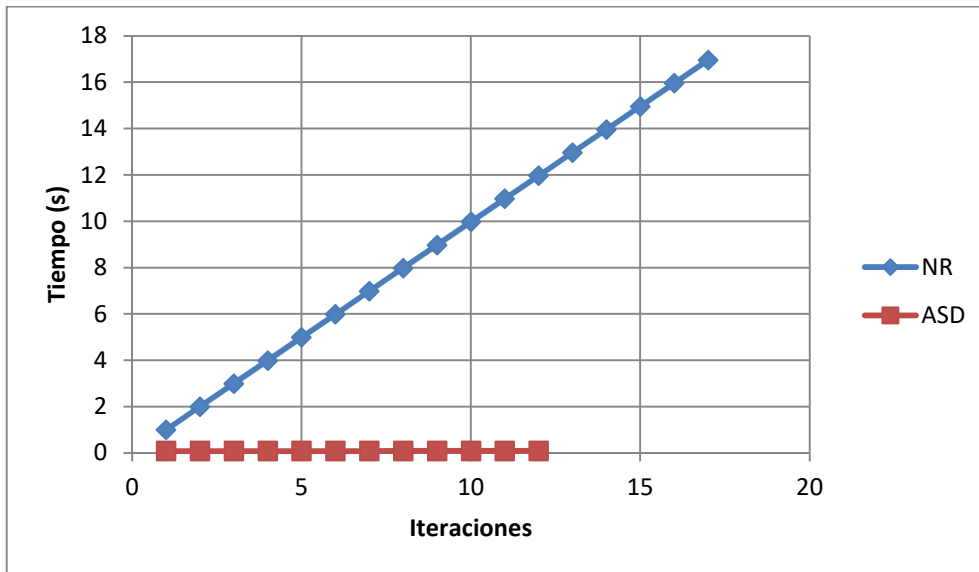


Figura 6 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 57.

El resultado de las pruebas en la red IEEE 57 demuestra que en algunas redes, además de ser más veloz en la ejecución puede incluso llegar a converger en menos iteraciones y con una muy buena precisión como se observa en la tabla 3 y figura 6.

### 3.1.2 Red de distribución

El ejemplo implementado es la red de media tensión propuesta por la CIGRE [12], la cual es una representación simple de una red rural de distribución de media tensión en Alemania, que contiene 15 nodos, 2 alimentadores y 14 cargas.

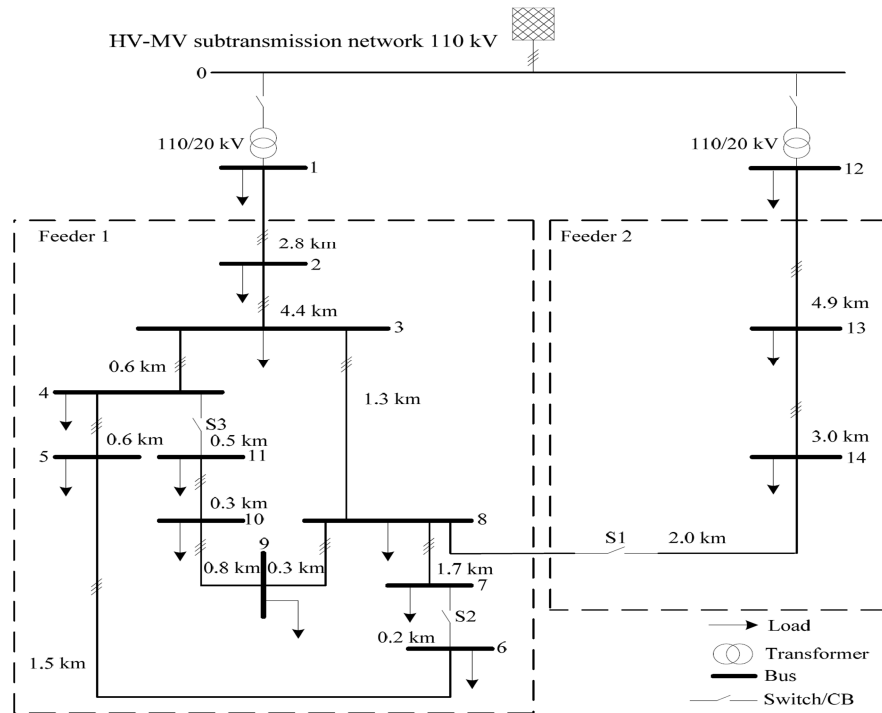


Figura 7 Red CIGRE de distribución en media tensión [13].

Siendo el resultado del flujo de carga en ambos algoritmos en demanda mínima el presentado a continuación en la tabla 4, mientras que la comparación de los algoritmos en sus tiempos de ejecución se presenta en la figura 8.

Tabla 4 Flujo de carga de red de distribución media tensión CIGRE demanda mínima.

NODO	TIPO DE NODO	NR (Ite=4)		ASD (Ite=4)	
		Tensión (p.u.)	Fase (rad)	Tensión (p.u.)	Fase (rad)
1	PQ	1.001230	-0.000800	1.001228	-0.000795
2	PQ	1.019910	-0.040000	1.019907	-0.040048
3	PQ	1.027170	-0.053800	1.027169	-0.053770
4	PQ	1.027480	-0.054700	1.027484	-0.054740
5	PQ	1.027630	-0.055300	1.027630	-0.055347
6	PQ	1.027900	-0.056000	1.027896	-0.056010
7	PQ	1.027910	-0.056000	1.027909	-0.055994
8	PQ	1.027710	-0.055100	1.027708	-0.055094
9	PQ	1.027670	-0.055200	1.027673	-0.055171
10	PQ	1.027580	-0.055200	1.027582	-0.055157

<b>11</b>	PQ	1.027540	-0.055100	1.027545	-0.055052
<b>12</b>	PQ	1.000140	-0.000600	1.000137	-0.000619
<b>13</b>	PQ	1.007550	-0.008600	1.007546	-0.008564
<b>14</b>	PQ	1.008160	-0.009900	1.008164	-0.009942
<b>0</b>	Slack	1	0	1	0

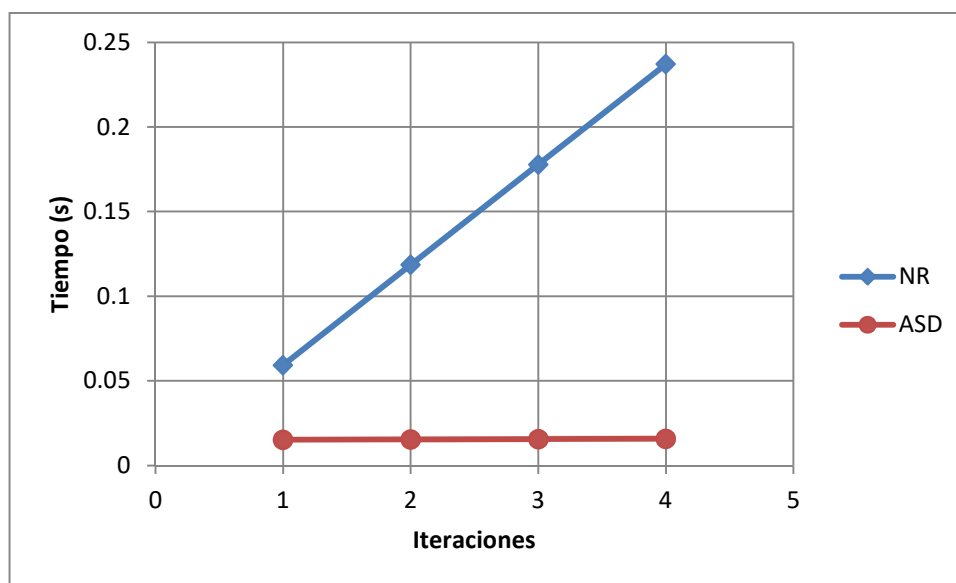


Figura 8 Gráfica de rendimiento algoritmos red CIGRE en demanda mínima.

Los resultados en la red CIGRE coinciden con los resultados obtenidos en las redes de transporte manteniendo una mayor velocidad de ejecución como se plantea en la figura 8.

Para la misma red mostrada en la figura 7, pero en punta de demanda, se presenta el resultado del flujo de carga y la comparativa de ejecución de tiempos entre algoritmos.

Tabla 5 Flujo de carga de red de distribución media tensión CIGRE demanda máxima.

