

Proyecto Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio paramétrico del comportamiento estructural  
de puentes arco

Autor: Antonio Martín Velázquez

Tutor: Antonio Martínez De la Concha, José David Jiménez Ríos

**Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2019





Proyecto Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Estudio paramétrico del comportamiento estructural de puentes arco**

Autor:

Antonio Martín Velázquez

Tutor:

Antonio Martínez De la Concha

José David Jiménez Ríos

Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Proyecto Fin de Grado: Estudio paramétrico del comportamiento estructural de puentes arco

Autor: Antonio Martín Velázquez

Tutor: Antonio Martínez De la Concha, José David Jiménez Ríos

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A aquella persona que me vio  
empezar pero se le cerraron los  
ojos antes de que pudiera acabar.*

*A mi abuela Amparo.*





# Agradecimientos

---

Sería injusto no empezar agradeciendo a mi tutor y profesor, Antonio Martínez De la Concha, todo lo que ha hecho por mí durante estos meses de trabajo que hemos llevado a cabo juntos. No han sido pocas las tutorías ni las dudas que he tenido con él y tampoco han sido pocos los momentos en los que creía que este trabajo nunca vería la luz. Sin embargo, siempre he tenido su ayuda y apoyo en cada momento, con esa amabilidad y simpatía que tanto le caracteriza. Tengo claro que sin él nada de esto podría haber sido posible, por eso no me queda nada más que darle las gracias una y otra vez.

Por otra parte, no me gustaría cerrar la etapa como estudiante de este grado sin agradecer la labor de algunos profesores que han sabido, además de explicar y transmitir los conocimientos todo lo que mejor que han podido, animarnos en momentos de desesperación y conseguir que no perdimos el norte en momentos críticos. Por eso me gustaría agradecer en especial a Gabriel Cano y Juana Martínez todo lo que hicieron conmigo en esas tutorías tan intensas que tuvimos años atrás.

Indudablemente tengo que agradecer a mis padres y hermanos toda la paciencia que han tenido conmigo en estos años de estudio y, sin duda, todo el esfuerzo que han llevado a cabo por mí para que el día de mañana pueda decir que soy ingeniero gracias a ellos. Han sido momentos duros, sobre todos los primeros años, en los que me parecía que era imposible finalizar el grado. Sin embargo, siempre creyeron en mí y gracias a ellos hoy estoy aquí. Sin su apoyo no hubiera podido llegar tan lejos. Todo lo que les agradezca es poco, pues ellos me han dado siempre todo lo que he necesitado y cualquier cosa que yo les de me sabrá a poco. Espero que se sientan orgullosos de mí tanto como me siento yo de ellos.

Por último, me gustaría mencionar de forma general, pues son demasiados, a todos mis amigos, tanto los de mi infancia como los amigos que aquí en la escuela he hecho. Todos ellos han tenido que soportarme en esos momentos de agobios durante todos los cursos. Siempre supieron animarme y conseguir distraerme cuando más lo necesitaba.

Por todos y cada uno de los aquí mencionados va dedicado este trabajo, que aunque no sea una obra maestra, lleva consigo muchas horas de trabajo y mucho esfuerzo que en cierto modo refleja mi manera de hacer las cosas: *insistir, persistir, resistir y nunca desistir.*

*Antonio Martín Velázquez*

*Sevilla, 2019.*



# Resumen

---

La realización de este trabajo aquí presente centra su foco en un tipo muy concreto de estructura presente continuamente en nuestro día a día: el puente arco. En sus correspondientes estudios, tanto D. Javier Manterola en su libro **“Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción. Tomo II”**[1] como Antonio Domínguez en su Trabajo Fin de Grado **“Influencia de la relación entre rigideces de arco y tablero bajo cargas excéntricas y transversales en puentes arco”**[2] han analizado este tipo de estructuras. Ambos comparten un mismo principio o fundamento en sus análisis: el desprecio de la distorsión.

Es por tanto objetivo de este trabajo rebatir o más bien discutir la veracidad de esto último: analizar cuál o cuánto puede ser la influencia de la distorsión en este tipo de estructura.

Para poder tener en cuenta la distorsión, primeramente se diseñará un modelo del puente arco mediante el software **MIDAS CIVIL** [3] mediante elementos placas. Modelo el cual será corroborado mediante la comparación de sus resultados con los obtenidos por A. Domínguez, modelo también realizado con el mismo software, que a su vez estaban ya corroborando la similitud de éste con el modelo que tuvo en cuenta J. Manterola en su correspondiente estudio. Todos estos resultados serán tratados mediante el software **Microsoft Excel**[4] para generar las correspondientes gráficas y tablas.

A través de nuestro modelo de puente arco estudiaremos la influencia que tiene la distorsión en el comportamiento de este tipo de estructura en función de cómo de presente esté.

También se estudiará la influencia de la distorsión en el fenómeno de pandeo.

Para finalizar este estudio, al final se encuentran las conclusiones que han sido obtenidas o deducidas del mismo.



# Índice de Imágenes

---

Imagen 1. Puente del milenio de Londres	1
Imagen 2. Puente de Tacoma	2
Imagen 3. Efecto de la distorsión	3
Imagen 4 Vista en perspectiva del puente arco	5
Imagen 5 Sección del arco	6
Imagen 6 Vista en perspectiva del tablero	6
Imagen 7 Vista en perspectiva de las pilas de los estribos	7
Imagen 8 Vista frontal de una pila	8
Imagen 9 Vista frontal las cargas excéntricas	9
Imagen 10 Vista en perspectiva las cargas excéntricas	9
Imagen 11 Cargas de viento	10
Imagen 12 Desplazamientos transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)	12
Imagen 13 Desplazamientos transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)	12
Imagen 14 Desplazamientos transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)	12
Imagen 15 Momentos torsores correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)	13
Imagen 16 Momentos torsores correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)	13
Imagen 17 Momentos torsores correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)	13
Imagen 18 Cortantes transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)	14
Imagen 19 Cortantes transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)	14
Imagen 20 Cortantes transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)	14
Imagen 21 Fletores transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)	15
Imagen 22 Fletores transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)	15
Imagen 23 Fletores transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)	15
Imagen 24 Desplazamientos transversales correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)	16
Imagen 25 Desplazamientos transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)	16
Imagen 26 Desplazamientos transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)	16
Imagen 27 Momentos torsores correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)	17
Imagen 28 Momentos torsores correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)	17
Imagen 29 Momentos torsores correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)	17

Imagen 30 Cortantes transversales correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)	18
Imagen 31 Cortantes transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)	18
Imagen 32 Cortantes transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)	18
Imagen 33 Flectores transversales correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)	19
Imagen 34 Flectores transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)	19
Imagen 35 Flectores transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)	19
Imagen 36 Sección unión arco-pila	22
Imagen 37 Efecto provocado por la excentricidad de la carga	23
Imagen 38 Comparación de los desplazamientos frente a carga excéntrica y a carga transversal	24
Imagen 39 Comparación de las deformaciones de la clave del arco frente a carga excéntrica y a carga transversal	25
Imagen 40 Comparación de los cortantes transversales en el modelo de barras y en el modelo de placas	26
Imagen 41 Deformada de una sección cualquiera del arco en el caso de cargas excéntricas	28
Imagen 42 Interior del arco con diafragmas	28
Imagen 43 Deformada de una sección cualquiera del arco con diafragmas en el caso de carga excéntrica	29
Imagen 44 Interior del arco enteramente hueco	30
Imagen 45 Deformada de una sección cualquiera del arco hueco en el caso de carga excéntrica, con coeficientes de mayoración de 1, 5 y 20	31
Imagen 46 Comparativa de los desplazamientos transversales con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión	32
Imagen 47 Comparativa de los momentos torsores con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión	32
Imagen 48 Comparativa de los cortantes transversales con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión	33
Imagen 49 Comparativa de los flectores transversales con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión	33
Imagen 50 Comparativa de los desplazamientos transversales con cargas transversales según la restricción a la distorsión	34
Imagen 51 Comparativa de los momentos torsores con cargas transversales según la restricción a la distorsión	34
Imagen 52 Comparativa de los cortantes transversales con cargas transversales según la restricción a la distorsión	35
Imagen 53 Comparativa de los flectores transversales con cargas transversales según la restricción a la distorsión	35
Imagen 54 Deformada de la sección del puente en la clave, primer modelo con arco hueco	39
Imagen 55 Deformada de la sección del puente en la clave, segundo modelo con arco con diafragmas	39

Imagen 56 Deformada de la sección del puente en la clave, tercer modelo con arco rígido	39
Imagen 57 Sección correspondiente a los 60m del segundo y tercer modelo	40
Imagen 58 Sección correspondiente a los 60m del primer modelo donde el arco es hueco	40
Imagen 59 Sección deformada correspondiente a los 60m del tablero en el modelo de arco hueco	41
Imagen 60 Sección correspondiente a los 60m del tablero en el modelo de arco hueco	41
Imagen 61 Sección correspondiente a los 65m del tablero en el modelo de arco hueco	42
Imagen 62 Comparativa de los torsos totales en el caso de carga transversal	43
Imagen 63 Comparativa de los aumentos/disminuciones de los esfuerzos y desplazamientos conforme aumente la distorsión en el caso de carga excéntrica	45
Imagen 64 Momentos torsos debidos al par de fuerzas en el caso de carga excéntrica	46
Imagen 65 Momentos torsos totales en el caso de carga excéntrica	46
Imagen 66 Momentos torsos del modelo de arco hueco en el caso de carga excéntrica	47
Imagen 67 Momentos torsos del modelo con diafragmas en el caso de carga excéntrica	47
Imagen 68 Momentos torsos del modelo con arco rígido en el caso de carga excéntrica	48
Imagen 69 Porcentaje de la contribución al torsor total en el arranque del arco en el caso de carga excéntrica	48
Imagen 70 Porcentaje que reduce el torsor del par de fuerzas al torsor total en los puntos donde el torsor del par de fuerzas es mínimo en el caso de carga excéntrica	49
Imagen 71 Comparativa de los aumentos/disminuciones de los esfuerzos y desplazamientos conforme aumente la distorsión en el caso de carga transversal	50
Imagen 72 Momentos torsos debidos al par de fuerzas en el caso de carga transversal	50
Imagen 73 Momentos torsos totales en el caso de carga transversal	51
Imagen 74 Momentos torsos del modelo con arco hueco en el caso de carga transversal	51
Imagen 75 Momentos torsos del modelo con arco con diafragmas en el caso de carga transversal	52
Imagen 76 Momentos torsos del modelo con arco rígido en el caso de carga transversal	52
Imagen 77 Porcentaje de contribución al torsor total en el arranque el caso de carga transversal	53
Imagen 78 Modos de pandeo en soporte biarticulado	55
Imagen 79 Primer modo de pandeo del modelo de barras	57
Imagen 80 Segundo modo de pandeo del modelo de barras	57
Imagen 81 Tercer modo de pandeo del modelo de barras	58
Imagen 82 Quinto modo de pandeo del modelo de barras	58
Imagen 83 Vista en planta del quinto modo de pandeo del modelo de barras	59
Imagen 84 Primer modo de pandeo del modelo de arco rígido	61
Imagen 85 Segundo modo de pandeo del modelo de arco rígido	62
Imagen 86 Tercer modo de pandeo del modelo de arco rígido	62
Imagen 87 Primer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas	63
Imagen 88 Segundo modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas	63

Imagen 89 Tercer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas	64
Imagen 90 Primer modo de pandeo del modelo de arco hueco	64
Imagen 91 Segundo modo de pandeo del modelo de arco hueco	65
Imagen 92 Tercer modo de pandeo del modelo de arco hueco	65
Imagen 93 Primer modo de pandeo del arco en el modelo de arco rígido	66
Imagen 94 Segundo modo de pandeo del arco en el modelo de arco rígido	67
Imagen 95 Tercer modo de pandeo del arco en el modelo de arco rígido	67
Imagen 96 Primer modo de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas	68
Imagen 97 Segundo modo de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas	68
Imagen 98 Tercer modo de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas	69
Imagen 99 Primer modo de pandeo del arco en el modelo de arco hueco	69
Imagen 100 Segundo modo de pandeo del arco en el modelo de arco hueco	70
Imagen 101 Tercer modo de pandeo del arco en el modelo de arco hueco	70
Imagen 102 Pila modificada	75
Imagen 103 Primer modo de pandeo del modelo de arco rígido con pilares modificados	76
Imagen 104 Segundo modo de pandeo del modelo de arco rígido con pilares modificados	76
Imagen 105 Tercer modo de pandeo del modelo de arco rígido con pilares modificados	76
Imagen 106 Primer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas con pilares modificados	77
Imagen 107 Segundo modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas con pilares modificados	77
Imagen 108 Tercer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas con pilares modificados	77
Imagen 109 Primer modo de pandeo del modelo de arco hueco con pilares modificados	78
Imagen 110 Segundo modo de pandeo del modelo de arco hueco con pilares modificados	78
Imagen 111 Tercer modo de pandeo del modelo de arco hueco con pilares modificados	78



# Índice de Tablas

---

Tabla 1 Composición del torsor total del arco hueco en el punto donde torsor de par de fuerzas es mínimo en el caso de carga transversal	53
Tabla 2 Composición del torsor total del arco con diafragmas en el punto donde torsor de par de fuerzas es mínimo en el caso de carga transversal	54
Tabla 3 Composición del torsor total del arco rígido en el punto donde torsor de par de fuerzas es mínimo en el caso de carga transversal	54
Tabla 4 Modos de pandeo y valores del factor de pandeo del modelo de barras	60
Tabla 5 Comparativa del primer modo de pandeo del arco en los modelos de placas	72
Tabla 6 Comparativa del segundo modo de pandeo del arco en los modelos de placas	73
Tabla 7 Comparativa del tercer modo de pandeo del arco en los modelos de placas	74
Tabla 8 Comparativa del primer modo de pandeo del arco en los modelos de placas con pilares modificados	79
Tabla 9 Comparativa del segundo modo de pandeo del arco en los modelos de placas con pilares modificados	80
Tabla 10 Comparativa del tercer modo de pandeo del arco en los modelos de placas con pilares modificados	81



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Índice de Imágenes</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xvii</b>
<b>Índice</b>	<b>xix</b>
<b>1 Introducción y Objeto</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Objeto</i>	3
<b>2 Descripción del modelo</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Geometría</i>	5
2.1.1 Modelización de la estructura	5
2.1.2 Secciones transversales	7
2.2 <i>Materiales</i>	8
2.3 <i>Apoyos y condiciones de contorno</i>	8
2.4 <i>Cargas</i>	9
<b>3 Validación del modelo</b>	<b>11</b>
3.1 <i>Resultados</i>	11
3.2 <i>Descripción de los resultados</i>	20
3.3 <i>Análisis de los resultados</i>	22
<b>4 Influencia de la distorsión</b>	<b>27</b>
4.1 <i>Modelos</i>	27
4.1.1 Modelo con distorsión restringida total (Arco rígido)	27
4.1.2 Modelo con distorsión restringida parcialmente (Arco con diafragmas)	28
4.1.3 Modelo con distorsión sin restringir (Arco hueco)	30
4.2 <i>Resultados</i>	32
4.2.1 Carga excéntrica	32
4.2.2 Carga transversal	34
4.3 <i>Descripción de los resultados</i>	36
4.3.1 Carga excéntrica	36
4.3.2 Carga transversal	37
4.4 <i>Análisis de los resultados</i>	38
4.4.1 Carga excéntrica	38
4.4.2 Carga transversal	43
4.5 <i>Otros resultados y comparativas</i>	44
4.5.1 Carga excéntrica	44
4.5.2 Carga transversal	49
<b>5 Influencia de la distorsión en los modos de pandeo</b>	<b>55</b>

5.1	<i>Cargas</i>	56
5.2	<i>Pandeo en el modelo de barras</i>	56
5.3	<i>Pandeo en el modelo de barras</i>	61
5.3.1	Modelo de arco rígido	61
5.3.2	Modelo de arcos con diafragmas	63
5.3.3	Modelo de arco hueco	64
5.3.4	Análisis de los modos de pandeo con la distorsión	66
5.3.5	Comparación de los modos de pandeo del arco en los distintos modelos de placas	72
5.4	<i>Pandeo en el modelo de placas modificadas</i>	75
5.4.1	Modelo de arco rígido	76
5.4.2	Modelo de arcos con diafragmas	77
5.4.3	Modelo de arco hueco	78
5.4.4	Comparación de los modos de pandeo en los distintos modelos de placas con pilas modificadas	79
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>83</b>
	<b>REFERENCIAS</b>	<b>85</b>

# 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETO

---

**A** lo largo de toda la historia de la ingeniería y la arquitectura, y en definitiva, con todo lo relacionado con los cálculos de estructuras, se han supuesto hipótesis o simplificaciones en estos que, desastrosamente, algunas veces han acabado en errores graves y otras tantas veces en errores fácilmente solucionables por el hecho de no tener en cuenta ciertos fenómenos o simplemente por el desconocimiento de estos.

Algunas veces estos errores se han producido por el simple desconocimiento del fenómeno en sí, como puede ser el caso del puente del Milenio en Londres, puente peatonal inaugurado en junio del 2000. Dicho puente de 350m de largo se tambaleaba de forma alarmante cuando los peatones caminaban sobre él. Dicho tambaleo se producía por no haber tenido en cuenta en los cálculos el efecto de las “pisadas sincronizadas”: a medida que el puente rebota o se balancea la gente ajusta sus pasos al ritmo de los movimientos del puente, magnificándolos sin darse cuenta. Los diseñadores solo tuvieron en cuenta el efecto de los pasos sincronizados de arriba abajo, pero no el efecto de lado a lado. Este error, sin embargo, fue solucionado con la instalación de amortiguadores para reducir el balanceo (*10 Grandes errores de Cálculo de la ciencia y la ingeniería*. BBC Mayo 2014) [5].



Imagen 1 Puente del milenio de Londres.

Otro clásico ejemplo del desconocimiento de los efectos a los que puede estar sometido un puente es el del puente de Tacoma. Este puente fue el primero construido con una serie de vigas de placa como soporte de carreteras y además fue el primer puente de su tipo sostenido por suspensión del cable. Este puente colapsó por el “aleteo aeroelástico”. Dicho puente, debido a su gran longitud de 1810 metros de largo, en ciertas condiciones de viento se combaba y balanceaba peligrosamente. De hecho, el día del colapso, el puente experimentó vientos de aproximadamente 70km/h (*10 errores de diseño y cálculo que pueden pasar a la historia*. El Buscador de Arquitectura [6]).



Imagen 2 Puente de Tacoma.

Vistos estos casos, nos cabe la siguiente duda: ¿podría pasar algo parecido en un puente arco si despreciamos la distorsión? Pues bien, en este estudio no se responderá a esta pregunta porque además de la distorsión seguro que puede haber más aspectos a tener en cuenta en este tipo de estructuras que puedan dar fallos o errores del mismo estilo de los anteriores. Sin embargo, sí podremos responder a la pregunta: ¿cuánto influye el fenómeno de la distorsión en un puente arco? Ya que, una vez sepamos cuánto influye o no, podrá ser juzgado, o no, como un fenómeno capaz de conducir a errores en el cálculo y diseño del mismo calibre que los anteriores mencionados.

Antes de todo, debería ser importante la respuesta a la pregunta: ¿qué es la distorsión? Pues bien, el fenómeno de la distorsión, según D.J. Manterola, consiste en la deformación dentro del plano de la sección transversal como consecuencia de la torsión. Este fenómeno será más relevante cuando las secciones sean más flexibles.

Para una mejor comprensión de este fenómeno podría definirse una estructura cualquiera sometida a un conjunto de cargas cualquiera, en la que aparece torsión. Si en la estructura la distorsión apareciera, obtendríamos muestras como las siguientes:

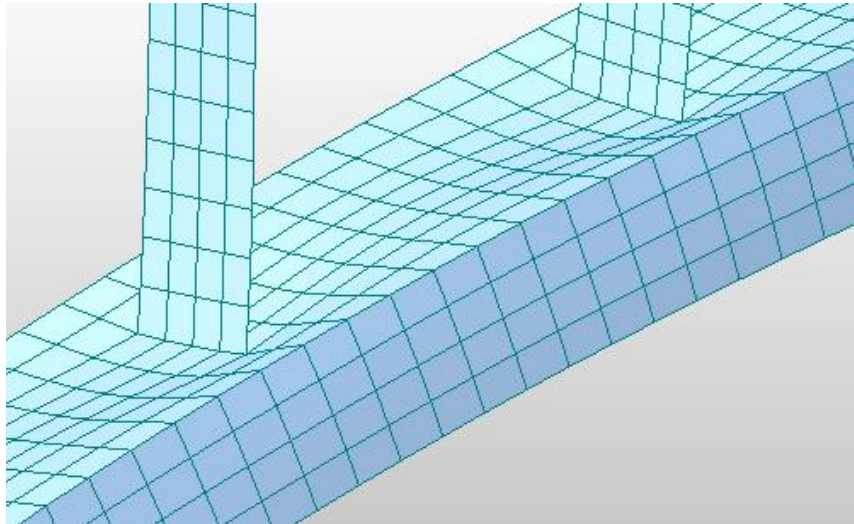


Imagen 3 Efecto de la distorsión.

Una vez comprendida qué es la distorsión y cómo es fácilmente apreciable visiblemente, pasaremos al siguiente apartado en el que describiremos en líneas generales cuál será el objeto del estudio y cómo iremos desarrollando el mismo.

## 1.1 Objeto

La primera piedra que deberá asentar las bases de este estudio consistirá en la creación de un modelo que pueda tener en cuenta la distorsión.

Debido a la hipótesis de despreciar la distorsión en el arco, A. Domínguez diseñó un modelo de puente arco con elementos barras, las cuales no ofrecen la posibilidad de deformarse internamente. Por tanto, deberemos crear un modelo de puente, mediante nuestro software MIDAS CIVIL, al igual que usó en su correspondiente trabajo A. Domínguez, pero utilizando otro tipo de elementos que permitan a la estructura considerar el fenómeno de la distorsión. Para ello, crearemos un puente arco mediante elementos placas.

Una vez creado nuestro modelo de puente arco con elementos placas, consideraremos el caso en el que la distorsión en el arco no está permitida para así poder comparar los resultados con los obtenidos previamente tanto por J. Manterola como por A. Domínguez, los cuales supusieron la misma hipótesis: despreciar la distorsión en el arco. De esta forma se podrá verificar la validez del modelo de nuestro puente mediante este tipo de elementos.

Una vez corroborada la validez de nuestro modelo, crearemos otros 2 modelos más en el que la distorsión esté cada vez más presente, de forma que podamos analizar el comportamiento de la estructura a medida que el fenómeno de la distorsión está cada vez más presente. Se compararán dichos resultados y se analizará el porqué de estos.

Tanto la corroboración con los modelos ya realizados como la influencia de la distorsión en el comportamiento de la estructura se harán en 2 casos bien diferenciados: primero, sometidos a una carga excéntrica y, seguidamente, en el caso de una carga transversal que simula la acción del viento.

Además, se estudiará también la influencia que tiene la distorsión en el fenómeno de pandeo frente a determinadas cargas de sobre peso y carga muerta. Y, sobre todo, se analizará cómo influye la distorsión en sus modos de pandeo. Para ello se compararán ciertos modos de pandeo y el valor de las cargas que lleva a ellos en función de cómo de presente esté la distorsión.





## 2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

---

**E**n todo este apartado nos centraremos en describir y explicar el modelo del puente arco sobre el cual realizaremos nuestro estudio.

Antes de empezar con la descripción, deberemos indicar que el puente sobre el cual nuestro estudio estará basado es el mismo que el que reprodujo A. Domínguez en su trabajo (Influencia de la relación entre rigideces de arco y tablero bajo cargas excéntricas y transversales en puentes arco [pp. 22-27]), que a su vez es el mismo que intuyó, y demostró, que usó J. Manterola en su correspondiente estudio (Puentes II: Apuntes para su diseño y construcción [1, pp. 960-962]).

Tanto el modelo de A. Domínguez como el que aquí se desarrolla han sido realizado utilizando el método de los elementos finitos a través del software **MIDAS CIVIL**.

Dicho esto, pasaremos a la descripción detallada de nuestro puente.

### 2.1 Geometría

#### 2.1.1 Modelización de la estructura

La modelización de la estructura del puente corresponde a la estructura más simple y general de un puente arco. Este puente está compuesto por un tablero, un arco y una serie de pilares a lo largo y más allá del arco que configuran una estructura de puente como la que se puede apreciar en la imagen.

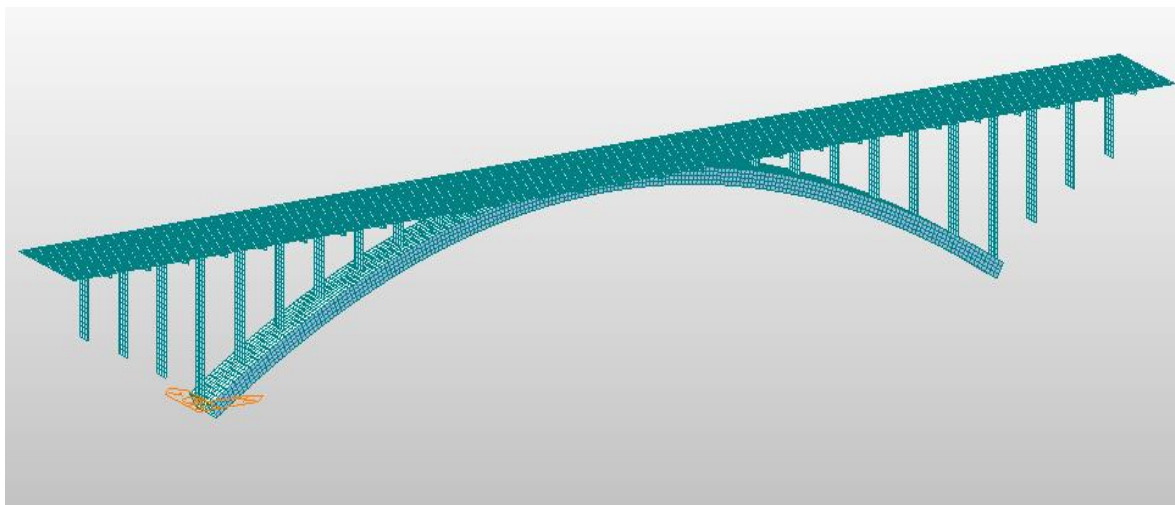


Imagen 4 Vista en perspectiva del puente arco.

Este puente es el mismo, estructuralmente, que el que fue diseñado por A. Domínguez en su estudio, el cual, mediante la utilización de elementos barras demostró que fue el mismo que supuso J. Manterola para su estudio. Es decir, ambos utilizaron elementos barras para realiza los cálculos sobre éste. Sin embargo, la finalidad de este estudio consiste en realizar ciertas medidas de esfuerzos, desplazamientos y demás parafernalia que más adelante será explicada, de este puente utilizando elementos placas. Por tanto, una vez explicada la diferencia entre los modelos que se han diseñado (elementos barra y elementos placas), podemos seguir desarrollando la modelización del puente.

El arco del puente consta de una longitud de 100 metros, contando con una flecha, es decir, con una altura desde la base hasta la clave, de 15 metros. Por tanto está constituido con una relación fleca-luz de 6.6, que supone un valor bastante típico en los puentes de este tipo. Para la realización del arco, se ha discretizado la sección del arco en 24 puntos (nodos) y prolongada cada 0.5 metros hasta llegar a los 100 metros de los que consta. Es decir, está compuesto por 4824 elementos placa.

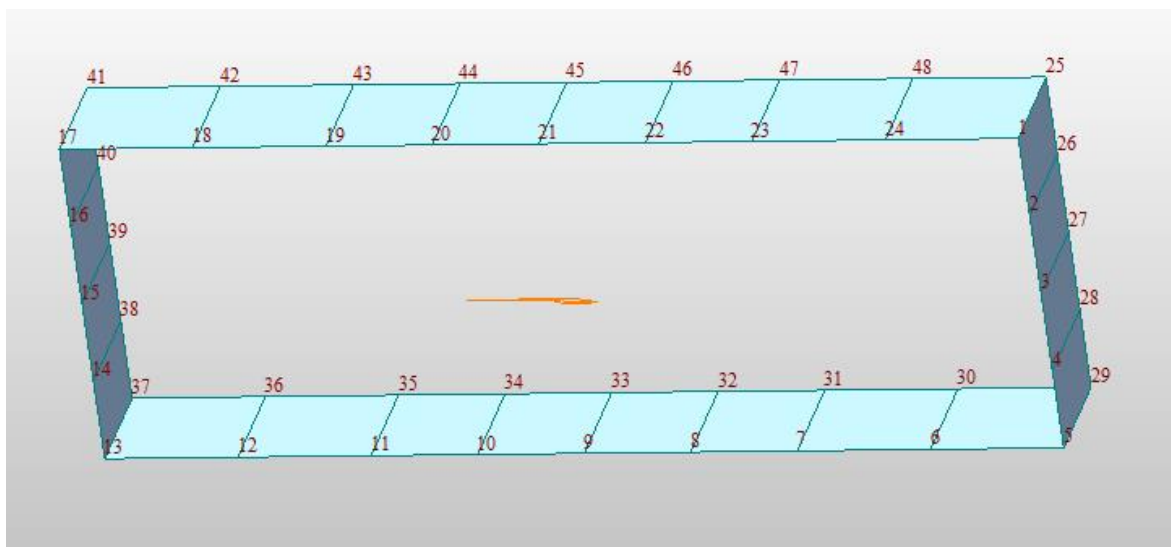


Imagen 5 Sección del arco.

El tablero, por su parte, tiene una longitud de 140 metros, 100 de los cuales corresponden a la longitud del arco y 20 a cada lado de cada arranque, desde los mismos arranques del arco hasta alcanzar los estribos del propio tablero. Este tablero está formado por placas de 0.5x0.5 metros, siendo todas iguales en los 140 metros que tiene de longitud el tablero. En total está constituido por 6720 elementos placa.

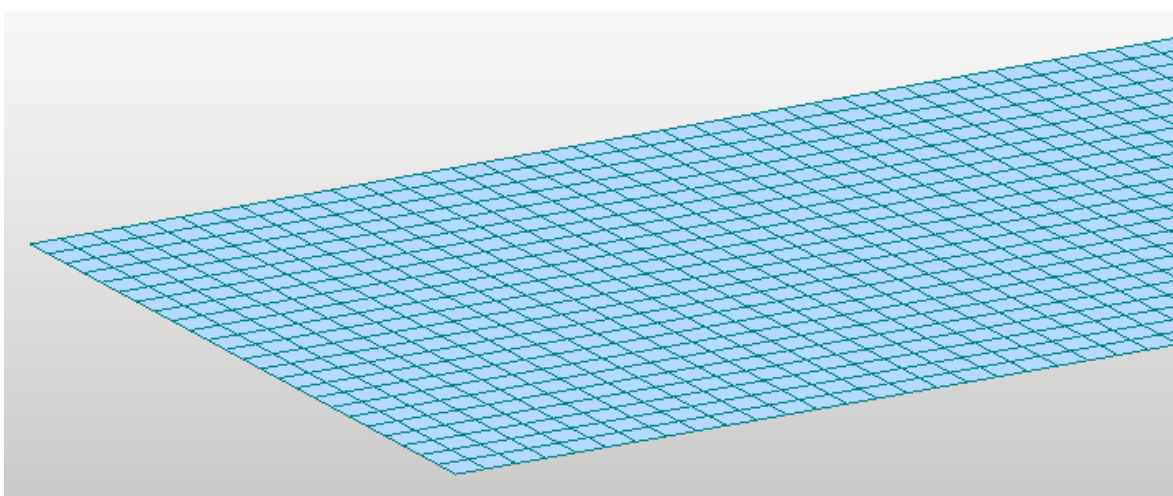


Imagen 6 Vista en perspectiva del tablero.

