SciVerse ScienceDirect
Disponible en www.sciencedirect.com

Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 10 (2013) 149–158

www.elsevier.es/RIAI

Control Predictivo Aplicado a la Gestión de Stocks en Farmacia Hospitalaria: un Enfoque Orientado a la Minimización del Riesgo

J. M. Maestre[a,*], A. Zafra Cabeza[a], M. I. Fernández García[b], B. Isla Tejera[c], J. R. del Prado[c], E. F. Camacho[a]

[a]*Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática Universidad de Sevilla, Sevilla 41092, España.*
[b]*Servicio de Farmacia del Hospital San Juan de Dios de Córdoba. Avenida del Brillante, 106, 14012 Córdoba, España.*
[c]*Servicio de Farmacia del Hospital Reina Sofía. Avenida Menéndez Pidal, s/n 14004 Córdoba, España.*

Resumen

La gestión de stock es una de las principales tareas que lleva a cabo el Servicio de Farmacia de un hospital. Se trata de un problema complejo que requiere establecer un equilibrio entre criterios de optimización diferentes y, a veces, contrapuestos. La complejidad del problema se ve incrementada debido a la incorporación de restricciones tales como retrasos en las entregas de los medicamentos o variabilidad en la demanda. En este trabajo proponemos aplicar el control predictivo basado en modelo (MPC) al problema de gestión de stock de un Servicio de Farmacia desde una perspectiva de minimización del riesgo. Las acciones de mitigación se llevan a cabo con el objetivo de reducir el impacto de los posibles riesgos que pueden ocurrir. Por lo tanto, se añaden al problema inicial nuevas variables de decisión. Dado que estas variables pueden ser booleanas, el problema se formula como un problema de programación cuadrática mixto-entero. Finalmente, la metodología propuesta es utilizada en simulación utilizando datos procedentes de un hospital real. *Copyright © 2013 CEA. Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.*

Palabras Clave:
Control Predictivo, Sistemas de gestión, Evaluación de riesgos, Sistemas estocásticos, Impacto social de la automática.

1. Introducción

Las cadenas de suministro son aquellas estructuras y procesos utilizados por una organización para proporcionar un servicio o un producto a un consumidor. Desde el punto de vista de teoría de control, las cadenas de suministro presentan fenómenos interesantes tales como oscilaciones, amplificaciones y retrasos (Sterman, 2000). Asimismo, es frecuente que la producción o el stock excedan o no alcancen los niveles óptimos debido a demoras materiales o de la transmisión de la información. Por estos motivos la dinámica de las cadenas de suministro ha sido analizada en profundidad y se ha utilizado como ejemplo de aplicación en varios artículos de control (Dunbar and Desa, 2005; Maestre et al., 2010).

Las consecuencias de una mala política de control en los eslabones de una cadena de suministro varían dependiendo del tipo de producto o servicio considerado, llegando incluso a ser fatales social y económicamente en casos como el estudiado en este artículo: el Servicio de Farmacia de un hospital. En este caso concreto, deben satisfacerse por una parte las necesidades clínicas del hospital, ya que los costes sociales de la falta de disponibilidad de medicamentos pueden ser inmensos, conduciendo en ocasiones a la pérdida de vidas humanas. Por otro lado, no es posible aumentar demasiado el stock promedio tanto por motivos económicos como logísticos. Los hospitales tienen presupuestos ajustados que imponen restricciones en la gestión de stock. En concreto, se estima que aproximadamente el 35 % de los gastos del hospital en bienes y servicios proceden del Servicio de Farmacia (Bermejo et al., 1999). De ahí que la gestión de stock sea una de las principales tareas que lleva a cabo un Servicio de Farmacia de hospital. Es un problema complejo porque requiere establecer un equilibrio entre criterios de optimización contrapuestos. Además, también deben tenerse en cuenta en este contexto otros factores que habitualmente complican los problemas de la gestión de stock. Por ejemplo, restricciones sobre el almacenamiento de medicamentos: el espacio es limitado, especialmente para aquellos medicamentos termolábiles que deben conservarse en nevera. Los retrasos en las entregas de pedidos y la aleatoriedad de las demandas también son factores que deben ser considerados.

En este trabajo proponemos aplicar control predictivo basado en modelo (CPBM) al problema de gestión de stock de

*Autor en correspondencia
Correos electrónicos: pepemaestre@cartuja.us.es (J. M. Maestre), asun@esi.us.es (A. Zafra Cabeza), mariaisabel.fernandez@sjd.es (M. I. Fernández García), beatrizislatj@gmail.com (B. Isla Tejera), joser.prado.sspa@juntadeandalucia.es (J. R. del Prado), eduardo@esi.us.es (E. F. Camacho)

http://dx.doi.org/10.1016/j.riai.2013.03.005

un Servicio de Farmacia desde una perspectiva de minimización del riesgo. El CPBM es una estrategia de alto rendimiento muy popular para el diseño de controladores basados en modelos debido a su capacidad de manejar interacciones multivariables, restricciones en las variables controladas y manipuladas, y requerimientos de optimización de un modo sistemático. En concreto, se utiliza un modelo del sistema para predecir su evolución futura a lo largo de un horizonte de predicción dado comenzando por el estado de actual del mismo. Debido a esta alta versatilidad, el CPBM ha llegado a ser una de las técnicas de control más utilizadas en aplicaciones industriales (Camacho and Bordons, 2004). Las cadenas de suministro y stocks también se han beneficiado de la aplicación del CPBM, con un abanico de aplicaciones que comprende, entre otras, las cadenas de suministro para la fabricación de semiconductores (W. Wang and Smith, 2004; Wang et al., 2005), la utilización del clásico Juego de la Cerveza del MIT como banco de pruebas de estrategias de control distribuidas (Maestre et al., 2010), los sistemas de producción-inventario (Stoica et al., 2009), o los sistemas de stocks (Rasku et al., 2004).

En este trabajo, se complementa la estrategia de CPBM con un enfoque gestión del riesgo (GR), una disciplina de creciente interés por su alto grado de aplicación al sector industrial (Zafra-Cabeza et al., 2008; Baron and Paté-Cornell, 1999). El objetivo de la GR en sistemas de ingeniería es establecer políticas basadas en el riesgo para obtener mejores equilibrios entre seguridad y productividad. Estas técnicas comienzan en la fase de diseño conceptual y continúan a través de la ejecución y puesta en marcha del sistema. Tras la identificación de los riesgos y el establecimiento de las acciones de mitigación, se proporciona el modelo de riesgos para ser integrado en la optimización. Dado que las acciones de mitigación pueden ser discretas o continuas, el problema de optimización resultante se formula como un problema de programación cuadrática mixto-entero que pertenece a la clase de problemas NP-completo. La función objetivo está compuesta por términos que comprenden los costes de operación, satisfacción de la demanda, acciones de mitigación y esfuerzos de control.