NODO	TIPO DE NODO	NR (Ite=4)		ASD (Ite=3)	
		Tensión (p.u.)	Fase (rad)	Tensión (p.u.)	Fase (rad)
<b>1</b>	PQ	1.000490	-0.003700	1.000489	-0.003709
<b>2</b>	PQ	1.001140	-0.046000	1.001142	-0.046045
<b>3</b>	PQ	1.000380	-0.061900	1.000384	-0.061901
<b>4</b>	PQ	0.999920	-0.063000	0.999916	-0.063014

5	PQ	0.999640	-0.063700	0.999642	-0.063666
6	PQ	0.999630	-0.064400	0.999634	-0.064371
7	PQ	0.999690	-0.064300	0.999692	-0.064347
8	PQ	0.999940	-0.063400	0.999943	-0.063420
9	PQ	0.999720	-0.063500	0.999723	-0.063469
10	PQ	0.999550	-0.063500	0.999552	-0.063454
11	PQ	0.999630	-0.063300	0.999631	-0.063339
12	PQ	0.999530	-0.003100	0.999533	-0.003089
13	PQ	1.004060	-0.012100	1.004063	-0.012081
14	PQ	1.003840	-0.013500	1.003843	-0.013539
0	Slack	1	0	1	0

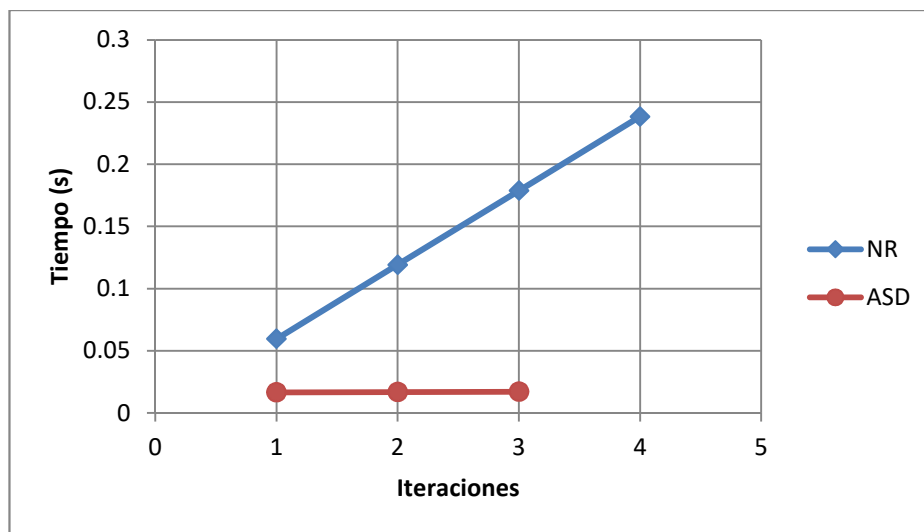


Figura 9 Gráfica comparativa de algoritmos red CIGRE en demanda máxima.

Los resultados obtenidos en esta prueba demuestran al igual que la red de transporte IEEE 57 que es posible que la solución que se obtiene en el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones además de ser más veloz pueda superar la cantidad de iteraciones con respecto a Newton-Raphson figura 9.

### 3.1.3 Red de nodos PQ

Para realizar una mejor comparativa de las redes compuestas principalmente de nodos PQ se modificó la red IEEE 30, de tal manera que solo contenga un nodo Slack y todos los demás estén compuestos por nodos PQ siendo su solución la misma del flujo de carga de dicha red sin ser modificada, para lo cual se presenta el

resultado obtenido en dicha red.

Tabla 6 Resumen de flujo de carga de red IEEE 30 con sólo nodos PQ.

	NR	ASD
Iteraciones	7	10
Máxima diferencia en tensiones	1.42859E-07	
Máxima diferencia en fases	3.52149E-07	

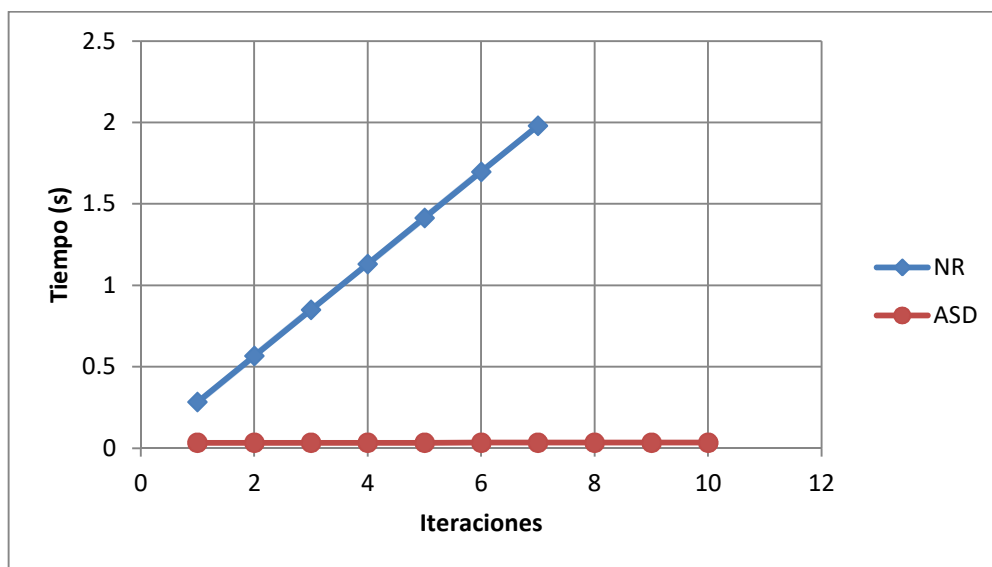


Figura 10 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 con sólo nodos PQ.

El resultado obtenido en la red IEEE 30 con sólo nodos PQ demuestra que al igual que las demás redes probadas en este trabajo sigue manteniéndose una mayor velocidad de ejecución el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones, pero además se puede observar que en una red PQ que se encuentra en las mismas condiciones que una red de transporte idéntica, el método no solo es más veloz sino que también responde mejor reduciendo la cantidad de iteraciones para obtener la misma solución que Newton-Raphson como se ve en la tabla 6 y figura 10.

### 3.2 SELECCIÓN DE $\beta \neq \infty$

En este apartado se realizaran las mismas pruebas sobre las mismas redes del apartado anterior, con la diferencia que se ha seleccionado  $\beta$  conforme a la ecuación (11), los resultados son presentados a continuación en tablas resumen del resultado del flujo de carga y la comparativa de algoritmos por medio de gráficas.

### 3.2.1 Redes de transporte

- Red IEEE 14

Tabla 7 Resumen de flujo de carga red IEEE 14.

	NR	ASD
Iteraciones	8	8
Máxima diferencia en tensiones	0	
Máxima diferencia en fases	0	

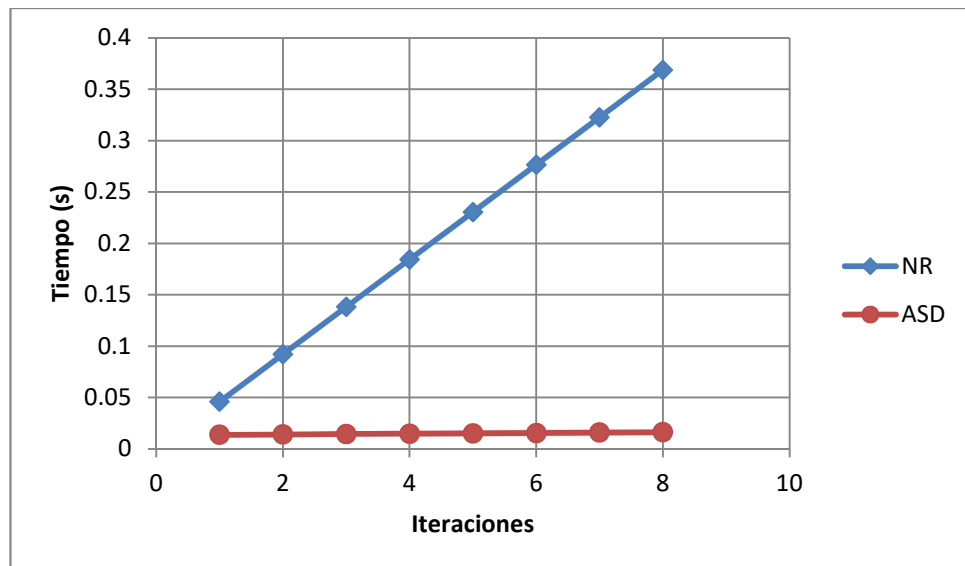


Figura 11 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 14 bus con  $\beta$  diferente de infinito.

En las pruebas realizadas a la red IEEE 14 se observa que al tomar un  $\beta$  como la ecuación (11) se reduce el número de iteraciones del método de búsqueda alterna de direcciones mejorando el rendimiento del algoritmo y manteniendo una mayor velocidad de ejecución respecto al método de Newton-Raphson.

- Red IEEE 30

Tabla 8 Resumen de flujo de carga red IEEE 30.

	NR	ASD
Iteraciones	6	16
Máxima diferencia en tensiones	4.92675E-05	
Máxima diferencia en fases	4.84049E-05	

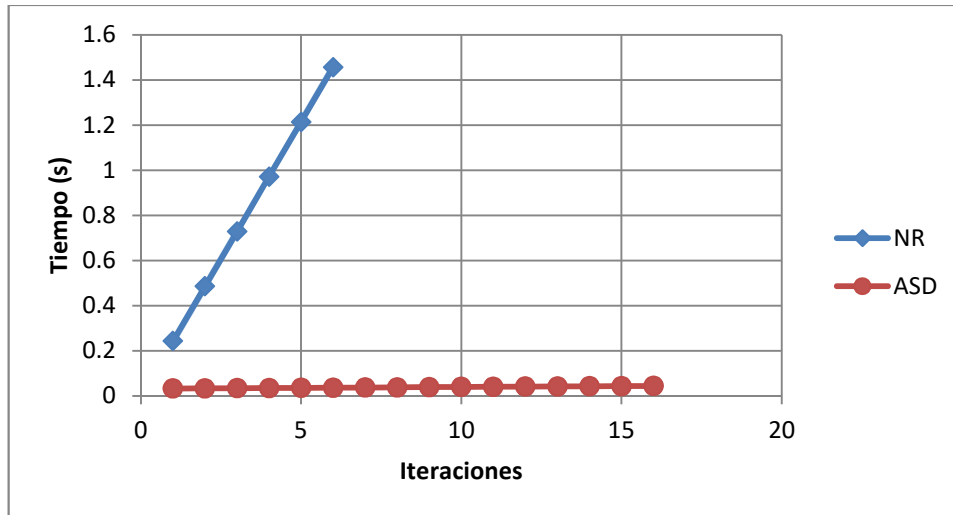


Figura 12 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 bus con  $\beta$  diferente de infinito.

