

Trabajo Fin de Máster
Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Simulación numérica de ensayos de impacto para aplicaciones en ingeniería civil

Autor: Carlos Moreno Martínez

Tutores: Javier Fernando Jiménez López

Andrés Sáez Pérez

**Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de
Estructuras**

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster
Ingeniería Civil

Simulación numérica de ensayos de impacto para aplicaciones en ingeniería civil

Autor:

Carlos Moreno Martínez

Tutores:

Javier Fernando Jiménez López

Andrés Sáez Pérez

Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Proyecto Fin de Máster: Simulación numérica de ensayos de impacto para aplicaciones en ingeniería civil

Autor: Carlos Moreno Martínez

Tutores: Javier Fernando Jiménez López
Andrés Sáez Pérez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El secretario del Tribunal

Agradecimientos

Esta vez, al contrario que en mi TFG, sí voy a agradecer de manera abierta. Gracias a todas las personas que me han estado acompañando en este camino académico, tanto dentro como fuera del “Infierno Rojo”.

En primer lugar, a mi profesor, Javier, por haberme dedicado su escaso tiempo y por su paciencia conmigo. También a Andrés por las “broncas” sobre la manera de enfocar el proyecto, las cuales sé que fueron con cariño, pero en mi opinión han sido necesarias para dotar de mayor rigurosidad a este documento.

A mis padres, por haber estado ahí en todo momento y también a mi familia.

A mi otra familia, Elena, Jero, Juampe, a mi hermano de verdad, a Gabri, Karina, Miki y Domingo, por haber hecho del trabajo un lugar al que puedo llamar hogar, lleno de risas, alegría y lágrimas (de risa). Por los pasos españoles, por Asspaper y las patadas furtivas a la silla (**** silla).

A mis compañeros Juanma, Fran, Germán y Alejandra. Sin ellos, hubiese sido imposible superar de esta manera el Máster y también haber podido crecer como persona a través de todas las adversidades y circunstancias de la vida, tanto en las malas, como en las buenas, os lo debo todo. También a Juanma B, Carlos G., Álvaro y Germán (de nuevo), por haber estado en el mejor viaje de mi vida, por esas cascadas de ron y por los cafés que os preparaba para la resaca, y por el mote de Hulk.

A mi profesor de Ingegiber, Ronald, por haberme flexibilizado las entregas, comprendiendo la escasez de mi tiempo y por ser el profesor de mi otro TFM.

Penúltimo, pero la verdad, importantísimo. A estas maravillosas personas que el baile ha traído a mi vida, Borja, Sandra, Esther, Esther moñito, Jess, Lola, Fonsi, Cuki, Edu, Ale, Laura Cantinera, Pilaruqui, Mery y Silvia, cómo no. Gracias por cómo, sin saberlo, me sacasteis del momento de más desamparo que he sentido nunca.

El agradecimiento más especial, no va para otra persona que para mí. He sacrificado mi salud mental, mi sueño y mi vida para poder hacerlo todo. Sin la fuerza de voluntad que he tenido, llevar este Máster, junto al Máster de Elementos Finitos de la UNED, y trabajando a la vez en EnMedio Studio, hubiese sido imposible. Ha sido una locura de organización y esfuerzo, dejo por escrito aquella vez que tuve que comer sopa con cuchara mientras iba en la bici de camino a la universidad porque no me daba tiempo llegar desde el trabajo.

Así que, a mi yo del pasado, muchísimas gracias, es con esto con lo que culmina tu esfuerzo, y a mi yo del futuro, siento si mi ambición ha dejado demasiadas secuelas, pero espero que esté mereciendo la pena vivir la vida que intento construir.

Carlos Moreno Martínez

Sevilla, 2019

Agradecimientos	XI
Índice	XIV
Índice de Figuras	XVII
0 Preludio	- 1 -
0.1 <i>Introducción</i>	- 1 -
0.2 <i>Abstract</i>	- 1 -
0.3 <i>Plan estratégico de resolución del problema</i>	- 2 -
1 Introducción a los Ensayos de Impacto	- 5 -
1.1 <i>Definición de impacto</i>	- 5 -
1.2 <i>Ejemplos de cargas de impacto</i>	- 5 -
1.2.1 Impactos accidentales sobre estructuras carreteras, ferroviarias o portuarias	- 5 -
1.2.2 Impactos accidentales sobre edificios o instalaciones	- 5 -
1.2.3 Explosiones	- 5 -
1.3 <i>Cargas de impacto en la normativa española</i>	- 6 -
1.3.1 EHE-08	- 6 -
1.3.2 EAE	- 6 -
1.3.3 CTE DB SE AE	- 7 -
1.3.4 IAP-11 e IAPF-11	- 8 -
1.3.5 IS-27	- 10 -
1.3.6 Corolario acerca de la normativa existente	- 11 -
1.4 <i>Ensayos de impacto. Origen e Historia</i>	- 11 -
2 Espectro de Respuesta o SRS	- 15 -
2.1 <i>Definición</i>	- 15 -
2.2 <i>Tipos de SRS</i>	- 15 -
3 Modelización de ecuaciones de impacto	- 17 -
3.1 <i>Introducción</i>	- 17 -
3.2 <i>Consideraciones</i>	- 17 -
3.3 <i>Ecuaciones generales de un sistema amortiguado de 1 gdl</i>	- 17 -
3.4 <i>Impacto de un proyectil sobre un sistema amortiguado de 1 gdl</i>	- 19 -
3.4.1 Impacto inelástico	- 19 -
3.4.2 Impacto elástico	- 21 -
3.4.3 Ejemplos de impacto de un proyectil sobre un sistema amortiguado de 1 gdl	- 21 -
3.5 <i>El ensayo de impacto MIL-S-901E Lightweight</i>	- 26 -
3.5.1 Modelización de las ecuaciones de la máquina LWSM	- 26 -
3.5.2 Datos de la máquina LWSM	- 28 -
3.5.3 Ajuste del impacto en la máquina LWSM virtual	- 28 -
3.5.4 Resultados de la LWSM virtual vs Resultados de la LWSM real	- 32 -
3.5.1 Resultados de la LWSM virtual ajustada	- 33 -
4 Ensayos de Impacto con Shakers	- 35 -

4.1	<i>Introducción</i>	- 35 -
4.2	<i>Ecuaciones del Shaker</i>	- 37 -
4.3	<i>Modelización del impacto de la LWSM con Shakers</i>	- 38 -
4.3.1	Ejemplo de SRS empleando un Shaker	- 38 -
4.3.2	Optimización del Espectro de respuesta del Shaker	- 40 -
4.3.3	Empleo de múltiples Shakers para distintos rangos de frecuencia	- 42 -
5	Conclusiones	- 47 -
6	Trabajos Futuros	- 49 -
7	Referencias	- 51 -
8	Anexo I	- 53 -
8.1	<i>Códigos de MatLab</i>	- 53 -
8.1.1	Colisión Inelástica	- 53 -
8.1.2	Colisión Elástica	55
8.1.3	Minimización El-Inel	56
8.1.4	Funciones auxiliares	56
8.1.5	LWSM	57
8.1.6	Shaker	58
8.1.7	Minimización de diferencias LWSM-Shaker	59
8.1.8	Funciones auxiliares LWSM-Shaker	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Esquema de máquina para ensayos de impacto ligero LWSM	- 12 -
Figura 1-2 Esquema de máquina para ensayos de impacto medio	- 12 -
Figura 1-3 Ensayo de impacto pesado. Cortesía de NTS	- 13 -
Figura 2-1 Esquema de obtención de un SRS	- 15 -
Figura 2-2 Identificación de aceleraciones de una respuesta dinámica	- 16 -
Figura 3-1 Sistema de estudio (Fuente: Simulink: Simulación sistema Masa-Resorte-Amortiguador)	- 18 -
Figura 3-2. Esquema de la simulación de impacto	- 20 -
Figura 3-3. Desplazamiento (m) y velocidad (m/s) en el dominio del tiempo (s) para $f=1\text{Hz}$ y $\zeta=0.01$	- 22 -
Figura 3-4. Desplazamiento (m) vs velocidad (m/s) para $f=1\text{Hz}$ y $\zeta=0.01$	- 22 -
Figura 3-5. Respuesta de aceleraciones (m/s^2) en el dominio del tiempo (s) para $f=1\text{Hz}$ y $\zeta=0.01$	- 22 -
Figura 3-6. Espectro de respuesta en desplazamientos (m), velocidad (m/s) y aceleración (m/s^2) en choque inelástico	- 23 -
Figura 3-7. Espectro de respuesta en desplazamientos (m), velocidad (m/s) y aceleración (m/s^2) en choque elástico	- 23 -
Figura 3-8. Resultados del ajuste por mínimos cuadrados	- 24 -
Figura 3-9. Comparativa de los desplazamientos obtenidos tras el ajuste	- 24 -
Figura 3-10. Espectro de respuesta en desplazamientos (m), velocidad (m/s) y aceleración (m/s^2) en choque elástico tras el ajuste	- 25 -
Figura 3-11. Lightweight Shock Machine (LWSM)	- 26 -
Figura 3-11. Sistema Masa-Resorte-Amortiguador y péndulo (Fuente: Impact force magnitude analysis of an impact pendulum [13])	- 26 -
Figura 3-12. Tiempo de impacto de la LWSM	- 28 -
Figura 3-14. Envolvente de aceleraciones (m/s^2) para el rango de tiempos de impacto previsibles, 2, 3 y 4ms	- 29 -
Figura 3-15. SRS para el caso de caída desde 1ft	- 30 -
Figura 3-16. SRS para el caso de caída desde 3ft	- 30 -
Figura 3-17. SRS para el caso de caída desde 5ft	- 31 -
Figura 3-18. Aceleraciones (g) para ensayos en LWSM a diferentes alturas de caída	- 32 -
Figura 3-19. Valores medios de velocidad de impacto y aceleración en ensayos reales de LWSM	- 33 -
Figura 3-20. Espectro de aceleraciones	- 33 -
Figura 3-21. Espectro de velocidades	- 34 -
Figura 3-22. Espectro de desplazamientos	- 34 -
Figura 4-1. Shaker hidráulico (Fuente: Halt&Hass Consulting)	- 35 -

Figura 4-2. Esquema de funcionamiento del Shaker hidráulico (Fuente: [18])	- 35 -
Figura 4-3. Shaker electromagnético y esquema de funcionamiento (Fuentes: https://vibrationresearch.com/shakers/ - Understanding the Physics of Electrodynamical Shaker Performance)	- 36 -
Figura 4-4. Generación de pulso de medio seno en Shaker electromagnético	- 36 -
Figura 4-5. Modelos mecánicos del funcionamiento del Shaker	- 37 -
Figura 4-6. Distribución de velocidades (m/s) y desplazamientos (m) del sistema conjunto	- 39 -
Figura 4-7. Desplazamiento (m) vs Velocidad (m/s) del subsistema de estudio	- 39 -
Figura 4-8. SRS del sistema conjunto	- 40 -
Figura 4-9. Proceso de ajuste de SRS del Shaker al SRS de LWSM	- 41 -
Figura 4-10. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM para pulso único	- 41 -
Figura 4-11. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM Baja-Media Frecuencia	- 42 -
Figura 4-12. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM en Media Frecuencia	- 43 -
Figura 4-13. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM en Media-Alta Frecuencia	- 44 -
Figura 4-14. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM en Alta Frecuencia	- 45 -
Figura 4-15. SRS de LWSM y curvas de SRS de los Shakers para la masa de 750kg	- 45 -
Figura 4-16. SRS de LWSM y curvas de SRS de los Shakers para la masa de 5000kg	- 46 -

0 PRELUDIO

0.1 Introducción

En el cálculo de estructuras, nos centramos en las cargas que aparecen diariamente en el transcurso de la vida útil de nuestra estructura, las cuales simplificamos asumiéndolas como estáticas, o bien dinámicas si la estructura está sometida a cargas variables en un período corto de tiempo.

No obstante, las estructuras civiles están expuestas a otros riesgos, las cargas de impacto. A pesar de su baja probabilidad de ocurrencia, debe de ser evaluado el riesgo de aparición en las mismas y el daño que producirían, que, potencialmente, puede ser catastrófico. Es el caso de explosiones en reactores nucleares, impactos de vehículos terrestres o marinos sobre pilas de puentes, atentados terroristas en edificaciones, etc.

Para poder evaluar las cargas de impacto, existen métodos experimentales que permiten determinar la respuesta de los componentes y de las estructuras frente a estas cargas, realizados mediante unos ensayos reglados en la normativa americana MIL-S-901, con una maquinaria específica y acreditada por su gobierno.

Este trabajo tiene por objetivo adaptar los ensayos realizados en vehículos marinos y aeroespaciales frente a cargas de impacto a estructuras civiles, replicando los resultados reales obtenidos en las máquinas MIL-S-901 empleando Shakers o excitadores dinámicos, los cuales son máquinas mucho más asequibles económicamente, transportables y fáciles de obtener.

0.2 Abstract

In our daily basis in structures calculations, static loads are assumed, due to its occurrence factor in the lifetime of the structure, and less often dynamic loads if it is strictly necessary for the seismic activity of the zone or even the load of a high-speed train.

However, the civil structures are exposed to another type of loads. This is the case of impact loads, which, depending on the vulnerability and risk associated to their rarely occurrence, may be catastrophic. Some of this impact loads shall come in the form of hydrogen explosions in a nuclear reactor, vehicle impact on the piles of a bridge, terrorist attacks in buildings, etc.

There are a few experimental tests which allow us to evaluate the response of the components or the main structure with a shock impact. Those tests are mainly performed in the United States, where there is a normative behind them, the MIL-S-901.

This document intends to simulate numerically the shock impact in the structures and the tests subject of interest. Moreover, in order to emulate the american tests with a low-cost machine, another test with Shakers is performed and furthermore adjusted.

0.3 Plan estratégico de resolución del problema

Capítulo 1. Introducción a los ensayos de impacto

En una primera aproximación a los ensayos de impacto, se describe el fenómeno de impacto y las cargas de impacto que pueden aparecer en las estructuras civiles.

Posteriormente, analizamos la normativa española en busca de la cuantificación de las cargas de impacto. Dado que no existe mención acerca de ensayos de impacto, que permiten cuantificar las hipótesis de las cargas actuantes y también estudiar la respuesta de los sistemas que se desean ensayar, una investigación más profunda se lleva a cabo, llegando a la normativa americana sobre ensayos de impacto, la MIL-S-901.

Tras analizar la historia de los ensayos de impacto y las máquinas empleadas, nos centraremos en la que más se ajusta a los intereses de las estructuras civiles, la máquina de ensayo de impacto ligero.

Capítulo 2. Espectro de Respuesta a Impacto o SRS

Necesitamos una herramienta para poder comparar los resultados de las estructuras frente a cargas de impacto utilizando distinta maquinaria.

Basándonos en los métodos de análisis dinámicos, los espectros de respuesta de la estructura incorporan las respuestas máximas de la variable de estudio (desplazamientos, velocidades, aceleración), para distintas frecuencias, englobando los resultados de interés en un sistema sometido a impacto.

En este capítulo se describe el procedimiento de montaje del Espectro de Respuesta a Impacto para un sistema de 1 grado de libertad, así como sus diferentes tipologías.

Capítulo 3. Modelización de ecuaciones de impacto

En una primera instancia, se plantean las consideraciones previas y simplificaciones que se van a adoptar para poder abordar el problema de manera analítica y numérica.

Se desarrollan las ecuaciones de movimiento de los sistemas amortiguados de 1 grado de libertad, partiendo de las ecuaciones de energía, utilizando las ecuaciones de la dinámica analítica.

Después, se estudia el impacto de un proyectil en un sistema de 1 grado de libertad según la mecánica impulsiva, distinguiendo entre los casos de impacto elástico e inelástico y se plantea un caso práctico para la resolución y ajuste del tiempo de impacto.

Una vez familiarizados con el problema de impacto, desarrollaremos las ecuaciones que modelizarían el comportamiento de la máquina de impacto ligero, realizando un proceso de ajuste en los tiempos de impacto para que el funcionamiento de las ecuaciones de la máquina virtual devuelva resultados análogos a los obtenidos en experiencias reales con la misma. Como corolario, se mostrará el espectro de respuesta a impacto obtenido en un caso concreto tras el ajuste.

Capítulo 4. Ensayos de impacto con Shakers

Introduciendo los excitadores dinámicos y las ecuaciones de movimiento de los sistemas conjuntos, se obtendrán los SRS para un caso de un Shaker real.

Las posibles variables a modelizar de un Shaker real son la aceleración pico que éste genera y el tiempo de excitación. En vista de los resultados que se obtienen, se decide estudiar la posibilidad de

parametrizar todas las características de los Shakers, con el fin de encontrar alguna solución que ajuste el espectro de respuesta del sistema frente a impacto de la máquina de impacto ligera al que se obtiene empleando Shakers.

Observando la no correlación posible para un único Shaker, se propone estudiar en distintos rangos de frecuencia el Shaker que mejor ajuste para cada uno.

Capítulo 5. Conclusiones

Se exponen las conclusiones generales, en especial la aplicabilidad de la solución encontrada en el Capítulo 4.

Capítulo 6. Trabajos Futuros

Se proponen las posibles vías de investigación para TFM de futuros compañeros a las que da pie este trabajo fin de máster.

Capítulo 7. Referencias

En la extensa bibliografía encontrada, se puede llegar a un conocimiento más profundo acerca de la materia de los ensayos de impacto, los cuales respaldan a su vez la integridad de este documento.

Capítulo 8. Anexo I

En este anexo se ha dejado, a modo de código abierto, los scripts que se han realizado en MatLab para la realización de este trabajo.

1 INTRODUCCIÓN A LOS ENSAYOS DE IMPACTO

1.1 Definición de impacto

Del latín *impactus*, un impacto (en mecánica) se define como la aplicación repentina de una fuerza externa relativamente grande, que resulta en el cambio violento del estado de movimiento de los componentes o partículas de un cuerpo o medio.

Según P. Krehl en [1]:

“(Traducido del inglés) Cuando es utilizado en mecánica, el término impacto refiere a una única y fuerte colisión y designa el proceso de transmisión de inercia entre dos cuerpos móviles que chocan violentamente. El impacto ocurre cuando dos cuerpos se acercan con una componente de velocidad relativa en un punto inicial de contacto. Un impacto frecuentemente resulta en un cambio repentino de velocidad y en una minoración de la energía dinámica”

1.2 Ejemplos de cargas de impacto

Centrándonos en las estructuras civiles, las cargas de impacto más habituales podemos clasificarlas en impactos accidentales de vehículos sobre estructuras carreteras, ferroviarias o portuarias, impactos sobre edificios o instalaciones y explosiones. Un estudio más detallado se realiza en [2], en este documento resumiré las tres categorías principales.

1.2.1 Impactos accidentales sobre estructuras carreteras, ferroviarias o portuarias

- Impactos de automóviles sobre pilas de puentes o paramentos.
- Impactos de barcos sobre estructuras portuarias, tales como grúas o sobre pilas de puentes.
- Impactos de ferrocarriles en pilas o sobre tableros de puentes.

1.2.2 Impactos accidentales sobre edificios o instalaciones

- De origen externo: misiles creados por viento u otras instalaciones, aviones civiles y militares.
- De origen interno: Golpes de ariete, impactos por caída de elementos

1.2.3 Explosiones

- Explosiones accidentales de material inflamable
- Impactos o explosiones debidas a explosivos o proyectiles.

1.3 Cargas de impacto en la normativa española

En el ámbito español, existen varias normativas que regulan el cálculo de estructuras. Detallaremos la aparición de las cargas de impacto y su cuantificación en las mismas:

1.3.1 EHE-08

En la instrucción de hormigón estructural, no se mencionan las cargas de impacto explícitamente, pero sí podemos recogerlas dentro de las cargas accidentales, ya que, por definición, se corresponden a situaciones excepcionales dentro de la estructura. Al respecto, la EHE-08 [3] propone los coeficientes de combinación para estas situaciones en Estado Límite Último.

Tabla 12.1.a
Coeficientes parciales de seguridad para las acciones, aplicables para la evaluación de los Estados Límite Últimos

Tipo de acción	Situación persistente o transitoria		Situación accidental	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Pretensado	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,50$	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,50$	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$
Accidental	—	—	$\gamma_A = 1,00$	$\gamma_A = 1,00$

— Situaciones accidentales:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_A A_k + \gamma_{Q,1} \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{l > 1} \gamma_{Q,l} \Psi_{2,l} Q_{k,l}$$

1.3.2 EAE

En la instrucción de acero estructural [4], encontramos una definición más extensiva de las acciones accidentales, donde sí aparecen explícitamente cargas de impacto:

- Acciones accidentales (A). Son aquellas cuya probabilidad de actuación a lo largo de la vida útil de la estructura es pequeña pero tienen una magnitud importante. En este grupo se incluyen las acciones debidas a impactos, explosiones, etc. Los efectos sísmicos pueden considerarse de este tipo.

Al igual que la EHE, también propone los coeficientes de combinación y la fórmula para Estados Límite Último.

Tabla 12.1
Coeficientes parciales para las acciones, aplicables para la evaluación de los estados límite últimos

Tipo de acción	Situaciones persistentes o transitorias		Situaciones accidentales	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,50$	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,50$	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$
Accidental	—	—	$\gamma_A = 1,00$	$\gamma_A = 1,00$

En situaciones accidentales:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G^*_{k,j} + \gamma_A A_k + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

También recoge un comentario acerca de los coeficientes a tomar en función de la naturaleza de la estructura:

Para el proyecto de puentes de carretera se tendrán en cuenta los criterios establecidos por la Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carreteras (IAP).

Para el proyecto de puentes de ferrocarril se tendrán en cuenta los criterios establecidos por la Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril (IAPF).

Para el proyecto de estructuras de edificación se tendrán en cuenta los criterios establecidos en el apartado 4.2 del Documento Básico «Seguridad Estructural» del Código Técnico de la Edificación.

El efecto estructural producido por deformaciones impuestas depende, de forma directa y significativa, de las condiciones de rigidez de la estructura y de la capacidad de esta para acomodar tales deformaciones impuestas. En general, para estructuras con suficiente ductilidad, para estados avanzados de carga, como los correspondientes a los estados límite últimos, los esfuerzos podrán ser obtenidos mediante la aplicación de métodos de análisis no lineal, de acuerdo con lo expuesto en el Capítulo V de esta Instrucción.

1.3.3 CTE DB SE AE

En el código técnico [5], dentro del apartado de acciones accidentales (Capítulo 4. Acciones Accidentales), se encuentran especificadas las cargas de impacto.

Acerca de la naturaleza de las cargas de impacto:

1. Las acciones sobre un edificio causadas por un impacto dependen de la masa, de la geometría y de la velocidad del cuerpo impactante, así como de la capacidad de deformación y de amortiguamiento tanto del cuerpo como del elemento contra el que impacta.
2. Salvo que se adoptaren medidas de protección, cuya eficacia debe verificarse, con el fin de disminuir la probabilidad de ocurrencia de un impacto o de atenuar sus consecuencias en caso de producirse, los elementos resistentes afectados por un impacto deben dimensionarse teniendo en cuenta las acciones debidas al mismo, con el fin de alcanzar una seguridad estructural adecuada.
3. El impacto de un cuerpo sobre un edificio puede representarse mediante una fuerza estática equivalente que tenga en cuenta los parámetros mencionados.
4. Este Documento Básico considera sólo las acciones debidas a impactos accidentales, quedando

excluidos los premeditados, tales como la del impacto de un vehículo o la caída del contrapeso de un aparato elevador.”