Para validar la estrategia propuesta se han llevado a cabo simulaciones basadas en datos reales procedentes del hospital Reina Sofía (Córdoba, España). Se trata de un hospital universitario con capacidad para un total de 1200 camas. Además de proveer de medicamentos a los pacientes ingresados y a todas las unidades asistenciales del hospital contenidas en su cartera de servicios, el Servicio de Farmacia realiza mensualmente más de 5000 dispensaciones de medicamentos a pacientes externos. En este hospital los gastos en medicamentos superan los 50 millones de euros al año.

El resto del artículo está organizado tal y como sigue. En primer lugar se muestra una descripción del problema de gestión de stock. La sección 3 describe el modelo de riesgos usado. El problema de optimización para la planificación se describe en la sección 4. Con el objetivo de ilustrar las ventajas del método, un modelo de simulación de un Servicio de Farmacia y una estructura del riesgo se utilizan en la sección 5 con diferentes configuraciones. Por último, algunos comentarios a modo de conclusión se proporcionan en el apartado 6.

2. Problema de gestión de stock en el Servicio de Farmacia

En este artículo asumimos que el stock del Servicio de Farmacia está formado por N_{m} medicamentos distintos. El siguiente modelo discreto se utilizará para representar la evolución del nivel de stock del medicamento i,

$$s_i(t+1) = s_i(t) + \sum_{j=1}^{np_i} \delta_i^j(t-\tau_i^j)u_i^j(t-\tau_i^j) - d_i(t) \qquad (1)$$

donde $s_i \in \mathbb{R}$ es el stock de un medicamento i, $u_i^j \in \mathbb{R}$ es el número de artículos pedidos al j-ésimo de los np_i proveedores del medicamento i y τ_i^j es su correspondiente retraso de transporte. La variable $\delta_i^j(t)$ es booleana, y su valor es uno sólo si se produce el envío de un pedido del medicamento i por parte del proveedor j durante el tiempo t; si no, su valor es cero. Finalmente, la variable $d_i(t)$ representa la demanda de un medicamento i.

Consideramos los siguientes costes asociados al problema de la gestión de stock:

- p_i^j es el precio al que el proveedor j-ésimo factura por el medicamento i. Asumiremos para simplificar que este precio no depende del número de artículos pedidos.
- $C_{\mathrm{sh},i}^j$ es el coste de envío del medicamento i desde el proveedor j.
- $C_{\mathrm{op},i}$ representa los costes asociados a la realización de un pedido del medicamento i.
- $C_{\mathrm{os},i}$ es el coste de la falta de existencias del medicamento i, es decir, el coste que conlleva una rotura de stock de un determinado medicamento. En este caso, cuando no hay otra solución posible (utilizar otra presentación del medicamento de mayor o menor dosis, utilizar otro fármaco del mismo grupo terapéutico siempre que no existan contraindicaciones, etc.), se procede a pedir un préstamo a otro hospital que disponga del medicamento en cuestión. Esta práctica puede tener un alto coste, puesto que requiere entregas especiales (recogida del artículo del hospital que lo cede y devolución posterior cuando se restablece el desabastecimiento) que implican que hay que poner a disponibilidad del hospital un medio de transporte eficaz, seguro y rápido, a veces, incluso entre distintas ciudades y en días festivos. Además, el riesgo que conlleva la incapacidad de satisfacer las necesidades clínicas del hospital se considera máximo en este sentido.
- $C_{\mathrm{s},i}$ es el coste de almacenamiento del medicamento i.

Los objetivos del farmacéutico encargado de la gestión del Servicio pueden resumirse en el siguiente listado por orden de prioridad descendente:

1. Satisfacción de la demanda. En otras palabras, debe minimizarse la probabilidad de que se produzcan desabastecimiento de medicamentos. En general, la demanda de los

medicamentos es aleatoria en un hospital, aunque naturalmente existen algunos medicamentos cuyo comportamiento estacional puede ser aprovechado para mejorar la estimación de la demanda. Asimismo, también hay que tener en cuenta las demoras en los envíos de los pedidos, que también son aleatorias. Como consecuencia, los datos históricos de consumos y pedidos son fundamentales tanto para modelar el comportamiento de la demanda como para establecer un stock de seguridad que permita hacer frente a la incertidumbre introducida por estos factores. Existen dos posibilidades en este punto dependiendo de si se establece un stock de seguridad fijo o variable. En el primer caso, en el problema de optimización se introduce una restricción adicional. En el segundo, el stock de seguridad es un parámetro de optimización. En este trabajo nos hemos inclinado por la primera opción tal y como se verá más adelante.

2. Minimización de los gastos de adquisición de medicamentos y los niveles de stock, dados por la siguiente función:

$$G = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{m}}} \sum_{j=1}^{np_i} \delta_i^j(t)(p_i^j u_i^j(t) + C_{\mathrm{sh},i}^j) + \sum_{k=0}^{N} \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{m}}} C_{\mathrm{s},i} s_i(t). \quad (2)$$

3. Minimización del número de pedidos realizados. Los recursos humanos de un Servicio de Farmacia son limitados. De este modo, es conveniente minimizar los costes fijos asociados al hecho de realizar un pedido. Este objetivo se comprende mejor cuando se tiene en cuenta que, por ejemplo, en un hospital como Reina Sofía se realizan más de 12000 pedidos al año. Matemáticamente, este objetivo queda reflejado en la siguiente función de coste:

$$P = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{m}}} \sum_{j=1}^{np_i} C_{\mathrm{op},i} \delta_i^j(t). \quad (3)$$

Además, deben tenerse en cuenta diferentes restricciones:

- Restricciones de almacenamiento. Por un lado, el stock de un medicamento i debe ser mayor que el stock de seguridad min_{s_i}, cuya misión es proporcionar una garantía extra de forma que se reduzca la probabilidad de rotura de stock. Por otro lado, podría haber restricciones de espacio que limiten el número máximo de unidades de medicamentos que pueden ser almacenados. Por tanto,

$$s_i \in [min_{s_i}, max_{s_i}]. \quad (4)$$

En este punto es preciso puntualizar que el stock de seguridad min_{s_i} puede variar con el tiempo. Por ejemplo, en los periodos vacacionales hay laboratorios de pequeño tamaño que cierran. En este caso, la práctica habitual por parte del hospital consiste en aumentar el stock de seguridad de forma que quede garantizado el stock de medicamentos del hospital durante el tiempo que el laboratorio en cuestión permanezca cerrado. Una política similar se sigue también con los medicamentos cuyo consumo es estacional, que cuentan con un stock de seguridad mayor en determinadas épocas del año. No obstante, por simplicidad se considerará en lo que sigue que min_{s_i} es constante.