Las pruebas de la red IEEE 30 siguen demostrando que la selección de  $\beta$  como la ecuación (11) mejora la cantidad de iteraciones del método de Búsqueda Alternativa de Direcciones sin perder velocidad de ejecución.

- Red IEEE 57

Tabla 9 Resumen flujo de carga red IEEE 57.

	NR	ASD
Iteraciones	17	11
Máxima diferencia en tensiones	2.29859E-07	
Máxima diferencia en fases	5.34597E-07	

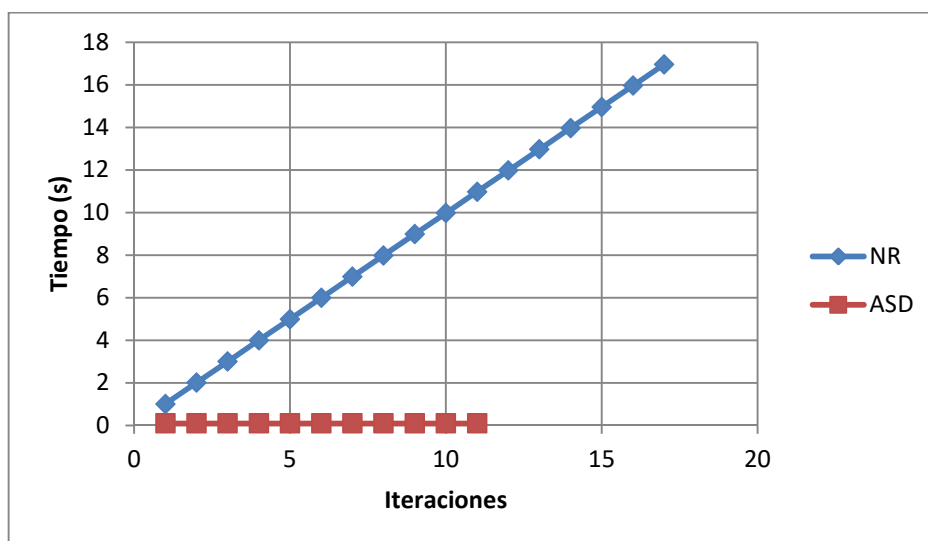


Figura 13 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 57 bus con  $\beta$  diferente de infinito.



Al realizar pruebas en la red IEEE 57 con un  $\beta$  como la ecuación (11), al igual que con las dos redes anteriormente usadas se sigue mejorando la cantidad de iteraciones realizadas y además se mantiene el resultado obtenido al usar  $\beta \rightarrow \infty$  en el que el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones alcanza una solución en menor cantidad de iteraciones que Newton-Raphson.

### 3.2.2 Red de distribución

- Red CIGRE de distribución en media tensión con demanda mínima



Figura 14 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE de distribución en media tensión con demanda mínima y  $\beta$  diferente de infinito.

Tabla 10 Resumen flujo de carga red CIGRE demanda mínima.

	NR	ASD
Iteraciones	4	4
Máxima diferencia en tensiones	6.3599E-10	
Máxima diferencia en fases	8.00324E-11	

- Red CIGRE de distribución en media tensión con demanda máxima

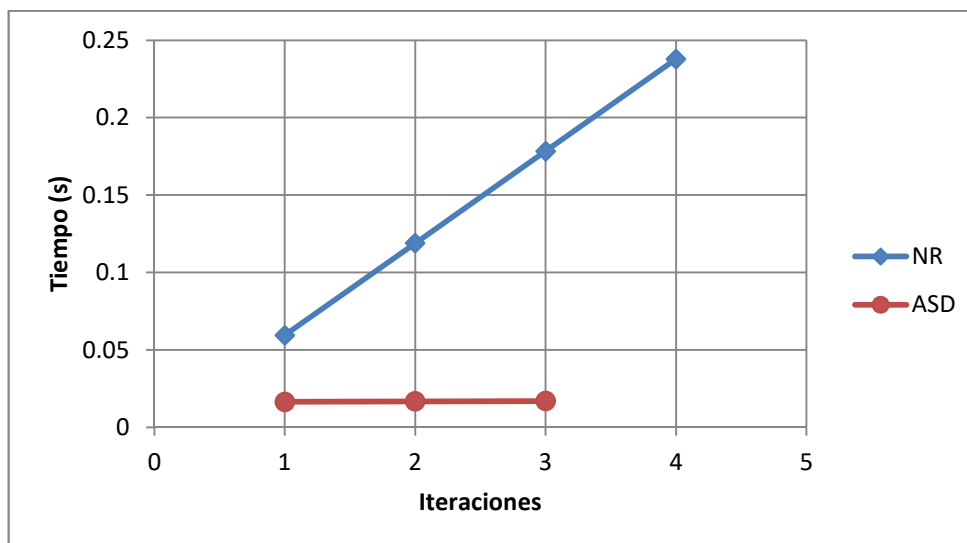


Figura 15 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE de distribución en media tensión con demanda máxima y  $\beta$  diferente de infinito.

Tabla 11 Resumen flujo de carga red CIGRE demanda máxima.

	NR	ASD
Iteraciones	4	3
Máxima diferencia en tensiones	4.29971E-08	
Máxima diferencia en fases	9.33074E-09	

Los resultados obtenidos en la red CIGRE tanto para mínima como para máxima demanda son idénticos a los resultados obtenidos al usar  $\beta \rightarrow \infty$ , lo que nos indica que para una red pequeña de distribución no afecta significativamente la selección de  $\beta$ .

### 3.2.3 Red de nodos PQ

Tabla 12 Resumen flujo de carga red IEEE 30 con sólo nodos PQ y  $\beta$  diferente de infinito.

	NR	ASD
Iteraciones	7	7
Máxima diferencia en tensiones	3.39035E-07	
Máxima diferencia en fases	6.27620E-07	

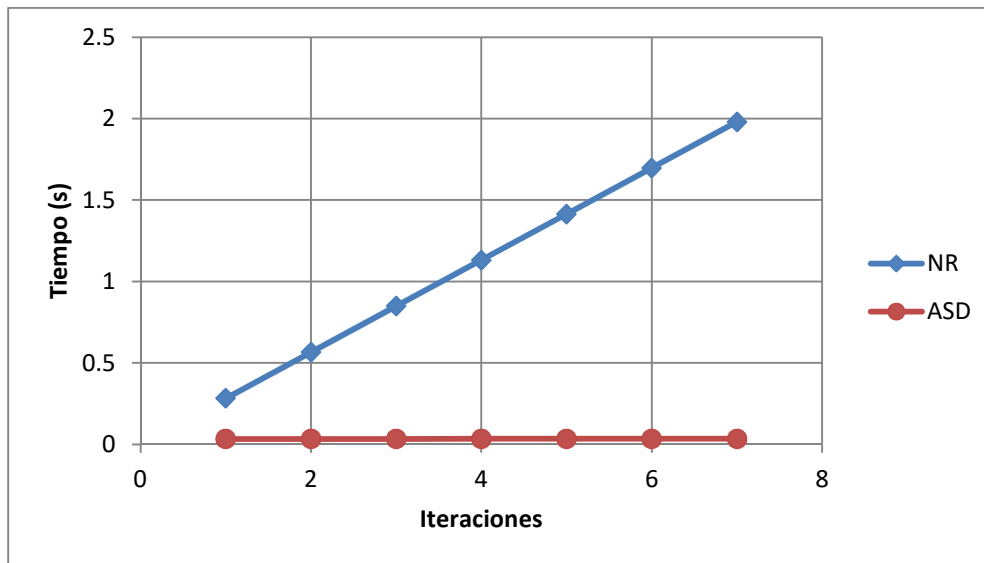


Figura 16 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 30 con sólo nodos PQ y  $\beta$  diferente de infinito

Los resultados obtenidos en la red IEEE 30 con sólo nodos PQ nos permiten ver una clara mejora de las iteraciones realizadas lo que no se pudo observar con la red CIGRE, por lo que además de llegar a la misma solución que la red IEEE 30 sin modificar nos permite concluir que el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones es más eficiente en redes con pocos nodos PV como lo son las redes de distribución.

