

Trabajo de Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías  
Industriales

Estudio de viabilidad del Acrilonitrilo Butadieno  
Estireno (ABS) en el desarrollo de microgeneradores  
de energía

**Departamento de Mecánica de Medios Continuos y  
Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2019**





Trabajo de Fin de Grado  
Grado en Ingeniería en las Tecnologías Industriales

# **Estudio de viabilidad del Acrilonitrilo Butadieno Estireno (ABS) en el desarrollo de microgeneradores de energía**

Autor:

Pablo Montero Oliva

Tutor:

Antonio Romero Ordóñez

Profesor titular de Universidad

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo de Fin de Grado: Estudio de viabilidad del Acrilonitrilo Butadieno Estireno (ABS) en el desarrollo de microgeneradores de energía

Autor: Pablo Montero Oliva

Tutor: Antonio Romero Ordóñez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia y quienes me rodean,  
y todos mis maestros y profesores.  
Esto, es también suyo.*





# Agradecimientos

---

La predisposición por el conocimiento de los elementos finitos de este que escribe comienza un año atrás, cuando accedo a esta rama de los medios continuos a través de Mario Solís, y las asignaturas de Ampliación de Estructuras y Estructuras Metálicas. Desde ese momento, he intentado por todos los medios que mi Trabajo de Fin de Carrera fuese orientado a los Elementos Finitos. Tras debatirme entre otras oportunidades, alejadas de este trabajo, aparece la figura de Antonio Romero, quien imparte la asignatura de Métodos Computacionales en el Proyecto de Estructuras. Nuevamente el MEF aparece como vía de escape y el profesor me acaba proponiendo este trabajo, del que espero haber aprendido algo más sobre los elementos finitos.

Por ello quiero mostrar mi gratitud hacia estos profesores, así como a cada uno de ellos de este departamento que han inculcado en mí la necesidad de avanzar cada vez más sobre esta materia. Más si cabe en el caso de Antonio, quien, localizado lejos de Sevilla, además de ayudarme en el ámbito de esta materia y facilitarme la comunicación a distancia todo lo posible, también me ha servido de gran ayuda en materia de orden y claridad.

Por último, y no por ello menos importante, sino todo lo contrario, gracias a mi familia y todos los que me rodean, por ayudarme y animarme siempre a lo largo de esta experiencia en la Escuela de Ingeniería Superior, dotada de multitud de altibajos y que poco a poco va tocando su fin. Los “elementos infinitos” más importantes de mi día a día.

*Pablo Montero Oliva*  
*Sevilla, septiembre de 2019*



# Resumen

---

En este documento se estudiará la viabilidad de una sustitución. Una sustitución en una pequeña pletina que históricamente se realiza con latón y en la cual se va a intentar demostrar si es posible o no intercambiar este material por ABS, debido a las facilidades de impresión 3D que este tiene.

La viabilidad de la sustitución se realizará en un pequeño recolector de energía basado en el comportamiento piezoeléctrico.

Para realizar este estudio de viabilidad, se utilizarán métodos de resolución basados en elementos finitos y el programa ANSYS. En este programa se realizarán distintos análisis con distintos elementos, para finalmente demostrar si es posible o no realizar la sustitución.

Por último, se mostrarán las conclusiones, alternativas y posibles ampliaciones a este trabajo.

# Abstract

---

This document is a study about the feasibility of a replacement. A replacement in a small structure that is historically done with brass and now I will try to demonstrate if it is possible or not to exchange this material for ABS, due to this material is printed easily by a 3D printer.

The viability of the substitution will be carried out in a small energy harvester based on the piezoelectric behavior.

To carry out this feasibility study, resolution methods based on finite elements and the ANSYS program will be used. In this program different analysis will be carried out with different theories, to finally demonstrate whether it is possible to perform the substitution.

Finally, it will appear conclusions, alternatives and possible extensions to this paper



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>xi</b>
<b>Resumen</b>	<b>xiii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>xvii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xviii</b>
<b>Guía de Ecuaciones</b>	<b>xx</b>
<b>Notación</b>	<b>21</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>24</b>
1.1 <i>La impresión 3D desde el origen a hoy.</i>	24
1.2 <i>Microgeneración de energía.</i>	25
1.3 <i>Objetivo del trabajo</i>	26
1.4 <i>Estructura del documento y metodología del trabajo</i>	27
1.5 <i>Contribuciones originales</i>	28
<b>2 Generación de Energía mediante Piezoelectricidad</b>	<b>30</b>
2.1 <i>Comportamiento Piezoeléctrico</i>	30
2.2 <i>Aplicaciones</i>	31
1.1.1 <i>Históricas</i>	31
1.1.2 <i>Actuales</i>	32
1.1.3 <i>Recolector de energía con viga en voladizo</i>	33
<b>3 Análisis de distintos modelos de la subestructura para el estudio de viabilidad</b>	<b>36</b>
3.1 <i>Modelo original</i>	36
1.1.4 <i>El ABS como elemento estructural</i>	38
3.2 <i>Modelos matemáticos</i>	39
3.3 <i>Análisis dinámico</i>	40
3.3.1 <i>Resultado analítico con 1GDL y equivalencia para estructura de ABS</i>	41
3.3.2 <i>Viga con masa puntual</i>	46
3.3.3 <i>Placa con masa puntual</i>	49
3.3.4 <i>Placa con viga como masa distribuida</i>	50
3.3.5 <i>Placa con sólido como masa distribuida</i>	52
3.3.6 <i>Sólido con masa puntual</i>	54
3.3.7 <i>Sólido con viga como masa distribuida</i>	56
3.3.8 <i>Sólido con sólido como masa distribuida</i>	56
1.1.5 <i>Resumen de modelos matemáticos, conclusiones y elección del modelo de trabajo.</i>	59
<b>4 Estudio Comparativo de Ambas Estructuras Completas.</b>	<b>67</b>
4.1 <i>Definición de los parámetros del PZT-5A</i>	67
4.2 <i>Análisis modal de ambas subestructuras y equivalencia de los modelos</i>	68

4.2.1	Variación de la masa puntual.	69
4.2.2	Variación del espesor de la placa.	72
4.3	<i>Análisis transitorio. Método de Newmark</i>	78
<b>5</b>	<b>Casos prácticos</b>	<b>81</b>
5.1	<i>Descripción del ensayo</i>	81
5.2	<i>Análisis de resultados</i>	84
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>89</b>
6.1	<i>Resultado del estudio de viabilidad</i>	89
6.2	<i>Ampliación en futuros trabajos.</i>	90
<b>ANEXO</b>		<b>92</b>
	<i>ANEXO I Código de ANSYS para el análisis de la subestructura con 1 GDL</i>	92
	<i>ANEXO II Código de ANSYS para el análisis de la subestructura tipo BEAM</i>	93
	<i>ANEXO III Código de ANSYS para el análisis de la subestructura tipo SHELL</i>	94
	<i>ANEXO III Código de ANSYS para el análisis de la subestructura tipo SOLID</i>	97
	<i>ANEXO II Código de ANSYS para el análisis de la estructura con el PZT-5<sup>a</sup></i>	100
<b>Referencias</b>		<b>102</b>

# Índice de tablas

---

Tabla 3-1 Propiedades del latón	36
Tabla 3-2 Parámetros de la estructura	37
Tabla 3-3 Características del ABS	38
Tabla 3-4 Comparativa de las frecuencias naturales de ambos modelos según COMBIN40.	46
Tabla 3-5 Salida de datos del análisis dinámico para el modelo VIGA-MASA de latón.	48
Tabla 3-6 Salida de datos del análisis dinámico para el modelo VIGA-MASA de ABS	48
Tabla 3-7 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de latón	50
Tabla 3-8 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de ABS	50
Tabla 3-9 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-VIGA de latón	51
Tabla 3-10 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de ABS	51
Tabla 3-11 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-SÓLIDO de latón	53
Tabla 3-12 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-SÓLIDO de ABS.	53
Tabla 3-13 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-MASA de latón	55
Tabla 3-14 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de ABS	55
Tabla 3-15 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-VIGA de latón	56
Tabla 3-16 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-VIGA de ABS.	56
Tabla 3-17 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-SÓLIDO de latón	57
Tabla 3-18 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-SÓLIDO de ABS	57
Tabla 3-19 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-SÓLIDO de ABS con masa sísmica de latón.	58
Tabla 3-20 Valor de las tensiones en ambas subestructuras con la acción de $a_{cel}=0,1,0$ .- Comparativa con el límite elástico de cada material.	64
Tabla 3-21 Valor de las tensiones en ambas subestructuras con la acción de $a_{cel}=0,9.81,0$ . – Comparativa con el valor esperado teórico y con el valor del límite elástico de cada material	65
Tabla 4-1 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de latón.	69
Tabla 4-2 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS.	69
Tabla 4-3 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS con la variación de la masa puntual variando la densidad del material.	70
Tabla 4-4 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS con variación de la masa, variando la sección transversal de esta.	71
Tabla 4-5 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS variando el espesor de la placa.	72
Tabla 4-6 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS con el espesor del modelo original, idéntico al latón.	73
Tabla 5-1 Comparativa de las tensiones máximas obtenidas en la estructura en ambos modelos	87

# Índice de Figuras

---

Figura 1-1 Maquina autorreplicada. - Adrian Bowyer (izquierda) y Vik Olliver (derecha), miembros del proyecto RepRap	25
Figura 1-2 Comparativa de distintos métodos de generación de energía.	26
Figura 2-1 Receptor acústico de material piezoeléctrico. – Típico uso en guitarras.	31
Figura 2-2 Activadores de inyectores con piezoeléctricos.	32
Figura 2-3 Modelo de la viga en voladizo	33
Figura 3-1 Fotografía del modelo experimental	36
Figura 3-2 Equivalencia del modelo a un sistema típico de 1GD.L.	37
Figura 3-3 Filamentos de ABS para impresión en 3D	38
Figura 3-4 Orden a seguir en el estudio dinámico de la subestructura	39
Figura 3-5 Transmisibilidad del sistema de 1GD.L. – En esta grafica se puede observar como el punto de máximos desplazamientos del movimiento coincide con la frecuencia natural.	42
Figura 3-6 Comparativa de la subestructura con los mismos parámetros..	43
Figura 3-7. Comparativa de función de transmisibilidad de ABS y Latón.	44
Figura 3-8 Comparativa de la transmisibilidad de la estructura de ABS y Latón.	45
Figura 3-9 Esquema del elemento COMBIN40	45
Figura 3-10 Elemento BEAM188	46
Figura 3-11 Elemento MASS21	47
Figura 3-12 Modelo en ANSYS tipo VIGA-MASA	47
Figura 3-13 Elemento SHELL181	49
Figura 3-14 Modelo en ANSYS tipo PLACA-MASA	49
Figura 3-15 Modelos de placa con viga como masa distribuida. Izqda. ABS y dcha. Latón	51
Figura 3-16 Elemento SOLID5	52
Figura 3-17 Modelos de placa con elemento sólido como masa distribuida. - Izqda. latón; dcha. ABS	53
Figura 3-18 Modelo en ANSYS tipo SÓLIDO con elementos tipo MASA.	54
Figura 3-19 Modelos con tipo sólido con elemento sólido como masa distribuida.	58
Figura 3-20 Comparativa de las frecuencias del modo 1 para el caso de LATÓN y ABS en los distintos modelos	59
Figura 3-21 Comparativa de las masas efectivas del modo 1 para el caso de LATÓN y ABS en los distintos modelos	60
Figura 3-22 Comparativa de las masas efectivas del modo 2 para el caso de LATÓN y ABS en los distintos modelos	60
Figura 3-23 Comparativa de las 3 primeras frecuencias en los distintos modelos de latón.	62



Figura 3-24 Comparativa de las 3 primeras frecuencias en los distintos modelos de latón.	62
Figura 3-25 Estado tensional de la subestructura de ABS (arriba) y latón (abajo) tras someter la estructura a una aceleración de valor $1 \text{ m/s}^2$ en la dirección del eje Y	64
Figura 3-26 Figura 3-27 Estado tensional de la subestructura de ABS (arriba) y latón (abajo) tras someter la estructura a una aceleración de valor $9.81 \text{ m/s}^2$ en la dirección del eje Y	65
Figura 4-1 Modelo de ANSYS de las dos subestructura con el acoplamiento del PZT-5A.(dcha ABS; izqda. latón)	68
Figura 4-2 Modelo de ANSYS de la estructura de ABS variando la masa sísmica aumentando la sección transversal de esta	71
Figura 4-3. Configuración del PZT-5A en la estructura.	73
Figura 4-4 Deformada de la estructura (ABS arriba; latón abajo) sometida a una diferencia de potencial de 1V entre el PZT en la capa exterior e interior.	74
Figura 4-5 Mapa de tensiones en la estructura (arriba ABS; abajo latón) sometida a una diferencia de potencial de 1V entre el PZT en la capa exterior e interior.	75
Figura 4-6 Deformada de la estructura (latón arriba; ABS abajo) sometida a una aceleración de valor $1\text{m/s}^2$	76
Figura 4-7 Mapa de tensiones de ambas estructuras (ABS, arriba; latón abajo) sometida a una aceleración de valor $1\text{m/s}^2$	77
Figura 4-8 Variación de $\alpha$ y $\beta$ y la relación con el factor de amortiguamiento modal.	79
Figura 5-1 Detalle y localización de los acelerómetros en el viaducto.	81
Figura 5-2 Modelo de los trenes que circulan por el viaducto.	82
Figura 5-3 Diagramas de aceleración recogidos en el acelerómetro 5 para los distintos pasos de trenes por el viaducto	83
Figura 5-4 Localización aproximada del nodo 1360.	84
Figura 5-5 Desplazamientos del nodo 1360 al paso de los distintos trenes (rojo). Diferencia de potencial entre la capa externa e interna del PZT (azul)	86
Figura 5-6 Comparativa de las tensiones máximas obtenidas en la estructura en ambos modelos	88
Figura 6-1 Comparativa de desplazamientos máximos bajo la excitación del S100.- El error es inapreciable en una escala del orden de $1\text{E}-5 \text{ m}$ .	90
Figura 6-2 Posible alternativa capaz de albergar una masa sísmica de pequeño volumen	91
Figura 6-3 Posible alternativa, con una masa sísmica de mayor volumen sin variar la posición del centro de gravedad.	91

# Guía de Ecuaciones

---

- 2-1 Ecuaciones del comportamiento piezoeléctrico o ecuaciones piezoeléctricas.
- 2-2 Relaciones matriciales de la piezoelectricidad.
- 3-1 Equilibrio dinámico en estructuras
- 3-2 Equilibrio dinámico en estructuras de forma matricial
- 3-3 Descripción del movimiento armónico simple (MAS)
- 3-4 Equilibrio dinámico en estructuras de forma matricial con la descripción del MAS.
- 3-5 Equilibrio dinámico en estructuras de forma matricial. Obtención de modos de vibración.
- 3-6 Equilibrio dinámico de 1 modo de vibración
- 3-7 Descripción de la rigidez de un modo o GDL a estudiar.
- 3-8 Descripción de frecuencia natural de un modo de vibración a estudiar.
- 3-9 Descripción de la masa modal de un modo de vibración a estudiar.
- 3-10 Cálculo de transmisibilidad.
- 3-11 Igualdad en resistencias  $k$  para la semejanza de las subestructuras de latón y ABS
- 3-12 Igualdad en masas modales  $m$  para la semejanza de las subestructuras de latón y ABS
- 3-13 Igualdad en masas puntuales  $M_i$  para la semejanza de las subestructuras de latón y ABS
- 4-1 Igualdad de masas modales en función de la densidad del elemento que forma la masa distribuida.
- 4-2 Igualdad de masas modales en función de la sección que forma la masa sísmica distribuida
- 4-3 Igualdad de la resistencia al GDL del 1<sup>er</sup> modo de vibración en función del espesor de la subestructura.
- 4-4 Equilibrio dinámico discreto en un instante  $t=n+1$
- 4-5 Aproximación de la velocidad en el paso  $n+1$  a través de integración trapezoidal.
- 4-6 Aproximación del desplazamiento en el paso  $n+1$  a través de integración trapezoidal
- 4-7 Valores de aceleración y velocidad para el método de Newmark.
- 4-8 Equilibrio dinámico en el paso  $n+1$ . Método de Newmark
- 4-9 Aproximación del amortiguamiento por el método de Rayleigh.
- 4-10 Definición del factor de amortiguamiento modal.
- 4-11 Valores de  $\alpha$  y  $\beta$  de amortiguamiento en el método de Rayleigh

# Notación

---

GDL	Grado de libertad.
Modo	Modo de vibración, de forma general modo.
$k_i$	Resistencia de la estructura a la deformación del GDL $i$ .
MAS	Movimiento Armónico Simple
$\varphi$	Desfase angular en un Movimiento Armónico Simple
$\omega_n$	Frecuencia natural de un modo de vibración.
$n, n+1$	Pasos de tiempo discreto en método de Newmark
Subestructura	Formación de la pletina interior con la masa sísmica sin PZT
Estructura	Formación de la pletina completa, con la masa e incluyendo el material PZT
PZT-5A	Material piezoeléctrico instalado en la pletina.
PLACA-VIGA	El primer término hará referencia al material de la pletina, el segundo a la masa sísmica.
Solid,Shell,beam.	Se usarán a veces el nombre en inglés, al hacer referencia al software ANSYS.
TR	Transmisibilidad, función de transmisibilidad.
D	Factor de amplificación dinámico
$\mathbf{M},\mathbf{K},\mathbf{C}$	Matrices de masa, resistencia y amortiguamiento en ecuaciones de equilibrio dinámico.
M,K,C	Valor de masa, resistencia y amortiguamiento para el análisis de 1GDL
$U,u(x), \mathbf{U}(x)$	Desplazamiento de un GDL, o de varios de ellos acumulados en un <b>vector</b>
CC	Condiciones de contorno.
'	Variables con ' notan, propiedades de la subestructura de ABS





# 1 INTRODUCCIÓN

---

## 1.1 La impresión 3D desde el origen a hoy.

La impresión 3D es desde hace algunos años un campo en plena expansión. Lo que parecía algo sofisticado, o inviable tecnológicamente para el usuario de a pie es a día de hoy una herramienta más que cualquier persona del mundo puede utilizar en casa. Y es que la capacidad que la impresión 3D ofrece es amplia y multidisciplinar.

En 1976 se crea la primera impresora de inyección de tinta. En 1984, tras readaptar y transformar esta tecnología, Charles Hull, cofundador de 3D Systems, consigue la primera inyección de plástico en una impresión 3D. Conocedor de esta materia tras una vida dedicada a la inyección del plástico, centró su causa en sustituir la forma de inyectar con un costoso molde por una forma que le permitiese ahorrar coste y dinero. Desarrolló entonces la estereolitografía o SLA, un sistema de creación de elementos sólidos capa a capa, método que se utiliza en la mayoría de las impresoras 3D del mercado también en la actualidad.

En 1992 sale al mercado la primera máquina de impresión estereolitográfica, desarrollada por 3D Systems. Esta impresora, era capaz de solidificar mediante un láser UV, un fotopolímero líquido de viscosidad parecida a la de la miel. Aunque con multitud de imperfecciones, esta máquina mostraba algo que con el tiempo sería más que probado, y es que se pueden fabricar piezas con gran complejidad con un coste reducido.

Los años 90, fueron época de gran desarrollo en el ámbito de la impresión 3D, tanto es así que, en 1999 científicos del Instituto Wake Forest de Medicina Regenerativa, consiguen el primer órgano criado en laboratorio que se implanta en un ser humano: una vejiga aumentada con recubrimiento sintético de sus propias células, haciendo por tanto el riesgo de rechazo prácticamente nulo. En esta misma línea, en 2002, estos científicos fueron capaces de diseñar un riñón completamente funcional.

Por otro lado, el avance de la impresión en 3D de forma doméstica se lo debemos al Dr. Adrian Bowyer, quien en 2005 tiene la iniciativa de construir una impresora 3D de código abierto de prototipado rápido, esto es, capaz de fabricar objetos en 3D a base de un modelo hecho a ordenador. Es lo que se conoce como el *Proyecto Reprap*. Este proyecto, además estaba orientado a que la máquina fuese autorreplicable, es decir, una de ellas tiene la capacidad de producir otra exactamente igual. Este objetivo se logra finalmente en 2008, con la Darwin 1.0.

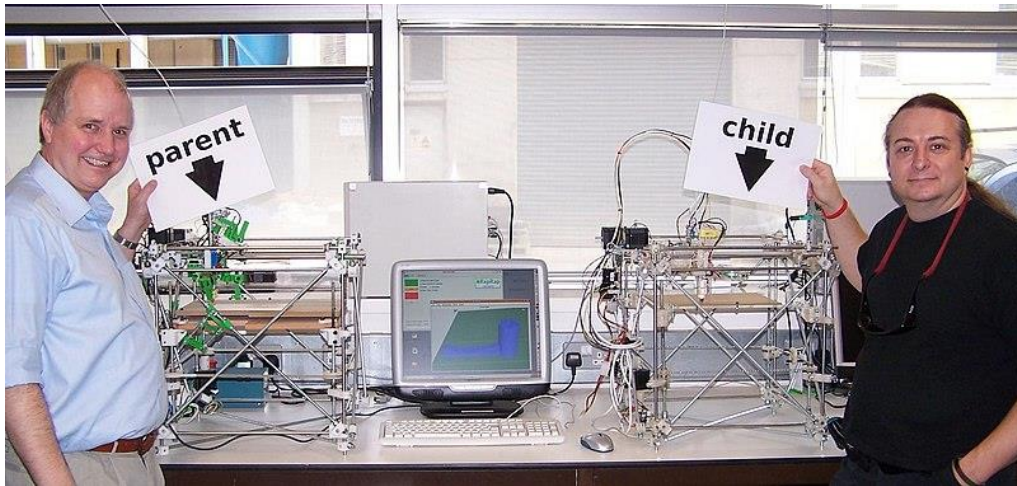


Figura 1-1Maquina autorreplicada. - Adrian Bowyer (izquierda) y Vik Olliver (derecha), miembros del proyecto RepRap

A partir de ese momento, la impresión doméstica sufrió un auge y fue llegando poco a poco a millones de hogares en el mundo. Durante este tiempo se siguió ganando precisión en la impresión, así como variación en cuanto a los materiales utilizados. Hoy día se imprime desde plásticos como el ABS, o el PLA, hasta joyas de oro y plata, pasando por prótesis, o coches.

La motivación principal de este campo es conseguir que pequeñas piezas que con anterioridad se han construido de metales que necesitarían un mecanizado en taller o un encargo a otra industria, sean ahora obtenidas mediante impresión en 3D, lo que permitiría la reducción de costes, reduciendo el número de intermediarios para la creación de estas piezas.

## 1.2 Microgeneración de energía.

Dotar a la sociedad solo de energía eficiente y limpia parece una utopía todavía a día de hoy, aunque el avance, sobre todo en el campo de dispositivos microelectrónicos, es más que notable. Tras este avance, el sector de la gran industria como el transporte y otros sectores comerciales se han convertido en puntos críticos de la investigación sobre la obtención de energías sostenibles, debido a su desventaja con los pequeños dispositivos. Esto es debido a la conciencia ambiental que el ser humano va desarrollando, y al elevado precio del petróleo. No obstante, el combustible fósil continúa siendo la principal fuente de producción de energía tanto en USA como en Europa.

Podemos estudiar distintos sistemas de producción de energía limpia y comparar su producción de energía eléctrica. Para ello, compararemos la relación que guardan la densidad de potencia y la tensión generada. Aparece un amplio campo de aplicación con el uso de materiales piezoeléctricos.

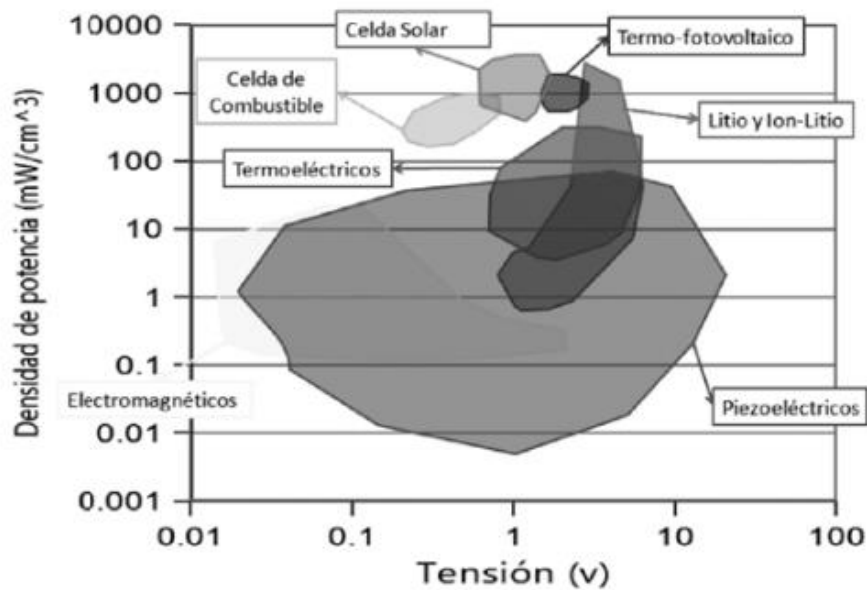


Figura 1-2 Comparativa de distintos métodos de generación de energía.

Para entrar en el conocimiento de un material piezoeléctrico, primeramente, se aclarará el concepto de *energy harvesting* o generación de energía a través de excitaciones mecánicas. El fundamento base de este proceso reside en el aprovechamiento de energía en forma de electricidad tras la aplicación de distintos fenómenos mecánicos, desplazamientos o fricciones. En la conversión de energía mecánica como energía eléctrica aparecen en la historia tres métodos distintos:

- Conversión electrostática, donde se produce una diferencia de potencial a partir del desplazamiento relativo de dos superficies.
- Conversión electromagnética, en la que un imán permanente genera una corriente eléctrica en una bobina.
- Conversión piezoeléctrica, donde se utiliza un material piezoeléctrico para producir energía a través de la deformación de un dispositivo mecánico.

En este trabajo nos centraremos solo en el último de los casos. Para ello juega el papel fundamental el comportamiento del material piezoeléctrico. La piezoelectricidad es un fenómeno que poseen determinados materiales (cristalinos) por el cual adquieren una diferencia de potencial tras someterlo a una deformación debido a una polarización de sus cargas. Ahora cabría preguntarse qué tipo de materiales presentan este comportamiento y ante qué tipo de cargas y deformaciones. Volveremos a comentar este comportamiento y a detallar los materiales que poseen estas características en el apartado 2.

Lo que sí que cabe destacar en esta introducción es que el uso de sistemas piezoeléctricos se vuelve aún más interesantes en entornos donde no existe o es imposible administrar una red de suministro eléctrico, zonas de difícil acceso, zonas de alimentación donde por motivos de seguridad o importancia deban ser sustituidas el menor número de veces posible.

### 1.3 Objetivo del trabajo

Abordada una breve introducción sobre la impresión 3D y la piezoelectricidad, es momento de describir el cauce que éste seguirá.

Para comenzar, hay que enmarcar este trabajo como un estudio estructural, no desde un ámbito



electrónico o energético. La recolección de energía a través de piezoeléctricos es un campo de una amplitud (al menos hasta el momento de comenzar este trabajo) casi desconocida para este que escribe. Pero es necesario y conveniente, a mi parecer, situar los antecedentes y reconocer el trabajo en sí y no comentar simplemente el estudio de una estructura, con unos materiales y unas características.

A lo largo de este trabajo se estudiará una pequeña estructura, que se detallará más adelante, usualmente utilizada y construida en latón. No obstante, en la actualidad, y aquí se centra la realización de este trabajo, se estudia la posibilidad de cambiar el latón por otro material como el acrilonitrilo butadieno estireno, (en inglés *Acrylonitrile Butadiene Styrene* y en adelante ABS). El porqué de esta sustitución radica en la facilidad de impresión que este material posee en dispositivos de impresión 3D. Esta característica, hace que la obtención de estructuras para la recolección de energía se vuelva repetitiva y sencilla una vez construida un supuesto patrón que contenga las características dinámicas del latón. Esta nueva estructura será más barata, sencilla de construir y con unas dimensiones exactas tras un diseño en un programa de CAD. Pero para ello es necesario conocer las características de este plástico.

## 1.4 Estructura del documento y metodología del trabajo

Este trabajo de fin de grado se compone de 6 capítulos divididos en subcapítulos y apartados que favorecerán el entendimiento y la comprensión del mismo. Posteriormente se añadirá un anexo.

En el primer capítulo, se aborda la introducción, motivación y objetivos de este trabajo.

En el segundo capítulo, se dan a conocer un poco más a fondo el proceso de generación eléctrica mediante el fenómeno piezoeléctrico, así como materiales utilizados más comúnmente y situación histórica y actual de la piezoelectricidad. También se introduce el modelo de recolector que se utilizará en este trabajo: la viga en voladizo.

En el tercer capítulo, se describe el modelo sobre el que se realizara el estudio. Se realizarán distintos modelos de elementos finitos en el programa ANSYS, tanto para modelizar la subestructura de latón como la de ABS y se estudiará la viabilidad de la sustitución en la estructura sin el material piezoeléctrico. Los modelos numéricos serán sometidos a distintos análisis dinámicos para obtener dicha conclusión. Una vez obtenido el prototipo de subestructura se realizará un análisis estático para comprobar que el comportamiento del modelo es el adecuado.

En el cuarto capítulo se incorporará el material piezoeléctrico, concretamente el PZT-5A, y se realizarán distintas comprobaciones para nuevamente estudiar la viabilidad del cambio de material. También se utilizará análisis modal a esta estructura completa.

En el quinto capítulo, se realizarán distintos análisis transitorios, con el fin de conseguir la respuesta de la estructura viable en caso de encontrarla y analizar los resultados. Estos análisis estarán basados en los datos proporcionados en Galvín et al. (Galvín, Romero, Moliner & Martínez-Rodrigo, 2018).

Por último, el capítulo 6 presentará alternativas viables reales y conclusiones del trabajo.

En el Anexo, se presenta el código de ANSYS del modelo, con el que se realizan los distintos análisis.

## 1.5 Contribuciones originales

Este trabajo tiene su punto de partida en el libro *Energy Harvesting Technologies* (Shanshak Priya & Daniel J. Inman, 2009) del que se toma la estructura que será analizada en todo el trabajo. Además de parámetros fundamentales para realizar los análisis.

La teoría explicada en el este trabajo sobre los análisis dinámicos de la estructura, vienen recogidos en *Apuntes para el Análisis de Estructuras, UNIVERSIDAD DE SEVILLA* (A. Romero, P. Galvín, & M. Solís, 2017).

Las excitaciones, que provocarán las vibraciones en la estructura en el análisis transitorio son datos recogidos de forma experimental en el puente del arroyo BRACEA I por Galvín et al. (Galvín, Romero, Moliner & Martínez-Rodrigo, 2018)

La teoría sobre piezoelectricidad ha sido recogida de varias fuentes como el mismo libro *Energy Harvesting Technologies* (Shanshak Priya & Daniel J. Inman, 2009) y *Piezoelectric Multilayer Beam Bending Actuators* (R.G. Ballas, 2007).