Por último, el puente está constituido por 21 pilares de unión arco-tablero, todos ellos dispuestos cada 5 metros, además de 3 pilares más a cada lado empotrados en el terreno. Lo que conlleva un total de 27 pilares de altura variable conforme se acercan a la clave del arco o a los estribos del tablero. Estos pilares tendrán un ancho de 2 metros, por lo que serán discretizados en 4 hiladas de elementos placas, además, como ya se ha dicho, los pilares tendrán altura variable, y por tanto, las dimensiones de las placas también serán variables. No obstante, en su mayoría estarán formados por placas de 0.5x0.5 metros. Todo esto sin contar el remate superior que se comentará seguidamente.

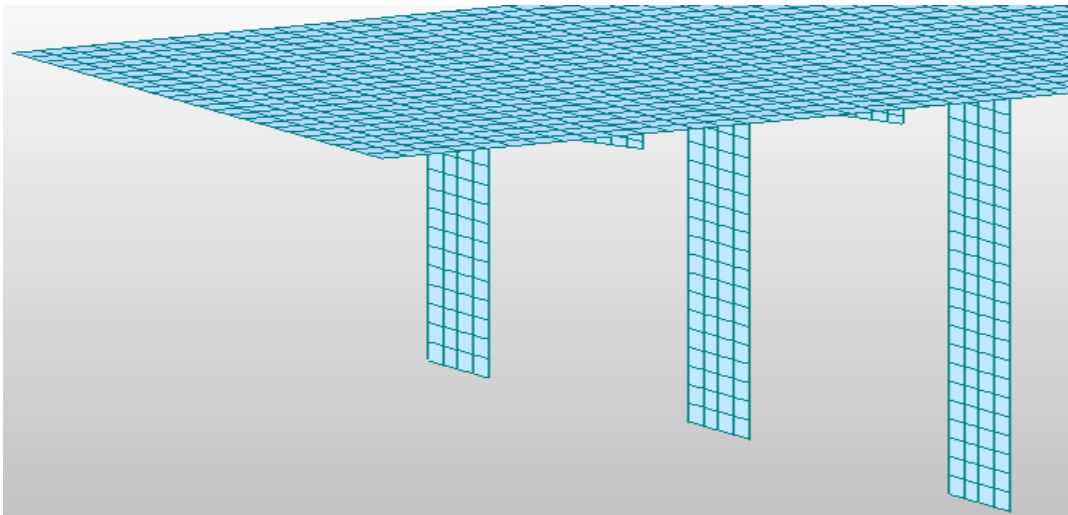


Imagen 7 Vista en perspectiva de las pilas de los estribos.

### 2.1.2 Secciones transversales

J. Manterola no llegó a detallar las medidas de las secciones de los elementos que forman el puente. Sin embargo, A. Domínguez consiguió averiguarlos mediante distintos modelos de puentes, probando, hasta llegar a unos resultados que coincidieran en gran medida en ambos modelos. Por lo tanto, las medidas que usaremos para detallar las secciones serán las mismas que usó y detalló A. Domínguez en su estudio:

- El tablero estará compuesto, en su conjunto, por una sección rectangular de 12 metros de ancho y 0.4 metros de espesor.
- El arco está configurado por una sección rectangular hueca, de 4.5 metros de ancho por 1.6 metros de altura. El espesor de las paredes será de 0.2 metros.
- De las pilas debemos empezar indicando que tendrán un espesor de 0.2 metros, al igual que el arco. Lo que sería su sección transversal iría variando desde los 2 metros en el arco, hasta los 12 metros que tiene en la unión con el tablero. A. Domínguez modeló estos pilares con barras rectas de 2 metros de ancho por 0.2 de espesor en todo el recorrido de la pila. Sin embargo, debido a la facilidad de los elementos placas de poder modificar la parte superior de las pilas, se le ha introducido un remate en la cabeza de los pilares con el tablero, al igual que el que consideró J. Manterola en su modelo. Estos remates tendrán, en sus extremos 0.4 metros de profundidad (manteniendo el mismo espesor de 0.2 metros que tienen todas las pilas), compuesto por 2 hiladas, a cada lado, de elementos placa, que irán desde el extremo del tablero, hasta los laterales de la pila. La forma de la pila se puede apreciar en la siguiente imagen:

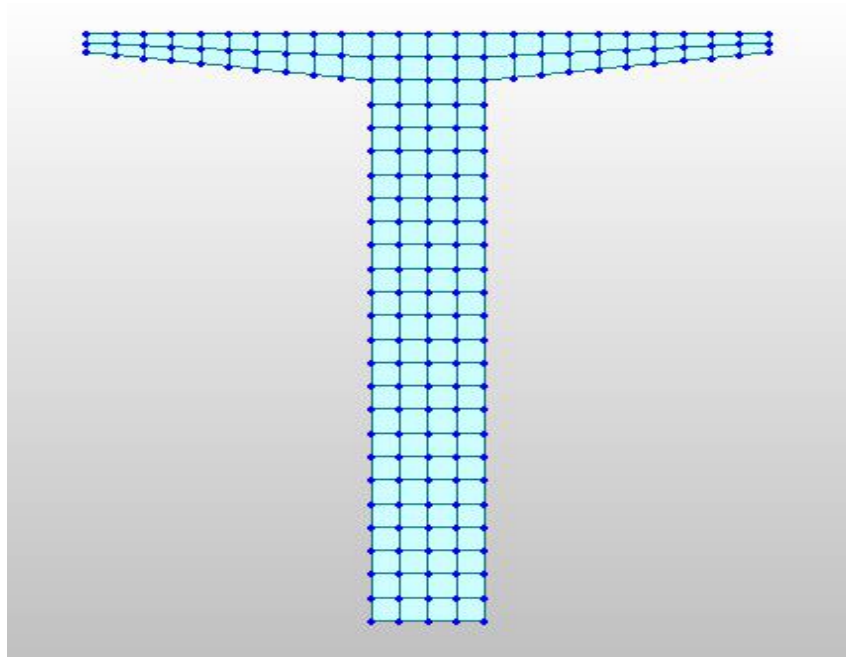


Imagen 8 Vista frontal de una pila.

## 2.2 Materiales

Al igual que A. Domínguez supuso, pues J. Manterola no detalló las características del hormigón usado en su estudio, se supone el uso de un hormigón con un módulo de elasticidad de  $3.2836 \times 10^7$  kN/m<sup>2</sup>, un módulo de Poisson de 0.2 y una densidad de 25Kn/m<sup>3</sup>.

## 2.3 Apoyos y condiciones de contorno

A. Domínguez probó distintas condiciones de contorno hasta llegar a encontrar una que reprodujera los resultados que J. Manterola muestra en su estudio, por lo que esas son las condiciones de contorno que se imagina que utilizó. Por tanto, en este estudio se supondrán exactamente las mismas condiciones de contorno que las que se usaron para modelar el puente arco con elementos barra.

La unión que constituyen arco y terreno es biempotrada. Los pilares que aparecen entre el inicio/fin de los arcos y los estribos tienen una condición de contorno de empotramiento.

La condición de contorno en los estribos está dada por la permisibilidad del desplazamiento longitudinal, así como su giro transversal. Quedando todo lo demás restringido.

Los pilares presentes entre arco y tablero también estarán empotrados, introduciendo, por tanto, la condición de contorno solo en los pilares extremos, condición que además ya está introducida porque los nodos de esos pilares coinciden con los nodos de las secciones extremas del arco.

## 2.4 Cargas

Se distinguirán dos casos distintos de cargas:

- Cargas excéntricas, compuesta por una sobrecarga en una mitad transversal del tablero en todo el largo de éste. Su valor total será de  $23.5\text{Kn/m}$  (lo equivalente de  $400\text{kg/m}^2$ ). Para introducir esta carga en nuestro modelo de placas, se aplicará sobre cada nodo, ya que entre ellos existe una distancia de  $0.5\text{m}$ , una carga de presión de  $3.92\text{ kN/m}^2$ , lo que supone, en los  $6\text{ metros}$  de esa mitad de tablero, el valor total antes indicado. Además de este valor, será necesario sumar el valor de la carga correspondiente al peso propio de la losa, que actúa en toda la sección transversal del tablero, con un valor de  $11.8\text{kN/m}$  ( $100\text{kg/m}^2$ ), para ello, al igual que en el caso anterior, pondremos, en este caso sobre todos los nodos de la tabla que constituyen  $12\text{ metros}$ , una carga de presión de valor de  $0.9892\text{ kN/m}^2$ .

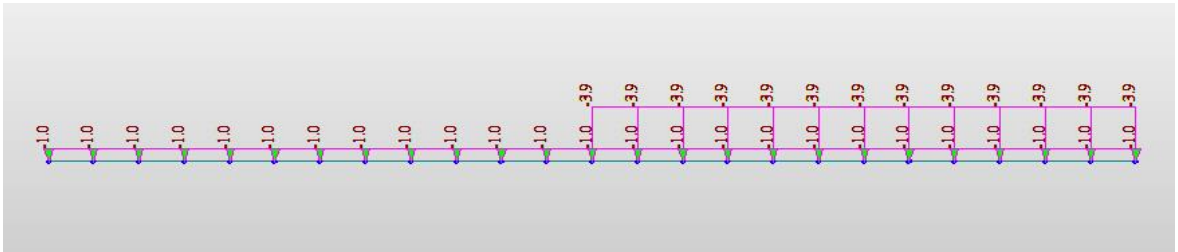


Imagen 9 Vista frontal las cargas excéntricas.

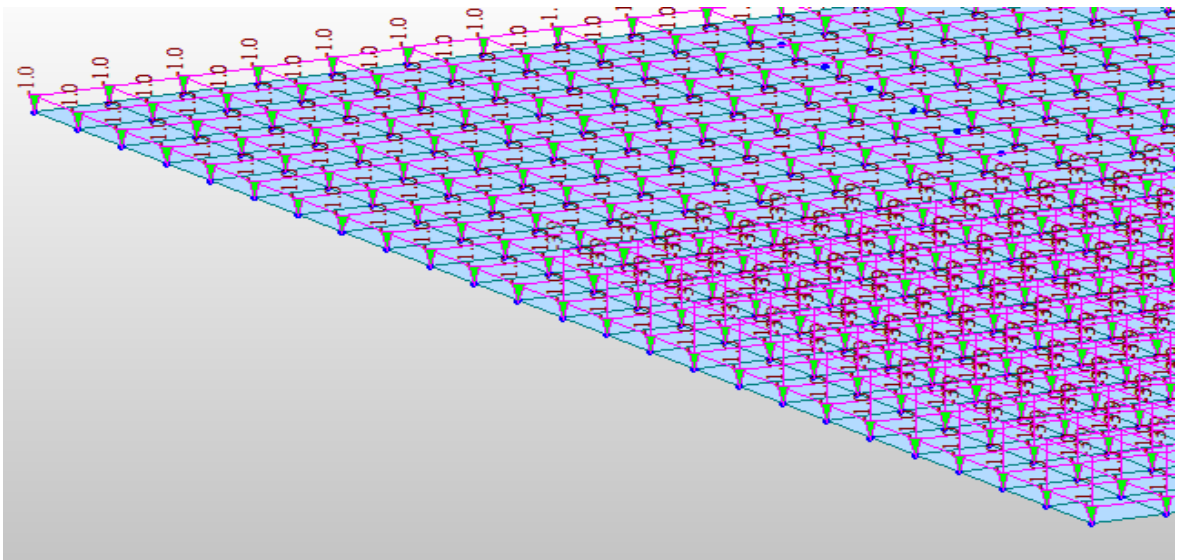


Imagen 10 Vista en perspectiva las cargas excéntricas.

- Carga transversal o de viento, que actúa tanto en el lateral del tablero y del arco, está constituida por un valor de  $0.98\text{kN/m}$ . Para estas cargas, pondremos, otra vez cargas de presión con valores de  $0.08\text{kN/m}^2$  a lo largo de los 12 metros del tablero en la dirección horizontal del viento, y de  $0.6\text{kN/m}^2$  en cada uno de los nodos del lateral del arco, de forma que con sus  $1.6\text{m}$  de altura, se alcance la carga mencionada.

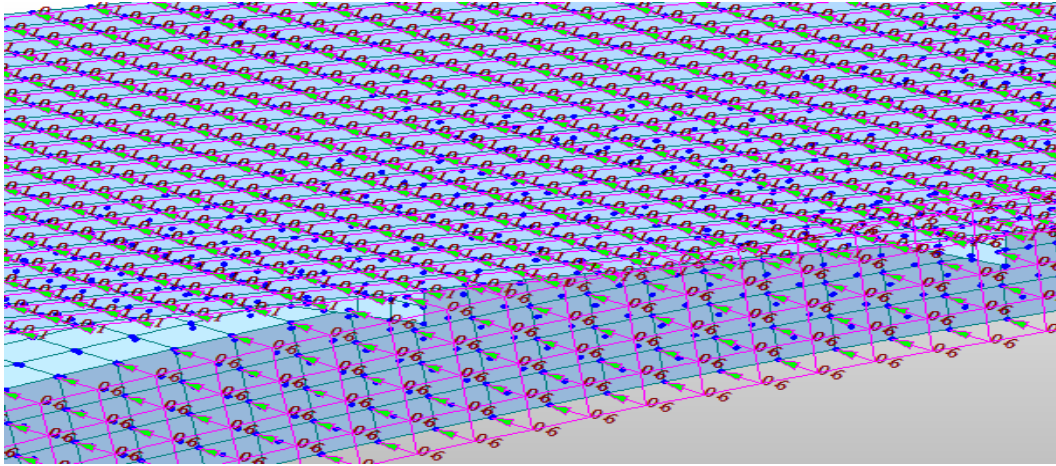


Imagen 11 Cargas de viento.

# 3 VALIDACIÓN DEL MODELO

---

Una vez descrito todo el modelaje del puente de nuestro estudio, se intentará verificar la validez de éste comparándolo tanto con los resultados de los modelos de J. Manterola como con los de A. Domínguez para, posteriormente, poder realizar los estudios de la influencia de la distorsión sabiendo que estamos usando un modelo adecuado.

## 3.1 Resultados

En este trabajo se han considerado distintos tipos de arco, en los cuales la distorsión estaba más o menos permitida, según el modelo que se tratase. Sin embargo, para comparar, o más bien, para verificar que el modelo del puente con el que desarrollaremos este trabajo es correcto y coincide con el usado tanto por J. Manterola como por A. Domínguez, deberemos centrarnos en una propiedad común a estos dos: la distorsión no está permitida en ninguno de los dos casos, ya sea por despreciarla o directamente por no ser posible por el elemento de modelaje. Es decir, primeramente J. Manterola en su estudio considera que la distorsión no es tenida en cuenta, declarando que ésta puede ser despreciable debido a la rigidización transversal del cajón provocada por la presencia de muchas vigas riostras. Por su parte, A. Domínguez, considerando válida la hipótesis de J. Manterola, modela el arco, y el puente en general, con elementos barras, los cuales no tienen permitida la posibilidad de deformarse, y por tanto, también tienen restringida la distorsión en el modelo de puente que él desarrolla en su correspondiente trabajo.

Por todo esto, si queremos comprobar primeramente que el modelo que en este trabajo se va a usar es válido, deberíamos compararlo con los dos modelos previamente mencionados usando un modelo en el que la distorsión en el arco no esté permitida.

Para ello, en el modelo de placas en el que hemos modelado el puente arco considerado por ambos estudios, introduciremos la propiedad en cada sección del arco en la que ésta no pueda deformarse, es decir, introduciremos una propiedad en cada sección dotándola de un “*Rigid link*”, mediante el cual cada sección se comporta como si fuera indeformable. De esta forma el arco se comportará enteramente como un sólido rígido y no podrá deformarse, lo que equivale a decir que no estará permitida distorsión alguna en él.

Una vez comentado el modelo de puente que usaremos para validar, pasaremos a mostrar los resultados y compararlos doblemente tanto con los resultados calculados por J. Manterola, como con los de A. Domínguez.

Seguidamente a esta visualización de resultados, realizaremos una descripción de estos en los que se comentarán las diferencias apreciables en ambos modelos. Y finalmente concluiremos la validación del modelo mediante un análisis de resultados en los que intentaremos darles una explicación a las diferencias apreciadas en el modelo de este trabajo con respecto a los otros dos.

## Carga excéntrica

- Desplazamientos transversales:

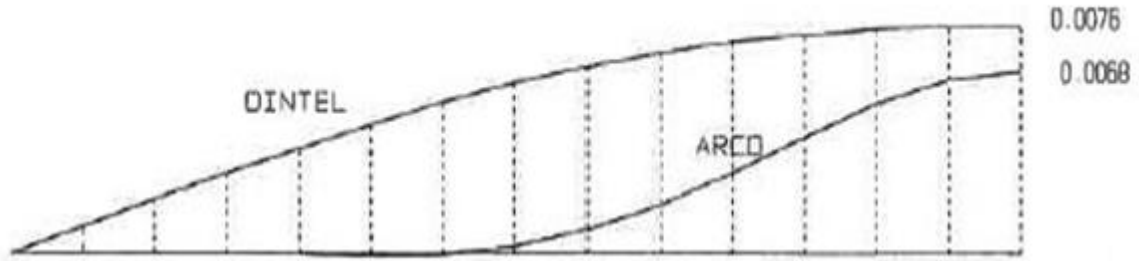


Imagen 12 Desplazamientos transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)

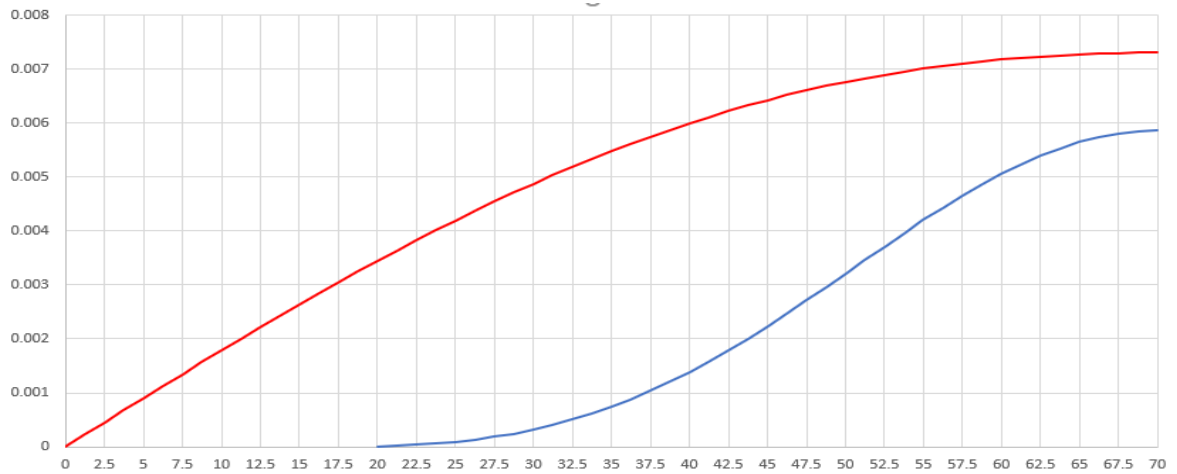


Imagen 13 Desplazamientos transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)

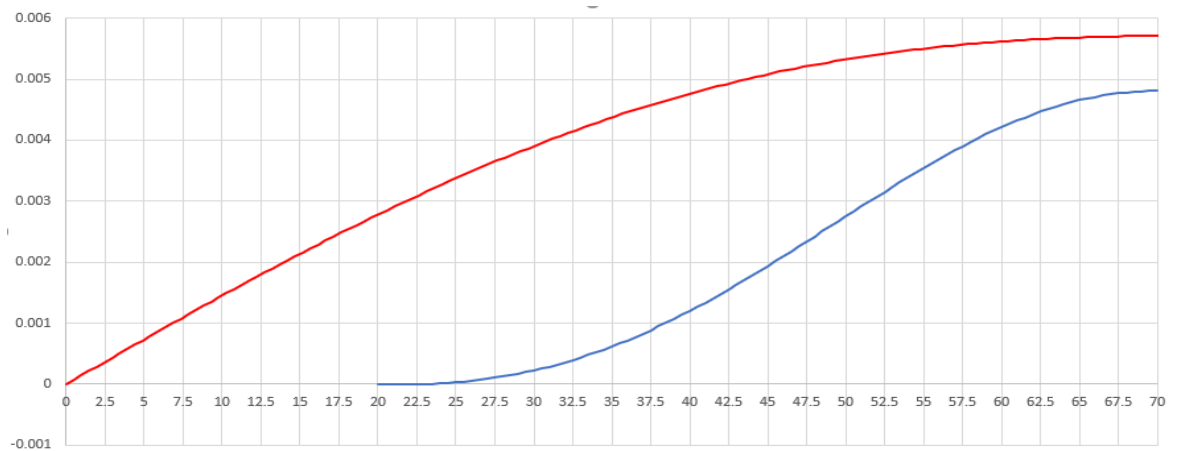


Imagen 14 Desplazamientos transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)



- Momentos torsores:

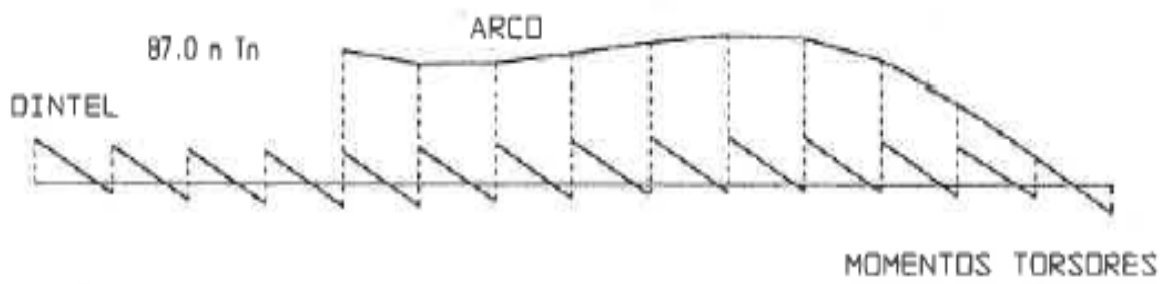


Imagen 15 Momentos torsores correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)

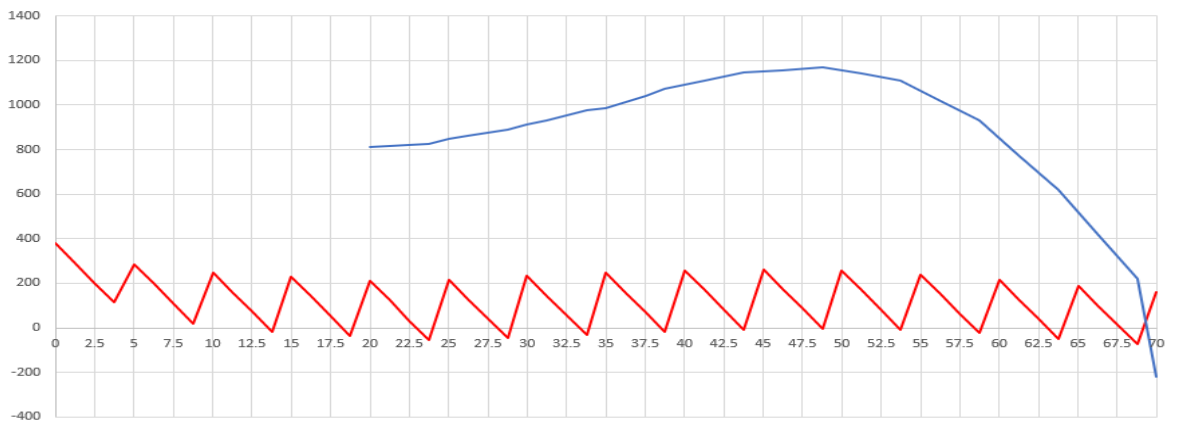


Imagen 16 Momentos torsores correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Dominguez)

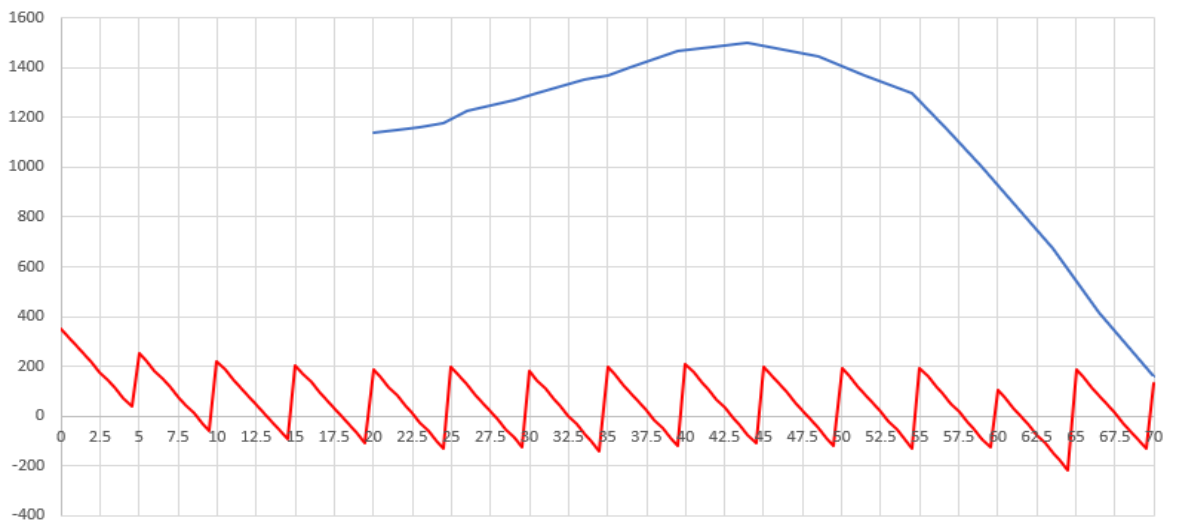


Imagen 17 Momentos torsores correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)

- Cortantes transversales:

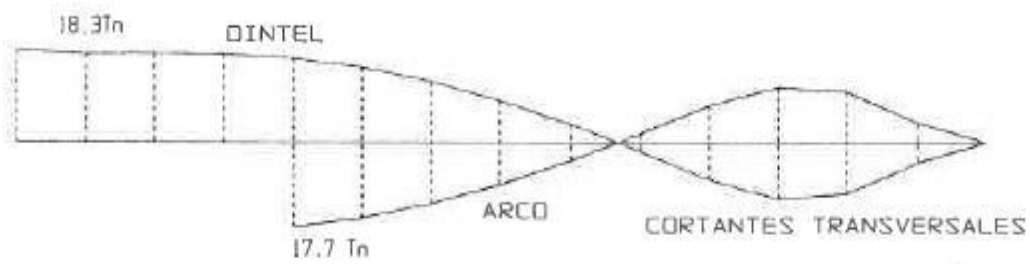


Imagen 18 Cortantes transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)

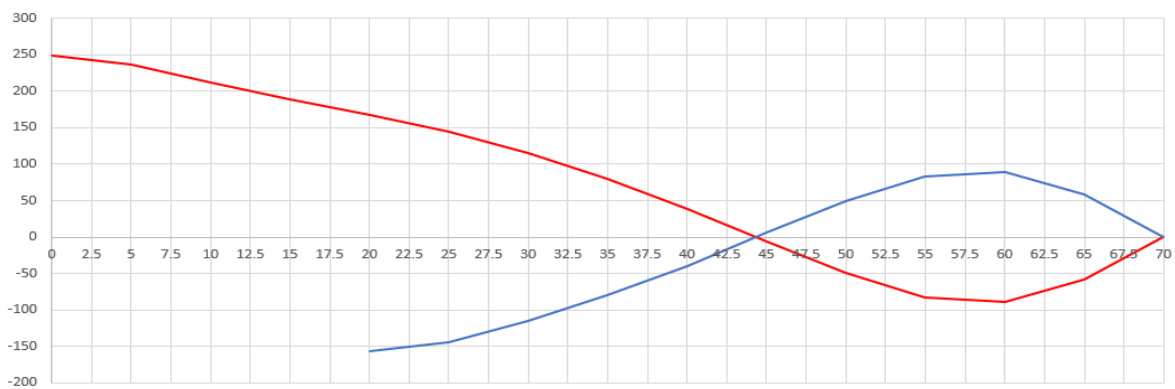


Imagen 19 Cortantes transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)

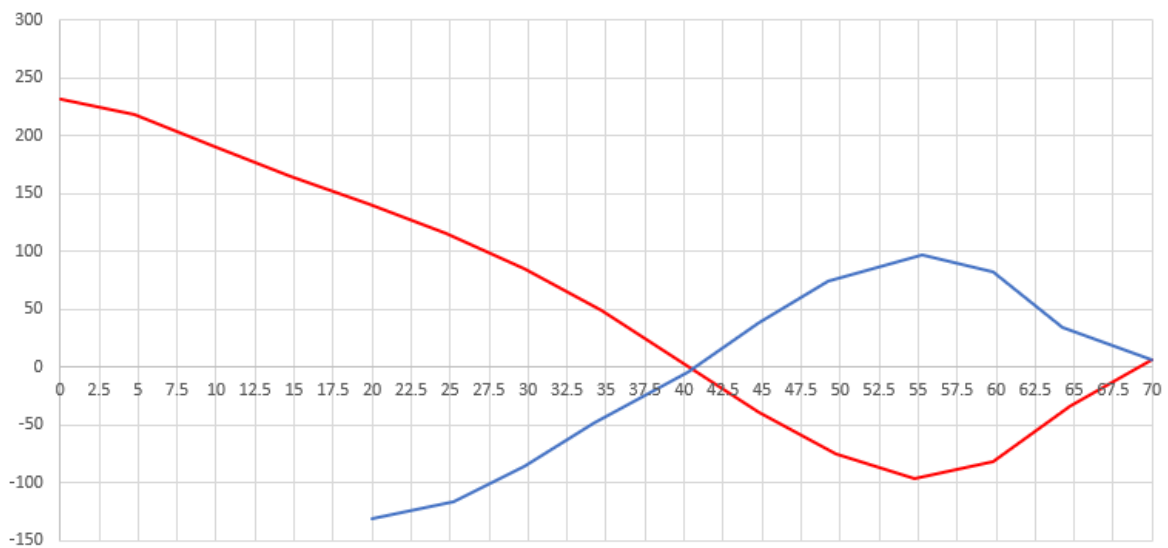


Imagen 20 Cortantes transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)

- Flectores transversales:

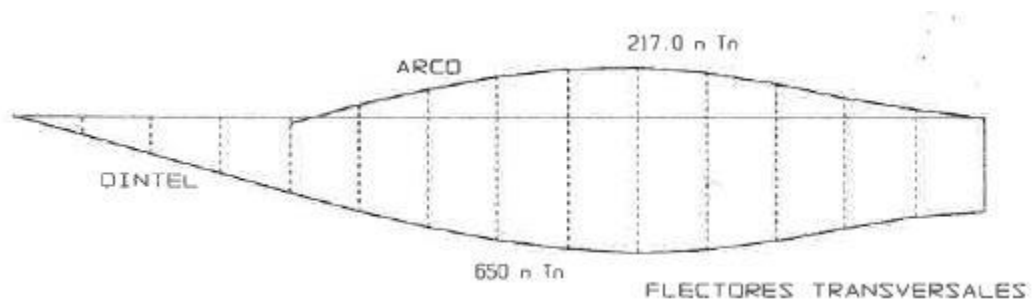


Imagen 21 Flectores transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo J Manterola)