Respecto al valor y a la aplicación de las cargas de impacto de vehículos:

- “1. La acción de impacto de vehículos desde el exterior del edificio, se considerará donde y cuando lo establezca la ordenanza municipal. El impacto desde el interior debe considerarse en todas las zonas cuyo uso suponga la circulación de vehículos.
2. Los valores de cálculo de las fuerzas estáticas equivalentes debidas al impacto de vehículos de hasta 30 kN de peso total, son de 50 kN en la dirección paralela la vía y de 25 kN en la dirección perpendicular, no actuando simultáneamente.
3. La fuerza equivalente de impacto se considerará actuando en un plano horizontal y se aplicará sobre una superficie rectangular de 0,25 m de altura y una anchura de 1,5 m, o la anchura del elemento si es menor, y a una altura de 0,6 m por encima del nivel de rodadura, en el caso de elementos verticales, o la altura del elemento, si es menor que 1,8 m en los horizontales.
4. En zonas en las que se prevea la circulación de carretillas elevadoras, el valor de cálculo de la fuerza estática equivalente debida a su impacto será igual a cinco veces el peso máximo autorizado de la carretilla. Se aplicará sobre una superficie rectangular de 0,4 m de altura y una anchura de 1,5 m, o la anchura del elemento si es menor, y a una altura dependiente de la forma de la carretilla; en ausencia de información específica se supondrá una altura de 0,75 m por encima del nivel de rodadura.
5. Las características de la carretilla considerada deberán reflejarse en la memoria del proyecto y en las instrucciones de uso y mantenimiento.
6. Cuando en las instrucciones de uso y mantenimiento del edificio, se mencione otro tipo de vehículos, por ejemplo, helicópteros, deberá definirse en el proyecto el valor característico y el modelo empleado para la acción correspondiente.”

Respecto al valor y a la aplicación otras cargas de impacto:

- “1. En los edificios con usos tales como fábricas químicas, laboratorios o almacenes de materiales explosivos, se hará constar en el proyecto las acciones accidentales específicas consideradas, con indicación de su valor característico y su modelo.”

1.3.4 IAP-11 e IAPF-11

Tanto en la IAP-11 [6], instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera y la IAPF-11 [7], su homóloga para puentes de ferrocarril, describen las acciones debidas al impacto de vehículos de carretera, impactos de vehículos ferroviarios y también el impacto de embarcaciones. Describimos en este documento lo recogido en la IAPF, ya que es más extensiva la caracterización de la carga que en el caso de la IAP.

Sobre el impacto de vehículos de carretera:

“En los puentes situados sobre calzadas de carretera, se considerarán las acciones causadas por el impacto de un vehículo de carretera contra elementos expuestos de la estructura. La transmisión del impacto a otros elementos conectados al que lo recibe requerirá un estudio específico. El impacto contra cualquier elemento estructural distinto del tablero se asimilará a una fuerza estática horizontal:

$F_{Ik} = 1000 \text{ kN}$, paralela a la dirección del tráfico.

$F_{tk} = 500 \text{ kN}$, perpendicular a la dirección del tráfico.

Dichas fuerzas no serán concomitantes, es decir, no actuarán simultáneamente, y se aplicarán a una altura de 1,25 m sobre la superficie del pavimento. Estas cargas podrán repartirse sobre una

superficie de impacto no mayor de 1,5 m de ancho por 0,5 m de altura.

No se considerará la acción de impacto sobre un elemento estructural cuando su distancia al borde de la calzada sea superior a 10m, o cuando disponga de una protección dimensionada adecuadamente.

El impacto de un vehículo contra el tablero de un puente se asimilará a una fuerza estática:

$F_{lk} = 500 \text{ kN}$, horizontal y paralela a la dirección del tráfico.

$F_{vk} = 250 \text{ kN}$, vertical.

Ambas fuerzas no serán concomitantes, y se aplicarán en el borde inferior del tablero en el punto más expuesto sobre la calzada.

El impacto sobre el tablero no se considerará si:

- La altura libre bajo el mismo es superior a 6,00 m.
- Se disponen elementos de protección del tablero dimensionados para soportar estas cargas, aunque admitiendo que puedan sufrir daños locales tras el impacto. Además, la separación horizontal mínima entre estos elementos y el tablero será de 0,5 m para elementos deformables y de 0,1 m para elementos rígidos, y su altura será, al menos, 0,02 m inferior a la altura libre bajo el tablero.

Las acciones aquí definidas son concomitantes con las acciones permanentes y las sobrecargas de uso.

Estas acciones se utilizarán en la comprobación de los estados límite últimos y se verificará que no producen un desplazamiento global del tablero."

En el apartado de impactos de vehículos ferroviarios, se distingue el impacto entre elementos estructurales del tablero y contra elementos de la subestructura.

En el caso de elementos estructurales:

"Los elementos portantes del tablero situados en los laterales o por encima de éste, deberán soportar el impacto de un vehículo ferroviario descarrilado. Dicho impacto se asimilará a una fuerza estática horizontal F_{lk} paralela a la vía, o bien una F_{tk} perpendicular a la vía, y con sentido hacia el exterior del tablero, aplicadas a una altura de 1.80 m sobre el plano de rodadura del carril más próximo al elemento. La transmisión del impacto a otros elementos conectados al que lo recibe requerirá un estudio específico por parte del proyectista.

Las acciones definidas en este apartado se utilizarán igualmente para el dimensionado de posibles elementos de contención.

No será necesario considerar esfuerzos de impacto sobre elementos estructurales protegidos por otros elementos capaces de resistir las fuerzas anteriores y de altura suficiente para impedir el vuelco de los vehículos que impacten sobre ellos."

En el caso de elementos que conforman la subestructura:

"En los puentes ferroviarios situados sobre vías de ferrocarril, los paramentos de las pilas y otros soportes de los tableros situados a menos de cinco metros (5,00 m) del eje de la vía más próxima, deberán soportar las acciones horizontales siguientes:

$F_{lk} = \alpha \cdot 4000 \text{ kN}$

$F_{tk} = \alpha \cdot 1500 \text{ kN}$

$\alpha = 1,21$ para vías de ancho ibérico o UIC1

$\alpha = 0,91$ para vías de ancho métrico.

α : Coeficiente de clasificación para los distintos anchos de vía.

La distancia límite de 5 metros corresponde a un ancho de vía de 1,435 m y a un gálibo de material móvil de anchura 3,15 m. Para otros anchos de vía o gálidos del material, dicha distancia se obtendrá de la expresión (2.5). La transmisión del impacto a otros elementos conectados al que

lo recibe requerirá un estudio específico.

También se comprobará que:

- Con la mitad de la capacidad resistente del elemento impactado, el puente es capaz de soportar las acciones permanentes y las sobrecargas de uso.
- Con la tercera parte de la capacidad resistente del elemento impactado, el puente es capaz de soportar las acciones permanentes.”

CUADRO 2.17: VALORES DE F_{ik} Y F_{ik}

ELEMENTO	d (m) ⁽²⁾	$V < 50$ km/h ⁽³⁾		$V > 50$ km/h	
		F_{ik} (kN)	F_{ik} (kN)	F_{ik} (kN)	F_{ik} (kN)
Directamente expuesto ⁽¹⁾	< 3	$\alpha \cdot 10.000$	$\alpha \cdot 3.500$	$\alpha \cdot 10.000$	$\alpha \cdot 3.500$
	[3; 5] ⁽⁴⁾	$\alpha \cdot 2.000$	$\alpha \cdot 750$	$\alpha \cdot 4.000$	$\alpha \cdot 1.500$
	> 5	0	0	0	0
Indirectamente expuesto ⁽²⁾	< 3	$\alpha \cdot 4.000$	$\alpha \cdot 1.500$	$\alpha \cdot 4.000$	$\alpha \cdot 1.500$
	[3; 5] ⁽⁴⁾	$\alpha \cdot 2.000$	$\alpha \cdot 750$	$\alpha \cdot 4.000$	$\alpha \cdot 1.500$
	> 5	0	0	0	0

⁽¹⁾ Elementos directamente expuestos son los primeros que reciben el impacto de un tren descarrilado, al no estar protegidos por otro elemento.

⁽²⁾ Elementos indirectamente expuestos son los protegidos por otro elemento estructural. Los elementos directamente expuestos pueden considerarse indirectamente expuestos siempre que dispongan de un elemento de protección a una distancia máxima de un metro (1,00 m); cuya altura sobre la cabeza del carril más próximo al elemento sea superior a un metro y medio (1,50 m); que sea capaz de soportar las acciones correspondientes a los elementos directamente expuestos; y que disponga en su base de una zona «fusible» que evite la destrucción total de su cimiento y permita su sustitución.

⁽³⁾ d : Distancia del elemento considerado al eje de vía más próximo. Los valores indicados corresponden a un ancho de vía de 1,435 m y a un gálibo de material móvil de anchura 3,15 m. Para otros anchos de vía b [m] o gálibos del material G [m], en vez de d [m] se adoptará el valor d' [m] definido por:

$$d' = d + b - 1,435 + 0,5 \cdot (G - 3,15) \quad (2.5)$$

⁽⁴⁾ [a; b] significa: $a \leq d \leq b$

⁽⁵⁾ V : velocidad de proyecto.

Considerando ahora el impacto de embarcaciones:

“En los puentes sobre cursos de agua navegables, se considerarán los efectos de la colisión de una embarcación contra los elementos expuestos de la estructura. Estas acciones dependen de las características geométricas (eslora, manga, calado), masa, deformabilidad y velocidad de la embarcación; de la velocidad de la corriente; de la deformabilidad de la estructura y de los sistemas de defensa que se adopten.

A falta de información específica y salvo que la importancia del tráfico de embarcaciones aconseje la realización de estudios específicos más detallados, el choque de una embarcación se asimilará a la acción de una carga estática puntual y horizontal, aplicada a una altura de 1,50 m sobre el nivel máximo del agua, de valor:

$$P_k = 0.98 \cdot \sqrt{TPM} \cdot \frac{V}{8}$$

donde:

P_k : Carga estática equivalente, en [MN].

TPM: Toneladas de peso muerto de la embarcación, en [t] (correspondientes a la carga máxima más el combustible al completo).

V : Velocidad absoluta de la embarcación, en [m/s], es decir, incluyendo la velocidad de la corriente con su signo.

Los efectos locales producidos por el impacto de embarcaciones se asimilarán a la aplicación de una presión, en la zona de impacto, de 1 MPa.”

1.3.5 IS-27

La instrucción IS-27 [8], que versa sobre criterios generales de diseño de centrales nucleares, especifica los accidentes base sobre las que deben ser calculadas las centrales nucleares:

“Accidentes base de diseño: es el conjunto de las condiciones de accidente frente a las cuales se diseña una central

nuclear. En estas condiciones, los criterios que se utilizan para el diseño de la central hacen que el deterioro de los materiales nucleares y la liberación de materiales radiactivos se mantengan dentro de los límites de dosis autorizados.”

ESC se refiere a Estructuras, Sistemas y Componentes en la instrucción. Entrando un poco más en profundidad sobre los accidentes de diseño:

“4.1. Las ESC que se indican a continuación deberán estar diseñadas para soportar los efectos derivados de, y para ser compatibles con, las condiciones ambientales asociadas a la operación normal, a los trabajos de mantenimiento, a la realización de pruebas y a los accidentes base de diseño, incluidos los accidentes con pérdida de refrigerante, durante toda la vida de la central.

— Las relacionadas con la seguridad.

— Aquellas que, sin serlo, su fallo bajo condiciones ambientales postuladas podría impedir la realización de las funciones de seguridad de las ESC relacionadas con la seguridad.

— Aquella instrumentación post-accidente que lo requiera según la normativa específica aplicable.

4.3. Las ESC que se indican en el apartado 4.1 deberán estar convenientemente protegidas frente a los efectos dinámicos, incluyendo los debidos a proyectiles, al efecto látigo en tuberías y a las descargas de fluidos, que pudieran producirse por fallos de equipos, así como frente a sucesos y condiciones que ocurran en el exterior de la central. Sin embargo, los efectos dinámicos asociados a la rotura postulada de tuberías de la central pueden excluirse de la base de diseño, si se dispone de análisis aprobados por el CSN que demuestren que la probabilidad de tales roturas es extremadamente baja en condiciones consistentes con la base de diseño de las tuberías afectadas.”

1.3.6 Corolario acerca de la normativa existente

Los cálculos asociados a cargas de impacto que aparecen en las distintas normativas estudiadas, se simplifican asumiendo la aplicación de una carga estática equivalente, con la que se intenta replicar la respuesta dinámica del sistema. No obstante, esto no es acertado para todas las situaciones, como, por ejemplo, al estudiar la resonancia de las estructuras.

Más allá, si nos salimos del caso de impactos de vehículos, existe un vacío acerca de cómo evaluar la carga de impacto de los sistemas y la respuesta que puede ser derivada de ella.

Recurriremos a normativas americanas, las cuales estudiaron en su momento y siguen desarrollando el problema de impacto, para tener una visión más específica del problema que se intenta modelizar.

1.4 Ensayos de impacto. Origen e Historia

Los ensayos de impacto tienen su origen en la segunda guerra mundial, donde las naciones de Estados Unidos y Gran Bretaña entre los años 1942-1945 cooperaron en una investigación de alto secreto acerca de los problemas asociados a la guerra submarina. Estas investigaciones fueron publicadas en 1950 bajo el nombre de UNDEX.

La armada naval estadounidense (U.S. NAVY) recoge por primera vez en 1963 bajo el nombre de MIL-S-901 [9] las directrices de los ensayos High-Impact Shock Tests para maquinaria de barcos, equipos y estructuras. Actualmente, la directriz se llama MIL-S-901-E (2017) [10].

En esta normativa, se especifica que las técnicas empleadas para realizar los ensayos pretenden simular el efecto de un impacto en componentes de un navío. Describe tres maquinarias que se utilizan para la cualificación de los componentes frente a impacto: la Lightweight Shock Machine (LWSM), Medium Weight Shock Machine (MWSM) y Heavyweight o Floating Shock Platform. Los ensayos de impacto

pueden ser montados en varias posiciones, en función de la estructura objeto de ensayo. Se distingue en la normativa varios montajes, los principales: Hull-mounted (sobre el casco), Deck-Mounted (Sobre una plataforma auxiliar). Se realizan principalmente en las direcciones vertical, athwartship (transversal) y longitudinal.

La máquina Lightweight [Figura 1-1] fue la primera máquina diseñada para realizar cualificación de componentes frente a impacto, datándose al año 1940. Se utiliza principalmente para testear componentes de hasta 250lb (113kg). En ella, se aplica la carga de impacto mediante un martillo, el cual tiene una masa de 400lb (181kg). El componente a ensayar es montado en la subestructura, que hace la función de yunque y el martillo se eleva hasta una altura específica. Cuando se suelta el martillo, la energía potencial es transformada en energía cinética, la cual es transmitida a la subestructura mediante una colisión elástica, generando un pulso de impacto a través de ella hasta el componente. Según la normativa, los componentes se ensayan para distintas alturas y direcciones.

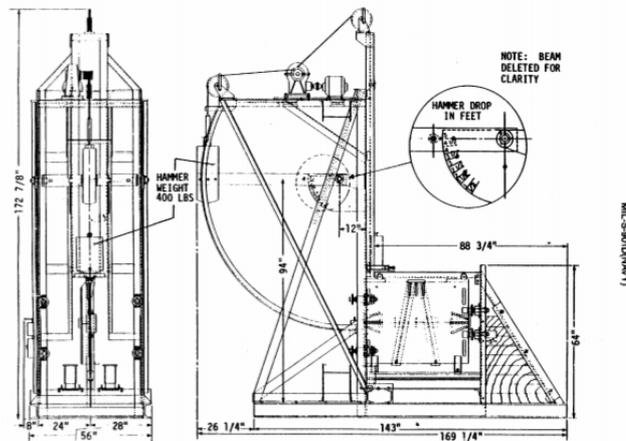


Figura 1-1 Esquema de máquina para ensayos de impacto ligero LWSM

La máquina Mediumweight, surgió en 1942 ante la necesidad de ensayar componentes más pesados, dados los buenos resultados obtenidos en la máquina ligera. Se utiliza para ensayar componentes en un rango de 250-6000lbs (113-2721kg). Como se puede vislumbrar en el esquema de la Figura 1-2, también se utiliza un martillo como medio de generación de la carga de impacto. En esta máquina en concreto, el componente se fija encima del yunque, el cual es golpeado desde abajo por el martillo de 3000lb (1360kg aprox), después de que este haya recorrido un ángulo de 270°. Esta máquina está generalmente instalada de manera permanente y fija en los laboratorios.

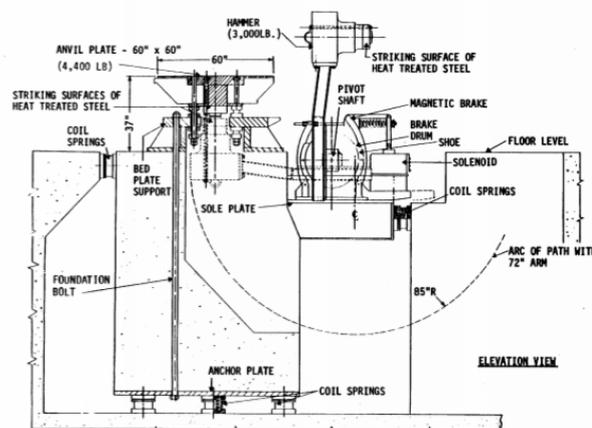


Figura 1-2 Esquema de máquina para ensayos de impacto medio

El tercer ensayo sobre componentes es la Floating Shock Platform (FSP), la Plataforma Flotante de Choque. Tanto ella como sus variantes se utilizan para ensayar los componentes más pesados, de más de 6000lb (>2721kg). La carga de impacto, a diferencia de las dos maquinarias anteriores, no es un impulso inducido, sino una explosión subacuática (ver Figura 1-3). En este caso, no se pueden ensayar las distintas direcciones de los componentes, sino que se obtiene la respuesta global de los mismos.



Figura 1-3 Ensayo de impacto pesado. Cortesía de NTS

También es importante destacar que los ensayos FSP son propiedad y son realizados por el gobierno de EEUU, a diferencia de los ensayos ligeros y medios, los cuales son realizados por laboratorios que han sido certificados por dicho gobierno.

Más información acerca de estos ensayos de impactos se puede consultar tanto en las normativas [9] y [10], como en el documento [11], en el que se describen de manera detallada los ensayos, historia y valores normales obtenidos en ensayos reales.

En lo que a las estructuras civiles concierne, los ensayos de impacto podrían llevar la estructura a estados no reversibles de daño, sería poco viable realizar un ensayo destructivo sobre una estructura finalizada. Lo más adecuado sería poder simular esos ensayos sobre estructuras completas de manera virtual, con modelos no lineales y de más de un grado de libertad.

Se considera conveniente, para su aplicación en laboratorios, que dichos ensayos de impacto se realicen exclusivamente sobre sus componentes. Dada la masa de los subsistemas de las estructuras civiles, el ensayo que estudiaremos en este documento es el de impacto ligero, con la máquina Lightweight Shock Machine (LWSM).

2 ESPECTRO DE RESPUESTA O SRS

2.1 Definición

Se denomina espectro de respuesta a impacto, en adelante SRS (Shock Response Spectrum), a la máxima respuesta de un conjunto de sistemas oscilantes de un grado de libertad que cubren un rango de frecuencias cuando éstos son sometidos a impacto.

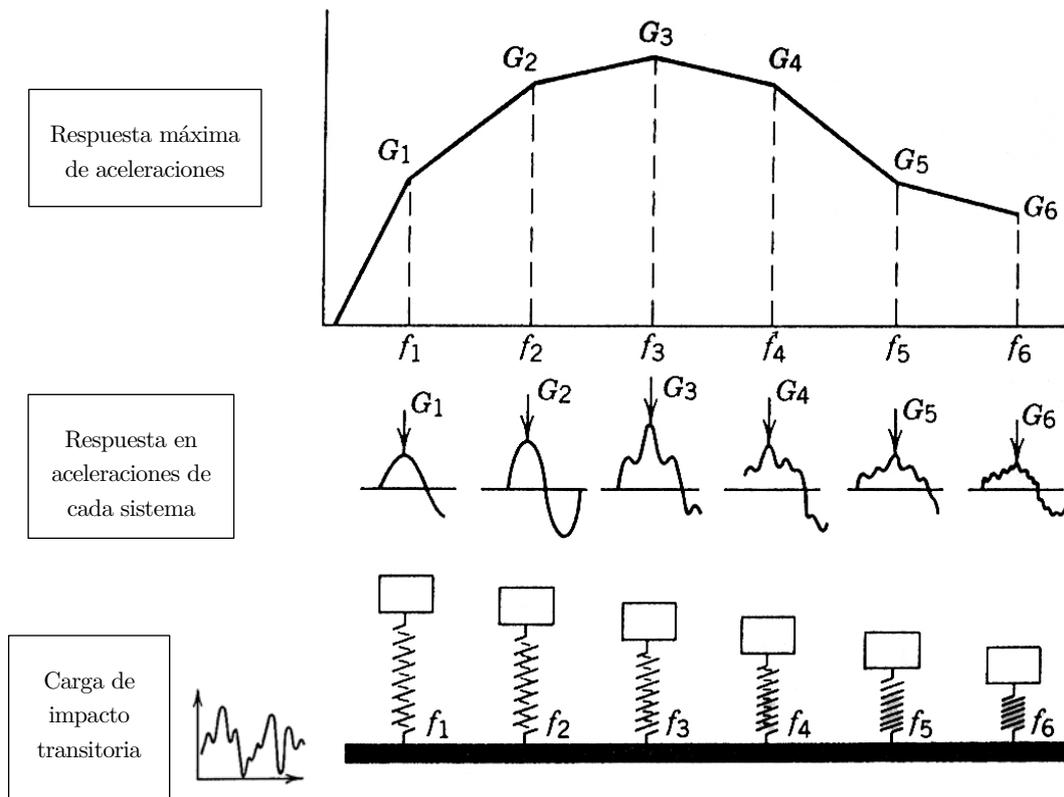


Figura 2-1 Esquema de obtención de un SRS

El SRS de una estructura concentra las respuestas máximas, es decir, no engloba la información completa de la respuesta en aceleraciones de cada sistema en el dominio del tiempo frente a una carga de impacto transitoria. Los valores que toma el SRS se corresponden a las aceleraciones pico máximas de cada sistema de un grado de libertad.

2.2 Tipos de SRS

Se definen varias clases de SRS en función de la respuesta del sistema que queremos estudiar:

- SRS Maximax: la máxima respuesta absoluta del sistema
- SRS Primario: la máxima respuesta positiva y máxima respuesta negativa del sistema durante la aplicación de la excitación dinámica
- SRS Residual: la máxima respuesta positiva o negativa del sistema una vez la carga ha desaparecido.

En la Figura 2-2 se representan los puntos de la gráfica de aceleraciones en el dominio del tiempo que se toman para formalizar los tipos de SRS que se acaba de describir. Este procedimiento se realizará de manera iterativa para cada estructura estudiada.