Por último, es justo también hacer mención del Trabajo de Fin de Grado de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla “*Desarrollo de un modelo de elementos finitos para el aprovechamiento energético de las vibraciones ambientales*” (Macarena Gomez Acebal, 2019), el cual ha sentado las bases de este trabajo y ha nutrido de gran información y datos para la realización del mismo. Sirva esto como reconocimiento a su gran trabajo y dedicación en dicho documento



## 2 GENERACIÓN DE ENERGÍA MEDIANTE PIEZOELECTRICIDAD

*Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad*

*- Albert Einstein -*

### 2.1 Comportamiento Piezoeléctrico

Volviendo al fenómeno piezoeléctrico, la primera cuestión a resolver es porqué se produce este fenómeno. Las ecuaciones que rigen este proceso se denominan ecuaciones piezoeléctricas:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}^T \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{d} \cdot \mathbf{T} + \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{E} \end{aligned} \quad 2-1$$

La primera ecuación representa la deformación  $\mathbf{S}$  en el material piezoeléctrico al aplicar una tensión mecánica  $\mathbf{T}$  (N/m<sup>2</sup>) y un campo eléctrico externo  $\mathbf{E}$  (V/m). La segunda ecuación representa el desplazamiento eléctrico o flujo eléctrico  $\mathbf{D}$  (C/m<sup>2</sup>) inducido al aplicar una tensión mecánica  $\mathbf{T}$  (N/m<sup>2</sup>) y un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  (V/m) al material piezoeléctrico. Estos parámetros están relacionados por la matriz de compliancia  $\mathbf{s}^E$ , la matriz de carga piezoeléctrica  $\mathbf{d}$  y la matriz de permitividad  $\boldsymbol{\epsilon}$  ( $\frac{pF}{m}$ ), aunque en ANSYS, se introducirá la matriz de permitividad de forma adimensional como  $\mathbf{K} = \boldsymbol{\epsilon} / \boldsymbol{\epsilon}^0$ , siendo  $\boldsymbol{\epsilon}^0 = 8.85 \cdot 10^{-12} pF/m$  la permitividad en el vacío.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad 2-2$$

El origen de una diferencia de potencial es la ya mencionada polarización del cristal, la cual se debe a la deformación cristalina. Es decir, un catión o anión ubicado en su posición natural, ven alterada su posición debido a una deformación causada por un estado tensional. En ese instante las cargas pueden orientarse de forma que acaben produciendo un dipolo. Cabe destacar que el proceso también es reversible. Un piezoeléctrico sometido a una tensión eléctrica, provocaría la polarización de una celda elemental de piezoeléctrico, por tanto, su deformación.

Por lo general, un material piezoeléctrico suele estar constituido por un material cerámico policristalino en forma de láminas muy delgadas (como el cuarzo) o incluso algunos polímeros. Si bien los materiales piezoeléctricos monocristalinos se siguen desarrollando, los materiales piezoeléctricos más utilizados son los materiales mencionados anteriormente. Estos materiales presentan carácter piezoeléctrico después de haber sido sometidos a una polarización artificial. La cerámica piezoeléctrica más empleada se denomina titanato zirconato de plomo (PZT). Su composición química es  $Pb_x(TiZr)_{1-x}O_3$ . Una de las composiciones comercialmente más típicas contiene aproximadamente el 47% de  $PbTiO_3$  y el 53% de  $PbZrO_3$ . El polímero piezoeléctrico más desarrollado es el polifluoruro de vinilideno (PVDF). Los materiales piezocerámicos tienen la propiedad de ser rígidos y dúctiles, por lo que son buenos candidatos para emplearlos como actuadores, debido a su gran módulo de elasticidad, lo cual facilita el acoplamiento mecánico con la estructura. En cambio, los piezopolímeros están mejor preparados para actuar como sensores porque añaden una rigidez mínima a la estructura dada su flexibilidad y además son de fácil elaboración. La forma más habitual de emplearlos es como sensores de contacto y transductores acústicos en forma de lámina delgada (Figura 1-2).



Figura 2-1 Receptor acústico de material piezoeléctrico. – Típico uso en guitarras.

Una característica peculiar de los materiales piezoeléctricos es que su cristalización debe ser en sistemas que carezcan de centro de simetría. Por tanto, de todas las posibilidades que presentan las redes de Bravais para organizar los cristales, solo 21 de ellos cumplen esta condición.

## 2.2 Aplicaciones

### 1.1.1 Históricas

La primera demostración experimental de una posible conexión piezoeléctrica fue publicada en 1880 por los hermanos Pierre y Jacques Curie. Su experimento consiste en aplicar una carga de compresión distribuida en un cristal de cuarzo produciéndose la polarización del material (anteriormente descrito) y observando la aparición de chispas. Este descubrimiento sigue utilizándose hoy en cualquier mechero, que proporciona una chispa tras una fricción mecánica de lo que se conoce comúnmente como piedra.

Fue en 1917, durante la Primera Guerra Mundial, cuando se utilizó (o se data de que ello) por primera vez el uso de materiales piezoeléctricos. Piere Langevin desarrolló sensores de ultrasonidos para detectar a submarinos enemigos.

En la Segunda Guerra Mundial, fueron varios los países que concentraron parte de su trabajo en realizar una investigación que mejorara los materiales para el desarrollo de condensadores. Fue entonces cuando descubrieron que cerámicas sintéticas mostraban unas constantes dieléctricas desorbitadas. (100 veces mayor de lo normal). Esto provocó un auge de la investigación sobre este tipo de materiales, aunque eso sí, si bien fue EE. UU. quien principalmente llevo a cabo este auge, lo hizo con un absoluto secretismo.

No fue hasta 1965 cuando las empresas japonesas comenzaron a tener los primeros beneficios de la utilización de piezoeléctricos en la industria. A partir de ahí, el éxito de esta tecnología hizo que se incentivara nuevamente la investigación sobre los materiales y el fenómeno piezoeléctrico.

### 1.1.2 Actuales

En la actualidad el uso de materiales piezoeléctricos es incontable en la pequeña escala como se describía en la introducción. Multitud de sensores trabajan a día de hoy sin necesidad de alimentación externa. Por ejemplo, el estado de grandes estructuras es conocido en tiempo real debido al uso de sensores piezoeléctricos. Una pequeña deformación es captada por el piezoeléctrico y transmitida al instante en forma de impulso eléctrico. En estructuras con paso de vehículos rodados el uso de piezoeléctrico es todavía de mayor importancia. Las vibraciones de las estructuras producidas por el paso de éstos son aprovechadas para alimentar multitud de sensores: humedad, temperatura o deformación de la propia estructura son algunos de los ejemplos. La vibración de este tipo de estructuras es aprovechada implementando captadores piezoeléctricos bajo el pavimento donde circulan los vehiculos. La energía producida es capaz de iluminar viales o monitorizar información sobre el paso de vehículos por una autopista.

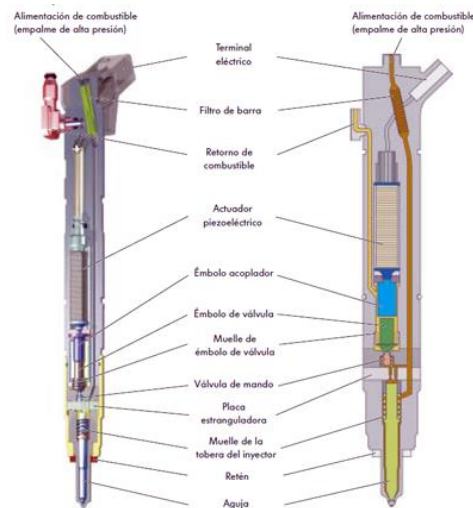


Figura 2-2 Activadores de inyectores con piezoeléctricos.

Por situar más aplicaciones, por ejemplo, en la industria automovilística, se instalan inyectores en los motores Diesel con un uso de piezoeléctrico inverso a la generación de energía. El activador piezoeléctrico recibe una descarga eléctrica que provoca la dilatación del material dando comienzo el proceso hidráulico en el interior. Además de este, el uso de piezoeléctricos en vehículos abarca desde la iluminación hasta la monitorización del estado del vehículo. Otro ejemplo de instrumentos de la vida

cotidiana con uso de piezoeléctricos es una guitarra de cualquier tipo, la cual puede ver convertida su vibración en una señal eléctrica y digitalizada solo con la colocación de una especie de parche que capta las vibraciones del cuerpo de la guitarra. En la industria textil, zapatos dotados de piezoeléctricos ofrecen una pequeña cantidad de energía al usuario solo por caminar y como este, multitud de casos también alejados de la gran industria que facilitan a día de hoy la generación de una energía limpia y todavía desconocida para muchas personas.

### 1.1.3 Recolector de energía con viga en voladizo

El mecanismo que comenzaremos a analizar en este trabajo será la viga en voladizo con una masa puntual en su extremo más alejado del empotramiento. Es el modelo más usual para recolectar energía piezoeléctrica. La viga, no corresponde realmente con una viga en si misma, al menos no en principio, ya que puede tener dos dimensiones tanto el ancho como el largo del mismo orden, aunque eso sí, ambos de un tamaño mucho menor al espesor. No obstante, durante el resto del trabajo será nombrada como viga o pletina en la mayoría de las ocasiones.

Esta estructura parece realmente útil ya que con un mecanismo simple como este con unas dimensiones muy reducidas se puede conseguir un amplio rango de diferencias de potencial. La conformación de la pletina puede ser de forma unimorfa, donde una lámina piezoeléctrica en una parte de la pletina será la que genere una variación de tensión o dimorfa, donde la pletina estará cubierta por ambas caras por un material piezoeléctrico.

Sea como fuere, esta estructura será excitada en su base, o en la masa con una velocidad o posición inicial, quedando el sistema en desequilibrio dinámico, provocando en una vibración con una frecuencia natural  $\omega_n$ , que posteriormente describiremos. Este sistema puede sufrir infinidad de variaciones en sus parámetros (masa, longitud o material constituyente) y así obtener la frecuencia natural correspondiente deseada. Es en esta amplia variación de sus parámetros donde erradica el principal objetivo de este trabajo, ya que se intentará sustituir el típico material que compone esta estructura.

En esta estructura se alternan la compresión y la tracción de cada una de las láminas que recubren nuestra viga, así obtener una tensión con variación armónica. Cuando utilizamos la descripción del piezoeléctrico como una cubierta de nuestra viga, se puede llegar a pensar que el piezoeléctrico no forma parte de la estructura y no contribuye a la rigidez del voladizo. No es así ya que en caso del uso de materiales piezocerámicos generalmente la contribución de este material es más que notable. Cabe ahora la duda, si será la subestructura o el material piezoeléctrico quien recoja los mayores esfuerzos y supongan la mayor resistencia al movimiento de nuestra estructura.

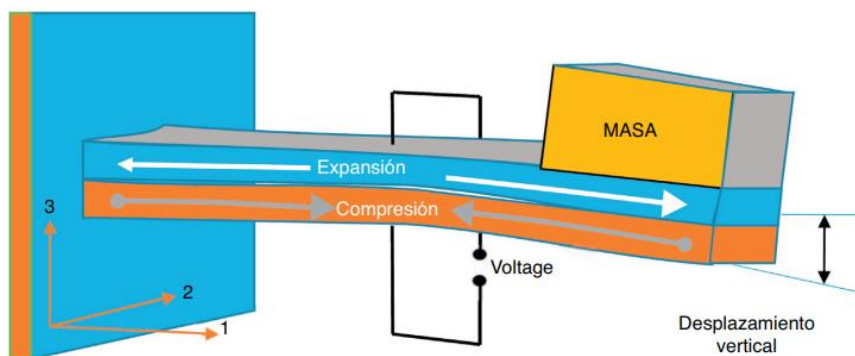


Figura 2-3 Modelo de la viga en voladizo

El análisis dinámico de una viga en voladizo es un problema típico a estudiar en dinámica de las estructuras. Además, es muy común el realizar una simplificación atendiendo al desplazamiento vertical del grado de libertad situado en el extremo libre de nuestra pletina. En este trabajo será este GDL que cobra verdadera importancia en todos los análisis que realizaremos. Posteriormente observaremos si es realmente así o si la importancia de los desplazamientos de los otros grados de libertad es irrelevante o no.

En este trabajo se realizará un análisis modal, donde obtendremos los modos de vibración de la estructura y se realizará también análisis estáticos, para comprobar que el comportamiento de la estructura es el adecuado. Posteriormente se añadirá el PZT-5A y se estudiará la viabilidad de la estructura con distintos análisis (estáticos y dinámicos). Para comprobar si la viabilidad del cambio de la subestructura de latón a la subestructura de ABS es viable o no.

Por situar, este modelo en un contexto de aplicación suele ser situado en estructuras susceptibles a sufrir vibraciones, como por ejemplos puentes con pasos de vehículos o ferrocarriles. El problema de este tipo de recolectores aparecen a la hora de predecir el voltaje a través de una resistencia conectada al material piezoeléctrico. En diversas investigaciones como la que aparece en Roundy et al. (Roundy, Wright, & Rabaey, 2003), se emplean conocimientos basados en sistemas de 1GDL para conocer el desplazamiento del desplazamiento vertical y así prever el comportamiento de la estructura. Es lo que se conoce como modelo de parámetro agrupado. Este modelo no poseía masa en el extremo libre. Además, aproxima el comportamiento real del sistema no solo en cuanto a sus variables mecánicas, sino que también lo harán con sus variables eléctricas, a través de las relaciones constitutivas y ecuaciones piezoeléctricas

El problema de esta metodología es el punto de partida ya que la limitación principal radica en el hecho de reducir todo a un grado de libertad, y es por ello que solo un modo de vibración será el que cobre importancia en este modelo. La vibración de ésta y, en general, de cualquier estructura ante una excitación, será la combinación lineal de distintos modos de vibración. Ante la inexactitud del modelo anterior aparecen otros estudios (Erturk & Inman, 2008c) que proponen, un sistema ya con una masa sísmica en su extremo a fin de continuar con el estudio de un solo GDL, pero que ahora sí, ésta tenga una vibración con un modo predominante sobre el resto, el modo referido al desplazamiento perpendicular a la pletina del extremo libre, el cual soportará la masa sísmica.

Posteriormente numerosos estudios intentan de una forma u otra, asaltar la solución a la predicción del comportamiento eléctrico de esta estructura. En cada uno de ellos utilizando distintas teorías como la de pletina de Euler-Bernoulli, por ejemplo. En el caso que concierne en este trabajo, se realizarán distintos modelos con distintas teorías y elementos en el programa ANSYS, se estudiarán las distintas soluciones que los modelos numéricos adopten y se valorará la convergencia de todas ellas. Finalmente se optará por un modelo, para discutir la viabilidad o no del intercambio de material de latón a ABS





# 3 ANÁLISIS DE DISTINTOS MODELOS DE LA SUBESTRUCTURA PARA EL ESTUDIO DE VIABILIDAD

*Por **modelo**, se entiende una construcción **matemática** que, con la adición de ciertas interpretaciones verbales, describe los fenómenos observados*

*- Von Neuman -*

## 3.1 Modelo original

El modelo que seguiremos para estudiar la sustitución de un material por otro será obtenido de un caso experimental del libro “*Energy Harvesting Technologies*”. Se trata una viga en voladizo como la anteriormente descrita.

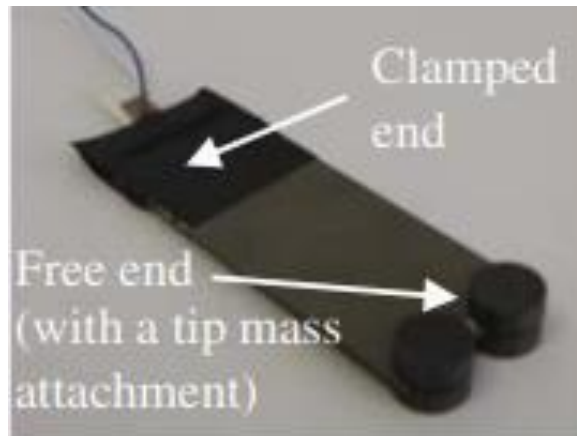


Figura 3-1 Fotografía del modelo experimental

La masa puntual de la estructura está dividida en dos puntos geométricos. El interior de los piezoeléctricos, es decir la subestructura, está compuesta de latón. Más detalladamente las características de esta estructura quedan definidas por:

Características del latón	
Módulo de Young	105 GPa
Densidad $\rho$	9000 kg/m <sup>3</sup>

Tabla 3-1 Propiedades del latón

Características geométricas	
Longitud $L$	50.8 mm
Ancho $b$	31.8 mm
Espesor $h$	0.14 mm
Masa puntual $m_t$	0.012 kg

Tabla 3-2 Parámetros de la estructura

Una vez descrita completamente la subestructura, se calculará las características de su movimiento vibratorio. Para ello, es necesario en primer lugar obtener los parámetros fundamentales de una ecuación de 1 GDL. Es decir, la masa  $M$ , la rigidez  $K$  y el amortiguamiento  $C$ . Tanto  $K$  como  $M$  se calculará como anteriormente se ha descrito. El último parámetro simplemente será impuesto con un valor característico del factor de amortiguamiento modal  $\zeta=5\%$  (siendo  $\zeta = C/\sqrt{4KM}$ ). (Posteriormente se aclarará el sentido de este factor de amortiguamiento. Apartado 4.3)

Ahora es posible abordar la ecuación de 1GDL con una vibración armónica en su base.

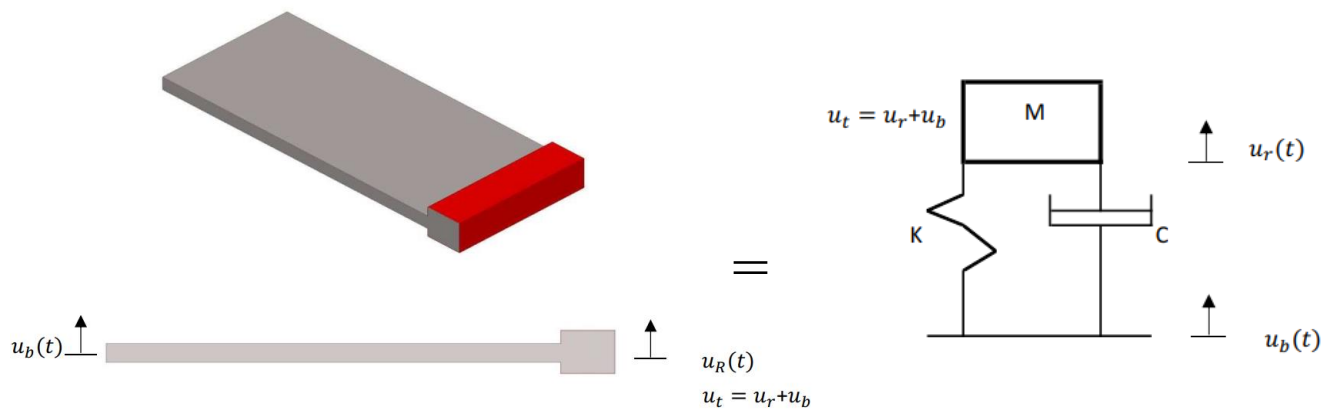


Figura 3-2 Equivalencia del modelo a un sistema típico de 1GDL.

Mediante el uso del programa informático MATLAB, obtendremos su frecuencia natural, así como su función de transmisibilidad para cualquier alteración de la base de tipo armónico. La función de transmisibilidad relaciona la amplitud del movimiento del GDL a estudiar respecto al movimiento de la base de nuestra estructura.

### 1.1.4 El ABS como elemento estructural

El ABS es un polímero resistente, flexible y moldeable. Además, resistente a altas temperaturas (en cierta medida ya que es un termoplástico) lo que lo hace uno de los plásticos más utilizados en ingeniería y aplicaciones industriales. Estas características hacen también del ABS el material típico para la impresión 3D, donde partiendo de bobinas de hilos, es previamente calentado para aumentar su ductilidad y así poder trabajarlo con facilidad. Además, la posibilidad de trabajar con ABS de distintos colores hace que en este ámbito sea uno de los materiales más utilizados a nivel doméstico. Su precio ronda entre los 8€ y 15 € el kilogramo, vendido en bobinas directas para la impresión y dependiendo de su color y grosor de la bobina. El principal problema de este material en la impresión es el olor a plástico caliente que esta operación previa acaba dejando.



Figura 3-3 Filamentos de ABS para impresión en 3D

Las características físicas y mecánicas de este material son:

Propiedad del material	
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	1000-1200
Módulo de Young (GPa)	1.1-2.9
Deformación máxima (%)	3-75
Temperatura de fusión. (°C)	88-128
Temperatura de transición Vítrea (°C)	100
Límite de fluencia (MPa)	18.5-51
Tensión de rotura. (MPa)	25-50

Tabla 3-3 Características del ABS

### 3.2 Modelos matemáticos

Dado los parámetros que definen el problema en la tabla 3-2, se abordará el comportamiento, en primer lugar, de la subestructura que da forma a nuestro cosechador. Es decir, no se tendrá en cuenta el material PZT añadido ni la posible rigidez que esta tuviese. Así será posible comparar el comportamiento de las estructuras tanto de ABS como de latón en igualdad de condiciones. El orden establecido es el siguiente:

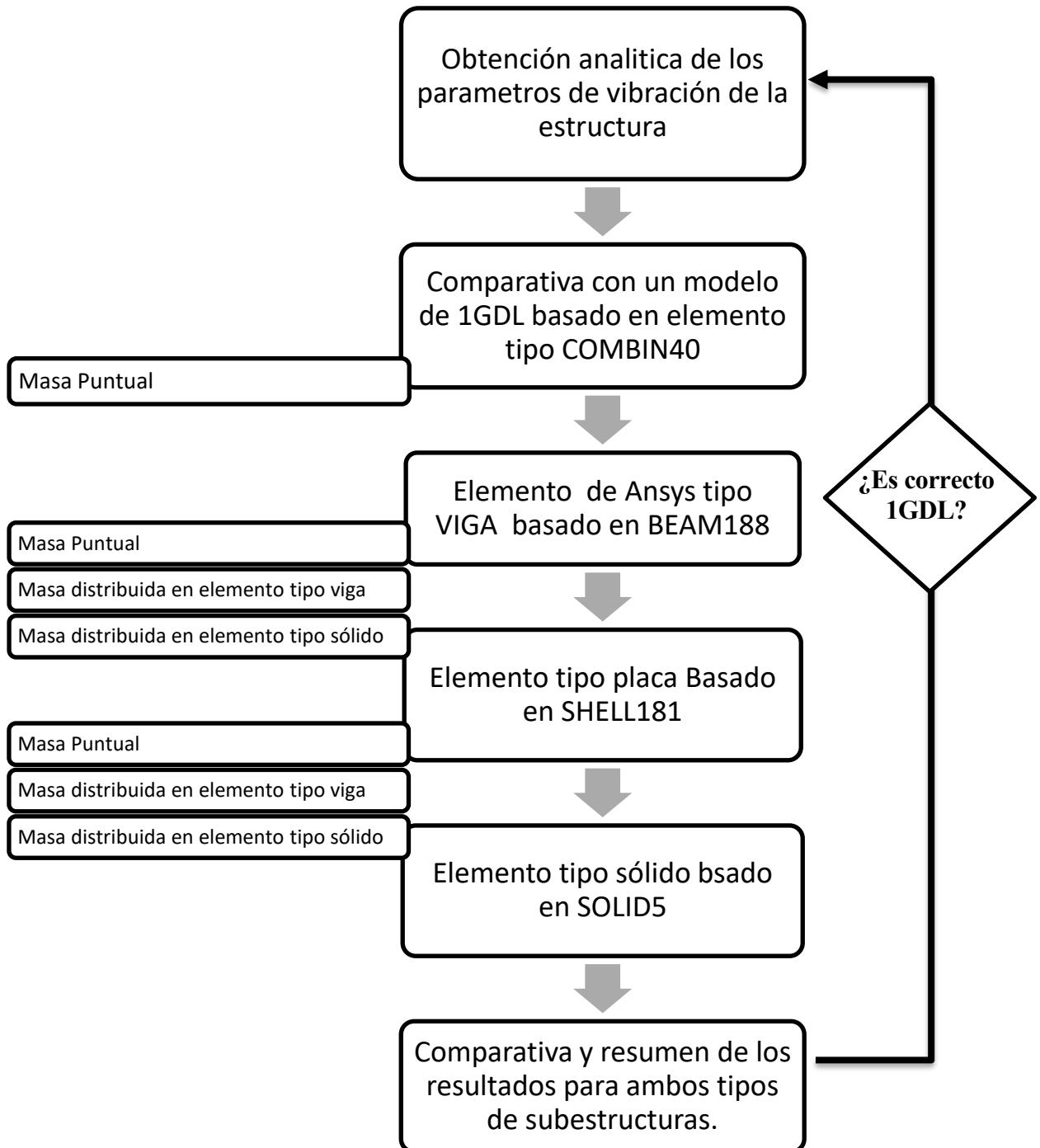


Figura 3-4 Orden a seguir en el estudio dinámico de la subestructura

### 3.3 Análisis dinámico

Para resolver la respuesta de este tipo de estructura se llevará a cabo dicho análisis modal y en principio, una superposición de los modos de vibración, aunque en realidad, solo tendremos en cuenta solo uno como ya hemos comentado. Para ello, quedará indicado la resolución analítica de un sistema ya descrito como viga en voladizo.

Partiremos de la ecuación de equilibrio del sistema de vibración libre no amortiguado:

$$\mathbf{F}_{in} + \mathbf{F}_k = 0 \quad 3-1$$

Donde  $\mathbf{F}_{in}$  denota el vector de fuerzas de inercias asociadas a cada GDL, es decir, las fuerzas que se opone al movimiento según cada GDL. El vector  $\mathbf{F}_k$ , será la correspondiente fuerza elástica según cada grado de libertad, es decir la fuerza con la que el sólido deformable se opone a la deformación de cada GDL.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0 \quad 3-2$$

Donde  $\mathbf{M}$  denota la matriz de masa,  $\mathbf{K}$  la matriz de rigidez, y el vector  $\mathbf{u}$  tendrá distintas componentes independientes, cada una de ellas asociada a un GDL. De forma matricial podremos escribir El sistema de ecuaciones tendrá  $n$  incógnitas con  $n$  ecuaciones diferenciales correspondientes a los  $n$  GDL.

Este tipo de sistemas de ecuaciones diferenciales pueden tener una solución armónica:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\mathbf{U}(\mathbf{x})\sin(\omega t + \varphi) \quad 3-3$$

Con  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$  la amplitud máxima que depende solo de la posición,  $\omega$  la frecuencia del movimiento y  $\varphi$  es el desfase del movimiento. Si derivamos dos veces respecto al tiempo y sustituimos en la ecuación de equilibrio obtendremos:

$$\begin{aligned} -\omega^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \\ -\mathbf{M}\omega^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{K}\mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \quad 3-4$$

$$-\mathbf{M}\omega^2 \mathbf{U}(\mathbf{x})\sin(\omega t + \varphi) + \mathbf{K}\mathbf{U}(\mathbf{x})\sin(\omega t + \varphi) = 0$$

Omitiendo el termino sinusoidal arbitrario y sacando factor común  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$  obtendremos finalmente una ecuación:

$$(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})\mathbf{U}(\mathbf{x}) = 0 \quad 3-5$$

La solución distinta de la trivial se obtiene de imponer que el primer factor sea igual a 0. Esta solución se extrae de obtener los distintos autovalores del problema ( $\omega_{n_i}$ ) que será la frecuencia natural asociada al modo de vibración  $i$ , y los autovectores ( $\mathbf{U}_i$ ) indicarán de forma cualitativa la forma o modo de vibrar de una estructura.

No perdamos de vista el caso expuesto en el trabajo: la viga en voladizo. Al tener esta estructura 1 GDL dominante respecto al resto solo analizaremos analíticamente este. Por tanto, la ecuación 3-5 necesita solo dos parámetros para su resolución,  $k_i$  y  $m_i$

$$(k_i - \omega_{n_i}^2 m_i)u_i = 0 \quad 3-6$$

Los parámetros de esta ecuación serán en nuestro caso:

- 1)  $k_i$  la rigidez que el sistema presenta de 1GDL presenta

$$k_i = \frac{3EI}{L^3} \quad 3-7$$

- 2)  $\omega_{n_i}$  la frecuencia natural asociada a la vibración de la estructura según el grado de libertad descrito.

$$\omega_{n_i} = \sqrt{k_i/m_i} \quad 3-8$$

- 3)  $m_i$  la masa movilizada en este grado de libertad. Siendo  $L$ ,  $b$  y  $h$  la longitud, la base y espesor de la sección transversal de la pletina

$$m_i = \sqrt{\frac{33}{140} \rho b h L + M_t} \quad 3-9$$

- 4)  $u_i$  El grado de libertad en cuestión, en adelante el desplazamiento vertical del extremo de la estructura donde se sitúa nuestra masa puntual

Cabe destacar que la  $m_i$  no coincide con la masa puntual, aunque esta determine gran parte de su contenido. La masa modal que se desplace en el análisis de la vibración vendrá dada tanto por la masa puntual como por la correspondiente masa de la estructura que debe moverse con el grado de libertad.

### 3.3.1 Resultado analítico con 1GDL y equivalencia para estructura de ABS

En primer lugar, se va a realizar un análisis dinámico a la estructura descrita en el apartado anterior. Esta estructura, como ya hemos anunciado anteriormente se resolverá teniendo en cuenta un solo grado de libertad: el desplazamiento transversal a la viga.

En primer lugar, según el modelo descrito en el subapartado 3.1. se deben describir todos los parámetros que caracterizan el sistema de 1GDL. En nuestro caso, utilizando el programa MATLAB, la resolución del sistema quedará:

$$\begin{aligned} K &= 17.4723N \cdot m^{-1} \\ M &= 0.0125 kg \\ C &= 0.0467N \cdot s \cdot m^{-1} \end{aligned}$$

$$\omega_n = 37.4172 rad/s$$

De acuerdo con estos valores, obtendremos la relación de transmisión a la estructura dada una excitación a una frecuencia  $\omega$  y suponiendo un factor de amortiguamiento del 5%:

$$TR = D * \sqrt{1 + 4\zeta^2\beta^2}$$

$$\text{Con } D = \frac{1}{[(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2]} \quad 3-10$$

$$\beta = \frac{\omega_n}{\omega} \text{ y } \zeta = 0.05 \text{ (factor de amortiguamiento modal)}$$

La función de transmisibilidad,  $TR$ , relaciona el desplazamiento producido en el grado de libertad en cuestión, respecto a la excitación sufrida por la estructura. Es una función de respuesta en el dominio de la frecuencia.  $D$  representa el factor de amplificación dinámica.

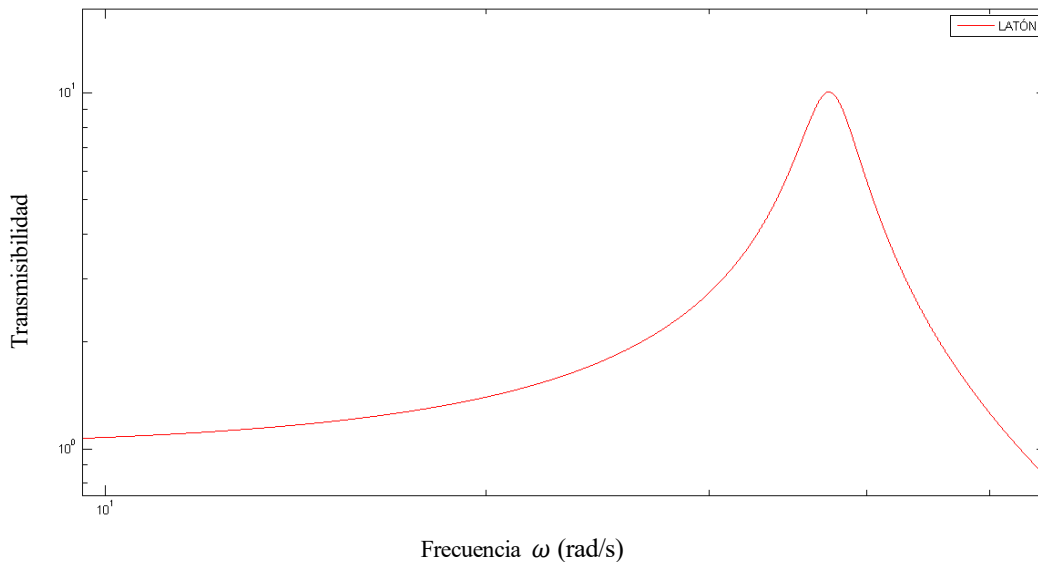


Figura 3-5 Transmisibilidad del sistema de 1GDL. – En esta grafica se puede observar como el punto de máximos desplazamientos del movimiento coincide con la frecuencia natural.

Este será el punto de partida de para buscar la equivalencia entre la subestructura de latón y la de ABS. Para ello, se varían los parámetros de la subestructura con el fin de conseguir una frecuencia natural semejante y una función de transmisibilidad prácticamente idénticas.