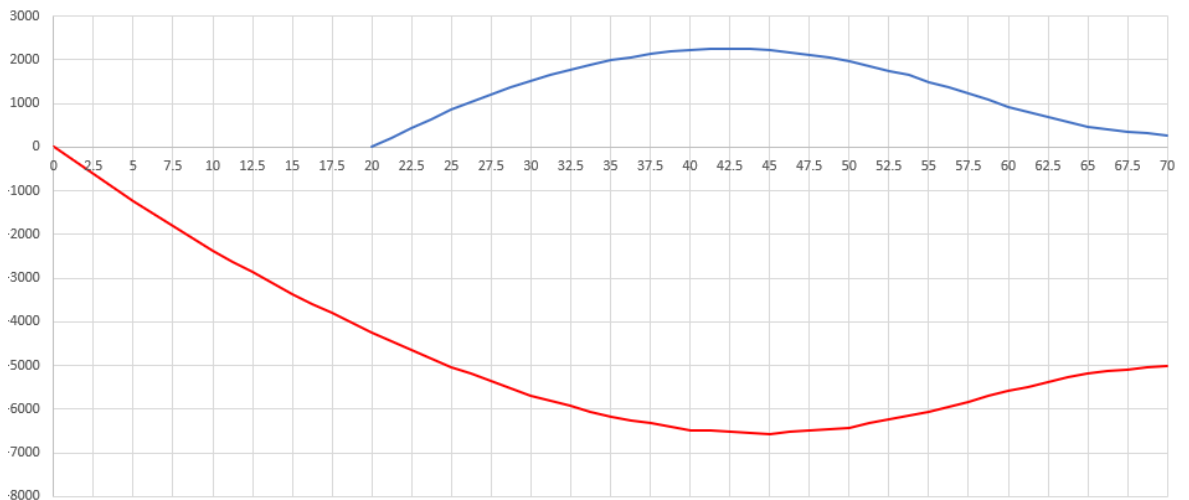


Imagen 22 Flectores transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Domínguez)

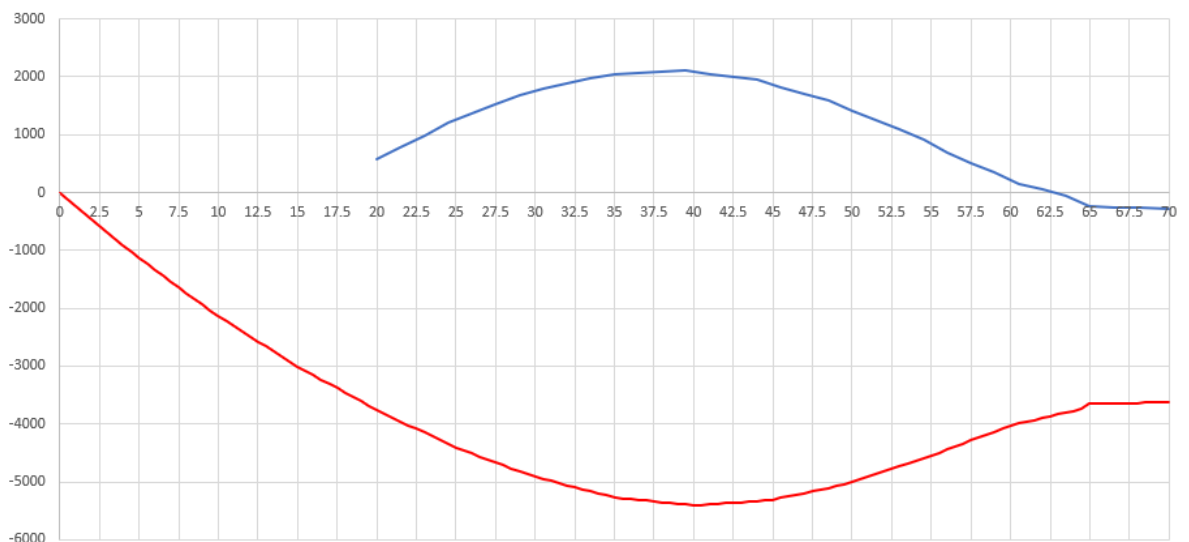


Imagen 23 Flectores transversales correspondiente a carga excéntrica (Modelo A Martín)

## Carga transversal

- Desplazamientos transversales:

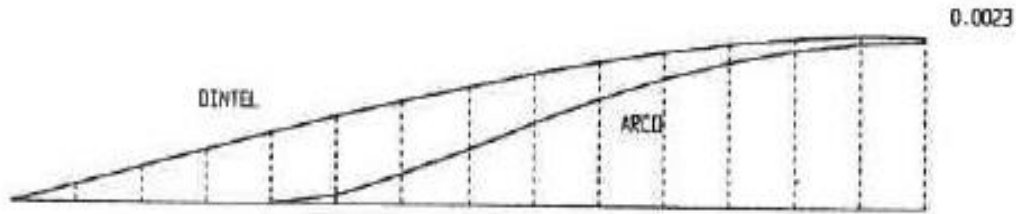


Imagen 24 Desplazamientos transversales correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)

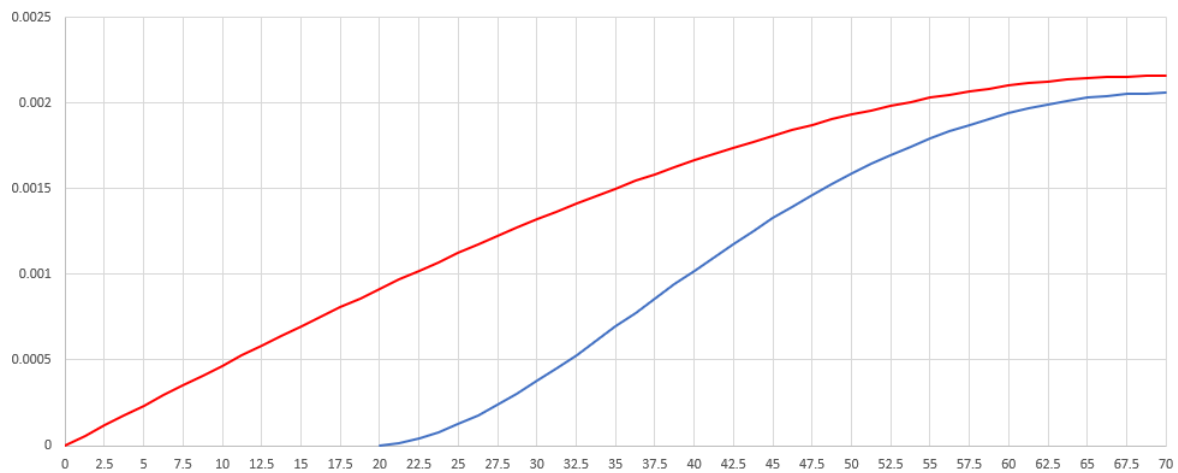


Imagen 25 Desplazamientos transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)

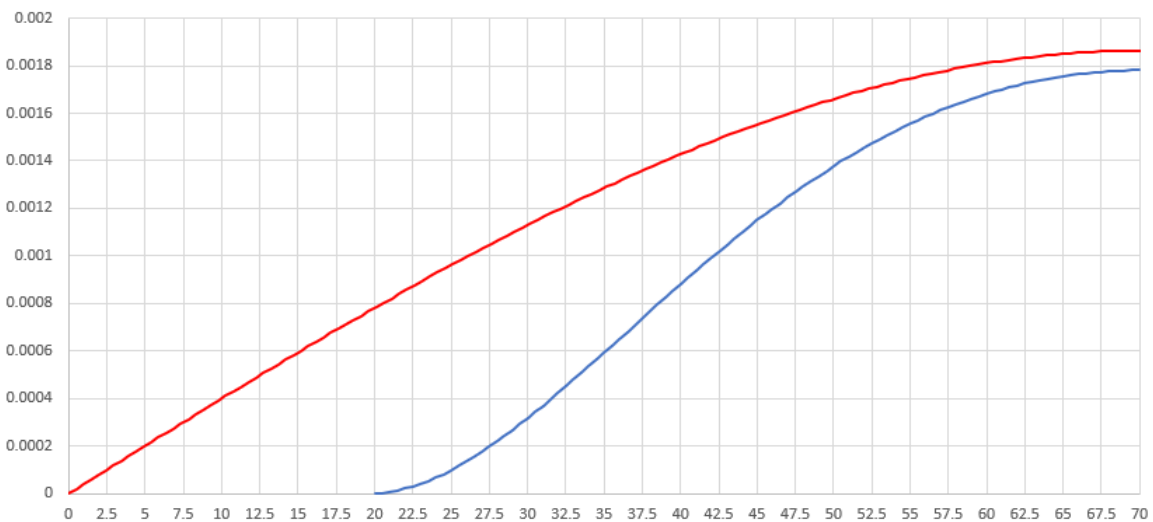


Imagen 26 Desplazamientos transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)

- Momentos torsores:

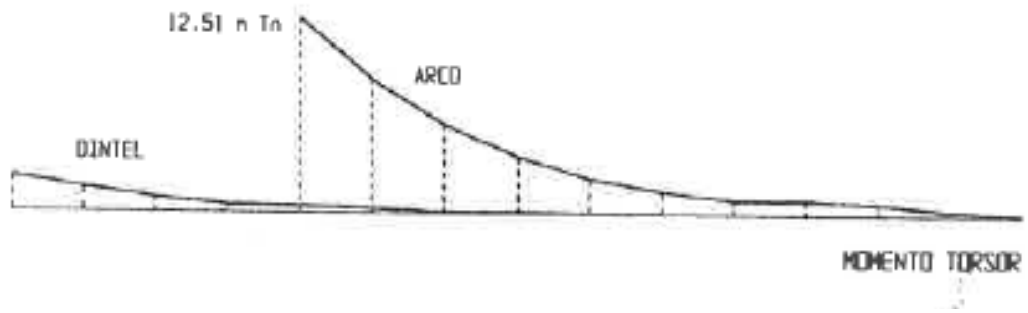


Imagen 27 Momentos torsores correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)

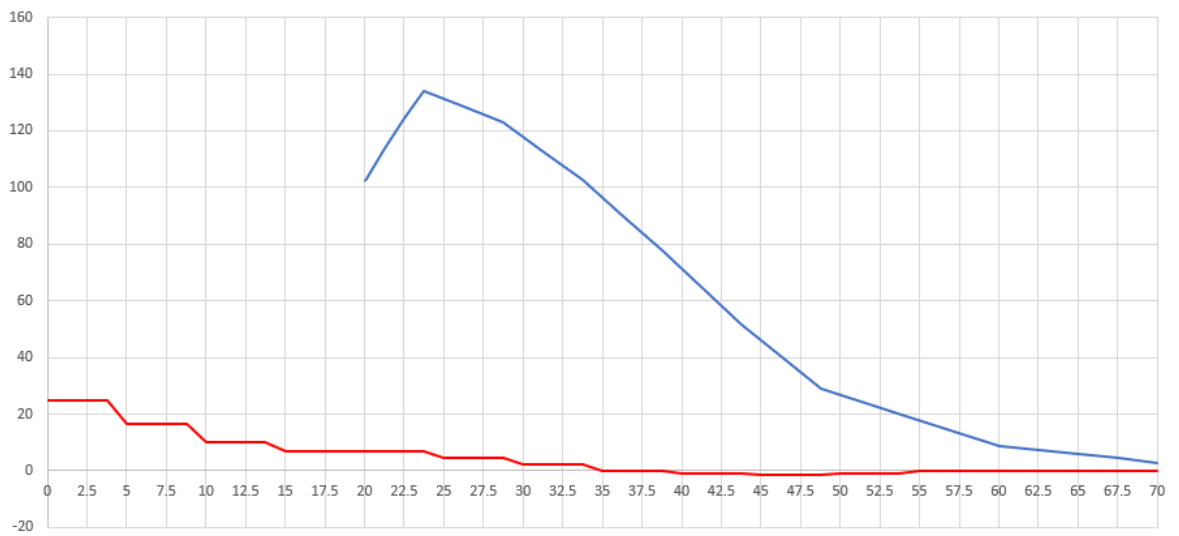


Imagen 28 Momentos torsores correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)

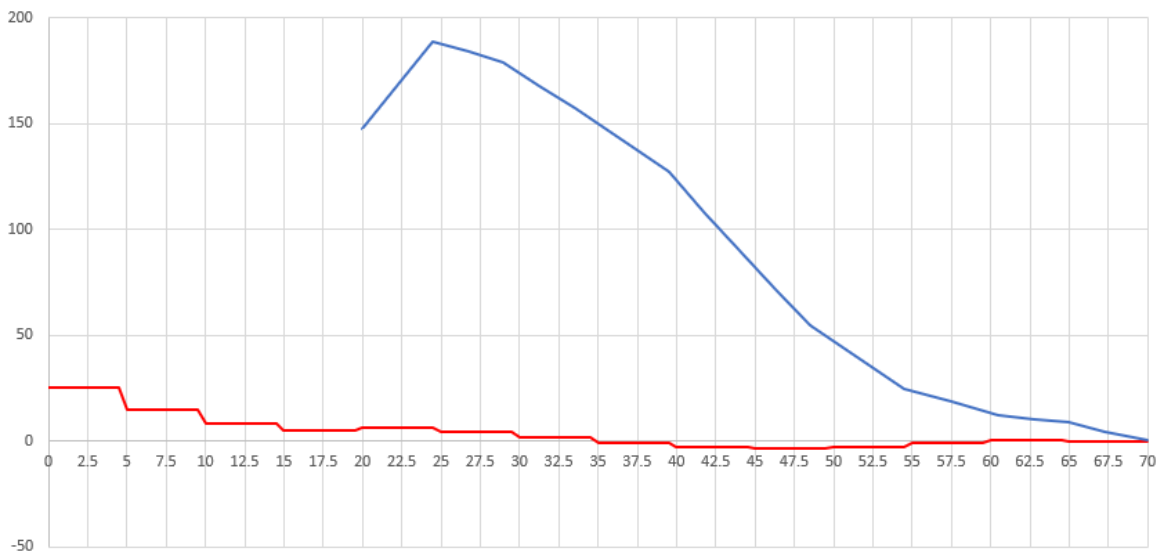


Imagen 29 Momentos torsores correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)

- Cortantes transversales:

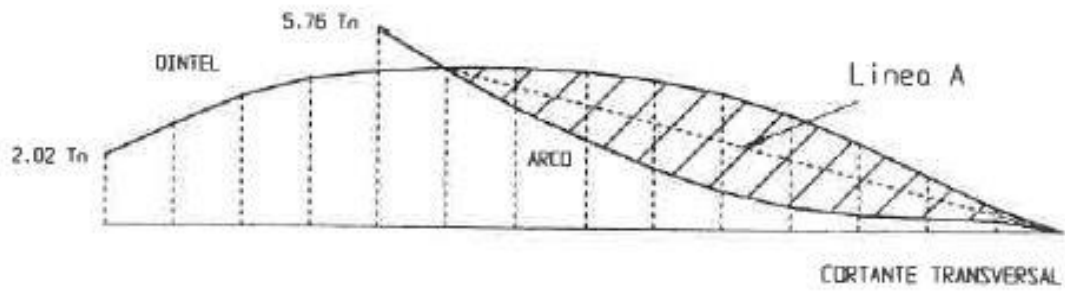


Imagen 30 Cortantes transversales correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)

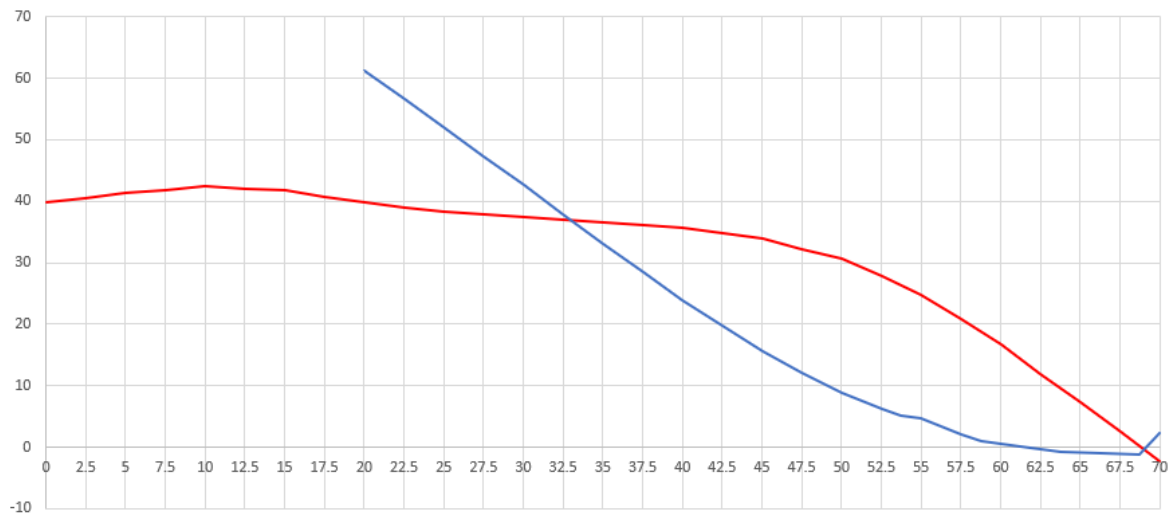


Imagen 31 Cortantes transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)

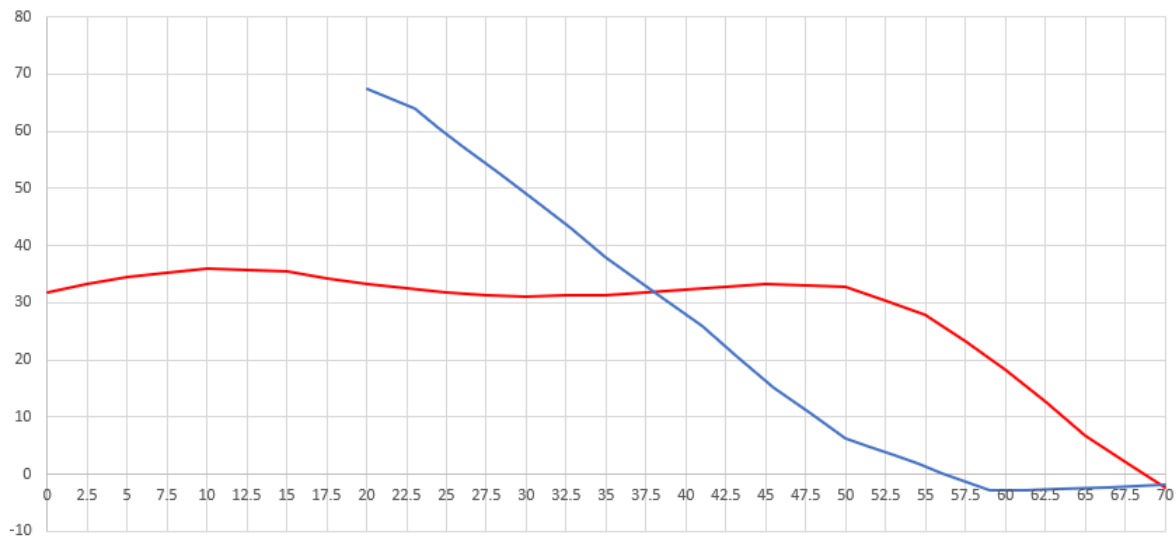


Imagen 32 Cortantes transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)

- Flectores transversales:

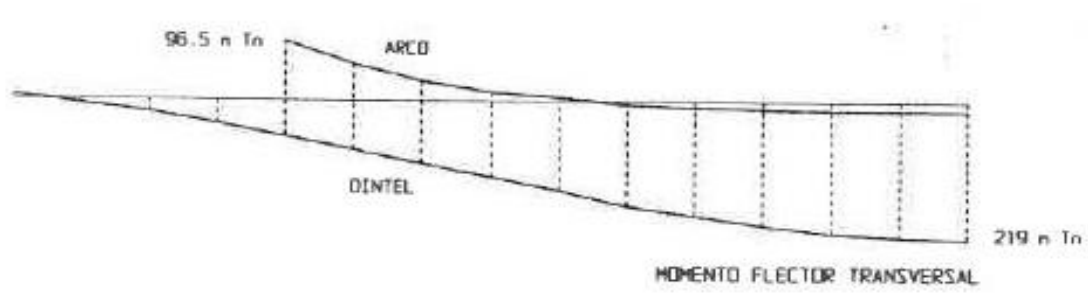


Imagen 33 Flectores transversales correspondiente a carga transversal (Modelo J Manterola)

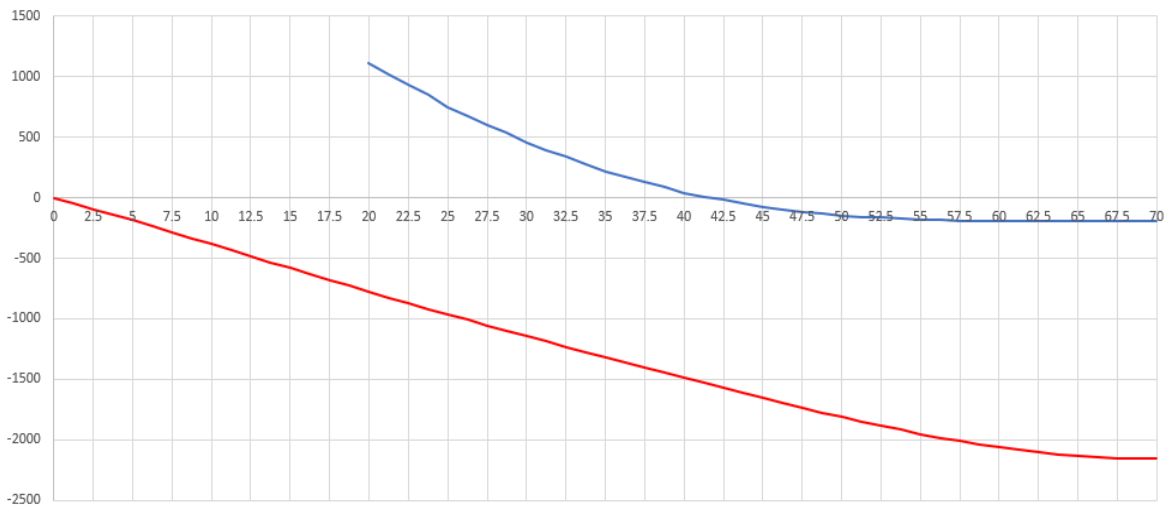


Imagen 34 Flectores transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Domínguez)

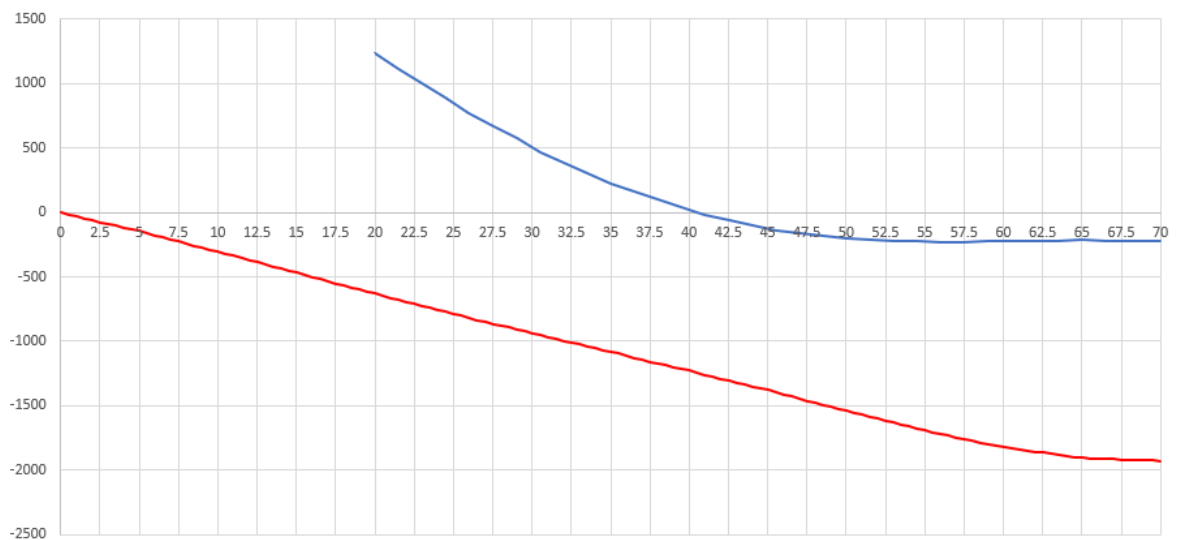


Imagen 35 Flectores transversales correspondiente a carga transversal (Modelo A Martín)

## 3.2 Descripción de los resultados

Una vez visualizados los diagramas de los desplazamientos y esfuerzos, sería conveniente que comenzásemos a comentar las diferencias, algunas poco apreciables, otras apreciables a simple vista, que aparecen entre los modelos generados por A. Domínguez y el modelo que hemos desarrollado.

En líneas generales, podemos apreciar que los resultados son bastante similares, por lo que se podría decir que nuestro modelo de puente arco mediante elementos placas coincide con el propuesto tanto por J. Manterola como A. Domínguez en sus correspondientes trabajos.

Sin embargo, parece ser que aparecen ciertas diferencias en los resultados, sobre todo en las zonas del puente, tanto arco como dintel, cercanas a la clave.

### Carga excéntrica

Comenzando la descripción de los resultados en el caso de carga excéntrica, podemos apreciar en los **desplazamientos transversales** como la curvatura de ambos desplazamientos, arco y dintel, en ambos modelos, placas y barras, es la misma. Es decir, en ambos modelos, arco y dintel arrancan sus desplazamientos con una curvatura de signos contrarios, hasta más o menos, cuartos de la luz donde los desplazamientos en el arco tienen un punto de inflexión para así acercar los valores de las dos partes. La diferencia primordial entre los dos modelos se hayan en los valores; mientras que en el modelo de barras se alcanzan valores más altos, en el modelo de placas los valores son más pequeños, sobre todo en los últimos metros de mitad de luz.

Por otra parte, en cuanto se refiere a los **momentos torsores** se deben indicar dos diferencias entre ambos modelos. La primera, más resultante visualmente, se produce en los torsores del tablero. Mientras que en el modelo de barras, los torsores en el dintel son prácticamente, sin contar el arranque del tablero, iguales entre pila y pila, en el modelo de placas, en los últimos metros de la mitad de luz se produce una alteración en la forma de estos momentos entre pilas, que seguramente sea debida a la disposición del remate de las pilas en los últimos metros de la mitad de luz, sin embargo, esta explicación ya se hará en la parte correspondiente al análisis de los resultados. El segundo aspecto importante que comentar se encuentra en los valores de los momentos torsores en el arco. Mientras que en el modelo de barras el valor máximo no llega a los 1200kNm, en el modelo de placas se sobrepasan los 1500kNm, lo que supone un aumento del 25%. Lo mismo podemos apreciar en todo el recorrido del arco, donde siempre en el modelo de placas se producen mayores momentos torsores que en el modelo de barras, como se puede apreciar, por ejemplo, en el arranque del arco donde los momentos torsores pasan de 800kNm en el modelo de barras a 1100kNm en el modelo de placas (aumento del 37%). Es decir, en el modelo de barras se producirán mayores momentos torsores en el arco.

Por último se podría también comentar la diferencia de valores en los torsores del arco en los últimos metros de la mitad de luz; en el modelo de barras el momento decrece de manera considerable hasta valores negativos en los últimos 2 metros, al igual que calculó J. Manterola, sin embargo, en el modelo de placas estos torsores no llegan a dar momentos negativos en el arco. Esta diferencia también parece ser debida a la unión pila-dintel, pero ya se razonará posteriormente.

Centrándonos ahora en los **cortantes**, se aprecia claramente, como era de esperar, que los cortantes en dintel y arco guardan constantemente la misma relación de valores con signo contrario, es decir, en cada punto de cada sección arco y dintel tienen los mismos cortantes pero con signos contrarios. Al igual que mantienen el mecanismo de inversión de signo para conseguir rectificar de esta forma los desplazamientos de arco y dintel (produciendo el cambio de curvatura de los desplazamientos y llegando a acercar los valores de desplazamiento de arco y dintel a valores más próximos). Aun así, hay dos diferencias entre los diagramas de ambos modelos. El primero reside en la posición del cambio de signo de los cortantes, mientras que en el modelo de barras se produce en la posición de 45m, lo que viene siendo el cuarto de luz, en el modelo de placas este punto se adelanta a los 40m. Aunque apenas son 5 metros y no es muy apreciable, en el estudio que realizaremos posteriormente de la influencia de la distorsión, este resultado puede ser bastante significativo y



deberá ser tenido en cuenta. El segundo aspecto a tener en cuenta en la diferencia de ambos modelos se encuentra en el valor de estos cortantes: en el modelo de barras los cortantes son mayores, siendo, por tanto, más pequeños los valores de estos cortantes en el modelo de placas. Por ejemplo, en el arranque del dintel, los cortantes en el modelo de barras corresponden a 250kN, y en el modelo de placas a 230kN, lo que supone un decrecimiento de apenas un 10%. Realmente no es una diferencia bastante apreciable a simple vista, pero debemos tener en cuenta una cosa: los momentos torsores debidos al par de fuerzas provocados por la torsión. Por tanto, puede ser relevante la influencia de este decrecimiento de los cortantes en los torsores del par de fuerzas en el modelo de placas, si no en el caso donde la distorsión está impedida, en los demás casos estudiados a posteriori.

Por último, para finalizar el caso de la carga excéntrica, nos centramos en los **momentos flectores**, en los que simplemente podremos decir que estos momentos en el modelo de placas serán menores que los del modelo de barras, pero apenas un poco más del 5%

## Carga transversal

Centrándonos ahora en el caso de la carga transversal, o carga de viento, comenzamos comentando las diferencias apreciadas en los **desplazamientos transversales**. La única diferencia que se encuentra es, al igual que en el caso de la carga excéntrica, se producen unos desplazamientos con un valor inferior en el modelo de placas con respecto al de barras.

Si hablásemos ahora del **momento torsor** podemos apreciar claramente como estos momentos se producen con mayor intensidad en el modelo de placas. Es decir, se producen unos momentos torsores mayores en el caso del modelo de placas; siendo este aumento, por ejemplo, centrándonos en el punto del arco donde éste es máximo (que se corresponde con el arranque del arco) de 185kNm en el modelo de placas y 135kNm en el modelo de barras, lo que supone un aumento del 35%. Además, no solo es mayor en el arranque, sino que durante la mayor parte de la luz del arco, los torsores en el modelo de placas son más altos que en el modelo de barras. Es decir, el descenso de los momentos torsores desde el arranque, donde éste es máximo, hasta la mitad de luz, donde éste es nulo, se produce de una manera mucho más paulatina en el modelo de placas que en el modelo de barras, donde en este último el decrecimiento se produce de una manera un poco más rápida.

Fijándonos en los **cortantes**, se podrían encontrar 2 diferencias bastantes apreciables. La primera de ellas se trata de la diferencia más rápida de apreciar: el punto en el cual se igualan los cortantes de arco y dintel. Mientras que en el modelo de barras se produce a la distancia cercana a los 32.5m, en el modelo de placas se retrasa hasta los 37.5m. Este retraso se traduce en una variación de los torsores originados por el par de fuerzas provocados por esta carga transversal no céntrica, pero eso ya se hablará en el análisis de los resultados. La segunda diferencia también está relacionada con la primera: centrándonos entre el arranque tanto de arco y dintel hasta el punto donde los cortantes se igualan, se aprecia que los cortantes en el dintel disminuyen de valor en el modelo de placas con respecto al de barras, y lo contrario sucede con los cortantes en el arco, en el cual estos son mayores en el modelo de placas que en el de barras. Es decir, unos cortantes aumentan de valor y otros disminuyen al variar el modelo entre los primeros metros y el punto donde se igualan estos. Para concluir con la descripción del modelo, lo que respecta al **momento flector**, es indicar que los flectores del arco en ambos permanecen prácticamente idénticos, no obstante, los del dintel se producen con un valor más pequeños en el modelo de placas que en el de barras, sobre todo en los metros más cercanos a la clave del arco.

### 3.3 Análisis de los resultados

Ahora se dará la explicación adecuada a las diferencias apreciadas en el apartado anterior, de forma que quede claro por qué los resultados, en ambos casos de cargas, son distintos y dejando constancia de que, aunque con resultados distintos, el modelo de placas del puente arco que hemos generado será válido para los posteriores estudios y/o ensayos.