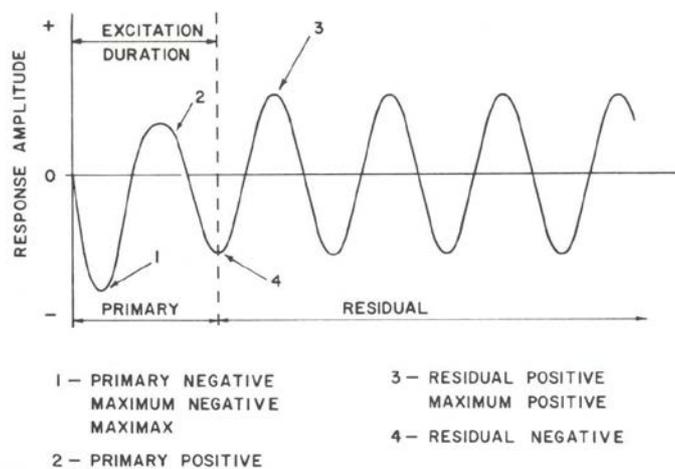


Figura 2-2 Identificación de aceleraciones de una respuesta dinámica

3 MODELIZACIÓN DE ECUACIONES DE IMPACTO

3.1 Introducción

El estudio de los fenómenos de impacto deviene de la mecánica clásica, en particular, de la dinámica impulsiva. La duración del impacto en el caso de la mecánica impulsiva se considera infinitésimo, haciendo que, formalmente, la fuerza sea infinita. El problema de estudio se separa en tres partes claramente diferenciadas, antes de la percusión/choque/impacto, donde los sistemas evolucionan con las leyes de movimiento habituales, el instante de la percusión, en el que se realizan las transferencias de energía entre los sólidos y después de la percusión, en el que volvemos a retomar las ecuaciones de movimiento con unas nuevas condiciones iniciales.

3.2 Consideraciones

Dado que el comportamiento que nos interesa es el de la estructura, asumiremos que los cuerpos impactantes no experimentan liberación de energía por deformación interna, es decir, los asumiremos como sólidos rígidos, y, por ende, que toda la energía del subsistema impactante es transmitida íntegramente a la estructura. Después del impacto, la estructura se deja en vibración libre.

Como el problema se va a abordar de manera analítica, se estudiarán sistemas de un grado de libertad, dejando planteada la posibilidad de estudio de sistemas de más de un grado de libertad utilizando herramientas numéricas.

La estructura trabajará en régimen elástico, pudiendo simplificar este comportamiento como un muelle de constante elástica “ k ” y un amortiguador con un valor de amortiguamiento “ c ”.

Se escogerá un rango de amortiguamientos que se considera adecuado para las estructuras civiles, desde un 1% hasta un 5% del amortiguamiento crítico, y en el caso de componentes de la subestructura, se pueden alcanzar amortiguamientos del 20%.

3.3 Ecuaciones generales de un sistema amortiguado de 1 gdl

Para desarrollar las ecuaciones del sistema de un grado de libertad amortiguado, nos basaremos en la dinámica de sólidos rígidos.

Basándonos en las ecuaciones de Lagrange, ampliamente conocidas gracias a la asignatura de Mecánica impartida por Marcelo Rodríguez y Consuelo Bellver en nuestra universidad, llegaremos a las integrales primeras que modelan el comportamiento del sistema. Usaremos la misma notación que en [12].

Las ecuaciones de Lagrange toman, para coordenadas generalizadas independientes y asumiendo que nuestro sistema de estudio es holónomo, la forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k^{NC} \quad (3-1)$$

Donde:

L : Lagrangiana del sistema

q_k : Coordenada generalizada

Q_k^{NC} : Fuerzas generalizadas no conservativas

Desarrollando las ecuaciones de Lagrange sabiendo que:

$$L = T - U \quad (3-2)$$

Donde:

L : Lagrangiana del sistema

T : Energía cinética del sistema

U : Energía potencial del sistema

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial U}{\partial q_k} = Q_k^{NC} \quad (3-3)$$

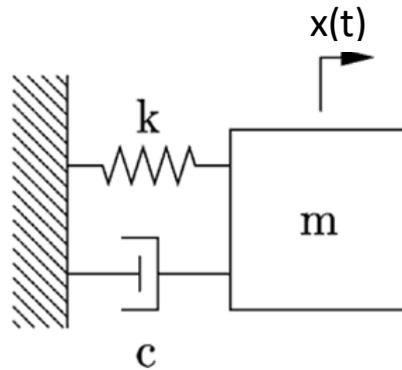


Figura 3-1 Sistema de estudio (Fuente: Simulink: Simulación sistema Masa-Resorte-Amortiguador)

Particularizando para el sistema masa-muelle-amortiguador de la figura:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial U}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (3-4)$$

Donde D es la función de disipación de Rayleigh.

La energía cinética del sistema deviene de:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (3-5)$$

La energía potencial, considerando el origen de potencial en el centro de gravedad de la masa:

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad (3-6)$$

La función de disipación de Rayleigh:

$$D = \frac{1}{2} c\dot{x}^2 \quad (3-7)$$

Derivando los términos para incluirlos en las ecuaciones de Lagrange:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &= m\dot{x}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m\ddot{x} \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= 0; \quad \frac{\partial U}{\partial x} = kx; \quad \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = c\dot{x} \end{aligned} \quad (3-8)$$

Así, la ecuación que describe la respuesta del sistema amortiguado es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3-9)$$

3.4 Impacto de un proyectil sobre un sistema amortiguado de 1 gdl

Según la teoría de choques [12], en una colisión, dos sólidos rígidos interactúan durante un intervalo breve (colisión) y después se separan. Estos sistemas, si la colisión es aislada, conservan la cantidad de movimiento y el momento cinético.

En función de cómo se comporta la energía cinética, las colisiones o impactos se clasifican en:

- Inelásticos: la energía cinética total no se conserva, y los sólidos se separan después de la colisión
- Elásticos: la energía cinética total se conserva
- Plástica o completamente inelástica: los dos sólidos quedan unidos después de la colisión.

3.4.1 Impacto inelástico

Como ya se ha expuesto en el apartado de consideraciones, los proyectiles serán modelados como sólidos rígidos.

Para modelar el impacto de un vehículo contra una estructura, tendremos que analizar cómo transmite la energía el sistema. Hagamos un esquema.

Tiempo previo al impacto:

- Se pueden considerar dos sistemas independientes, la masa del proyectil m_p viaja colinear con el centro de gravedad de la masa del sistema, es decir, no provocará momentos el impacto.

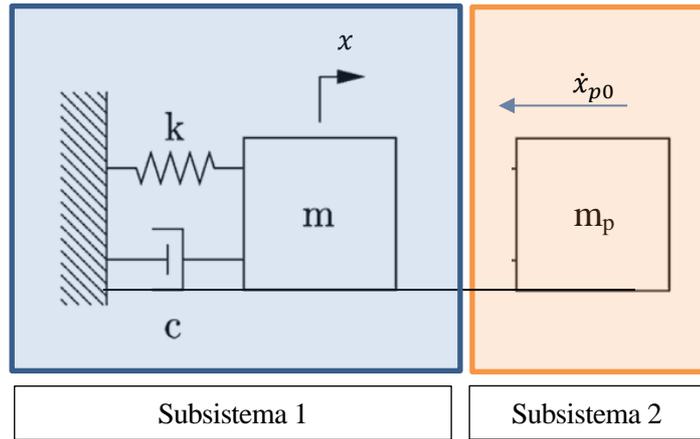


Figura 3-2. Esquema de la simulación de impacto

La energía total del subsistema 1 y sus ecuaciones del movimiento ya se demostraron en el apartado 3.3.

Para el subsistema 2 (s2), de manera sencilla, $T_p = \frac{1}{2}m_p\dot{x}_{p0}^2$. La energía potencial del s2 es nula. Al ser un sistema que conserva la energía, no la perderá hasta el instante de la colisión.

Instante del impacto ($x_p = x = 0$):

Se produce la transferencia de energía del subsistema 2 al subsistema 1. Desde el punto de vista del subsistema 1, en sus ecuaciones aparece el subsistema 2 al otro lado del igual. Se llegaría a las mismas ecuaciones si empleásemos restricciones/compatibilidad o aplicando la Lagrangiana al sistema conjunto.

Aplicando conservación de la energía y asumiendo un choque inelástico/plástico:

$$\frac{1}{2}m\dot{x}_-^2 + \frac{1}{2}m_p\dot{x}_{p-}^2 = \frac{1}{2}(m + m_p)\dot{x}_+^2 \quad (3-10)$$

Tal que las ecuaciones del subsistema conjunto son:

$$(m + m_p)\ddot{x} + c\dot{x} = 0 \quad (3-11)$$

Con las condiciones iniciales:

$$\dot{x}_+ = \sqrt{\frac{m_p}{m + m_p}} \dot{x}_{p-} \quad (3-12)$$

Sistemas en contacto ($x_p = x < 0$):

$$(m + m_p)\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3-13)$$

Con las condiciones iniciales de la transmisión de energía, dejamos que el sistema en contacto oscile hasta que se cumpla de nuevo la condición de $x_p = x = 0$, momento en que se separan de nuevo los subsistemas.

Sistemas después del contacto ($x_p \geq 0$):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3-14)$$

Con las condiciones iniciales de la transmisión de energía, dejamos que el sistema en contacto oscile hasta que se cumpla de nuevo la condición de $x_p = x = 0$, momento en que se consideramos que se separan de nuevo los subsistemas.

3.4.2 Impacto elástico

Observemos lo que sucede cuando forzamos al sistema a un impacto elástico modelado como una delta de Dirac. Según dinámica impulsiva, el impulso de choque se puede aproximar por $(m_p v_+ - m_p v_-)/\Delta t$. Asumiendo que la colisión se produce en décimas de segundo, el nuevo sistema quedaría de la forma:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -F(t) \quad (3-15)$$

Existen tres intervalos de tiempo:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_{prevcontacto} \\ \frac{m_p v_+ - m_p v_-}{\Delta t} & \text{si } t_{prevcontacto} < t < t_{postcontacto} \\ 0 & \text{si } t > t_{postcontacto} \end{cases} \quad (3-16)$$

Además, se considera una transferencia total de energía del proyectil a la estructura, por lo que la velocidad final del proyectil será nula. Esta variable Δt en principio es desconocida, pero buscamos obtener la misma respuesta en desplazamientos de todos los subsistemas de 1gdl.

3.4.3 Ejemplos de impacto de un proyectil sobre un sistema amortiguado de 1 gdl

Con el fin de ilustrar las ecuaciones que se han demostrado con anterioridad, y verificar el correcto funcionamiento de los sistemas, se plantea el siguiente caso práctico:

Se simula una estructura de 7500kg sometida al impacto de un vehículo de 180.99kg (400lb) con una velocidad inicial de 50m/s. Estudiamos un rango de frecuencias desde 1-1000Hz, con unos amortiguamientos de 1,2,5,10 y 20% respecto al amortiguamiento crítico.

De los valores de frecuencia (f) y factor de amortiguamiento (ζ) se pueden determinar los coeficientes de rigidez (k) y amortiguamiento (c) de la estructura.

$$k = 4\pi^2 m f_i^2 \quad (3-17)$$

$$c_{crit} = 2m \sqrt{\frac{k}{m}}; c = \zeta c_{crit} \quad (3-18)$$

Implementando las ecuaciones diferenciales del movimiento con controles de evento para hacer cambiar las ecuaciones entre los subsistemas para cada instante descrito, somos capaces de obtener la respuesta dinámica del subsistema 1 (estructura) en el tiempo.

Consideración de impacto inelástico

- Extracto de los resultados para el caso de $f=1\text{Hz}$ y $\zeta = 0.01$:

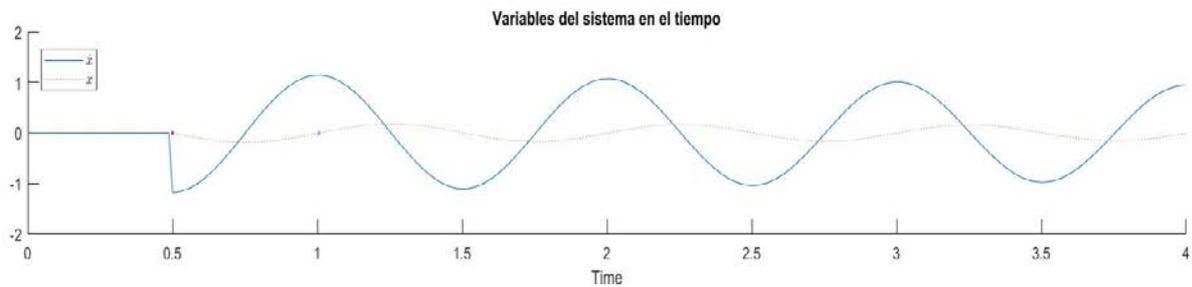


Figura 3-3. Desplazamiento (m) y velocidad (m/s) en el dominio del tiempo (s) para $f=1\text{Hz}$ y $\zeta=0.01$

Se observa en la Figura 3-3 que, para el tiempo de impacto, el sistema recibe un incremento de velocidad muy acusado, a partir del cual comienza a oscilar la masa (representada con línea de puntos naranja). Como cabría esperar, el período de oscilación es la inversa de la frecuencia de la estructura.

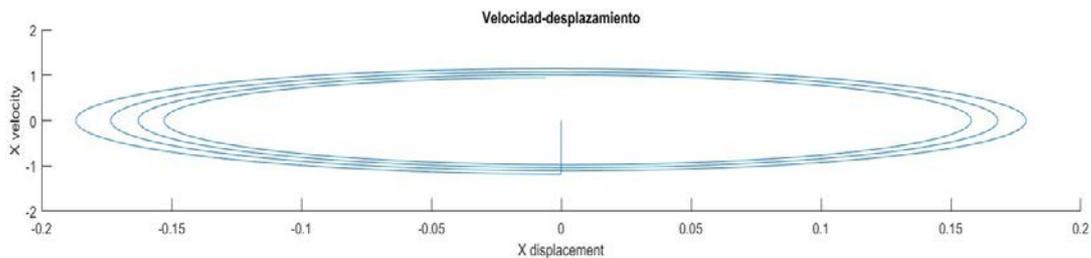


Figura 3-4. Desplazamiento (m) vs velocidad (m/s) para $f=1\text{Hz}$ y $\zeta=0.01$

En el gráfico de velocidad-desplazamiento (Figura 3-4) también está reflejado el efecto de la percusión inicial. Además, el comportamiento del amortiguamiento queda plasmado en la reducción de la amplitud de la oscilación en cada período.



Figura 3-5. Respuesta de aceleraciones (m/s^2) en el dominio del tiempo (s) para $f=1\text{Hz}$ y $\zeta=0.01$

Después del impacto, el sistema se acelera hasta alcanzar su máximo para el instante de tiempo con mayor amplitud, o velocidad nula.

Para cada una de las frecuencias y amortiguamientos obtenemos una respuesta distinta del sistema, los valores representativos se plasman a continuación.

- Extracto de los resultados para la envolvente de las respuestas dinámicas de todos los sistemas de 1gdl:

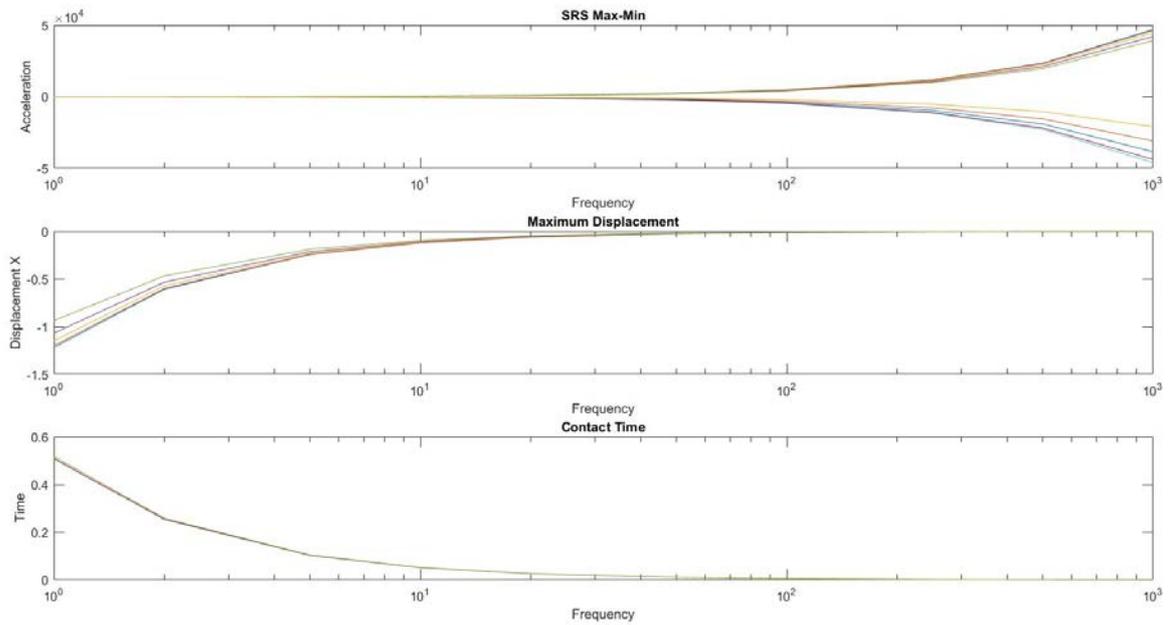


Figura 3-6. Espectro de respuesta en desplazamientos (m), velocidad (m/s) y aceleración (m/s²) en choque inelástico

En la figura 3-6, a medida que la estructura se hace más rígida, mayores solicitaciones dinámicas se obtienen, pero ¿es esto lógico?

Si estamos acostumbrados a los espectros de sismo, pensaríamos que debemos obtener un decrecimiento de la respuesta del sistema a partir de cierto valor de frecuencia. Esto siempre es válido si el input del sistema es constante para todos los grados de libertad.

En este caso, como el contacto se considera inelástico, el tiempo de contacto no es constante para todo el rango de frecuencias y, por tanto, a pesar de obtener unos desplazamientos máximos razonables, las aceleraciones a las que se somete el sistema son mayores mientras menor es el tiempo de contacto.

Consideración de impacto elástico

Como se puede vislumbrar en la figura 3-7, al tener la misma entrada todos los sistemas, la respuesta en aceleraciones es la que estábamos esperando.

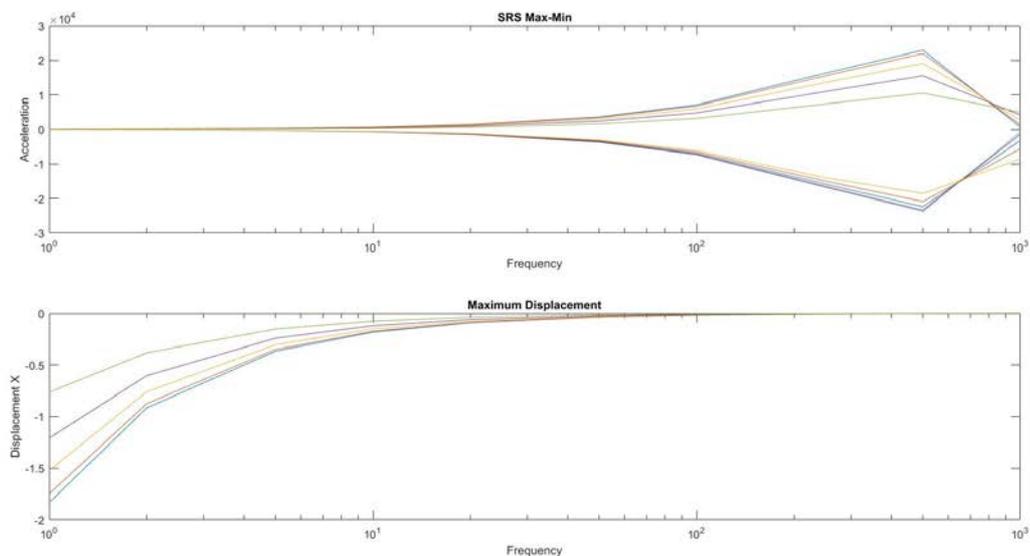


Figura 3-7. Espectro de respuesta en desplazamientos (m), velocidad (m/s) y aceleración (m/s²) en choque elástico

Dado que se desconoce la variable del tiempo de contacto, la cual afecta tanto a los desplazamientos obtenidos como a las aceleraciones resultantes, podemos determinarla aproximando la respuesta en desplazamientos de los casos elástico e inelástico.

Para ello, minimizaremos mediante mínimos cuadrados la diferencia entre ambas respuestas máximas dejando como variable el tiempo de impacto. El proceso de minimización queda plasmado en la Figura 3-8

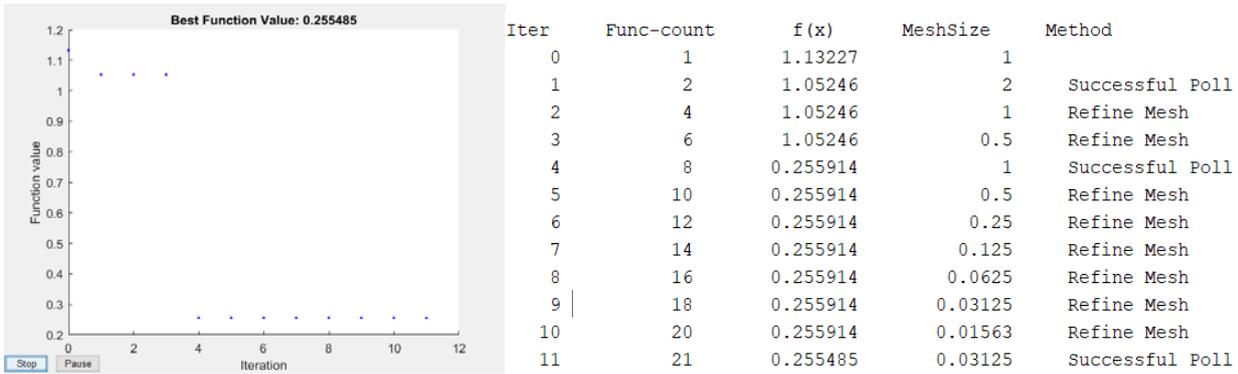


Figura 3-8. Resultados del ajuste por mínimos cuadrados

Después de aplicar el proceso de optimización, MatLab devuelve un tiempo óptimo de contacto para $t= 7.5177e-04s$ o 0.7ms

Simulando de nuevo el contacto elástico para este valor de tiempo de contacto, obtenemos la comparativa entre la respuesta de los dos sistemas en desplazamientos:

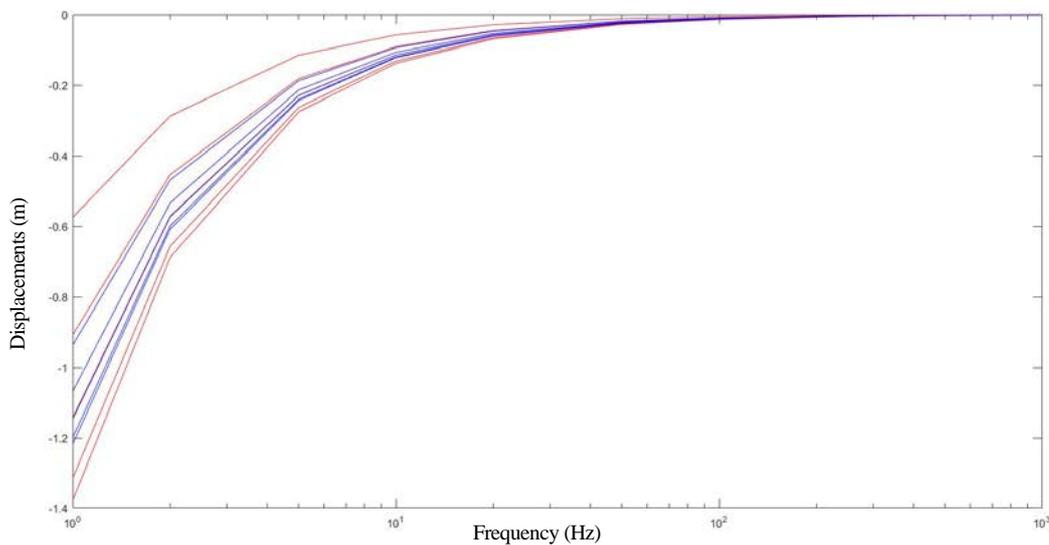


Figura 3-9. Comparativa de los desplazamientos obtenidos tras el ajuste

Para el caso de los amortiguamientos mayores obtenemos valores de desplazamiento más diferentes en comportamiento entre los sistemas.