Se realiza el mismo el mismo procedimiento, obtendremos los parámetros fundamentales de la ecuación de 1 GDL, su frecuencia natural y transmisibilidad:

$$K = 17.4723 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$M = 0.0125 \text{ kg}$$

$$C = 0.0467 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\omega_n = 37.4172 \text{ rad/s}$$



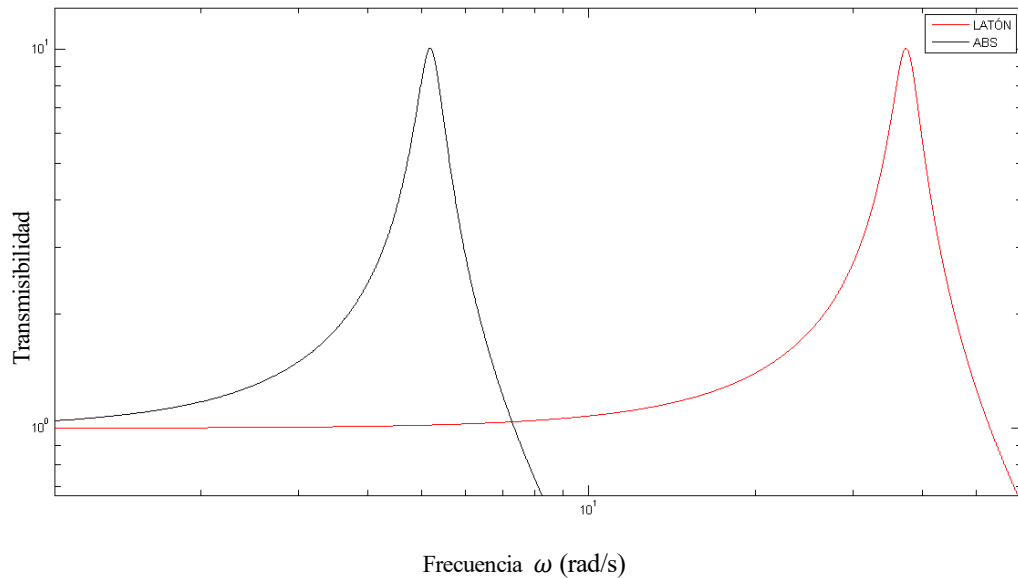


Figura 3-6 Comparativa de la subestructura con los mismos parámetros. – Solo varía el material que la compone.

Si observamos esta figura, es fácil denotar que la función de transmisibilidad varía su frecuencia natural al cambiar de material, siendo mayor el caso del latón. Además, es lógico que solo difieran en esta especie de traslación entre ambas funciones ya que los únicos parámetros que varían son, la masa (debido a la diferencia de densidad de ambos materiales), y la resistencia que se opone a la deformación del grado de libertad estudiado (debido a la diferencia de módulo elástico de ambos materiales). Por tanto, también variará la frecuencia natural.

Para paliar esta diferencia entre ambas subestructuras, se modificarán los parámetros que intervienen en la ecuación de 1GDL y finalmente conseguir comportamientos semejantes.

El parámetro fundamental que deben coincidir en nuestro caso para que la función de transmisibilidad sea también coincidente en el caso de ABS al caso del modelo de latón, será la frecuencia natural, que depende a su vez de los parámetros citados anteriormente: la rigidez y la masa movida en el desplazamiento del GDL a estudiar. Por tanto, la estructura equivalente de ABS debe tener tanto la misma masa modal  $m'_i$  como resistencia a la deformación  $k'_i$ .

- Igualdad en la resistencia:

$$\frac{k'_i}{k_i} = \frac{\frac{3EI}{L^3}}{\frac{3EI}{L^3}} = 1 \rightarrow \frac{\frac{E}{12}bh^3}{\frac{E'}{12}bh'^3} = 1 \rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{bh'^3}{bh^3} \rightarrow h' = h \sqrt[3]{\frac{105}{2}} = 3.744h \quad 3-11$$

- Igualdad en la masa movilizada:

$$m'_i = m_i \rightarrow \frac{33}{140} \rho' bh' L + M'_t = \frac{33}{140} \rho bh L + M_t \quad 3-12$$

$$Mt' = Cte + Mt \text{ donde } Cte = \frac{33}{140} bL(\rho h - \rho' h') \quad 3-13$$

Con los valores de densidad y espesor:

$$\begin{aligned} \rho &= 9000 \frac{kg}{m^3} & h &= 0.14 \text{ mm} \\ \rho' &= 1000 \frac{kg}{m^3} & h' &= 0.524 \text{ mm} \end{aligned}$$

se obtiene una nueva masa puntual

$$Mt' = 0.012284$$

Bastante similar a la masa puntual de la estructura primaria. Si resolvemos la ecuación diferencial para 1 GDL para este caso obtendremos el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} K &= 17.4662 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \\ M &= 0.0125 \text{ kg} \\ C &= 0.0467 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1} \end{aligned}$$

$$\omega_n = 37.4107 \text{ rad/s}$$

Como era de esperar, los parámetros que rigen la ecuación de 1GDL son aparentemente iguales, por tanto, también la frecuencia natural y la función de transmisibilidad.

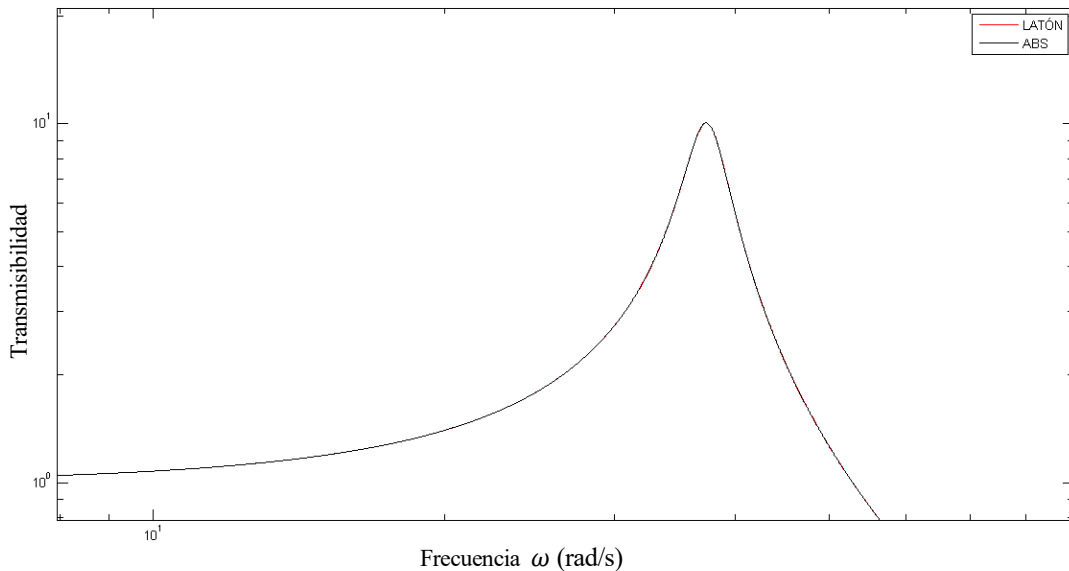


Figura 3-7. Comparativa de función de transmisibilidad de ABS y Latón.

Se debe aumentar considerablemente la vista de esta para notar diferencia alguna:

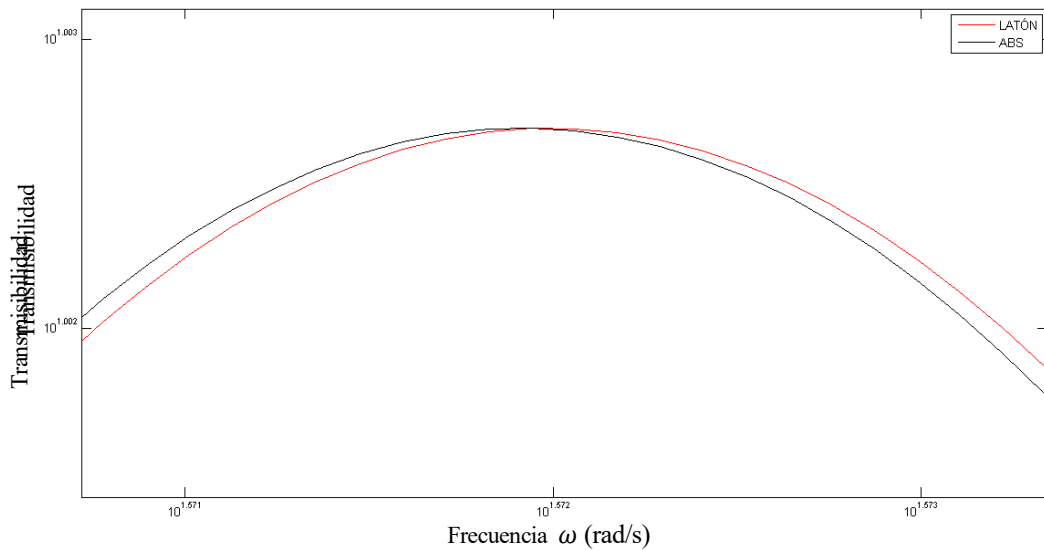


Figura 3-8 Comparativa de la transmisibilidad de la estructura de ABS y Latón. – Se observa que el error cometido es del orden de  $10E-0.001$

Comparado del modelo numérico de ambas subestructuras, una de latón y una de ABS, se puede determinar a priori que ambas estructuras serían semejantes si el espesor del latón se ve incrementado la cantidad antes comentada. Ídem para la masa puntual, aunque ésta en menor medida.

Para aclarar si, dentro de esta hipótesis donde se ha obtenido la semejanza entre subestructuras a través del estudio de 1GDL, el resultado obtenido es correcto o no se resolverá el problema de 1GDL con los parámetros calculados anteriormente en el programa de elementos finitos ANSYS. El elemento de que recoge el comportamiento de un sistema de vibración con 1GDL en este programa es elemento COMBIN40.

- COMBIN40

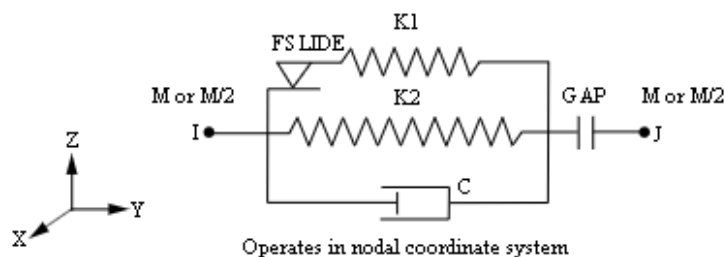


Figura 3-9 Esquema del elemento COMBIN40

El elemento COMBIN40 es una combinación de un resorte deslizante, un resorte que une dos nodos y un amortiguador en paralelo. La masa se puede asociar con uno o ambos nodos. El elemento tiene un grado de libertad en cada nodo, ya sea una traslación nodal, rotación, presión o temperatura. La masa, los resortes, el deslizador y el amortiguador pueden retirarse del elemento. En nuestro caso solo dejaremos de utilizar el resorte deslizante.

En este caso este elemento será utilizado en un análisis modal, y así obtener la frecuencia natural de ambas subestructuras y poder compararlas:

LATÓN	ABS
5.955 Hz → 37.42 rad/s	6.022 Hz → 37.83 rad/s

Tabla 3-4 Comparativa de las frecuencias naturales de ambos modelos según COMBIN40.

Como puede observarse, ambas frecuencias naturales pueden considerarse semejantes. Por tanto, las hipótesis realizadas anteriormente se aceptan como válidas sirviendo como punto de partida y según estos cálculos, es también posible afirmar que las subestructuras son semejantes teniendo la reducción de 1GDL. Posteriormente se discutirá si basta solo con este GDL para afirmar la semejanza o no.

A continuación, se irá aumentando el grado de complejidad del elemento, desde una simple viga con una masa puntual, hasta concluir en un elemento tipo sólido tanto en la pletina como en la masa sísmica.

### 3.3.2 Viga con masa puntual

El siguiente modelo de ANSYS de la subestructura se trata de una modelización de la misma como una viga en voladizo, con una masa puntual en su extremo más alejado. Los elementos que intervienen en este análisis son:

- BEAM188

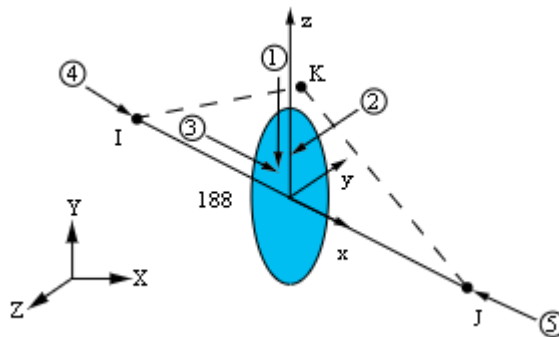


Figura 3-10 Elemento BEAM188

El elemento BEAM188 es capaz de modelizar el comportamiento de una viga de la teoría de Timochenko a partir de dos nodos ( $I, J$ ) y una línea que los une. Para trabajar con este elemento se atribuye a la línea una sección, orientada según un tercer nodo de orientación ( $K$ ). Los dos primeros nodos tienen como grado de libertad tanto el desplazamiento como rotaciones en todas direcciones, incluido la torsión en caso de KEYOPT(1)=1. En nuestro caso este GDL no interviene en los cálculos. La sección atribuida será rectangular con dimensiones  $b \times h$ .

- MASS21

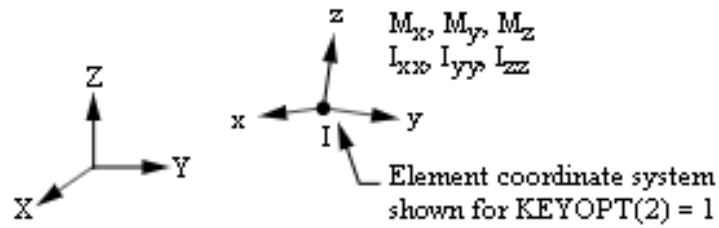


Figura 3-11 Elemento MASS21

En el caso de la modelización de la subestructura como viga se utilizará en un extremo no empotrado de la línea que caracteriza esta viga, una masa puntual con un elemento MASS21. Este elemento, es capaz de modelizar una masa puntual con 6 GDL. Además, los parámetros de entradas en forma de constantes reales no son más que la masa y en caso de que sea necesario (no es el de este trabajo) una inercia de rotación.

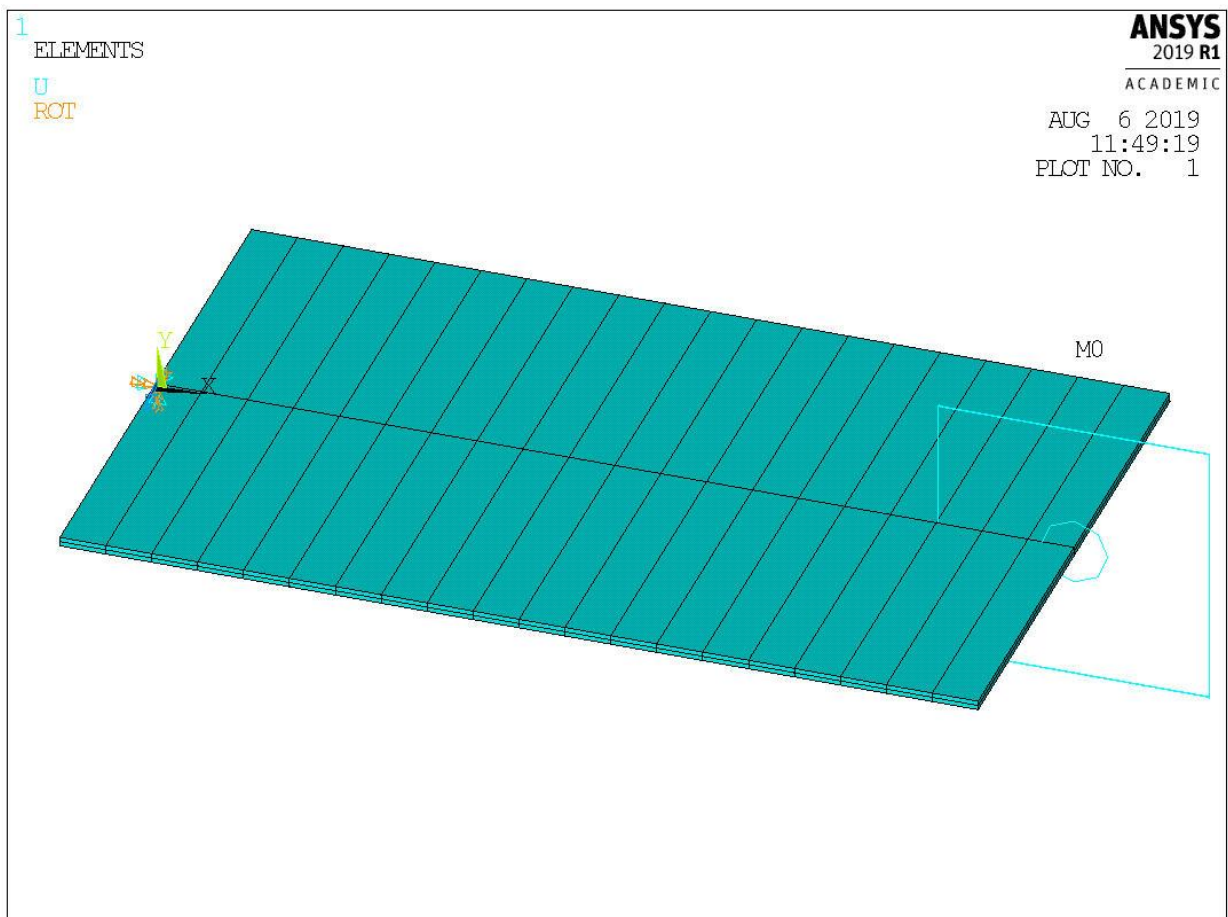


Figura 3-12 Modelo en ANSYS tipo VIGA-MASA

Se observa, a simple vista que no es una viga característica. La teoría de vigas de Timochenko requiere que una de las dimensiones tenga un valor muy superior a las otras dos y en este caso está claro que una de las dimensiones transversales es del orden de la dirección longitudinal. Por tanto, aunque los resultados que se dan a continuación para el primer modo de vibración no poseen valores muy dispares a los propuestos en el subapartado anterior, es lógico que conforme se avance en la modelización se obtengan valores más cercanos a la realidad.

Una vez propuesta la modelización de la subestructura como viga, se realizará un análisis modal y se analizarán los primeros modos de vibración para cada caso con cada material, así poder comparar el comportamiento de ambas subestructuras.

- LATÓN:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR			FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO	MASA EFECTIVA.		
1	5.95644	0.16789	0.11426	1.000.000	1.31E-02	0.950061	0.930184
2	90.9737	1.10E-02	0	0	0	0.950061	0
3	133.216	7.51E-03	-2.29E-02	0.200168	5.23E-04	0.988128	3.73E-02
4	273.482	3.66E-03	0	0	0	0.988128	0
5	433.192	2.31E-03	-1.28E-02	0.111788	1.63E-04	1.00000	1.16E-02

Tabla 3-5 Salida de datos del análisis dinámico para el modelo VIGA-MASA de latón.

- ABS:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR			FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO	MASA EFECTIVA.		
1	6.00387	0.16656	0.11191	1.000.000	1.25E-02	0.973257	0.962307
2	128.242	7.80E-03	0	0	0	0.973257	0
3	187.296	5.34E-03	-1.62E-02	0.144786	2.63E-04	0.993659	2.02E-02
4	318.083	3.14E-03	0	0	0	0.993659	0
5	385.516	2.59E-03	0	0	0	0.993659	0
6	610.644	1.64E-03	-9.03E-03	0.080715	8.16E-05	1.00000	6.27E-03

Tabla 3-6 Salida de datos del análisis dinámico para el modelo VIGA-MASA de ABS

En la tabla 3-6, se puede observar como la frecuencia natural asociada al primer modo de vibración coincide notablemente en ambos casos de modelado con ambos materiales. No obstante, en el resto de las frecuencias naturales el resultado difiere notablemente. Además, en el caso del ABS, aparece un modo de vibración que no recoge el modelo de latón.

### 3.3.3 Placa con masa puntual

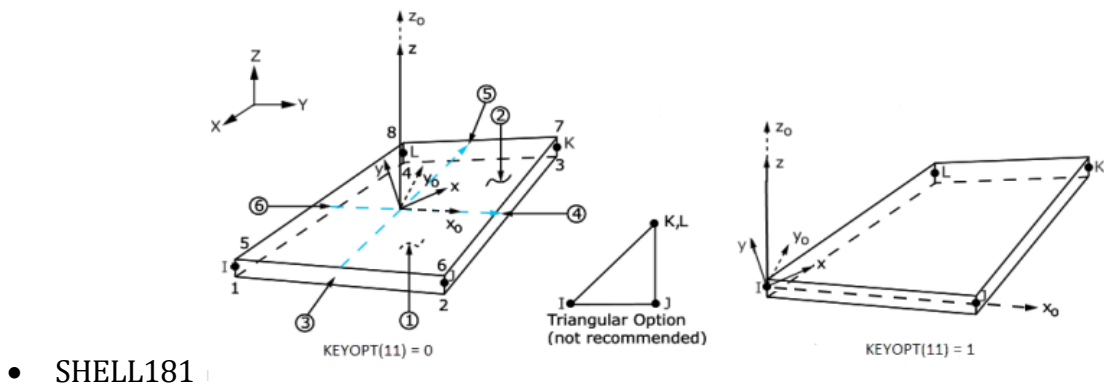


Figura 3-13 Elemento SHELL181

El elemento SHELL181 es apropiado para estructuras donde una de las direcciones es significativamente menor a las otras dos, como es nuestro caso. Se puede utilizar tanto en un problema de tensión plana como de deformación plana (aunque este no sea el caso que se presenta en este trabajo). Generalmente en ANSYS es asociado a un plano y una constante real: el espesor de la placa. Posee cuatro nodos con 6GDL cada uno (tres traslaciones y tres rotaciones). Serán todos utilizados en el análisis modal posterior, así podremos comprobar si la hipótesis de partida desde la que se tomó la subestructura teniendo en cuenta solo el GDL de desplazamiento en el eje Y del extremo no empotrado es correcta o no.

En primer lugar, se estudiará el caso de la placa con dos masas puntuales en su extremo libre. Cada masa tendrá la mitad de la masa puntual total definida anteriormente ( $m_i$ ), a fin de conseguir la mejor modelización del problema real (véase apartado 3.1. Modelo Original).

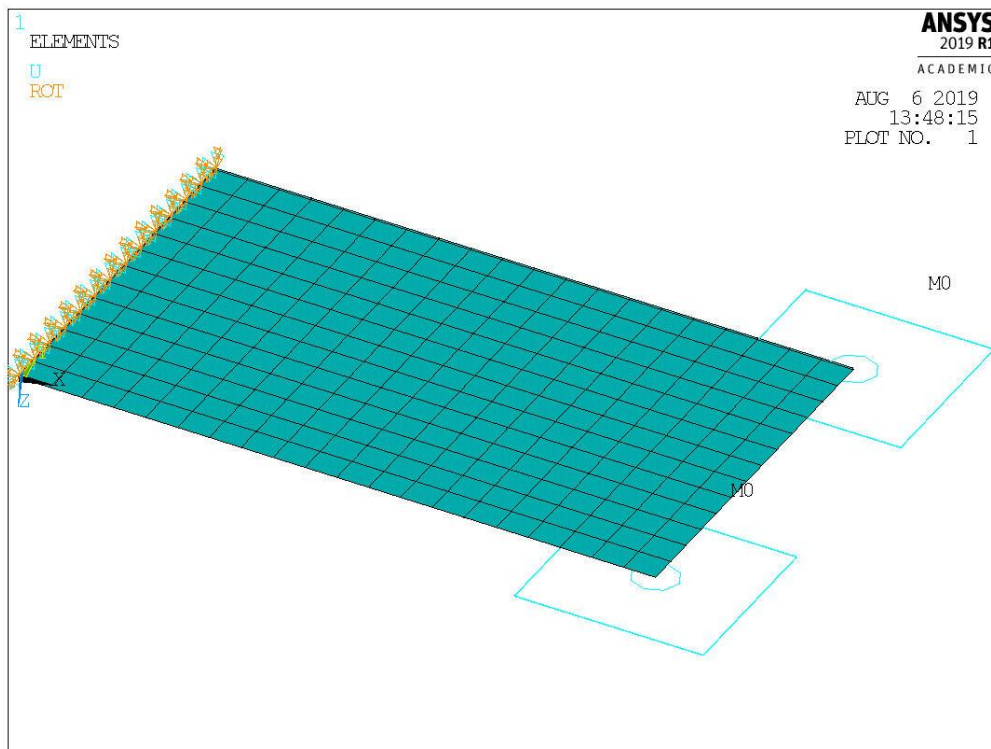


Figura 3-14 Modelo en ANSYS tipo PLACA-MASA

En este modelo, tras realizar varios análisis dinámicos con la situación de las masas puntuales en distintas zonas del final de la subestructura, se ha llegado a la conclusión que los resultados son prácticamente los mismos. Es por ello por lo que la situación de las masas, siempre que estas encuentren en la línea del extremo libre de la placa es indiferente.

Los resultados de los análisis dinámicos son los siguientes:

- **LATÓN:**

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	RATIO MASA EF
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	SOBRE EL TOTAL
1	6.24121	0.16023	-0.10954	1	1.20E-02	1	1
2	14.9649	6.68E-02	0	0	0	1	0
3	1013.14	9.87E-04	-6.81E-09	0	4.63E-17	1	3.86E-15
4	1905.83	5.25E-04	-8.10E-08	0.000001	6.56E-15	1	5.47E-13

Tabla 3-7 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de latón

- **ABS:**

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	RATIO MASA EF
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	SOBRE EL TOTAL
1	6.17459	0.16195	-0.11063	1	1.22E-02	1	1
2	14.7401	6.78E-02	0	0	0	1	0
3	267.68	3.74E-03	0	0	0	1	0
4	503.517	1.99E-03	-1.78E-09	0	3.17E-18	1	2.59E-16
5	762.458	1.31E-03	1.19E-08	0	1.41E-16	1	1.16E-14

Tabla 3-8 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de ABS

Al observar la tabla 3-8 se puede denotar que, para ambos materiales, el primer modo de vibración es el modo de vibración dominante en el movimiento de la estructura. El resto modos de vibración tienen una masa movilizada insignificante. En cuanto a este primer modo, observamos que la frecuencia natural, aumenta ligeramente. No obstante, para ambos tipos de subestructuras estas frecuencias naturales son ciertamente parecidas. También el segundo modo de vibración es semejante aunque activen otro modo de vibración distinto al que se muestra en cada tabla.

### 3.3.4 Placa con viga como masa distribuida

En esta ocasión a diferencia con el caso anterior, la masa no será puntual, sino distribuida en una viga de sección cuadrada  $s \times s$  de modo que el producto del volumen por la densidad genere una masa de valor  $m_t$ . Para ello imponemos el valor de  $s$  de forma arbitraria, por ejemplo,  $s=10h$ . Es por ello por lo que cada masa tendrá un volumen distinto, ya que  $h$  cambia según el material (ABS o latón), y una densidad distinta para conseguir la masa puntual dada. (ver Anexo III-B).



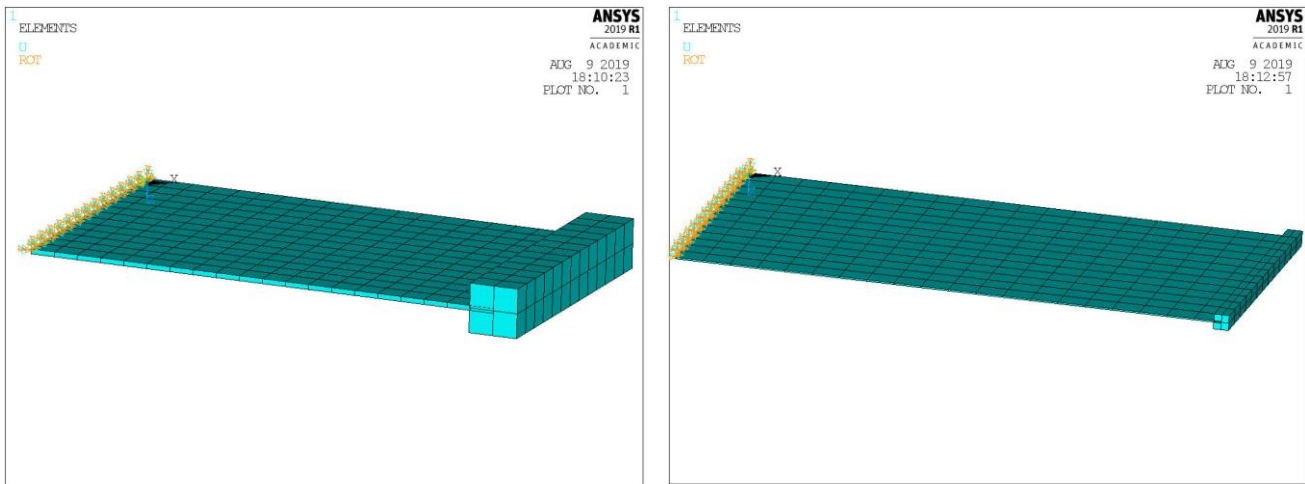


Figura 3-15 Modelos de placa con viga como masa distribuida. Izqda. ABS y dcha. Latón

Si observamos el análisis dinámico de esta placa con la masa distribuida en forma de viga, obtenemos:

- LATÓN:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR PARTICIPACIÓN	RATIO	MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
1	6.1399	0.16287	-0.11422	1	1.30E-02	0.950224	0.929491
2	27.7219	3.61E-02	0	0	0	0.950224	0
3	135.893	7.36E-03	2.29E-02	0.200468	5.24E-04	0.988411	3.74E-02
4	287.013	3.48E-03	0	0	0	0.988411	0
5	431.986	2.31E-03	1.26E-02	0.110434	1.59E-04	1	1.13E-02

Tabla 3-9 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-VIGA de latón

- ABS:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR PARTICIPACIÓN	RATIO	MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
1	6.12355	0.1633	-0.11274	1	1.27E-02	0.973348	0.958926
2	27.4419	3.64E-02	0	0	0	0.973348	0
3	136.756	7.31E-03	1.55E-02	0.137149	2.39E-04	0.991656	1.80E-02
4	309.832	3.23E-03	0	0	0	0.991656	0
5	342.511	2.92E-03	1.04E-02	0.092586	1.09E-04	1	8.22E-03

Tabla 3-10 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de ABS

En este análisis se puede observar en los resultados como el comportamiento de la estructura es bastante semejante en ambos casos. En los modos de vibración que intervienen en el GDL que estamos estudiando (desplazamiento vertical del extremo libre de la pletina) las frecuencias naturales y masas efectivas movilizadas no varían en exceso, sobre todo en el primer modo de vibración. Pero la objeción de este modelo reside en la masa distribuida. El hecho de que las dimensiones sean arbitrarias hace que la densidad dependa de  $s$ , creando una modelización de unas vigas compuestas de un material a priori desconocido o arbitrario. En adelante, se dará solución a esta situación tan ambigua.

### 3.3.5 Placa con sólido como masa distribuida

- SOLID5

El elemento SOLID5 será el elemento de mayor complejidad de los que abarcaremos en este trabajo. Es un elemento con 8 nodos y 5 GDL en cada uno de ellos: 3 traslaciones, VOLT (para definir el potencial de cada nodo) y MAG (para las propiedades magnéticas). Está claro que la aparición del GDL VOLT es lo que hace que decantarnos por este elemento ya que posteriormente, cuando quede implementado el PZT en nuestra estructura, será un GDL de interés en el análisis del comportamiento de nuestra estructura. Pero de momento, la razón por la que se escoge este elemento no será esta, pues las características eléctricas y magnéticas de cada nodo serán obviadas, con el KEYOPT(1)=2, teniendo solo entonces los desplazamientos UX,UY, y UZ como GDL. El uso de este elemento en lugar del SOLID226, aconsejado por ANSYS, es debido a que, pudiera ser por el pequeño espesor de la subestructura, se han generado problemas en este trabajo al utilizar el elemento más reciente del software (SOLID226). Sin embargo, estos problemas desaparecerían al utilizar elemento que ANSYS cataloga como obsoleto, aunque su teoría sea totalmente válida: el SOLID5.