#### Carga excéntrica

El motivo principal por el que los **desplazamientos transversales** son menores en el modelo de placas se debe fundamentalmente a la rigidez total de la estructura. Mientras que en el modelo de barras se modela la unión puente-arco con unas pilas rectas de sección transversal invariable, en el caso del modelo de placas se modelan unas pilas cuya sección transversal varía desde los 2 metros de ancho en la unión con el arco hasta casi estar a 1 metro del tablero donde el pilar alcanza el propio ancho de éste, es decir, 12 metros. No solo el remate de las pilas aumenta la rigidez de la estructura, sino que además en el modelo de placas considerado, las secciones del arco correspondientes a la unión pila-arco están compuestas por un diafragma que abarca toda la sección interior del arco, es decir, en las secciones donde las pilas se unen al arco, hay una especie de tabique (puesto para impedir la distorsión) que confiere una mayor rigidez al conjunto de la estructura. Por otro lado, en el modelo de barras, en vez de existir este diafragma, lo que hay es una barra que conecta el centro de la sección con el tablero (la pila recta de ancho constante). Es lógico, por tanto, intuir que una pila como la del modelo de placas hará aumentar más la rigidez a la estructura que la pila-barra del modelo de barras. Por lo tanto, un mayor aumento de la rigidez se traducirá en unas menores deformaciones, lo que viene siendo unos menores desplazamientos transversales como se pueden apreciar en las gráficas. Estos desplazamientos del modelo de placas serán menores aún en los últimos metros del medio de luz, donde la unión del arco con el pilar es mucho más rígida aun que en el resto de las uniones anteriores debido a que el remate del pilar estará unido tanto al arco como al tablero, como se aprecia en la siguiente imagen. Por tanto una unión más rígida en los últimos metros explica, como en los casos anteriores, que los desplazamientos sean menores en el modelo de placas. De hecho, en la clave del arco, en el modelo de placas, los desplazamientos decaen un 28% en el dintel y un 22% en el arco

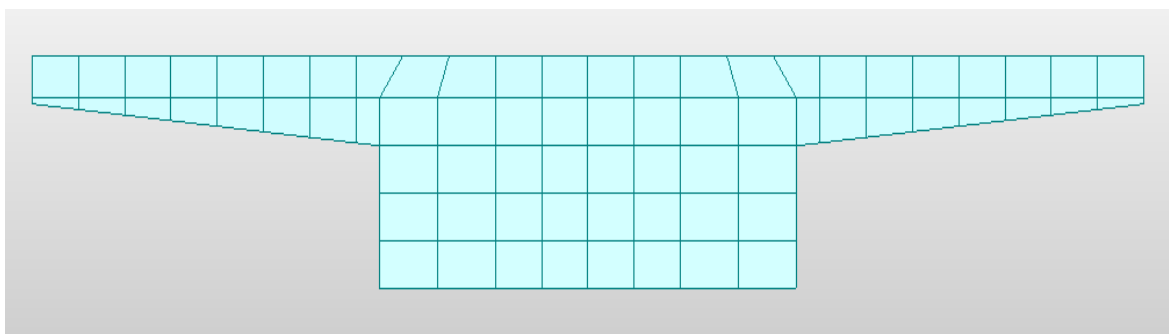


Imagen 36 Sección unión arco-pila.

De la misma forma que el aumento de rigidez hace disminuir los desplazamientos transversales, se puede deducir, que hará que los **momentos torsores** aumenten. De hecho, ya en el modelo de barras se aprecia como a mayor rigidez, mayores esfuerzos torsores, como se puede apreciar en las gráficas de A. Domínguez donde los momentos torsores son bastante más grandes en el arco, formado por una sección más rígida, que en el tablero, formado por una simple sección rectangular de un espesor lo suficientemente pequeño como para no ofrecer rigidez ante los esfuerzos torsores. Por tanto, el aumento de rigidez debido al remate de las pilas, y sobre todo, las últimas pilas del medio de luz, unidas tanto a arco y tablero por el remate, confieren la rigidez suficiente para aumentar los momentos torsores con respecto al modelo de barras.

Los momentos torsores en el tablero siguen manteniéndose de la misma forma en ambos modelos, es decir, solo dependiendo de la distancia entre pilas, ya que esta parte no ha sido modificada. La ligera variación en los últimos metros (a la altura de 60m) en el dintel del modelo de placas es debida claramente a la unión arco-tablero de secciones como la de la imagen anterior.

Para dar una explicación de por qué el punto donde los **cortantes** se igualan y se cambian de signo se adelanta en el modelo de placas, debemos entender el mecanismo de por qué cambian de signo. Debido a la excentricidad de la carga, los desplazamientos de arco y dintel se producen en la misma dirección pero con una curvatura distinta, como se puede apreciar en la imagen que J. Manterola publicó en su estudio. Estas curvaturas distintas se aprecian también en la gráfica de los desplazamientos. Sin embargo, como sabemos, arco y dintel tienen que igualar sus desplazamientos debido al acortamiento de los pilares, es decir, debido a que cada vez arco y tablero se encuentren más cerca unos de otros (la distancia A-B aumenta, mientras que la distancia B-C disminuye, lo que provoca que tanto  $\delta_1$  y  $\delta_2$  se vayan aproximando aun valor más cercano).

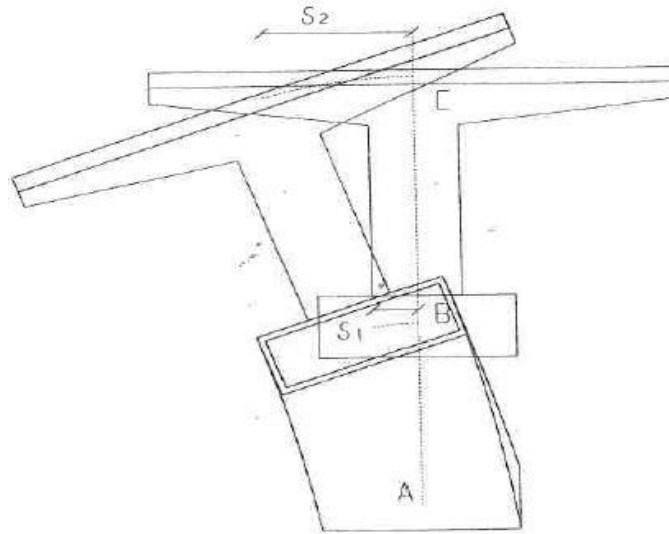


Imagen 37 Efecto provocado por la excentricidad de la carga.

Por tanto, debido a que las curvaturas son distintas y deben aproximarse las deformaciones, se produce un cambio en la curvatura, como se aprecia en la gráfica de las flechas. Pues bien, este cambio de curvatura se realiza debido a que se produce un cambio de sentido en los cortantes, que en todo momento son iguales y contrarios de signos. Es decir, los cortantes y su cambio de signo a una altura aproximada al cuarto de luz consiguen explicar este cambio de curvatura en su deformación.

Entonces, una vez explicado el sentido del cambio de signo de los cortantes, podemos pasar a entender por qué en el modelo de placas el cambio de signos se produce antes que en el modelo de barras.

Si nos fijamos en el modelo de placas, como ya se ha dicho antes, las 3 pilas más cercanas a la clave del arco están unidas tanto a tablero como al arco por el remate de las pilas, es decir, su unión es más rígida. Al estar más unidas, los desplazamientos en esa zona deben ser más parecidos, más cercanos en valor en arco y tablero. Es por tanto ese motivo por el que el punto en el que se produce el cambio de signo se adelanta en el modelo de placas; porque existe una necesidad de compatibilizar las deformaciones en arco y tablero, es decir, hacer sus valores más similares, mucho antes que en el modelo de barras, donde arco y tablero no están tan unidos en esos metros y por tanto se pueden invertir los cortantes metros después.

Un aumento de la rigidez explica igualmente como los cortantes disminuyen de valor, aunque apenas sea un descenso del 10%. Igualmente sucede con los **flectores**, al haber mayor rigidez, hay menores desplazamientos transversales y, por tanto, menos esfuerzos flectores.

## Carga transversal

El razonamiento que empleamos para justificar la reducción de los **desplazamientos transversales** en el modelo de placas con respecto al de barras en el caso de carga excéntrica es idéntico al que deberíamos emplear para justificar el descenso de estos desplazamientos en el caso de carga transversal. Debido entonces al aumento de la rigidez en la estructura, se producirán un descenso de los desplazamientos transversales.

De la misma forma se producen aumentos de los **momentos torsores** en el modelo de placas. Estos aumentan por el aumento de la rigidez del modelo de placas con respecto al de barras.

Para dar una explicación a las diferencias apreciadas en los **cortantes** deberíamos centrarnos en la explicación general que da la forma correspondiente a esos cortantes. Debido a la carga transversal excéntrica, se produce una carga transversal (viento) más un torsor. Igualmente, como en el caso de carga excéntrica anterior, se producen unas flechas que tienen una curvatura en el arranque distinta en cada caso tanto para arco como para dintel. Existe por tanto la necesidad de compatibilizar esas deformaciones, rectificando esa curvatura y acercando los desplazamientos a unos valores más cercanos, tal y como se puede apreciar en la gráfica de flechas. Esta necesidad de compatibilizar deformaciones es común en ambos casos de carga, sin embargo, comparando los desplazamientos (de nuestro modelo de placas solo para simplificar y ver con más claridad) resultantes de con cada carga, podemos apreciar lo siguiente:

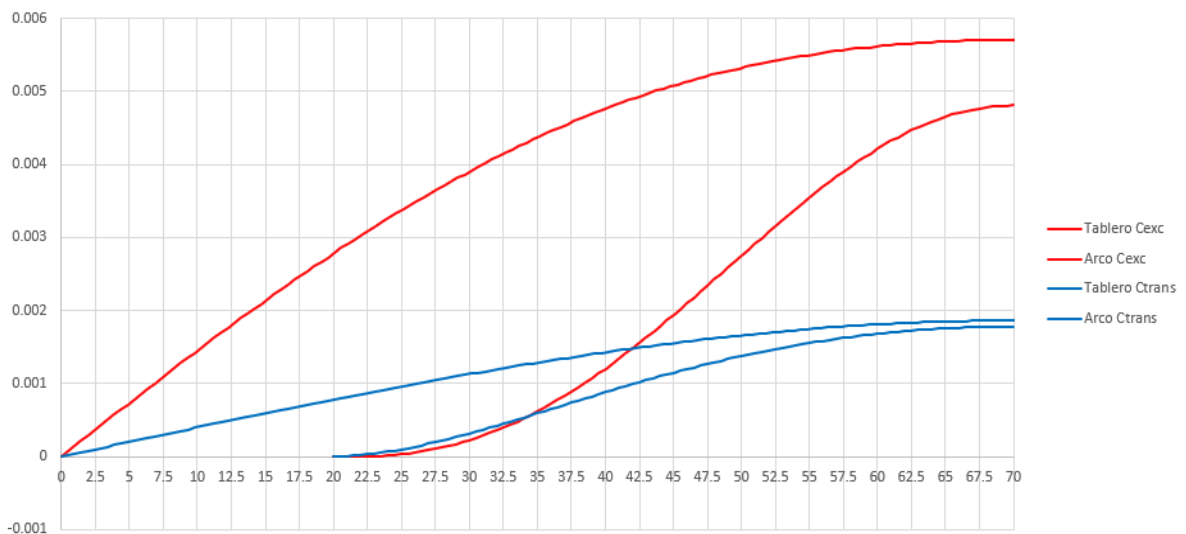


Imagen 38 Comparación de los desplazamientos frente a carga excéntrica y a carga transversal.

En la cual se pueden observar cómo los desplazamientos correspondientes a la carga excéntrica son más significativos que los de la carga transversal. Pero no solo eso es lo importante de esta comparación, se puede ver también cómo la separación entre los desplazamientos entre arco y tablero es mayor. Es decir, si la distancia entre estos 2 elementos es mayor, quiere decir que habrá mayor giro en el caso de la carga excéntrica que en el de la transversal; la estructura en el caso de la carga transversal tendrá una sección menos girada además de menos desplazada, como se puede ver en la imagen:

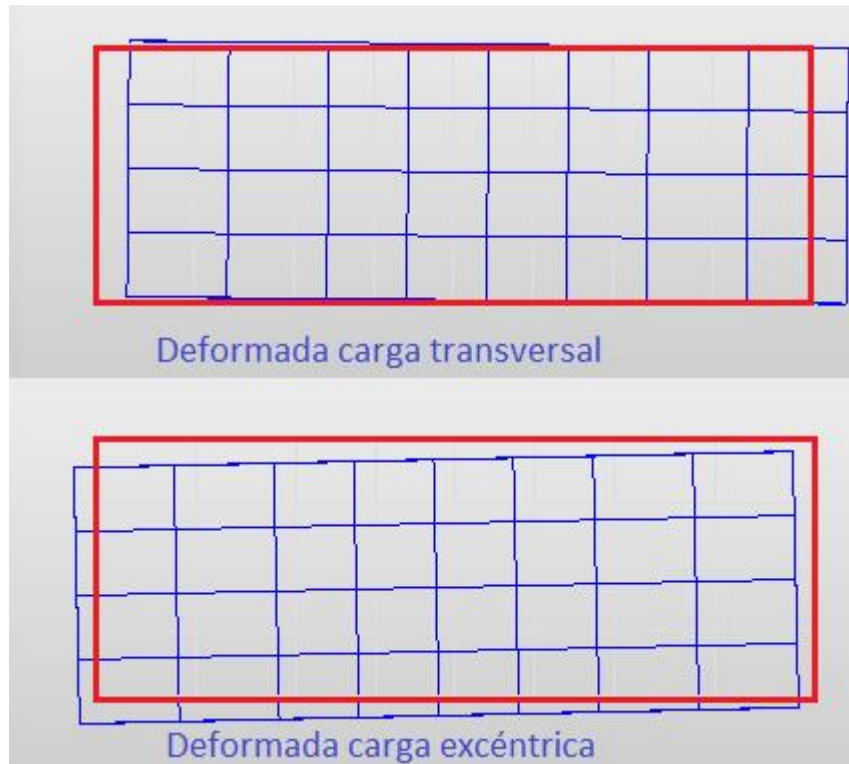


Imagen 39 Comparación de las deformaciones de la clave del arco frente a carga excéntrica y a carga transversal.

Por tanto, queda demostrado que en el caso de carga transversal, el efecto que deben realizar los cortantes para compatibilizar las deformaciones es mucho menor que en el caso de carga excéntrica. Por lo que la contribución del par de fuerzas al esfuerzo torsor total, es decir, la cantidad del torsor que los cortantes “inducen” será menos significativa en el caso de carga transversal que en el caso de carga excéntrica (siempre refiriéndonos a la necesidad de compatibilizar deformaciones), por lo que los cortantes no tendrán la necesidad de anticipar su efecto como hicieron en el caso de carga excéntrica.

Además, un aumento de la rigidez de la estructura provoca que los cortantes en el dintel disminuyan, lo que sumado a que la acumulación natural de carga transversal no varía (línea verde en la imagen, o Línea A en el diagrama de J. Manterola), conlleva un aumento de los cortantes en el arco. Este aumento de los cortantes en el arco y la disminución en el dintel provoca que el punto donde los cortantes se igualen se desplace hacia la derecha. Y como ya se comprobó que el efecto que provocan los torsos de los cortantes no tiene la necesidad de adelantarse en el caso de las cargas transversales, pues no hay tanta necesidad, por llamarlo de alguna forma, por compatibilizar las deformaciones en la clave, provoca que nada se oponga a que los cortantes se igualen un poco más cerca de la clave en el modelo de placas que en el de barras, por ser este primero más rígido. En la siguiente imagen podemos ver en una misma gráfica los cortantes transversales del modelo de placas y el de barras, a la vez que la acumulación natural de carga transversal:

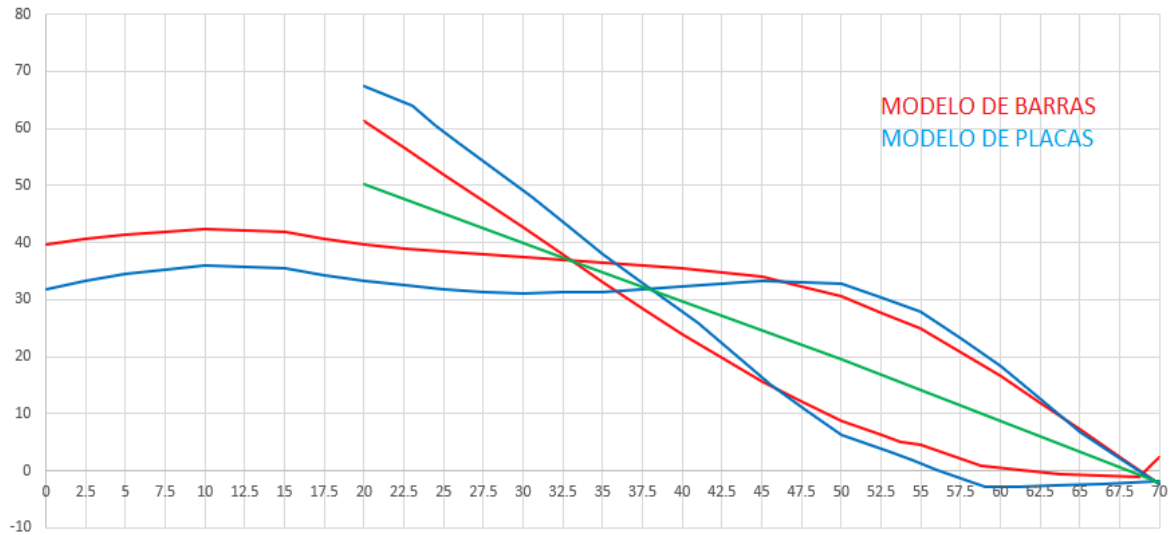


Imagen 40 Comparación de los cortantes transversales en el modelo de barras y en el modelo de placas.

Por último, usando el argumento del aumento de rigidez que utilizamos para explicar las variaciones de valores de desplazamientos transversales y momentos torsores, podemos usarlo para justificar el por qué los **momentos flectores** son más pequeños. Al haber mayor rigidez, la deformación es menor e implica directamente que los momentos flectores sean menores.

# 4 INFLUENCIA DE LA DISTORSIÓN

---

En el apartado que aquí se desarrolla, se estudiará la influencia que tiene la distorsión en la estructura del puente arco que aquí se ha modelado con elementos placa. Para ello probaremos 3 modelos distintos de puente, en el que la distorsión, en el arco, estará presente de 3 formas distintas. En el primero, directamente no estará presente porque se habrá restringido totalmente. En el segundo, se dispondrán ciertos elementos para restringirla en gran medida aunque no completamente. Por tercer y último modelo, se modelará el arco de forma que la distorsión esté 100% permitida sin ningún tipo de restricción.

Primeramente, pasaremos a describir los 3 modelos, explicando de qué forma restringimos o no la distorsión en el arco. Después mostraremos los resultados de los análisis obtenidos en **Midas Civil** y tratados en **Microsoft Excel**, en los cuales mostraremos tanto desplazamientos transversales, como momentos torsores y flectores transversales, como cortantes transversales. Una vez visualizados los resultados, se realizará una descripción de ellos, redactando y recopilando todas las diferencias apreciadas entre el cambio de 0 a 100 de la restricción de la distorsión, para finalmente realizar un análisis de estos resultados y poder darle una explicación, o más bien, obtener unas conclusiones de la influencia de la distorsión.

## 4.1 Modelos

Como se dijo, se presentarán los 3 modelos sobre los cuáles realizaremos el estudio de la influencia de la distorsión.

### 4.1.1 Modelo con distorsión restringida total (Arco rígido)

Este modelo realmente ya está explicado, pues se trata del modelo que usamos para comparar los resultados del modelo de barras de A. Domínguez. El modelo consiste en darle la propiedad de indeformabilidad a cada sección que tiene el arco para conseguir que no haya ningún tipo de deformación en éste y, por tanto, la distorsión no esté permitida. Tal propiedad se le puede dar a cada sección utilizando la herramienta del software en la que al conjunto de nodos correspondiente a la sección en cuestión se le asigna un “*Rigid link*” en torno a cualquier nodo de esa sección, por lo que al aplicar este *link* todos los nodos mantendrán inalteradas en cualquier momento las distancias relativas existente entre ellos, por lo que la deformación de las secciones no será posible. Para comprobar este hecho, podemos mostrar la deformada, en el caso de cargas excéntricas por ejemplo, de una sección cualquiera del arco, multiplicada por 5 veces el valor, para poder apreciar mejor el efecto que el *link* proporciona a la sección:

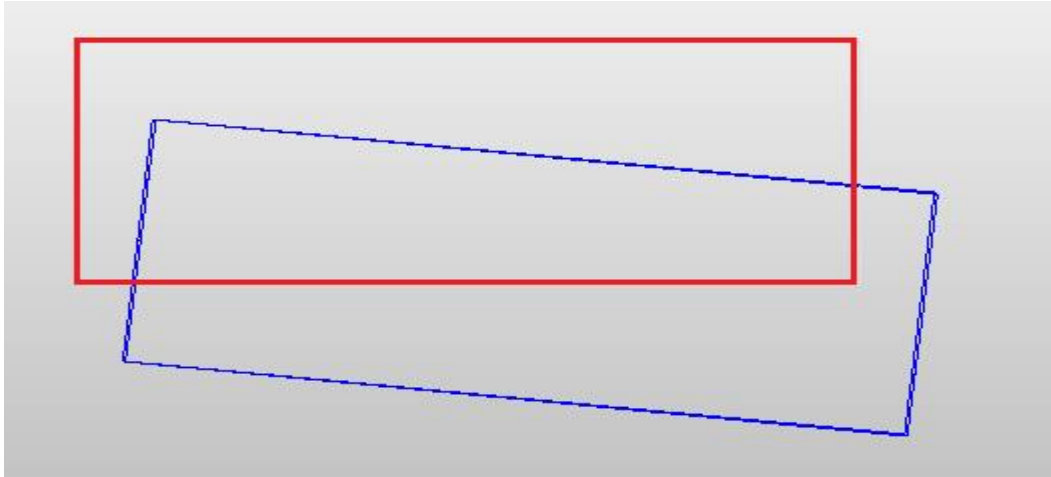


Imagen 41 Deformada de una sección cualquiera del arco en el caso de cargas excéntricas.

Como se puede apreciar, en todos los nodos mantienen inalteradas sus distancias relativas, es decir, no se deforman. Por lo que queda asegurado que en este modelo, al que pasaremos a llamar posteriormente en los análisis modelo de arco rígido, la distorsión estará restringida gracias a los enlaces que hemos generado entre todos los nodos en cada sección del arco.

#### 4.1.2 Modelo con distorsión restringida parcialmente (Arco con diafragmas)

En este segundo modelo se pretende que la distorsión esté presente pero que en ciertas partes del arco esté restringida. Es decir, que la distorsión no sea total. Esto se podrá conseguir mediante la colocación de una especie de tabique en cada sección correspondiente con la colocación de una pila. Es decir, en el arco habrá 21 pilas y, por tanto, 21 secciones “tapiadas” con las cuales se conferirá una cierta resistencia a la sección del arco que ayudará a restringir en cierta parte a la distorsión, es decir, mediante esas secciones que se comportarán como sólido rígido manteniendo todas las distancias relativas inalteradas (como en el caso anterior), se logrará en las secciones correspondientes entre pila y pila a restringir la distorsión en cierta medida. Los tabiques, o mejor dicho, diafragmas, de las secciones estarán formados por elementos placas, del mismo espesor que los del arco y de las pilas, 0.2 metros, y tendrán las dimensiones correspondientes a seccionar la sección del arco uniendo los nodos de una cara con las del lado extremo. En la imagen podemos ver cómo quedaría interiormente el arco de este modelo:

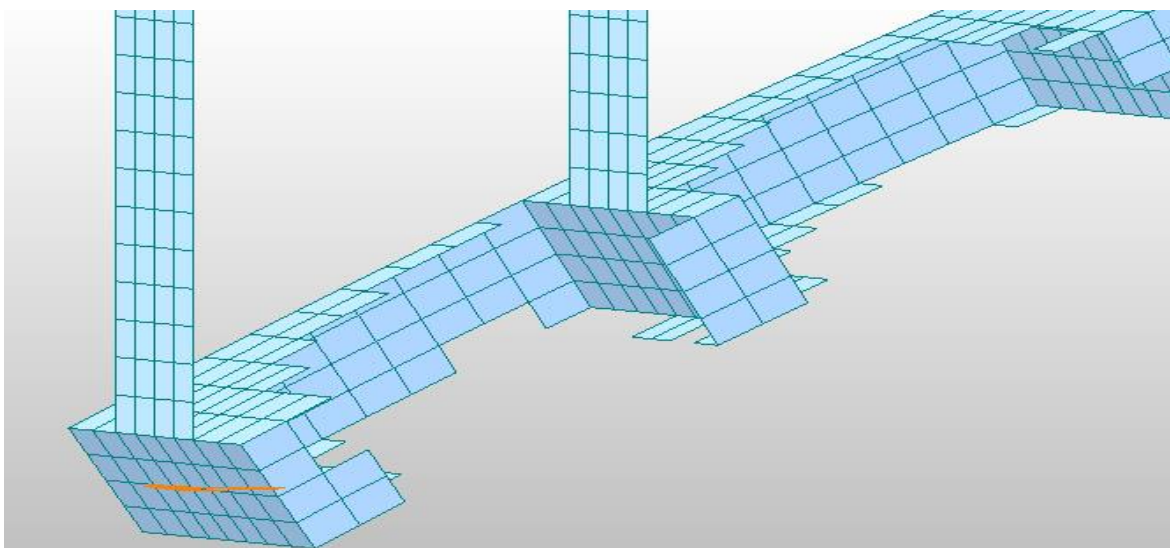


Imagen 42 Interior del arco con diafragmas.



Para comprobar, antes de ver los resultados de los esfuerzos y desplazamiento, el efecto de estos tabiques, podemos realizar la deformación, multiplicada en este caso por 20 para mayorar los efectos y poder apreciar mejor la deformación en la sección, de una sección cualquiera del arco, no coincidente con la correspondiente a una pila:

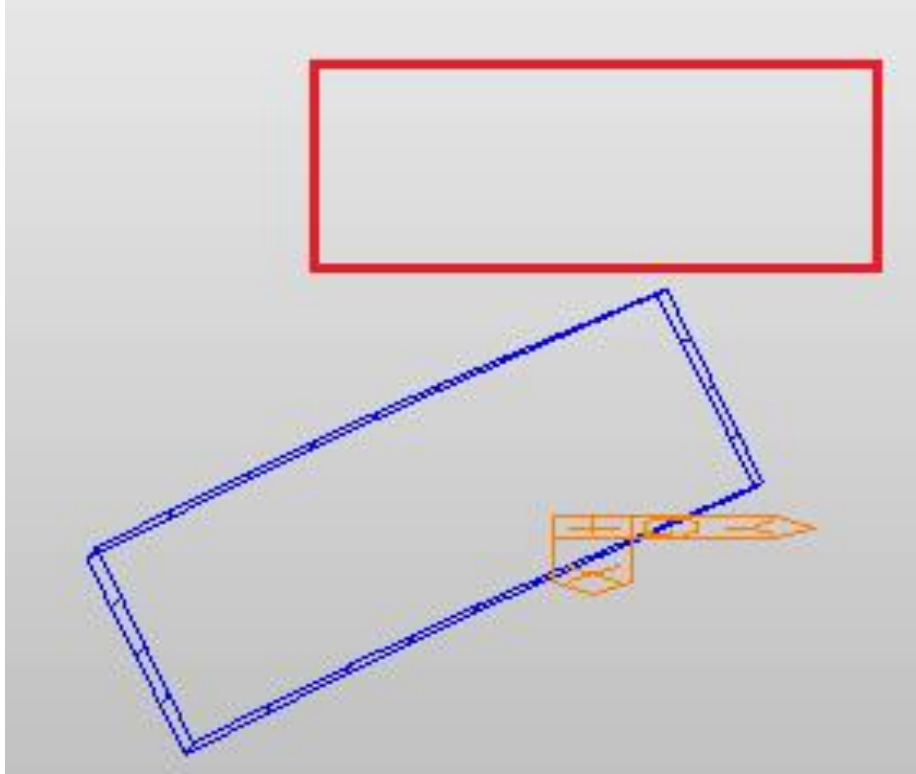


Imagen 43 Deformada de una sección cualquiera del arco con diafragmas en el caso de carga excéntrica.

Como se puede apreciar, la sección se deforma, produciéndose una especie de levantamiento en la cara más inferior de la sección, y en los laterales un desplazamiento conforme se va acercando más a la cara superior. Sin embargo, para poder apreciar este efecto, se ha tenido que multiplicar el efecto de las cargas por 20. Lo que nos conduce a pensar que para que se produzcan deformaciones apreciables a simple vista de las secciones en este modelo de arco, hay que elevar demasiado el valor de las cargas. Lo que se puede traducir en que los diafragmas puestos en las secciones del arco correspondientes con las pilas confieren una restricción bastante considerable a la distorsión, por lo que este modelo puede asentarse en un modelo intermedio entre la no existencia de la distorsión y un modelo con distorsión totalmente libre.

### 4.1.3 Modelo con distorsión sin restringir (Arco hueco)

Como último modelo diseñaremos un arco en el que el arco no tenga ningún tipo de restricción a la distorsión, lo que quiere decir, que ésta podrá estar presente completamente en todo el arco sin nada que lo impida. Para ello nos limitaremos a diseñar un arco que sea totalmente hueco, sin ningún elemento como los diafragmas anteriores, ni ninguna condición como los *links* del primer modelo. De esta forma se conseguirá un arco libre de restricciones.

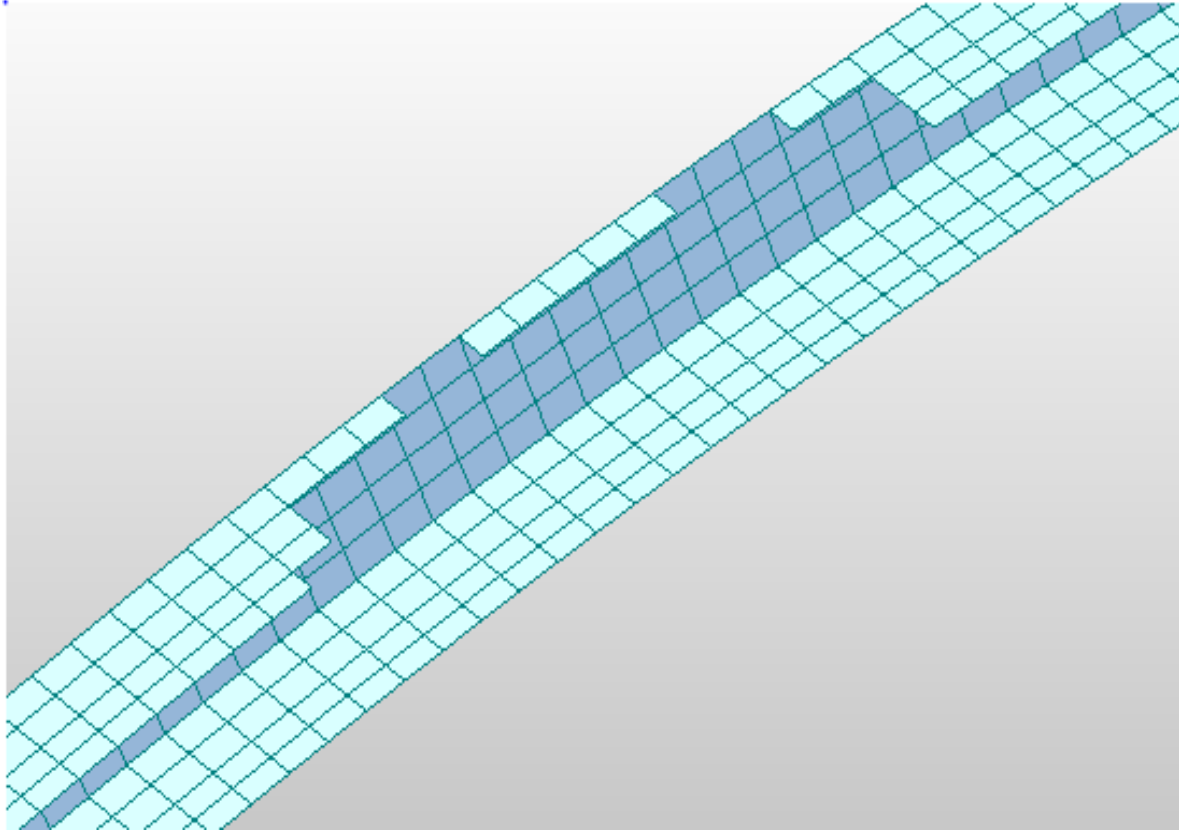


Imagen 44 Interior del arco enteramente hueco.