Esto es debido a que el ajuste de tiempo de impacto se ha realizado para todos los casos de amortiguamiento. En el caso de que se quiera estudiar una estructura en concreto, se recomienda fijar el valor de amortiguamiento y proceder al ajuste entre el choque elástico e inelástico.

En la figura 3-10, se representa el SRS del sistema de contacto elástico con total transferencia de energía:

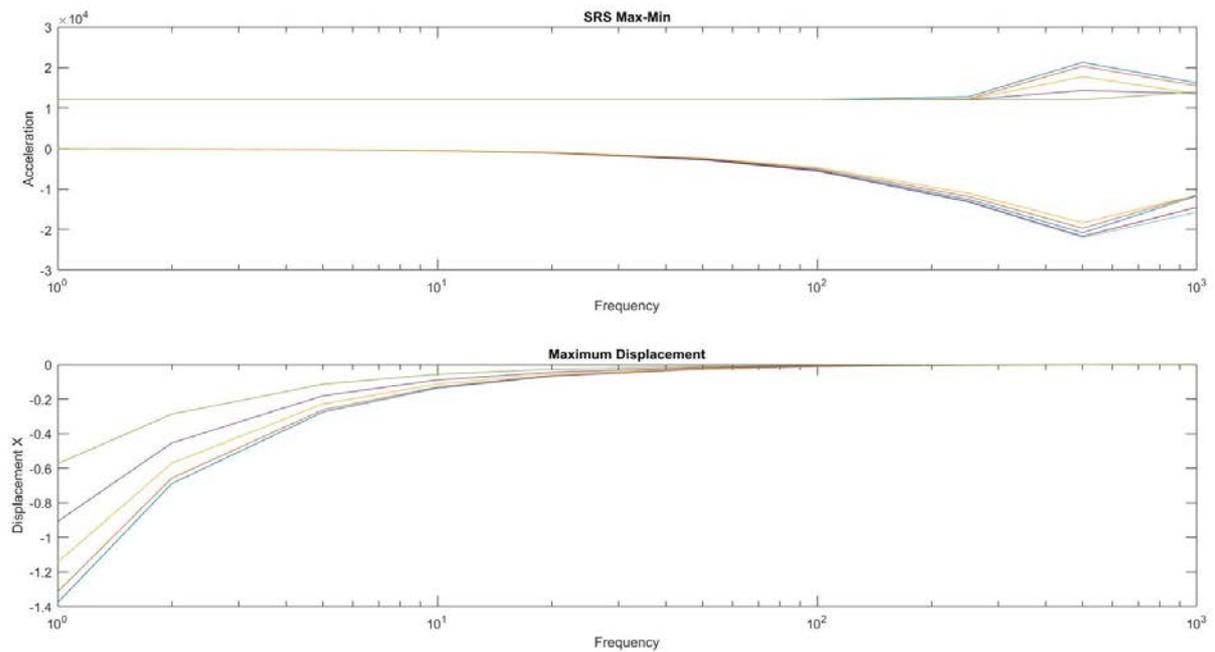


Figura 3-10. Espectro de respuesta en desplazamientos (m), velocidad (m/s) y aceleración (m/s²) en choque elástico tras el ajuste

La solución en desplazamientos es análoga a la obtenida en el caso elástico sin ajustar. Se puede deducir que la variable desplazamiento es mucho menos sensible a las variaciones en el tiempo de impacto.

Por otro lado, las aceleraciones sí dependen fuertemente del tiempo de impacto, como ya hemos demostrado en los casos anteriores. Teniendo en cuenta que el ajuste se ha realizado para el máximo de las respuestas del sistema, y que para el diseño utilizaríamos exclusivamente esta variable, no es relevante que la respuesta en aceleraciones de signo contrario no sea parecida en los casos elástico e inelástico.

3.5 El ensayo de impacto MIL-S-901E Lightweight

3.5.1 Modelización de las ecuaciones de la máquina LWSM

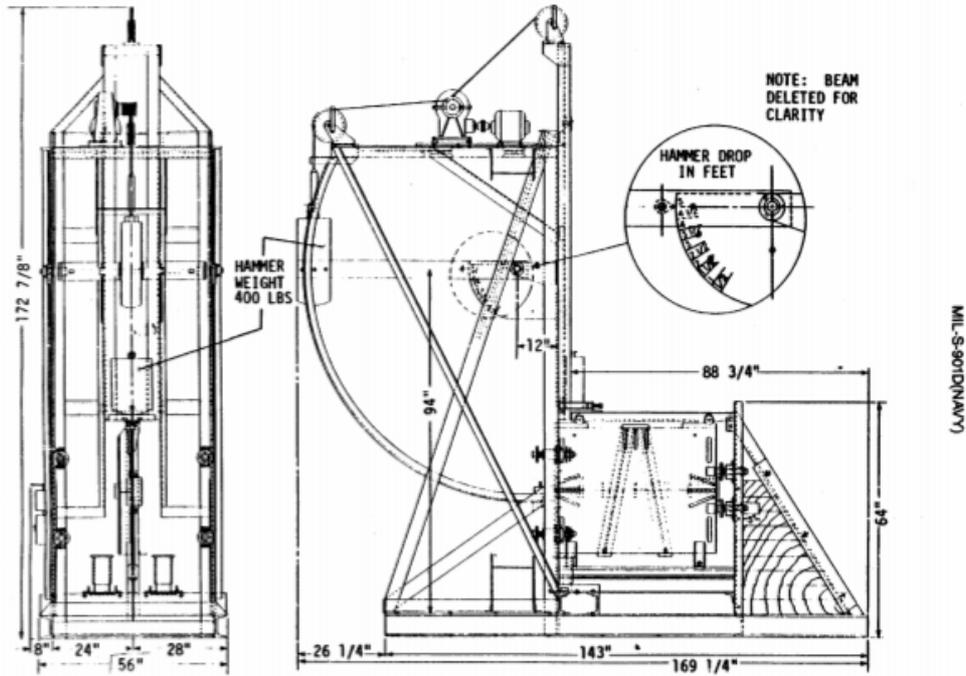


Figura 3-11. Lightweight Shock Machine (LWSM)

Las ecuaciones que determinan el comportamiento del ensayo de impacto ligero, una vez nos hemos familiarizado con la forma del golpeo, se pueden aproximar de la siguiente manera:

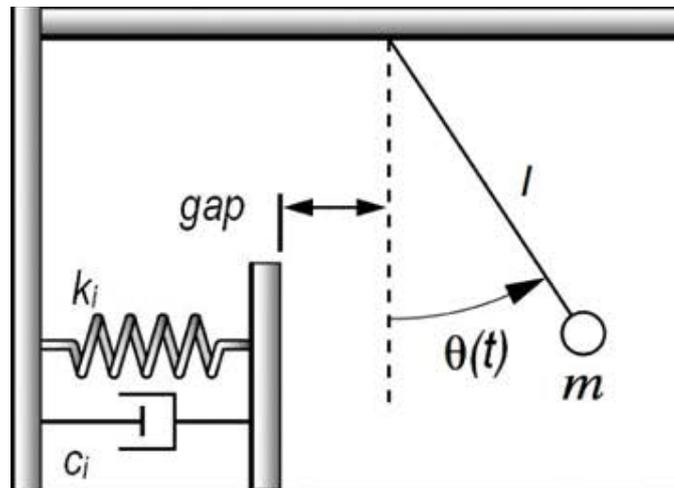


Figura 3-12. Sistema Masa-Resorte-Amortiguador y péndulo (Fuente: Impact force magnitude analysis of an impact pendulum [13])

En este caso particular, el gap tiene valor nulo debido a la disposición del ensayo.

Tiempo previo al impacto:

Mientras la masa del actuador o hammer se encuentra fuera del rango de impacto, se puede modelizar su comportamiento como el de un péndulo simple, sometido únicamente a la gravedad.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = Q_k^{NC} \quad (3-19)$$

La energía cinética del sistema deviene de:

$$T = \frac{1}{2} m_h (L\dot{\theta})^2 \quad (3-20)$$

Donde:

m_h : Masa del martillo (hammer)

L : longitud de la barra a la que está sujeta el martillo.

θ : Ángulo que forma el martillo desde la referencia vertical

La energía potencial, considerando el origen de potencial en el centro de gravedad de la masa del carro:

$$V = m_h g L (1 - \cos(\theta)) \quad (3-21)$$

Derivando los términos para incluirlos en las ecuaciones de Lagrange:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} &= m_h L^2 \dot{\theta}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = m_h L^2 \ddot{\theta} \\ \frac{\partial T}{\partial \theta} &= 0; \quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = m_h g L \sin(\theta) \end{aligned} \quad (3-22)$$

La ecuación que describe el movimiento del péndulo libre es:

$$m_h L^2 \ddot{\theta} + m_h g L \sin(\theta) = 0 \quad (3-23)$$

Una vez entra en contacto con la subestructura metálica del aparato, el hammer no experimenta rebote hacia atrás, por lo que se puede asumir que toda la energía del impacto es absorbida por la subestructura y transmitida por onda de choque al sistema ensayado.

Por tanto, la modelización de este aparato de ensayo parece más acertada si empleamos el modelo de choque elástico con total transmisión de energía.

Las ecuaciones de la estructura ensayada, en adelante, “cart”, son las mismas que para el caso del impacto elástico:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= -F(t) \\ F(t) &= \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_{prevcontacto} \\ \frac{m_h v_+ - m_h v_-}{\Delta t} & \text{si } t_{prevcontacto} < t < t_{postcontacto} \\ 0 & \text{si } t > t_{postcontacto} \end{cases} \end{aligned} \quad (3-24)$$

Siendo $v_+ = L\dot{\theta} \cos(\theta)$ la velocidad del péndulo en el instante del contacto.

3.5.2 Datos de la máquina LWSM

Como se ha determinado en el apartado 3.5.1, acerca de los parámetros que modelizan el comportamiento de la máquina MIL-S-901E Lightweight, los datos reales que necesitamos son los siguientes:

- $L = 5 * 0.3048 \text{ m}$
- $A_0 = 5 * 0.3048 \text{ m}$
- $m_h = 400/2.21 \text{ kg}$

Donde:

L: longitud de la barra a la que está sujeta el martillo.

A0: amplitud del ensayo. Esta, por normativa, se ensayará para los casos de caída a 1,3 y 5 pies.

m_h : es la masa del hammer

3.5.3 Ajuste del impacto en la máquina LWSM virtual

Datos de la estructura de ensayo:

- Tipo de montaje: Hull-Elastic
- $m = 750 \text{ kg}$

Se nos plantea la misma problemática que para el caso de la colisión elástica ¿Cuál es el tiempo de contacto para reproducir unos resultados reales? Según [14], se describe el pulso que genera la LWSM (Lightweight Shock Machine) como un medio seno con 2-4ms de duración y una amplitud de 32-840g, dependiendo de la altura del hammer, la orientación de la carga y de la localización del acelerómetro.

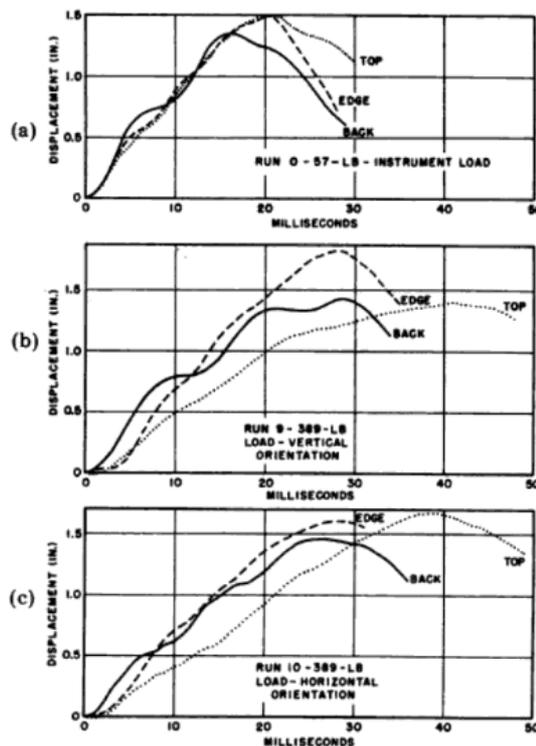


Figura 3-13. Tiempo de impacto de la LWSM

Aplicando las ecuaciones del péndulo simple, las velocidades del hammer son las siguientes:

Altura	Velocidad resultante
5 pies	5.4682 m/s
3 pies	2.4454 m/s
1 pie	0.7773 m/s

Empleando la mecánica impulsiva, estas aceleraciones deben ser equivalentes a

$$\frac{v_{h+} - v_{h-}}{\Delta t} = \frac{-v_{h-}}{\Delta t} = -a_{impulso}$$

Para una muestra de tres tiempos de impacto dentro del rango de 2-4ms, vamos a evaluar las aceleraciones inducidas por la LWSM virtual que estamos simulando.

Altura	Velocidad resultante	Aceleración para $t_{impacto} = 2ms$	Aceleración para $t_{impacto} = 3ms$	Aceleración para $t_{impacto} = 4ms$
5 pies	5.4682 m/s	278.705g	185.803g	139.353g
3 pies	2.4454 m/s	124.638g	83.092g	62.319g
1 pie	0.7773 m/s	39.618g	26.412g	19.809g

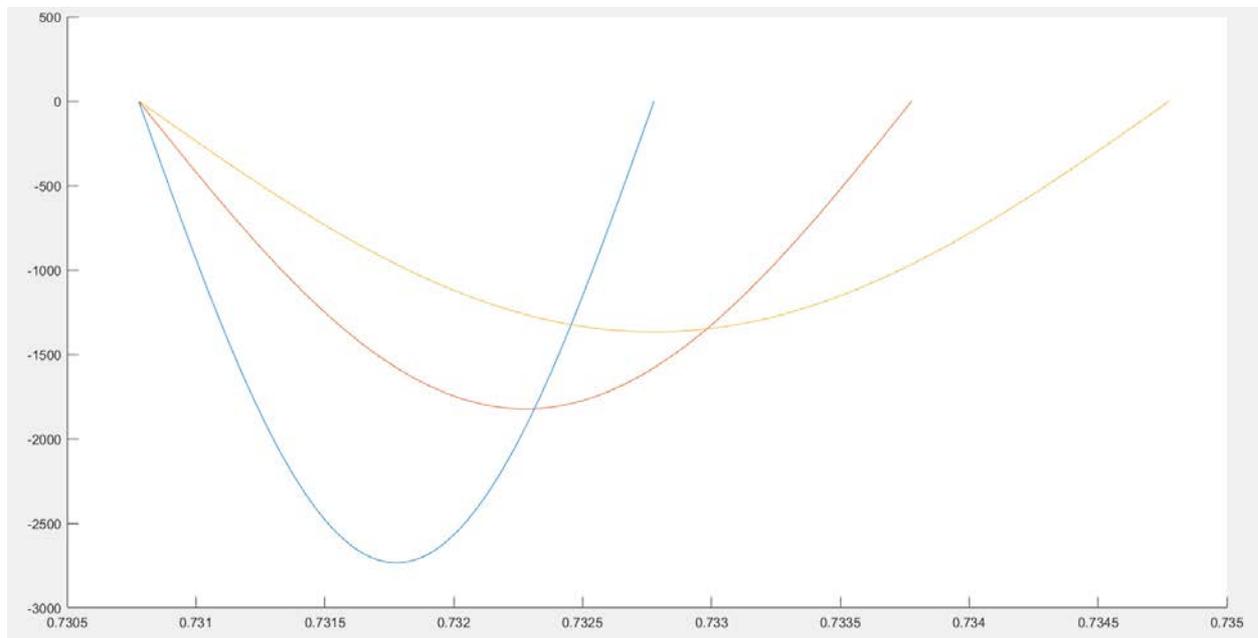


Figura 3-14. Envolvente de aceleraciones (m/s^2) para el rango de tiempos de impacto previsible, 2, 3 y 4ms

Una vez hemos simulado, obtenemos los SRS maximax con los tiempos de impacto de 2, 3 y 4ms para los casos de caída desde 5ft, 3ft y 1ft.

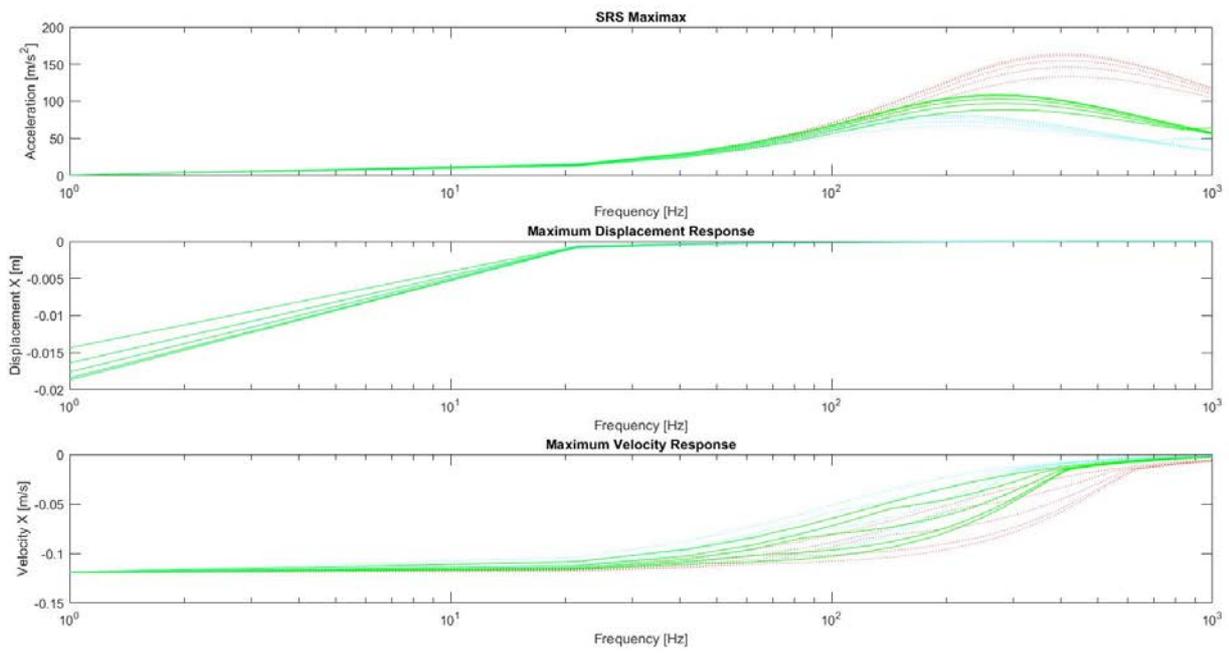


Figura 3-15. SRS para el caso de caída desde 1ft

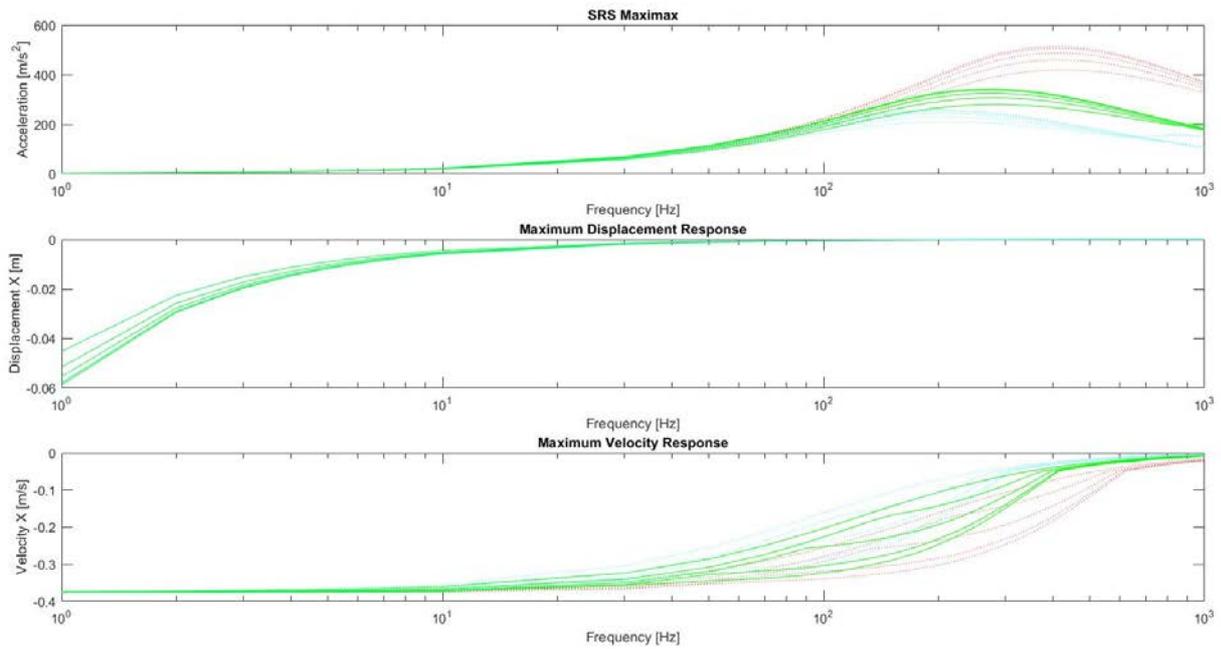


Figura 3-16. SRS para el caso de caída desde 3ft

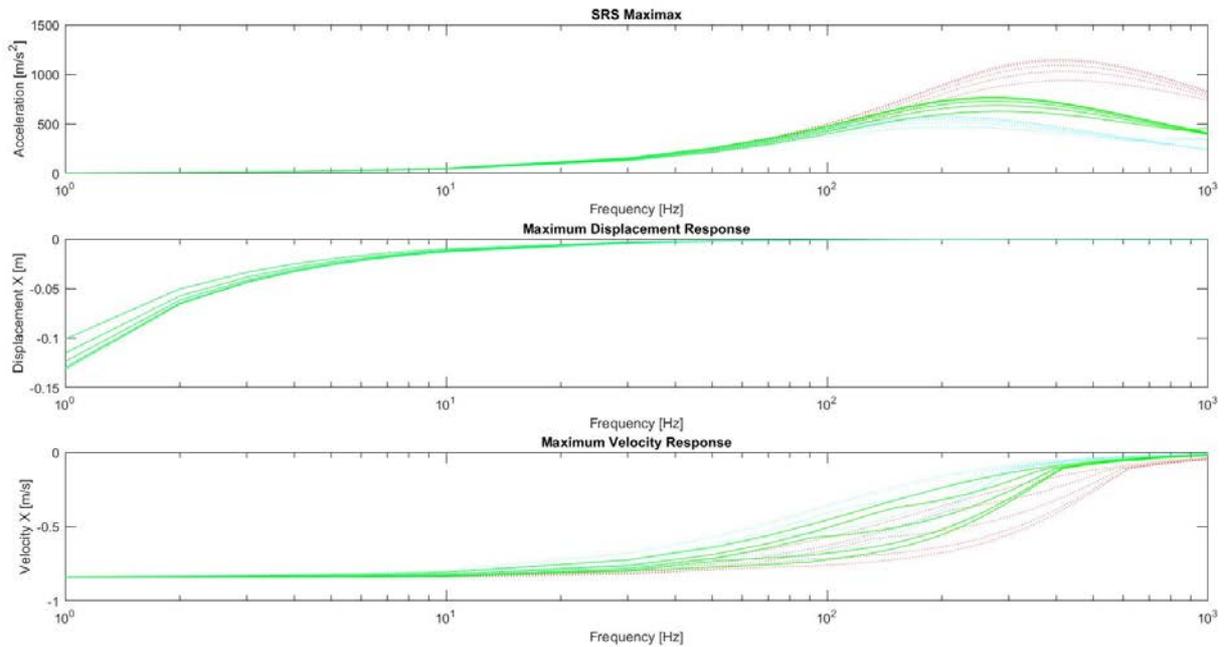


Figura 3-17. SRS para el caso de caída desde 5ft

Comentarios sobre los resultados obtenidos:

- Respecto a los desplazamientos:
 - o Se percibe la independencia del tiempo de impacto
 - o Si aumenta la altura de impacto, aumentan los desplazamientos obtenidos, como era de esperar.
 - o A medida que el coeficiente de amortiguamiento es mayor, menores se hacen los desplazamientos, cobrando más importancia en los escenarios de baja frecuencia
- Respecto a las velocidades:
 - o El tiempo de impacto a bajas frecuencias $f < 10\text{Hz}$ no afecta. A media frecuencia, retrasa la disminución de la velocidad mientras mayor es el tiempo de impacto
 - o Cuando aumenta la altura de impacto, aumentan las velocidades obtenidas.
 - o El amortiguamiento tiene impacto a frecuencias altas e intermedias, entre 50-300Hz, disminuyendo las velocidades mientras mayor es su valor.
- Respecto a las aceleraciones:
 - o A partir de un cierto rango de frecuencias altas, 100Hz en el caso de estudio, el tiempo de impacto afecta notablemente a la respuesta dinámica del sistema. En la situación de menor tiempo de impacto (2ms), observamos que tiene una tendencia decreciente la respuesta al aumentar la frecuencia, alcanzando pendientes negativas entre los 400-500Hz. En los casos de tiempo de impacto 3ms y 4ms, la pendiente se hace negativa a partir de los 200-250Hz.
 - o A medida que aumenta la altura de impacto, aumentan las aceleraciones obtenidas, aunque, cualitativamente, la forma de las curvas de aceleración no se desplazan, sino que son escaladas mientras mayor es la excitación provocada por el hammer.