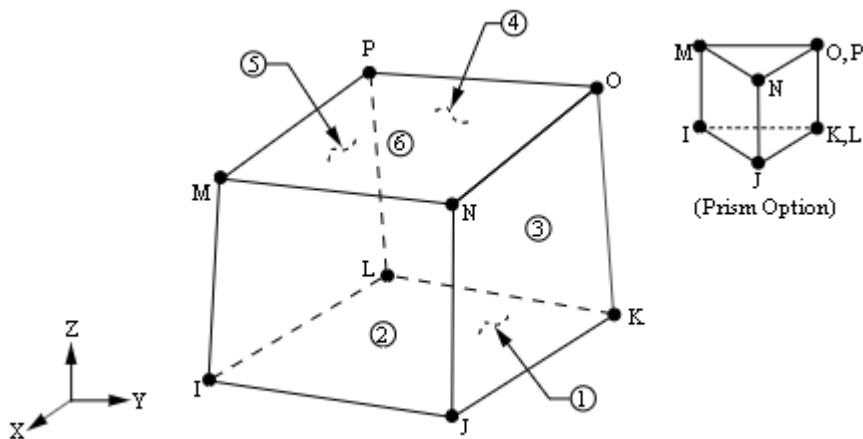


Figura 3-16 Elemento SOLID5

En este caso se ha optado por que la masa distribuida tenga la densidad del elemento de la subestructura, por tanto, el parámetro  $s$  vendrá marcado por:

$$s^2 b \rho = m_t$$

Este cambio respecto al modelo anterior provocará, debido a la diferencia de densidades entre latón y ABS, que la masa distribuida tenga una sección transversal en este caso bastante mayor en el caso de ABS que en el de latón.

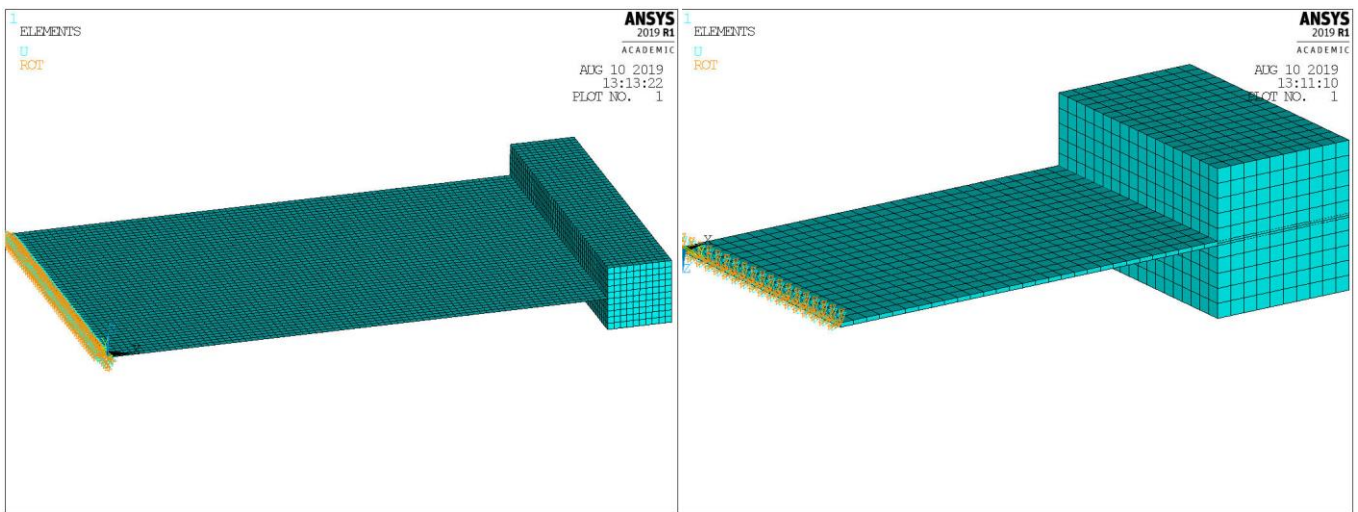


Figura 3-17 Modelos de placa con elemento sólido como masa distribuida. - Izqda. latón; dcha. ABS

En concreto la sección del latón será cuadrada de lado  $s=6.4752E-3$  m mientras que para el caso de ABS  $s'=0.0177$  m

A priori, el caso de latón si presenta una estructura factible desde un punto de vista del diseño real para ser impreso con una impresora 3D. Pero, aunque posean la misma masa, el hecho de que la estructura de ABS tenga un volumen significativamente mayor puede alterar la forma de vibrar de la estructura y ésta acabe comportándose de un modo que no refleje el comportamiento que se busca en la estructura del modelo original.

- LATÓN:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
1	5.53947	0.18052	-0.11479	1	1.32E-02	0.947162	0.921823
2	26.9703	3.71E-02	3.27E-09	0	1.07E-17	0.947162	7.46E-16
3	98.8377	1.01E-02	2.33E-02	0.202677	5.41E-04	0.98607	3.79E-02
4	269.029	3.72E-03	1.39E-02	0.121274	1.94E-04	1	1.36E-02
5	286.099	3.50E-03	0.00E+00	0	0.00E+00	1	0.00E+00

Tabla 3-11 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-SÓLIDO de latón

- ABS:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
1	4.75151	0.21046	-0.11115	1	1.24E-02	0.941536	0.927313
2	24.2915	4.12E-02	0.00E+00	0	0.00E+00	0.941536	0.00E+00
3	59.8016	1.67E-02	2.47E-02	0.221975	6.09E-04	0.987928	4.57E-02
4	255.239	3.92E-03	0.00E+00	0	0.00E+00	0.987928	0.00E+00
5	293.985	3.40E-03	1.26E-02	0.113233	1.58E-04	1	1.19E-02

Tabla 3-12 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-SÓLIDO de ABS.

Observando las comparativas entre la tabla 3-11 y la 3-12, los modos de vibraciones de ambos modelos, aunque guarden cierta similitud, distan de la semejanza que los modelos anteriores tienen. No obstante, también se puede sacar como conclusión que, al utilizar un modelo de complejidad mayor, con más números de GDL y por tanto una modelización que debiera tener un comportamiento más cercano a la realidad, la frecuencia natural de ambos modelos baja respecto al modelo de 1GDL que se realizó previamente. Esta y otras características de cada modelo serán evaluadas y comentadas en el último subapartado de este título: 3.3.9 Resumen, conclusiones y elección del modelo del trabajo.

### 3.3.6 Sólido con masa puntual

Tras el incremento de la complejidad de modelos en los subapartados anteriores, aparece en éste, el primer modelo de subestructura compuesto por elementos tipo sólido (SOLID5). Pero nuevamente el grado de complejidad de cada modelo irá aumentando conforme se avance por los subapartados siguientes. En primer lugar y por orden lógico en cuanto a la complejidad del elemento se refiere, se realiza un modelo con una pletina tipo SOLID5 a la que se colocan 2 masas puntuales. Con todos los elementos descritos anteriormente (tanto SOLID5 como MASS21) este subapartado estará centrado directamente en el resultado del análisis dinámico de cada estructura.

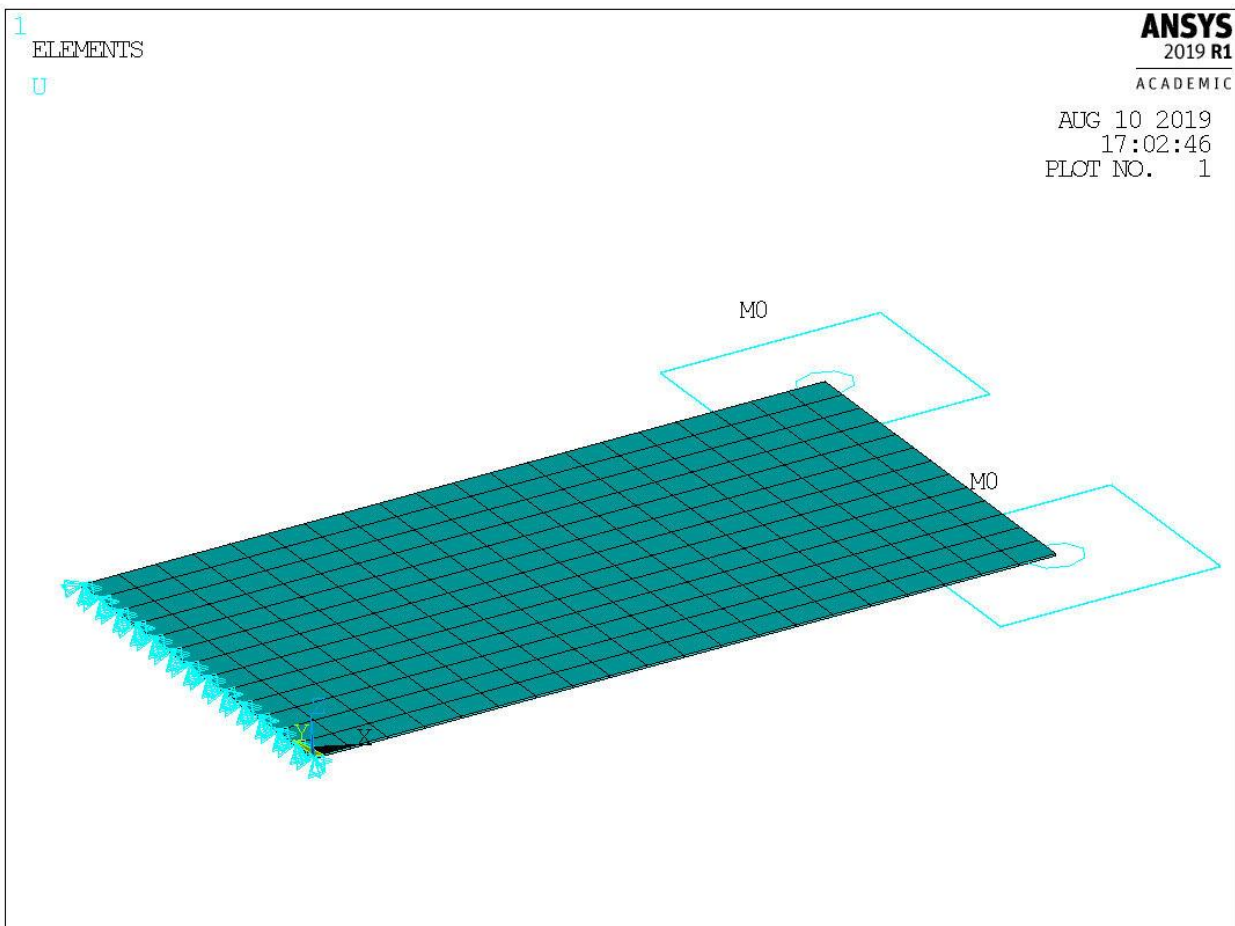


Figura 3-18 Modelo en ANSYS tipo SÓLIDO con elementos tipo MASA.

Ambos modelos serán prácticamente iguales en la ventana gráfica de ANSYS, excepto en el espesor de la pletina. Comprobemos entonces el grado de similitud y diferencia de estos modelos para el caso de ABS y el caso de latón en cuanto a su comportamiento:

- LATÓN

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	RATIO MASA EF.
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	SOBRE EL TOTAL
1	6.18225	0.16175	0.11422	1	1.30E-02	0.943767	0.929595
2	15.2707	6.55E-02	4.78E-09	0	2.28E-17	0.943767	1.63E-15
3	134.021	7.46E-03	2.25E-02	0.196785	5.05E-04	0.980314	3.60E-02
4	264.868	3.78E-03	0.00E+00	0	0.00E+00	0.980314	0.00E+00
5	329.876	3.03E-03	-9.43E-03	0.082539	8.89E-05	0.986744	6.33E-03

Tabla 3-13 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-MASA de latón

- ABS

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	RATIO MASA EF.
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	SOBRE EL TOTAL
1	6.12694	0.16321	0.11295	1	1.28E-02	0.972827	0.962532
2	14.7237	6.79E-02	0.00E+00	0	0.00E+00	0.972827	0.00E+00
3	183.599	5.45E-03	1.58E-02	0.139494	2.48E-04	0.991757	1.87E-02
4	270.117	3.70E-03	0.00E+00	0	0.00E+00	0.991757	0.00E+00
5	334.397	2.99E-03	0.00E+00	0	0.00E+00	0.991757	0.00E+00

Tabla 3-14 Salida de datos del análisis dinámico para modelo PLACA-MASA de ABS

Como se puede observar, los primeros 5 modos de vibración coinciden notablemente. Aunque el resultado del primer modo de vibración (en cuanto a frecuencia y masa efectiva movilizada) están ligeramente mayorados respecto a la primera aproximación que se realizó en el primer subapartado de este capítulo (5.95 Hz) y aún más respecto a los modelos con la masa distribuida en un cuerpo sólido modelado con SOLID5. No obstante, sí podemos concluir observando este modelo, que ambas pletinas tienen el mismo comportamiento. Observaremos a continuación si con modelizaciones más cercanas a la realidad de la masa puntual se sigue cumpliendo esta similitud entre ambas estructuras.

Cabe también destacar que en ambos casos de esta modelización el modo de vibración 5 parece bastante similar en cuanto a frecuencias naturales pero el caso de ABS el resultado no contempla movimiento de masa alguna y no interviene en la excitación del grado de libertad que estamos estudiando, a diferencia del modelo de latón, aunque este último, a decir verdad, moviliza una cantidad mínima de masa.

### 3.3.7 Sólido con viga como masa distribuida

Siguiendo con la línea de trabajo anterior, se utiliza nuevamente una viga como elemento de masa distribuida. En este caso la viga será de sección constante cuadrada y nuevamente lado  $s=h*10$  creando la modelización de un material ficticio para la masa sísmica al igual que en el subapartado 3.3.4. Placa con viga como masa distribuida. Por eso los resultados a esperar deben ser muy parecidos entre los dos modelos al igual que ocurría en aquel análisis. Solo cabe preguntarse si en este caso además también serán parecidos a los resultados del apartado del modelo tipo SHELL con la viga como masa distribuida. No será incluido el modelo de forma gráfica ya que el parecido con el modelo del apartado homólogo mencionado es total, y es obviado en este documento.

- LATÓN

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
1	6.19059	0.16154	-2.24E-04	0.103405	5.00E-08	1.06E-02	3.56E-06
2	26.0238	3.84E-02	0.00E+00	0	0.00E+00	1.06E-02	0.00E+00
3	138.462	7.22E-03	2.16E-03	1	4.68E-06	1	3.33E-04
4	267.807	3.73E-03	0.00E+00	0	0.00E+00	1	0.00E+00

Tabla 3-15 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-VIGA de latón

- ABS

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE	
			PARTICIPACIÓN	RATIO		MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
1	6.14295	0.16279	-8.55E-04	0.071692	7.30E-07	5.11E-03	5.51E-05
2	24.9692	4.00E-02	0	0	0	5.11E-03	0
3	192.726	5.19E-03	1.19E-02	1	1.42E-04	1	1.07E-02
4	311.542	3.21E-03	0	0	0	1	0

Tabla 3-16 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-VIGA de ABS.

La conclusión a la que se puede llegar fácilmente, observando estos resultados, es que comparten grandes semejanzas en cuanto al primer modo de vibración. No obstante, los otros modos de vibración que aparecen en la subestructura distan bastante de parecerse. Incluso esta diferencia se hace más notable que en el caso de la modelización de la pletina con elementos tipo SHELL181. Por otro lado los resultados denotan algo que hasta el momento no ocurría en ninguno de los modelos anteriores, y es que, la masa efectiva que moviliza el primer modo de vibración no se corresponde con la que cabría esperar observando los modos obtenidos en modelos anteriores. Esto se puede deber a que la modelización de la estructura utilizando estos dos elementos no sea la idónea, ya que puede aparecer una no compatibilidad de los GDL que posee el elemento SOLID5 con los del elemento BEAM88, y por tanto creando la posibilidad de mostrar GDL que no aparecen en los otros subapartados.

### 3.3.8 Sólido con sólido como masa distribuida

Por último, llegamos al caso de una subestructura y masa sísmica compuesta en su modelización por elementos tipo SOLID5. Este tipo de modelización debe ser la que muestre más fielmente el comportamiento de la estructura debido a su carencia de simplificaciones en el modelo. Nuevamente

y siguiendo el patrón del modelo placa con sólido, utilizaremos para diseñar la masa sísmica el mismo material del que se compone la subestructura. La única diferencia entre este modelo y el descrito en el apartado 3.3.5. Placa con sólido como masa distribuida, será que la pletina de la subestructura estará compuesta por elementos SOLID5 en lugar de SHELL188. Ambos modelos (para ambos materiales) son prácticamente idénticos en la ventana gráfica de ANSYS. (ver figura 3-17). Nuevamente el planteamiento de este modelo se sitúa en la misma tesitura que el mencionado realizado con SHELL188, es decir, hay que conocer los modos de vibración que se producen al aumentar de volumen considerablemente la masa sísmica en la subestructura de ABS.

- LATÓN

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	5.65792	0.17674	1.13E-01	1	1.27E-02	9.45E-01	9.19E-01
2	27.5739	3.63E-02	6.13E-08	0.000001	3.76E-15	9.45E-01	2.73E-13
3	99.907	1.00E-02	2.33E-02	0.206828	5.42E-04	0.985721	3.93E-02
4	272.63	3.67E-03	1.38E-02	0.122904	1.91E-04	1	1.39E-02
5	287.095	3.48E-03	0	0	0	1	0

Tabla 3-17 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-SÓLIDO de latón

- ABS

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	4.83288	0.20692	0.1092	1	1.19E-02	0.940383	0.925782
2	24.9339	4.01E-02	0	0	0	0.940383	0
3	61.1858	1.63E-02	2.45E-02	0.224077	5.99E-04	0.9876	4.65E-02
4	260.676	3.84E-03	0	0	0	0.9876	0
5	298.478	3.35E-03	1.25E-02	0.11483	1.57E-04	1	1.22E-02

Tabla 3-18 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-SÓLIDO de ABS

Nuevamente las conclusiones son parecidas a las recogidas en el comentado subapartado 3.3.5.: la frecuencia natural baja ligeramente en ambos casos al utilizar un elemento con mayor complejidad y en cuanto a la a vibración de la subestructura de ABS, nuevamente ésta se ve afectada debido al volumen de la masa sísmica.

Para solucionar este problema, se propone realizar una nueva subestructura modificando la masa sísmica. Para ello, se utilizará la misma masa sísmica en ambos casos y así la contribución de esta para la pletina modelizada de ABS y de latón, dejará a las estructuras en 'igualdad de condiciones' ante un análisis modal. Se ha optado entonces por realizar esta masa sísmica de latón por facilidad ya que esta está modelizada. Posteriormente, en caso de aprobar la viabilidad de la subestructura de latón, se propondrá una tipología estructural diferente para conseguir que la impresión en 3D del producto (fin último de este trabajo) sea lo más sencilla posible, a la par que factible.

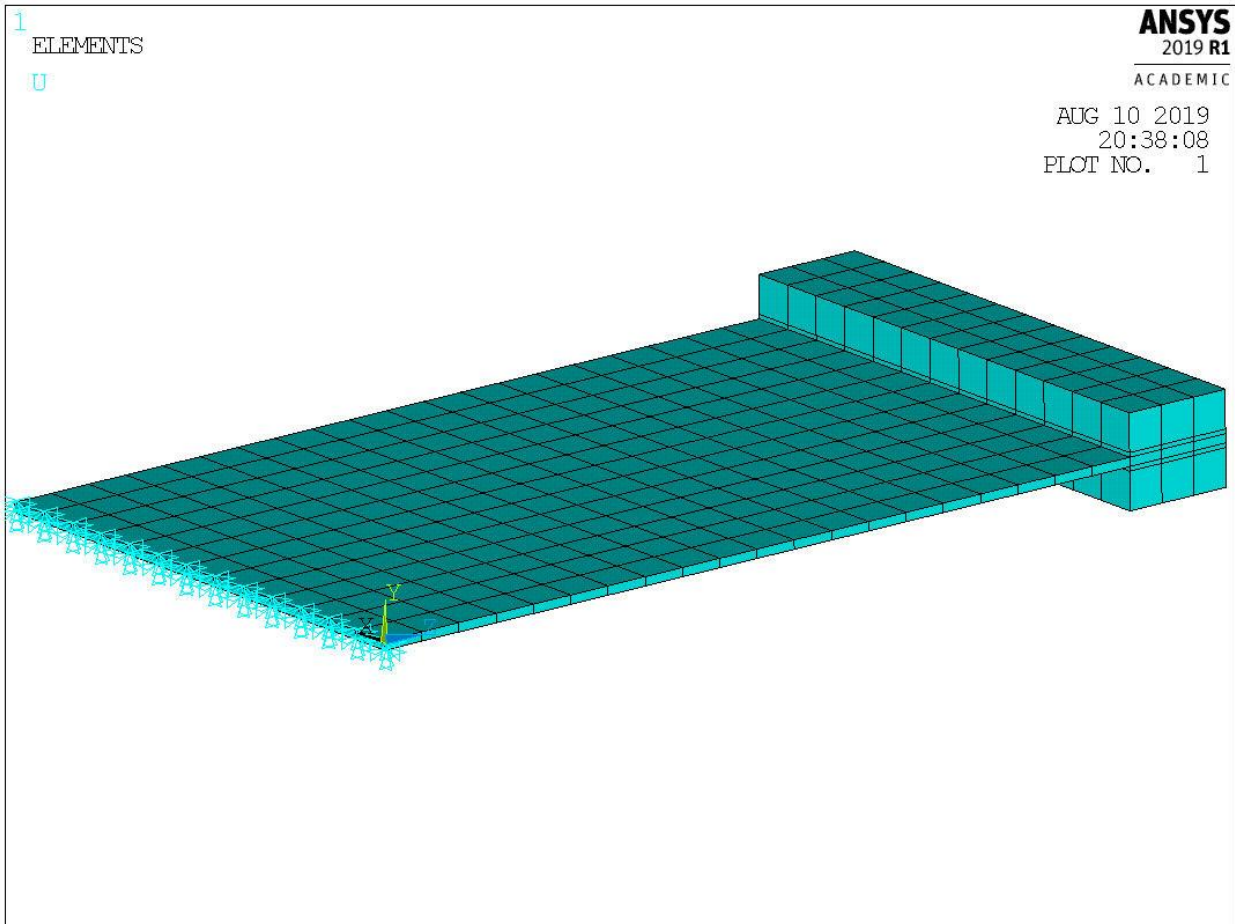


Figura 3-19 Modelos con tipo sólido con elemento sólido como masa distribuida. – Se representa un solo caso, el caso de ABS tendrá un espesor mayor y la sección de la masa distribuida será despreciablemente distinta debido a la pequeña variación que existe entre las masas puntuales calculadas analíticamente.

De esta manera con ambos elementos tipo sólido y la masa distribuida a través una sección constante modelizada de latón, la subestructura de ABS presentaría los siguientes modos de vibración:

- ABS con masa sísmica de latón:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR PARTICIPACIÓN	RATIO	MASA EFECTIVA	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF. SOBRE EL TOTAL
1	6.08903	0.16423	0.10357	1	1.07E-02	0.965651	0.949153
2	30.0251	3.33E-02	0	0	0	0.965651	0
3	129.259	7.74E-03	1.65E-02	0.159641	2.73E-04	0.990261	2.42E-02
4	316.534	3.16E-03	0	0	0	0.990261	0
5	358.708	2.79E-03	1.04E-02	0.100428	1.08E-04	1	9.57E-03

Tabla 3-19 Salida de datos del análisis dinámico para modelo SÓLIDO-SÓLIDO de ABS con masa sísmica de latón.

Notablemente los modos de vibración se asemejan nuevamente entre el caso de la modelización de latón y de ABS, siendo posible ahora comparar de forma correcta el comportamiento de la pletina para ambos casos. No obstante, el descenso de la frecuencia natural en el primer modo de vibración que en los otros apartados se da al aumentar el grado de complejidad de los elementos usados, desaparece en este análisis, quedando un primer modo prácticamente igual al supuesto en el apartado inicial con 1GDL.



### 1.1.5 Resumen de modelos matemáticos, conclusiones y elección del modelo de trabajo.

En los apartados anteriores se ha ido aumentando la complejidad de los elementos que componen el modelo de la subestructura y se han obtenido los parámetros fundamentales que definen los modos de vibración de ésta. Ahora solo queda comparar los más importantes para y analizar el resultado de los análisis dinámicos.

En primer lugar, comprobaremos las primeras frecuencias naturales obtenidas de cada modelo y estudiaremos que modelo podemos tomar como óptimo y si la hipótesis de partida de reducir el sistema a 1 solo GDL es válida o no; así como si la modelización de la subestructura de ABS, basada en dicha hipótesis, es también correcta o no.

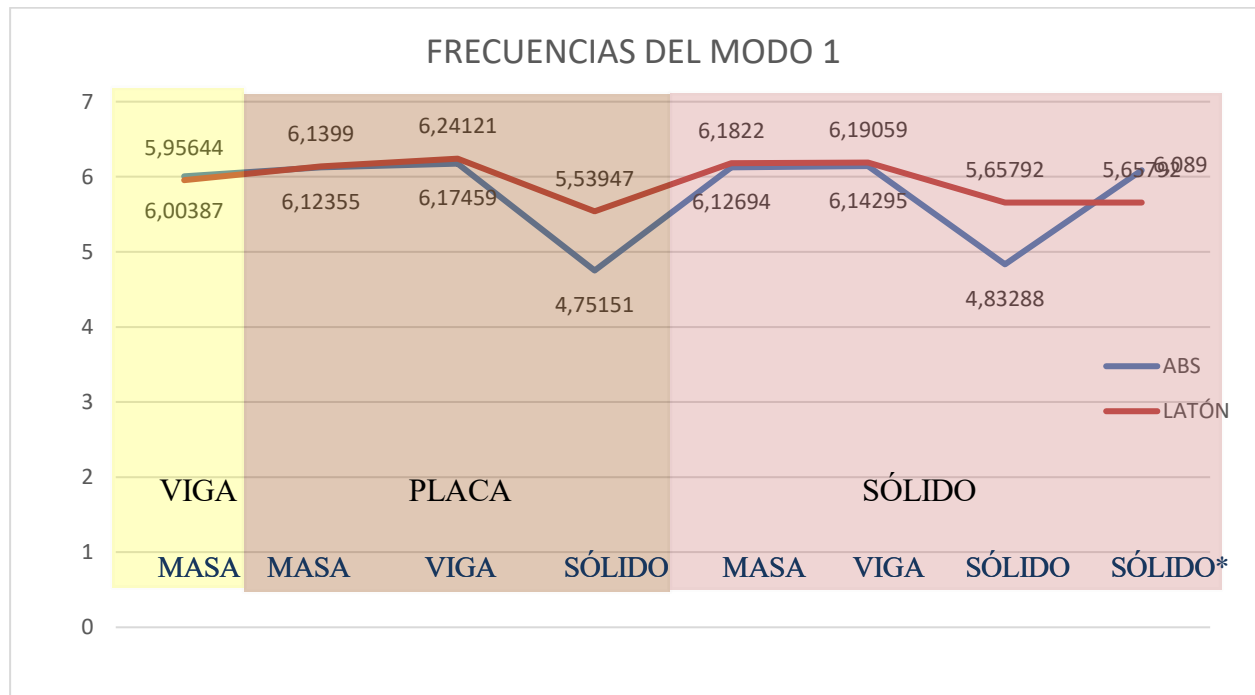


Figura 3-20 Comparativa de las frecuencias del modo 1 para el caso de LATÓN y ABS en los distintos modelos

En la figura 3-20 se observa como los modelos son semejantes entre el latón y el ABS en la mayoría de los casos, utilizando distintos elementos teóricos en la modelización (viga, placa o sólido). Lo que no se puede afirmar a ciencia cierta es que sean modelos semejantes entre cada uno de ellos. Es decir, para cada caso (viga-masa, placa-sólido, sólido-masa., etc.) queda claro que ambas estructuras son semejantes. Esta similitud no ocurre entre cada modelo, por ejemplo: no podemos considerar semejantes el modelo de latón placa-sólido con el de latón modelizado con viga-masa.

Por otro lado aunque la similitud en cada modelo entre la subestructura de ABS y latón sea discutible, las mayores diferencias y resultados anómalos de los distintos análisis ocurren en el caso 'placa-sólido' y 'sólido-sólido'. La diferencia en los modelos 4 y 7 entre materiales se encuentra en la gran diferencia de volumen que poseen las masas sísmicas. Como era de esperar, esta diferencia se traslada en un primer modo de vibración notablemente diferenciado entre ambos materiales.

Por otro lado, la falta de similitud de estos valores con los correspondientes a otros modelos podría estar debida al uso de elementos con mayor número de nodos y mayor número de GDL, lo que conlleva un comportamiento más cercano a la realidad de la estructura. Tal vez este tipo de estructuras contemplen vibraciones de otros grados de libertad que en el uso de elementos 'simplificados' como vigas y placas no aparecen con tanta importancia o participación en el análisis modal.

Analicemos ahora, la cantidad de masa que cada modelo moviliza en el primer modo de vibración.

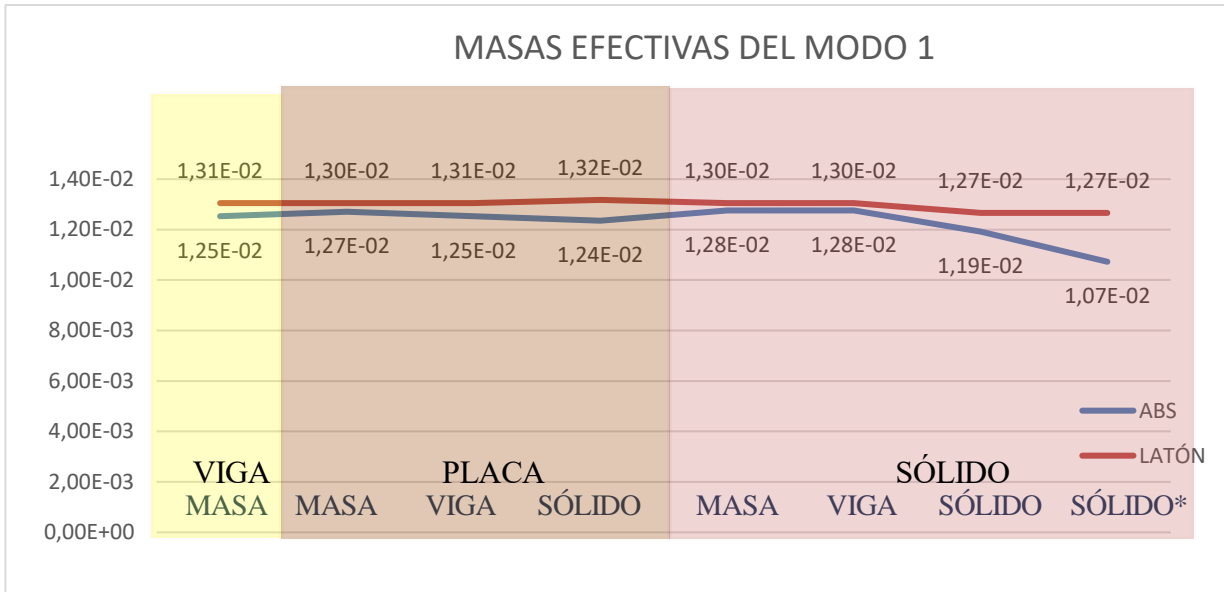


Figura 3-21 Comparativa de las masas efectivas del modo 1 para el caso de LATÓN y ABS en los distintos modelos

Observando la figura 3-21, se expresa de forma clara que la masa efectiva del primer modo de vibración permanece prácticamente constante en todos los modelos de latón, aunque cae ligeramente en el modelo tipo ‘sólido-sólido’. Esta (casi) invariabilidad de las masas efectivas hace que todos los modelos sean prácticamente iguales en cuanto a la masa movilizada, incluido el primero, en el que está basado nuestra hipótesis de partida para conseguir el modelo equivalente de ABS.