De hecho, realizando la deformada, se puede comprobar cómo la distorsión estará más presente en este modelo que en el anterior. Para ello mostraremos por pantalla una sección cualquiera, en concreto la misma que hemos usado en los otros modelos, para ver las diferencias apreciables entre la deformada de este modelo y los demás. Además, para comprobar la presencia de la distorsión, mostraremos la deformada, además de la correspondiente a las cargas con coeficientes de mayoración de 5 y de 20 como en los casos anteriores:

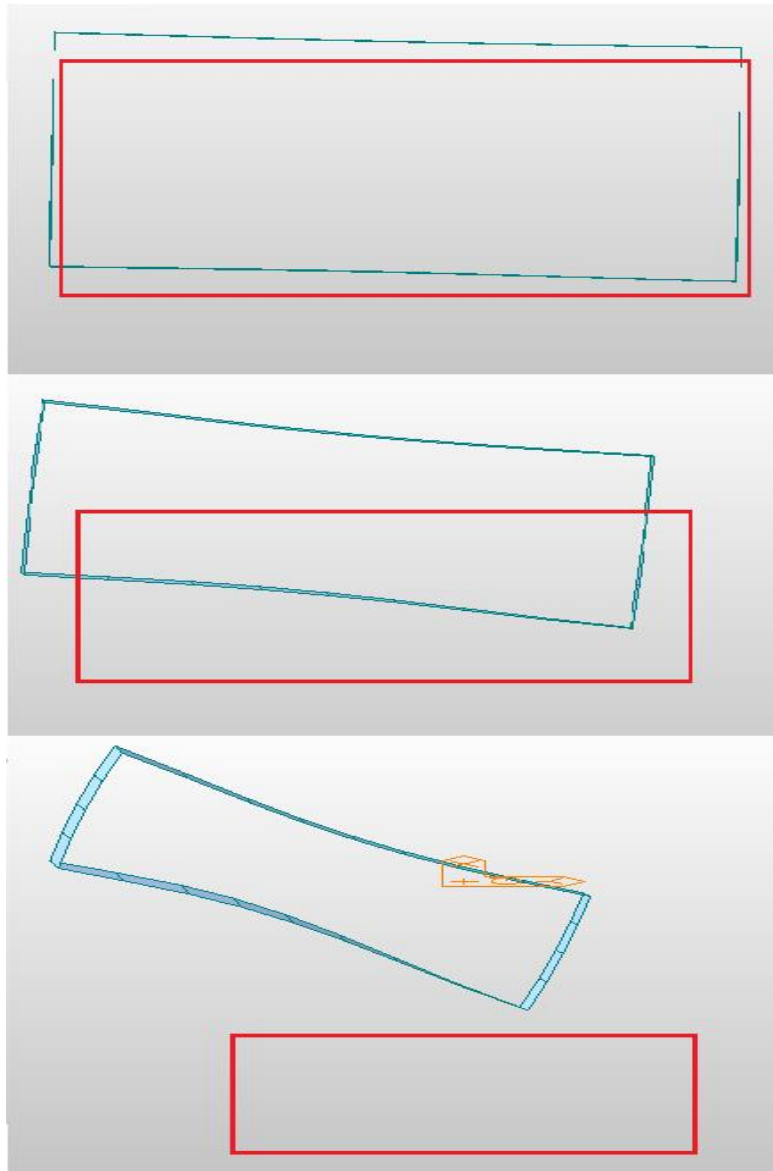


Imagen 45 Deformada de una sección cualquiera del arco hueco en el caso de carga excéntrica, con coeficientes de mayoración de 1, 5 y 20.

Por lo que, gracias a la visualización de la deformada de esa sección, podemos comprobar el efecto de la distorsión en este modelo en el que, sin la necesidad de mayorar demasiado las cargas, podemos ver cómo la sección se deforma, es decir, cómo aparece distorsión en ella.

Y, sobre todo, nos asegura que podremos usar este modelo en el sucesivo estudio tomando éste como el modelo en el que la distorsión no está restringida y compararlos con los demás, estudiando de esta forma, como ya se dijo, el efecto que tiene la consideración de la distorsión o no en el estudio de este tipo de puente arco.

## 4.2 Resultados

Igual que se hizo en el apartado anterior, primero se mostrarán los resultados derivados de la carga excéntrica y posteriormente los de la carga transversal.

### 4.2.1 Carga excéntrica

- Desplazamientos transversales:

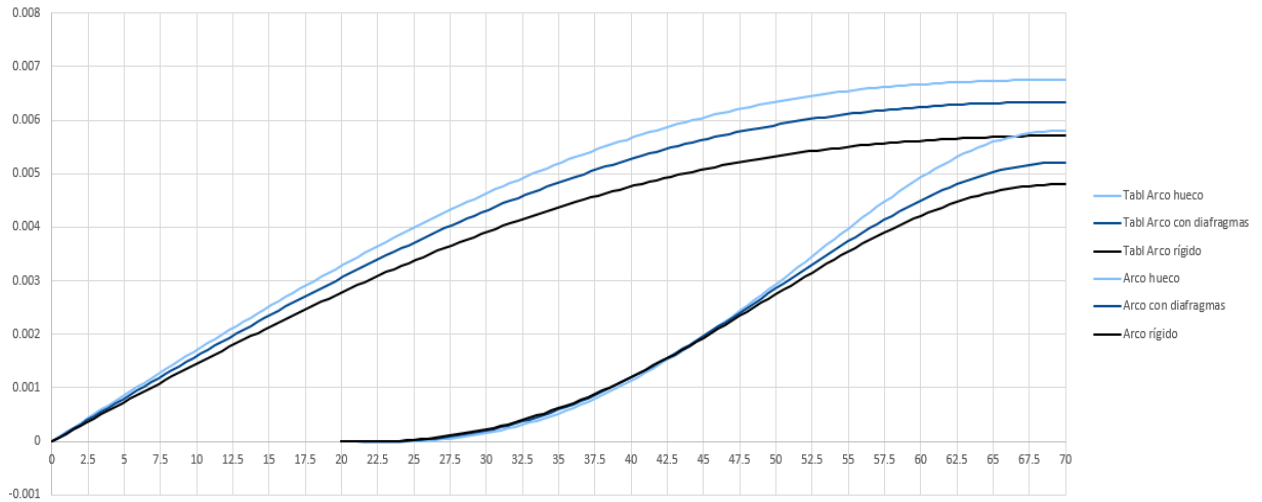


Imagen 46 Comparativa de los desplazamientos transversales con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión.

- Momentos torsores:

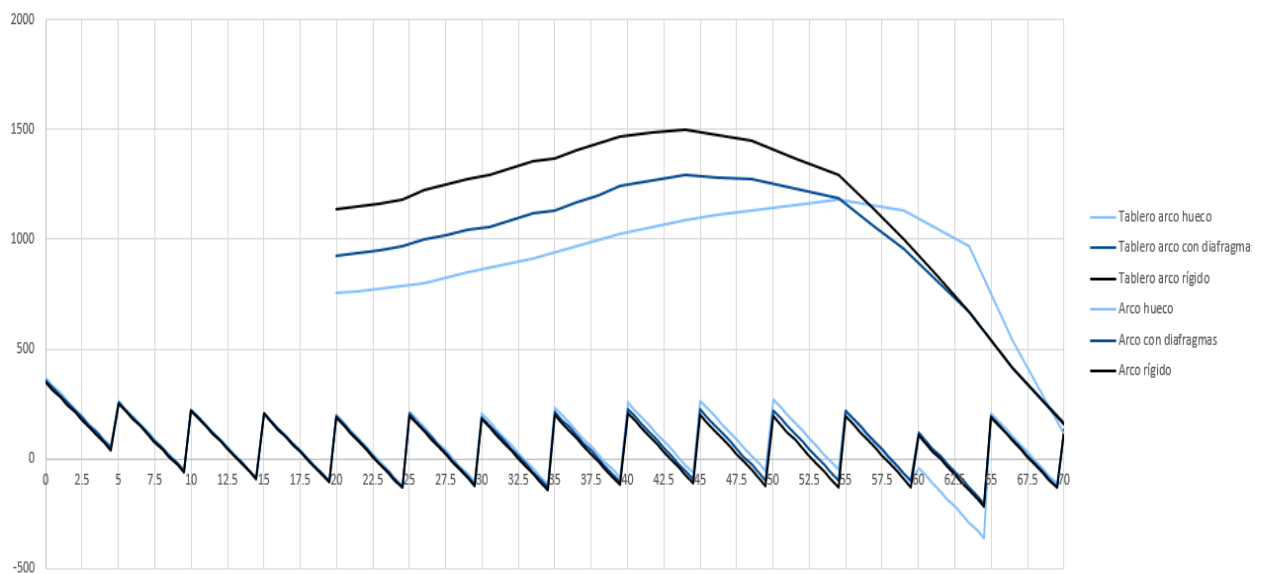


Imagen 47 Comparativa de los momentos torsores con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión.

- Cortantes transversales:

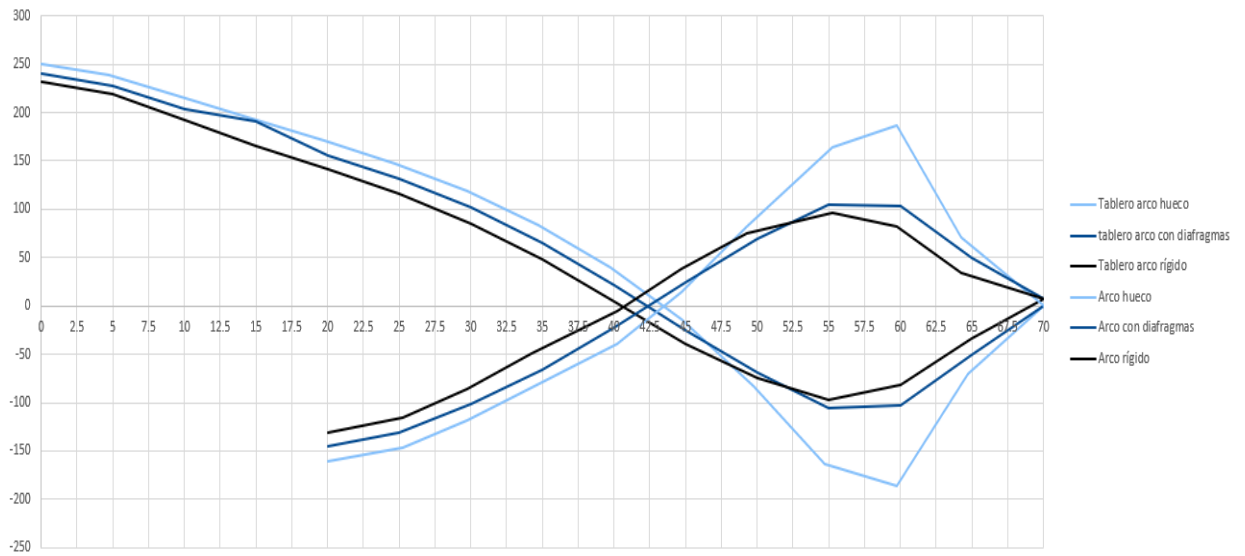


Imagen 48 Comparativa de los cortantes transversales con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión.

- Flectores transversales:

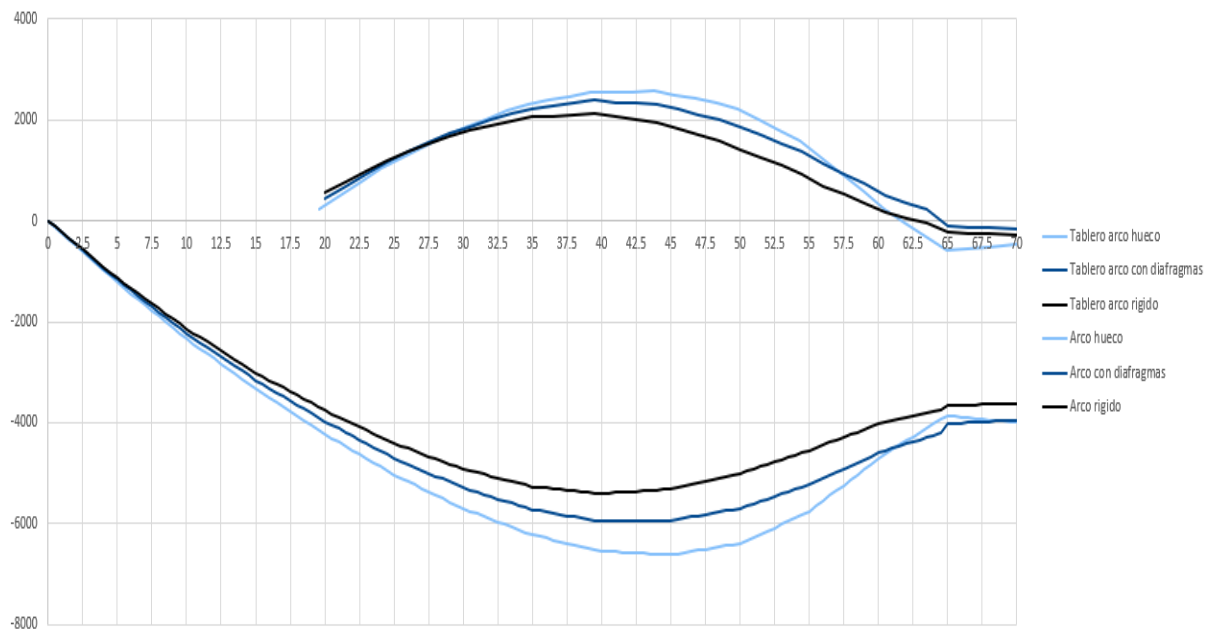


Imagen 49 Comparativa de los flectores transversales con cargas excéntricas según la restricción a la distorsión.

## 4.2.2 Carga transversal

- Desplazamientos transversales:

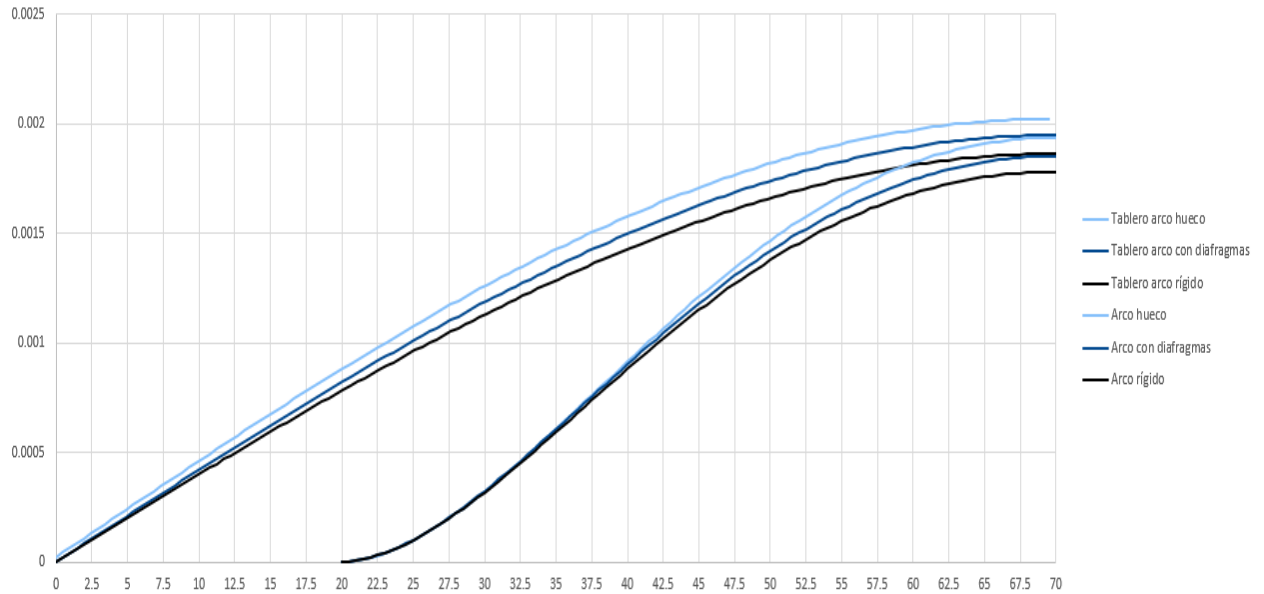


Imagen 50 Comparativa de los desplazamientos transversales con cargas transversales según la restricción a la distorsión.

- Momentos torsores:

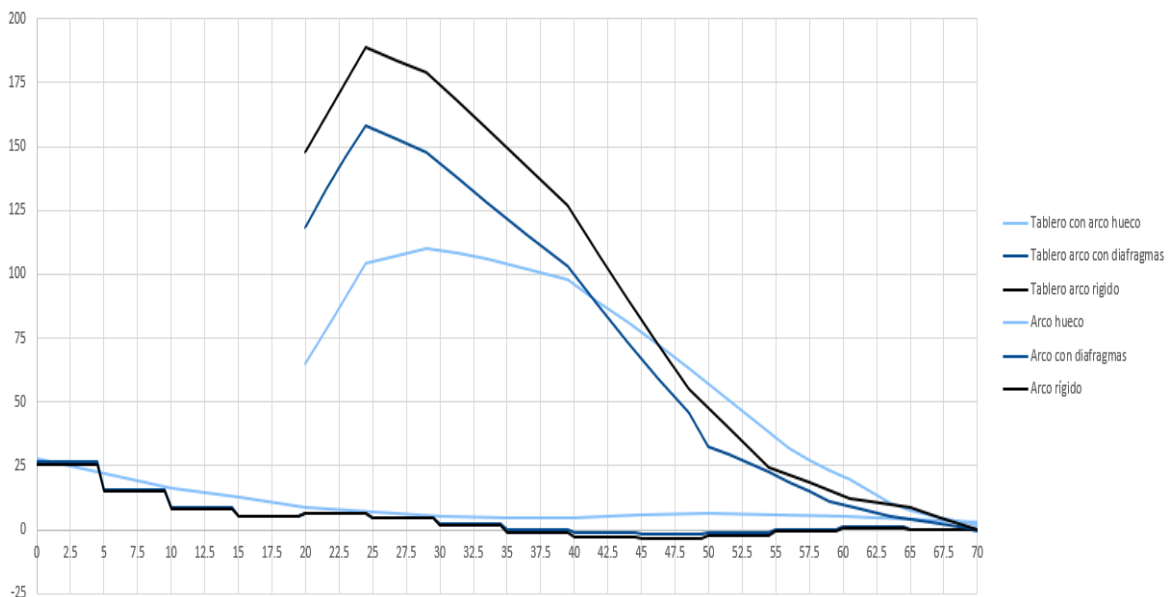


Imagen 51 Comparativa de los momentos torsores con cargas transversales según la restricción a la distorsión.

- Cortantes transversales:

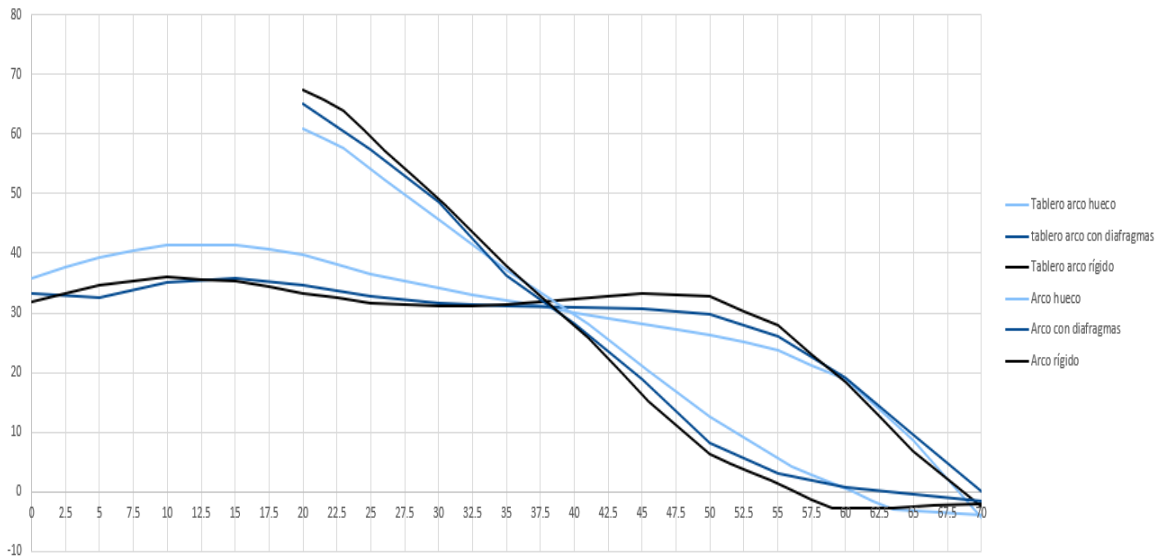


Imagen 52 Comparativa de los cortantes transversales con cargas transversales según la restricción a la distorsión.

- Momentos flectores:

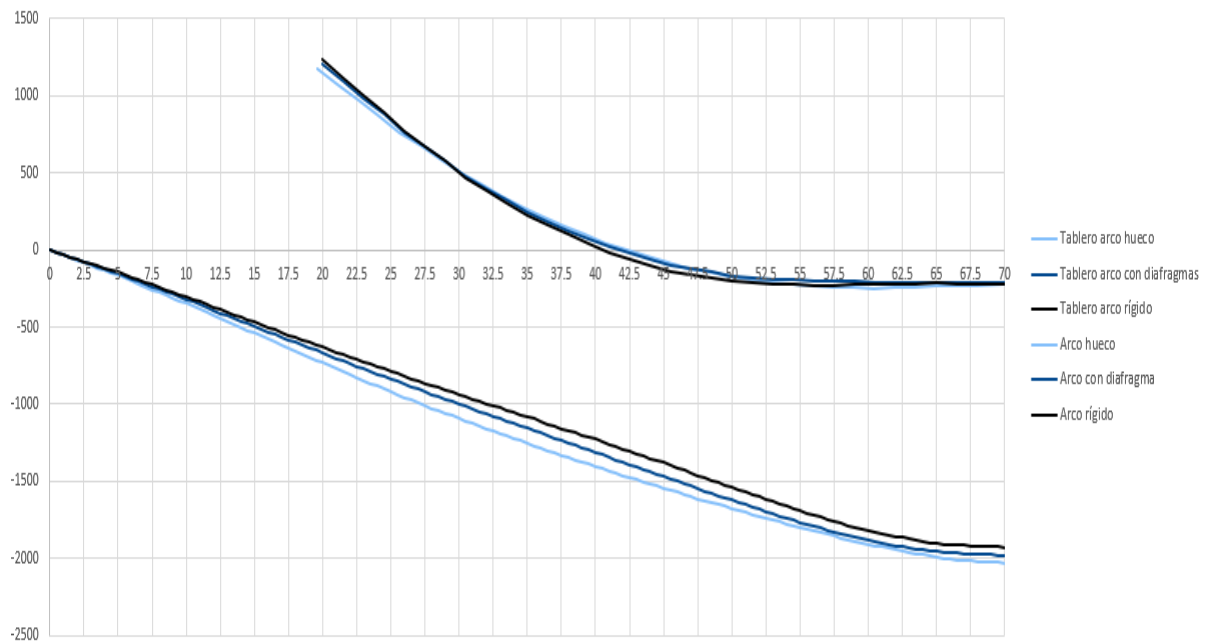


Imagen 53 Comparativa de los flectores transversales con cargas transversales según la restricción a la distorsión.

## 4.3 Descripción de los resultados

### 4.3.1 Carga excéntrica

Empezando esta descripción de resultados por los **desplazamientos transversales** podríamos iniciar indicando la influencia de la distorsión en estos. Se aprecia en la gráfica de los desplazamientos, que cuanto menos restringida está la distorsión, mayores son los desplazamientos. Es decir, la imposibilidad de deformarse la sección del arco, que es lo mismo que decir establecer en la sección la restricción de la distorsión, implica un descenso de los desplazamientos transversales. El cambio de valores de un modelo a otro en el arco es solo apreciable en los últimos metros, ya que en los primeros metros desde el arranque los valores de los desplazamientos permanecen prácticamente idénticos, siendo por ejemplo en 50m (30m desde el arranque del arco) aumentos del 3.7% y 6.8% a medida que va apareciendo la distorsión, cuando en la clave de éste los aumentos son del 8.4% y del 20.7%, siendo este último bastante significativo al considerar la distorsión.

En el dintel pasa exactamente igual que en el arco: en los primeros metros los 3 modelos tienen prácticamente los mismos desplazamientos, conforme nos vamos alejando de los estribos la diferencia se aprecia mucho mejor conforme la distorsión está cada vez más permitida. Por ejemplo, en los 50m, los desplazamientos ya son un 11.1% y un 19.2% mayores a medida que vamos considerando la distorsión, y siendo en la clave del arco (70m), los aumentos del 11% y del 18.5% respectivamente.

Centrándonos ahora en el **momento torsor**, podríamos indicar 2 apreciaciones bastantes claras. La primera es la que se debe a los valores de estos momentos. Se aprecia cómo, conforme la distorsión está cada vez más presente, los momentos torsores en el arco van disminuyendo (disminuyendo un 16.4% y un 27.4% los torsores máximos de los modelos cada vez que la distorsión se hace más presente). Es decir, la aparición de la distorsión provoca un descenso de los torsores en el arco, ya que los del dintel siguen comportándose igual que si fueran tramos empotrados en ambos extremos y sólo dependen de la distancia entre pilas, y como en los 3 modelos es idéntica, estos no se modifican (salvo una diferencia que luego se comentará). La segunda diferencia es la apreciación de cómo al aparecer la distorsión completamente, el crecimiento de los torsores se va desplazando cada vez más hacia la clave, es decir, con la aparición de la distorsión, mayor es el tramo de crecimiento de los torsores, y más tarda, por tanto, en decrecer el valor (aunque los valores sean más pequeños que sin distorsión).

Por último, también deberíamos comentar cómo en el caso en el que la distorsión es libre totalmente, aparece una irregularidad en los momentos torsores del tablero. Exactamente aparece a la altura de 60m punto coincidente con la primera, de las tres que hay, pila que está unida a través del remate a arco y tablero.

En cuanto afectan estos cambios a los **cortantes transversales**, se podría decir que habría que destacar 2 aspectos interesantes. El primero afecta a los valores de los cortantes, aunque estos siguen siendo, como debe ser, en todo momento en arco y pila del mismo valor y signo contrario, se aprecia que conforme la distorsión va apareciendo, los cortantes van aumentando su valor. Es decir, un aumento de la distorsión en la estructura provoca un aumento de los cortantes tanto en arco como en dintel. De hecho, podemos encontrar 2 puntos en los que comparar los cortantes. El primero corresponde al arranque del tablero, donde los cortantes aumentan conforme la distorsión va apareciendo apenas un 3.3% y un 7.7% respectivamente. El segundo punto corresponde aproximadamente a los  $\frac{3}{4}$  de luz, en el que otra vez aumentan estos un 25.9% y un 128% respectivamente.

El segundo aspecto, y aparentemente más interesante, se trata del punto en el que los cortantes se igualan a 0 y cambian de signos. Un aumento de la distorsión provoca que este punto de inversión de valores de los cortantes se vaya desplazando a la derecha. La variación puede apreciarse fijándonos en los puntos donde se produce, que son 40.5 para la distorsión impedida totalmente, 42 para la impedida parcialmente y 43.5 en la que la distorsión no está impedida para nada. Es decir, se supone un aumento de la distancia del 2.2% y un 4.3% respectivamente.



Por último, en el caso de los **flectores transversales**, también sería importante remarcar 2 variaciones. La primera corresponde a los valores, cuanto mayor es la distorsión, mayores son los valores de estos flectores. De hecho, los valores máximos en el arco son 2119.5kNm, 2380.4kNm y 2565kNm, lo que supone un aumento del 12.3% y del 21% respectivamente conforme la distorsión aumenta. Mientras que en el tablero, los flectores máximos (en valor absoluto) son -5404.3kNm, -5948.3kNm y -6612.7kNm respectivamente, lo que supone un aumento de estos valores del 10% y del 22.2% respectivamente. Lo segundo se trata del tramo de crecimiento, en valor absoluto, de los flectores, tanto en arco como en tablero conforme aumenta la distorsión. Es decir, conforme aumenta la distorsión, el punto máximo de los flectores se encuentra cada vez más a la derecha. O mejor dicho, éste varía solo cuando la distorsión está totalmente permitida, pasando el punto donde se encuentran los valores máximos en el arco de 39.5 m a 44m, lo que supone un aumento del 6.5% al pasar de no haber distorsión al permitirla sin ningún tipo de restricción, sucediendo lo mismo en el dintel, donde el punto pasa de 40m a 45m, lo que supone un aumento del 7.1%.

### 4.3.2 Carga transversal

Pasando ahora al caso de las cargas de viento, comenzaremos la descripción de estos resultados por sus **desplazamientos transversales**, en el que podemos apreciar que sucede lo mismo que en el caso de cargas excéntricas. Conforme más presente se hace la distorsión, más aumentan los desplazamientos en arco y tablero. Igualmente será más apreciable en los últimos metros en el arco que en mitad de él, aunque esta vez no será el cambio tan distinto como en el caso de las cargas excéntricas, ya que, por ejemplo, en 45m (mitad de la luz de éste) solo variará un 2.7% y un 5.2% conforme aumenta la distorsión, cuando en la clave se calcula que aumentan un 4% y un 8.8%. Se aprecia más en la clave aunque se ve que los cambios no son tan significativos como antes. En el tablero, las variaciones se mantendrán prácticamente iguales que en el caso del arco, ya que, pasando del modelo donde el arco no tiene distorsión al modelo en que está no está impedida por nada, en 45m se aprecia un aumento del 4.8% y 9.2% respectivamente, mientras que en la clave (70m) las variaciones serán prácticamente las mismas (4.7% y 8.5% respectivamente). Por lo tanto se puede concluir diciendo que los desplazamientos serán mayores conforme haya más distorsión, pero no serán los cambios tan significativos como en el caso de las cargas excéntricas, donde se producían aumentos del más del 20%.

Si nos centramos ahora en los **momentos torsores**, se puede apreciar cómo, conforme la distorsión se hace cada vez más presente, los momentos torsores son cada vez más pequeños; descienden los valores y se puede comprobar este descenso calculando la caída porcentual de los momentos máximos en el caso del modelo con diafragma y en el que arco es totalmente hueco, que corresponden a 19.2% y 71.2%. Quedando, por tanto, demasiado considerable el tener en cuenta o no la distorsión a la hora de calcular los momentos máximos torsores, pues disminuyen un 71.2% al pasar de un modelo donde la distorsión no existe a uno en el que está totalmente permitida.

Por comentar, también podríamos comentar que cuando el arco es hueco y no tiene ningún tipo de restricción a la distorsión, la caída de los torsores se produce de una manera más paulatina, es decir, el decrecimiento es una recta con menor pendiente que en los demás casos.

De los **cortantes transversales** se podría decir que sus valores cambian, los cuales se encuentran siempre en torno a un 4-12% de variación entre los distintos modelos. Por ejemplo, en el arranque del arco comparando con el modelo en que la distorsión está totalmente impedida, los cortantes, conforme la distorsión es cada vez más presente, disminuyen un 4.1% donde hay diafragmas en las secciones de las pilas y un 10.6% hasta llegar al modelo donde no hay nada que impida la distorsión. Mientras que en el arranque del tablero, conforme la distorsión se hace más presente, estos cortantes aumentan un 4.4% y un 12.81% respectivamente. Lo importante en el diagrama es que conforme la distorsión aumenta, los cortantes en el dintel van aumentando y los del arco disminuyendo hasta el punto en el que estos valores se igualan, punto a partir del cual la cosa se invierte. Es decir, una vez alcanzado ese punto los cortantes en el tablero van disminuyendo conforme hay más distorsión y viceversa en el arco. Por otra parte, el punto donde los cortantes se igualan prácticamente no cambia, se mantiene prácticamente en los 3 modelos en torno al mismo punto (38 metros.)