La respuesta en aceleraciones es menos robusta que la de velocidad o desplazamiento.

3.5.4 Resultados de la LWSM virtual vs Resultados de la LWSM real

Procedemos a contrastar los resultados obtenidos con los experimentales que se muestran en [14], para determinar cuál de las hipótesis planteadas anteriormente es la más acertada.

- Aceleraciones inducidas por el hammer

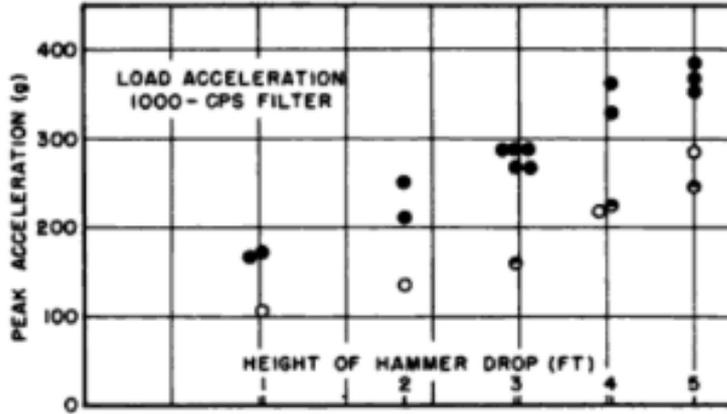


Figura 3-18. Aceleraciones (g) para ensayos en LWSM a diferentes alturas de caída

Las aceleraciones inducidas que se obtienen para las distintas alturas de caída son bastante dispares, pero se observa que existe mayor correlación con los resultados experimentales marcados con el círculo blanco. Para los casos de caída de 3ft y 5ft, los resultados experimentales devuelven aproximadamente una aceleración de 160g y 290g respectivamente. Los valores que se han obtenido aplicando la mecánica impulsiva que menor error introducen respecto a estos valores son los del tiempo de impacto de 2ms.

- Velocidades inducidas en los componentes

Rangos de velocidad pico para la caída de 5ft (experimental)	Velocidad pico para la caída de 5ft (numérico)
[0.7-4.7] m/s	0.8399m/s

Las velocidades inducidas dependen claramente de la masa que se ha ensayado, por lo que daremos por válido entrar en el rango de velocidades experimentales.

- Aceleraciones en la estructura de ensayo

Rangos de aceleración pico para la caída de 5ft (experimental)	Aceleración pico para la caída de 5ft (numérico)
[166-5267] m/s ²	1149.75m/s ²

En las gráficas que aparecen en la figura 3-19 se muestran todos los ensayos que se realizaron en el estudio de 1963 en distintas máquinas Lightweight [14], representando los valores que se obtuvieron para un ensayo sobre distintas masas y alturas de caída.

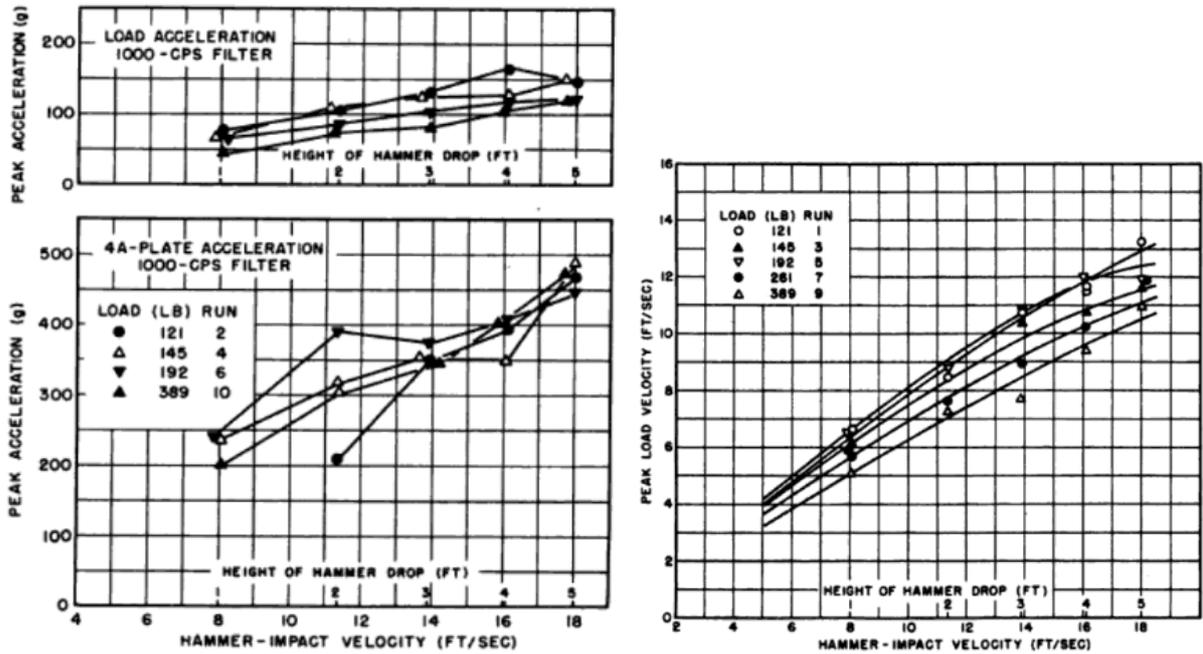


Figura 3-19. Valores medios de velocidad de impacto y aceleración en ensayos reales de LWSM

Parece conveniente seguir comparando estudios reales para verificar cuál de los tiempos de impacto modela mejor el impacto que produce la LWSM, pero, a fin de continuar con este estudio, se tomará como válido asumir el valor de 2ms, el cual hace que la aceleración inducida se asemeje más a los ensayos reales (curvas rojas en las figuras 3-15, 3-16 y 3-17).

3.5.1 Resultados de la LWSM virtual ajustada

Como corolario, la solución encontrada para este problema de simulación de la MIL-S-901E Lightweight Shock Machine, para una caída de 5ft y una estructura de 750kg es:

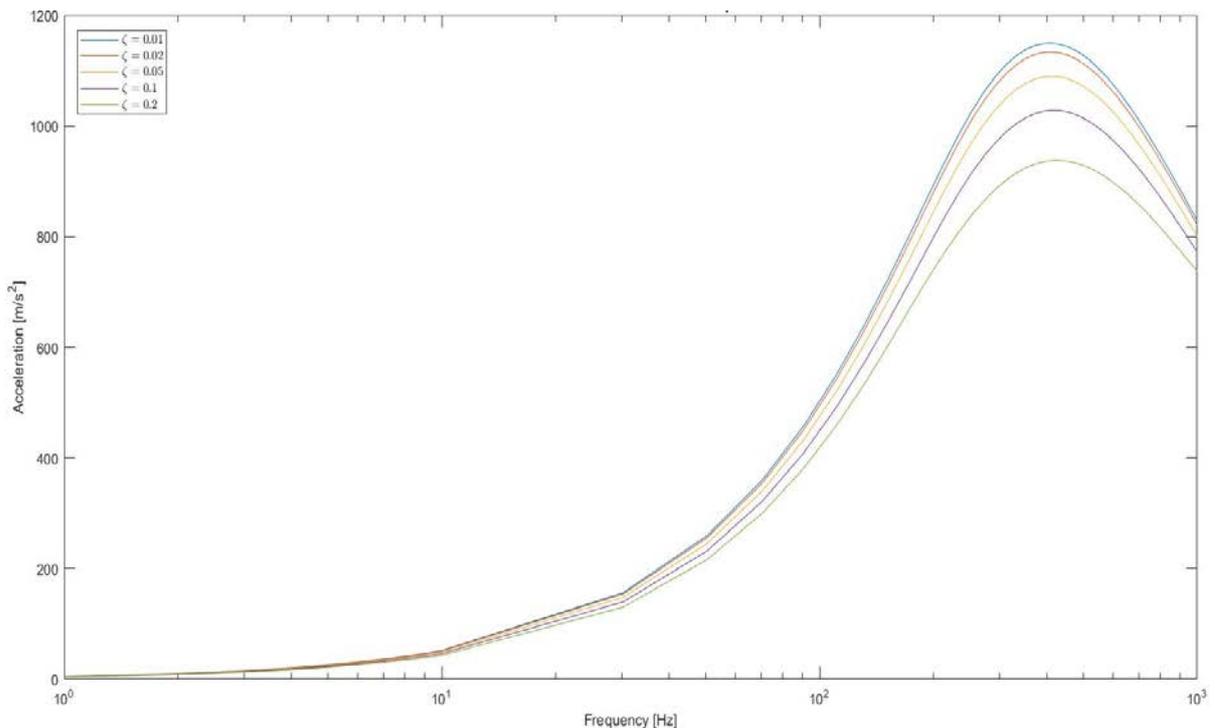


Figura 3-20. Espectro de aceleraciones

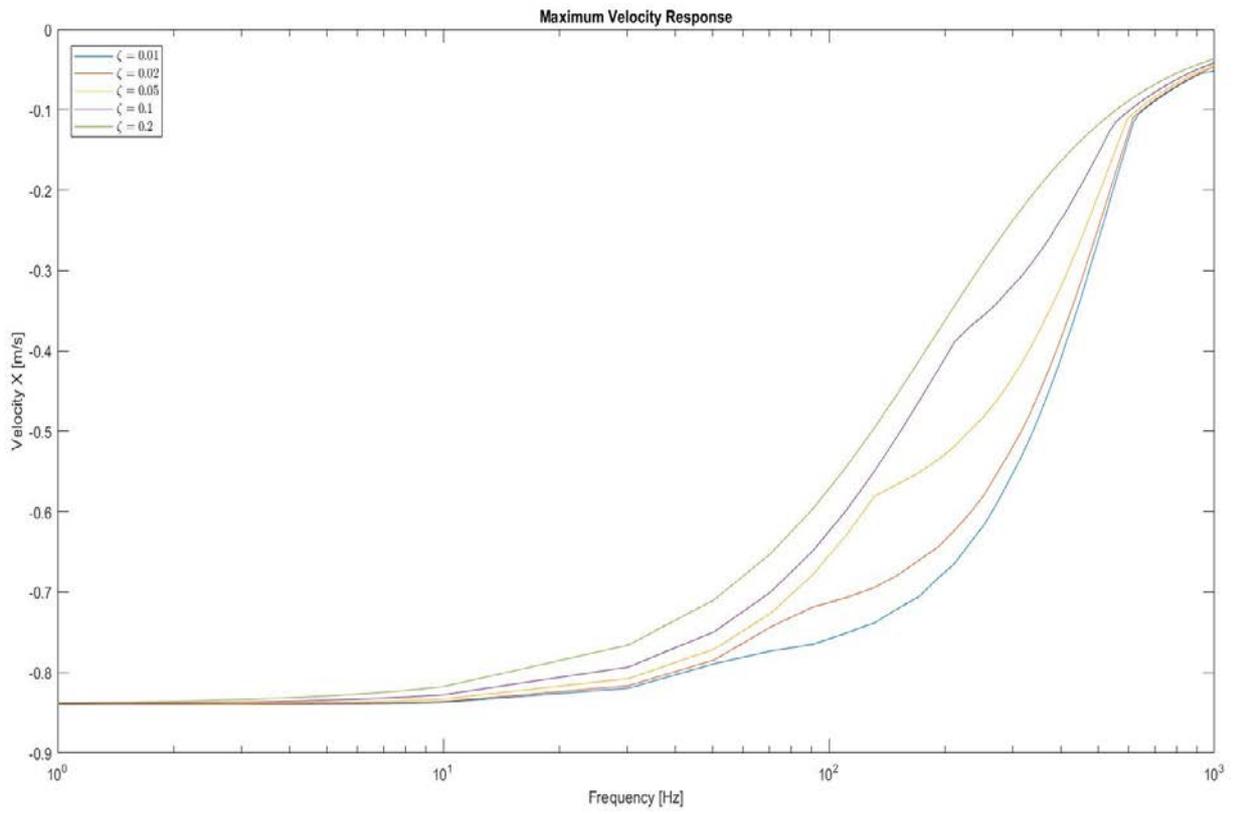


Figura 3-21. Espectro de velocidades

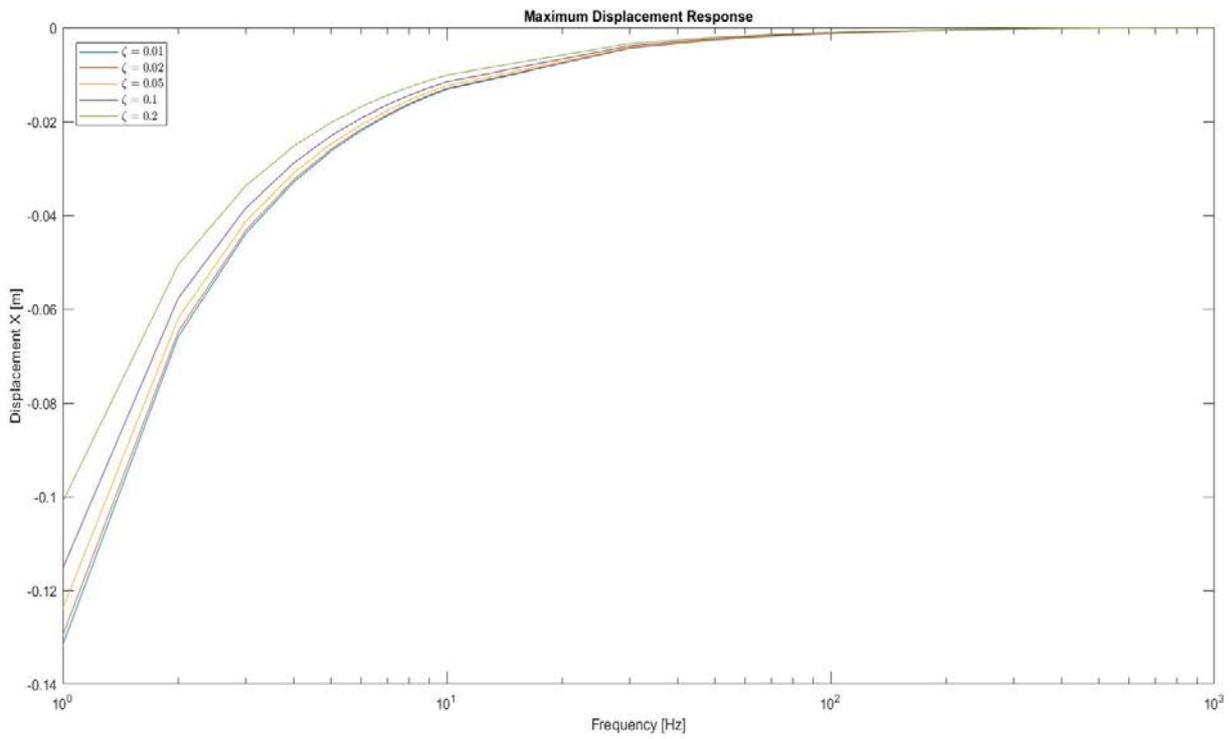


Figura 3-22. Espectro de desplazamientos

4 ENSAYOS DE IMPACTO CON SHAKERS

4.1 Introducción

Los excitadores electrodinámicos o hidráulicos, más comúnmente conocidos como Shakers en el mundo de la dinámica, son equipos que generan vibraciones con el fin de realizar análisis en componentes o estructuras.

Los Shakers hidráulicos utilizan bombas hidráulicas para crear grandes presiones, que permiten mover su cabeza hasta una distancia de 15cm pico a pico. Las válvulas controlan el movimiento mediante controles de corriente. A diferencia de los electromagnéticos, no pueden responder tan rápidamente a los cambios en la frecuencia.



Figura 4-1. Shaker hidráulico (Fuente: Halt&Hass Consulting)

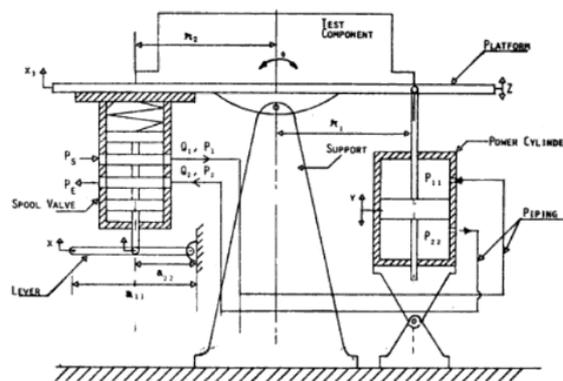


Figura 4-2. Esquema de funcionamiento del Shaker hidráulico (Fuente: [18])

Análogamente, los electrodinámicos tienen un generador de frecuencias, que mandan una señal a un amplificador. Esto crea una fuerza electromagnética que mueve la armadura del shaker dentro de una bobina (coil). El tamaño de estos shakers hace que el control sea más rápido y puedan implementarse experiencias a mayor frecuencia, pero la amplitud que conseguimos con ellos no supera los 2.5-3.5cm.

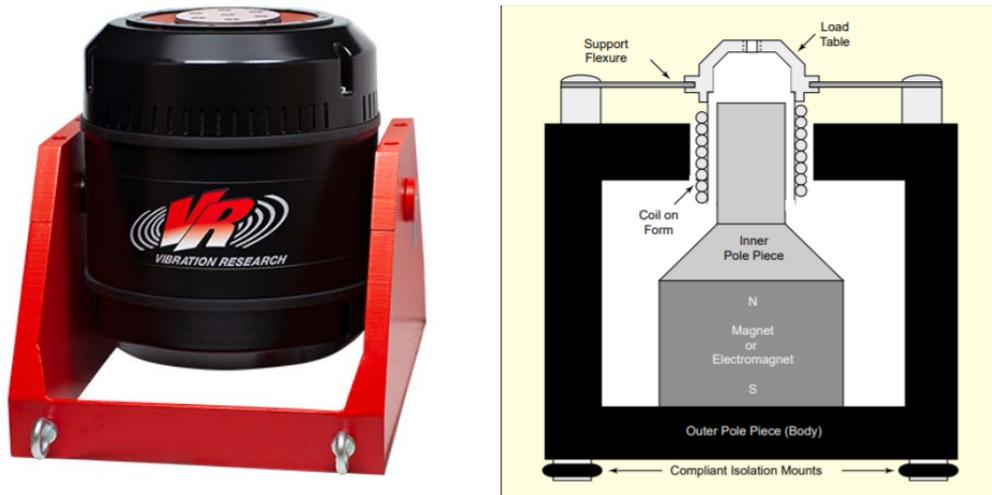


Figura 4-3. Shaker electromagnético y esquema de funcionamiento (Fuentes: <https://vibrationresearch.com/shakers/> - Understanding the Physics of Electrodynamic Shaker Performance)

Estos dispositivos se usan tanto en fases de diseño, en las que se ensaya un modelo estructural para demostrar que los equipos pueden resistir los niveles de vibración (sobre todo en componentes aeroespaciales), y en fase de explotación, en los que comprobamos la respuesta de los sistemas ensayados frente a vibraciones.

Además de las aplicaciones clásicas de la dinámica de vibraciones, estos dispositivos también se han utilizado para realizar ensayos de impacto.

Según la bibliografía, el test clásico de impacto con el shaker es una alternativa muy eficiente al ensayo de caída, dadas su mejor precisión y posibilidad de repetición.

Observamos en [22] que los shakers electromagnéticos son capaces de generar picos de fuerza bastante elevados pero que, debido a su limitación de amplitud, solo tienen unos centímetros para generar la velocidad suficiente para provocar el impacto. Para poder aumentar la fuerza aplicada, se aplica un pre-pulso para que el componente ensayado tenga una cierta velocidad negativa.