### 3.3 Resumen de pruebas

En las tablas 13 y 14 se da un resumen de las pruebas realizadas a cada una de las redes, con la finalidad de visualizar de mejor manera los resultados obtenidos entre los algoritmos y al seleccionar  $\beta$ . En el algoritmo de ASD en la fila de tiempo el paréntesis indica el tiempo de la primera iteración que incluye la inicialización de vectores y matrices a usar.

Tabla 13 Resumen pruebas con  $\beta$  infinito

Red	IEEE 14		IEEE 30		IEEE 57		CIGRE MT mín.		CIGRE MT máx.		IEEE 30 PQ	
	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	8	10	6	17	17	12	4	4	4	3	7	10
Tiempo en cada iteración (s)	0.047666	0.000290 (0.013084)	0.248878	0.000708 (0.032652)	0.996962	0.000480 (0.083608)	0.059270	0.000184 (0.015158)	0.059580	0.000275 (0.016575)	0.282748	0.000168 (0.032706)
Tiempo Total (s)	0.381325	0.015694	1.493271	0.043980	16.948350	0.088889	0.237080	0.015710	0.238319	0.017125	1.979236	0.034218

Tabla 14 Resumen de pruebas con  $\beta$  diferente a infinito

Red	IEEE 14		IEEE 30		IEEE 57		CIGRE MT mín.		CIGRE MT máx.		IEEE 30 PQ	
	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	8	8	6	16	17	11	4	4	4	3	7	7
Tiempo en cada iteración (s)	0.046085	0.000355 (0.013781)	0.242617	0.000761 (0.03263)	0.996962	0.000551 (0.084460)	0.059215	0.000258 (0.015950)	0.059460	0.000278 (0.016498)	0.282748	0.000239 (0.032879)
Tiempo Total (s)	0.368682	0.016266	1.455705	0.044045	16.948350	0.089970	0.236862	0.016724	0.237838	0.017054	1.979236	0.034313

En el análisis de las tablas 13 y 14 se puede observar claramente cómo se mejora la cantidad de iteraciones en las redes al utilizar  $\beta$  como se optó en este trabajo, aunque esto aumenta un poco el tiempo de ejecución del algoritmo debido a que debe calcularse  $\beta$  pero este tiempo es prácticamente imperceptible realizando prácticamente en el mismo tiempo que al seleccionar  $\beta \rightarrow \infty$ , además se hace evidente al ver la cantidad de iteraciones y la comparativa con el algoritmo de Newton-Raphson que donde se puede sacar mayor provecho del algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones es en las redes con pocos nodos PV que son en su mayoría redes de distribución. Para el caso de redes de transporte extensas que contienen grandes cantidades de nodos PV, se deben buscar mejores estrategias de selección de  $\beta$ .

# 4 CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

---

En el apartado siguiente realizaremos un análisis de las pruebas realizadas en el capítulo 3, con la finalidad de presentar las conclusiones que demuestran los resultados obtenidos y poder dar líneas futuras de investigación para la mejora de la eficiencia del algoritmo presentado en este trabajo. Por lo antes mencionado según los resultados de las pruebas expuestas en el capítulo anterior se puede determinar lo siguiente:

1. El algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones por sus siglas en inglés (ASD) tiene una velocidad de ejecución muy superior a Newton-Raphson (NR) lo cual queda demostrado en las figuras de comparativa de algoritmos y en las tablas 13-14 en forma de resumen, llegando al estado del flujo de carga prácticamente idéntico a la solución obtenida en Newton-Raphson, siendo esto observado en las tablas 1-12, ya que en ellas se presentan los resultados obtenidos tanto en NR como en ASD, siendo lo que afecta la precisión que tan grande es la red, la cantidad de nodos PV que contiene la red, la demanda en la red y la selección de  $\beta$ .
2. Para el tamaño de la red, la cantidad de nodos PV que contiene, la demanda de carga en la red y la selección de  $\beta$  son parámetros que afectan no solamente de forma directa la precisión de la solución encontrada, sino la velocidad de ejecución siendo la selección de  $\beta$  una forma de mejorar la cantidad de iteraciones, mientras que los demás parámetros al ser incrementados influyen directamente en aumentar las iteraciones y a ralentizar la obtención de la solución.
3. La cantidad de iteraciones realizadas por ASD es superior en la mayoría de los casos pero a pesar de esta desventaja su ejecución es mucho más rápida por la sencillez de sus operaciones, debido a como se menciona en el capítulo 2 en las ventajas del algoritmo, solo deben calcularse una vez las matrices a ser usadas en conjunto con sus inversiones en contraste con NR, además en algunos casos como lo es la red IEEE 57 puede realizar una menor cantidad de iteraciones o como en la red CIGRE en estado de máxima demanda.
4. Por los resultados obtenidos se recomienda utilizar el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones en redes de distribución, ya que es donde se evidencia una mayor robustez para obtener una solución fiable y un ahorro en la velocidad de ejecución.
5. La selección de  $\beta$  como ha sido seleccionada en el presente documento, puede ser utilizada eficientemente en redes que contengan tanto nodos PV como PQ, ya que esta selección reduce la cantidad de iteraciones realizadas y nos lleva a una respuesta de flujo de carga fiable y no varía significativamente en los tiempos de ejecución del algoritmo, como se pudo constatar en las pruebas realizadas en las redes de transporte aquí comprendidas, sin embargo cabe destacar que la selección de  $\beta$  dependerá del tipo de red usada.

Por lo tanto una buena línea de investigación a futuro es poder determinar un  $\beta$  óptimo realizando pruebas con otros tipos de  $\beta$  a los aquí utilizados para distintas redes, también mientras no se obtenga una mejor estrategia para  $\beta$  se recomienda usar el método ASD en redes de distribución ya que en estas redes es donde más provecho puede sacar el algoritmo, además se recomienda tener una base de datos que

contenga los datos de inicialización del algoritmo para poder ahorrar tiempo en calcular dichos datos y solo introducir los datos al algoritmo, lo cual ahorraría muchísimo el tiempo de ejecución evitando el realizar el cálculo inicial de las matrices, lo que favorecería el conocer con antelación el estado de flujo de una red en determinadas situaciones y poder ejecutar distintos escenarios para futuras mejoras en la red u otro tipo de estudio requerido.

# ANEXO A

En el presente anexo se muestra el desarrollo de los sistemas de ecuaciones para obtener las ecuaciones (7) y (8) correspondientes al Paso Global y Paso Local

## PASO GLOBAL

En el primer paso es trabajar el conjunto de ecuaciones que la componen (5) de la siguiente manera despejando  $I^{[l+1/2]}$  del sistema de ecuaciones.

$$I^{[l+1/2]} = \alpha(V^{[l+1/2]} - V^{[l]}) + I^{[l]}$$

$$I^{[l+1/2]} = Y_r V^{[l+1/2]} - I_0$$

Igualando ambas ecuaciones.

$$\alpha(V^{[l+1/2]} - V^{[l]}) + I^{[l]} = Y_r V^{[l+1/2]} - I_0$$

Desarrollando.

$$\alpha V^{[l+1/2]} - \alpha V^{[l]} + I^{[l]} = Y_r V^{[l+1/2]} - I_0$$

$$I_0 - \alpha V^{[l]} + I^{[l]} = Y_r V^{[l+1/2]} - \alpha V^{[l+1/2]}$$

Agrupando  $V^{[l+1/2]}$

$$I_0 - \alpha V^{[l]} + I^{[l]} = (Y_r - \alpha) V^{[l+1/2]}$$

Usando  $S=V \odot I^*$  para sustituir  $I^{[l]}$  se obtiene la ecuación del Paso Global (7).

$$(Y_r - \alpha) V^{[l+1/2]} = (S \oslash V^{[l]})^* - \alpha V^{[l]} + I_0 \quad \blacksquare$$

## PASO LOCAL

Para el desarrollo del Paso Local se lleva a cabo una estrategia similar al Paso Global presentada a continuación usando el sistema de ecuaciones que lo componen (6), en este caso se despeja  $I^{[l+1]}$  en ambas ecuaciones

$$I^{[l+1]} = \beta(V^{[l+1]} - V^{[l+1/2]}) + I^{[l+1/2]}$$

$$I^{[l+1]} = (S \emptyset V^{[l+1]})^*$$

Igualando y desarrollando las ecuaciones

$$\beta(V^{[l+1]} - V^{[l+1/2]}) + I^{[l+1/2]} = (S \emptyset V^{[l+1]})^*$$

$$\beta V^{[l+1]} - \beta V^{[l+1/2]} + I^{[l+1/2]} = (S \emptyset V^{[l+1]})^*$$

$$I^{[l+1/2]} + \beta V^{[l+1]} - \beta V^{[l+1/2]} - (S \emptyset V^{[l+1]})^* = 0$$

Sustituyendo la ecuación del Paso Global  $I^{[l+1/2]} = YV^{[l+1/2]} - I_0$  dentro del Paso Local

$$YV^{[l+1/2]} - I_0 + \beta V^{[l+1]} - \beta V^{[l+1/2]} - (S \emptyset V^{[l+1]})^* = 0$$

Agrupando  $V^{[l+1/2]}$

$$\beta V^{[l+1]} + [(Y - \beta)V^{[l+1/2]} - I_0] - (S \emptyset V^{[l+1]})^* = 0 \quad \blacksquare$$