Por último y para finalizar, se ve claramente en la gráfica de los **flectores transversales**, cómo los valores apenas varían en el arco, aunque sí se puede decir, en el tablero, que son mayores, en valor absoluto, conforme la distorsión se hace presente. De hecho, las máximas variaciones se producen a la altura de los 42.5m que apenas superan una diferencia de 60kNm y teniendo en cuenta que se producen en varios puntos de éste flectores transversales con valores más allá de los 1000kNm, llevan a considerar prácticamente despreciable esas variaciones de valores de un modelo a otro. Y exactamente lo mismo en el tablero, donde los valores en el caso de arco hueco tienen valores superiores, en valor absoluto, a los otros dos casos, pero son variaciones que comparadas con los valores que por lo general hay en el tablero, no son representativas como para llegar a destacar.

## 4.4 Análisis de los resultados

### 4.4.1 Carga excéntrica

La explicación de la variación del aumento de los **desplazamientos transversales** conforme la distorsión se hace presente se antoja sencilla. Según los modelos planteados, se han ido planteando modelos con un arco cada vez más simple estructuralmente hablando. O mejor dicho, cada vez son menos complejos interiormente, ya que pasamos de tener condiciones en todas las secciones para que no se puedan deformar, a tener secciones huecas sin ningún tipo de condición ni restricción a la deformación. Este hecho provoca que cada vez el arco sea menos rígido, o mejor dicho para comparar desplazamientos: más flexibles. Debido a que cada vez el arco es más flexible, experimentará o sufrirá mayores desplazamientos como es de esperar; esa es la razón por la que al pasar de un modelo a otro los desplazamientos serán mayores: la pérdida de rigidez.

Para explicar el por qué los desplazamientos en el arranque son prácticamente los mismos con variaciones que se escapan a simple vista, mientras que conforme se van alejando del inicio de estos, los desplazamientos van haciéndose cada vez más distantes, es decir, que conforme se va recorriendo metros, tanto de arco como de tablero, los desplazamientos de los modelos van separándose unos de otros, siendo los valores más altos con un arco hueco y menores con un arco que no se puede deformar, nos podemos justificar en el origen de estos desplazamientos: un mecanismo de deformación por torsión, el cual indica que conforme nos vayamos alejando de las zonas empotradas (los arranques), los desplazamientos se harán cada vez mayores. Esto, sumado a que cuanto menos rígido más deformación, nos cierran la explicación de la diferencia entre los tres modelos propuestos. Para completarlo, se mostrará una imagen de la deformada de las secciones del puente correspondiente a la clave de los tres modelos propuestos. Esta deformada tendrá el valor multiplicada por 5 para que sea más fácil de apreciar en todos los modelos:

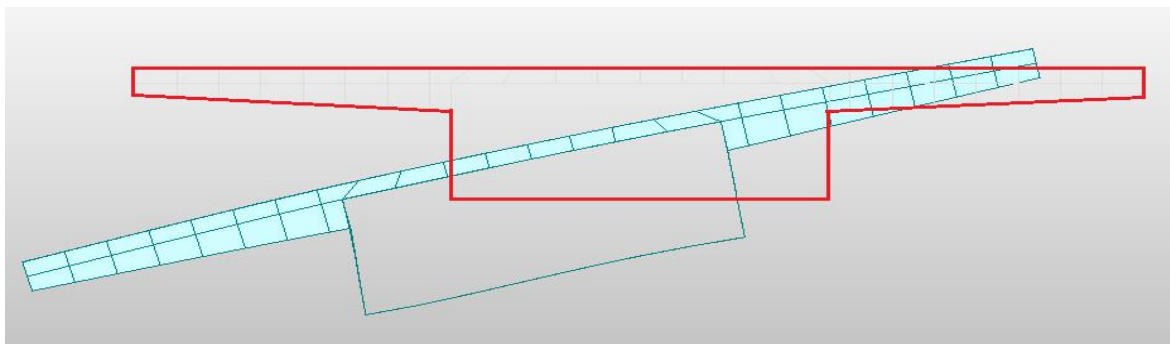


Imagen 54 Deformada de la sección del puente en la clave, primer modelo con arco hueco.

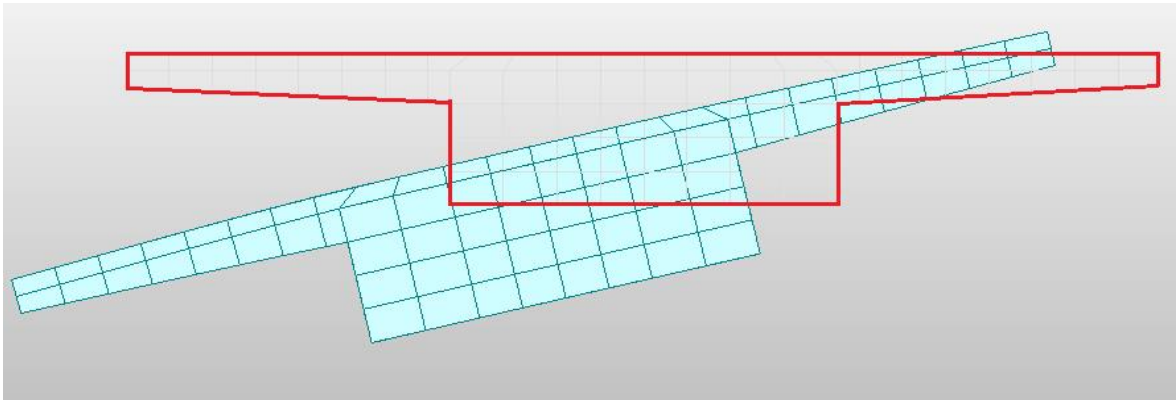


Imagen 55 Deformada de la sección del puente en la clave, segundo modelo con arco con diafragmas.

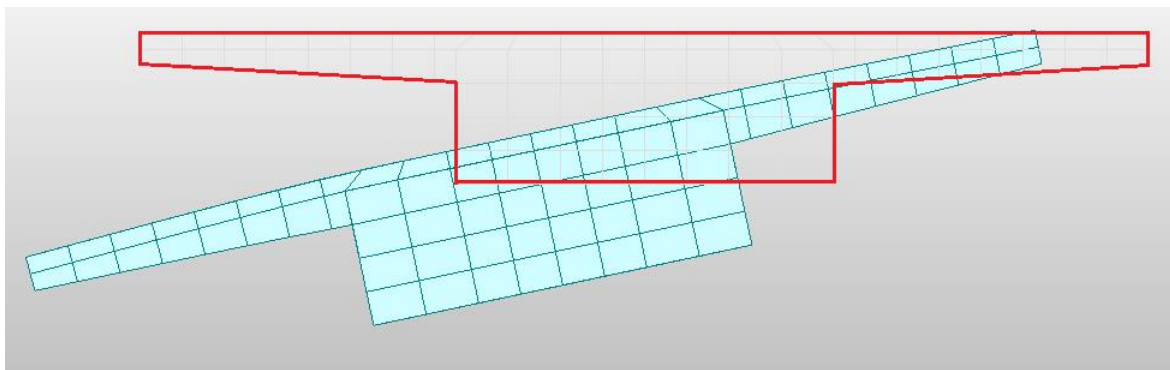


Imagen 56 Deformada de la sección del puente en la clave, tercer modelo con arco rígido.

La explicación de la disminución de los **momentos torsores** conforme la distorsión se va haciendo más y más presente corresponde a la realidad de una pérdida de rigidez en los modelos. Es comprensible que cuanto mayor sea la rigidez en el modelo, estando sometidos ambos a los mismos torsores y/o cargas excéntricas, mayor sean los momentos torsores presentes en ellos. En cuanto a que el tramo de crecimiento de los torsores en el caso donde el arco es hueco sea mayor que en los otros dos casos, se podría justificar con el mismo razonamiento que los anteriores: la rigidez. Si comparamos las secciones de los últimos metros cercanos a la clave, y sobre todo, las secciones del arco coincidente con pilas, se puede apreciar que las secciones que tiene el arco hueco tendrán mucha menor rigidez que las otras dos. Para apreciar esto mejor visualizaremos, por ejemplo, la sección correspondiente a los 60m del tablero, que nos será de ayuda para realizar un razonamiento posterior:

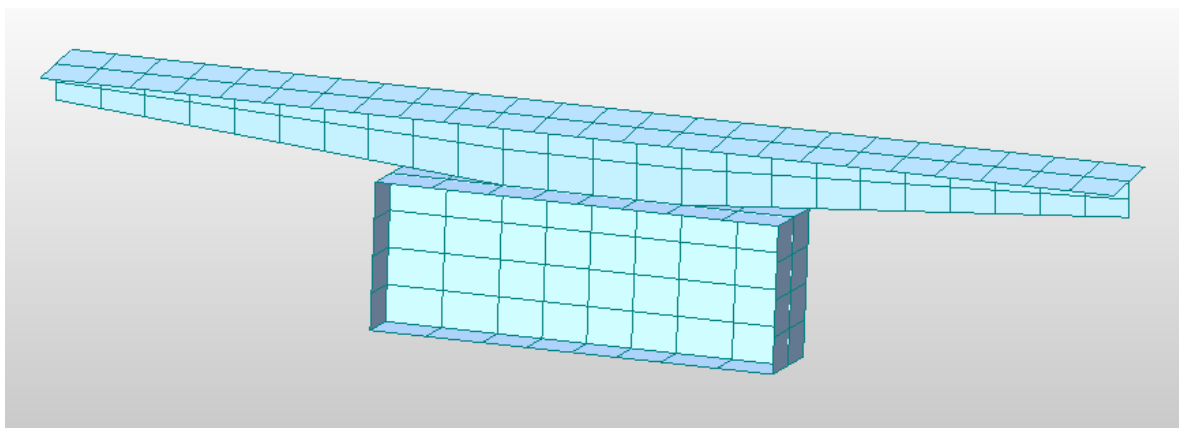


Imagen 57 Sección correspondiente a los 60m del segundo y tercer modelo.

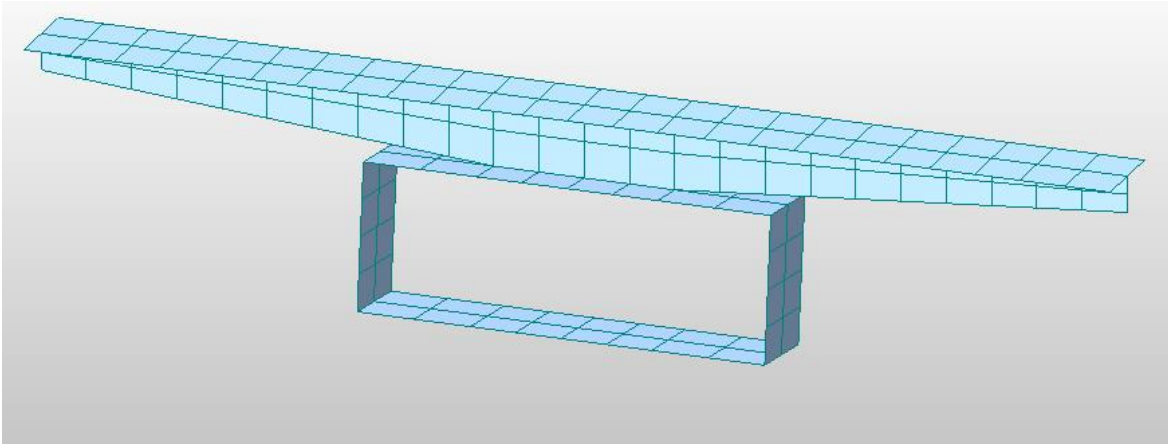


Imagen 58 Sección correspondiente a los 60m del primer modelo donde el arco es hueco.

Como se puede apreciar las secciones del modelo donde el arco es hueco tendrán una rigidez mucho menor que en los demás casos. O mejor dicho, estos otros dos modelos serán infinitamente rígidos transversalmente, mientras que en el caso de arco hueco, su rigidez transversal brillará por su escasez (comparándola con la otra), debido a que se le permite la distorsión.

Es por este motivo, por el cual, en el primer modelo, los torsosres siguen creciendo más que en los otros dos; debido a una menor rigidez transversal y su consecuencia de menor capacidad para compatibilizar las deformaciones. A una mayor rigidez, las deformaciones, que además son menores en estos casos, se compatibilizarán antes, en posiciones más alejadas de la clave, por lo que el tramo de crecimiento de los torsosres en los modelos donde hay menor o ninguna distorsión, se harán cada vez más cortos.

Por otra parte, la irregularidad apreciada en los momentos torsosres en el tablero tienen también una explicación directamente relacionada con la distorsión, o más bien, con la rigidez transversal que proporciona la restricción de ésta. Como se puede apreciar, durante casi toda la longitud del tablero, los momentos torsosres presentes en él se asemejan a unos torsosres correspondientes a condiciones de empotramiento, solo dependiendo de la distancia entre las pilas (donde está el empotramiento). Sin embargo, a la distancia de 60 metros se produce una irregularidad. Irregularidad similar a como si entre las pilas de 55m y 65m, en vez de estar estas dos y la de 60 empotradas las tres, hubiéramos permitido el giro de la del medio, es decir, como si en la pila correspondiente a 60 metros no hubiera condición de empotramiento y el giro estuviera permitido (condición que permite que los momentos torsosres se modifiquen y en esa pila intermedia sigan creciendo hasta llegar a la siguiente pila). Para comprobar qué sucede, mostraremos la deformación de la pila situada en 60 metros (en el caso de arco hueco que es donde estamos apreciando la variación), multiplicada esta vez por 10 su valor para apreciar mejor la deformación:

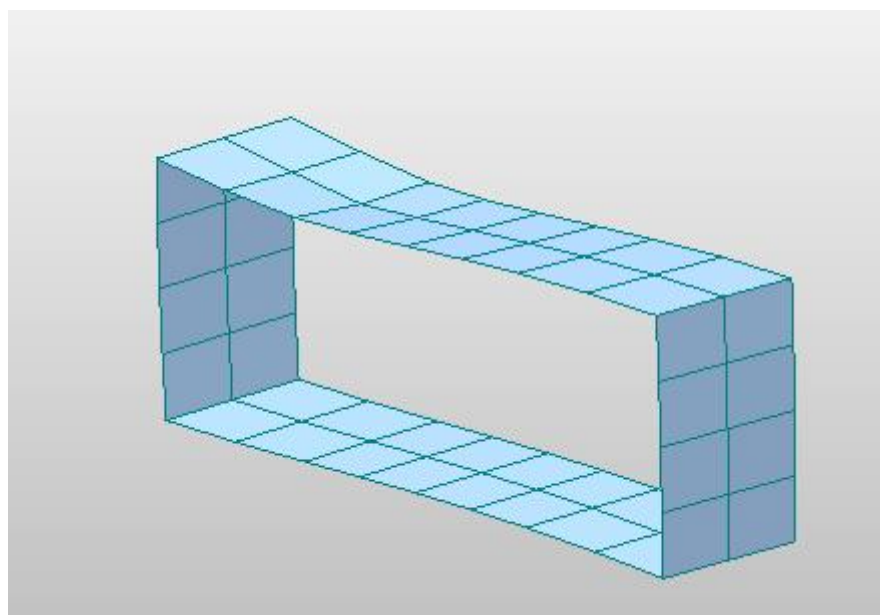


Imagen 59 Sección deformada correspondiente a los 60m del tablero en el modelo de arco hueco.

Como se puede apreciar, es cierto que se produce un giro. Este giro es, por tanto, el causante de la irregularidad en los momentos torsores en esa posición. Además, es importante remarcar que el giro, o el hundimiento/deformación, es provocado por la falta de rigidez transversal en esa sección. Como se puede apreciar en la imagen, la sección correspondiente a 60m es la primera sección del arco coincidente con pila, en la cual no existe pila como tal, solo el remate de ésta. Es por tanto, el pequeño brazo de unión entre en el arco con el remate de la pila, lo que provoca una pérdida de rigidez local comparado con los otros modelos. Además, el pequeño brazo de unión, desprovisto de la rigidez en esa sección (como la que hay en los otros modelos) conlleva la desaparición de la condición de empotramiento en esa sección, y por tanto, la posibilidad de realizar un giro. Efectos que desembocan finalmente en esa irregularidad en la pila de 60 metros. Quiero decir, aunque en los 3 modelos en la misma sección del arco existe la idéntica unión tablero arco a través del remate de la pila, al menos en los otros dos modelos, al tener esa sección infinita rigidez transversalmente, ayuda a que la condición de empotramiento en el tablero no desaparezca y, por tanto, la ley de momentos torsores no se vea afectada en el tablero.

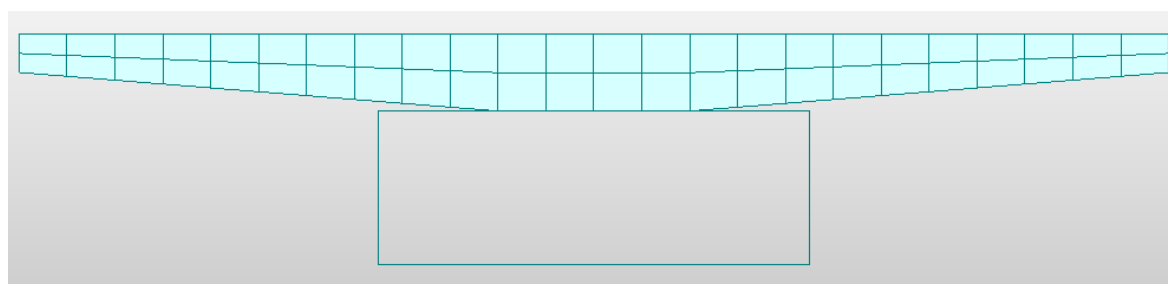


Imagen 60 Sección correspondiente a los 60m del tablero en el modelo de arco hueco.

Esta es la explicación de lo que ocurre en la posición de 60 metros con los momentos torsores del dintel, los cuales continúan decreciendo, por equilibrio, hasta la siguiente pila. Sin embargo, en la posición de esta pila siguiente, 65 metros, resulta que la ley de momentos torsores se restituye y continúa idéntica en los tres modelos. Es decir, resulta que la condición de empotramiento parece reaparecer y la ley de estos momentos continua como antes. Esto es debido a la configuración de la sección correspondiente a esta posición:

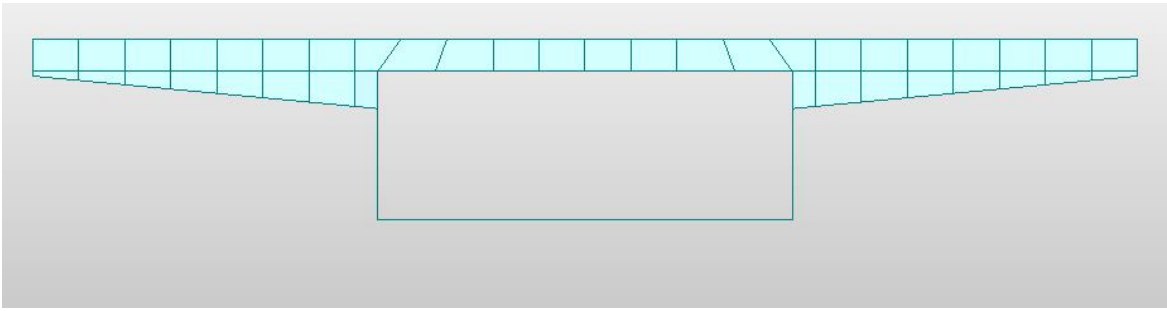


Imagen 61 Sección correspondiente a los 65m del tablero en el modelo de arco hueco.

Como se puede apreciar, el remate de la pila abraza al arco, lo que conlleva a realizar la función de diafragma; la función de generar rigidez transversal. Por tanto, debido a la configuración de esta sección del arco y su unión con el tablero, se puede asegurar que existe la rigidez necesaria para garantizar la condición de empotramiento en el dintel que antes había desaparecido, por lo que la ley de momentos torsores vuelve a ser la que era antes, que básicamente es la misma en los 3 modelos.

Toda esta explicación del cambio de rigidez transversal debido a la configuración de las pilas más cercanas a las claves, además de explicar la ley de momentos torsores en el dintel, ayudan a comprender por qué la estructura tarda más en compatibilizar las deformaciones a través de los momentos torsores. Es decir, la explicación anterior, además de justificar el comportamiento en el tablero, justifica de igual forma el alargamiento de los torsores del arco en el modelo de arco hueco; es la razón por la cual los desplazamientos tardan más en compatibilizarse en este modelo y el por qué, a partir de los últimos metros la caída de estos torsores es mucho más grande (el cambio en la rigidez transversal compatibiliza rápidamente las deformaciones y los momentos torsores caen en picado).

En cuanto a los **cortantes transversales**, se podría empezar justificando la disminución de los valores de estos cortantes conforme va aumentando la restricción de la distorsión debido a un aumento de la rigidez total de la estructura. Como ya se ha dicho, aumentar las restricciones a la distorsión introduce una rigidez transversal en el arco, primero solo en las secciones coincidentes con las pilas en el modelo de los diafragmas y luego en todo el arco, al tener éste un comportamiento como sólido rígido. A una mayor rigidez, una menor deformación y unos menores cortantes. Es, entonces, ésta la explicación correspondiente a la variación de los valores, aunque realmente también será la del punto en el cual los cortantes se igualan a cero.

Como ya se dijo antes, los cortantes invierten su valor para hacer posible la compatibilización de las deformaciones del conjunto arco-tablero. Y una mayor rigidización de la estructura transversalmente, implica un mayor adelanto del mecanismo de compatibilización de estas deformaciones. Por tanto, al ser el modelo con distorsión el menos rígido transversalmente será éste el que menos necesidad tenga de adelantar el mecanismo de inversión de los cortantes, es decir, será este modelo el que tenga el punto donde los cortantes se invierten más cerca de la clave. Y el modelo más rígido el que necesite adelantar el mecanismo de compatibilización unos metros antes. Por eso en el modelo de arco rígido el punto de inversión está más alejado de la clave. Y por último, el modelo con los diafragmas, al estar en una situación de rigidez intermedia, tendrá un punto de inversión de los cortantes situado entre los correspondientes a los otros dos modelos.

Por último, para finalizar el caso de carga transversal, el hecho de que los **flectores transversales** aumenten de valor conforme la distorsión es cada vez más presente se debe, otra vez, a la pérdida de rigidez. Un aumento de la flexibilidad, o pérdida de rigidez, depende de cómo se quiera ver, propicia que se produzcan mayores desplazamientos transversales, mayores cortantes transversales y unos mayores flectores transversales. Y para dar la explicación del por qué el punto donde los flectores son máximos se va desplazando hacia la derecha se podría decir otra vez que es debido a la pérdida de rigidez. Pero para justificarlo de una forma distinta, podemos referirnos al origen del punto en el que estos flectores son máximos. Este punto coincide con el punto en el que los cortantes se invierten de signos, es decir, en el punto en el que los cortantes transversales se hace nulo. Por tanto, como explicamos unas líneas arriba, cuanto más presente está la distorsión, más cerca de la clave estará este punto de inversión de los cortantes y, entonces, más a la derecha estará el punto en el que estos flectores son máximos.

#### 4.4.2 Carga transversal

Para explicar el caso de los **desplazamientos trasversales** en el caso de estas cargas transversales, recurrimos a la misma explicación que usamos en los de la carga excéntrica. Tal explicación será válida tanto para justificar por qué a mediada que la distorsión se hace más presente, los desplazamientos van aumentando y el por qué los desplazamientos en ambos modelos en los arranques, tanto de arco como de tablero respectivamente, permanecen idénticos, mientras que conforme estos elementos van recorriendo su distancia hasta la clave, experimentan separación de los valores entre los distintos modelos. Todo es debido a la rigidez que tiene cada modelo: mayor rigidez, mayores desplazamientos.

Por otro lado, también existe una explicación para justificar las menores variaciones relativas de los valores al cambiar las cargas, es decir, existe una explicación que justifica por qué, por ejemplo, en la clave, la variación de los desplazamientos entre los modelos es menor en el caso de cargas transversales que en el caso de cargas excéntricas. Estas distintas variaciones se deben a la variación de la magnitud global de los desplazamientos. Mientras que en el caso de cargas excéntricas se manejan desplazamientos máximos en torno a los 6-7mm, en el caso de carga transversal rondan los 2mm. Por tanto, como la magnitud de los desplazamientos es, en general, menor en el caso de carga transversal que en el de excéntrica, es normal que las variaciones de estos desplazamientos sean también menores, pues se manejan valores de desplazamiento pequeños en cualquiera de los tres modelos presentes.

En el caso de los **momentos torsores** encontramos ya 2 aspectos curiosos: la variación de los valores y la variación del decrecimiento de estos en el arco. Ambos tienen su razón de ser. Para explicar el primer aspecto, el decrecimiento de los valores de estos torsores conforme la distorsión se hace cada vez más presente, nos basaremos en la justificación rápida y más que demostrada a estas alturas, de que conforme aparezca menos distorsión habrá más rigidez y, por tanto, conducirá a tener una ley de momentos torsores mayores.

Sin embargo, la explicación para justificar por qué en el caso de que el arco es hueco, sin ningún tipo de restricción a la distorsión, el descenso de estos momentos, en el arco, se desarrolla de una forma más tranquila, es decir, siendo la pendiente de los decrecimientos más pequeña, se antoja más complicada que la del aspecto anterior.

Este decrecimiento más paulatino en el caso de arco hueco con respecto al de los demás modelos tiene su explicación en la forma de los torsores totales de la estructura, es decir, la suma de los torsores de arco y tablero, más el torsor producido por el par de fuerzas que origina la torsión, los cuales pueden verse en la siguiente figura en cada uno de los tres modelos existentes:

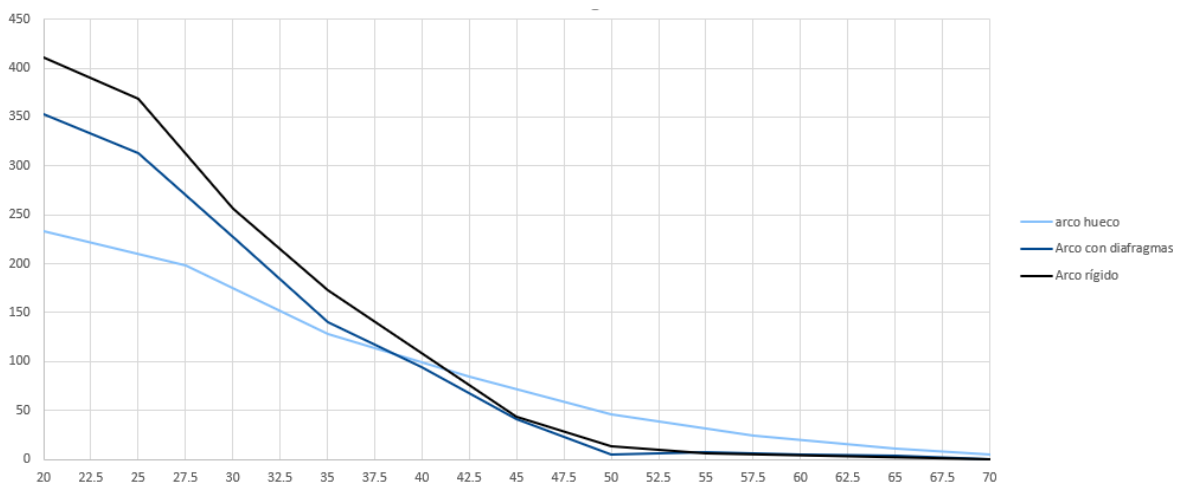


Imagen 62 Comparativa de los torsores totales en el caso de carga transversal.

Como se aprecia, en el caso de arco hueco, en la zona de mitad de clave en adelante los torsos totales son mayores que en los demás casos, y no solo eso, sino que en zonas donde en los otros dos modelos los torsos son prácticamente nulos, estos aún siguen manteniendo un valor considerable. Por tanto, el hecho de que los torsos en el arco, en el caso de arco hueco, tarde más en decrecer, se debe a que los torsos totales, a su vez, tardan más en decrecer. Estos torsos totales, por su parte, tardan más en decrecer por cuestiones de equilibrios, entre las cuales tiene que ver la distancia de las cargas aplicadas al centro de giro, aspecto en el que no vamos a profundizar, pero se indica por tal de justificar la ley de momentos torsos en el arco.

Los cambios debidos a los **cortantes transversales** son debidos a la rigidez de los modelos conforme se restringe la distorsión. Cuanto menos rígidos sean los modelos, mayores serán los cortantes en el dintel y sumado a que la acumulación natural de carga no varía (como se dijo ya en el caso donde comparábamos modelos de barras con modelo de placas), provoca que los cortantes en el arco disminuyan conforme la rigidez aumenta.

Se concluirá el análisis indicando que los **flectores transversales** son mayores en valor absoluto en el caso de arco hueco, aunque en la mayor parte del recorrido los valores permanezcan prácticamente iguales, por la sencilla razón de conforme más rígido sea el modelo, mayores serán los flectores transversales.

## 4.5 Otros resultados y comparativas

En este apartado se mostrarán más resultados y comparaciones de los tres modelos que se han obtenido previamente y que o bien no han sido mostrados anteriormente o bien no han sido presentados como comparativa directa mediante gráficos y que resultan bastante interesantes para el estudio de la influencia de la distorsión. Igualmente, como en los casos anteriores, se diferenciará entre casos de cargas excéntricas y cargas transversales para una mejor claridad.