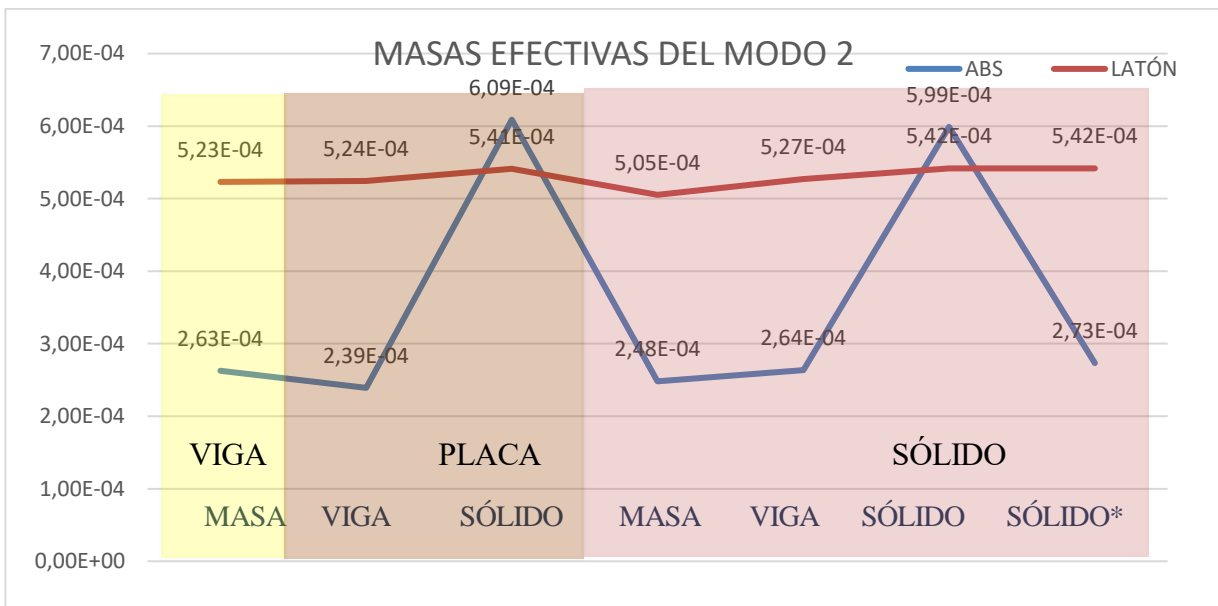


Figura 3-22 Comparativa de las masas efectivas del modo 2 para el caso de LATÓN y ABS en los distintos modelos

En todas las figuras el elemento SÓLIDO\*, hace referencia a la comparativa entre la estructura de latón del tipo SÓLIDO-SÓLIDO, con la estructura de ABS del mismo tipo, manteniendo una masa sísmica de latón.

En este caso (Figura 3-22) es apreciable que hay dos modelos que movilizan gran cantidad de masa para el segundo modo de vibración. Esos dos modelos son los modelos realizados para el caso de ABS con la masa sísmica distribuida con una sección de un tamaño considerablemente grande. En conclusión, estos dos modelos, movilizan de forma notable el segundo modo de vibración, y por tanto no se cumpliría la hipótesis inicial, en la que se utilizó un sistema con 1GDL, para buscar las semejanzas entre ambas subestructuras de ABS y de latón.

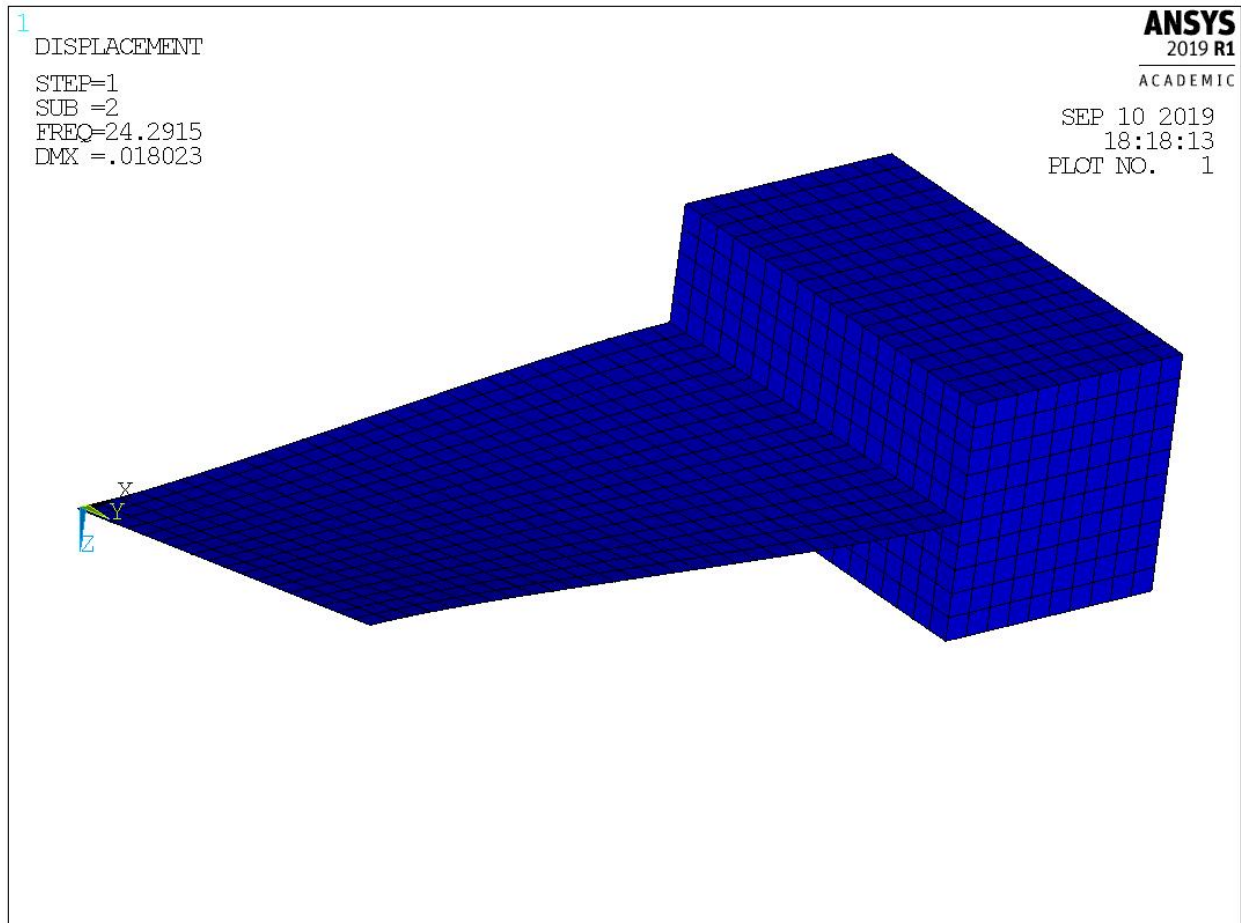


Figura 3-23 Segundo modo de vibración para la estructura SÓLIDO-SÓLIDO de ABS.

El segundo modo de vibración, de este y todos los modelos, será la torsión de la pletina como se muestra en la figura 3-23. En este

Por último, compararemos las frecuencias naturales del primer modo de vibración, para el caso de latón y el caso de ABS en función de los distintos modelos realizados.

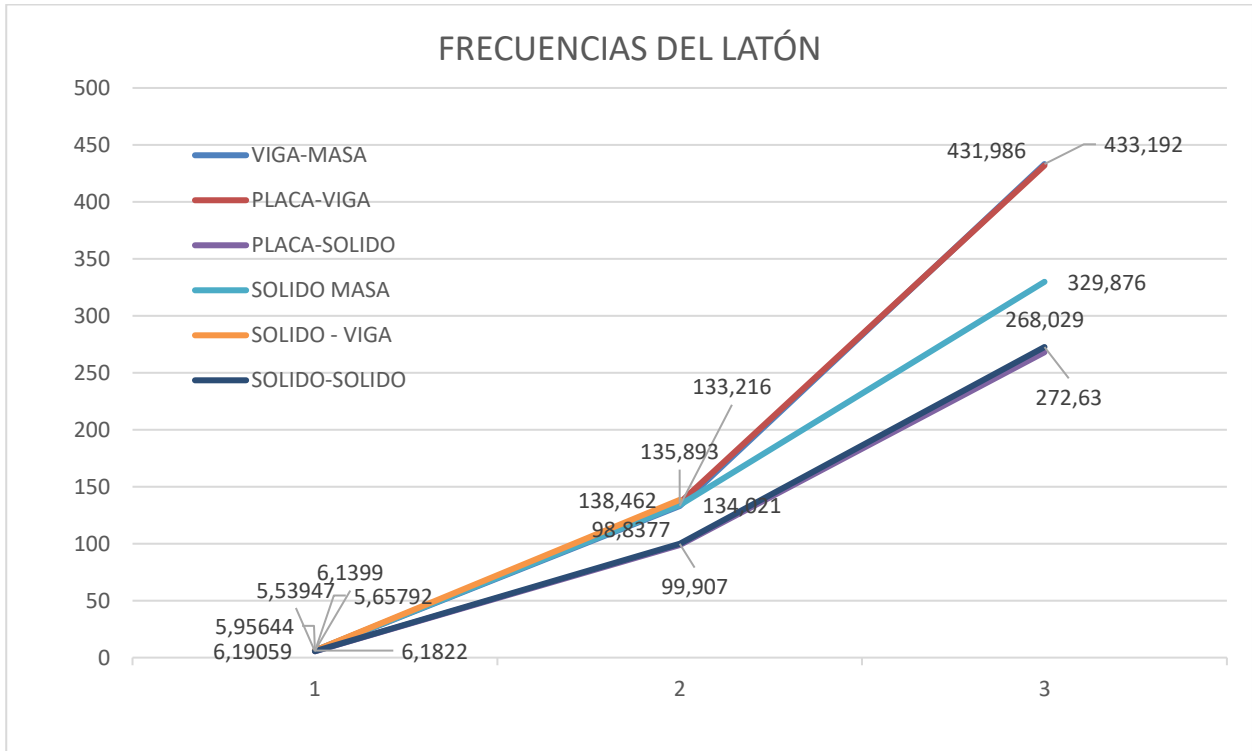


Figura 3-24 Comparativa de las tres primeras frecuencias en los distintos modelos de latón.

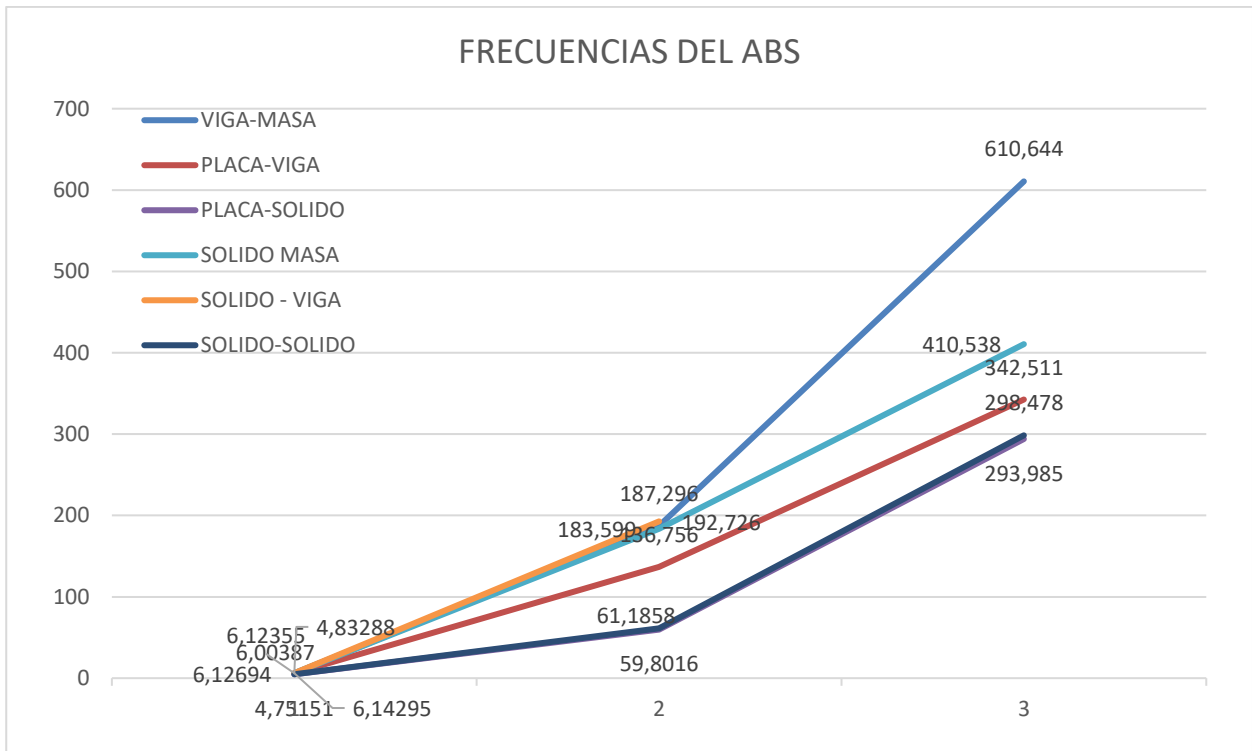


Figura 3-25 Comparativa de las tres primeras frecuencias en los distintos modelos de latón.

Es obvio que, tras comprobar que la hipótesis de reducir el sistema a 1GDL no conlleva grandes errores, la frecuencia natural del primer modo de vibración es semejante para todos los modelos y ambos materiales. No obstante, conforme hemos aumentado la complejidad de los elementos, las frecuencias naturales de los distintos modos de vibración distan de parecerse unas de otras, aunque no en todos los casos son tan notables la diferencia. Por ello, tras analizar la geometría a simple vista, es intuitivo pensar que tiene más forma de placa que de viga y así queda reflejado en su comportamiento modal. Además, también se puede observar este hecho ya que el comportamiento de la subestructura es muy parecido tanto en el caso de utilizar una pletina modelizada con elementos 'tipo palca' como el caso de realizarlo con una pletina con elementos 'tipo sólido'.

De todos modos, el modelo final tendrá una modelización con elementos tipo SÓLIDO-SÓLIDO, así se tendrá en cuenta una mayor proximidad al comportamiento real de la subestructura. Por último, se ha decidido realizar análisis estáticos a las subestructuras que serán sometidas a comparaciones en los apartados siguientes, para comprobar que su funcionamiento ante una aceleración constante de valor unidad en la dirección del eje Y, es decir, en la dirección perpendicular a la placa, es el correcto y esperado. Esto servirá para localizar el punto que sufre una mayor tensión. Posteriormente analizaremos los valores de las tensiones de cada subestructura en el punto de máxima tensión, con una aceleración del valor de la constante gravitatoria  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ , es decir se someterá a la estructura a su peso propio.

Realizado dichos análisis se puede observar como la distribución de tensiones es bastante parecida en ambos casos, sin embargo, en el caso de latón, las tensiones son de un orden superior al caso de ABS. Además, ambas subestructuras tienen la zona de máxima tensión en la zona donde se encuentra la condición de contorno de empotramiento. No obstante, estos valores de tensión para una misma aceleración unidad sobre su eje perpendicular difieren bastante.

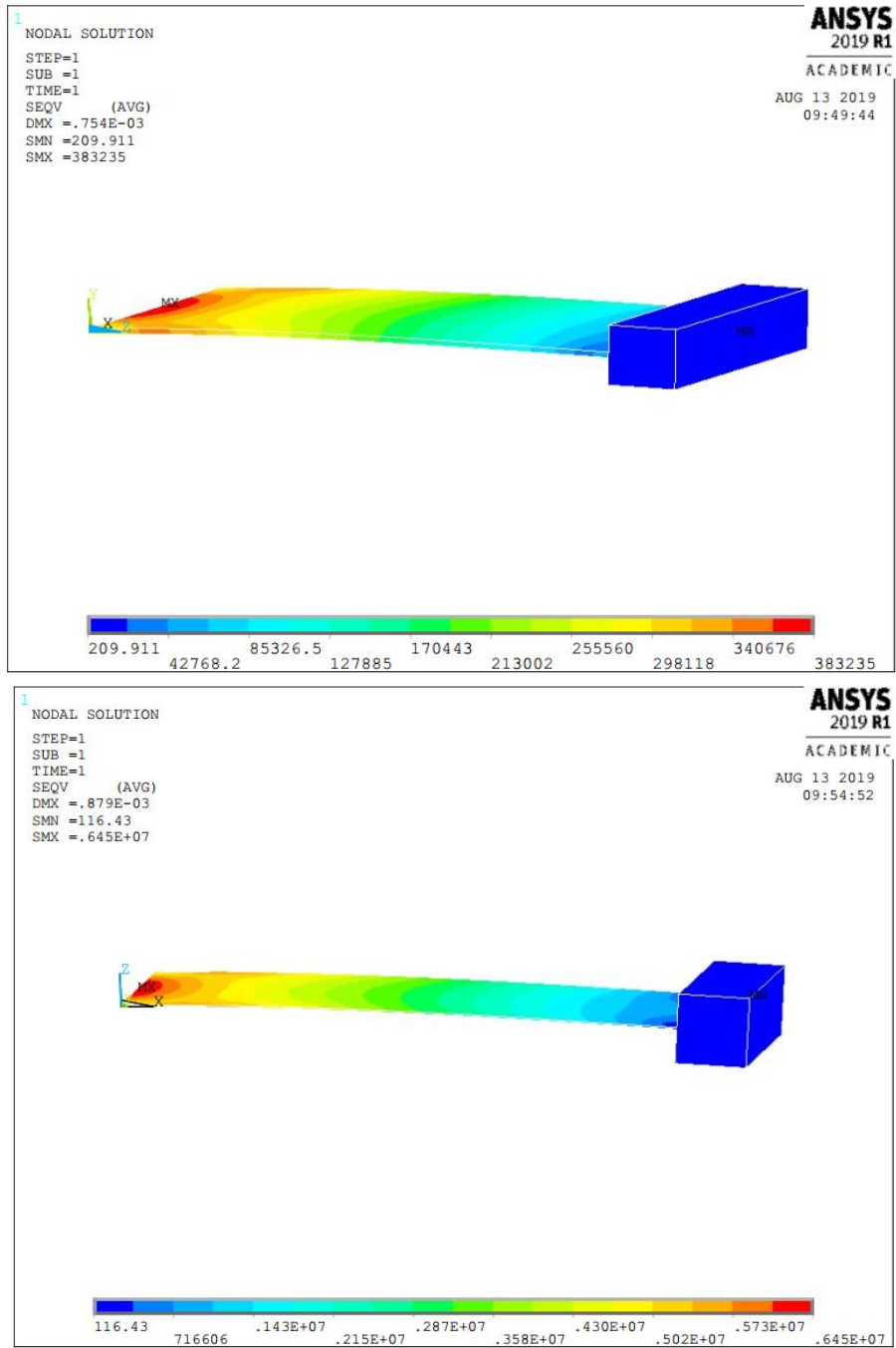


Figura 3-26 Estado tensional de la subestructura de ABS (arriba) y latón (abajo) tras someter la estructura a una aceleración de valor  $1 \text{ m/s}^2$  en la dirección del eje Y

Sometidas a una acel. unidad	ABS	LATÓN
Límite elástico	30 MPa	250 MPa
Máxima tensión	0.38MPa	6,45 MPa

Tabla 3-20 Valor de las tensiones en ambas subestructuras con la acción de  $acel=0,1,0$ .- Comparativa con el límite elástico de cada material.

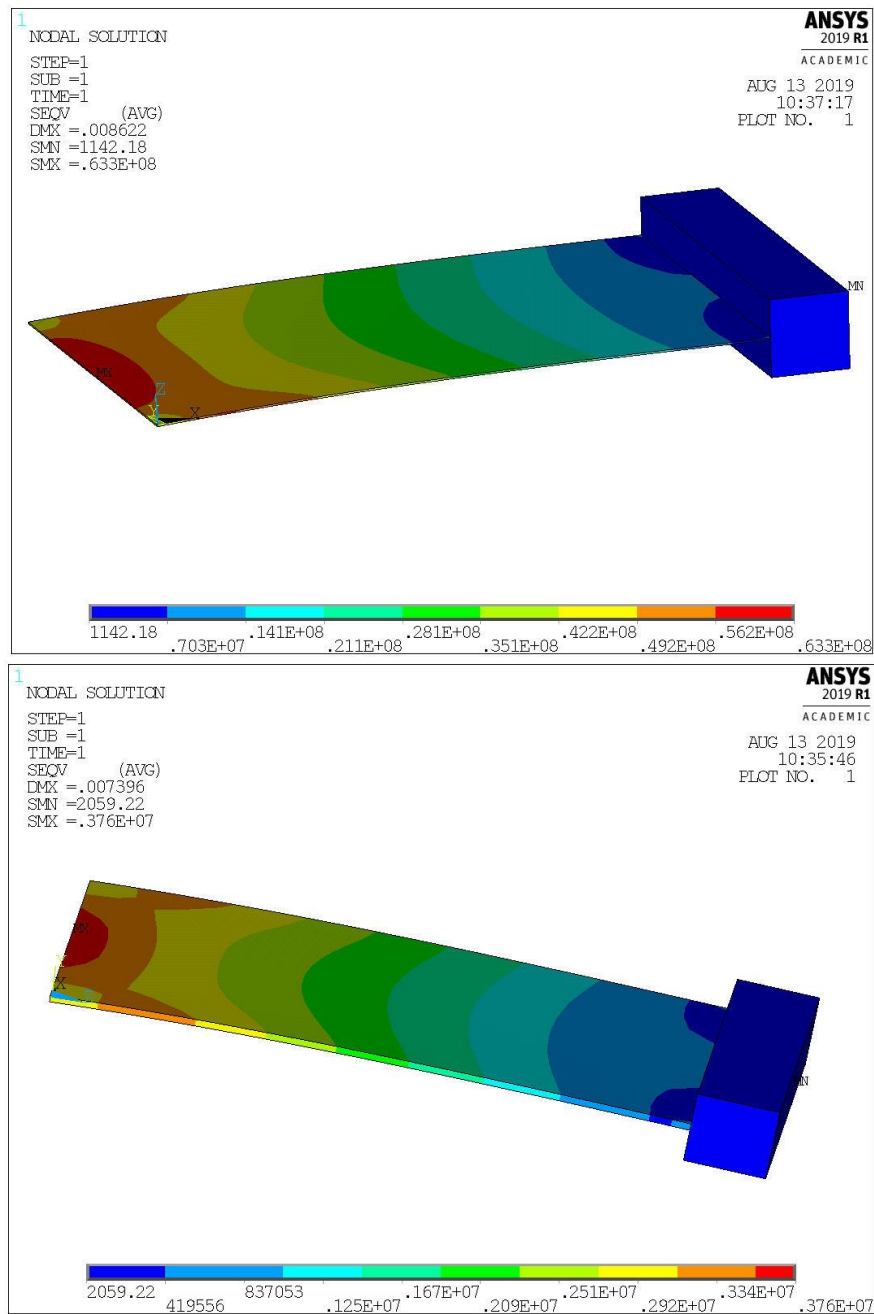


Figura 3-27 Figura 3-28 Estado tensional de la subestructura de ABS (arriba) y latón (abajo) tras someter la estructura a una aceleración de valor  $9.81 \text{ m/s}^2$  en la dirección del eje Y

Sometida a Peso propio	ABS	LATÓN
Límite elástico	30 MPa	250 MPa
Máxima tensión esperada	3.73 MPa	63.27 MPa
Máxima tensión calculada	3.76 MPa	63.3 MPa

Tabla 3-21 Valor de las tensiones en ambas subestructuras con la acción de  $acel=0,9.81,0$ . – Comparativa con el valor esperado teórico y con el valor del límite elástico de cada material

Como se puede observar el comportamiento de ambas estructuras es el esperado. La estructura se comporta dentro de un comportamiento lineal, y es lógico que la tensión sea mayor en el caso de latón debido a que esta subestructura tiene un espesor (y por tanto una sección) mucho menor que en caso de ABS.

En resumen:

1. La hipótesis inicial de tratar el sistema con un solo grado de libertad es en gran medida aceptable. Para todos los modelos, el primer modo de vibración moviliza la mayor parte de la masa, siempre con una frecuencia natural aproximadamente semejante.
2. Tras la conclusión del punto anterior, la búsqueda de la subestructura de ABS semejante a partir de la primera aproximación resulta también correcta en gran medida.
3. La modelización de una masa distribuida con una sección de gran tamaño (aunque misma masa) en el caso de ABS, hace que la frecuencia del primer grado de libertad disminuya de forma considerable y cobre importancia el segundo modo de vibración.
4. Los modelos realizados con elementos sólidos y elementos tipo placa, son prácticamente iguales. Es obvio que, por sus dimensiones, un elemento SHELL (placa) debe reflejar correctamente el comportamiento de la estructura, como así confirma en los distintos análisis anteriores el programa ANSYS.
5. Al comprobar que el comportamiento de la subestructura no varía una cantidad apreciable si se modela con masas puntuales o masas distribuidas, se realizará un modelo con masa distribuida. Esta medida es tomada simplemente por el intento de realizar un esquema de una subestructura que sea fácilmente impresa por una estructura 3D en caso de ser viable la subestructura de ABS.
6. Debido al punto 3 y al intento de realizar un modelo que refleje más fielmente la realidad, se comenzará a trabajar desde este momento con una subestructura con las dimensiones y masa distribuida dada para cada material al final del apartado 3.3.8 Sólido con sólido como masa distribuida. Para el caso de ABS, esta masa distribuida será modelizada de latón, así es posible tener una sección en la masa distribuida idéntica que en el caso de la subestructura de latón y solucionar la anomalía que presenta la gran sección que necesitaría en caso de fabricar la masa distribuida de ABS.
7. El comportamiento de la estructura parece correcto, con valores de la tensión mayores en el caso de latón, ya que en ese caso el tamaño de la sección transversal es menor. En cuanto al análisis sometiendo la estructura a su peso propio, se puede observar que ninguna de ellas se acerca al valor de su límite elástico. Así que el comportamiento de ambas subestructuras a priori sigue siendo equivalentes.



# 4 ESTUDIO COMPARATIVO DE AMBAS ESTRUCTURAS COMPLETAS.

## 4.1 Definición de los parámetros del PZT-5A

Pasaremos a continuación a implementar el material PZT-5A en el código de ANSYS. Para ello, basándonos en la teoría anteriormente descritas definiremos los parámetros necesarios para resolver las ecuaciones piezoeléctricas.

A partir de este momento se trabajará con la estructura de latón y ABS junto al PZT-5A. Este es el material piezoeléctrico propuesto en *Energy Harvesting Technologies (Shanshak Priya & Daniel J. Inman, 2009)* para el modelo de la pletina que se utiliza en este trabajo

Los parámetros que caracterizan el PZT-5A son:

- Densidad del material  $\rho = 7171 \text{ kg/m}^3$
- Matriz de permitividad:  $\mathbf{K} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \begin{bmatrix} 1730 & 0 & 0 \\ 0 & 1730 & 0 \\ 0 & 0 & 1700 \end{bmatrix}$
- Matriz de compliancia  $\mathbf{s}^e = \begin{bmatrix} 1.64 & -0.574 & -0.722 & 0 & 0 & 0 \\ -0.574 & 1.64 & -0.722 & 0 & 0 & 0 \\ -0.722 & -0.722 & 1.88 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.428 \end{bmatrix} \times 10^{-11}$
- Matriz de carga piezoeléctrica  $= \begin{bmatrix} 0 & -1.71 & 0 \\ 0 & 3.74 & 0 \\ 0 & -1.71 & 0 \\ 5.84 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.84 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-10}$

Una vez definida las características de la subestructura en el capítulo anterior, se realizará por código de ANSYS el acoplamiento del PZT-5A a la misma, para ambos casos. Ahora tendremos dos estructuras que deberían tener un comportamiento equivalente. Ya se ha comprobado que la subestructura de ABS tiene un comportamiento dinámico notablemente parecido a la subestructura de latón. Solo falta preguntarse si en el momento de la implementación en el modelo del material piezoeléctrico, ambas estructuras ya completas, son también equivalentes entre sí.

## 4.2 Análisis modal de ambas estructuras y equivalencia de los modelos

Una vez implementado el PZT-5A para ambos modelos, se continuará resolviendo el análisis dinámico de la estructura, y observando el resultado de ambos casos. (Véase el ANEXO V)

Los datos del PZT-5A han sido descritos anteriormente. Las láminas de piezoeléctrico cubrirán toda la superficie de nuestra subestructura, excepto la masa sísmica y tendrán un espesor de 0.26mm.

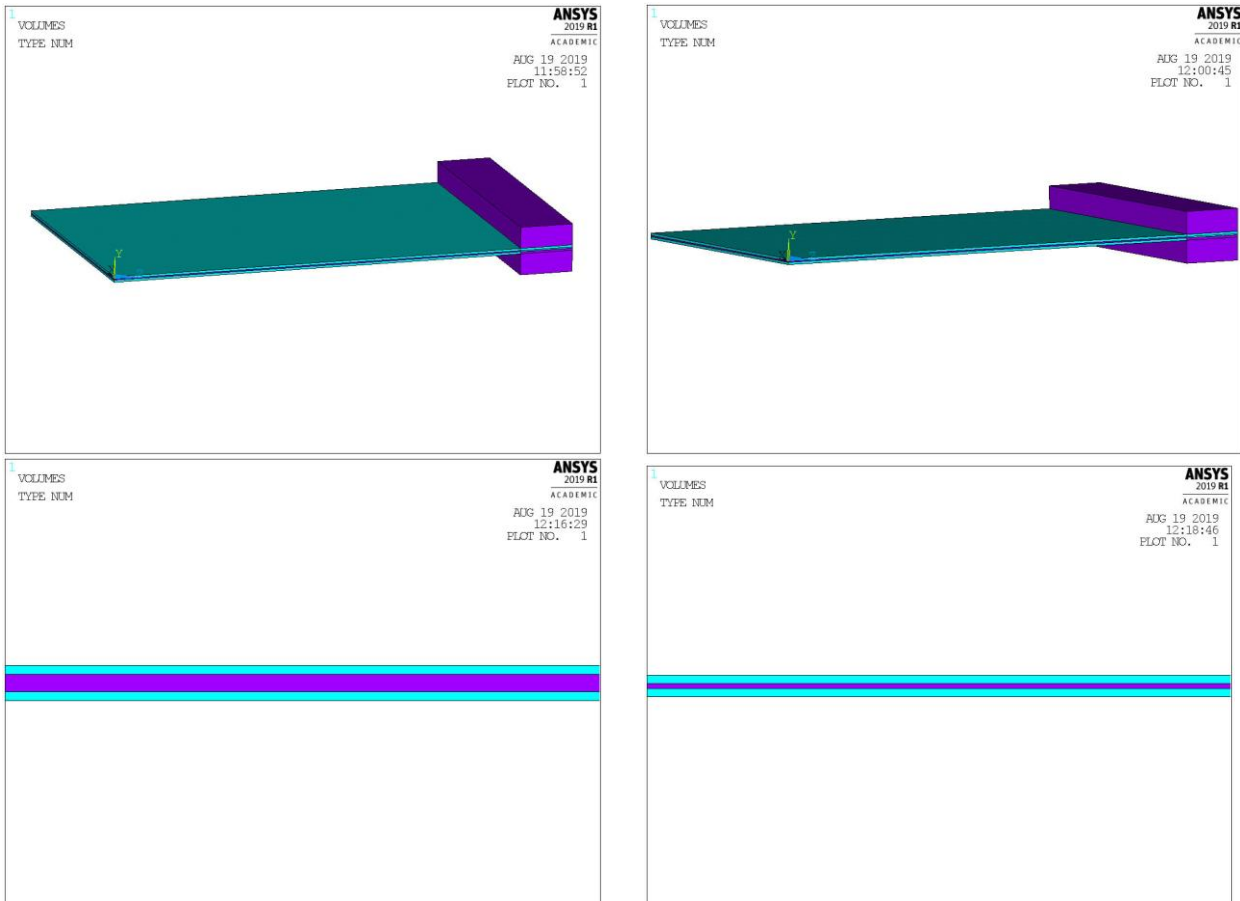


Figura 4-1 Modelo de ANSYS de las dos subestructura con el acoplamiento del PZT-5A.(izqda ABS; dcha. latón)

Comparando los resultados de ambos modelos, se observa que sus modos de vibración cuando la estructura está finalmente modelizadas no coinciden, por tanto, ambas estructuras no son semejantes. Los parámetros que definen la subestructura del ABS deben ser modificados para así finalmente conseguir que ambas tengan un comportamiento dinámico parecido a priori y poder posteriormente aplicar casos prácticos para observar si la recolección de energía es semejante o no.