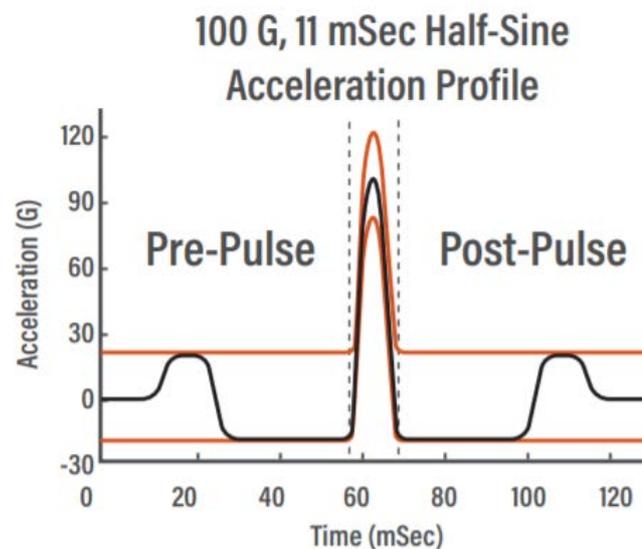
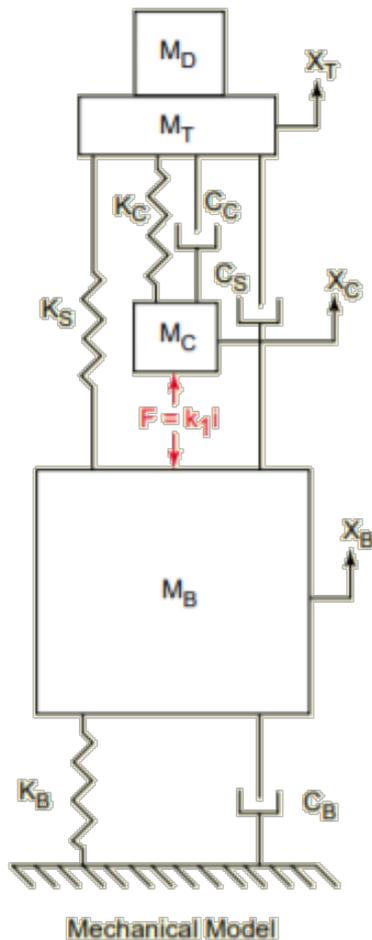


Figura 4-4. Generación de pulso de medio seno en Shaker electromagnético

Con todo lo anterior dispuesto, no parece que la generación de un pulso análogo al que es capaz de realizar la LWSM sea una limitación para los Shakers, sino más bien un problema de optimización de los parámetros de entrada de los mismos para generar la misma respuesta en el sistema de estudio.

4.2 Ecuaciones del Shaker

El modelo mecánico del Shaker puede ser representado de la siguiente manera:



Las ecuaciones del movimiento del sistema compuesto se corresponden a la combinación de la ecuación ya demostrada en el apartado 3.3 de este documento, extendida a un sistema con 3 grados de libertad.

Si despreciamos el efecto del amortiguador c_c , el sistema podría reducirse al estudio de un sistema de 2 grados de libertad, ya que asumiríamos que la masa del shaker se mueve como un sólido rígido conectado al sistema mediante un muelle y un amortiguador. Este muelle y amortiguador son constantes intrínsecas del Shaker y de los apoyos sobre la estructura de estudio.

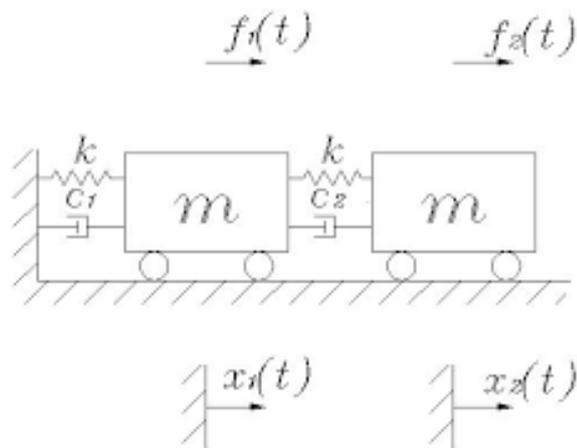


Figura 4-5. Modelos mecánicos del funcionamiento del Shaker

Por tanto, el sistema simplificado de dos grados de libertad se presenta de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_a \\ -F_a \end{pmatrix}$$

Donde:

m : Masa del sistema

c : Constante de amortiguamiento del sistema

k : Rigidez del sistema

m_a : Masa total del Shaker

c_a : Amortiguamiento del apoyo del Shaker

k_a : Rigidez del apoyo Shaker-Estructura

F_a : Fuerza derivada del Shaker

4.3 Modelización del impacto de la LWSM con Shakers

Se estudiará en primer lugar un SRS de un Shaker real, propuesto en [21], para analizar la respuesta del sistema en aceleraciones, velocidad y desplazamiento, y así entender cómo afectan las variables de las ecuaciones conjuntas y de impacto.

Por último, se estudiarán los parámetros del Shaker necesarios para replicar la respuesta obtenida en la LWSM, dando por concluido el trabajo.

4.3.1 Ejemplo de SRS empleando un Shaker

Una vez se ha implementado las ecuaciones del movimiento del shaker en MatLab (ver Anexo I), se procede a introducir valores de un actuador real.

Datos del actuador Data Physics model S-100

$m_a=80\text{kg}$

$c_a=1\%$ del amortiguamiento crítico

$k_a = 22\text{kN/m}$

Datos de la estructura de ensayo

$m = 750 \text{ kg}$

La complejidad de este problema radica en la modelización de la fuerza que debe ejercer el Shaker.

Como ya se ha visto en el problema del impacto de la LWSM, la aproximación del impulso por un medio seno resulta bastante fiable. Por ello, dejaremos parametrizada una función para que pueda minimizar la diferencia entre las respuestas dinámicas del sistema.

Dicha función es de la forma: $p_a = h * \sin\left(\pi * \frac{t-t_0}{t_{max}}\right)$

Comprobaremos el SRS y las variables que devuelve el sistema conjunto, con una aceleración pico de 100g y un pulso de 2ms.

En las figuras 4-6, 4-7 y 4-8, se extrae para una determinada frecuencia, las variables en el dominio del tiempo que reflejan el comportamiento del Shaker y la estructura en conjunto.

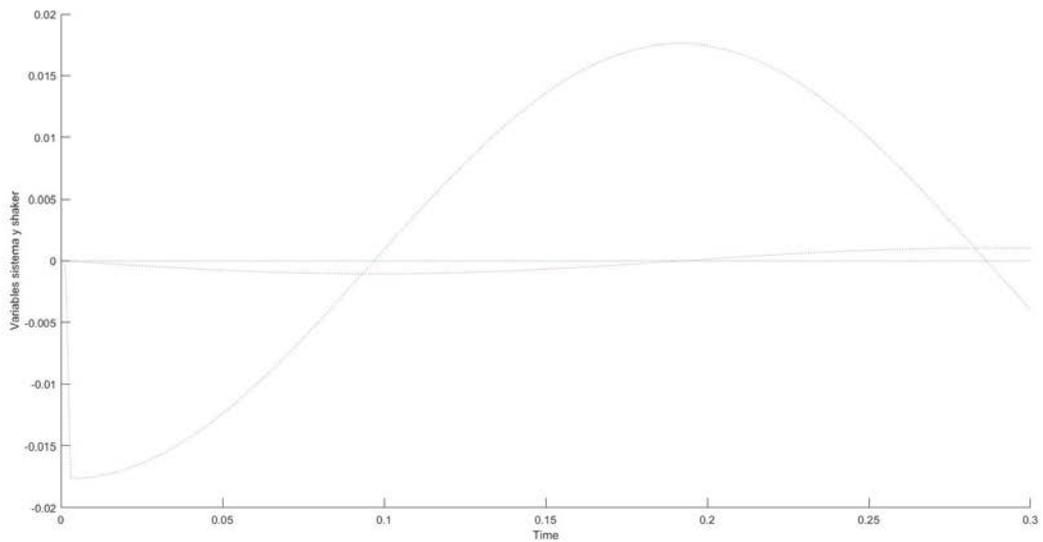


Figura 4-6. Distribución de velocidades (m/s) y desplazamientos (m) del sistema conjunto

En la Figura 4-6, que representa distribución de velocidades (m/s) y desplazamientos (m) del sistema conjunto, la línea que tiene mayor amplitud se corresponde a la velocidad en el Shaker, la consecutiva es la velocidad que se ha transmitido al sistema.

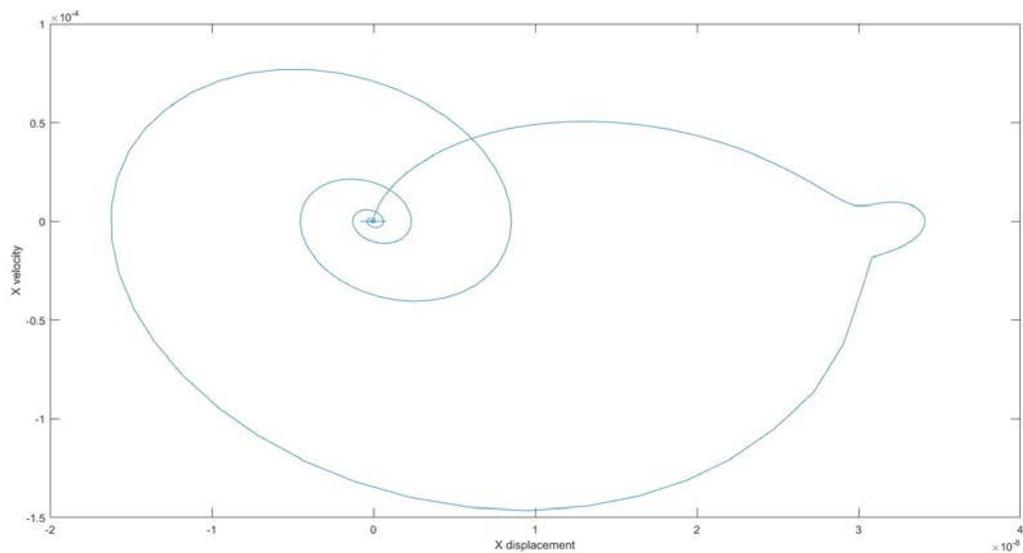


Figura 4-7. Desplazamiento (m) vs Velocidad (m/s) del subsistema de estudio

En la Figura 4-7, se puede observar la fuerte no linealidad de los desplazamientos cuando se acoplan ambos sistemas. No obstante, a pesar de ser un efecto caótico, la amplitud en cada período de tiempo disminuye, debido al amortiguamiento de ambos sistemas.

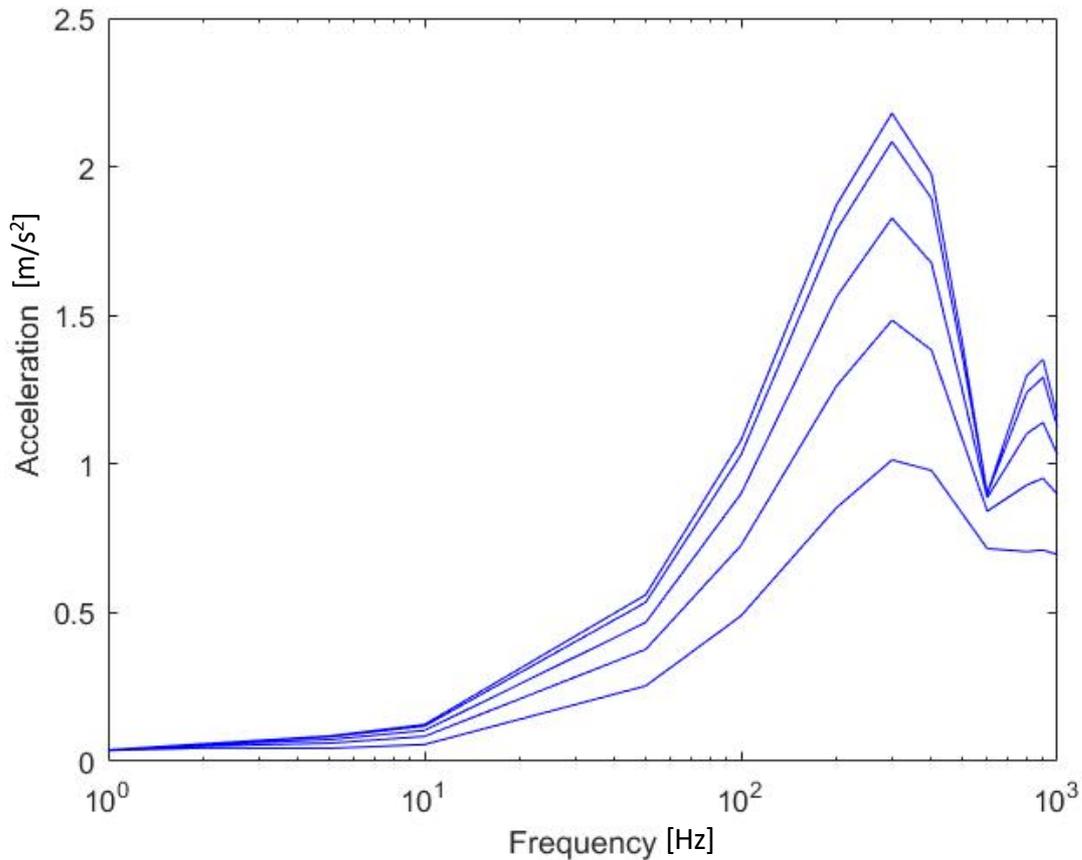


Figura 4-8. SRS del sistema conjunto

La forma del espectro de respuesta en aceleraciones (Figura 4-8) tiene la forma que esperábamos, y, sobre todo, tiene una fuerte similitud con el espectro que se ha obtenido para el caso del ensayo de impacto.

El segundo pico de aceleraciones se concluye que es debido al efecto del Shaker, puesto que en las gráficas del ensayo de impacto de la LWSM no aparece.

4.3.2 Optimización del Espectro de respuesta del Shaker

Como ya se ha comentado con anterioridad, emplearemos una rutina análoga a la empleada en el apartado 3.4.3 para minimizar las diferencias entre las respuestas.

Para el Shaker que se ha concretado, se ajustan los valores de aceleración pico transmitidos (h) y el tiempo de impacto (t_{impacto}) para reproducir de la manera más exacta el SRS de la LWSM.

En la Figura 4-9, el trazo de círculos se corresponde al SRS obtenido para la LWSM, y el trazo continuo muestra el proceso de ajuste del SRS del sistema que tiene el Shaker.

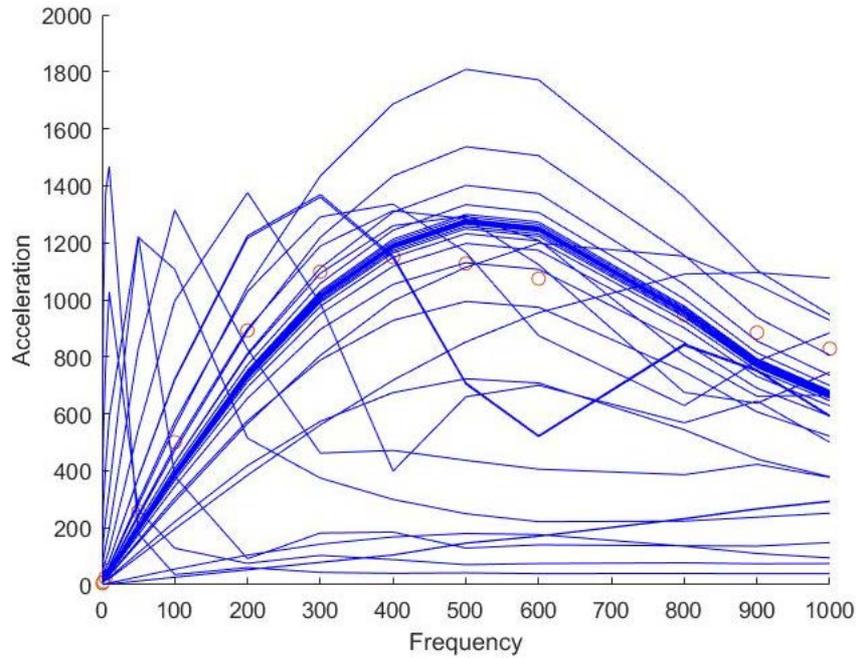


Figura 4-9. Proceso de ajuste de SRS del Shaker al SRS de LWSM

Conclusiones

Se determina que el Shaker que se ha escogido no es capaz de reproducir el ensayo de impacto de forma fiable.

Por los catálogos de Shakers, el rango de fuerza máxima ejercida para un montaje simple de un Shaker sobre una estructura, es de 50-60kN, alcanzando para Shakers hidráulicos picos de hasta 231kN de fuerza aplicada.

Después de mucho tiempo de investigación y estudio de la influencia de los parámetros del Shaker, intentando encontrar el pulso del Shaker que reproduzca totalmente la curva del ensayo de impacto, se llega a la conclusión de que no es posible. Veamos el ajuste en la figura 4-10.

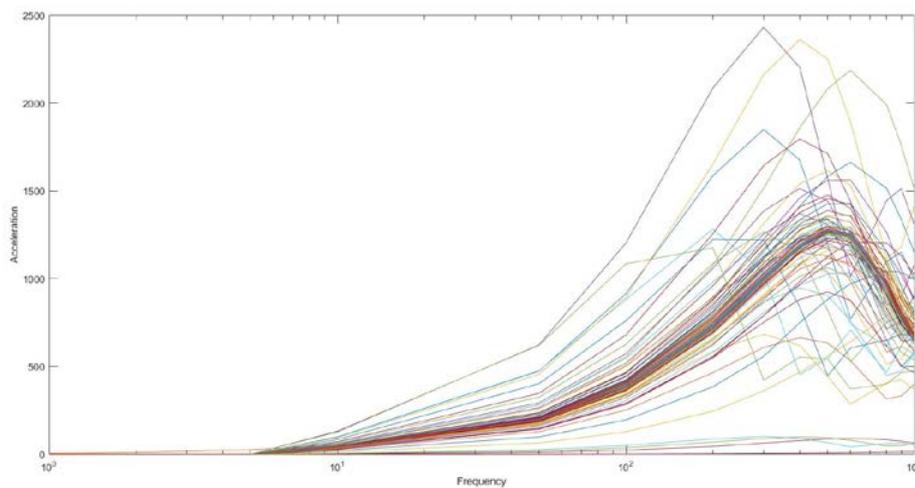


Figura 4-10. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM para pulso único

Al igual que sucedía en el caso anterior planteado, el SRS obtenido tiene el máximo desplazado hacia altas frecuencias.

De la misma forma, si se ajusta para que el valor máximo coincida en valor y frecuencia del ensayo de impacto, cometemos mucho error a altas frecuencias.

¿Hay alguna solución posible? Bien, se plantea lo siguiente. El pulso con el que estudiamos la estructura podría no ser único. Si hacemos una división grosso modo de las partes en las que se divide el SRS, podemos apreciar el cambio de baja frecuencia, con tendencia creciente, hasta media frecuencia, donde se encuentra la zona cóncava del espectro, y a partir de alta frecuencia, curvas constantes decrecientes.

4.3.3 Empleo de múltiples Shakers para distintos rangos de frecuencia

Ajustaremos pulsos de baja-media frecuencia (1-200Hz), pulsos de media frecuencia (200-350Hz), pulsos de media-alta frecuencia (350-500Hz) y pulsos de alta frecuencia (>500Hz).

Se estudiarán dos casos de estructuras, una de masa 750kg y otra de masa 5000kg, para comparar los efectos de la masa de estudio en la respuesta final del sistema, así como para tomar dos muestras en el ajuste de los parámetros.

Pulsos de Shaker para baja-media frecuencia 1-200Hz:

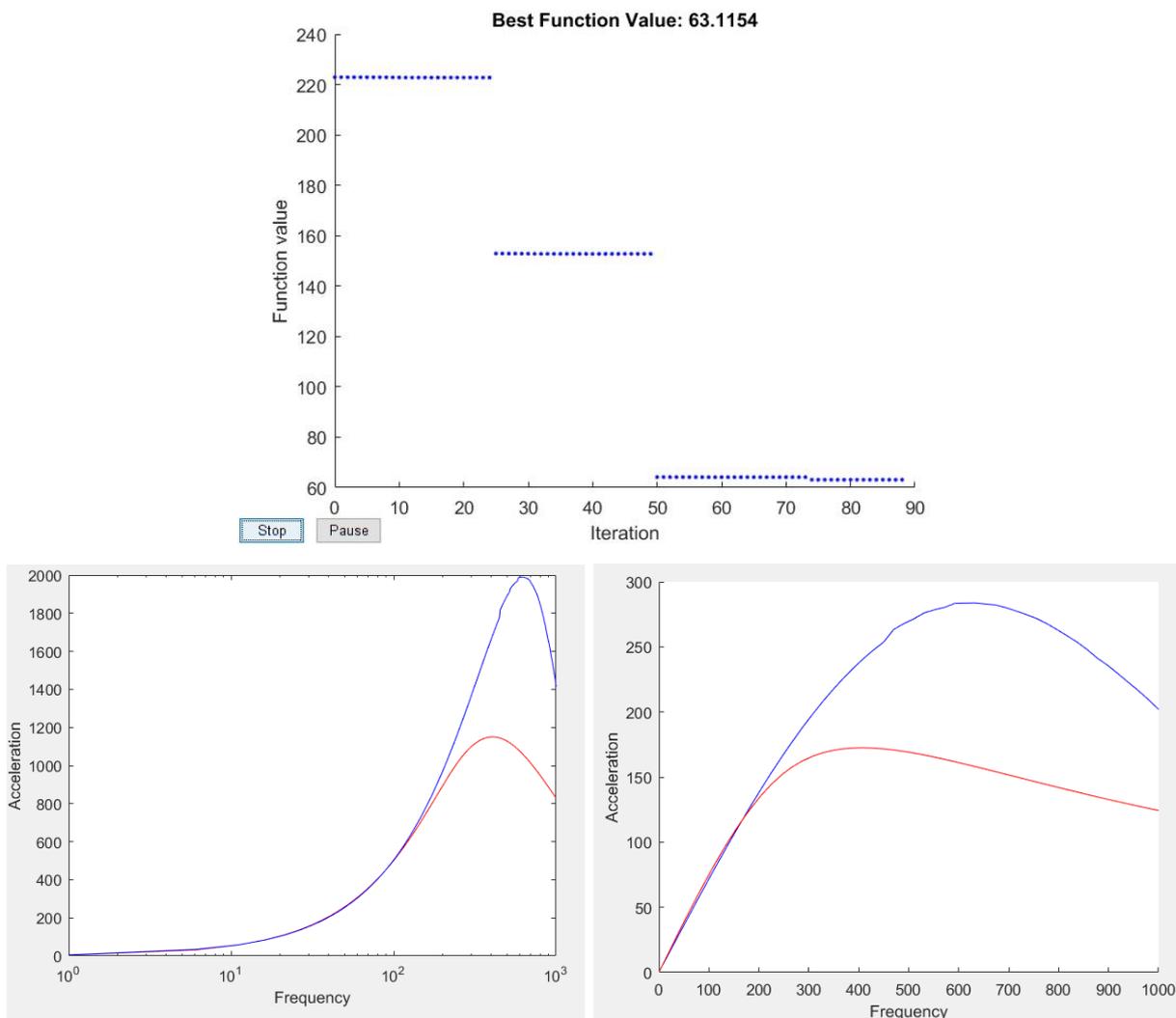


Figura 4-11. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM Baja-Media Frecuencia

El error cometido mediante mínimos cuadrados es: $Q = \sqrt{\frac{63.115}{8}} = 2.808\text{m/s}^2$, que, para el orden de magnitud de hasta 600m/s^2 en este intervalo, es del 1-3%.