### 4.5.1 Carga excéntrica

Para empezar, podríamos mostrar una serie de gráficos en las que se compare la disminución/aumento de los esfuerzos y desplazamientos conforme la distorsión es cada vez más presente. Prácticamente son los mismos resultados que antes se han descrito pero mostrados gráficamente como comparativas, tomando de referencia siempre el primer modelo (el que tiene la distorsión totalmente restringida):



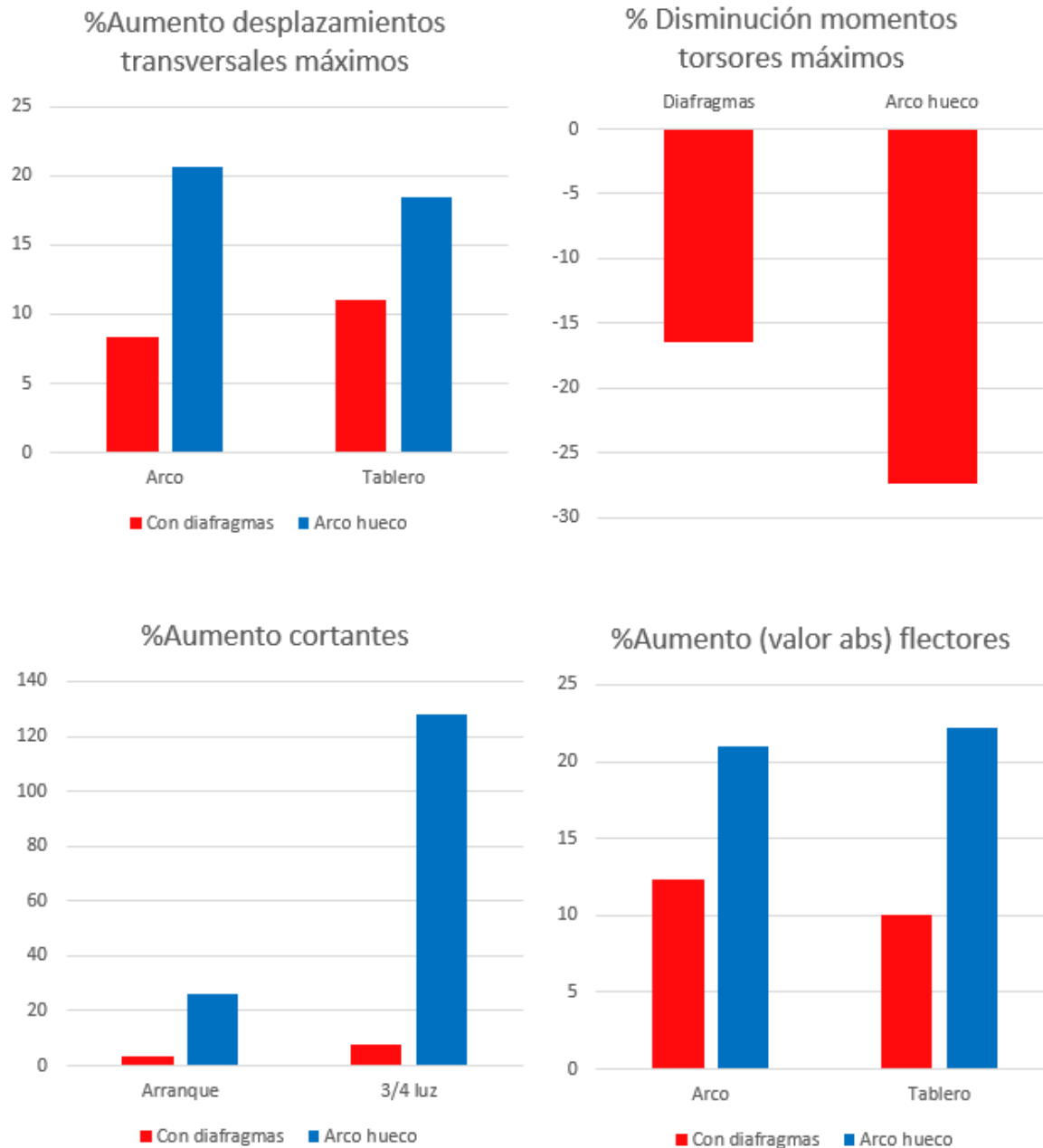


Imagen 63 Comparativa de los aumentos/disminuciones de los esfuerzos y desplazamientos conforme aumenta la distorsión en el caso de carga excéntrica.

También se puede mostrar las comparativas de los 3 torsosres debidos al par de fuerzas originados por la torsión:

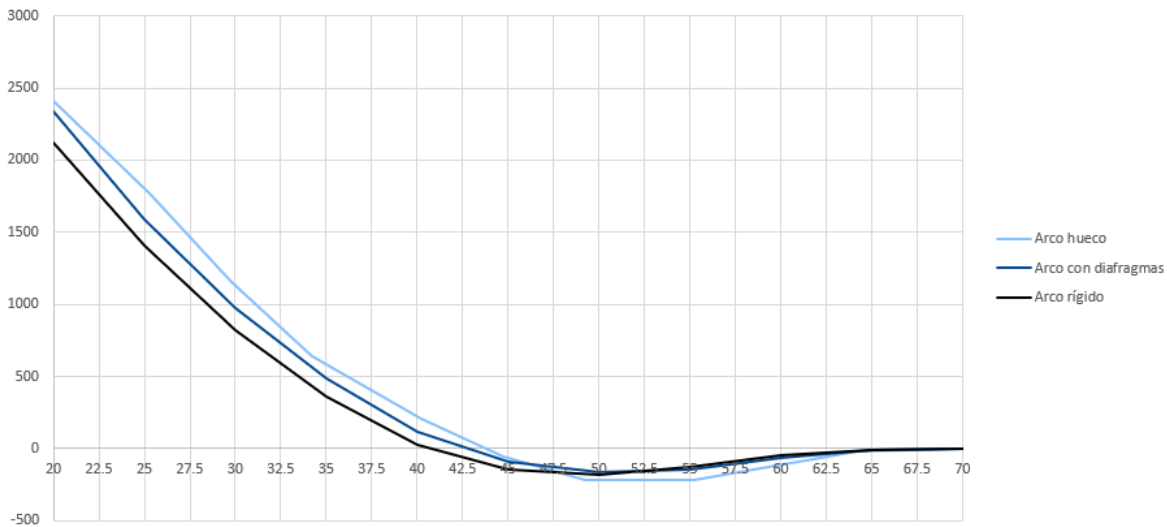


Imagen 64 Momentos torsosres debidos al par de fuerzas en el caso de carga excéntrica.

Como se puede ver, conforme la distorsión se hace cada vez más presente, los momentos torsosres debidos al par de fuerza son cada vez más mayores. Esto es debido a que conforme la rigidez va aumentando, es decir, conforme la distorsión va desapareciendo, el arco, el cual es más rígido, está soportando cada vez mayores momentos torsosres, como se pudo comprobar anteriormente, por lo que a mayores esfuerzos que se lleva el arco, provoca que el mecanismo de las cargas transversales produzca momentos torsosres más pequeños. Es decir, a mayor rigidez, el arco se lleva mayores torsosres, lo que provoca que los momentos torsosres derivados de las cargas transversales sean más pequeños. Esto, de todas formas, se verá más adelante de una forma más clara.

De igual forma, también se pueden comparar las leyes de momentos torsosres totales presentes en la estructura, es decir, las sumas de los momentos torsosres de arco, tablero y par de fuerzas en cada uno de los puntos en los que se han calculado estos.

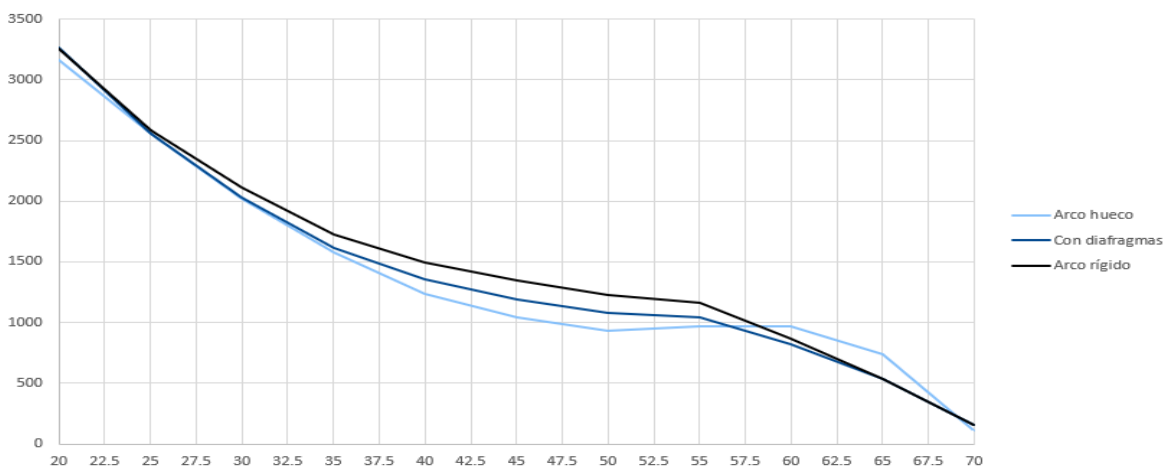


Imagen 65 Momentos torsosres totales en el caso de carga excéntrica.

Lo que le sucede al modelo con arco hueco a la altura de los 60 metros ya fue explicado anteriormente. El comportamiento de este modelo con respecto a los demás es debido a la imposibilidad de compatibilizar

deformaciones en puntos anteriores, como hacen los otros modelos, por lo que los momentos torsores crecen en el arco hasta distancias mayores que en los otros modelos. Por tanto, al tener momentos torsores mayores en el arco, hará que el momento torsor total también sea mayor, tal y como se ve en la gráfica.

Además de ver las leyes de momentos torsores totales de forma simple, lo que viene siendo solo y exclusivamente los momentos torsores correspondientes a la suma de los momentos torsores de arco y par de fuerzas, podríamos mostrar también, en 3 gráficas correspondientes a los 3 modelos, las leyes de momentos torsores correspondiente a todos los elementos: arco, tablero, par de fuerza y torsores totales.

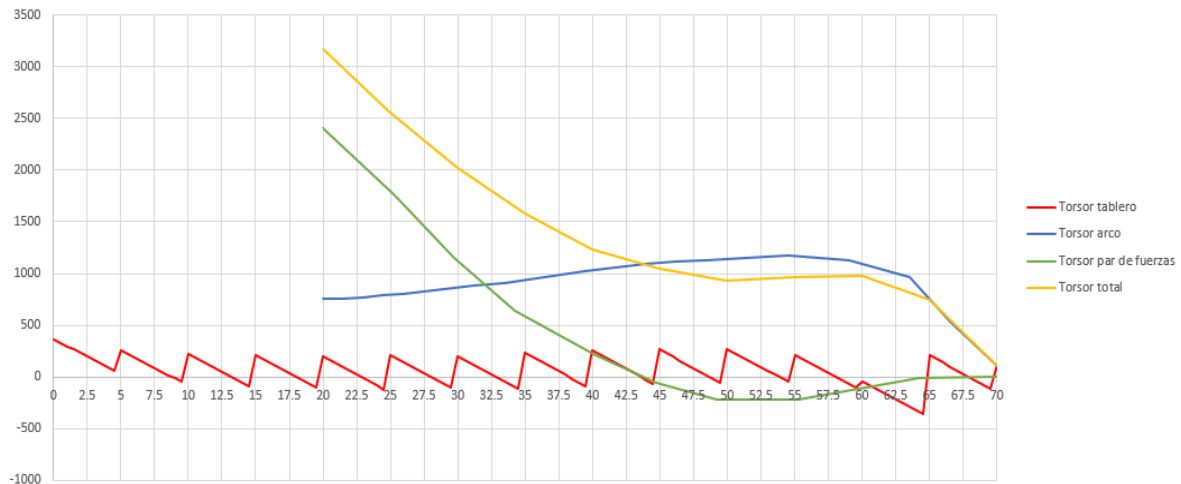


Imagen 66 Momentos torsores del modelo de arco hueco en el caso de carga excéntrica.

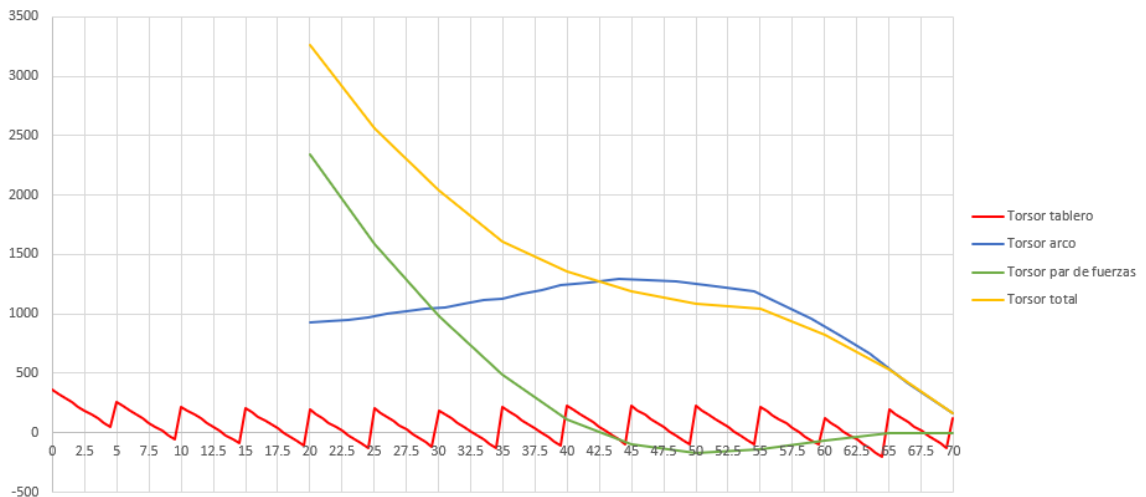


Imagen 67 Momentos torsores del modelo con diafragmas en el caso de carga excéntrica.

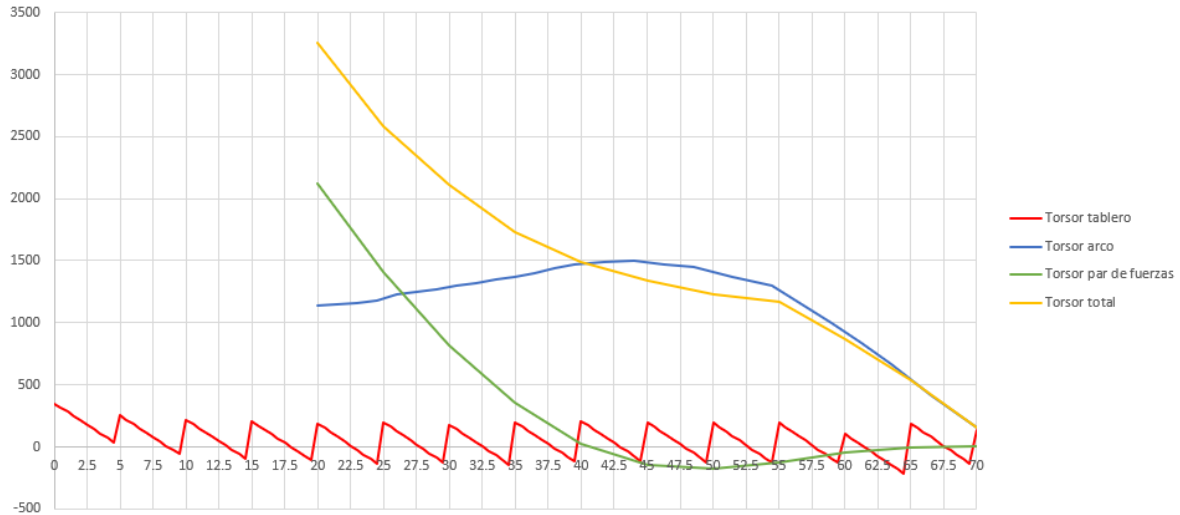


Imagen 68 Momentos torsores del modelo con arco rígido en el caso de carga excéntrica.

Una vez vistos las leyes de momentos torsores totales, la del par de fuerza y la de arco y dintel, podemos calcular varios porcentajes o contribuciones interesantes. Por ejemplo, podríamos calcular en el arranque del arco, cuánto es el tanto por ciento de contribución del torsor del arco y del torsor del par de fuerzas al torsor total:

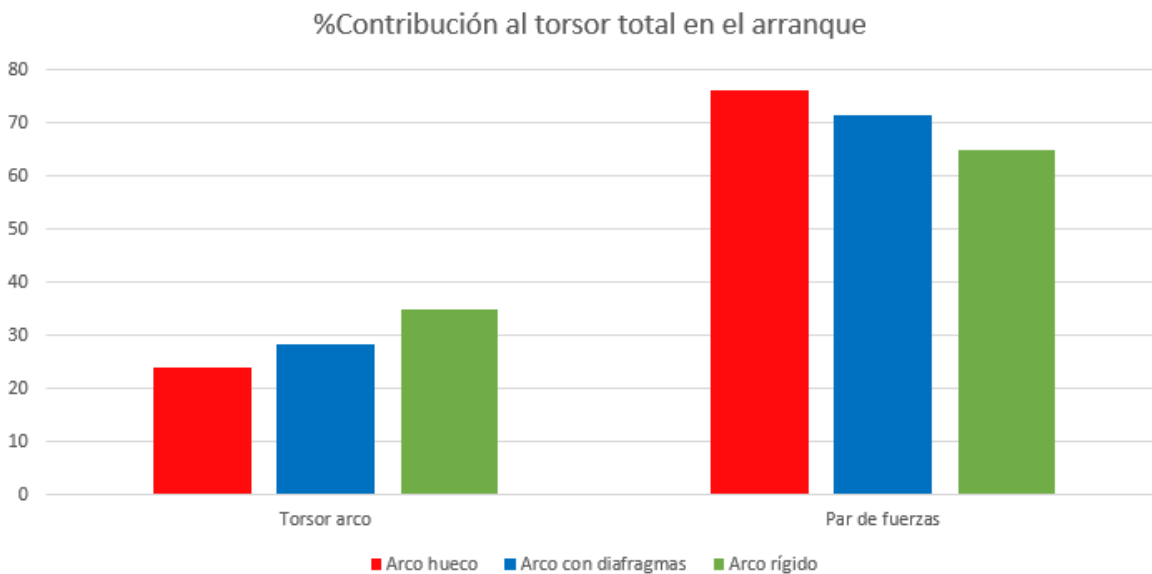


Imagen 69 Porcentaje de la contribución al torsor total en el arranque del arco en el caso de carga excéntrica.

Se puede apreciar cómo, conforme la distorsión va desapareciendo, el torsor del arco es cada vez más influyente en el torsor total y menos el del par de fuerzas. O lo que es lo mismo, conforme la distorsión se va haciendo más presente, la contribución del torsor del arco al torsor total es cada vez menos significativa, teniendo cada vez mayor peso el torsor del par de fuerzas. El torsor del tablero, al ser éste mucho más pequeño que los del arco y los del par de fuerzas, no fue tenido en cuenta a la hora de hacer los porcentajes.

Otra comparación significativa podría ser la de centrarnos en el punto en el que el momento torsor del par de

fuerzas es mínimo. Este punto es interesante porque ahí el momento torsor del par de fuerzas adquiere valores negativos, siendo el momento torsor en el arco positivo y bastante superior en valor absoluto, lo que conlleva que el momento torsor total sea positivo, dejando al par de fuerzas un momento torsor que hace disminuir el valor del momento torsor total con respecto al de arco. Por lo tanto, en este punto lo interesante será ver cuánto (en porcentaje) es capaz de disminuir el par de fuerzas el momento torsor total:

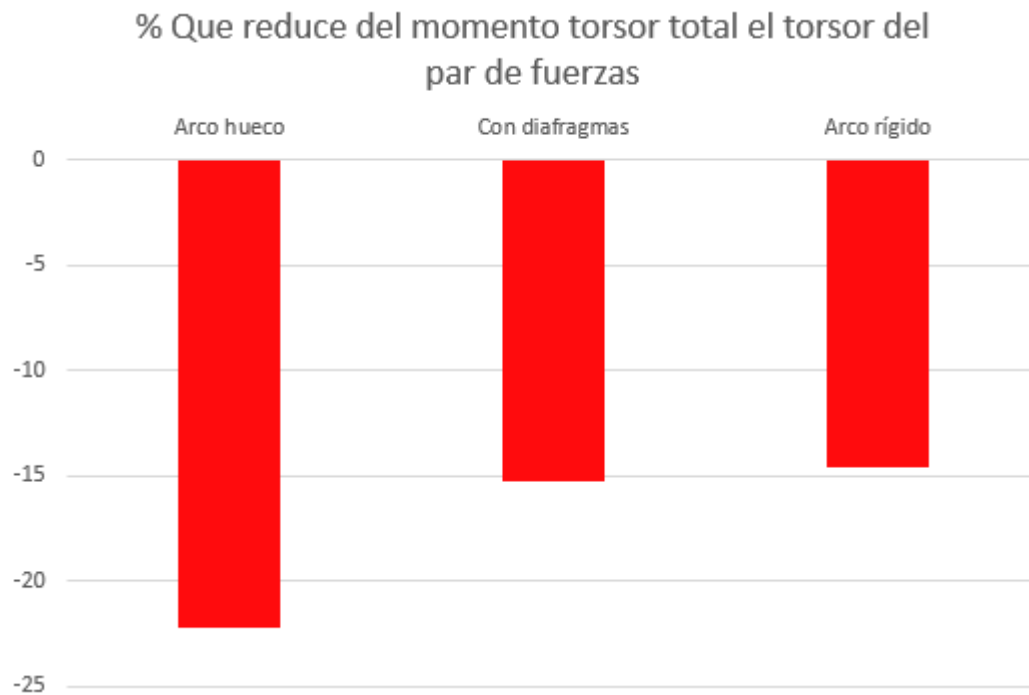


Imagen 70 Porcentaje que reduce el torsor del par de fuerzas al torsor total en los puntos donde el torsor del par de fuerzas es mínimo en el caso de carga excéntrica.

Como se puede ver, conforme la distorsión aumenta, los momentos torsores del arco reducen cada vez más el torsor total en esos puntos más próximos a la clave (en torno a los 50-55 metros), es decir, el torsor del par de fuerzas es cada vez más significativo conforme aumenta la distorsión como ya se vio anteriormente en el arranque.

#### 4.5.2 Carga transversal

Al igual que en el caso de carga excéntrica, mostraremos los porcentajes de aumento o de disminución de los desplazamientos transversales, momentos torsores y cortantes transversales en el caso de carga transversal de los modelos del arco con diafragmas y arco hueco con respecto al que tenía la distorsión totalmente restringida. Las variaciones de los flectores transversales no han sido tenidas en cuentas por ser prácticamente nulas en comparación con los valores que se alcanzan (diferencias de 60kNm en zonas intermedias cuando se alcanzan valores de los flectores de más de 2000kNm).

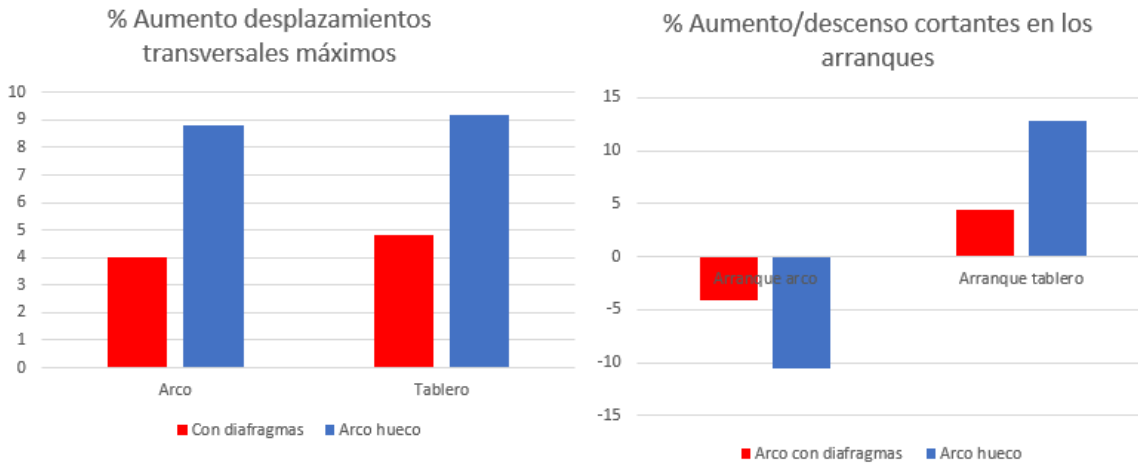


Imagen 71 Comparativa de los aumentos/disminuciones de los esfuerzos y desplazamientos conforme aumente la distorsión en el caso de carga transversal.

Igual que en el caso anterior, mostraremos las comparativas de los momentos torsores debidos al par de fuerzas en los 3 modelos:

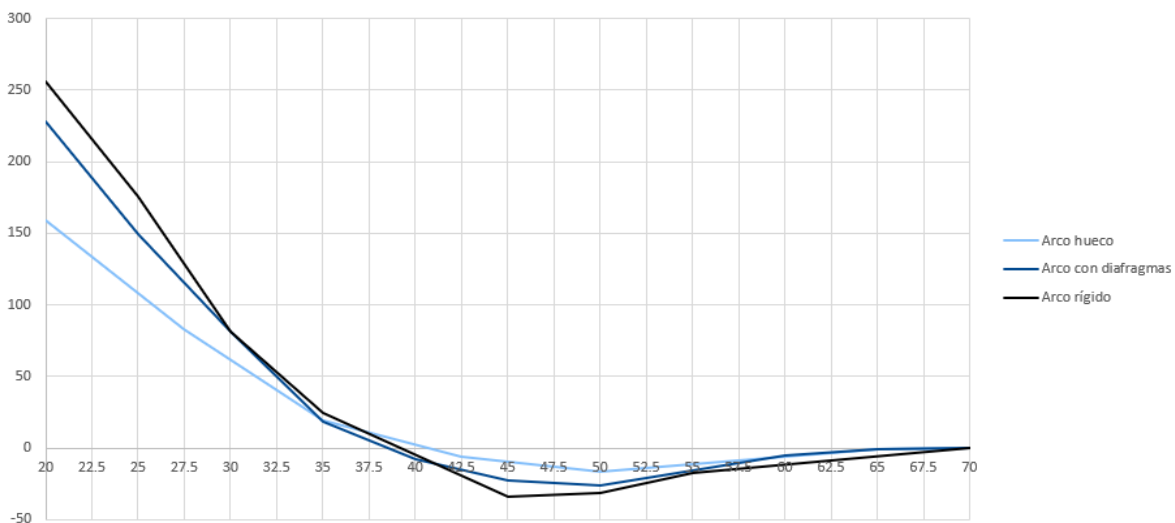


Imagen 72 Momentos torsores debidos al par de fuerzas en el caso de carga transversal.

Como se puede apreciar, en el arranque del arco, conforme la distorsión se hace cada vez más presente, los momentos torsores del par de fuerzas, que además son máximos en este punto, van disminuyendo. Además se puede apreciar de igual forma que en el tramo de los 40-55 metros, los momentos torsores conforme la distorsión está más presente, son menores. Hasta llegar a los 55 metros donde prácticamente son iguales en los 3 modelos.

También se puede mostrar la gráfica en la que aparecen los momentos torsores totales ya calculados, que es la misma que la que ya se mostró en apartados anteriores para dar una explicación de los resultados obtenidos.

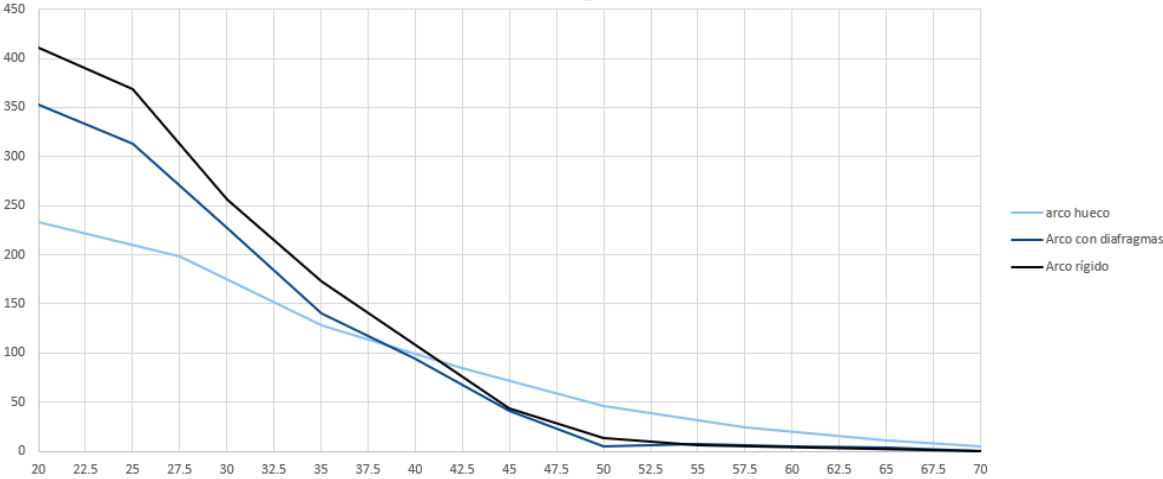


Imagen 73 Momentos torsores totales en el caso de carga transversal.

También sería interesante mostrar todas las leyes de momentos torsores que aparecen, es decir, las leyes de momentos torsores de arco, tablero y par de fuerza, así como la suma de todas estas (torsor total) en una misma gráfica por cada modelo existente, de esta forma se podría ver las diferentes leyes de momentos torsores que tiene cada elemento y cómo en su combinación dan forma al torsor total.

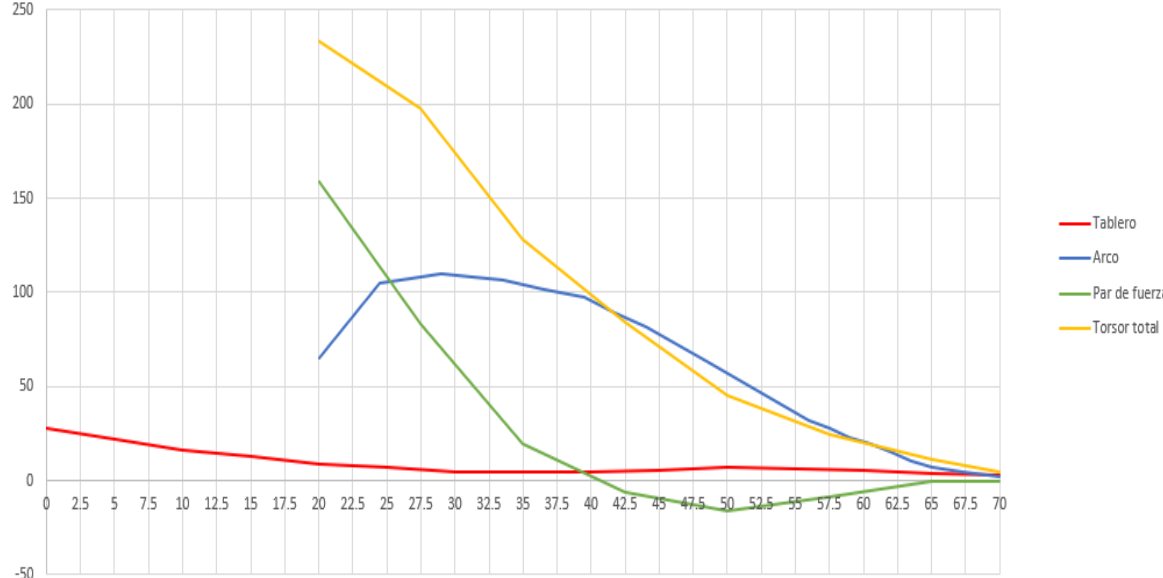


Imagen 74 Momentos torsores del modelo con arco hueco en el caso de carga transversal.

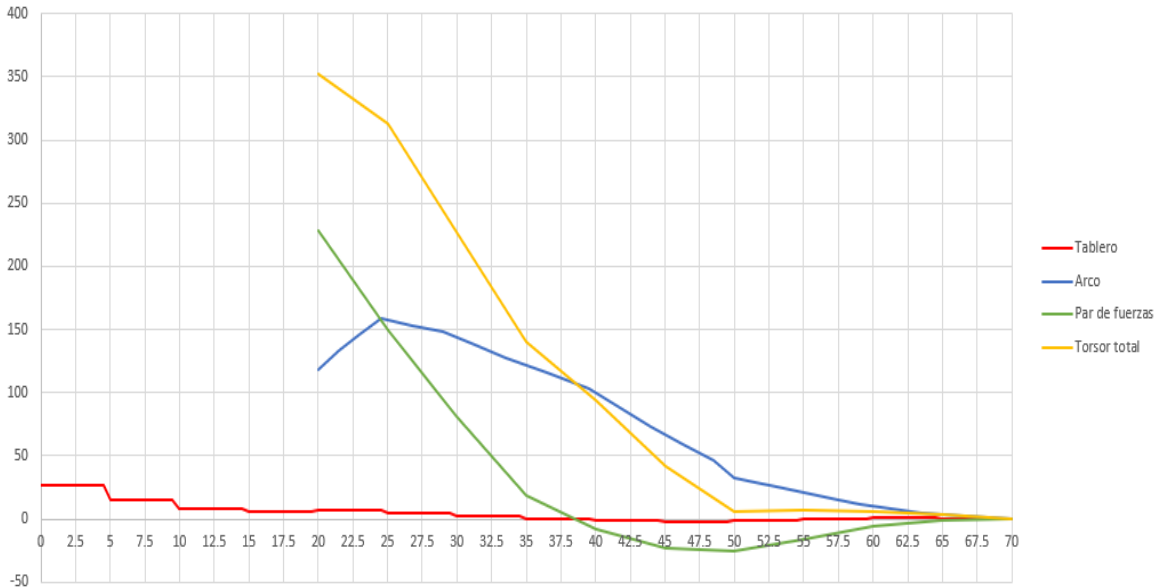


Imagen 75 Momentos torsores del modelo con arco con diafragmas en el caso de carga transversal.