- **LATÓN:**

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	45.2777	2.21E-02	0.12061	1	1.45E-02	0.840404	0.7785
2	208.421	4.80E-03	0	0	0	0.840404	0
3	483.256	2.07E-03	-4.59E-02	0.380507	2.11E-03	0.962082	0.112716
4	1202.93	8.31E-04	0	0	0	0.962082	0

Tabla 4-1 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de latón.

- **ABS:**

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	85.7156	1.17E-02	0.11581	1	1.34E-02	0.877432	0.787715
2	379.487	2.64E-03	0	0	0	0.877432	0
3	922.56	1.08E-03	-4.33E-02	0.37375	1.87E-03	1	0.110035
4	1689.06	5.92E-04	0	0	0	1	0

Tabla 4-2 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS.

Es más que notable que los modos de vibración de estas estructuras con el PZT-5A coinciden relativamente poco. Es por ello por lo que se procederá a buscar subestructuras alternativas, para que el movimiento y comportamiento de ambas sea idéntico. Para ello las opciones que se presentan pueden ser:

- Variar la masa puntual. Al aumentar la masa puntual debe disminuir la frecuencia natural de nuestra estructura.
- Variar el espesor de la subestructura. La disminución de este parámetro hará que disminuya la resistencia  $k_t$  que se opone al desplazamiento del GDL definido en este trabajo principalmente, por tanto, disminuya también la frecuencia natural.
- Variar la tipología estructural. Puede ser una opción, en caso de que no sean fructíferas las dos opciones anteriores. Por ejemplo, la construcción de una pequeña celosía o estructura hueca con un espesor suficientemente mayor podría conseguir el objetivo de este trabajo.

#### 4.2.1 Variación de la masa puntual.

Para esta opción se realizarán iteraciones con distintas variaciones de la masa puntual, y se observará si es posible o no alcanzar un comportamiento en el ABS que se acerque al comportamiento del latón.

En primer lugar, se estudiará desde un punto de vista de comparativas de orden de magnitud, esto es, observando que la frecuencia natural del primer modo de vibración de la estructura de ABS es aproximadamente el doble que la de la estructura de latón, y que la frecuencia natural varía con la raíz cuadrada del inverso de la masa, procederemos a efectuar una variación que acerque el valor de ambas frecuencias naturales

$$\omega'_{ABS} \approx \frac{1}{2} \omega_{ABS}$$

$$\sqrt{k_i/m'_{ABS}} \approx \sqrt{k_i/4m_{ABS}} \quad 4-1$$

$$m'_{ABS} \approx 4m_{ABS}$$

Para obtener que la masa modal movilizada en este análisis modal sea cuatro veces mayor, se ha vuelto a utilizar la reducción del sistema a 1GDL y se ha tenido en cuenta que la mayor parte de la masa modal es la masa sísmica.

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	46.9253	2.13E-02	0.19915	1	3.97E-02	0.954231	0.911974
2	214.608	4.66E-03	0	0	0	0.954231	0
3	801.712	1.25E-03	-4.36E-02	0.219006	1.90E-03	1	4.37E-02
4	932.033	1.07E-03	0	0	0	1	0

Tabla 4-3 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS con la variación de la masa puntual variando la densidad del material.

En efecto, el comportamiento del modelo de esta nueva estructura se asemeja bastante al comportamiento del modelo de latón. Tanto las frecuencias naturales como masas tienen una equivalencia más que notable. Pero lo que puede parecer un éxito guarda una pequeña traba que no se ha comentado hasta ahora. Se ha introducido por comando un nuevo modelo de manera que la nueva subestructura tiene una masa sísmica de un material ideado con una densidad 4 veces mayor que la del latón (Véase el ANEXO V). Una densidad de estas magnitudes generaría un elemento para la masa sísmica fabricado por ejemplo de osmio, un elemento cuya incorporación a nuestro modelo sería inviable técnicamente.

Otra opción es aumentar su tamaño. En lugar de su densidad podríamos aumentar la masa puntual aumentando el tamaño de esta, dejando la masa sísmica de latón.00

Hemos observado que con una masa 4 veces mayor el comportamiento ya se acerca mucho a nuestra realidad de ABS, si se afina este factor para conseguir que el resultado sea todavía más parecido, pero esta vez aumentando el volumen de la masa sísmica, se puede llegar a un comportamiento semejante. No obstante, el problema que puede aparecer a continuación es el mismo que en el caso del gran volumen de ABS que impusimos para el estudio comparativo de la subestructura de ABS. El error que esta tipología de masa sísmica provocaba era que los modos de vibración distaban mucho con la estructura con una masa de menor tamaño y el 2º modo de vibración cobraba especial importancia.

$$m'_{ABS} = (\omega_{ABS}/\omega_{ABS})^2 m_{ABS}$$

$$s' s' b \rho = (\omega_{ABS}/\omega_{ABS})^2 s s b \rho$$

$$s' = (\omega_{ABS}/\omega_{ABS}) s$$

$$s' = 1.8931s \quad 4-2$$

Tras este cambio, con cálculos algo más detallados que en el caso anterior, pasaremos a observar como quedaría este nuevo modelo en el programa ANSYS y los resultados que este proporcionaría. Un volumen de latón mayor que el calculado previamente para que la masa aumente lo suficiente y consiga unos modos de vibración parecidos a los obtenidos en la estructura de ABS.

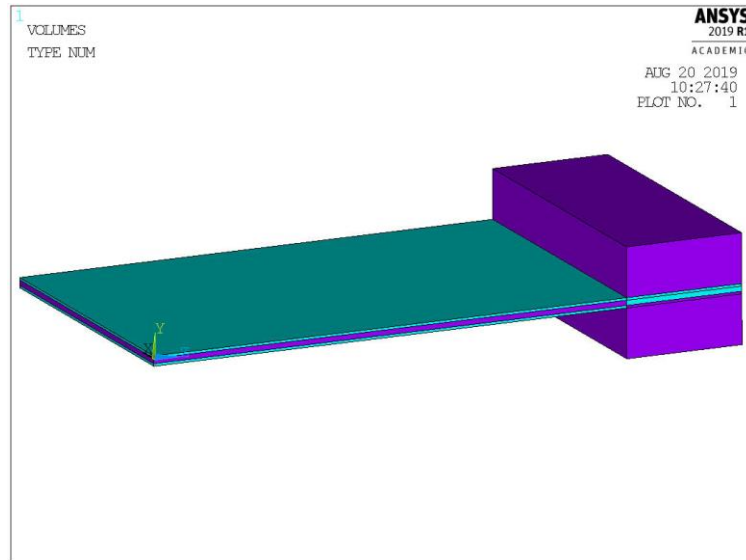


Figura 4-2 Modelo de ANSYS de la estructura de ABS variando la masa sísmica aumentando la sección transversal de esta

El resultado de este análisis modal queda recogido en la siguiente tabla:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	41.5413	2.41E-02	0.20529	1	4.21E-02	0.930413	0.90354
2	198.302	5.04E-03	0	0	0	0.930413	0
3	570.749	1.75E-03	-4.75E-02	0.231531	2.26E-03	0.980289	4.84E-02
4	841.839	1.19E-03	0	0	0	0.980289	0
5	1782.13	5.61E-04	2.99E-02	0.145552	8.93E-04	1	1.91E-02

Tabla 4-4 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS con variación de la masa, variando la sección transversal de esta.

El cambiar la masa generando un modelo del volumen mayor, provoca los problemas comentados en el subapartado 3.3.5 o 3.3.8 donde en el caso de tener una masa distribuida en un volumen notablemente grande hace que los modos de vibración se vean afectados en cuanto a masa movilizada y frecuencias naturales. Aunque esta iteración, también se acerca al objetivo de conseguir estructuras semejantes, no se puede dar por válida la semejanza con gran certeza.

#### 4.2.2 Variación del espesor de la placa.

Una vez analizadas las consecuencias de aumentar la masa de una u otra manera, pasaremos ahora a comprobar si al realizar una disminución del espesor, la estructura varía de la misma forma que lo hace con la masa. Para ello, volveremos a realizar un predimensionado del espesor de nuestra placa basándonos en el orden de magnitud.

$$\omega_{ABS}^* \approx \frac{1}{2} \omega_{ABS}$$

$$\sqrt{k_i^*/m_i} \approx \sqrt{k_i/4m_i}$$

$$k_i^* \approx \frac{1}{4} k_i \quad 4-3$$

$$\frac{3EI^*}{L^3} = \frac{1}{4} \frac{3EI}{L^3}$$

$$\frac{1}{12} bh^3 = \frac{1}{4} \frac{1}{12} bh^3$$

$$h^* = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot h = 0.62996h$$

Veamos si en este caso, el cambio de resistencia a este GDL supone que la frecuencia natural disminuya del modo esperado:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	64.5724	1.55E-02	0.11682	1	1.36E-02	0.885237	0.798642
2	290.852	3.44E-03	0	0	0	0.885237	0
3	724.482	1.38E-03	-4.21E-02	0.360057	1.77E-03	1	1.04E-01
4	1654.23	6.05E-04	0	0	0	1	0

Tabla 4-5 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS variando el espesor de la placa.

Analizando el resultado se podría decir que no es el esperado. No se reduce la frecuencia natural todo lo que cabría esperar siguiendo el razonamiento del subapartado anterior. No obstante, es cierto que se reduce en gran parte las frecuencias naturales, y los resultados se acercan de cierto modo a los dados en la estructura de latón. Tras este resultado, se realizan distintas iteraciones para conocer el espesor idóneo que debe tener la subestructura con el fin de obtener un comportamiento mecánico similar al caso de la subestructura de latón.

Observados los distintos casos y para sorpresa de éste que escribe, el resultado del análisis mecánico para la estructura de ABS se asemeja de forma casi indistinguible al de la estructura de latón cuando el espesor de la subestructura de ABS es el mismo que el de la estructura de latón:

MODO	FRECUENCIA	PERIODO	FACTOR		MASA EFECTIVA.	FRACCIÓN DE MASA ACUM.	RATIO MASA EF SOBRE EL TOTAL
			PARTICIPACIÓN	RATIO			
1	45.1389	2.22E-02	0.11751	1	1.38E-02	0.863304	0.808776
2	206.836	4.83E-03	0	0	0	0.863304	0
3	527.281	1.90E-03	4.08E-02	0.347443	1.67E-03	0.967519	9.76E-02
4	1300.13	7.69E-04	0	0	0	0.967519	0
5	1546.44	6.47E-04	2.28E-02	0.19397	5.20E-04	1	3.04E-02

Tabla 4-6 Salida de datos del análisis dinámico para la estructura completa de ABS con el espesor del modelo original, idéntico al latón.

Los modos de vibración en este análisis modal para la subestructura de ABS coinciden considerablemente con nuestro modelo de latón. Es por ello por lo que la conclusión a la que llegamos es que, a diferencia de nuestra suposición en cuanto al comportamiento del PZT-5A, es éste y no la subestructura la que marca en gran medida la rigidez de la estructura. Esto puede estar ligado al pequeño espesor que la subestructura posee, en comparación con el espesor del material piezoeléctrico.

Ahora se realizará un análisis del comportamiento de la subestructura con distintas condiciones de contorno en carga y voltaje. Se realizará un análisis estático sometiendo la estructura a una diferencia de potencial de valor unidad (1V) entre las caras interiores del PZT y las exteriores. Posteriormente se realizará un nuevo análisis estático, con una estructura sometida a una aceleración de valor unidad ( $1\text{N/m}^2$ ) en la dirección perpendicular a la pletina. El fin de estos análisis es comprobar de forma cualitativa si la deformación y el mapa de tensiones obtenidos en ambas estructuras (latón y ABS) se podrían considerar o no semejantes.

Pero antes se aclarará la configuración eléctrica que tiene el material piezoeléctrico en este trabajo. Como se ha descrito en el apartado 2.2. Aplicaciones de la piezoelectricidad, la forma de añadir el PZT-5A a la pletina puede ser unimorfa o bimorfa. En este caso, la configuración de la pletina será bimorfa conectada en paralelo.

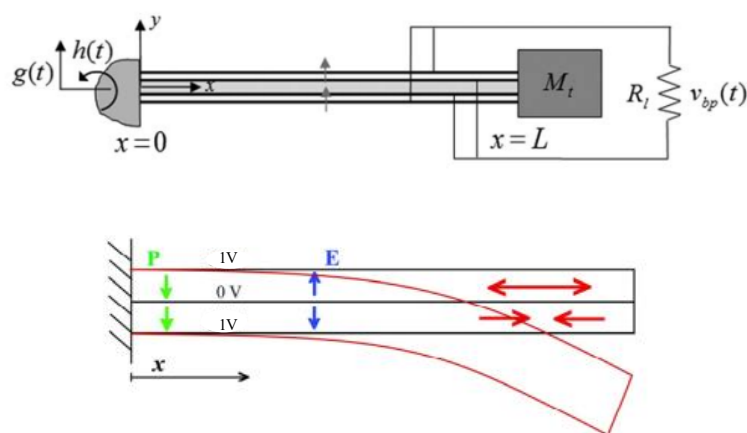


Figura 4-3. Configuración del PZT-5A en la estructura. – Las condiciones del análisis estático con la diferencia de potencial deben ser las de la segunda imagen, ya que, al tener una polarización en el mismo sentido y una corriente en sentidos contrarios, la pletina debe sufrir una flexión como la de la figura.

### CC: Diferencia de potencial de 1V.

En este caso, teniendo en cuenta la configuración que ha sido modelizada en el PZT, se ha aplicado una condición de contorno de potencial unidad a las superficies exteriores, mientras que se le ha dado un valor nulo a las caras interiores del PZT en contacto con la subestructura.

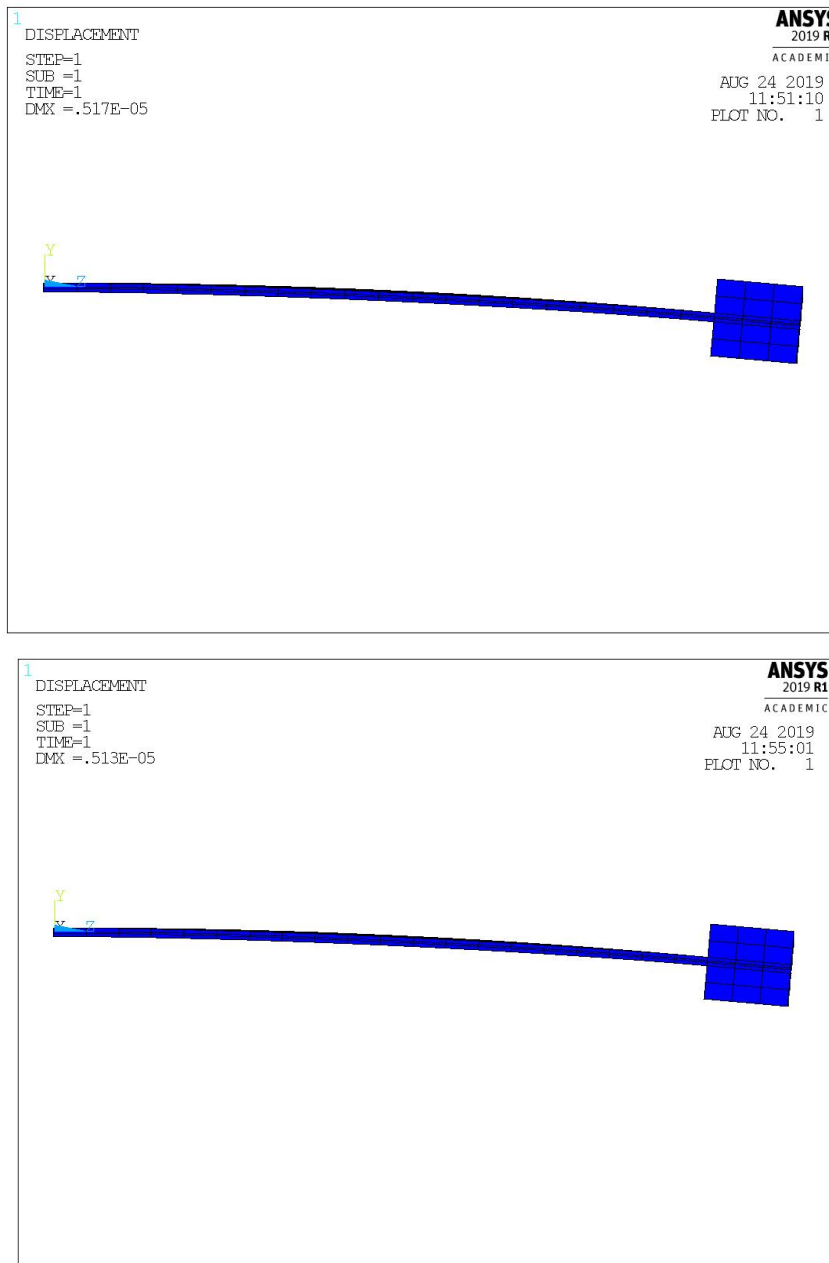


Figura 4-4 Deformada de la estructura (ABS arriba; latón abajo) sometida a una diferencia de potencial de 1V entre el PZT en la capa exterior e interior.

La posición deformada de las estructuras, tanto de latón como de ABS, son prácticamente iguales, con un valor del desplazamiento máximo de  $5.17E-6$  m en caso de ABS y  $5.13E-5$  m en el caso de latón.



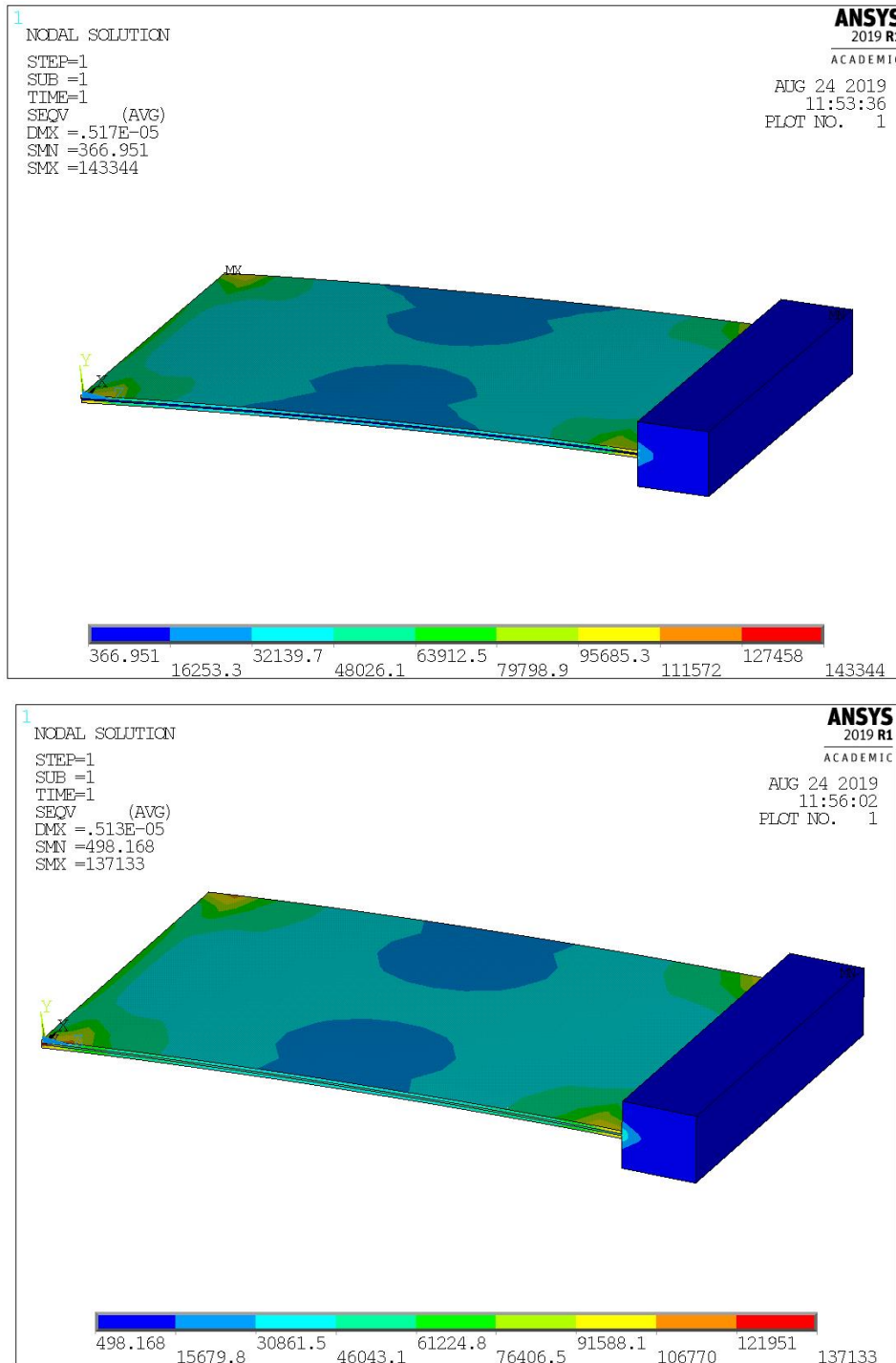


Figura 4-5 Mapa de tensiones en la estructura (arriba ABS; abajo latón) sometida a una diferencia de potencial de 1V entre el PZT en la capa exterior e interior.

En cuanto a las tensiones, es notable que la distribución de tensiones es bastante parecida. Aunque los valores difieran ligeramente, cualitativamente podemos afirmar que las tensiones máximas y mínimas en cada estructura son semejantes, así como su localización dentro de la estructura. Por lo general presentan un mapa tensional con gran similitud entre ambos casos.

CC: Aceleración de  $1\text{m/s}^2$ 

En este caso, se ha sometido la estructura a una aceleración de valor unidad, del mismo modo que actúa la gravedad y en la dirección perpendicular a la pletina. Se realiza a continuación un análisis estático.

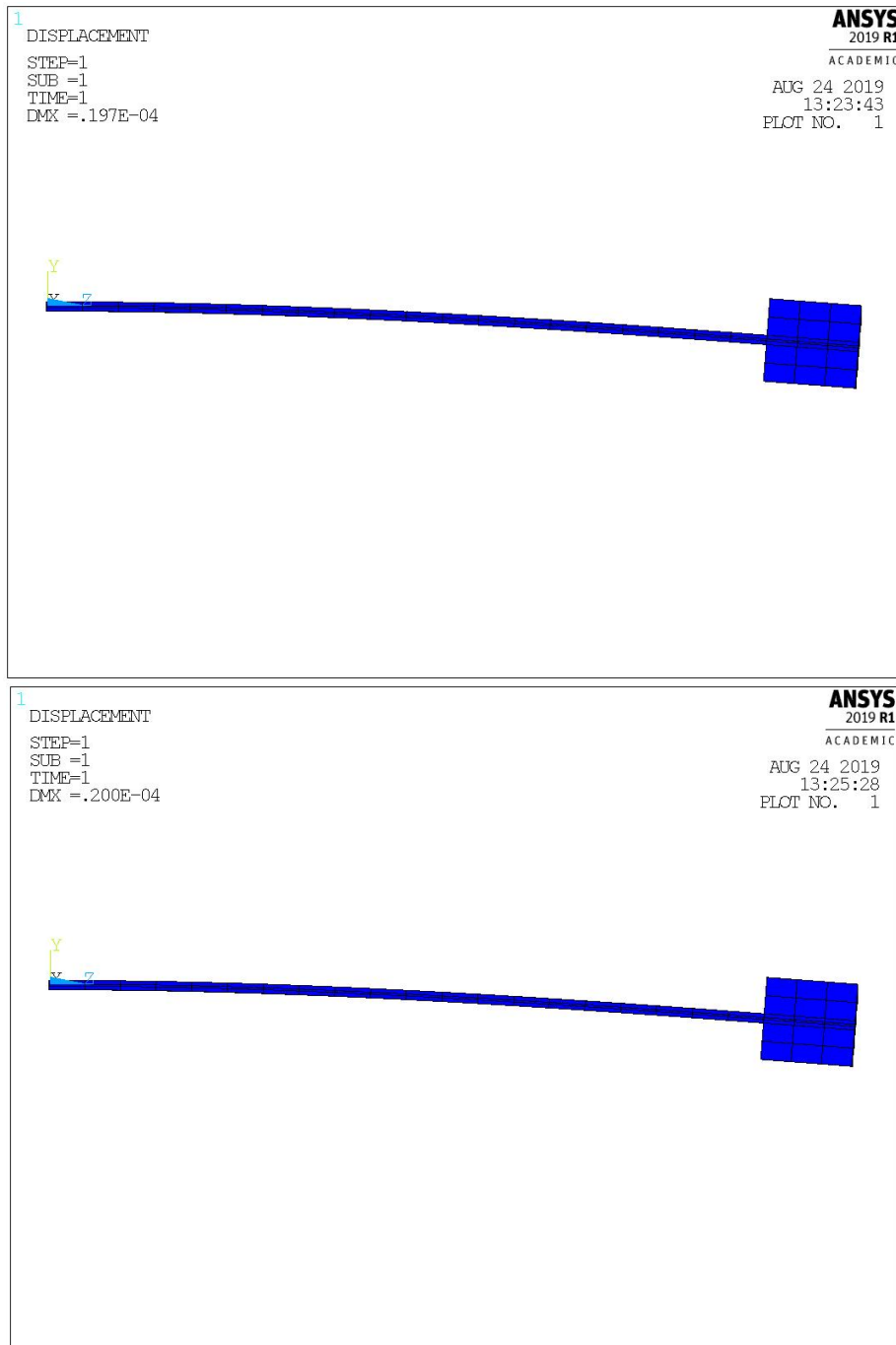


Figura 4-6 Deformada de la estructura (latón arriba; ABS abajo) sometida a una aceleración de valor  $1\text{m/s}^2$

Observamos que el resultado prácticamente el mismo. Alrededor de  $0.02\text{ mm}$  de desplazamiento máximo en ambos casos.

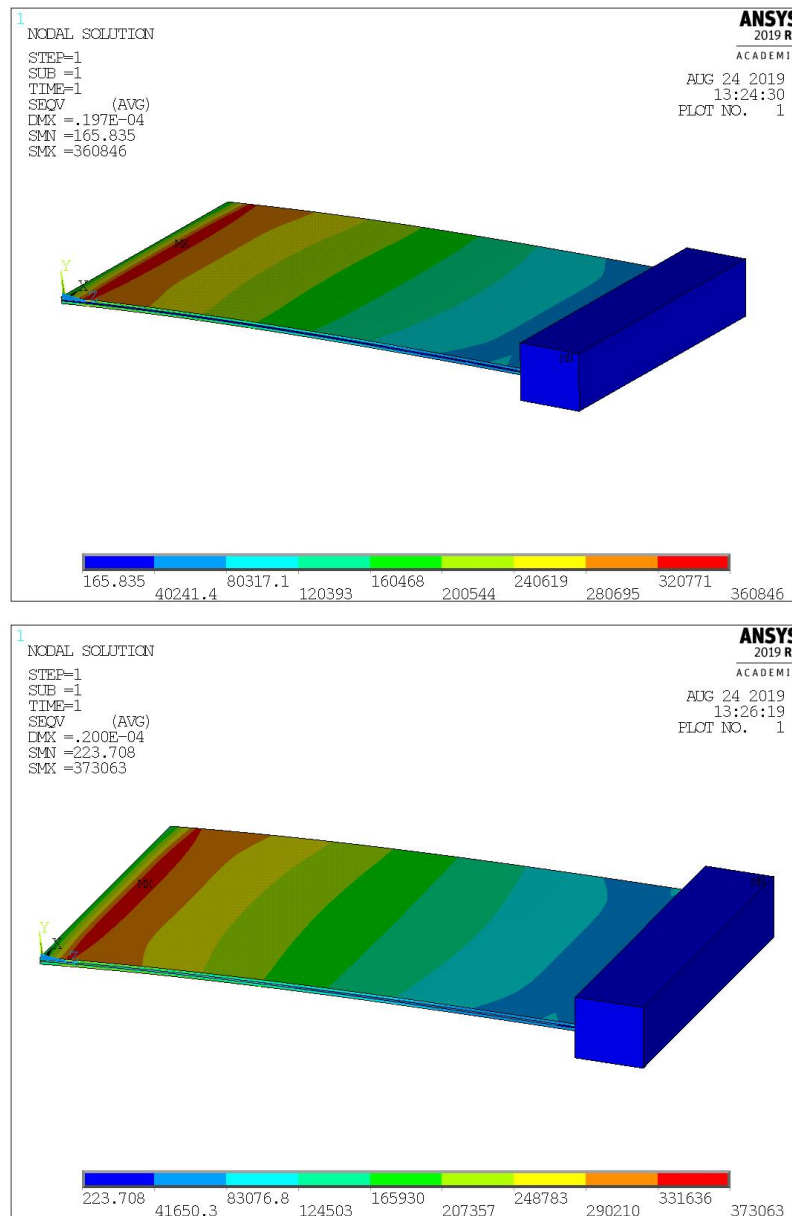


Figura 4-7 Mapa de tensiones de ambas estructuras (ABS, arriba; latón abajo) sometida a una aceleración de valor  $1\text{m/s}^2$

Es evidente que el resultado (en tensiones de von-Mises) es más que parecido. La distribución de tensiones en ambos casos es prácticamente igual, así como guardan una gran coincidencia en los valores tanto mínimo como máximo de las tensiones.

Además, en ninguno de los análisis estáticos realizados en la estructura se alcanza ningún límite elástico en ningún material de los que componen la estructura, ni existen, a priori, riesgos, bajo estas condiciones de contorno, de que esto suceda con variaciones del orden de magnitud de las cargas aplicadas o del valor de la diferencia de potencial. Observaremos posteriormente que sucede en caso de análisis transitorio.

Por todo ello, llegamos a la conclusión de que ambas estructuras son totalmente semejantes. Los modos de vibración, los valores de desplazamientos y de tensiones son de forma cualitativa iguales o ciertamente parecidas. En adelante, se realizarán distintos análisis transitorios para observar el comportamiento de ambas estructuras. Posteriormente se analizarán los resultados y se comprobará si realmente el cambio de latón por ABS es viable o no.

### 4.3 Análisis transitorio. Método de Newmark

Los procedimientos para análisis transitorios se centran conseguir la respuesta temporal de una estructura ante excitaciones variables también en el tiempo. Para ello, el método de resolución de Newmark realiza una integración paso a paso. Es decir, la respuesta temporal se calculará en una serie de instantes discretos equiespaciados entre sí por un incremento de tiempo  $\Delta t$ .