## Tratamiento del Paso Local para el método de Alternación de Búsqueda de Direcciones

Partiendo de la ecuación del Paso Local se desarrolla de la siguiente manera, realizando un arreglo sustituyendo la matriz diagonal  $\beta$  por el vector  $\beta$  que contiene los elementos de la diagonal de la matriz de  $\beta$  en la ecuación (8):

$$\beta \odot V^{[l+1]} + \left[ (\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_o \right] - (S \oslash V^{[l+1]})^* = 0$$

Se divide por  $\beta$

$$\beta \odot V^{[l+1]} \oslash \beta + \left[ (\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_o \right] \oslash \beta - \frac{1}{\beta} (S \oslash V^{[l+1]})^* = 0$$

$$V^{[l+1]} + \left[ (\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_o \right] \oslash \beta - \frac{1}{\beta} (S \oslash V^{[l+1]})^* = 0$$

Multiplicamos por  $(V^{[l+1]})^*$

$$(V^{[l+1]})^* \odot V^{[l+1]} + (V^{[l+1]})^* \odot \left( \left[ (\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_o \right] \oslash \beta \right) - \frac{1}{\beta} (V^{[l+1]})^* \odot (S \oslash V^{[l+1]})^* = 0$$

$$(V^{[l+1]})^* \odot V^{[l+1]} + (V^{[l+1]})^* \odot \left( \left[ (\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_o \right] \oslash \beta \right) - S^* \oslash \beta = 0$$

Realizamos un cambio de variable siendo:

$$A = \left[ (\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_o \right] \oslash \beta$$

Dando como resultado:

$$(V^{[l+1]})^* \odot V^{[l+1]} + (V^{[l+1]})^* \odot A - S^* \oslash \beta = 0$$

Dividiendo entre el vector A

$$(V^{[l+1]})^* \odot V^{[l+1]} \oslash A + (V^{[l+1]})^* \odot A \oslash A - S^* \oslash (\beta \odot A) = 0$$

$$(V^{[l+1]})^* \odot V^{[l+1]} \oslash A + (V^{[l+1]})^* - S^* \oslash (\beta \odot A) = 0$$

Realizamos un cambio de variable siendo:

$$U = V^{[l+1]} \oslash A$$

Al sustituir da como resultado:

$$(V^{[l+1]})^* \odot U + (V^{[l+1]})^* - S^* \oslash (\beta \odot A) = 0$$

Dividiendo entre el vector  $A^*$

$$(V^{[l+1]})^* \odot U \oslash A^* + (V^{[l+1]} \oslash A)^* - S^* \oslash (A^* \odot \beta \odot A) = 0$$

Siendo

$$U^* = (V^{[l+1]} \oslash A)^*$$

Reagrupando y sustituyendo se obtiene:

$$(V^{[l+1]} \oslash A)^* \odot U + (V^{[l+1]} \oslash A)^* - S^* \oslash (A^* \odot \beta \odot A) = 0$$

$$U^* \odot U + U^* - S^* \oslash (A^* \odot \beta \odot A) = 0$$

Realizamos un cambio de variable siendo

$$\Sigma = -S^* \oslash (A^* \odot \beta \odot A)$$

Sustituyendo da como resultado

$$U^* \odot U + U^* + \Sigma = 0$$

Desarrollando la ecuación en su forma rectangular

$$\operatorname{Re}(U)^2 + \operatorname{Im}(U)^2 + \operatorname{Re}(U) - j\operatorname{Im}(U) + \operatorname{Re}(\Sigma) + j\operatorname{Im}(\Sigma) = 0$$

Agrupando la parte real e imaginaria

$$\operatorname{Re}(U)^2 + \operatorname{Im}(U)^2 + \operatorname{Re}(U) + \operatorname{Re}(\Sigma) - j\operatorname{Im}(U) + j\operatorname{Im}(\Sigma) = 0$$

Separando parte real e imaginaria

Parte Real

$$\operatorname{Re}(U)^2 + \operatorname{Im}(U)^2 + \operatorname{Re}(U) + \operatorname{Re}(\Sigma) = 0$$

Parte Imaginaria

$$-j\operatorname{Im}(U) + j\operatorname{Im}(\Sigma) = 0$$

Con la parte imaginaria se obtiene

$$j\operatorname{Im}(\Sigma) = j\operatorname{Im}(U)$$

Sustituyendo y desarrollando la parte real se tiene

$$\operatorname{Re}(U)^2 + \operatorname{Im}(\Sigma)^2 + \operatorname{Re}(U) + \operatorname{Re}(\Sigma) = 0$$

$$\operatorname{Re}(U)^2 + \operatorname{Re}(U) + \operatorname{Re}(\Sigma) + \operatorname{Im}(\Sigma)^2 = 0$$

Siendo esta una ecuación cuadrática se utiliza la fórmula de solución de ecuaciones cuadráticas

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sustituyendo

$$\operatorname{Re}(U) = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(\operatorname{Re}(\Sigma) + \operatorname{Im}(\Sigma)^2)}}{2(1)}$$

Conociendo que la forma rectangular de U es

$$U = \operatorname{Re}(U) + j\operatorname{Im}(U)$$

Se sustituye la parte Real e Imaginaria y se tiene

$$U = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(\operatorname{Re}(\Sigma) + \operatorname{Im}(\Sigma)^2)}}{2} + j\operatorname{Im}(\Sigma)$$

Para obtener la tensión  $V^{[l+1]}$  se ocupa la ecuación de cambio de variable y la raíz negativa de la parte real de  $U$ .

$$U = V^{[l+1]} \oslash A$$

$$V^{[l+1]} = U \odot A$$

## Análisis Comparativo de Algoritmos de Flujo de Carga

Hugo Edgardo Hernández Fuentes

**Resumen**—En este trabajo se desarrolla la comparativa de algoritmos de resolución de flujo de carga, para lo cual se utilizara el algoritmo de Newton-Raphson, que ha sido muy estudiado a lo largo de los años comparándolo con un algoritmo más reciente llamado Búsqueda Alternativa de Direcciones (ASD), para lo cual se describe como es el procedimiento de resolución de dicho algoritmo y los parámetros a considerar. Además se realizará una serie de pruebas en distintos tipos de redes tanto en sistemas de transporte como en sistemas de distribución con la finalidad de detectar en que sistemas es más ventajoso ocupar dicho algoritmo y si es que mejora la velocidad de resolución de Newton-Raphson llegando con una precisión alta a la misma respuesta, esperando satisfacer como mínimo que el algoritmo ASD es más eficiente en redes con pocos nodos de control de tensión. Por otro lado, se explorará la ventaja que tiene la selección de un parámetro sobre otro dentro del algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones.

### I. INTRODUCCIÓN

Desde sus inicios los sistemas eléctricos de potencia han necesitado los estudios de los flujos de carga para determinar la correcta operación del sistema existente y para la planificación y diseño de futuras expansiones de los sistemas actuales, dichos estudios se realizan con la finalidad de obtener las magnitudes de las tensiones y el ángulo de fase en cada nodo del sistema y las potencias transmitidas por las líneas de transmisión. Para lo cual se realizan métodos iterativos siendo los más estudiados el de Gauss-Seidel y el de Newton-Raphson [1], siendo este último del cual se obtienen los métodos de desacoplado rápido y flujo de cargas en continua que son simplificaciones de Newton-Raphson que aprovechan las características de las redes de transporte.

Por otro lado las redes de distribución que están construidas de forma mallada pero operan de forma radial utilizan los métodos de Newton-Raphson, siendo los más utilizados los métodos basados en barrido de árbol que aprovechan la radialidad de dichas redes para poder ejecutarse y siendo estos métodos una adaptación del método basado en la matriz de impedancias [2]. Siendo de vital importancia la mejora continua de estos algoritmos iterativos como la aparición de nuevos, que permitan una mejor operación y planificación de los sistemas eléctricos de potencia, proporcionando de manera eficaz, eficiente y en menor tiempo los resultados.

### II. MÉTODO DE BÚSQUEDA ALTERNATIVA DE DIRECCIONES

El algoritmo propuesto para realizar flujos de carga es el de Búsqueda Alternativa de Direcciones [3], el cual parte de las ecuaciones de corriente de Kirchoff para cualquier nodo y del balance de potencias como se muestra a continuación.

$$\mathbf{Y}_r \mathbf{V} = \mathbf{I} + \mathbf{I}_0 \quad (1)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{V} \odot \mathbf{I}^* \quad (2)$$

En donde  $\mathbf{I}_0$  es un vector de las contribuciones del nodo Slack hacia los nodos con los que se encuentra conectado, ya que en el presente método de solución se transforma en fuentes de intensidad el nodo Slack hacia sus nodos adyacentes [4], mientras  $\mathbf{Y}_r$  es la matriz  $\mathbf{Y}_{bus}$  reducida la cual no cuenta con el Slack. Al combinar las ecuaciones (1) y (2) se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\mathbf{Y}_r \mathbf{V} = (\mathbf{S} \oslash \mathbf{V})^* + \mathbf{I}_0 \quad (3)$$

$$\mathbf{S}^* = \mathbf{V}^* \odot (\mathbf{Y}_r \mathbf{V} - \mathbf{I}_0) \quad (4)$$

Siendo la ecuación (3) la forma en la que las corrientes son inyectadas en los nodos, mientras que la ecuación (4) se consigue al multiplicar ambos lados de (3) por la tensión  $\mathbf{V}$ , siendo esta la ecuación de potencias en un nodo.