- Restricciones sobre los pedidos. Las restricciones sobre los pedidos requieren el uso de dos variables diferentes. La primera es una variable booleana que representa el envío de un pedido de un medicamento i por parte del proveedor j durante el tiempo t. Por lo tanto, $\delta_i^j(t) \in [0, 1]$. En caso de realizar un pedido debe tenerse en cuenta que hay un número mínimo y máximo de artículos que se pueden pedir:

$$u_i^j \in [min_{u_i^j}, max_{u_i^j}]. \quad (5)$$

Nótese que esta forma de modelar las restricciones sobre el número de unidades obedece a una simplificación introducida para preservar la convexidad del conjunto. La realidad es más compleja, ya que normalmente los medicamentos vienen en envases por lo que formalmente se trataría de un conjunto discreto. Asimismo, también conviene comentar que el número mínimo y máximo de unidades a pedir vienen dados respectivamente por el número de unidades mínimas contenidas en un envase y por el espacio disponible para el almacenamiento del medicamento correspondiente. Finalmente, nótese que también es posible aumentar el valor de $min_{u_i^j}$ con objeto de reducir el número de pedidos de un medicamento a lo largo del tiempo.

- Restricciones operacionales. El Servicio de Farmacia tiene una capacidad limitada tanto para la recepción como para el almacenamiento de los pedidos. Por este motivo debe imponerse un límite en el número de pedidos a realizar a lo largo de un tiempo N:

$$\sum_{k=0}^{N} \sum_{j=1}^{np_i} \delta_i^j(t+k) \leq \Delta_i \quad (6)$$

donde Δ_i es el máximo número de pedidos de un medicamento i que se puede realizar durante el horizonte temporal considerado.

- Restricciones económicas. Consideraremos una restricción sobre los recursos económicos que pueden utilizarse en el horizonte temporal N. Para simplificar, ignoraremos el dinero inmovilizado que suponen los artículos almacenados. Por tanto, este objetivo puede ser matemáticamente representado de la siguiente forma:

$$\sum_{k=0}^{N} \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{m}}} \sum_{j=1}^{np_i} \delta_i^j(t+k)(p_i^j u_i^j(t+k) + C_{sh,i}^j + C_{op,i}) \leq max_{\$} \quad (7)$$

donde $max_{\$}$ representa el límite presupuestario durante el periodo de tiempo considerado.

3. Gestión de Riesgos en Stocks Hospitalarios

Para introducir la gestión de riesgos en los stocks hospitalarios, considérese la Figura 1 donde se muestra la relación entre las distintas secciones o unidades de la farmacia hospitalaria (U_i), los riesgos que pueden darse en cada una de las unidades (R_i) y cada una de las acciones (A_i) que pueden realizarse para eliminar o reducir las consecuencias de los riesgos.

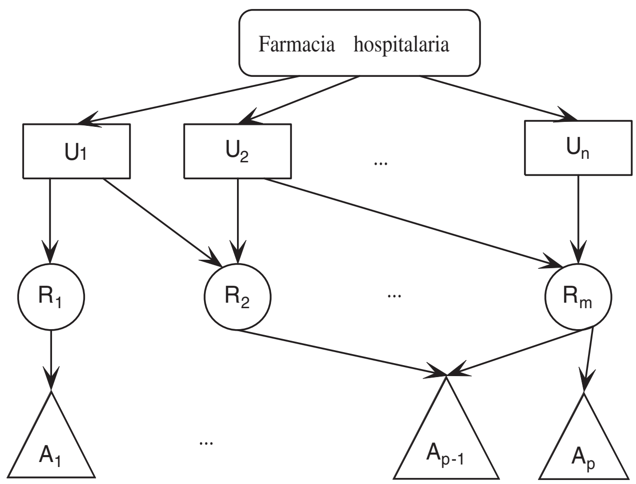

Figura 1: Relación entre riesgos y acciones en la farmacia hospitalaria.

Considérese el conjunto de parámetros $Z = \{Z_1, \cdots, Z_{nc}\}$ que se desean optimizar, siendo *nc* su cardinalidad. Ejemplo de estos parámetros pueden ser los tiempos de retraso en los pedidos, el número de roturas de stock, o la caducidad de los medicamentos perecederos. Se define $R = \{R_1, \cdots, R_m\}$ como el conjunto de los riesgos que se han identificado en el sistema de stock hospitalario. El término *riesgo* puede definirse como un evento que puede ocurrir con una determinada probabilidad, causando impactos sobre algunos de los parámetros que se han mencionado arriba. De esta forma, cada riesgo R_r se caracteriza por una probabilidad de ocurrencia en cada instante de tiempo $P_r(t)$ e impactos II_{rc}, sobre cada uno de los parámetros a evaluar $Z_c \in Z$. En la Figura 1 se puede observar que una unidad (U_i) puede estar afectada por varios riesgos y un mismo riesgo puede darse en varias unidades. Como ejemplo se observa como la unidad U_1 puede estar afectada por los riesgos R_1 y R_2. Por otro lado, los riesgos pueden ser mitigados por las acciones de mitigación. En la Figura 1 el riesgo R_m es mitigado por las acciones A_{p-1} y A_p. Una acción puede mitigar a más de un riesgo; nótese como A_{p-1} mitiga a los riesgos R_2 y R_m.

Como ejemplo, considere un medicamento que tiene un sólo proveedor con un precio y tiempo de entrega específico. Se puede identificar el R_1 como el desabastecimiento de este producto por parte del proveedor, teniendo un impacto sobre el parámetro coste Z_1 de 1000 euros y el tiempo de retraso Z_2 en una operación de 2 días. La opción de tener un segundo proveedor A_1 podría reducir o incluso eliminar este riesgo, aunque habría que tener en cuenta los costes y condiciones de este segundo proveedor.

Como se ha visto en el ejemplo, las acciones de mitigación se realizarán para reducir los impactos de los riesgos, pero su ejecución podrá hacer que se incrementen los costes. Incluso en el caso de que los impactos y probabilidades de los riesgos se valoren de forma estocástica, se ha de tener en cuenta el gasto que conlleva realizar las acciones de mitigación debido a su carácter preventivo. Formalmente, se definen las acciones mitigadoras como el conjunto $A = \{A_1, \cdots, A_p\}$ compuesto por p acciones de mitigación, donde cada acción se describe por una tupla de 3 elementos:

$$A_a = \{u_{M_a}, F_a, G_a\} \quad \forall A_a \in A, \tag{8}$$

donde u_{M_a} es la variable de decisión de la acción A_a. F_a es el conjunto de funciones que determinan la reducción del impacto en función de u_{M_a} en cada instante de tiempo:

$$F_a = \{f_{ca} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \forall Z_c \in Z, A_a \in A,$$

donde f_{ca} es la reducción del impacto que afecta al parámetro Z_c al ejecutar la acción A_a. Como se había nombrado anteriormente, la ejecución de estas acciones conlleva un coste que puede incurrir en los parámetros de optimización Z. Esta propiedad queda recogida bajo las funciones G_a, las cuales describen los gastos a considerar si la acción A_a se ejecuta, también en función de su correspondiente variable de decisión u_{M_a}:

$$G_a = \{g_{ca} : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \forall Z_c \in Z, A_a \in A.$$

Siguiendo con el ejemplo anterior en el que se considera la acción A_1 para mitigar el riesgo R_1 se podría modelar con $f_{11} = u_{M_1}, f_{21} = u_{M_1}, g_{11} = Bu_{M_1}$, es decir, reduce el 100 % de los impactos y su coste es de B euros por medicamento.