- Características necesarias del Shaker para una masa de 750kg:

$$v_{input} = 5\text{m/s}; t_{input} = 0.001\text{s}; m = 200\text{kg}; k = 19740\text{N/m}; c = 0.01\%$$

- Características necesarias del Shaker para una masa de 5000kg:

$$v_{input} = 5\text{m/s}; t_{input} = 0.001\text{s}; m = 190\text{kg}; k = 25119\text{N/m}; c = 0.01\%$$

Se puede comprobar que las características del Shaker no varían en exceso para poder cubrir un amplio rango de masas para baja-media frecuencia.

Pulsos de Shaker para media frecuencia 200-350Hz:

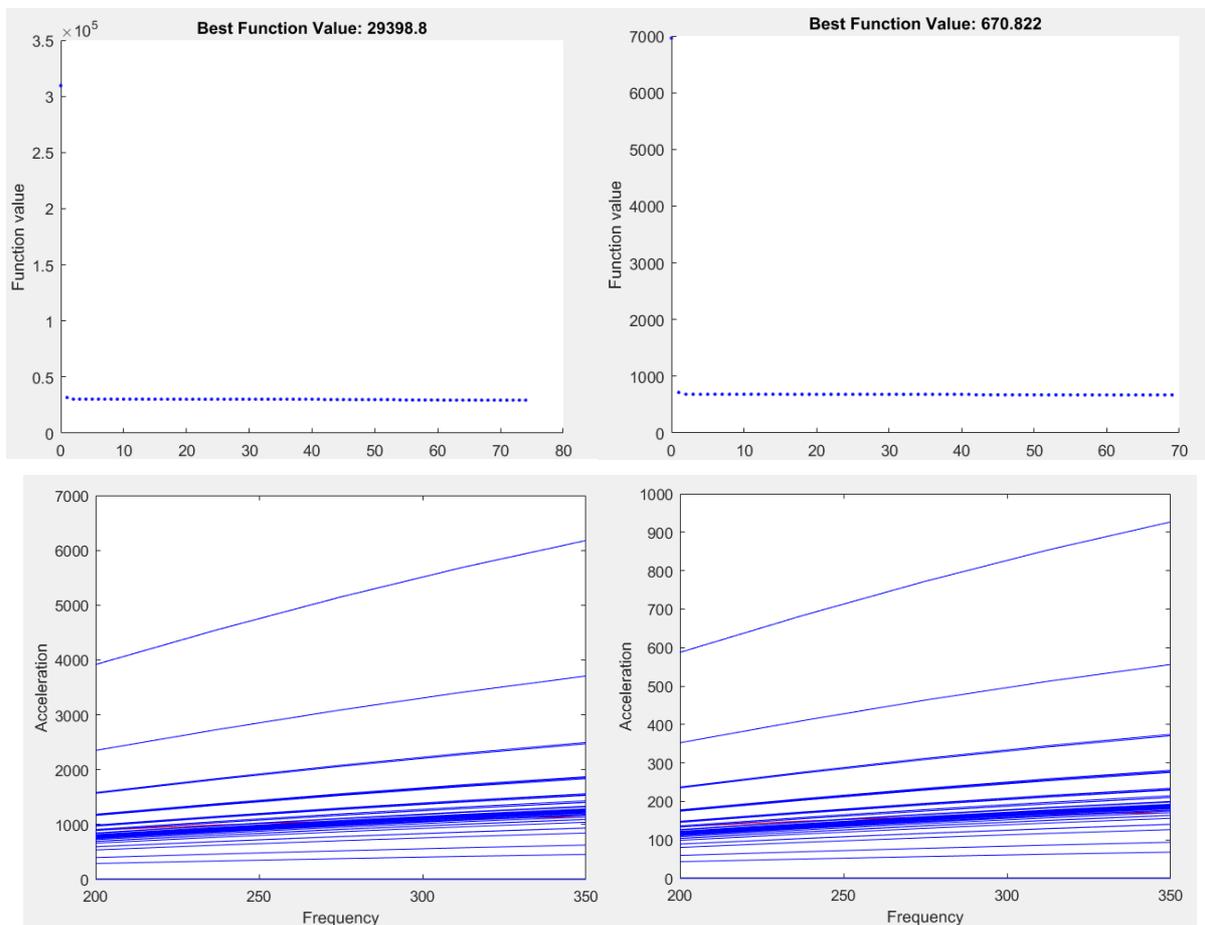


Figura 4-12. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM en Media Frecuencia

$Q = 99.24$ y 15.05 m/s^2 respectivamente, eso supone un error del $\pm 10\%$ de las aceleraciones máximas en el rango de frecuencias estudiado.

- Características necesarias del Shaker para una masa de 750kg:

$$v_{input} = 4\text{m/s}; t_{input} = 0.001\text{s}; m = 203\text{kg}; k = 19740\text{N/m}; c = 0.01\%$$

- Características necesarias del Shaker para una masa de 5000kg:

$$v_{input} = 4\text{m/s}; t_{input} = 0.001\text{s}; m = 203\text{kg}; k = 100000\text{N/m}; c = 0.2\%$$

Pulsos de Shaker para media-alta frecuencia 350-500Hz:

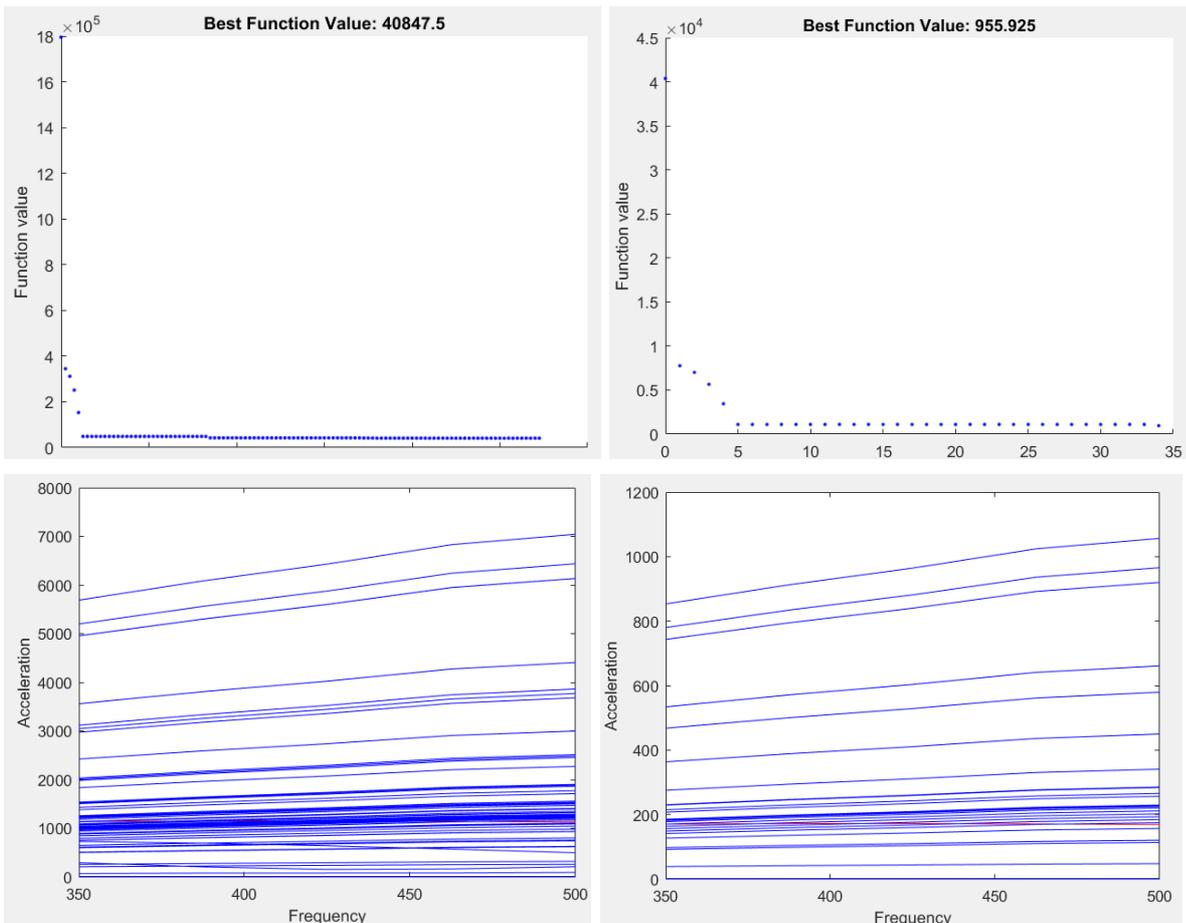


Figura 4-13. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM en Media-Alta Frecuencia

$$Q = 116.80 \text{ y } 17.841, \text{ error del } \pm 10\text{-}12\%$$

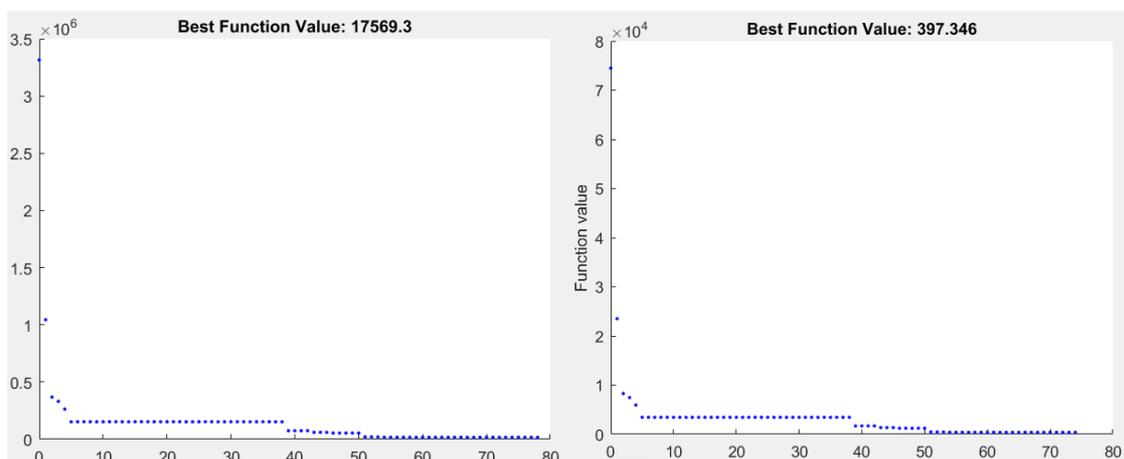
- Características necesarias del Shaker para una masa de 750kg:

$$v_{input} = 4m/s; t_{input} = 0.001s; m = 164.25kg; k = 100000N/m; c = 0.01\%$$

- Características necesarias del Shaker para una masa de 5000kg:

$$v_{input} = 4m/s; t_{input} = 0.001s; m = 162kg; k = 2016N/m; c = 0.01\%$$

Pulsos de Shaker para alta frecuencia >500Hz:



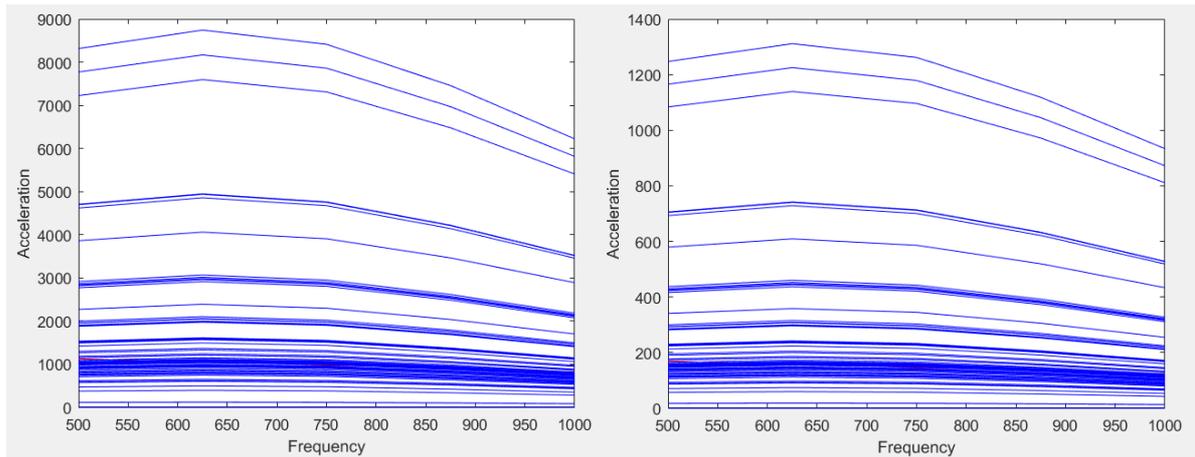


Figura 4-14. Mejor ajuste encontrado de SRS del Shaker al SRS de LWSM en Alta Frecuencia

$$Q = 116.80 \text{ y } 11.50 \text{ error del } \pm 8-10\%$$

- Características necesarias del Shaker para una masa de 750kg:

$$v_{input} = 2.25m/s; t_{input} = 0.001s; m = 243.06kg; k = 100000N/m; c = 0.20\%$$

Características necesarias del Shaker para una masa de 5000kg:

$$v_{input} = 2.25m/s; t_{input} = 0.001s; m = 243.34kg; k = 100000N/m; c = 0.20\%$$

Plotearemos ahora las envolventes de cada división, para cada Shaker obtenido, frente al SRS de LWSM:

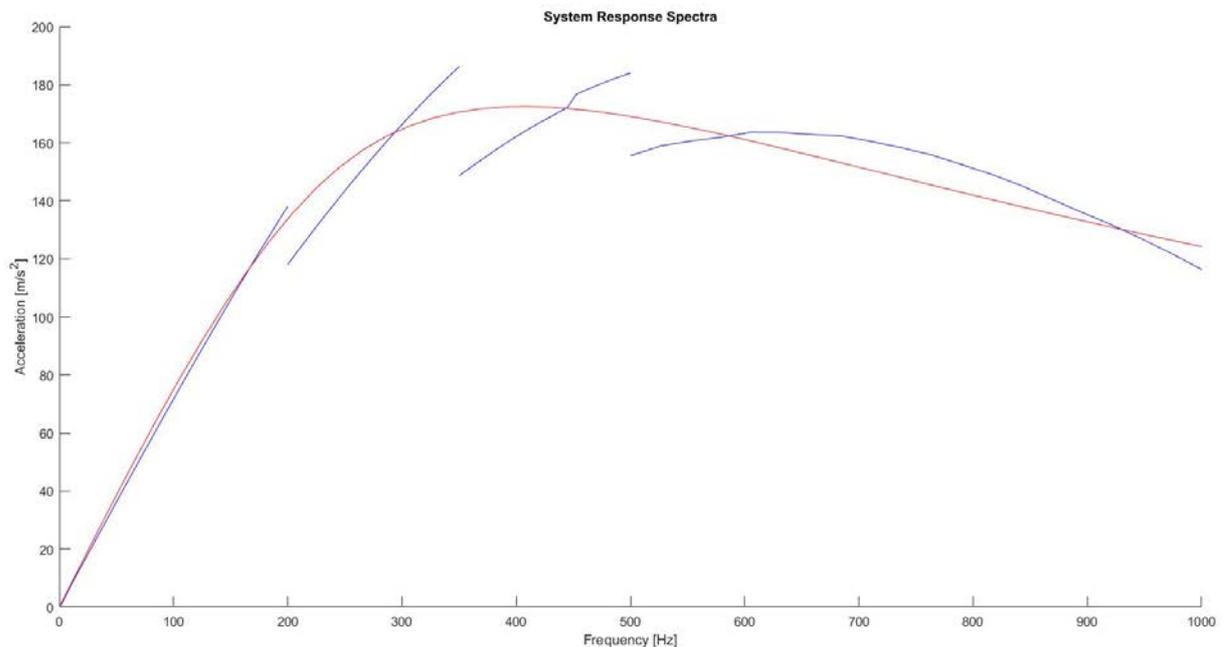


Figura 4-15. SRS de LWSM y curvas de SRS de los Shakers para la masa de 750kg

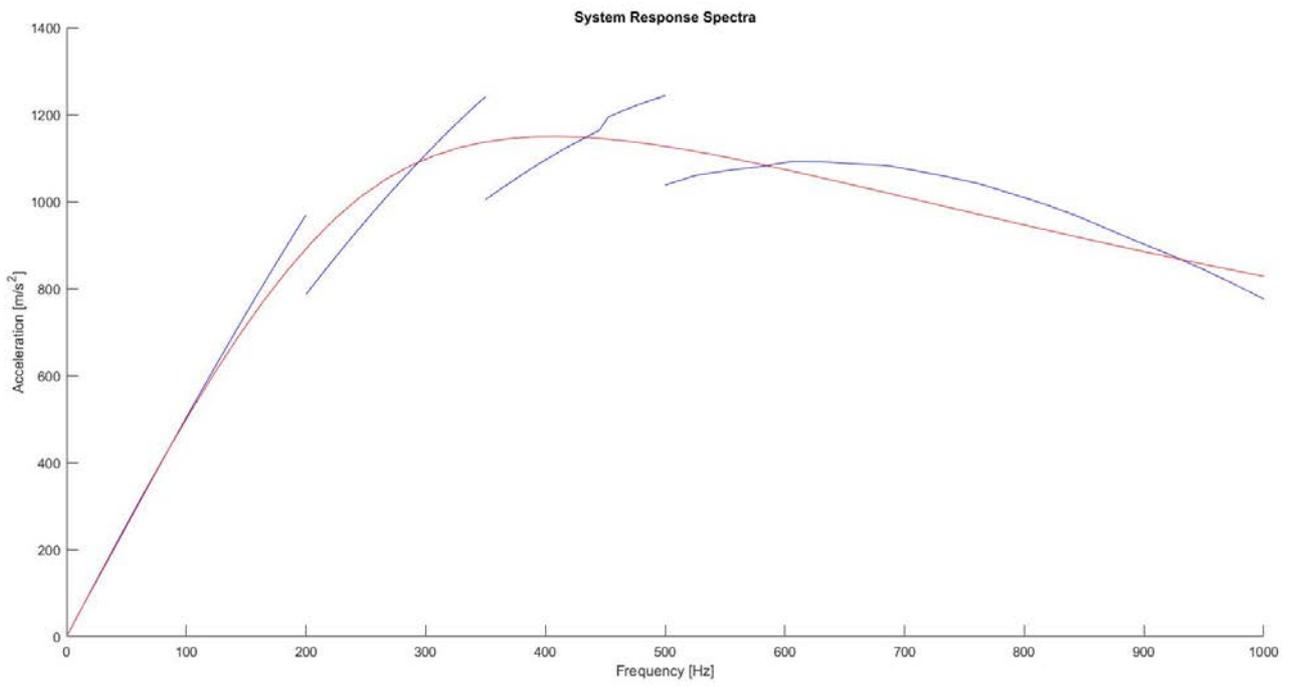


Figura 4-16. SRS de LWSM y curvas de SRS de los Shakers para la masa de 5000kg

Las conclusiones de este último apartado se presentan en conjunto con las conclusiones del TFM

5 CONCLUSIONES

Los ensayos de impacto constituyen una vía de investigación, que, a pesar de no ser novedosa por su larga trayectoria desde mediados del siglo pasado, está sujeta a ser implementada, explorada y optimizada de manera virtual.

Respecto al cálculo de las cargas de impacto, es necesario tener en cuenta la naturaleza de la carga y de su posible interacción con la estructura, ya que, en función de si se produce una colisión elástica o plástica, puede haber una variación importante del valor de las aceleraciones en estructuras muy rígidas (altas frecuencias).

Como en toda modelización, se han realizado numerosas simplificaciones que permiten trabajar de manera más eficiente con las ecuaciones matemáticas. Las interacciones entre sólidos sin disipación de energía, la no inclusión de las rigideces y amortiguamientos de cada parte de la máquina de ensayo, son fuentes de imperfección y error en los resultados, por lo que los valores cuantitativos mostrados deben ser utilizados como orientación y como guía para seguir investigando el comportamiento de los ensayos de impacto. Se hace necesaria pues, una validación experimental posterior de los resultados aquí obtenidos.

El empleo de los Shakers como sustituto a las máquinas de impacto clásicas se plantea como posible, dado que los resultados obtenidos han sido favorables a la hora de poder representar la respuesta dinámica del sistema. Siendo críticos, los resultados del espectro de los Shakers difieren, sobre todo a media-alta frecuencia. Pero, observando las curvas envolventes, es altamente probable que realizando un ajuste de los resultados de los distintos Shakers, se pueda conseguir una correlación más exacta entre ambos ensayos, dado que la curva de la LWSM corta a la del Shaker prácticamente a la mitad de su punto medio.

Enfocar el problema desde rangos de frecuencia, cada uno asignable a un tipo de Shaker, se plantea como la mejor vía para atacar el problema del ajuste de las curvas, permitiendo aplicar superposición para realizar un montaje final de SRS.

Una de las conclusiones más importantes es que se ha visto la independencia de la masa de la estructura a la hora de escoger los parámetros del Shaker. El punto de aceleración máxima permanece invariante, sólo es escalado su valor con la masa, aumentando la aceleración transmitida a medida que disminuye el peso, cuestión que era de esperar. Siendo así, si se encuentran Shakers, o se terminan de ajustar las curvas que ellos generan, estos serían válidos fuese la masa que fuere la ensayada.

En el rango de frecuencias de las estructuras civiles 1-100Hz, se observa un comportamiento lineal de la aceleración a medida que aumenta la frecuencia. Este coincide con el primer rango de frecuencia que se ha descrito en este documento, y, por tanto, sólo haría falta encontrar el Shaker real con las características expuestas para poder realizar ensayos de impacto con Shakers y con una precisión de $\pm 5\%$ respecto al ensayo LWSM.

Si bien los pesos de las estructuras civiles exceden el recomendado para la máquina de ensayo ligera, se hace inviable poder realizar un ensayo MWSM a una estructura civil, ya que estos sólo proceden en laboratorio. El posible uso de Shakers permitirá una expansión de los ensayos de impacto, gracias a su portabilidad y su economía.

6 TRABAJOS FUTUROS

Se propone, en vías de continuación a este trabajo:

- Análisis experimental de ensayos de impacto con Shakers.

Esta investigación, como se ha expuesto en el apartado 5 de este documento, es absolutamente necesaria para refutar los resultados que se obtienen de la máquina virtual simulada y así proceder a su ajuste.

- Modelización de ecuaciones de impacto considerando las frecuencias naturales de la LWSM

Es necesario dotar de mayor complejidad al problema simulado, ya que no tiene en cuenta los efectos de las frecuencias naturales de los componentes de la máquina de ensayo. Si el impacto logra excitar estas frecuencias, influirá en la respuesta que medirán los acelerómetros en el componente de estudio.

- Simulación mediante MEF de ensayos de impacto

Es limitada la capacidad de analizar el problema desde un punto de vista analítico, pues reducimos a 1 grado de libertad el problema. Gracias al MEF, se podrán obtener resultados más precisos de las estructuras reales cuando estas sean estudiadas frente a impacto.