El método propone que al obtener la ecuación (3) se está combinando en ella el problema global lineal (1) con las restricciones locales no lineales (2), siendo esta combinación una formulación primitiva, por lo que en vez de usar dicha formulación se prefiere ocupar un sistema aumentado [5] con las ecuaciones (1) y (2). Al partir del sistema aumentado se concibe que una iteración no lineal la cual está compuesta por dos pasos como resultado de emparejar las ecuaciones (1) y (2) por medio de relaciones lineales adicionales entre las tensiones y corrientes cuyo nombre se conoce como la dirección de búsqueda ( $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\boldsymbol{\beta}$ ). Por tanto el primer paso de la iteración "l" es el que consta del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} \mathbf{I}^{[l+1/2]} - \mathbf{I}^{[l]} = \boldsymbol{\alpha} (\mathbf{V}^{[l+1/2]} - \mathbf{V}^{[l]}) \\ \mathbf{Y}_r \mathbf{V}^{[l+1/2]} = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}^{[l+1/2]} \end{cases} \quad (5)$$

De manera similar el segundo paso está dado por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} I^{[l+1]} - I^{[l+1/2]} = \beta (V^{[l+1]} - V^{[l+1/2]}) \\ V^{[l+1]*} \odot I^{[l+1]} = S^* \end{cases} \quad (6)$$

En el primer paso al trabajar el sistema de ecuaciones que lo forman se obtiene la ecuación (7), la cual tendrá el nombre de paso “Paso Global”.

$$(\mathbf{Y}_r - \alpha)V^{[l+1/2]} = (S \emptyset V^{[l]})^* - \alpha V^{[l]} + I_0 \quad (7)$$

Mientras que el paso número dos se llamara “Paso Local” que queda definido en la ecuación (8) al desarrollar y combinar las ecuaciones que lo componen junto con las ecuaciones del primer paso sin desarrollar.

$$\beta V^{[l+1]} + [(\mathbf{Y}_r - \beta)V^{[l+1/2]} - I_0] - (S \emptyset V^{[l+1]})^* = 0 \quad (8)$$

#### A. Selección de las matrices $\alpha$ y $\beta$

La búsqueda de dirección para el Paso Global  $\alpha$  es de la siguiente forma:

$$\alpha = \text{diag}(S^* \emptyset |V_b|^2) \quad (9)$$

Siendo  $V_b$  la tensión base, que al trabajar en p.u. nos queda como  $V_b=1$ .

Lo que nos permite en el Paso Global modificar la matriz de admitancias incluyendo la parte lineal de las cargas  $(\mathbf{Y}_r - \alpha)$ . Mientras que la mayoría de los métodos seleccionan  $\beta \rightarrow \infty$  lo que implica que la tensión del Paso Local se hereda del Paso Global, mientras que la intensidad se calcula con la ecuación (2) y  $V^{[l+1/2]}$  comprueba la ecuación (1), la selección de  $\beta$  podría ser  $\beta = \mathbf{Y}_r - \alpha$ , pero al optar por ésta se estaría perdiendo el desacople entre las ecuaciones no lineales, lo cual implicaría que se perdería cualquier posible ventaja de este método respecto a otros. Por tanto una mejor opción sería la siguiente:

$$\beta = \text{diag}(\mathbf{Y}_r - \alpha) \quad (10)$$

Esto permite que  $\beta$  tenga una mejor aproximación espectral de  $\mathbf{Y}_r$ . También una buena selección puede ser

$$\beta = \text{diag}((\mathbf{Y}_r - \alpha)^{-1})^{-1} \quad (11)$$

Para evitar un problema de convergencia debido a que la matriz resultante de  $(\mathbf{Y}_r - \alpha)$  sea singular se puede seleccionar  $\alpha = -\beta^{-1}$ , esta selección no implica ninguna ventaja a la hora de realizar los cálculos.

#### B. Tratamiento de los nodos PV.

A diferencia de otros métodos de resolución de flujos de carga que el tratamiento de los nodos PV lo hacen al finalizar cada iteración éste se realiza al finalizar el paso global de la siguiente manera.

Con el vector de tensiones del paso global  $|V^{[l+1/2]}| \neq E_{pv}$ , siendo  $E_{pv}$  la magnitud tensión esperada en el nodo PV.

Teniendo la ley de Ohm en forma matricial para las variaciones de intensidades en los nodos:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_s \\ \Delta I_g \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{ss} & \mathbf{Y}_{sg} & \mathbf{Y}_{sc} \\ \mathbf{Y}_{gs} & \mathbf{Y}_{gg} & \mathbf{Y}_{gc} \\ \mathbf{Y}_{cs} & \mathbf{Y}_{cg} & \mathbf{Y}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_s \\ \Delta V_g \\ \Delta V_c \end{bmatrix}$$

Siendo  $\Delta V_s = 0$  correspondiente al nodo Slack y en un principio se aproxima  $\Delta I_c = 0$  de los nodos de carga, esto nos permite calcular  $\Delta V_c$  que corresponde a las cargas y  $\Delta I_g$  de los nodos de tensión controlada PV que se genera debido a la corrección de la tensión en los nodos PV, generando las siguientes ecuaciones

$$\Delta V_g = V_{esp} - V_g \quad (12)$$

$$\Delta V_c = -\mathbf{Y}_{cc}^{-1} \mathbf{Y}_{cg} \Delta V_g \quad (13)$$

$$\Delta I_g = [\mathbf{Y}_{gg} - \mathbf{Y}_{gc} \mathbf{Y}_{cc}^{-1} \mathbf{Y}_{cg}] \Delta V_g \quad (14)$$

Siendo simplemente aplicar una reducción de Kron [1] a la  $\mathbf{Y}_r$  para calcular  $\Delta I_g$  en la ecuación (14) una vez se tiene la corrección de las tensiones de los nodos PV que es  $\Delta V_g$ , quedando como resultado

$$\Delta I_g = \mathbf{Y}_{Kron} \Delta V_g \quad (15)$$

Para calcular  $\Delta V_g$  primero se obtiene  $V_{esp}$  que es el dato de la tensión ya conocido en el nodo PV, manteniendo la fase calculada  $\theta_{cal}$  en el Paso Global, una vez calculadas las ecuaciones (12-14) se obtienen  $I_g$ ,  $V_c$  y  $V_g$  siendo estos últimos las tensiones que componen el vector  $V^{[l+1/2]}$  del Paso Global actualizado. Una vez se tienen  $I_g$  y  $V_g$  se calcula la potencia reactiva de dichos nodos  $Q_g$  según la ecuación (16).

$$Q_g = \text{Im}(V_g \odot I_g^*) \quad (16)$$

#### C. Procedimiento general del algoritmo.

El procedimiento general es el detallado a continuación véase también la figura 1.

1. Formar la matriz de admitancias  $\mathbf{Y}_r$ , además de los vectores  $S$  e  $I_0$  del sistema
2. Seleccionar las matrices de la búsqueda de direcciones  $\alpha$  y  $\beta$
3. Evaluar de punto de partida para las tensiones  $V^0$
4. Iniciar el proceso iterativo entre el Paso Global y el Paso Local.
5. En cada iteración evaluar  $|V^{[l+1/2]} - V^{[l+1]}|$  hasta que sea menor que una tolerancia  $\epsilon$  seleccionada arbitrariamente.

#### D. Ventajas del algoritmo.

- El Paso Global es lineal, mientras que el Paso Local es no lineal lo que genera dos soluciones, de la cual se debe seleccionar la que proporcione la mayor tensión al momento de resolver el Paso Local.
- Las direcciones de búsqueda  $\alpha$  y  $\beta$  sólo es necesaria calcularlas una vez al igual que la inversión de matrices, en el proceso de inicialización.
- Las soluciones del Paso Global como el Paso Local cumplen las ecuaciones de (1) y (2), por lo que  $(V, I)^{[l+1/2]} \equiv (V, I)^{[l+1]}$  lo que implica que cumplen la ecuación (3), que permite utilizar como indicador de convergencia  $|V^{[l+1/2]} - V^{[l+1]}|$ .