Debido a la naturaleza tan diversa que puede darse en las acciones de mitigación, se hace necesario contemplar la variable de decisión como una variable lógica en el caso de decidir emprender una determinada acción o no, o bien, que se cuantifique su intensidad (coste de una póliza de seguro). De esta observación se puede concluir que u_{M_a} podrá ser una variable continua ($u_{M_a} \in \mathbb{R}$) o entera ($u_{M_a} \in \mathbb{Z}$), dando lugar a un problema de optimización mixta.

Teniendo en cuenta la información anterior sobre riesgos, se introduce el término denotado por *RE* llamado *Exposición del Riesgo* definido para cada uno de los riesgos identificados. Así, $RE_{rc}(u_M, t)$ representa la exposición del riesgo R_r que afecta al parámetro Z_c, definiéndose de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} RE_{rc}(u_M, t) = P_r(t)(II_{rc} - \sum_{a=1}^{p} RA_{r,a} f_{ca}(u_{M_a}))+ \\ + \sum_{a=1}^{p} RA_{r,a} g_{ca}, \forall R_r \in R, Z_c \in Z, \end{aligned} \tag{9}$$

donde $P_r(t)$ es la probabilidad del riesgo R_r en el instante t, II_{rc} denota el impacto inicial del riesgo R_r que afecta al parámetro Z_c, y $u_M = [u_{M_1}, ..., u_{M_p}]$ es el vector agregado de decisión para las acciones mitigadoras. Ambos términos pueden ver modificado su valor a lo largo del tiempo. La suma de funciones f es la reducción de impacto conseguida con la ejecución de las acciones. El término $RA_{r,a} = 1$ si el riesgo R_r puede ser mitigado por la acción A_a; en otro caso, este término tendrá un valor nulo ($RA_{r,a} = 0$). Este dato se obtiene gráficamente de la estructura de riesgos comprobando si existe una línea dirigida entre el riesgo y la acción. $g_{ca}(u_{M_a})$ es el coste adicional de ejecutar la acción A_a sobre los distintos parámetros Z_c.

Considerando toda la información previa de esta sección, se puede concluir que la información necesaria para implantar un sistema de GR es la siguiente:

- Variables manipuladas y controladas.
- Modelo del proceso.
- Política de operación, objetivos y prioridades.
- Riesgos identificados que puedan impactar sobre el sistema. Este conjunto se denota por R.
- Plan estratégico de actuación para reducir la exposición de los riesgos a través de las acciones de mitigación. El conjunto de riesgos se denotará por A.

La próxima sección muestra como se lleva a cabo la optimización en los stocks hospitalarios considerando mitigación de riesgos. Para ello, la formulación descrita en este apartado se introduce en el modelado de las variables que se desean optimizar.

4. Problema de Optimización y Control Predictivo en Stocks de Farmacia Hospitalaria

Como se comentó anteriormente, se ha elegido CPBM para llevar a cabo la optimización. A continuación describiremos cómo se han sintetizado matemáticamente los objetivos que se desean cumplir:

1. Minimización de stock garantizando la satisfacción de la demanda de medicamentos (J_1).
   Matemáticamente se tiene:
   $$J_1(u,t) = \sum_{k=0}^{N} \sum_{i=1}^{N_m} [s_i(t+k)]^2. \tag{10}$$
   Naturalmente, este objetivo está sujeto a (1). En este punto, es importante señalar que se utilizan los datos históricos de demandas (d_i) y pedidos para generar una demanda estimada de cada medicamento ($\hat{D}_{e,i}$). Esta demanda estimada puede verse modificada a su vez por algún riesgo, generándose la demanda virtual ($\hat{D}_i$), que sirve como base para la toma de decisiones de acuerdo con (1):
   $$\begin{aligned}\hat{D}_i(t+k) &= \hat{D}_{e,i}(t+k)\\ &+ \sum_{r=1}^{m} RP_{r,\mathrm{dem}}(t+k) RE_{r,\mathrm{dem}}(u,t+k)\end{aligned} \tag{11}$$
   donde N_m es el número de medicamentos que se han considerado en el estudio, m denota el número total de de riesgos y N el horizonte de predicción. El término $RE_{r,\mathrm{dem}}(u, t+k)$ modela el efecto del riesgo R_r sobre la demanda; $RP_{r,\mathrm{dem}}(t+k) = 1$ indica que el riesgo R_r puede afectar a la demanda en el instante $t+k$; en otro caso $RP_{r,\mathrm{dem}}(t+k) = 0$. El hecho de que la demanda no sea satisfecha puede considerarse como un riesgo. Si esto ocurre, el impacto de este riesgo sobre el coste será el término $II_{r,\mathrm{cost}} = C_{os,i}$ y el impacto sobre la demanda, $II_{r,\mathrm{dem}}$, una variación en ella. Para solucionar este problema, la GR, ejecutará acciones que reducirán estos impactos a cambio del coste de ejecución de las acciones. Este caso se presenta en el apartado de aplicación.
2. Minimización de los costes de los pedidos y almacenamiento (J_2):
   $$J_2 = \sum_{k=0}^{N} [\hat{G}(t+k|t) + \sum_{r=1}^{m} RP_{r,\mathrm{cost}}(t+k) RE_{r,\mathrm{cost}}(u,t+k)]^2 \tag{12}$$
   donde $\hat{G}(t+k|t)$ es el gasto en el instante de tiempo $(t+k)$. Este término se calcula según la expresión (2) y representa el coste de los pedidos, incluyendo precio, coste de envío y coste de almacenamiento. $RE_{r,\mathrm{cost}}$ es la exposición del riesgo R_r sobre el coste si se lleva a cabo gestión de riesgos. De igual forma que en el término de la demanda, puede haber riesgos que afecten al gasto de los pedidos, pudiéndose realizar acciones para mitigarlos.
3. Optimización del número de pedidos (J_3): este término procede de la expresión (3) y depende de forma adicional del esfuerzo de control (variación de las variables de control permitidas) y el periodo entre pedidos (diarios, semanales, ...).
   $$J_3 = \sum_{k=0}^{N} [\hat{P}(t+k|t)]^2, \tag{13}$$

La función global que el controlador optimiza es multi- objetivo para considerar los puntos citados anteriormente. En particular, el problema que el controlador predictivo resuelve es el siguiente:

$$\min_u J = \beta_1 J_1(u,t) + \beta_2 J_2(u,t) + \beta_3 J_3(u,t) \tag{14}$$

sujeto a (1) y (4-7), donde $u = [u_o \;\; u_M]$ es el vector agregado de las variables de decisión del problema. En concreto, u_0 es el vector de decisión que contiene el problema original sin considerar riesgos (variables de control del sistema de stock, esto es, $\delta_i^j(t)$ y $u_i^j(t)$ para todo $j = 1, \ldots, np_i$ y $i = 1, \ldots, N_m$) y $u_M = [u_{M_1}, ..., u_{M_p}]$ es el vector de decisión para las acciones mitigadoras.