- Análisis de colisiones y explosiones en estructuras civiles mediante MEF

Como se ha expresado en el documento, la posibilidad de realizar el ensayo de impacto sobre la estructura civil al completo, implica la posibilidad de que la estructura quede inutilizada después del ensayo. Es por eso que tener la capacidad de analizar virtualmente si la estructura que se va a proyectar resiste las cargas de impacto, es de un alto interés.

7 REFERENCIAS

- [1] P. Krehl «History of Shock Waves, Explosions and Impact», Springer, 2009
- [2] J. Goicolea «Estructuras sometidas a impacto», E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica Madrid
- [3] Ministerio de Fomento «EHE-08, Instrucción de Hormigón Estructural», 2010
- [4] Ministerio de Fomento «EAE, Instrucción de Acero Estructural», 2011
- [5] Ministerio de Fomento «CTE-DB-SE-A, Código Técnico de la Edificación, Documento Básico, Seguridad Estructural-Acero», 2009
- [6] Ministerio de Fomento «IAP-11, Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera», 2012
- [7] Ministerio de Fomento «IAPF, Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril», 2010
- [8] Consejo de Seguridad Nuclear «IS-27, Instrucción sobre criterios generales de diseño de centrales nucleares», 2010.
- [9] U.S. NAVY «MIL-S-901D», 1989
- [10] U.S. NAVY «MIL-S-901E», 2008
- [11] JASON, The MITRE Corporation «Navy Ship Underwater Shock Prediction and Testing Capability Study», 2007
- [12] Marcelo Rodríguez Danta «Mecánica», 2010
- [13] R.R. Aguiar* and H.I. Weber «Impact force magnitude analysis of an impact pendulum suspended in a vibrating structure», Shock and Vibration 19, 2012
- [14] E.W. Clements «Shipboard Shock and Navy Devices for its Simulation», 1972
- [15] C. Dumitrache et Al. «Shock Response Spectrum Analyser Using Matlab Scripts», Scientific Bulletin of the Electrical Engineering Faculty, 2013
- [16] Hilti «Dynamic Loads and Applications».
- [17] Direction of commander, Naval Sea Systems Command «Shock Design Criteria for Surface Ships», 1995
- [18] Office of the Director of Defense Research and Engineering «The Shock and Vibration Bulletin», 1978
- [19] J. Edward «The Shock Response Spectrum – A Primer», 2009
- [20] T. Irvine «An Introduction to The Shock Response Spectrum», 2012
- [21] G. Fox, D. Snyder «Understanding the Physics of Electrodynamic Shaker Performance», Sound&Vibration, 2001
- [22] B. Shank «Adaptive Shock Pulses on an Electrodynamic Shaker», Thermotron

8.1 Códigos de MatLab

8.1.1 Colisión Inelástica

```
function [ycartmin]=Colision_proyectil_inelastico
```

```
% General data
```

```
g=9.81; %m/s2
```

```
mp=400/2.21; %kg
```

```
vp=50; %m/s
```

```
m=75*10^2;%kg
```

```
mt=m+mp;
```

```
f=[1;2;5;10;20;50;100;250;500;1000]; %Hz
```

```
amortig=[0.01,0.02,0.05,0.1,0.2]; %coeficiente de amortiguamiento  
adim
```

```
% Initial conditions and timing
```

```
yaux=[];
```

```
taux=[];
```

```
tactual=0;
```

```
tmax=4;
```

```
tspan = [0 0.5];
```

```
tevents=[];
```

```
yevents=[];
```

```
init = [0,0];
```

```
impact=0;
```

```
tol=1e-15;
```

```
accelcart=zeros(100000,length(amortig),length(f));
```

```
impactduration=zeros(length(f),length(amortig));
```

```
%% Equations with generalized coordinate theta
```

```
for i=1:length(f)
```

```
    for j=1:length(amortig)
```

```
k=4*pi^2*m*f(i)^2; %N/m
```

```
ccrit=2*m*sqrt(k/m); %Ns/m
```

```
c=amortig(j)*ccrit; %Ns/m
```

```
pre=@(t,y)[y(2);
```

```
    -(c*y(2)+k*y(1))/m];
```

```
hya=@(t,y)[y(2);
```

```
    -(c*y(2))/mt];
```

```
con=@(t,y)[y(2);
```

```
    -(c*y(2)+k*y(1))/mt];
```

```
post=@(t,y)[y(2);
```

```
    -(c*y(2)+k*y(1))/m];
```

```
no_contact=odeset('events',@(t,y)gamma_nc_p(t,y),'MaxStep',  
0.001);
```

```
transition_a=odeset('events',@(t,y)sigma_a_p(t,y),'MaxStep',0.  
0001);
```

```
contact=odeset('events',@(t,y)gamma_c_p(t,y),'MaxStep',0.000  
1);
```

```
transition_b=odeset('MaxStep',0.001);%'events',@(t,y)sigma_b(  
t,y,k,c,l),%
```

```
[t,y] = ode45(pre,tspan,init);
```

```
y(end,2)=-sqrt(mp/mt)*vp;
```

```
[t1,u,t1e,ue,i1e] =  
ode45(hya,[t(end),tmax],[y(end,1);y(end,2)],transition_a);
```

```
[t2,v,t2e,ve,i2e] =  
ode45(con,[t1(end),tmax],[ue(end,1);ue(end,2)],contact);
```

```
[t3,w] =  
ode45(post,[t2(end),tmax],[v(end,1);v(end,2)],transition_b);
```

```
taux=[t;t1;t2;t3];
```

```
yaux=[y;u;v;w];
```

```
tevents=[tevents;t1e;t2e];
```

```
yevents=[yevents;ue;ve];
```

```
impactduration(i,j)=t2e(end)-t1(end);
```

```
%% SRS EXTRACT
```

```
% yaux(1)es x y yaux(2) es velocidad x
```

```

dxcart=yaux(:,1);
vxcart=yaux(:,2);
acartpre=-(c*y(:,2)+k*y(:,1))/m;
acartcontact=[-(c*u(:,2))/mt
              -(c*v(:,2)+k*v(:,1))/mt];
acartpost=-(c*w(:,2)+k*w(:,1))/m;
acart=[acartpre;acartcontact;acartpost];
ycartmin(j,i)=min(dxcart);
cartSRSSmax(j,i)=max(acart);
cartSRSSmin(j,i)=min(acart);
cartSRSSmaximax(j,i)=max(abs(acart));
cartSRSSresmax(j,i)=max(acartpost);
cartSRSSresmin(j,i)=min(acartpost);

%% Plotting variables

% subplot(3,1,1)
% hold on
% plot(taux,yaux(:,2),taux,yaux(:,1),':')
% plot(tevents,0,':')
% xlabel('Time')
% str = {'$$ \dot{x} $$', '$$ x $$'};
% legend(str, 'Interpreter', 'latex', 'Location', 'NW')
% title('Variables del sistema en el tiempo')
%
% subplot(3,1,2)
% hold on
% plot(dxcart,vxcart)
% hold off
% xlabel('X displacement')
% ylabel('X velocity')
% title('Velocidad-desplazamiento')
%
% subplot(3,1,3)
% hold on
% plot(taux,acart);
% xlabel('Time')
% ylabel('Acceleration')
% title('Respuesta del sistema')
% plot(tevents,0,':')
% hold off

```

```

end
end
%% Final plot
% figure(2)
% subplot(3,1,1)
% semilogx(f,cartSRSSmax,f,cartSRSSmin)
% xlabel('Frequency')
% ylabel('Acceleration')
% title('SRS Max-Min')
% subplot(3,1,2)
% semilogx(f,ycartmin)
% xlabel('Frequency')
% ylabel('Displacement X')
% title('Maximum Displacement')
% subplot(3,1,3)
% semilogx(f,impactduration)
% xlabel('Frequency')
% ylabel('Time')
% title('Contact Time')

```

8.1.2 Colisión Elástica

```
function
[ycartmin]=Colision_proyectil_elastico(impacttime)

% General data

g=9.81; %m/s2
mp=400/2.21; %kg
vp=50; %m/s
m=75*10^2;%kg
mt=m+mp;
f=[1;2;5;10;20;50;100;250;500;1000]; %Hz
amortig=[0.01,0.02,0.05,0.1,0.2]; %coeficiente de
amortiguamiento adim
input=mp*vp/0.0001;

% Initial conditions and timing

yaux=[];
taux=[];
tactual=0;
tmax=4;
tspan = [0 0.5];
tevents=[];
yevents=[];
init = [0,0];
impact=0;
tol=1e-15;
accelcart=zeros(100000,length(amortig),length(f));
impactduration=zeros(length(f),length(amortig));
%% Equations with generalized coordinate theta

for i=1:length(f)
    for j=1:length(amortig)

k=4*pi^2*m*f(i)^2; %N/m
ccrit=2*m*sqrt(k/m); %Ns/m
c=amortig(j)*ccrit; %Ns/m

pre=@(t,y)[y(2);
    -(c*y(2)+k*y(1))/m];
hya=@(t,y)[y(2);
    -(c*y(2)+k*y(1)-input)/m];
con=@(t,y)[y(2);
    -(c*y(2)+k*y(1))/m];
post=@(t,y)[y(2);
    -(c*y(2)+k*y(1))/m];

no_contact=odeset('events',@(t,y)gamma_nc_p(t,y),'M
axStep',0.001);
transition_a=odeset('events',@(t,y)sigma_a_p(t,y),'Max
Step',0.0001);
contact=odeset('events',@(t,y)gamma_c_p(t,y),'MaxSte
p',0.0001);
```

```
transition_b=odeset('MaxStep',0.001);%'events',@(t,y)si
gma_b(t,y,k,c,1),%

[t,y] = ode45(pre,tspan,init);
[t1,u] =
ode45(hya,[t(end),t(end)+impacttime],[y(end,1);y(end,2)]
);
[t2,v,t2e,ve,~] =
ode45(con,[t1(end),tmax],[u(end,1);u(end,2)],contact);
[t3,w] =
ode45(post,[t2(end),tmax],[v(end,1);v(end,2)],transition_
b);
taux=[t;t1;t2;t3];
yaux=[y;u;v;w];
tevents=[tevents;t2e];
yevents=[yevents;ve];
impactduration(i,j)=impacttime;

%% SRS EXTRACT
% yaux(1)es x y yaux(2) es velocidad x

dxcart=yaux(:,1);
vxcart=yaux(:,2);
acartpre=-(c*y(:,2)+k*y(:,1))/m;
acartcontact=[-(c*u(:,2)+k*y(1)-input)/m
    -(c*v(:,2)+k*v(:,1))/m];
acartpost=-(c*w(:,2)+k*w(:,1))/m;
acart=[acartpre;acartcontact;acartpost];
b=zeros(length(accelcart)-length(acart),1);
ycartmin(j,i)=min(dxcart);
accelcart(:,j,i)=[acart;b];
cartSRSmax(j,i)=max(acart);
cartSRSmin(j,i)=min(acart);
cartSRSmaximax(j,i)=max(abs(acart));
cartSRSresmax(j,i)=max(acartpost);
cartSRSresmin(j,i)=min(acartpost);
    end
end

%% Final plot
figure(2)
subplot(2,1,1)
semilogx(f,cartSRSmax,f,cartSRSmin)
xlabel('Frequency')
ylabel('Acceleration')
title('SRS Max-Min')
subplot(2,1,2)
semilogx(f,ycartmin)
xlabel('Frequency')
ylabel('Displacement X')
title('Maximum Displacement')
end
```

8.1.3 Minimización El-Inel

```
%% Minimización de diferencias entre respuestas de los
sistemas

%% Colisión elástica-inelástica
%Hay que buscar el tiempo de impacto para el que las
respuestas
%de los sistemas se hacen iguales
B=@(x)sum(sum((Colision_proyectil_elastico(x)-
Colision_proyectil_inelastico).^2));
%%
options =
optimoptions('patternsearch','Display','iter','PlotFcn',@p
splotbestf);
x0 = 0.0005;
A = [];
b = [];
Aeq = [];
beq = [];
lb = [];
ub = [];
nonlcon = [];
x =
patternsearch(B,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options);

%%
Elastico=Colision_proyectil_elastico(x);
Inelastico=Colision_proyectil_inelastico;
f=[1;2;5;10;20;50;100;250;500;1000];
plot(f,Elastico,'Red',f,Inelastico,'Blue')
```

8.1.4 Funciones auxiliares

```
function [value,isterminal,direction]=sigma_a_p(t,y)
tol=1e-5;
%control=[y(3)-tol,ki*y(3)+ci*y(4)-tol];
control=y(1)+tol;
if control(1)>0
value=[1,1];
else
value=[0,0];
end
isterminal=[1,1];
direction=0;
end

function [value,isterminal,direction]=sigma_b_p(t,y)

control=y(1);

if control(1)>0
value=[1,1];
```

```
else
value=[0,0];
end

isterminal=[1,1];
direction=0;

end

function [value,isterminal,direction]=gamma_c_p(t,y)
tol=1e-7;
control=y(1);
if control(1)>0
% if control(1)<0&&control(2)<0
value=[1,1];
else
value=[0,0];
end
isterminal=[1,1];
direction=0;
end

function [value,isterminal,direction]=gamma_nc_p(t,y)
%control=[y(3),ki*y(3)+ci*y(4)];
control=y(1);
if control(1)>0
value=[1,1];
else
value=[0,0];
end
isterminal=[1,1];
direction=0;
end
```

8.1.5 LWSM

```
function [SRStopmax]=Lightweight_Test_final
%General data

l=5*0.3048; %m
A0=5*0.3048; %m
g=9.81; %m/s2
mh=400/2.21; %kg
m=50*10^2; %kg

f=linspace(1,1000,50);%[1,2,5,10,50,100];%,200,300,400,50
0,600,800,900,1000]; %Hz
amortig=[0.01]; %coeficiente de amortiguamiento adim

%Real data for adjustment

accelreal=[297,595];
velocreal=[0.90,0.45];
dispreal=[0.021,0.021];

%Initial conditions and timing
timpact=0.002;
taux=[];
tactual=0;
tmax=1.75;
yaux=[];
tspan = [0 tmax];
tevents=[];
yevents=[];
theta0 = [asin(A0/l),0,0,0];
impact=0;
tol=1e-15;
accelhammer=zeros(300000,length(amortig),length(f));
accelcart=zeros(300000,length(amortig),length(f));

%% Equations with generalized coordinate theta
for s=1:length(timpact)
for i=1:length(f)
for j=1:length(amortig)

k=4*pi^2*m*f(i)^2; %N/m
ccrit=2*m*sqrt(k/m); %Ns/m
c=amortig(j)*ccrit; %Ns/m

pre=@(t,y)[y(2);
-g*sin(y(1))/l
y(4);
-(c*y(4)+k*y(3))/m];

no_contact=odeset('events',@(t,y)gamma_nc(t,y,k,c,l),'
MaxStep',0.001);
[t,y,te,ye,~] = ode45(pre,tspan,theta0,no_contact);

hya=@(t,y)[y(2);
```

```
-
(mh*g*sin(y(1))+c*1*y(2)*cos(y(1))^2+k*1*sin(y(1))*cos
(y(1)))/(m*cos(y(1))^2+mh)/l
y(4);
-(-
mh*LWSM_impulse(l,t,timpact(s),te,ye)+c*y(4)+k*y(3)
)/m]; %-(-mh*1*y(2)*cos(y(1))+c*y(4)+k*y(3))/m]; %

transition_a=odeset('MaxStep',0.00001);%'events',@(t,y)
sigma_a(t,y,k,c,l),
[t1,u] =
ode45(hya,[t(end),t(end)+timpact(s)],[ye(end,1);ye(end,2)
];ye(end,3);ye(end,4)],transition_a);

con=@(t,y)[y(2);
-
(mh*g*sin(y(1))+c*1*y(2)*cos(y(1))^2+k*1*sin(y(1))*cos
(y(1)))/(m*cos(y(1))^2+mh)/l;
y(4);
-(c*y(4)+k*y(3))/m];

contact=odeset('events',@(t,y)gamma_c(t,y,k,c,l),'MaxSt
ep',0.0001);
[t2,v] =
ode45(con,[t1(end),tmax],[u(end,1);u(end,2);u(end,3);u(en
d,4)],contact);

hyb=@(t,y)[y(2);
-g*sin(y(1))/l;
y(4);
-(c*y(4)+k*y(3))/m];

transition_b=odeset('MaxStep',0.001);%'events',@(t,y)si
gma_b(t,y,k,c,l),%
[t3,w] =
ode45(hyb,[t2(end),tmax],[v(end,1);v(end,2);v(end,3);v(en
d,4)],transition_b);

taux=[t;t1;t2;t3];
yaux=[y;u;v;w];

%% yaux(1) es el ángulo theta, yaux(2) es la velocidad
angular; yaux(3) es x y yaux(4) es velocidad x

acart=-(c*yaux(:,4)+k*yaux(:,3))/m;
pkxmax=findpeaks(abs(acart));
dxcart=yaux(:,3);
vxcart=yaux(:,4);
dxham=l*sin(yaux(:,1));
vxham=l*yaux(:,2).*cos(yaux(:,1));

SRSmx(j,i,s)=pkxmax(1);
ycart(j,i,s)=min(dxcart);
vcart(j,i,s)=min(vxcart);

end
end
```

```

end
%% Extracción para plotear

SRStopmax=SRStopmax(:,1);
ycarttop=ycart(:,1);
vcarttop=vcart(:,1);

%% Final plot

figure(3)
plot(f,SRStopmax,'r')
xlabel('Frequency [Hz]')
ylabel('Acceleration [m/s^2]')
title('System Response Spectra')
% figure(2)
% semilogx(f,ycarttop,'-')
% xlabel('Frequency [Hz]')
% ylabel('Displacement X [m]')
% str = {'$$ \zeta=0.01 $$', '$$ \zeta=0.02 $$', '$$ \zeta=0.05 $$', '$$ \zeta=0.1 $$', '$$ \zeta=0.2 $$'};
% legend(str, 'Interpreter', 'latex', 'Location', 'NW')
% title('Maximum Displacement Response')
% figure(3)
% semilogx(f,vcarttop,'-')
% xlabel('Frequency [Hz]')
% ylabel('Velocity X [m/s]')
% str = {'$$ \zeta=0.01 $$', '$$ \zeta=0.02 $$', '$$ \zeta=0.05 $$', '$$ \zeta=0.1 $$', '$$ \zeta=0.2 $$'};
% legend(str, 'Interpreter', 'latex', 'Location', 'NW')
% title('Maximum Velocity Response')
end

function [fa]=LWSM_impulse(l,t,timpact,te,ye)
tn=t(end)-te(end);
fa=l*ye(end,2)*cos(ye(end,1))*sin(pi*tn/timpact)/timpact
t;
end

```

8.1.6 Shaker

```

%% Shock Impact Shaker
function
[accelSRSmax]=AA_shaker(h,timpact,ma,ka,ccrit,f1,f2)

%General data
M=50*10^2;%kg

%Shaker parameters
% ma=80;
% ka=22000;
% ccrit=0.01;
f=linspace(f1,f2,20);%[1,2,5,10,50,100];%200,300,400,500,
600,800,900,1000]; %Hz
amortig=[0.01];%0.02,0.05,0.1,0.2];

```

```

ca=ccrit*2*sqrt(ka*ma);

%%Initial conditions and timing

tactual=0.0001;
tmax=0.3;
tspan = [0 tmax];
tevents=[];
yevents=[];
init = [0,0,0,0];
tol=1e-15;
accel=zeros(15000,length(amortig),length(f));
%% Equations

for i=1:length(f)
    for j=1:length(amortig)

ki=4*pi^2*M*f(i)^2; %kg/m
ccrit=2*M*sqrt(ki/M); %kgs/m
ci=amortig(j)*ccrit; %kgs/m
o=sqrt(ki/M)/2/pi; %Hz
sh=odeset('MaxStep',0.0001);
shaker=@(t,x)[x(2); 1/M*(ca*x(3)-(ci-ca)*x(2)+ka*x(3)-
(ki+ka)*x(1)+ma*Shaker_pulse(t,h,timpact));
    x(4); 1/ma*(ca*(x(2)-x(4))+ka*(x(1)-x(3))-
ma*Shaker_pulse(t,h,timpact))];
[t,x] = ode45(shaker,tspan,init,sh);
a=(1/M*(ca.*x(:,3)-(ci-ca).*x(:,2)+ka.*x(:,3)-
(ki+ka).*x(:,1)));
SRSmax=max(a);
SRSmin=min(a);
SRSabs=max(abs(a));
b=zeros(length(accel)-length(a),1);
accel(:,j,i)=[a;b];
accelSRSmax(j,i)=SRSmax;
accelSRSmin(j,i)=SRSmin;
accelSRSabs(j,i)=SRSabs;
    end
end

```

```

%% Plotting variables
%
% plot(t,x(:,1),t,x(:,3))
% xlabel('Time')
% ylabel('Variables sistema y shaker')
% figure (2)
% plot(x(:,1),x(:,2))
% xlabel('X displacement')
% ylabel('X velocity')
figure(3)
hold on
plot(f,accelSRSmax,'b')
xlabel('Frequency [Hz]')
ylabel('Acceleration [m/s^2]')
title('System Response Spectra')

```

```
end
```

```
function [fa]=Shaker_pulse(t,h,timpact)
t0=0.001;
tmax=t0+timpact;
if t0<=t && t<=tmax
    fa=h*sin(pi*(t-t0)/tmax)/timpact;
else
    fa=0;
end
```

8.1.7 Minimización de diferencias LWSM-Shaker

```
%% Minimización de diferencias entre respuestas de los
sistemas
A=Lightweight_Test_final;
fun=@(x)sum(sum((AA_shaker(x(1),x(2),x(3),x(4),x(5))-
A).^2));%x(3),x(4),x(5)
fun2=@(x)(max(AA_shaker(x(1),x(2))-max(A))).^2;

%%
% máximo de los actuadores: 231307N
options =
optimoptions('patternsearch','Display','iter','PlotFcn',@p
splotbestf);
x0 = [5 0.001 200 20000 0.01];
A = [];
b = [];
Aeq = [];
beq = [];
lb = [0 0 20 1000 0.01];
ub = [30 0.004 250 100000 0.2];
nonlcon = [];
sol =
patternsearch(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options);
```

8.1.8 Funciones auxiliares LWSM-Shaker

```
function [value,isterminal,direction]=gamma_c(t,y,ki,ci,l)
tol=1e-7;
%control=y(3);
control=l*sin(y(1));
if control(1)>0
% if control(1)<0&&control(2)<0
value=[1,1];
else
value=[0,0];
end
isterminal=[1,1];
direction=0;
end
```

```
function
[value,isterminal,direction]=gamma_nc(t,y,ki,ci,l)
%control=[y(3),ki*y(3)+ci*y(4)];
control=l*sin(y(1));
if control(1)>0
value=[1,1];
else
value=[0,0];
end
isterminal=[1,1];
direction=0;
end
function [value,isterminal,direction]=sigma_a(t,y,ki,ci,l)
tol=1e-5;
%control=[y(3)-tol,ki*y(3)+ci*y(4)-tol];
control=l*sin(y(1))+tol;
if control(1)>0
value=[1,1];
else
value=[0,0];
end
isterminal=[1,1];
direction=0;
end
function [value,isterminal,direction]=sigma_b(t,y,ki,ci,l)

%control=[y(3)+tol,ki*y(3)+ci*y(4)+tol];
control=l*sin(y(1));

if control(1)>0
    value=[1,1];
else
    value=[0,0];
end

isterminal=[1,1];
direction=0;

end
```