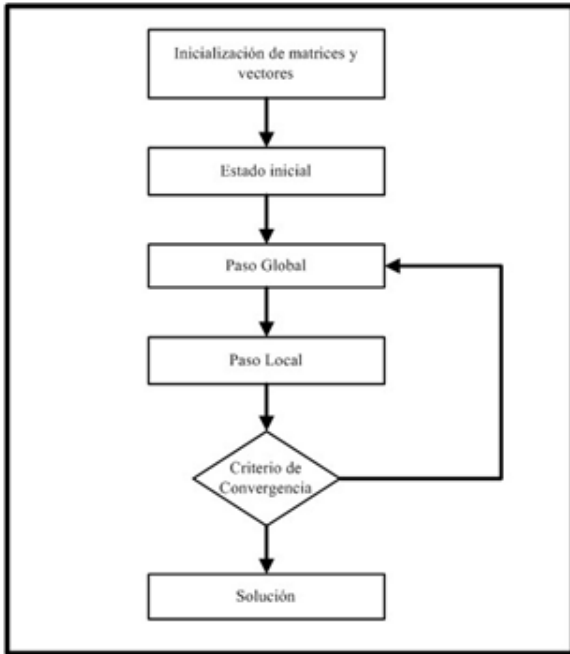


Figura 1 Algoritmo Búsqueda Alternada de Direcciones

### III. COMPARACIÓN DE ALGORITMOS

En el presente trabajo la comparativa entre el algoritmo de Búsqueda Alternada de Direcciones y el algoritmo Newton-Raphson, está enfocado en revisar la velocidad de ejecución y robustez en distintos tipos de redes y en el caso de que  $\beta \rightarrow \infty$  y  $\beta$  se ha seleccionado conforme a la ecuación (11), para lo cual se han ocupado las redes IEEE 14 [6][7], IEEE 30 [8][9], IEEE 57 [10][11] y CIGRE Medium Voltage Distribution Network 15 bus [12][13], siendo la red propuesta por CIGRE la utilizada en el presente trabajo para medir el rendimiento de algoritmos en redes de distribución que están compuestas principalmente por nodos PQ. Además las pruebas se han realizado en Matlab con un portátil que posee un procesador Intel Core i5 480M 2.67Hz, 6Gb RAM y Windows 10 Home.

#### A. Selección de $\beta \rightarrow \infty$

##### • Red de Transporte

Para una primera comparativa se utilizará la red IEEE 14 bus test case [6], que representa una aproximación simple del sistema eléctrico estadounidense en febrero de 1962 [7]. Compuesto por 14 nodos, 5 generadores y 11 cargas como se muestra en la figura 2.

El rendimiento de los algoritmos se obtiene al medir el tiempo de ejecución del algoritmo dividiéndolo entre la cantidad de iteraciones realizadas hasta su convergencia, el tiempo presentado aquí es un promedio de la ejecución del algoritmo realizando N pruebas, en el presente trabajo se han realizado 1000 pruebas en cada red utilizada, los resultados en ambos algoritmos se representa en la figura 3 para la red IEEE 14 bus test case.

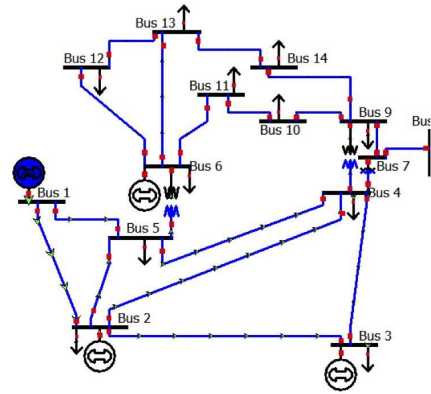


Figura 2 IEEE 14 bus test case [6]

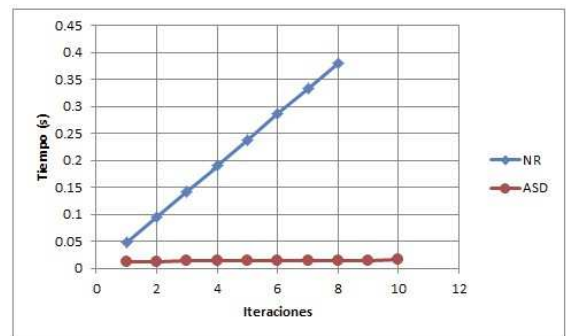


Figura 3 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 14.

##### • Red de Distribución

El primer ejemplo es la red de media tensión propuesta por la CIGRE [12], la cual es una representación simple de una red rural de distribución de media tensión en Alemania, que contiene 15 nodos, 2 alimentadores y 14 cargas.

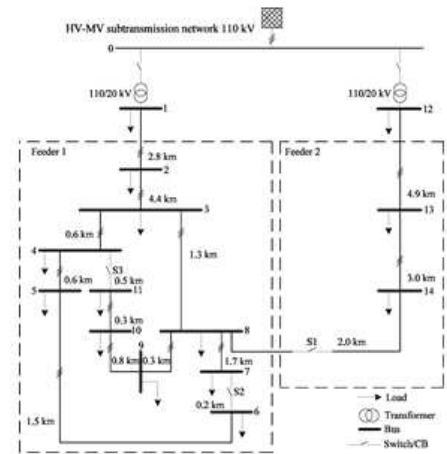


Figura 4 Red CIGRE de distribución en media tensión [13]

Siendo el resultado de las pruebas en la red CIGRE con una demanda mínima el presentado en la figura 5. Para la misma red mostrada en la figura 4, pero en punta de demanda, se presenta el resultado de las pruebas comparativas en la figura 6.

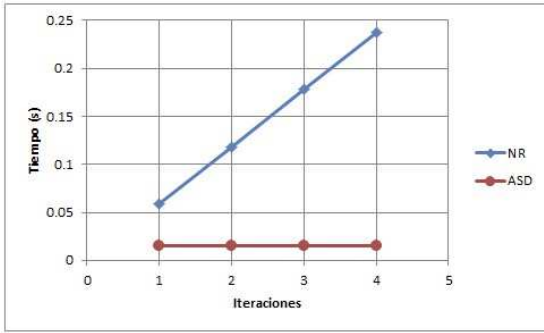


Figura 5 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE mínima demanda

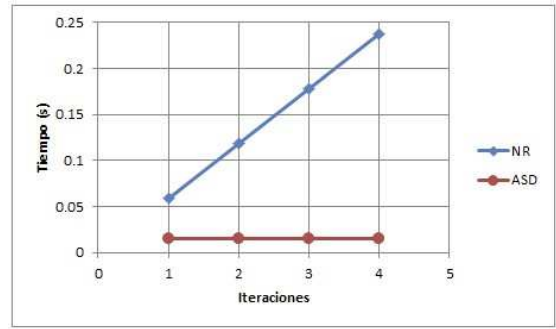


Figura 8 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE mínima demanda con  $\beta \neq \infty$

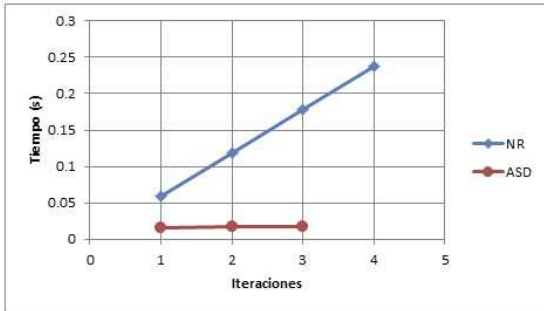


Figura 6 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE máxima demanda

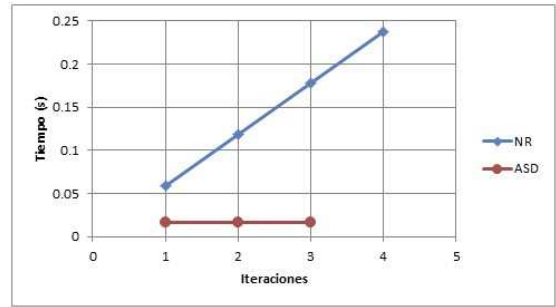


Figura 9 Gráfica comparativa de algoritmos Red CIGRE máxima demanda con  $\beta \neq \infty$

**B. Selección de  $\beta \neq \infty$**

El resultado de las pruebas con  $\beta$  igual que la ecuación (11) se presentan a continuación para verificar si mejora el rendimiento para lo cual se utilizaron las mismas redes que con  $\beta \rightarrow \infty$ .

- Red de Transporte

Para la red de transporte IEEE 14 bus test case, se presenta el resultado en la figura 7, la cual presenta una mejoría en la cantidad de iteraciones realizadas.

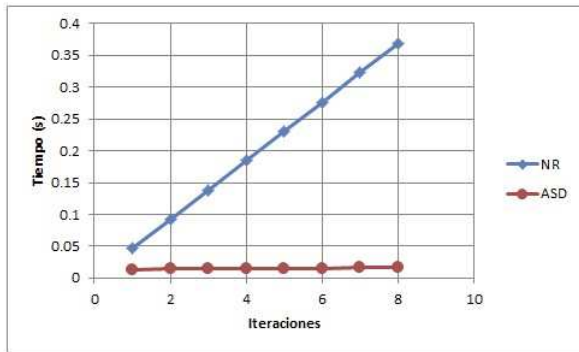


Figura 7 Gráfica comparativa de algoritmos Red IEEE 14 bus con  $\beta \neq \infty$

- Red de Distribución

Los resultados de obtenidos para la red CIGRE se muestran en la figura 8 y 9 tanto para demanda mínima como máxima respectivamente.

**C. Resumen de pruebas**

En las siguientes tablas se presenta un resumen de los resultados obtenidos en las otras redes de prueba tanto para  $\beta \rightarrow \infty$  como para  $\beta \neq \infty$ .