Se ha de destacar que las salidas de este problema dependerán en gran medida de los pesos asignados a la variable $\beta = [\beta_1 \;\; \beta_2 \;\; \beta_3]$. Existen métodos para la obtención de ponderaciones cuando se están evaluando problemas multi-criterio. Por ejemplo, el procedimiento Analytic Hierarchy Process (AHP) (Saaty, 2008) es una metodología usada en la literatura donde se comparan los criterios por pares para obtener el peso de cada uno de los objetivos.

También es preciso comentar que la naturaleza discreta de algunas variables de optimización hacen de (14) un problema mixto cuadrático (MIQP). Esta clase de problemas pertenece al tipo NP-completos. La complejidad del problema depende del número de variables enteras, reales y del número de restricciones. El tiempo de computación requerido para resolver el problema crece exponencialmente con el tamaño del problema. Si existen *ni* variables lógicas, la complejidad será 2^{ni} (2^{ni} problemas QP problems a resolver). El número de problemas QP a resolver es finito y por tanto el algoritmo encuentra una solución (si existe) en un tiempo finito.

Finalmente, el sistema de bloques de este sistema se representa en la Figura 2, donde las entradas al sistema son las demandas de los medicamentos, proveedores e información recopilada sobre los posibles riesgos que puedan afectar al sistema. Las salidas son los niveles de stocks, demandas predichas, costes y los datos sobre los pedidos (cuando y cuantas unidades) que deben realizarse.

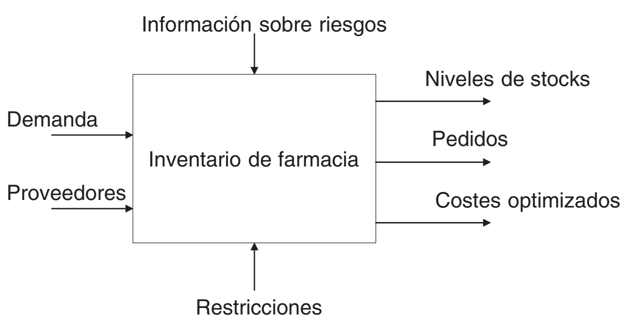

Figura 2: Representación de bloque del sistema de stocks.

5. Ejemplo de aplicación

Esta sección muestra la aplicación de la GR aplicado a uno de los medicamentos más costosos en el hospital Reina Sofía de Córdoba (España). El coste de este medicamento es de 500 euros/unidad. Todos los datos que se presentan sobre stocks, demandas y costes han sido proporcionados por el personal hospitalario. A continuación se desarrollarán los siguientes puntos:

- Modelo de predicción de la demanda y stock del medicamento.
- Identificación de riesgos.
- Plan de mitigación: acciones a desarrollar.
- Función objetivo a optimizar y parámetros del controlador predictivo.

5.1. *Modelo de Predicción*

El término de la demanda tiene carácter no determinista por lo que se ha caracterizado de forma probabilística. Tras analizar los datos correspondientes a este medicamento se ha obtenido el comportamiento que se muestra en la Figura 3.

El panel inferior muestra la probabilidad obtenida para un día concreto de la semana. Con los datos que se disponen, se puede obtener un modelo de probabilidad para cada día de la semana. La justificación se debe a la existencia de medicamentos cuya demanda depende fuertemente del día de la semana. Esto ocurre con medicamentos que se recetan en las consultas, las cuales tienen lugar ciertos día de la semana. Para el medicamento que se ha elegido, se puede observar que no tiene demanda los fines de semana. De forma adicional y para incrementar la robustez del controlador, se ha tomado el percentil 75 de los datos obtenidos. De esta forma, el controlador se preparará para demandas superiores que la media, lo que relaja la restricción del stock de seguridad, pudiendo ser reducido.

El modelo discreto de entrada/salida para el stock del medicamento se muestra en la ecuación (1).

5.2. *Riesgos identificados*

A continuación se exponen los cinco riesgos ($m = 5$) que se han identificado en el periodo de estudio del inventario de la farmacia. La tabla 1 describe los riesgos que se han considerado, información que proviene del personal técnico del hospital Reina Sofía. Los parámetros que se desean optimizar son $Z = \{Z_1, Z_2\}$, donde Z_1 es el coste (euros/semana) y Z_2 la demanda del medicamento expresada en unidades. A título de clasificación, se han distinguido riesgos asociados a la demanda del medicamento, proveedores y stock.

Nótese que R_1 puede cambiar la demanda estimada (cuarta columna) mientras que el resto de los riesgos están variando el coste en la tercera columna (Z_1). La probabilidad de cada riesgo se especifica en la última columna, pudiendo ésta depender del tiempo. Así, la probabilidad del R_3 sólo existe en el segundo mes; en el resto del periodo es 0. Para el riesgo R_1, su probabilidad se ha determinado con una distribución normal de media 0.8 y desviación 0.1, $P_1(t) = N \sim (0{,}8, 0{,}1)$.

5.3. *Plan de mitigación: acciones mitigadoras*

Las acciones que pueden llevarse a cabo para mitigar los riesgos expuestos anteriormente se muestran en la tabla 2. Existen seis acciones de mitigación ($p = 6$) y por tanto seis variables de control adicionales que componen el vector ,$u_M = \{u_{M_1}, \ldots, u_{M_6}\}$, donde todas son de carácter lógico.

La tercera columna de la tabla 2 describe las funciones f, es decir, la reducción de impacto que se consigue al ejecutar la acción. Nótese que esta función se ha descrito en función del porcentaje del impacto, según las indicaciones del personal técnico del hospital. Así para la acción A_2, la función $f_{12} = 0{,}99 II_1 u_{M_2}$ significa que al ejecutar esta acción se eliminará el 99 % del impacto sobre el coste. La cuarta columna informa sobre el gasto adicional de ejecutar la acción; para la acción A_2, $g_{12} = 300 u_{M_2}$, el coste de ejecutar una vez la acción es de 300 euros. La frecuencia de ejecución de las acciones debe ser como mínimo de una semana. La última columna describe el tipo de la variable que modela la acción, siendo en este caso todas booleanas.

La Figura 4 muestra de forma gráfica las acciones que pueden mitigar cada uno de los riesgos citados anteriormente. Puede observarse que la acción A_2 puede mitigar a los riesgos R_2 y R_4. Por otro lado, el riesgo R_3 puede mitigarse con la acción A_3 y A_4.