Partiremos de la ecuación de equilibrio de una estructura en el instante de tiempo  $n+1$  :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{p}_{n+1} \quad 4-4$$

Se resolverá dicha ecuación a partir de la aproximación de la velocidad en el tiempo  $n+1$  utilizando una integración lineal de las aceleraciones entre el instante  $t_n$  y  $t_{n+1}=t_n+\Delta t$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{1}{2} (\ddot{\mathbf{u}}_n + \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}) \Delta t \quad 4-5$$

Nuevamente, se hará lo propio con el desplazamiento, integrando en este caso la velocidad:

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{u}}_n + \dot{\mathbf{u}}_{n+1}) \Delta t \quad 4-6$$

Realizando simple algebra matemática y tras despejar los valores de la velocidad y aceleración en el paso  $n+1$ , éstas quedan:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \frac{2}{\Delta t} (\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n) - \dot{\mathbf{u}}_n \\ \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \frac{1}{\Delta t^2/4} (\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n) - \frac{1}{\Delta t/4} \dot{\mathbf{u}}_n - \ddot{\mathbf{u}}_n \end{aligned} \quad 4-7$$

Volviendo a escribir la ecuación de equilibrio en el paso  $n+1$ , reagrupando y ordenando términos obtenemos:

$$\left[ \left( \frac{2}{\Delta t} \right)^2 \mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right] \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1} + \left[ \left( \frac{2}{\Delta t} \right)^2 \mathbf{u}_n + \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_n + \ddot{\mathbf{u}}_n \right] \mathbf{M} + \left[ \frac{2}{\Delta t} \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \right] \mathbf{C} \quad 4-8$$

donde todo el término del desplazamiento en el instante  $n+1$  queda en función de los valores ya resueltos en el paso  $n$  y la carga aplicada en el instante  $n+1$ , a priori conocida de valor  $\mathbf{P}_{n+1}$ .

En cuanto a la matriz de amortiguamiento, este modo de resolución de análisis transitorio utiliza el método de Rayleigh para obtener una matriz de amortiguamiento. Esta matriz será una combinación lineal de las matrices de rigidez  $\mathbf{K}$  y de masa  $\mathbf{M}$

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad 4-9$$

Si definimos el factor de amortiguamiento modal como:

$$\xi_i = \frac{C}{2m_i k_i} = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta}{2} \omega_i \quad 4-10$$

Suponiendo un factor de amortiguamiento igual para todos los modos de vibración y despejando los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \frac{\xi}{2\omega_i\omega_j} \begin{bmatrix} \omega_i\omega_j \\ 1 \end{bmatrix} \quad 4-11$$

donde  $\omega_i$  y  $\omega_j$  representan las frecuencias naturales asociadas a dos modos de vibración. Si representamos estos coeficientes en función de las frecuencias observamos:

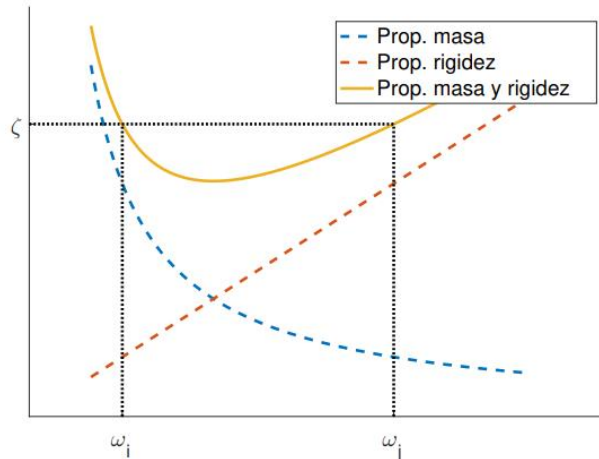


Figura 4-8 Variación de  $\alpha$  y  $\beta$  y la relación con el factor de amortiguamiento modal.

Por tanto, eligiendo un determinado valor para el factor de amortiguamiento modal y escogiendo dos frecuencias naturales de las obtenidas en el análisis, garantizamos que a frecuencias mayores y menores que las elegidas el valor del amortiguamiento se encontrará por encima del que hemos impuesto. Sin embargo, en valores intermedios de las frecuencias naturales elegidas, no se podrá garantizar que esto se cumpla. No obstante, estos modos de vibración asociados a estas frecuencias intermedias movilizan ya de por sí suficiente poca masa, así que la aproximación de Rayleigh es aceptada y utilizada en este método.

En el caso que aparece en este trabajo será el amortiguamiento escogido del 5%. En cuanto a las frecuencias naturales, al ser tan parecidas en el caso de latón y de ABS, se han escogido la media de las primeras frecuencias naturales obtenidas en cada uno de los dos modelos y la media de las últimas, donde vimos que esos modos de vibración movilizaban el 100% de la estructura. Con estos datos, los valores obtenidos son:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.970878 \\ 3.011698E - 5 \end{bmatrix}$$

Estos serán los datos correspondientes al amortiguamiento introducidos en el programa ANSYS para la resolución del análisis transitorio.



## 5 CASOS PRÁCTICOS

Una vez descrita la teoría de resolución del análisis transitorio mediante el método de Newmark, se procederá a realizar dichos análisis a distintos casos prácticos a los que se verá sometido nuestro modelo de pletina. Los casos prácticos estarán basados en el ensayo realizado en el Viaducto del Arroyo Bracea I, localizado en Toledo. (Galvín, Romero, Moliner & Martínez-Rodrigo, 2018)

### 5.1 Descripción del ensayo

El mencionado ensayo trata de recoger una correcta caracterización del suelo, así como la respuesta que experimente el puente ante una vibración producida por el paso ferroviario sobre el Viaducto del Arroyo Bracea I. Para ello, se recogerán datos de aceleración mediante 12 acelerómetros situados en la cara inferior del puente. En nuestro trabajo, concretamente utilizaremos los datos obtenidos por el acelerómetro colocado en el punto 5.

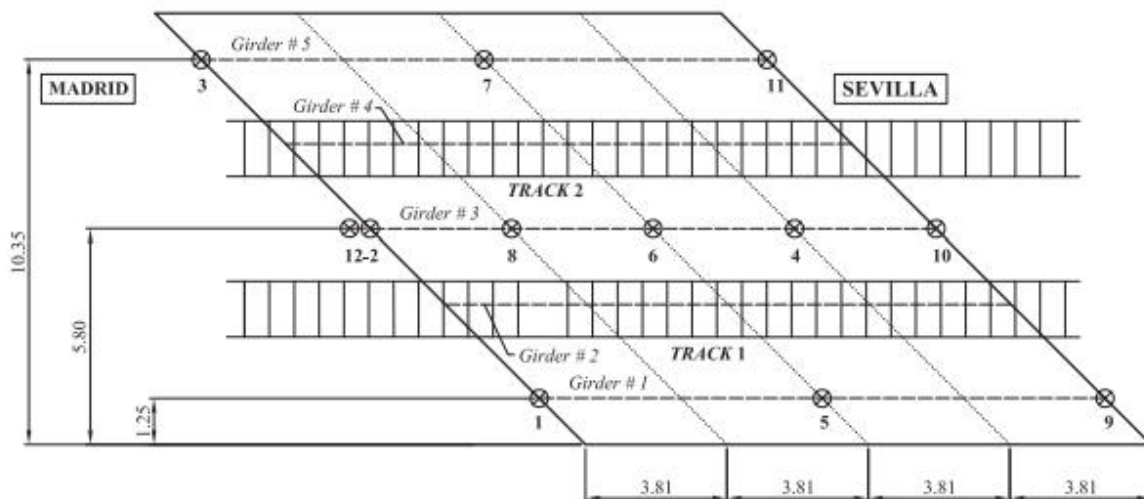


Figura 5-1 Detalle y localización de los acelerómetros en el viaducto.

Por otro lado, el tráfico ferroviario en este puente es variado. La compañía RENFE pone en circulación en este trayecto los trenes RENFE S100, S102, S103, S104 y S105. Para cada uno de los datos proporcionados por el acelerómetro se realizará un análisis transitorio como el ya descrito.



Figura 5-2 Modelo de los trenes que circulan por el viaducto.

Posteriormente se analizarán los valores de desplazamiento y diferencia de potencial del modelo numérico de nuestra estructura, tanto para el caso de latón como de ABS y se estudiarán las diferencias y semejanzas de estos modelos en cuanto a la repuesta ante el paso de los distintos trenes. La respuesta que cada uno de los trenes provoca a su paso por el viaducto, será distinta dado a que movilizan distinta masa y transcurren a distintas velocidades.

Modelo	Velocidad (km/h)
S100	262
S102	262
S103	279
S104	252
S130	247

Tabla 5-1 Velocidades de los distintos trenes sobre el viaducto BRACEA I.

Los datos se diezmaron (hasta orden 16) para llevar a cabo el análisis en un rango de frecuencias de interés (0 a 60 Hz). Las señales se filtraron aplicando dos filtros Chebyshev de tercer orden con frecuencias de paso alto y paso bajo de 1 Hz y 60 Hz, respectivamente.



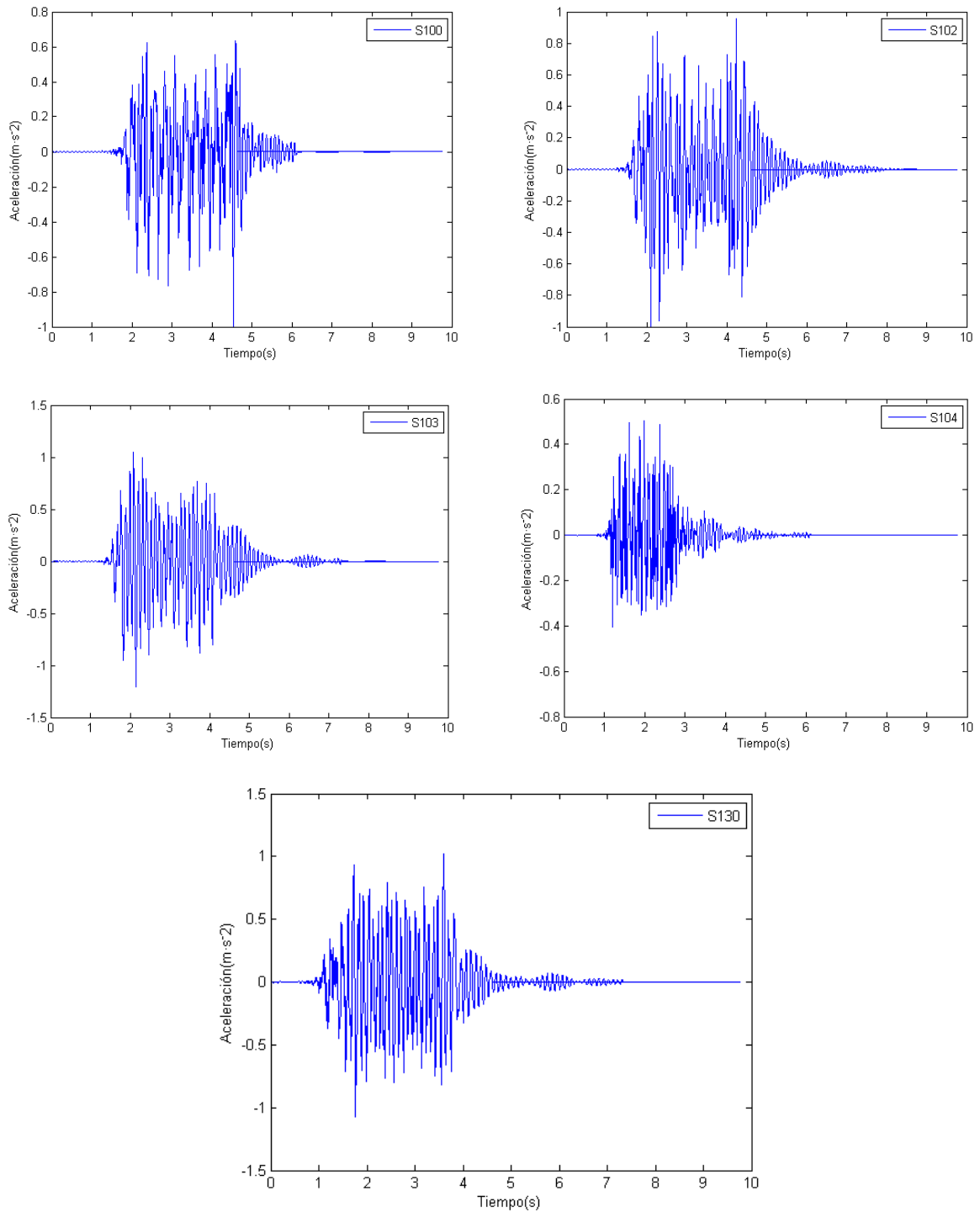


Figura 5-3 Diagramas de aceleración recogidos en el acelerómetro 5 para los distintos pasos de trenes por el viaducto

## 5.2 Análisis de resultados

A continuación, se representan los distintos resultados tanto de amplitud del movimiento en el GDL estudiado desde el comienzo de este trabajo, como la diferencia de potencial entre las bornas situadas en las caras interiores y exteriores del piezoeléctrico (Véase figura 4-3).

En la columna de la izquierda aparecerán los valores del análisis para el modelo con la subestructura de latón. En la columna derecha los valores del modelo con la subestructura de ABS. El nodo que se ha utilizado para representar el desplazamiento vertical de la estructura es el situado en la parte central del extremo no empotrado, intentando conseguir el punto que sufrirá un mayor desplazamiento. Concretamente es el nodo 1360, que posteriormente aparecerá en los distintos anexos.

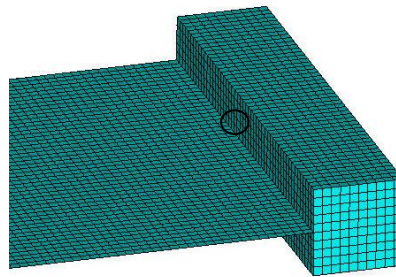
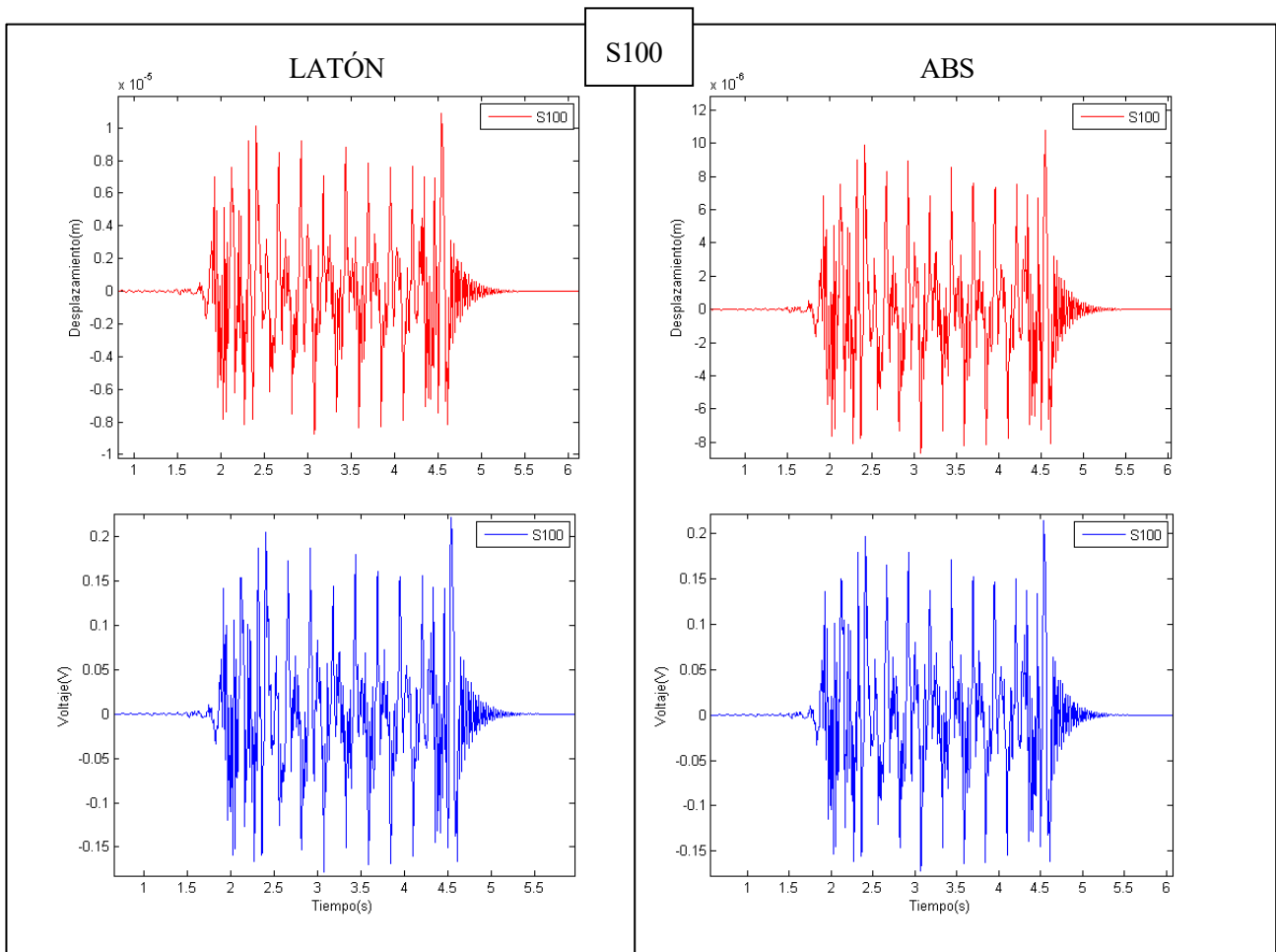
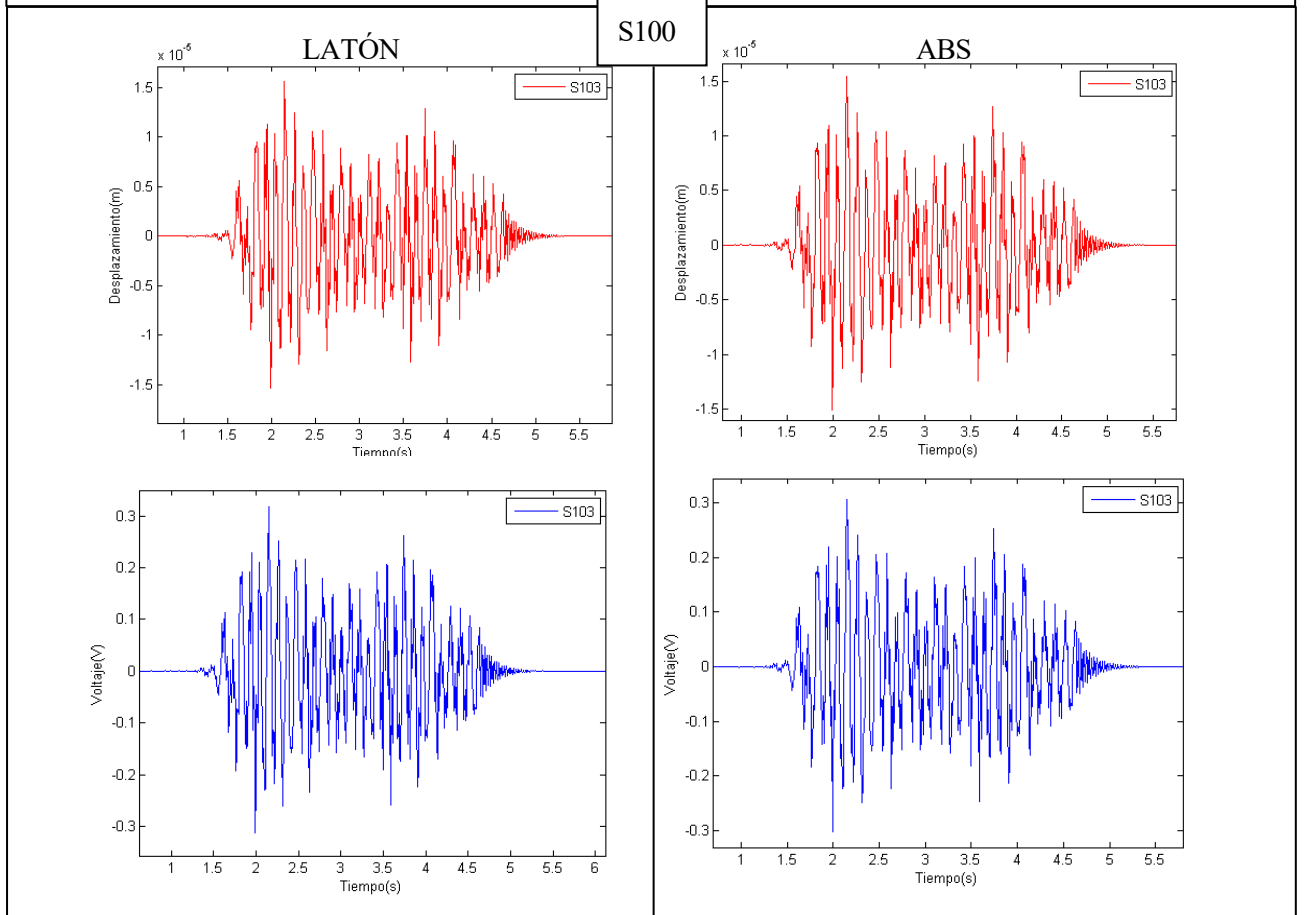
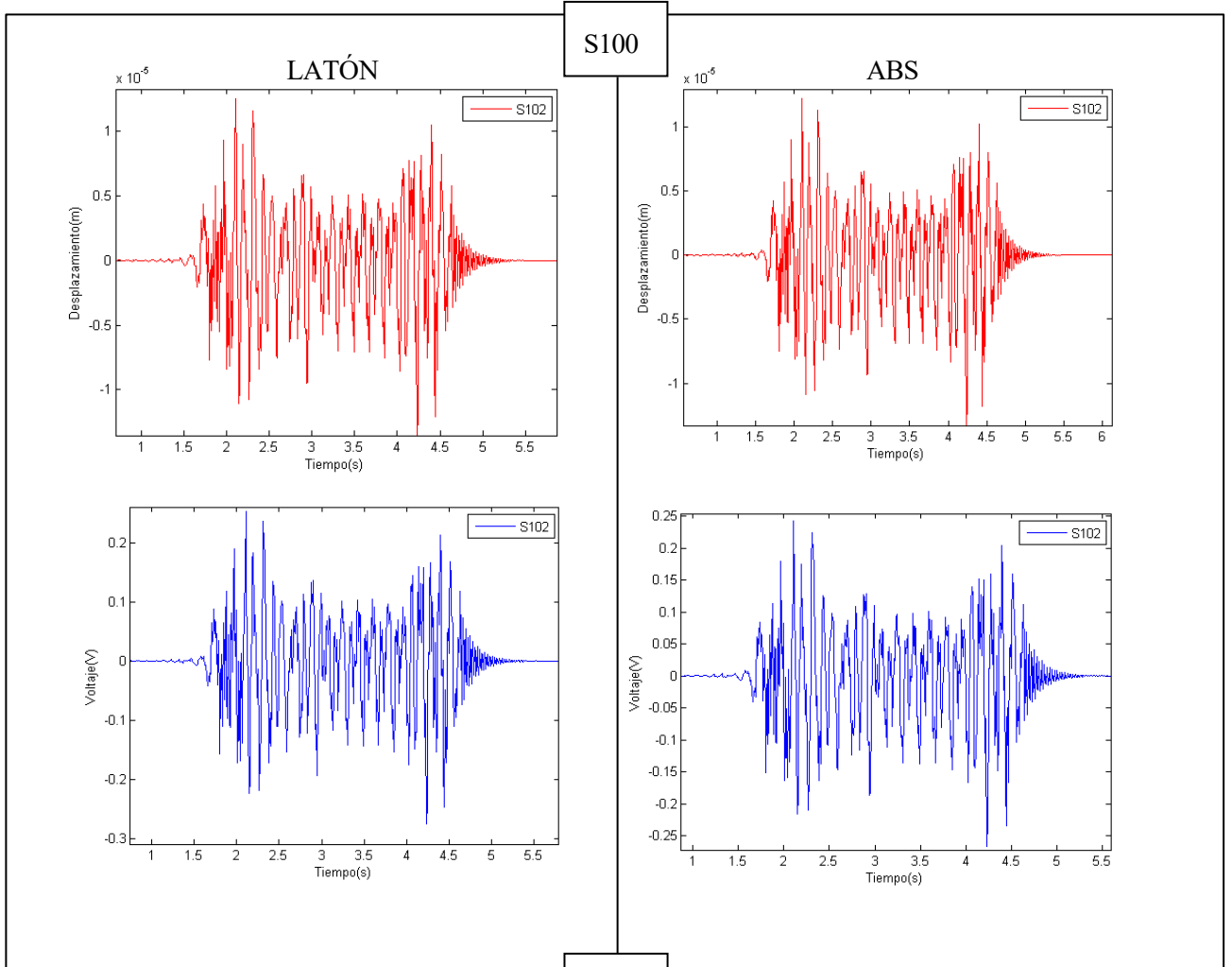


Figura 5-4 Localización aproximada del nodo 1360. - Se tomarán los desplazamientos de este nodo, ya que sin pertenecer a la masa sísmica es donde se prevén los mayores desplazamientos.





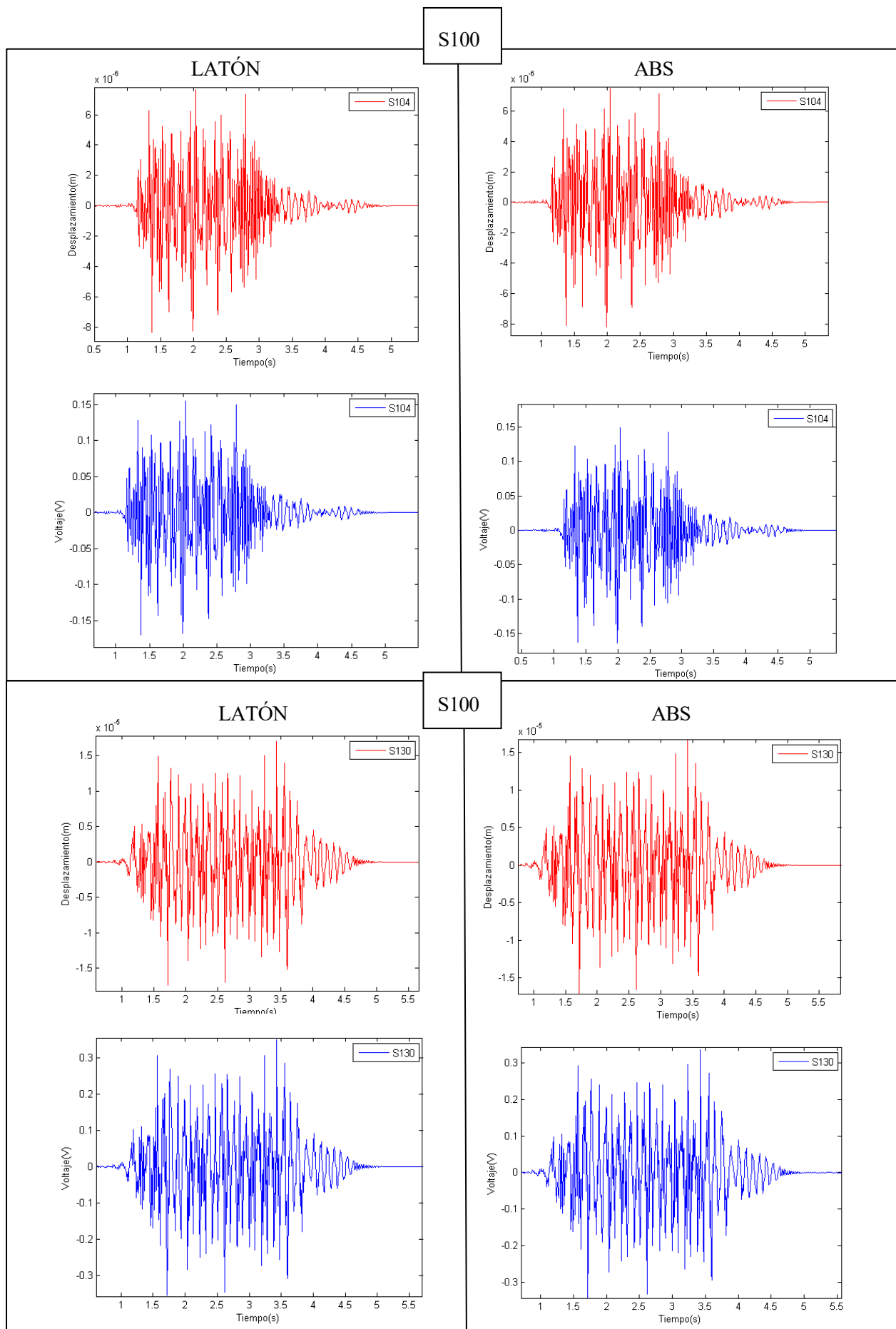


Figura 5-5 Desplazamientos del nodo 1360 al paso de los distintos trenes (rojo).  
Diferencia de potencial entre la capa externa e interna del PZT (azul)

En primer lugar, se puede observar como el resultado es bastante parecido en ambas estructuras, tanto para el desplazamiento como para el voltaje. La forma de vibrar de ambas estructuras ante los distintos trenes es prácticamente igual. El valor de los desplazamientos máximos coincide en un valor del orden de  $1E-8$  m. y el valor de la diferencia de potencial en cada caso a lo largo del tiempo son prácticamente iguales.

Además, en ningún análisis dinámico realizado en el programa ANSYS hace referencia a la aparición de fallos en la estructura que no permitan continuar con el análisis. Por tanto, es posible asegurar que la subestructura de ABS cumple correctamente con el comportamiento deseado en este trabajo. No obstante, se comprobará a continuación si su tensión máxima se acerca al valor de la tensión máxima de rotura de la cerámica, o a la tensión de fluencia del ABS. Para ello la metodología seguida ha sido buscar el instante de tiempo de mayor deformación y así analizar el valor de la tensión máxima.

Tren	Tiempo (s)	Tensión Subestructura (MPa)		Máxima tensión en Subestructura (MPa)	Tensión en PZT (MPa)	Máx. tensión PZT-5A (MPa)
S100	4.538	LATÓN	0.245	250	0.33	140 MPa
		ABS	0.025	30	0.32	
S102	4.233	LATÓN	0.298	250	0.399	
		ABS	0.031	30	0.387	
S103	2.148	LATÓN	0.351	250	0.469	
		ABS	0.036	30	0.457	
S104	1.375	LATÓN	0.186	250	0.248	
		ABS	0.019	30	0.239	
S130	1.7183	LATÓN	0.389	250	0.517	
		ABS	0.040	30	0.51	

Tabla 5-2 Comparativa de las tensiones máximas obtenidas en la estructura en ambos modelos

En la Tabla 5-2 se comparan tanto las tensiones obtenidas en la subestructura en el caso de que la esta sea de ABS o de latón, como las tensiones dadas en el PZT-5A. Además, se comparan con su límite elástico de cada material. Es fácil observar que las tensiones obtenidas son mucho menores que el límite elástico. Es por ello por lo que, aunque la ley introducida en el modelo numérico sea lineal, esto no interfiere en el resultado de este estudio, ya que no se alcanza el límite elástico en ninguno de los casos. La tensión en cada caso que ha sido comparada ha sido la tensión de von-Mises obtenidas del software ANSYS. Se incluye también en ella, el instante donde se produce esta deformación máxima.

Además, cabe destacar la diferencia que existe entre las tensiones de cada subestructura. En concreto la tensión de von-Mises recogida en el latón es de un orden superior a la obtenida en el ABS. En cuanto a la tensión del PZT, está no varía del orden de ella misma al variar la estructura de latón a ABS, por lo tanto, se afirma la validez de esta estructura también desde el punto de vista tensional de la estructura.