TABLA I  
RESUMEN PRUEBAS  $\beta \rightarrow \infty$

Red	IEEE 14		IEEE 30	
	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	8	10	6	17
Tiempo en cada Iteración (s)	0.047666	0.000290 (0.013084)	0.248878	0.000708 (0.032652)
Tiempo Total (s)	0.381325	0.015694	1.493271	0.043980

En las tablas I-III se puede observar el comportamiento del algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones con respecto a Newton-Raphson, en el cual se refleja la misma tendencia que se observó en las figuras 3, 5 y 6, donde tanto en los sistemas de transporte como de distribución el algoritmo ASD es mucho más veloz llegando a la misma respuesta siendo el máximo error encontrado con respecto a la respuesta proporcionada por Newton-Raphson en la red IEEE 57 el cual es de 6.0493E-07.

TABLA II  
RESUMEN PRUEBAS  $\beta \rightarrow \infty$

Red	IEEE 57		CIGRE MT mín.	
	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	17	12	4	4
Tiempo en cada Iteración (s)	0.996962	0.000480 (0.083608)	0.059270	0.000184 (0.015158)
Tiempo Total (s)	16.948350	0.088889	0.237080	0.015710



TABLA III  
RESUMEN PRUEBAS  $\beta \rightarrow \infty$

Red	CIGRE MT máx.		IEEE 30 PQ	
	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	4	3	7	10
Tiempo en cada Iteración (s)	0.059580	0.000275 (0.016575)	0.282748	0.000168 (0.032706)
Tiempo Total (s)	0.238319	0.017125	1.979236	0.034218

Además en algunos estados de las redes o del tipo de red ejecutada el algoritmo ASD puede incluso realizar menores iteraciones como se puede ver en la figura 6 del a red CIGRE y en la tabla II correspondiente a la red IEEE 57.

Por otro lado las tablas IV-VI se observa el comportamiento del algoritmo ASD al seleccionar  $\beta$  como la ecuación (11), lo que permite ver una mejora en la cantidad de iteraciones como también se evidencia en la figura 7 mientras que en las figuras 8 y 9 no hay un cambio relevante, pero al verificar el comportamiento en las tablas resumen se puede concluir que en la mayoría de redes la selección de  $\beta \neq \infty$  mejora la convergencia del algoritmo.

TABLA IV  
RESUMEN PRUEBAS  $\beta \neq \infty$

Red	IEEE 14		IEEE 30	
	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	8	8	6	16
Tiempo en cada Iteración (s)	0.046085	0.000355 (0.013781)	0.242617	0.000761 (0.03263)
Tiempo Total (s)	0.368682	0.016266	1.455705	0.044045

TABLA V  
RESUMEN PRUEBAS  $\beta \neq \infty$

Red	IEEE 57		CIGRE MT mín.	
	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	17	11	4	4
Tiempo en cada Iteración (s)	0.996962	0.000551 (0.084460)	0.059215	0.000258 (0.015950)
Tiempo Total (s)	16.948350	0.089970	0.236862	0.016724

TABLA VI  
RESUMEN PRUEBAS  $\beta \neq \infty$

Red	CIGRE MT máx.		IEEE 30 PQ	
	NR	ASD	NR	ASD
Iteraciones	4	3	7	7
Tiempo en cada Iteración (s)	0.059460	0.000278 (0.016498)	0.282748	0.000239 (0.032879)
Tiempo Total (s)	0.237838	0.017054	1.979236	0.034313

#### IV. CONCLUSIONES

- 1) El algoritmo de Búsqueda Alternativa de Direcciones por sus siglas en inglés (ASD) tiene una velocidad de ejecución muy superior a Newton-Raphson (NR) lo cual queda demostrado en las figuras de comparativa de algoritmos y en las tablas 1-6 en forma de resumen, llegando al estado del flujo de carga prácticamente idéntico a la solución obtenida en Newton-Raphson.
- 2) El tamaño de la red, la cantidad de nodos PV que contiene, la demanda de carga en la red y la selección de  $\beta$  son parámetros que afecta no solamente de forma directa la precisión de la solución encontrada, sino la velocidad de ejecución siendo la selección de  $\beta$  una forma de mejorar la cantidad de iteraciones, mientras que los demás parámetros al ser incrementados influyen directamente en aumentar las iteraciones y a ralentizar la obtención de la solución.
- 3) La cantidad de iteraciones realizadas por ASD es superior en la mayoría de los casos pero a pesar de esta desventaja su ejecución es mucho más rápida por la sencillez de sus operaciones, ya que sólo deben calcularse una vez las matrices a ser usadas en conjunto con sus inversiones en contraste con NR.
- 4) Por los resultados obtenidos se recomienda utilizar el método de Búsqueda Alternativa de Direcciones en redes de distribución, ya que es donde se evidencia una mayor robustez para obtener una solución fiable y un ahorro en la velocidad de ejecución.
- 5) La selección de  $\beta$  como ha sido seleccionada en el presente documento, puede ser utilizada eficientemente en redes que contengan tanto nodos PV como PQ, ya que esta selección reduce la cantidad de iteraciones realizadas y nos lleva a una respuesta de flujo de carga fiable y no varía significativamente en los tiempos de ejecución del algoritmo, como se pudo constatar en las pruebas realizadas en las redes de transporte aquí comprendidas, sin embargo cabe destacar que la selección de  $\beta$  dependerá del tipo de red usada.

#### REFERENCIAS

- [1]. Grainger, John J., and Stevenson, William D. Análisis de sistemas de potencia . México [etc: McGraw-Hill, 1996. Print.
- [2]. Gómez Expósito, A., & Abur, A. (2002). Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica . Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España.
- [3]. Borzacchiello, D. et al. "Unified Formulation of a Family of Iterative Solvers for Power Systems Analysis." Electric Power Systems Research 140.C (2016): 201–208. Web.
- [4]. Bazrafshan, Mohammadhafez, and Gatsis, Nikolaos. "Comprehensive Modeling of Three-Phase Distribution Systems via the Bus Admittance Matrix." IEEE Transactions on Power Systems 33.2 (2018): 2015–2029. Web
- [5]. Exposito, A., & Ramos, E. (2002). Augmented rectangular load flow model. IEEE Transactions on Power Systems, 17(2), 271–276. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2002.1007892>
- [6]. Information Trust Institute, "Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG)," [En línea]. Available: <https://icseg.iti.illinois.edu/ieee-14-bus-system/>
- [7]. University of Washington, "University of Washington, Electrical Engineering," [En línea]. Available:

- 
- [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm).
- [8]. Information Trust Institute, “Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG),” [En línea]. Available: <https://icseg.itl.illinois.edu/ieee-30-bus-system/>
- [9]. University of Washington, “University of Washington, Electrical Engineering,” [En línea]. Available: [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf30/pg\\_tca30bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf30/pg_tca30bus.htm).
- [10]. Information Trust Institute, “Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG),” [En línea]. Available: <https://icseg.itl.illinois.edu/ieee-57-bus-system/>.
- [11]. University of Washington, “University of Washington, Electrical Engineering,” [En línea]. Available: [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf57/pg\\_tca57bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf57/pg_tca57bus.htm)
- [12]. Rudion, K et al. “Design of Benchmark of Medium Voltage Distribution Network for Investigation of DG Integration.” 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting. IEEE, 2006. 6 pp. Web
- [13]. <https://pandapower.readthedocs.io/en/v1.2.2/networks/cigre.html>

# REFERENCIAS

---

- [1] Grainger, John J., and Stevenson, William D. Análisis de sistemas de potencia . México [etc: McGraw-Hill, 1996. Print.
- [2] Gómez Expósito, A., & Abur, A. (2002). Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica . Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España.
- [3] Borzacchiello, D. et al. “Unified Formulation of a Family of Iterative Solvers for Power Systems Analysis.” Electric Power Systems Research 140.C (2016): 201–208. Web.
- [4] Bazrafshan, Mohammadhafez, and Gatsis, Nikolaos. “Comprehensive Modeling of Three-Phase Distribution Systems via the Bus Admittance Matrix.” IEEE Transactions on Power Systems 33.2 (2018): 2015–2029. Web.
- [5] Exposito, A., & Ramos, E. (2002). Augmented rectangular load flow model. IEEE Transactions on Power Systems, 17(2), 271–276. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2002.1007892>
- [6] Information Trust Institute, “Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG), ” [En línea]. Available: <https://icseg.itl.illinois.edu/ieee-14-bus-system/>.
- [7] University of Washington, “University of Washington, Electrical Engineering,” [En línea]. Available: [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm).
- [8] Information Trust Institute, “Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG), ” [En línea]. Available: <https://icseg.itl.illinois.edu/ieee-30-bus-system/>.
- [9] University of Washington, “University of Washington, Electrical Engineering,” [En línea]. Available: [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf30/pg\\_tca30bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf30/pg_tca30bus.htm).
- [10] Information Trust Institute, “Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG), ” [En línea]. Available: <https://icseg.itl.illinois.edu/ieee-57-bus-system/>.
- [11] University of Washington, “University of Washington, Electrical Engineering,” [En línea]. Available: [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf57/pg\\_tca57bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf57/pg_tca57bus.htm).
- [12] Rudion, K et al. “Design of Benchmark of Medium Voltage Distribution Network for Investigation of DG Integration.” 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting. IEEE, 2006. 6 pp. Web.
- [13] <https://pandapower.readthedocs.io/en/v1.2.2/networks/cigre.html>



# GLOSARIO

---

IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers

CIGRE: Consejo Internacional de Grandes Redes Eléctricas