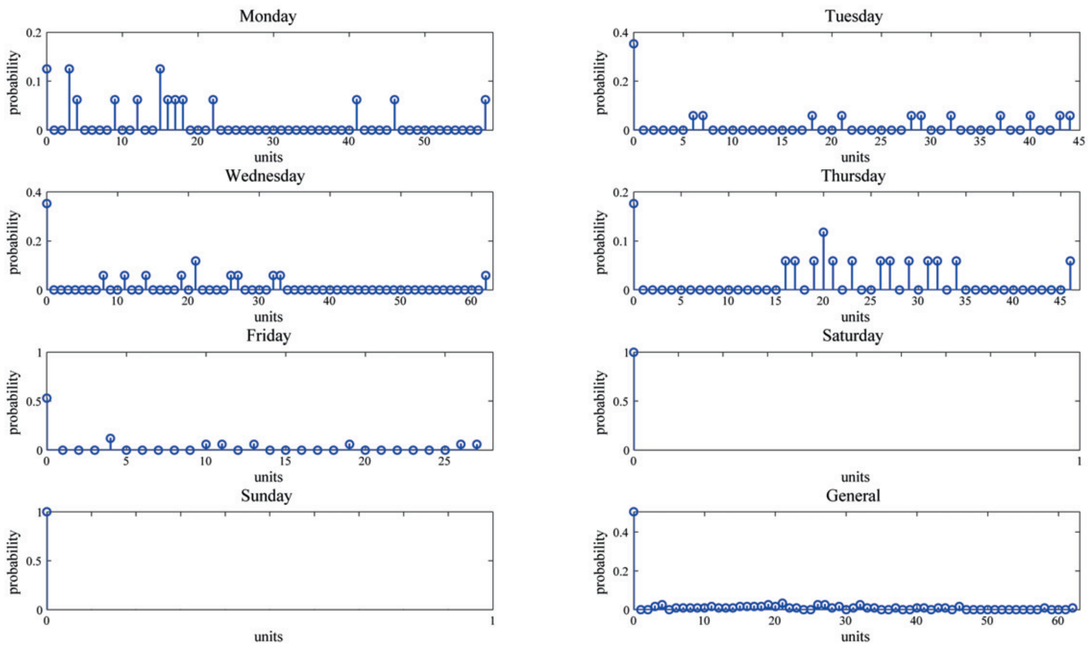

Figura 3: Caracterización probabilística de la demanda del medicamento.

Tabla 1: Descripción de riesgos identificados

R_r	Descripción	II_1	II_2	$P_r(t)$
	Demanda			
R_1	La demanda varía de la estimación	$II_{11} = 0$	$II_{12} = 0{,}3D_r$	$P_1(t)$
	Proveedores			
R_2	Retrasos en la entrega de pedidos	$II_{21} = 4000$	$II_{22} = 0$	0,3
R_3	No existe disponibilidad	$II_{31} = 10000$	$II_{32} = 0$	0,4
	Stocks			
R_4	Stock no corresponde con el real	$II_{41} = 2200$	$II_{42} = 0$	0,5
R_5	Falta de instalaciones para el almacenaje	$II_{51} = 500$	$II_{52} = 0$	0,2

Tabla 2: Acciones de mitigación.

A_a	Descripción	f_{1a}, f_{2a}	g_{1a}	u_{M_a}
A_1	Incrementar la demanda del medicamento	$f_{21} = f_{11} = 0$	$g_{11} = 0$	B
A_2	Incentivar el envío	$f_{12} = 0{,}99 II_1 u_{M_2}$	$g_{12} = 300 u_{M_2}$	B
A_3	Cambiar de proveedor	$f_{13} = II_1 u_{M_3}$	$g_{13} = 500 u_{M_3}$	B
A_4	Buscar asistencia en otros hospitales	$f_{14} = 0{,}5 II_1 u_{M_4}$	$g_{14} = 2000 u_{M_4}$	B
A_5	Seguimiento exhaustivo del stock real	$f_{15} = 0{,}8 II_1 u_{M_5}$	$g_{15} = 200 u_{M_5}$	B
A_6	Habilitar un almacenaje auxiliar	$f_{16} = II_1 u_{M_6}$	$g_{16} = 90 u_{M_6}$	B

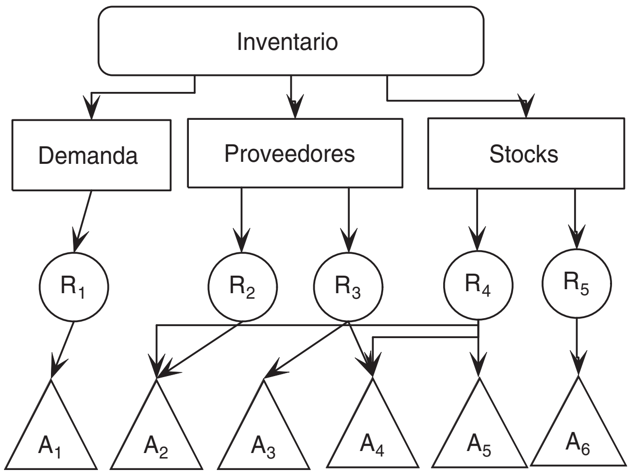

Figura 4: Relación de las acciones que mitigan los riesgos identificados.

Se establece que el coste al que puede ascender la mitigación será de 1800 euros por semana.

5.4. Función objetivo y parámetros del controlador

La función objetivo está descrita en la ecuación (14) donde $\beta_1 = 15, \beta_2 = 10$ y $\beta_3 = 1$, parámetros que han sido elegidos en colaboración con el personal farmacéutico del hospital. El periodo de estudio se establece en 117 días ($t = 1, \ldots, 117$), tiempo de muestreo de 1 día y horizonte de predicción, $N = 10$. Las restricciones que se citan en las expresiones (4-7) se incorporan al problema de optimización. De esta forma, en cada tiempo de muestreo se obtiene una secuencia de señales de control u para seguir a la trayectoria de demanda deseada.

El stock de seguridad del medicamento, min_{s_i}, se ha establecido en 25 y el máximo,max_{s_i}, en 200. Para este medicamento, existe un único proveedor cuyo envío tarda 2 días.

5.5. Resultados

Al haber variables booleanas en el sistema, se ha usado el paquete comercial Cplex de ILOG (ILOG, 2006) para resolver el problema de optimización mixta. Nótese que aún siendo el problema de optimización bilineal, se ha usado una transformación (Bemporad and Morari, 1999) para convertir el sistema a lineal añadiendo variables booleanas y restricciones al problema original.

El objetivo del problema es satisfacer la demanda del medicamento en estudio minimizando el stock. La demanda se ha estimado con la ayuda del personal clínico, recopilando datos de demandas anteriores en el mismo periodo. Así, en el panel superior de la Figura 5 se muestra la demanda estimada del medicamento en línea continua con marcas de círculos ($\hat{D}_{e,1}$). Sin embargo, el riesgo R_1 modifica esta demanda, dando lugar a la línea continua, la cual es la demanda virtual $\hat{D}_1$ utilizada en el problema de optimización. La demanda real que se produjo se representa con la línea discontinua rayada. Se observa que no en todos los casos la demanda virtual es superior a la real, dando lugar a roturas de stock de seguridad como se muestra en el segundo panel ($t = 93$). En este segundo panel se muestra el estado del stock del medicamento, donde la línea discontinua equivale al stock real y la línea continua al stock si se toma como referencia la demanda estimada afectada por el riesgo R_1. Esta señal intenta alcanzar el stock de seguridad (25 unidades), pero a veces no cumple esta restricción porque la demanda real superó a la estimada. El tercer panel muestra el instante de tiempo y unidades que se solicitan al proveedor 1. Al activarse el riesgo R_3 en el segundo mes, los pedidos se realizan a un segundo proveedor (acción A_3) para mitigar el riesgo (panel inferior). En esta simulación, la media del stock real es 43.27 y su desviación 18.8 durante todo el periodo.