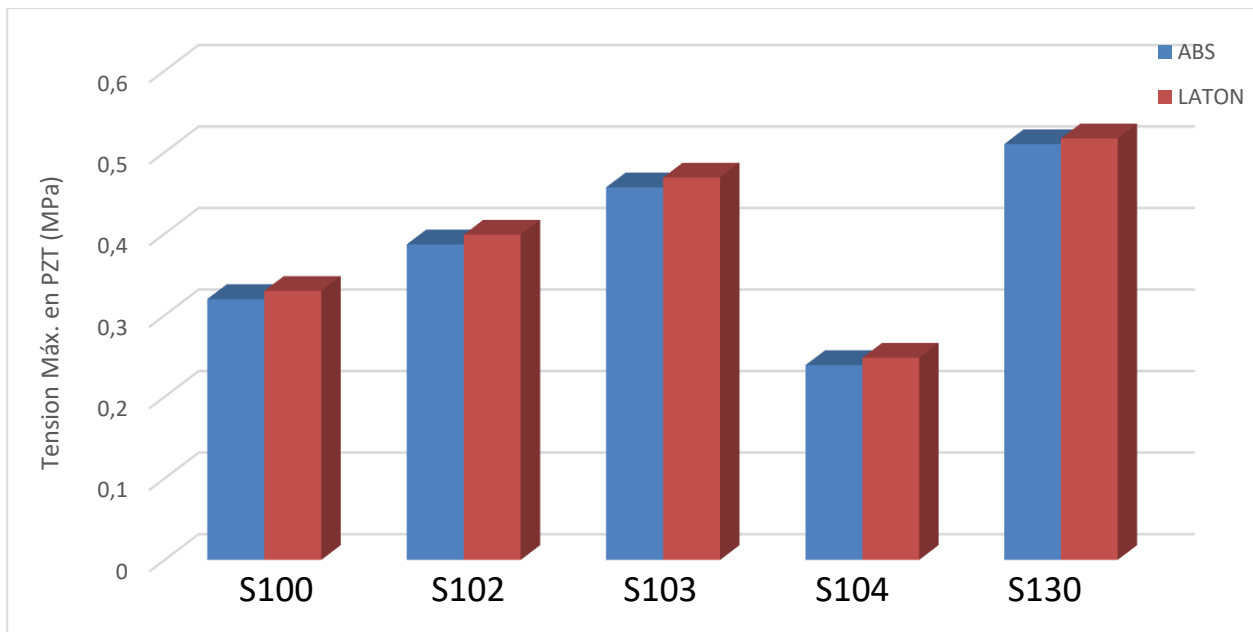


Figura 5-6 Comparativa de las tensiones máximas obtenidas en la estructura en ambos modelos

En la Figura 5-6 se puede observar lo comentado anteriormente y es que, en ninguno de los pasos ferroviarios, las tensiones en el PZT-5A varían al pasar de la estructura de latón a la estructura de ABS. Aunque es cierto que, en el caso de la subestructura de latón, son las tensiones en el PZT-5A algo mayor que en el caso de la subestructura de ABS. Esto puede conllevar que, en el caso de realizar la estructura de ABS.

## 6 CONCLUSIONES

### 6.1 Resultado del estudio de viabilidad

Durante la realización de este trabajo, se han realizado numerosos ensayos con el programa ANSYS. En primer lugar, se ha optado por realizar ensayos dinámicos, basados en análisis modales, en un modelo de la subestructura sin el material PZT-5A. Se ha ido aumentando la complejidad del elemento principal de la subestructura en cada análisis, desde un simple modelo de 1GDL hasta un modelo sólido. Comparadas ambas subestructuras y obtenidos los parámetros que hacen que éstas tengan el mismo comportamiento a priori, se ha implementado el PZT-5A, en el modelo más complejo, utilizando el elemento SOLID5 de la librería de ANSYS. Posteriormente se ha resuelto un análisis transitorio, para cada ensayo obtenido del estudio sobre el Viaducto BRACEA I. Se ha detallado los resultados de estos análisis a lo largo de este trabajo. Cada paso se ha seguido para intentar aclarar si es posible o no, sustituir en esta pequeña pletina el latón por el ABS. Y finalmente, a las conclusiones a las que se puede llegar son:

- Es viable en gran medida el intercambio del material en este tipo de estructura, por los motivos que se recogen en los siguientes puntos.
- El comportamiento eléctrico del PZT-5A no se debe ver modificado al modificar el material interior, desde latón a ABS. Los resultados de ambas estructuras son prácticamente igual desde el punto de vista de la recolección de energía.
- Al realizar los análisis dinámicos transitorios con el método de Newmark, se puede concluir que es el material piezoeléctrico y no la subestructura, el que opone la principal resistencia a la deformación de la estructura. A esta conclusión se llega tras configurar el espesor del ABS exactamente igual que el de la subestructura de latón, y obtener prácticamente el mismo resultado.
- Como corolario de la conclusión anterior: no es necesario cambiar ningún parámetro (espesor, masa puntual, longitud o ancho) de la estructura principal, simplemente sustituir un material por otro.
- Tras comprobar los resultados del análisis transitorio de Newmark, se puede observar que el diseño de esta estructura utilizando ABS hace que las tensiones que sufre el material piezoeléctrico en su máximo desplazamiento sean ligeramente menores que cuando se construye de ABS.
- Las tensiones que sufre la subestructura, sin tener en cuenta el PZT-5A) son de un orden mayor en el caso de latón que en el caso del ABS. (Véase la Tabla 5-6)
- Por último, desde el punto de vista tensional, hay que resaltar que no es una estructura susceptible, a priori, de alcanzar su límite elástico cuando está sometida a las excitaciones que en este trabajo se proponen y así lo denotan las tensiones máximas de Von-Mises que se detallan en la tabla 5-6. Ninguna de los 3 materiales que aparecen, ni el modelo de latón, ni el modelo de ABS, ni el PZT-5A en ambos modelos se acercan a valores próximos a su límite elástico. Es por ello por lo que solo se ha utilizado un comportamiento lineal del material.
- En cuanto a los desplazamientos, aunque en este trabajo se han detallado los resultados del análisis transitorio de forma cualitativa, podemos nuevamente afirmar que guardan una gran similitud.

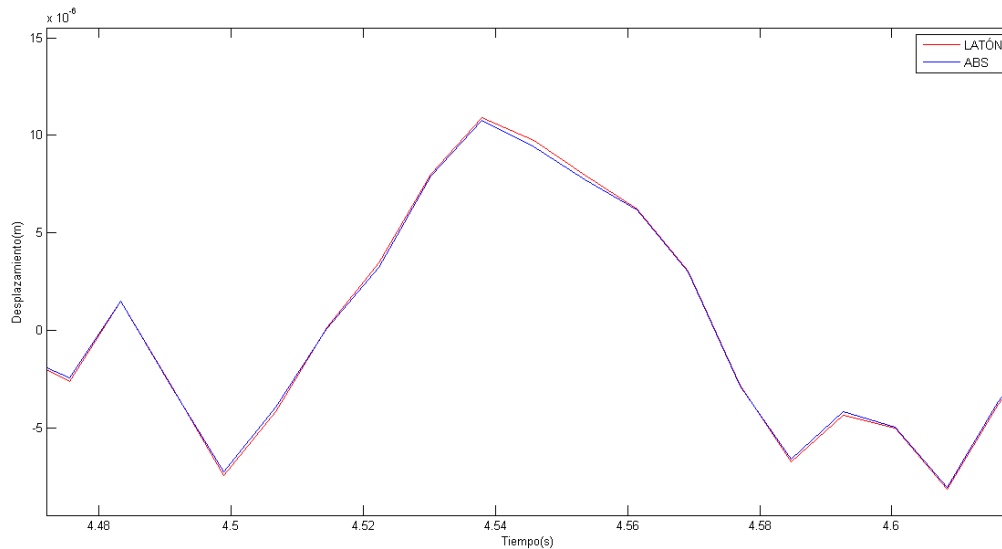


Figura 6-1 Comparativa de desplazamientos máximos bajo la excitación del S100.- El error es inapreciable en una escala del orden de  $1E-5$  m.

- Como caso interesante en los análisis modales de la subestructura, cabe destacar que el aumento del volumen (que no de peso) en el extremo libre de la pletina provocaría un desplazamiento del centro de gravedad de la masa sísmica alejando éste de la pletina, lo que genera que los modos de vibración sean notablemente distintos. (Apartado 3.3.5. y 3.3.8). Es por ello por lo que se utiliza la masa sísmica idéntica al modelo de latón en el modelo de ABS. Así es posible comparar el movimiento de ambas pletinas y hacer que estas se comporten de forma mucho más parecida.
- Como consecuencia del punto anterior, el hecho de que solo varía la pletina para igualar el comportamiento de ambas estructuras, manteniendo la masa sísmica de latón, puede dar lugar a la idea de que entonces el cambio de material no es viable completamente. Para ello, se proponen estructuras tecnológicamente viables en el apartado siguiente.

## 6.2 Ampliación en futuros trabajos.

En primer lugar, al comprobar que es el material piezoeléctrico el que opone la resistencia a la deformación principalmente, y no la subestructura en sí, con su gran esbeltez, cabe preguntarse si sería posible, no solo la sustitución del latón por ABS, sino por cualquier otro material con una capacidad de resistir el rango de tensiones que se presentan en este trabajo, y permitir a la estructura vibrar de la misma forma que lo haría en el caso del ABS o del latón.

También, una vez terminado el estudio de viabilidad, y para contestar a los últimos puntos dados en las conclusiones, es lógico preguntarse si existe una estructura más factible de fabricar desde el punto de vista tecnológico. El beneficio de una impresión 3D a la hora de realizar la subestructura ya se ha constatado en este trabajo. Pero el hecho de unir esta pletina a una masa sísmica de latón parece un método poco ortodoxo e inverosímil.

Por ello, aprovechando nuevamente las facilidades que la impresión 3D brinda, sería posible realizar una subestructura capaz de albergar una masa sísmica de pequeño tamaño y que así no aparezcan los



problemas comentados en el momento de introducir un gran volumen en su extremo.

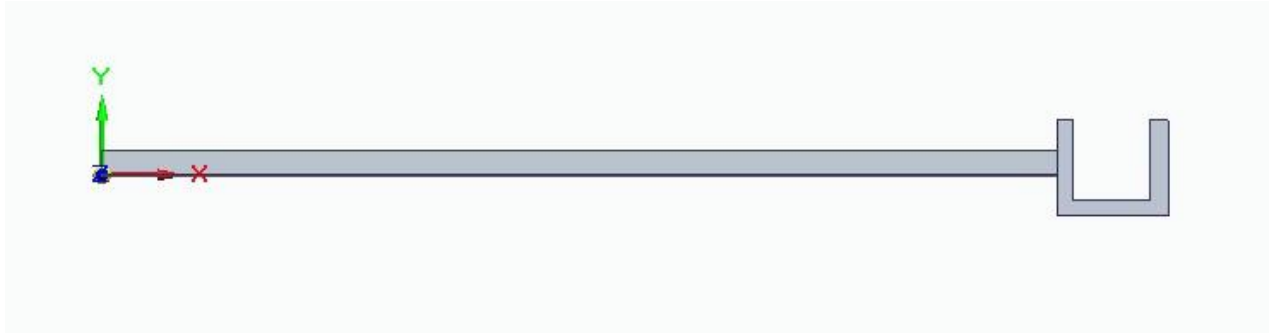


Figura 6-2 Posible alternativa capaz de albergar una masa sísmica de pequeño volumen

Esta es una posibilidad que permite imprimir sin ningún problema la pletina deseada con un hueco en su extremo donde colocar la masa sísmica de un material más pesado que el ABS. Así, queda la duda de saber como unir esta pieza, que material escoger y calcular una vez elegida el tamaño correcto para que el comportamiento sea igual que en el caso de latón. El propio latón puede ser una opción.

Otra alternativa vuelve a ser aumentar la sección de la estructura pero sin variar su centro de masas. Esta solución podría generar una forma como la que vemos a continuación.

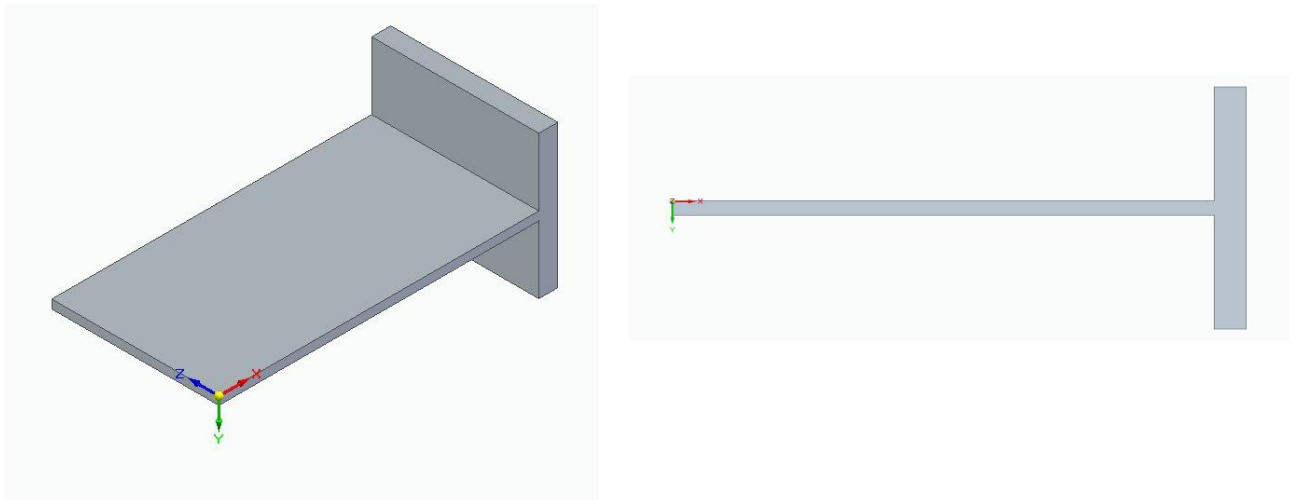


Figura 6-3 Posible alternativa, con una masa sísmica de mayor volumen sin variar la posición del centro de gravedad.

Con esta configuración, se presenta una posibilidad que no necesita ningún otro material y se puede diseñar directamente la pletina con un software de CAD e imprimir instantáneamente la subestructura del recolector de energía.

Sería una buena opción realizar un análisis modal de esta estructura y conocer los modos de vibración de esta estructura en trabajos venideros o ampliación de este.

# ANEXO

## ANEXO I Código de ANSYS para el análisis de la subestructura con 1 GDL

```

!LATÓN
!E=105E9
!h=0.14e-3
!dens=9000
!mt=0.0123

!ABS
E=2E9
b=31.8e-3
h=0.14e-3*3.744
dens=1000
mt=0.012

I=b*h*h*h/12
L=50.8E-3
M=(33/140)*dens*h*b*L+mt
K=3*E*I/(L*L*L)
C=0.05

/PREP7
! tipo elemento
ET,1,COMBIN40,1,,0,,,2
R,1,K,C,M,0,0

! nodos
N,1,,
N,2,1,,

! elementos
E,1,2
D,1,ALL

! solución
/SOLU
ANTYPE, MODAL
MODOPT, LANB, 1, , ,
MXPAND, 1
SOLVE

SOLVE
FINISH

```

## ANEXO II Código de ANSYS para el análisis de la subestructura tipo BEAM

```

;Caso de LATÓN
! E1=105E9
! Nu=0.324
! b=31.8e-3
! h=0.14e-3
! L=50.8E-3
! densidad=9000
! mt=0.012

!Caso DE ABS
E1=2E9
Nu=0.33
b=31.8e-3
h=0.14e-3*3.74
L=50.8E-3
densidad=1200
mt=0.01223989

/PREP7
ET,1,BEAM188
ET,2,MASS21, 0,0, 4,
R,2,0.012

K,1,0,0,0
K,2,L,0,0
L,1,2

SECTYPE,1,BEAM,RECT
SECDATA,h,b

MP,EX,1,E1
MP,PRXY,1,Nu
MP,DENS,1,densidad

LSEL,S,,,1
LATT,1,,1,,,,1
ALLSEL,ALL

LESIZE,ALL,L/20
LMESH,ALL

ksel,s,,,1
DK,ALL,ALL,

allsel,all

TYPE,2
REAL,2
E,2

NUMMRG, ALL,
NUMCMP, ALL

/SOLU
ANTYPE, MODAL
MODOPT, LANB, 10, ,,,ON
MXPAND,10
SOLVE
OUTPR,ALL

```

## ANEXO III Código de ANSYS para el análisis de la subestructura tipo SHELL

### A. PLACA-MASA

```

!CASO DE LATÓN
Ex=105E9
Nu=0.324
b=31.8e-3
h=0.14e-3
L=50.8E-3
densidad=9000
mt=0.012

! !Caso DE ABS
! Ex=2E9
! Nu=0.33
! b=31.8e-3
! h=(0.14e-3)*3.74
! L=50.8E-3
! densidad=1200
! mt=0.01223989

/PREP7
ET,1,SHELL181
ET,2,MASS21,0,0,2,
R,2,mt/2
SECTYPE,1,SHELL,
SECDATA,h,
SECTYPE,2,BEAM,RECT
SECDATA,h*10,h*10

MP,EX,1,Ex
MP,PRXY,1,Nu
MP,DENS,1,dens
MP,EX,2,EX
MP,DENS,2,mt/(h*10*h*10*b)

RECTNG,,L,,b
ASEL,S,,,1

AATT,1,,1,,1
ALLSEL,ALL
LESIZE,ALL,L/20
AMESH,ALL
NSEL,S,LOC,X,0

D,ALL,ALL
ALLSEL,ALL

n1=node(L,b,0)
TYPE,2
REAL,2
E,n1
ALLSEL,ALL
n2=node(L,0,0)
TYPE,2
REAL,2
E,n2
ALLSEL,ALL

LSEL,S,LOC,X,0

DL,ALL,,ALL
ALLSEL,ALL

NUMMRG,ALL,
NUMCMP,ALL

/SOLU
ANTYPE,MODAL
MODOPT,LANB,5,,,,ON
MXPAND,5
SOLVE
OUTPR,ALL

```

## B. PLACA-VIGA

CASO DE LATÓN

Ex=105E9

Nu=0.324

b=31.8e-3

h=0.14e-3

L=50.8E-3

densidad=9000

mt=0.012

RECTNG,, L,, b

ASEL,S,,,1

AATT,1,,1,,1

ALLSEL,ALL

LESIZE,ALL,L/20

AMESH,ALL

!Caso DE ABS

! Ex=2E9

! Nu=0.33

! b=31.8e-3

! h=(0.14e-3)\*3.74

! L=50.8E-3

! densidad=1200

! mt=0.01223989

LSEL,S,LOC,X,L

LATT,2,,2,, , , 2

LESIZE,ALL,,2

LMESH,ALL

ALLSEL,ALL

/PREP7

ET,1,SHELL181

ET,2,BEAM188

LSEL,S,LOC,X,0

DL,ALL,,ALL

ALLSEL,ALL

SECTYPE,1,SHELL,

SECDATA,h,

SECTYPE,2,BEAM,RECT

SECDATA,h\*10,h\*10

NUMMRG, ALL,

NUMCMP, ALL

/SOLU

MP,EX,1,Ex

MP,PRXY,1,Un

MP,DENS,1,densidad

MP,EX,2,EX

MP,PRXY,2,Nu

MP,DENS,2,mt/(h\*10\*h\*10\*b)

ANTYPE, MODAL

MODOPT, LANB, 5, , , , ON

MXPAND, 5

SOLVE

OUTPR,ALL

### C. PLACA-SÓLIDO

```

!CASO DE LATÓN
Ex=105E9
Nu=0.324
b=31.8e-3
h=0.14e-3
L=50.8E-3
densidad=9000
mt=0.012
s=6.475239E-3

RECTNG,, L,, b
ASEL,S,,,1
AATT,1,,2,,1
ALLSEL,ALL

BLOCK,L,L+s,,b,-s/2,0
BLOCK,L,L+s,,b,,s/2

VATT,1,,1,,1
VGLUE,1,2
LESIZE,ALL,S/10
VMESH,ALL
asel,s,loc,z,0
amesh,all
allsel,all

!Caso DE ABS
! Ex=2E9
! Nu=0.33
! b=31.8e-3
! h=(0.14e-3)*3.74
! L=50.8E-3
! densidad=1200
! mt=0.01223989
! s=0.0177

Nsel,s,loc,x,0
D,all,all
allsel,all

/PREP7
NUMMRG, ALL
NUMCMP, ALL

ET,1,SOLID45
ET,2,SHELL181

MP,EX,1,Ex
MP,PRXY,1,Nu
MP,DENS,1,densidad

/SOLU
ANTYPE, MODAL
MODOPT, LANB, 5, ,,,ON
MXPAND,5,,,YES
SOLVE
OUTPR,ALL

SECTYPE,1,SHELL,
SECDATA,h,

```

## ANEXO IV Código de ANSYS para el análisis de la subestructura tipo SOLID

### A. SÓLIDO-VIGA

```

!CASO DE LATÓN
! Ex=105E9
! Nu=0.324
! b=31.8e-3
! h=0.14e-3
! L=50.8E-3
! densidad=9000
! mt=0.012

!Caso DE ABS
Ex=2E9
Nu=0.33
b=31.8e-3
h=0.14e-3*3.74
L=50.8E-3
densidad=1200
mt=0.01223989

/PREP7
ET,1,SOLID45
ET,2,BEAM188

SECTYPE,2, BEAM, RECT
SECDATA,h*10,h*10

MP,EX,1,Ex
MP,PRXY,1,Nu
MP,DENS,1,densidad

MP,EX,2,Ex
MP,PRXY,2,Nu
MP,DENS,2,mt/(h*10*h*10*b)

BLOCK,,L,,b,-h/2,h/2
VSEL,S,,,1
VATT,1,,1,,1
ALLSEL,ALL
LESIZE,ALL,L/20
VMESH,ALL

LSEL,S,LOC,X,L
LSEL,R,LOC,Z,h/2
LATT,2,,2,,,,2
LESIZE,ALL,,,2
LMESH,ALL
ALLSEL,ALL

NSEL,S,LOC,X,0

D,ALL,ALL
ALLSEL,ALL

! NUMMRG, ALL,
! NUMCMP, ALL

/SOLU
ANTYPE, MODAL
MODOPT, LANB, 5, , , , ON
MXPAND, 5
SOLVE
OUTPR, ALL

```

## B. SÓLIDO-MASA

```

! CASO DE LATÓN
Ex=105E9
Nu=0.324
b=31.8e-3
h=0.14e-3
L=50.8E-3
densidad=9000
mt=0.012

!Caso DE ABS
! Ex=2E9
! Nu=0.33
! b=31.8e-3
! h=0.14e-3*3.74
! L=50.8E-3
! densidad=1200
! mt=0.01224989

/PREP7
ET,1,SOLID45
ET,2,MASS21, 0,0, 2,
R,2,mt/2

MP,EX,1,Ex
MP,PRXY,1,Nu
MP,DENS,1,densidad

!LATT, MAT, REAL, TYPE, --, KB, KE,
SECNUM
!RECTNG,, L,, b
BLOCK, , L, , b, -h/2, h/2

!AATT, MAT, REAL, TYPE, ESYS, SECN
VSEL,S,,,1
VATT,1,,1,,1
ALLSEL,ALL
LESIZE,ALL,L/20
VMESH,ALL

NSEL,S,LOC,X,0

D,ALL,ALL
ALLSEL,ALL

n1=node(L,b,0)

TYPE,2
REAL,2
E,n1
ALLSEL,ALL

n2=node(L,0,0)
TYPE,2
REAL,2
E,n2
ALLSEL,ALL

NUMMRG, ALL,
NUMCMP, ALL

/SOLU
ANTYPE, MODAL
MODOPT, LANB, 10, ,,,ON
MXPAND,10,,,yes
SOLVE
OUTPR,ALL

```



### C. SÓLIDO-SÓLIDO

```

! !CASO DE LATÓN
Ex=105E9
Nu=0.324
b=31.8e-3
h=0.14e-3
L=50.8E-3
densidad=9000
mt=0.012
s=6.475239E-3

!Caso DE ABS
! Ex=2E9
! Nu=0.33
! b=31.8e-3
! h=(0.14e-3)*3.74
! L=50.8E-3
! densidad=1200
! mt=0.01223989
! S=0.0178979

/PREP7
ET,1,SOLID45
MP,EX,1,Ex
MP,PRXY,1,Nu
MP,DENS,1,densidad

BLOCK, , L, , b, -h/2, h/2
BLOCK,L,L+s, ,b, -h/2,h/2
BLOCK,L,L+s, ,b, -(s/2-h/2), -h/2
BLOCK,L,L+s, ,b,h/2,s/2-h/2

VATT,1,,1,,1
VGLUE,ALL
LESIZE,ALL,S/5
VMESH,ALL

Nsel,s,loc,x,0
D,all,all
allsel,all

NUMMRG, ALL
NUMCMP, ALL

!/SOLU

! ANTYPE, MODAL
! MODOPT, LANB, 5, , , ,ON
! MXPAND,5, , , ,YES
! SOLVE
! OUTPR,ALL
! finis

```

## ANEXO V Código de ANSYS para el análisis de la estructura con el PZT-5A

```

!-----PARAMETROS-----
!PZT-5A
dens_pzt=7171
S11=1.64E-11
S12=-5.74E-12
S13=-7.22E-12
S33=1.88E-11
S44=4.75E-11
S66=2*(S11-S12)
d15=5.84E-10
d31=-1.71E-10
d33=3.74E-10
k11=1.73E+03
k33=1.70E+03
!ABS
Ex2=2E9
Nu2=0.33
dens2=1200
!LATÓN
Ex3=105E9
Nu3=0.324
dens3=9000!*4
!GEOMETRICOS
b=31.8e-3
h=(0.14e-3)!*3.744
hpzt=0.26e-3
L=50.8E-3
mt=0.01223989
!s=(6.539641E-3)
s=6.475239E-3
/PREP7
!-----ELEMENTOS-----
ET,1,SOLID5,3
ET,2,SOLID5,2
!-----MATERIALES-----
!
!PZT -> MATERIAL 1
MP,DENS,1,dens_pzt
tb,anel,1,,1
tbda,1,s11,s13,s12
tbda,7,s33,s13
tbda,12,s11
tbda,16,s44
tbda,19,s44
tbda,21,s66
tb,piez,1,,1
tbda,2,d31
tbda,5,d33
tbda,8,d31
tbda,10,d15
tbda,15,d15
mp,pery,1,k33
mp,perz,1,k11
mp,perx,1,k11
!
!-----
!ABS -> MATERIAL 2
MP,EX,2,Ex2
MP,PRXY,2,Nu2
MP,DENS,2,dens2
!
!LATÓN -> MATERIAL 3
MP,EX,3,Ex3
MP,PRXY,3,Nu3
MP,DENS,3,dens3
!----- GEOMETRÍA -----
!
!ESTRUCTURA PRINCIPAL
BLOCK,, b, -h/2, h/2, , L
!
!MASA SÍSIMCA
BLOCK,, b, -h/2, h/2, L, L+s
BLOCK,, b, -h/2-hpzt, h/2, L, L+s
BLOCK,, b, h/2, h/2+hpzt, L, L+s
BLOCK,, b, -(s/2-h/2-hpzt), -h/2-hpzt, L, L+s
BLOCK,, b, h/2+hpzt, s/2-h/2-hpzt, L, L+s

```

```
!
!PIEZOELECTRICO
BLOCK,, b, -h/2-hpzt, -h/2, , L
BLOCK, ,b, h/2,h/2+hpzt, , L
```

```
!-----MALLADO-----
```

```
VGLUE,ALL
```

```
VSEL, s, volu, , 10,11
VATT, 1, , 1, ,
```

```
VSEL, s, volu, , 1,
VATT, 2, , 2, ,
```

```
VSEL,S,VOLU,,9,
```

```
VATT, 3, , 2, ,
VSEL,S,VOLU,,12,15
VATT, 3, , 2, ,
```

```
ALLSEL
NDIV=L/20
ESIZE,NDIV
MSHK,1
MSHA,0,3D
VSWEPP,All
```

```
!-----CONDICIONES DE -----
!-----CONTORNO Y CARGAS-----
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,UX,,,,,UY,UZ
```

```
NSEL,S,LOC,Y,h/2
NSEL,R,LOC,Z,0,L
CP,1,VOLT,ALL
*GET,NMID1,NODE,0,NUM,MIN
```

```
NSEL,S,LOC,Y,-h/2
NSEL,R,LOC,Z,0,L
CP,2,VOLT,ALL
*GET,NMID2,NODE,0,NUM,MIN
```

```
NSEL,S,LOC,Y,hpzt+h/2
NSEL,R,LOC,Z,0,L
CP,3,VOLT,ALL
*GET,NTOP,NODE,0,NUM,MIN
```

```
NSEL,S,LOC,Y,-hpzt-h/2
NSEL,R,LOC,Z,0,L
CP,4,VOLT,ALL
*GET,NBOT,NODE,0,NUM,MIN
```

```
ALLSEL
D,NMID1,VOLT,0
D,NMID2,VOLT,0
```

# REFERENCIAS

---

- [1] Shashank Priya & Daniel J. Inman . Energy Harvesting Technologies. Electromechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters for Persistent Base Motion. 2009
  
- [2] R.G. Ballas. Piezoelectric Multilayer Beam Bending Actuators. Static and Dynamic Behavior and Aspects of Sensor Integration. Piezoelectric Materials.2007
  
- [3] Swaminathan Gowthaman Gowri Shankar Chidambaram,Dilli Babu Govardhana Rao, Hemakumar Vyudhayagiri Subramya & Udhayagiri Chandrasekhar. A Review on Energy Harvesting Using 3D Printed Fabrics for Wearable Electronics. 2016.
  
- [4] A. Romero, P. Galvín Becerra & M. Solís. Apuntes para el Análisis de Estructuras. Universidad de Sevilla. Departamento de medios continuos. 2017
  
- [5] Chilson, L. The Difference Between ABS and PLA for 3D Printing, Available at: <http://www.protoparadigm.com/newsupdates/thedifferencebetweenabsandplafor3d-printing/>
  
- [6] J. Escapleras & A. Cuadras. Simulación de estructuras mecánicas para UAVs. Introducción al fenómeno piezoeléctrico. Proyecto Fin de Carrera.Universidad Politécnica de Cataluña. 2012.
  
- [7] P. Galvín, A. Romero, E. Moliner, M.D. Martínez-Rodrigo. Two FE models to analyse the dynamic response of short span simply-supported oblique High-Speed railway bridges: comparison and experimental validation. Engineering Structures. 2018.
  
- [8] ANSYS. (s.f.). ANSYS Help BEAM188, de ANSYS Help: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/enus/help/ans\\_elem/Hlp E BEAM 188.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/enus/help/ans_elem/Hlp E BEAM 188.html)
  
- [9] ANSYS. (s.f.). ANSYS Help MASS21. de ANSYS Help: [http://mechanika2.fs.cvut.cz/old/pme/examples/ansys55/html/elem\\_55/chapter4/ES 4-3.html](http://mechanika2.fs.cvut.cz/old/pme/examples/ansys55/html/elem_55/chapter4/ES 4-3.html) ANSYS. (s.f.).

- 
- [10] ANSYS Help SHELL181. Recuperado el 5 Abril de 2019, de ANSYS Help: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/ans\\_elem/Hlp E SHELL181.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/ans_elem/Hlp E SHELL181.html)
- [11] ANSYS Help SOLID5. Recuperado el 5 Abril de 2019, de ANSYS Help: [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/ans\\_elem/Hlp E SOLID5.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/enus/help/ans_elem/Hlp E SOLID5.html)
- [12] M.Vázquez rodríguez, F. J. Jiménez Martínez & J. de Frutos. Modelización de materiales piezoeléctricos como generadores de energía. Art. De Boletín de la Sociedad Española de Ceramica y Vidrio. 2011.
- [13] M. Vázquez rodríguez, F. J. Jiménez Martínez, J. de Frutos & D. Alonso. Optimización de piezoeléctricos comerciales para su uso en sistemas de *Energy Harvesting* Art. De Boletín de la Sociedad Española de Ceramica y Vidrio. 2015.
- [14] Steven R. Anton. Multifunctional Piezoelectric Energy Harvesting Concepts. Virginia Polytechnic Institute. 2011.
- [15] M. Gomez Acebal. Desarrollo de un modelo de elementos finitos para el aprovechamiento energético de las vibraciones ambientales. Trabajo de Fin de Grado. Escuela técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla. Ejemplo numérico. Viaducto Arroyo Bracea I. 2019.