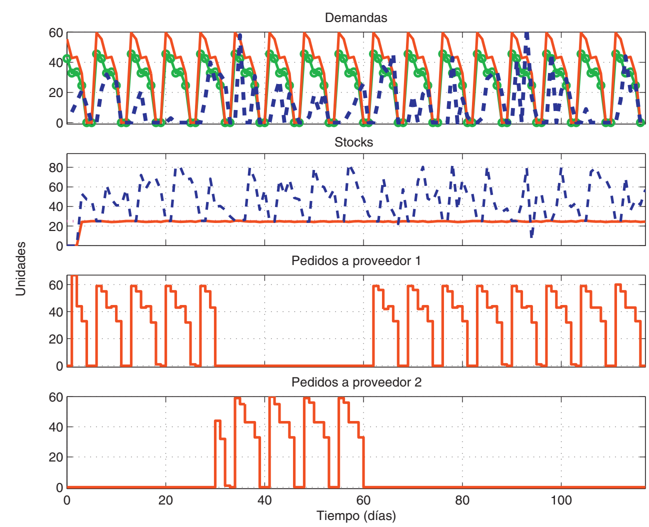

Figura 5: Demandas, stocks y pedidos diarios a los proveedores. En línea continua se muestran las salidas del controlador y en línea discontinua las señales reales.

La Figura 6 muestra los costes acumulados a lo largo del periodo de estudio. Se ha de recordar que los riesgos $R_2, \ldots, R_5$ afectan a este criterio.

1. La línea azul discontinua muestra el coste acumulado considerando los impactos de los riesgos, pero sin realizar acciones de mitigación.
2. La línea roja continua representa el coste acumulado a lo largo del tiempo, considerando los impactos de los riesgos y actuando en consecuencia, ejecutando acciones de mitigación.

Como cabía esperar, el coste en el caso de mitigación es menor que en el caso de considerar riesgos pero no mitigación. Las acciones que se deben ejecutar para alcanzar este coste se muestra en la Figura 7. Se observa que las acciones se llevan a cabo cada semana. Así, las acciones A_2, A_3, A_5 y A_6 se ejecutan al principio de la semana; la acción A_4 no se ejecuta debido al alto coste de la función g_{14} para reducir el impacto de R_5. A_3 que representa el hacer los pedidos a otro proveedor, se ejecuta sólo durante el segundo mes debido a la probabilidad alta que tiene durante ese periodo.

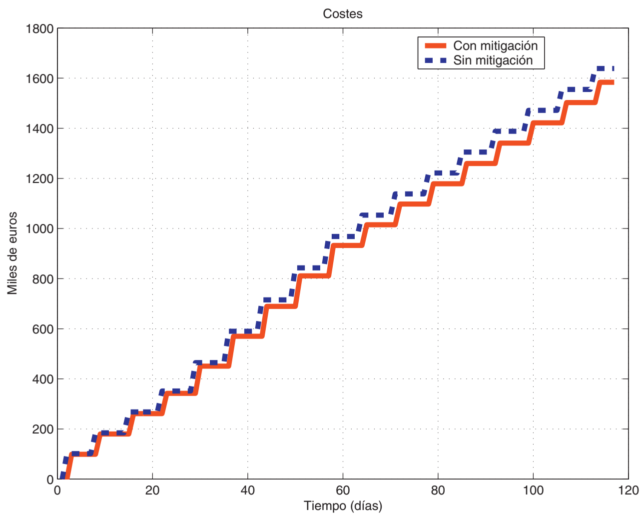

Figura 6: Costes acumulados considerando riesgos en el inventario.

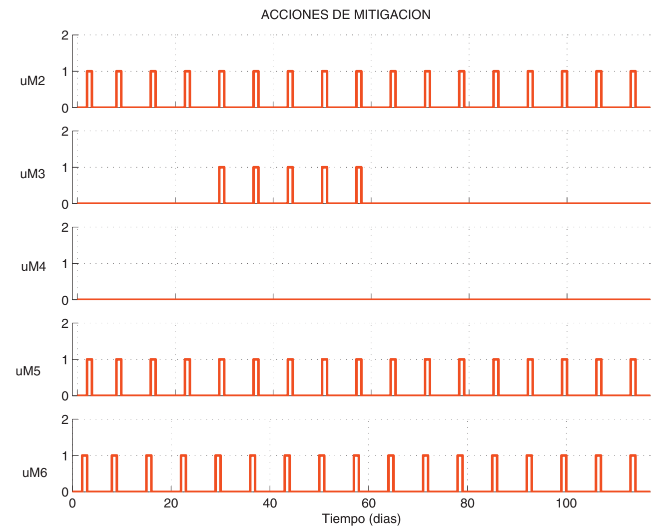

Figura 7: Acciones mitigadoras a ejecutar y su instante de ejecución.

Tabla 3: Simulaciones para diferentes stocks de seguridad.

Stock de seguridad	Violaciones	Media	Desviación
25	17	43.25	18.8
27	1	46.20	19.49
30	0	48.73	19.38
40	0	59.26	20.22

La tabla 3 muestra cuatro casos de simulaciones para distintos valores de stock de seguridad, detallando también, la media y desviación del stock. A medida que se aumenta este valor, el número de casos que no cumplen la restricción disminuye. Por otro lado, también se incrementa la media del stock al incrementar el stock de seguridad; se trata de determinar un balance entre ambos términos.

Por último, se ha llevado a cabo un experimento donde los pedidos se realizan no diariamente, sino semanalmente. Se puede observar en la Figura 8 como el stock aumenta comparado con el caso anterior. Se realizan menos paquetes de pedidos pero se necesita un coste mayor para su almacenaje. La estimación de la demanda se ha adaptado considerando el percentil 60 de los datos reales. En este caso, la media es de 95.98 y su desviación de 34.94.

El panel 2 de las figuras 5 y 8 muestran el estado del stock dependiendo si se impone alguna restricción a la frecuencia de realización de los pedidos. Como se ha podido comprobar, estas simulaciones han dado como media de stock 95.98 en el caso de pedidos semanales y 43.27 unidades en los periodos realizados diariamente. En la realidad, el departamento de farmacia no realiza los pedidos con una frecuencia determinada, sino que utiliza una política de punto de pedido, esto es, los medicamentos se piden cuando el stock baja de un determinado umbral, estimado por el personal farmacéutico. Aplicando este procedimiento, consiguen una media de stock de 107 unidades y el tiempo medio entre pedidos es aproximadamente una semana. Teniendo en cuenta que una unidad de este medicamento tiene un coste de 500 euros, se justifica el tener un stock lo menor posible. El procedimiento que se plantea baja esta media en ambos casos (diario y semanal).

6. Conclusiones

Este artículo propone una herramienta de ayuda en la toma de decisiones del departamento de farmacia para gestión de stocks de medicamentos. La gestión del inventario de fármacos es una tarea relevante en la gestión de hospitales, y por ende, su optimización repercutirá en el funcionamiento global del hospital. Se trata de un problema complejo que requiere establecer un equilibrio entre criterios que resultan contradictorios, como pueden ser la disponibilidad del medicamento y el coste. Este trabajo ha llevado a cabo la optimización del stock de fármacos considerando una evaluación multiobjetivo y considerando un modelo explícito de los riesgos que puedan identificarse en la etapa de planificación. En este sentido, el control predictivo aplicado resulta muy beneficioso debido a que se puede disponer de un modelo que prediga el stock futuro en base a los riesgos identificados, demandas estimadas y restricciones incorporadas. Entre las salidas que se aportan, se destacan las acciones de mitigación que reducen los impactos de los riesgos a lo largo del tiempo, detallando su intensidad e instantes de tiempo a ejecutar. Asimismo, este procedimiento también proporciona una herramienta válida para ayudar al personal técnico a evaluar diferentes escenarios dando como resultado las variables de control a introducir en el sistema.

Como se ha visto, la formulación del problema empleada es lo suficientemente general como para adaptarse bien a la problemática planteada por cualquier tipo de medicamento. No obstante, en trabajos futuros se contemplarán también otros aspectos tales como las diferentes relaciones coste-tamaño del pedido o la utilización de costes diferentes en función del tiempo. En el caso de estudio particular utilizado en este artículo,

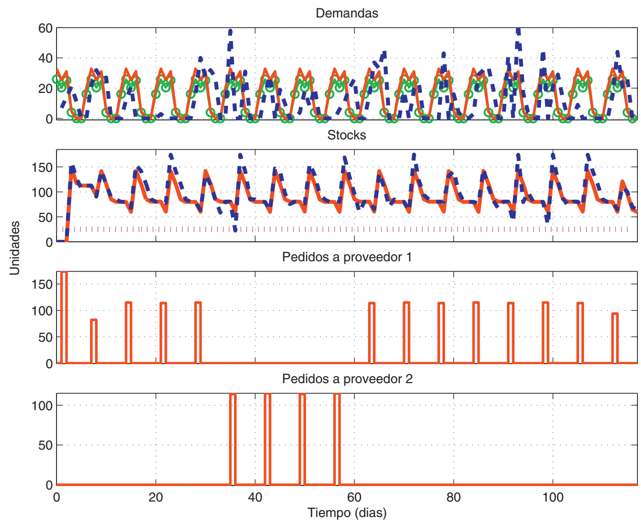

Figura 8: Demandas, stocks y pedidos semanales en el inventario. En línea continua se muestran las salidas del controlador y en línea discontinua las señales reales.

nos hemos centrado en un medicamento de gran interés en el departamento de farmacia por su alto coste y escasos proveedores. Cabe destacar que los datos que se extraigan sobre el medicamento como su demanda, riesgos, acciones de mitigación, proveedores, retrasos,... serán de vital importancia para que los resultados de esta herramienta sean válidos. Finalmente, es preciso resaltar el ahorro económico que puede conseguirse con el uso de esta herramienta basada en la reducción de la media del stock, la satisfacción de la demanda del medicamento, y la gestión de riesgos.

English Summary

Model Predictive Control for Inventory Management in a Pharmacy Department: A Risk Mitigation Perspective

Abstract

Inventory management is one of the main tasks that the pharmacy department has to carry out in a hospital. It is a complex problem that requires to establish a tradeoff between different and contradictory optimization criteria. The complexity of the problem is increased by the constrains that naturally arise in stock management problems such as variable delays or stochastic demands. In this work we propose to apply model predictive control (CPBM) to the pharmacy department inventory management problem from a risk mitigation perspective. Mitigation actions are executed to reduce the impact of the possible risks that may occur. Hence, new decision variables are added to the initial problem. Given that these variables may be boolean, the problem is formulated as a mixed integer quadratic programming. The proposed methodology is put to test in simulations based on data proceeding from a real hospital.

Keywords:

Model Predictive Control, management systems, Risk evaluation, Stochastic system, social impact of automation.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido desarrollado dentro del marco de colaboración establecido por el proyecto Pharmacontrol. Se agradece además el apoyo financiero de los siguientes proyectos: HYCON2 (FP7-257462) y Control Predictivo en Red (DPI2008-05818).

Referencias

Baron, M. M., Paté-Cornell, M. E., 1999. Designing risk-management strategies for critical engineering systems. IEEE Transactions on Engineering Management 46 (1), 87–100.
Bemporad, A., Morari, M., 1999. Control of systems integrating logic,dynamic and constraints. Automatica 35 (3), 407–427.
Bermejo, T., Cuña, B., Napal, V., Valverde, E., 1999. The hospitary pharmacy specialist handbook (in Spanish). Spanish Society of Hospitalary Pharmacy.
Camacho, E., Bordons, C., 2004. Model Predictive Control in the Process Industry. Second Edition. Springer-Verlag, London, England.
Dunbar, W. B., Desa, S., 2005. Distributed MPC for dynamic supply chain management. In: Int. Workshop on Assessment and Future Directions of NMPC, Freudenstadt-Lauterbad, Germany, 26-30.
ILOG, 2006. Http://www.ilog.com/products/cplex/.
Maestre, J. M., Muñoz de la Peña, D., Camacho, E. F., 2010. Distributed model predictive control based on a cooperative game. Optimal Control Applications and Methods, In press.
Rasku, H., Rantala, J., Koivisto, H., 2004. Model reference control in inventory and supply chain management. In: First International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics.
Saaty, T. L., 2008. Decision Making for Leaders: The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World. RWS Publications.
Sterman, J. D., 2000. Business Dynamics - Systems Thinking and Modelling in a Complex World. McGraw-Hill, New York.
Stoica, C., Arahal, M., Rivera, D., Rodríguez-Ayerbe, P.and Dumur, D., 2009. Application of robusti?ed model predictive control to a production-inventory system. In: Proceedings of the 48th conferece on decision and control.
W. Wang, D. E. Rivera, K. G. K., Smith, K. D., 2004. A model predictive control strategy for supply chain management in semiconductor manufacturing under uncertainty. In: Proceeding of the 2004 American Control Conference.
Wang, W., Rivera, D. E., Kempf, K. G., 2005. A novel model predictive control algorithm for supply chain management in semiconductor manufacturing. In: Proc. of the American Control Conference.
Zafra-Cabeza, A., Ridao, M., Camacho, E., 2008. Applying risk management to combined heat and power plants. IEEE Transactions on Power Systems 23, 938–945.