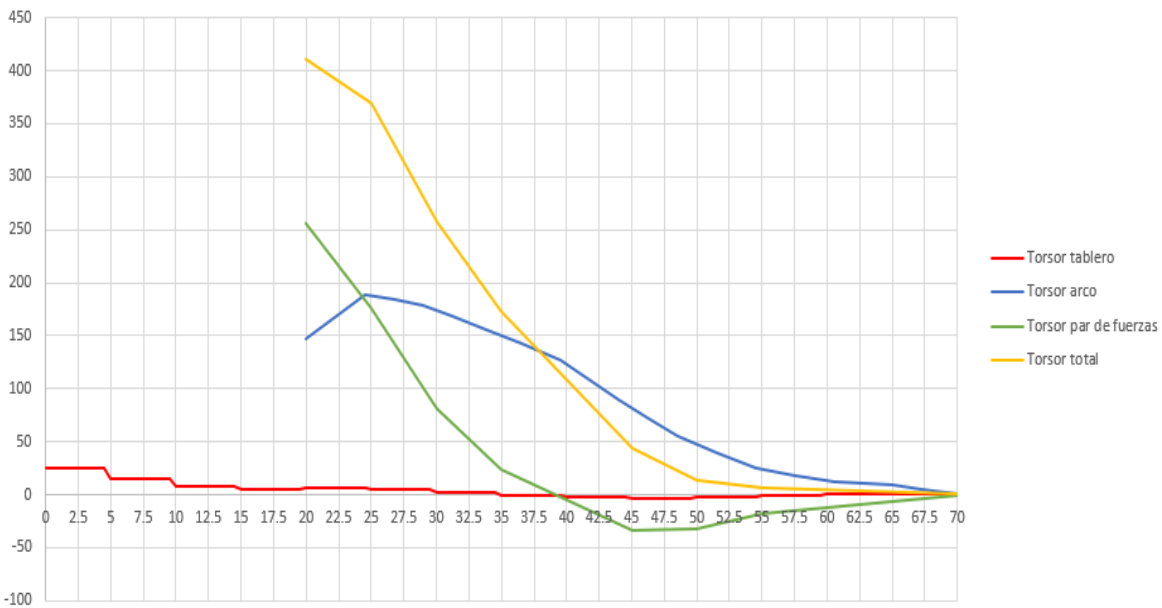


Imagen 76 Momentos torsores del modelo con arco rígido en el caso de carga transversal.

Si nos fijásemos en las leyes de los momentos torsores anteriores, podríamos fijarnos cómo en el arranque del arco el torsor del arco es más pequeño que el del par de fuerzas, por lo que resultaría interesante calcular los porcentajes de cuánto influye el par de fuerzas al momento torsor total y cuánto influye o contribuye el momento torsor del arco. El del tablero, aunque en este modelo sí ha sido tenido en cuenta por tener una forma continua, no como en el caso de las cargas excéntricas, no tendrá apenas relevancia en los cálculos de los momentos torsores totales, por lo que no nos centraremos en calcular cuán influyente es o cuánto contribuye al momento torsor total.



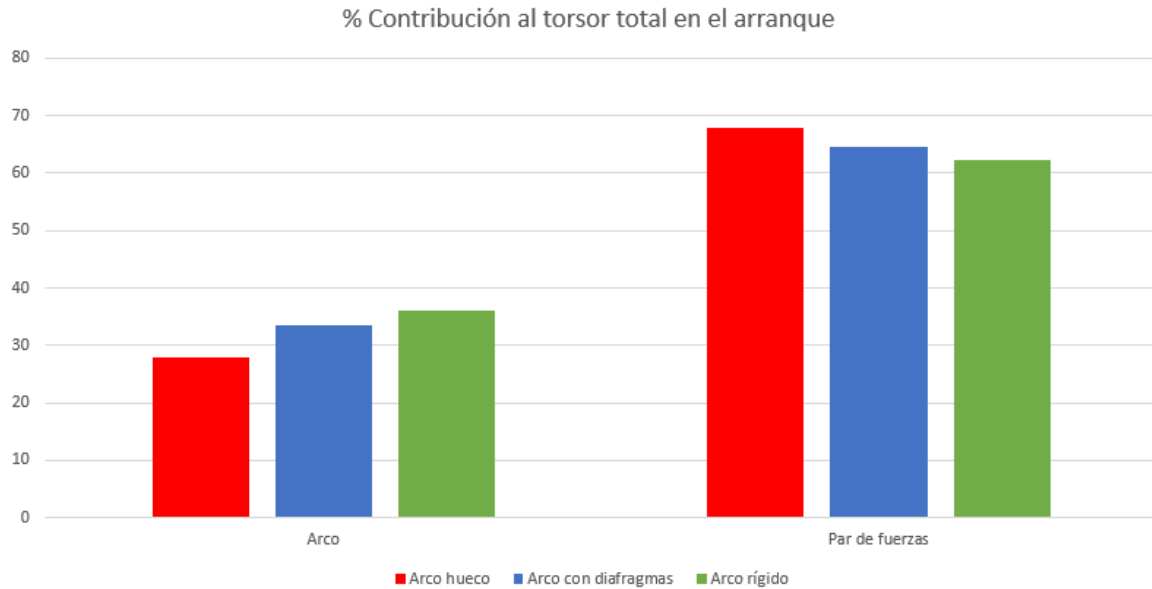


Imagen 77 Porcentaje de contribución al torsor total en el arranque el caso de carga transversal.

Como se puede ver, conforme la distorsión es cada vez más presente, el momento torsor que se produce en el arco es cada vez menos significativo, comparado con los otros modelos, en cuanto a lo que se refiere a la contribución al momento torsor total. Por lo que se puede decir de igual forma, que a medida que la distorsión se hace cada vez más presente, el par de fuerzas produce o induce un momento torsor cada vez mayor, que contribuye en mayor medida al momento torsor total que lo que contribuye el torsor del arco.

Otra comparación interesante podría estar en torno al punto en el que el torsor del par de fuerzas alcanza valores negativos y, sobre todo, cuando su valor alcanza el mínimo. El momento torsor total es la suma siempre de todos los demás torsos, por lo que si el torsor del par de fuerzas es negativo, implica que el torsor total tendrá sumandos negativos que pueden llegar, como sucede, a que su valor se sitúe por debajo de los valores de alguno de sus sumandos, como en el caso del torsor del arco. Es decir, debido al valor negativo del torsor del par de fuerzas, provocará que el torsor total se sitúe en valores inferiores al valor del arco. Para ello mostraremos una tabla en la que además de aparecer el punto en el que el torsor del par de fuerzas es mínimo, aparecerán los valores de los torsos totales y de los del arco, de forma que se pueda apreciar cómo en ambos modelos tienen valores del mismo orden magnitud pero de signo contrario.

	X (m)	TORSOR TOTAL (kNm)	COMPONENTE	VALOR (kNm)
ARCO HUECO	50	45.55	ARCO	55.2
			PAR DE FUERZAS	-16.43

Tabla 1 Composición del torsor total del arco hueco en el punto donde torsor de par de fuerzas es mínimo en el caso de carga transversal.

	X (m)	TORSOR TOTAL (kNm)	COMPONENTE	VALOR (kNm)
ARCO CON DIAFRAGMAS	50	5.5	ARCO	32.5
			PAR DE FUERZAS	-25.8

Tabla 2 Composición del torsor total del arco con diafragmas en el punto donde torsor de par de fuerzas es mínimo en el caso de carga transversal.

	X (m)	TORSOR TOTAL (kNm)	COMPONENTE	VALOR (kNm)
ARCO RÍGIDO	45	43.8	ARCO	81.15
			PAR DE FUERZAS	-34

Tabla 3 Composición del torsor total del arco rígido en el punto donde torsor de par de fuerzas es mínimo en el caso de carga transversal.

## 5 INFLUENCIA DE LA DISTORSIÓN EN LOS MODOS DE PANDEO

Un estudio interesante de la influencia de la distorsión podría recalar en el fenómeno de pandeo, o más bien en los modos de pandeo, del puente arco que estamos analizando. Como bien sabemos, en el estudio del pandeo de las estructuras existen ciertos valores de cargas, llamados cargas críticas, las cuales provocan unas deformaciones características en ésta, a las cuales llamamos modos de pandeo. En función del valor de esta carga crítica, hay varios valores de ellas, la estructura se deformará de una forma u otra. Además, siempre que superemos este valor crítico, la estructura entrará en un estado de inestabilidad. En la siguiente imagen se representan los modos de pandeo de una barra biarticulada:

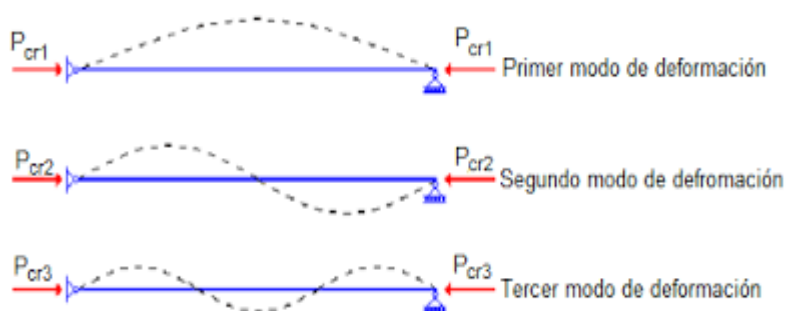


Imagen 78 Modos de pandeo en soporte biarticulado.

Como se ve en la imagen, al alcanzar las cargas que aplicamos ciertos valores, es decir, alcanzar el valor de una carga crítica concreta (en la imagen  $P_{cr}$ ), la estructura (en la imagen, la barra) empezará a desarrollar unos desplazamientos que serán distintos a los de la anterior carga crítica. Es decir, por cada carga crítica existe un modo de pandeo correspondiente a dicha carga. En la imagen, dicha carga corresponde a la carga crítica de Euler.

Sin embargo, la estructura que estamos estudiando es considerablemente mucho más compleja que una simple barra biarticulada. Nuestra estructura corresponde a un gran número de nodos y elementos que configuran el puente arco que estamos analizando. Es, de esta forma, fácil de comprender que el estudio del pandeo en el puente requerirá una complejidad mayor al de la barra anterior. Se quiere decir con esto que el valor de la carga crítica, por ejemplo, no será una fórmula tan sencilla de calcular como en el caso de la barra anterior.

Lo que podemos dar por supuesto antes de empezar ningún análisis es que, al igual que la barra tiene sus modos de pandeo debidos a ciertos valores de cargas críticas, nuestro puente, sometido a cargas que luego se describirán, igualmente tendrá sus modos de pandeo cuando se alcancen ciertos valores de cargas.

Sin embargo, la presencia de una carga ya existente variará el objetivo de nuestra búsqueda. Como ya hay definida una carga, lo que nos interesará calcular en este caso será el factor o coeficiente por el que hay que

multiplicar el valor de éstas para que se produzca dicho pandeo. Es decir, queremos buscar el **factor de pandeo** característico de cada modo de pandeo.

Es, por tanto, la misión de este apartado, estudiar la influencia de la distorsión, presente de una manera u otra en los 3 modelos anteriormente presentados, en el pandeo de la estructura. Y, sobre todo, comparar cómo serán esos modos de pandeo y cómo de relacionado está el factor de pandeo que produce cada modo de pandeo en cada uno de los 3 modelos.

Para esto, primeramente se describirán las cargas que se han usado para este estudio. Para seguidamente, obtener los tres primeros modos de pandeo y los valores del factor de pandeo en el modelo de barras que usó A. Domínguez. Una vez visualizados los 3 primeros modos de pandeo que tiene la estructura en el modelo de barras, se procederá a calcular lo mismo en los 3 modelos de placas que se han diseñado para estudiar la influencia de la distorsión. Finalmente, se analizarán los resultados y la influencia de la distorsión en el pandeo de los modelos de placas.

## 5.1 Cargas

Para el estudio del pandeo en la estructura de nuestro puente arco han sido tenido en cuenta dos tipos de cargas de distinto origen

- **Carga muerta:** Equivalente a una carga por unidad de superficie, o carga de presión, de  $2 \text{ kN/m}^2$  situada a lo largo de toda la superficie del tablero.
- **Sobrecarga:** Correspondiente a una carga por unidad de superficie igual a  $4.125 \text{ kN/m}^2$ . Este valor de sobrecarga repartida es el asignado por la IAP (Instrucción sobre las Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de carretera) [7].

## 5.2 Pandeo en el modelo de barras

En este modelo, los 3 primeros modos de pandeos, así como sus factores de pandeo se corresponden a lo siguientes:

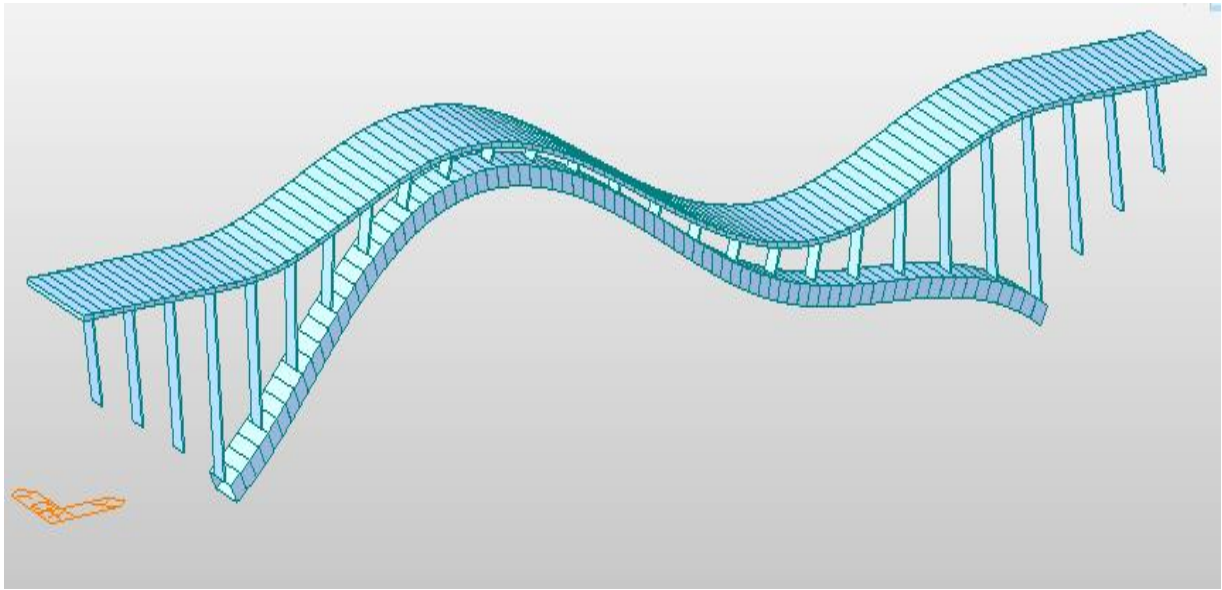


Imagen 79 Primer modo de pandeo del modelo de barras.

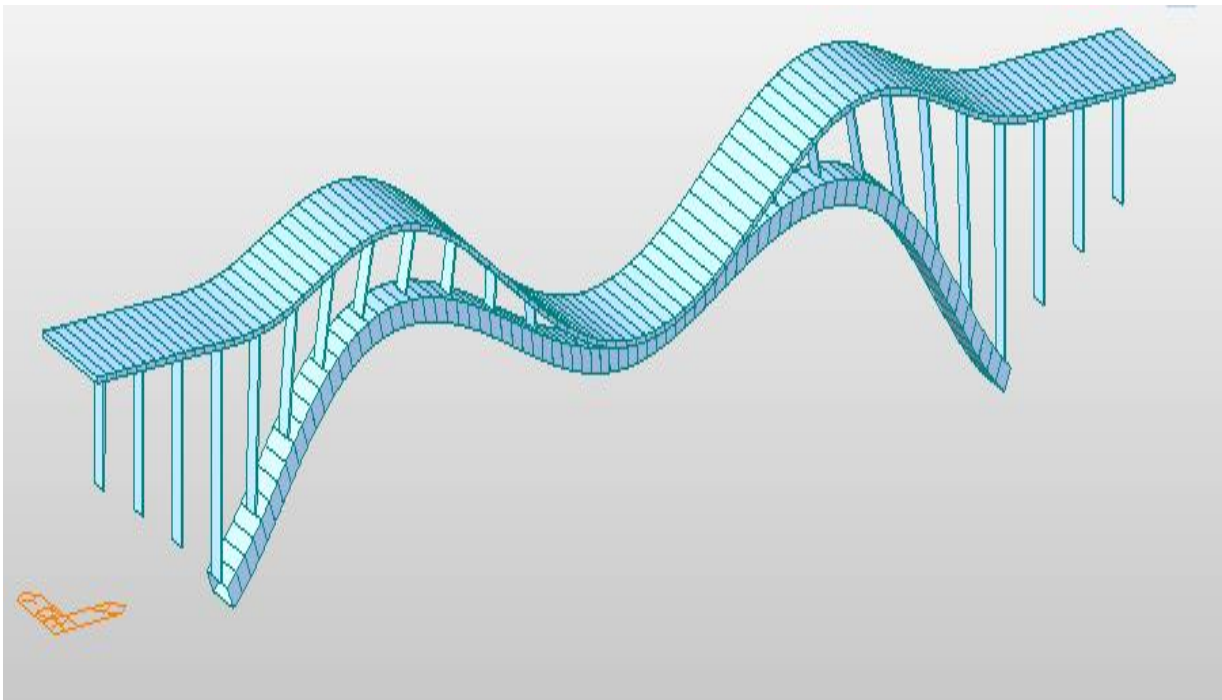


Imagen 80 Segundo modo de pandeo del modelo de barras.

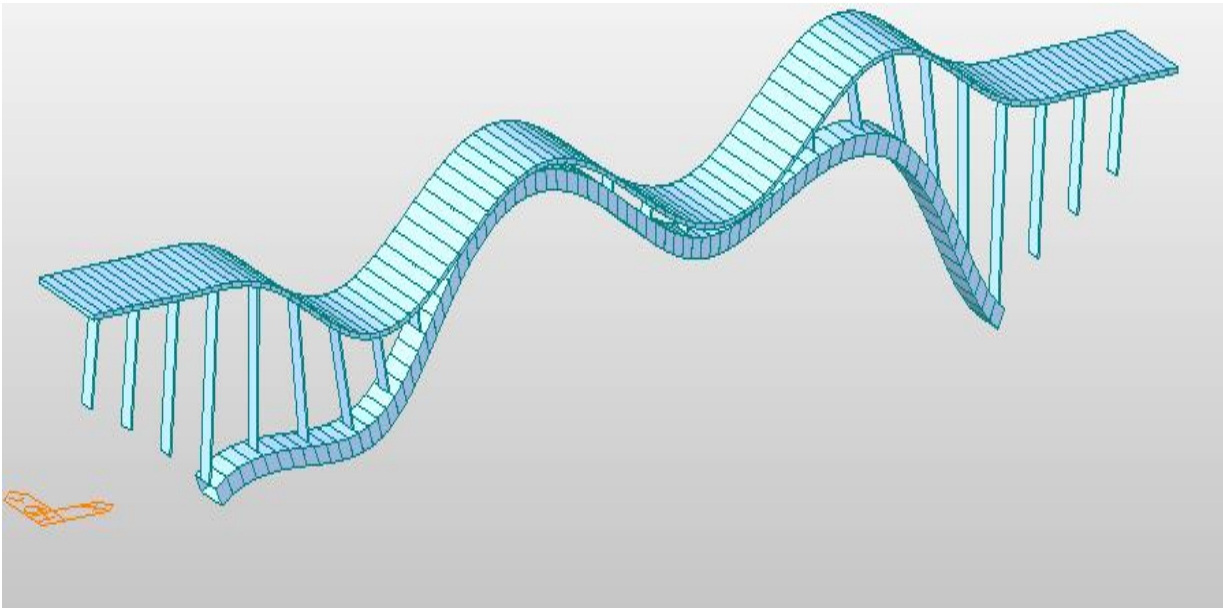


Imagen 81 Tercer modo de pandeo del modelo de barras.

Como se puede ver, debido al modelaje de la estructura, los elementos que pandean son arco y tablero, ya que las pilas, al estar modeladas como un elemento barra único, no tienen permitido su pandeo. De esta forma, los distintos modos de pandeo, originados por las cargas críticas que a continuación se mostrarán en la siguiente tabla, están constituidos por combinaciones de giros de las barras del tablero y del arco, dando las siguientes formas que se han visto. Igualmente, en la tabla también se mostrará una vista del perfil para así poder apreciar de una forma distinta y quizás más clara el modo de pandeo.

Una cosa también que cabría mencionar sería que los 3 primeros modos de pandeo que se estudian se encuentran dentro del mismo plano. Es decir, no se producen deformadas, o modos de pandeo, fuera del plano. De hecho, no se producirá ninguno fuera del plano hasta llegar al quinto modo, el cual se visualizará también y será incluido en la tabla simplemente como dato añadido fuera del estudio.

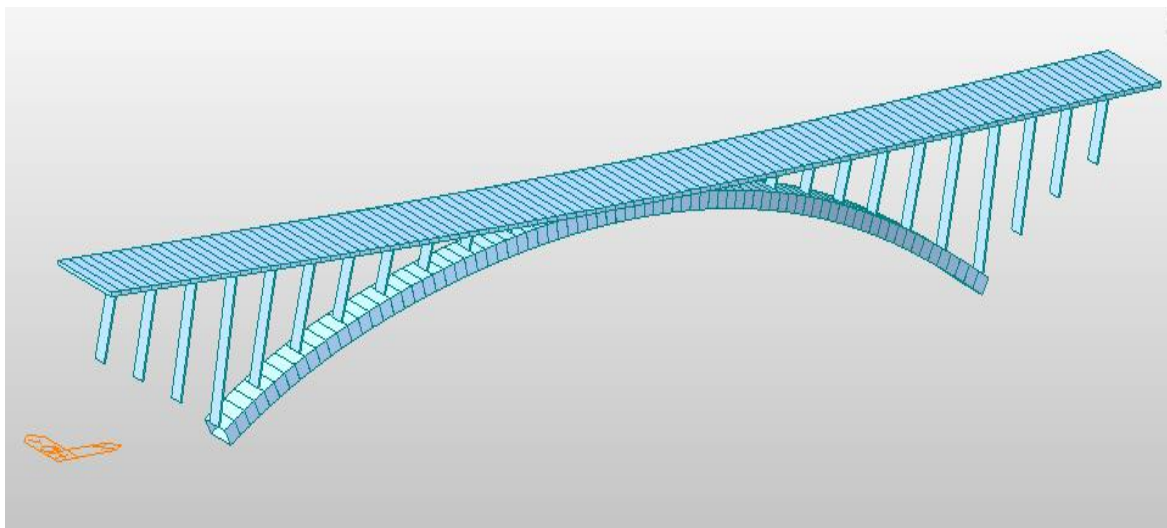


Imagen 82 Quinto modo de pandeo del modelo de barras.

Para que pueda ser apreciada de una forma mucho más clara visualmente este modo de pandeo fuera del plano, se muestra la imagen de la planta del puente, donde es claramente apreciable la deformación fuera del plano de este:

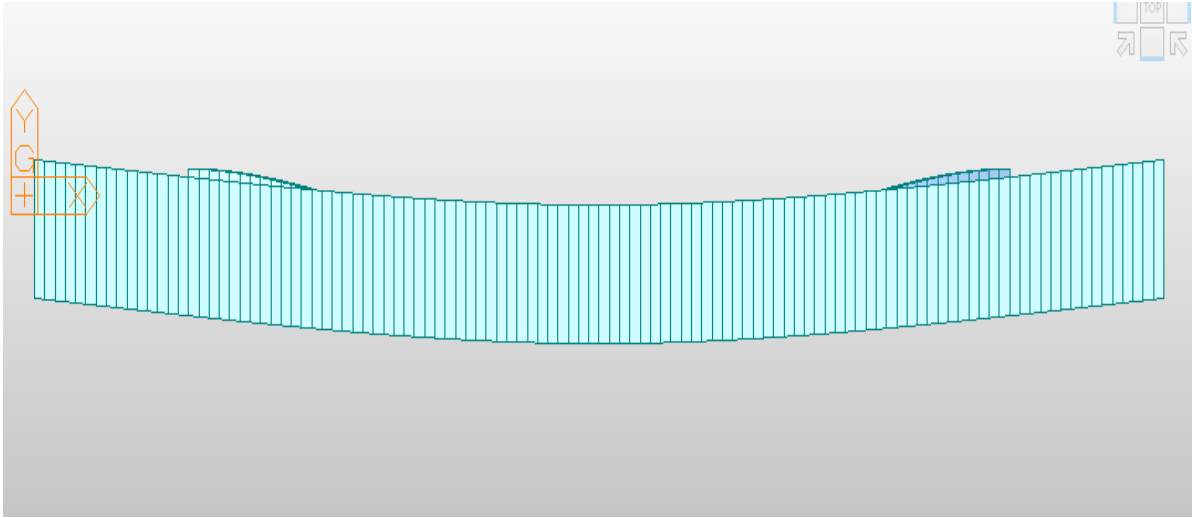


Imagen 83 Vista en planta del quinto modo de pandeo del modelo de barras.

Dicho esto, pasamos a mostrar la tabla que antes se mencionó con los valores de los factores de pandeo correspondiente a los modos de pandeos y su consiguiente vista en planta:

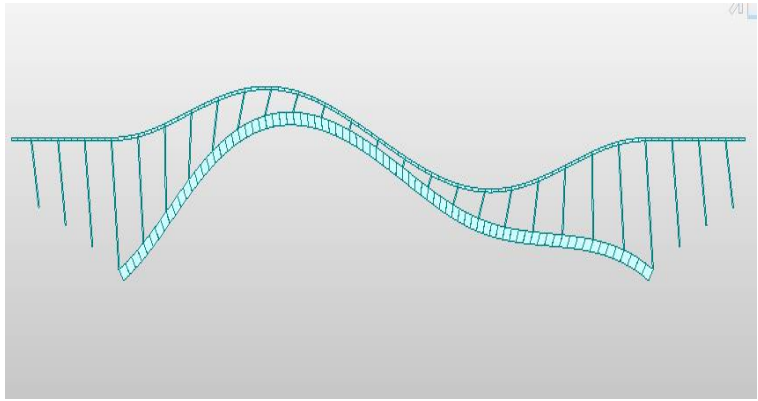
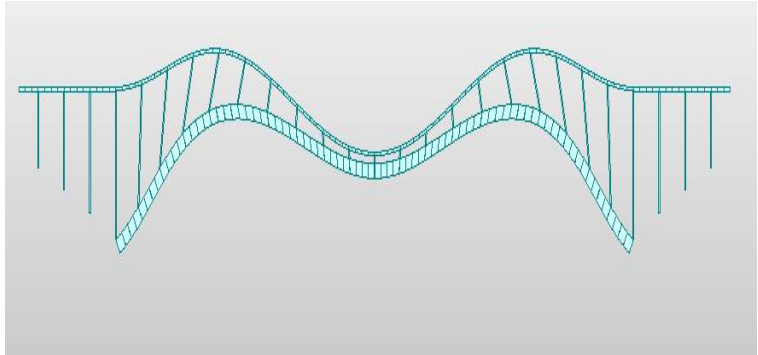
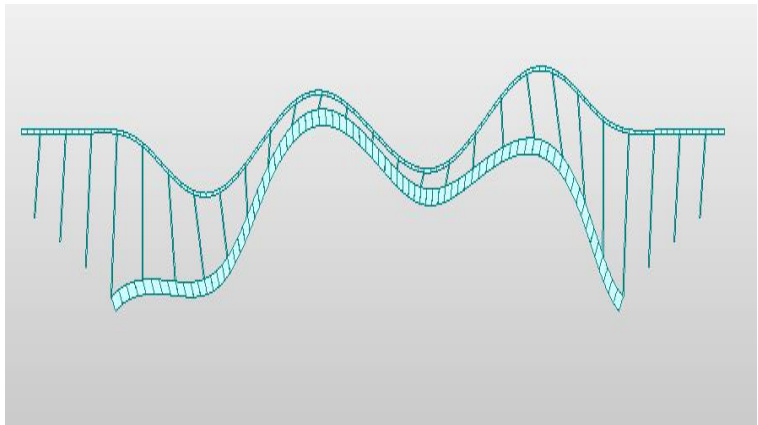
<b>MODO DE PANDEO</b>	<b>PERFIL DEL MODO DE PANDEO</b>	<b>VALOR DEL FACTOR DE PANDEO</b>
PRIMERO		11.45
SEGUNDO		19.3
TERCER		31.11

Tabla 4 Modos de pandeo y valores del factor de pandeo del modelo de barras.



Una vez visto cómo pandea y cuáles son los valores de los factores de pandeo de los 3 modos de pandeo del modelo de barras, pasaremos a describir cada uno de los 3 modos de pandeo de los 3 modelos del puente que hemos diseñado con elementos placas. Es predecible que al cambiar el modelo, tanto los modos de pandeo como los valores de los factores de pandeo variarán al pasar de un modelo a otro. Al igual que variarán en el caso de arco rígido respecto al del modelo de barras que, aunque sea el más parecido por rigidez, no serán exactamente igual de rígidos, debido a los motivos que ya hemos explicado en los apartados anteriores. Por lo que, en principio, tampoco se esperan resultados similares a los ya obtenidos líneas arriba.

### 5.3 Pandeo en el modelo de barras

Primero mostraremos los 3 primeros modos de pandeo de cada uno de los 3 modelos, y luego se mostrará una tabla con los valores de los factores de pandeo.

#### 5.3.1 Modelo de arco rígido



Imagen 84 Primer modo de pandeo del modelo de arco rígido.

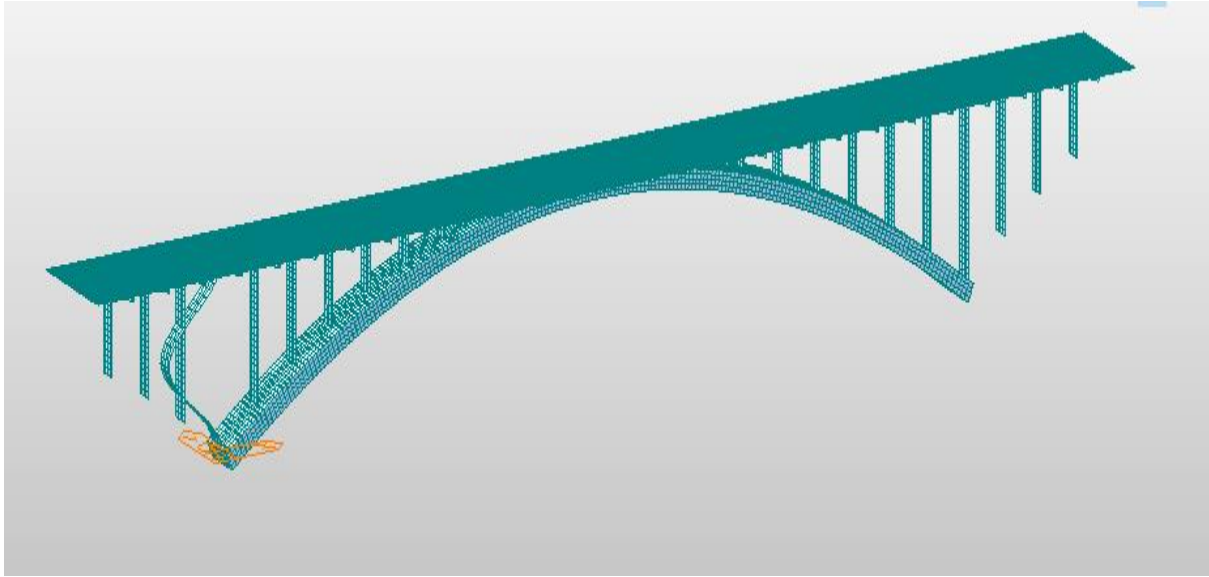


Imagen 85 Segundo modo de pandeo del modelo de arco rígido.

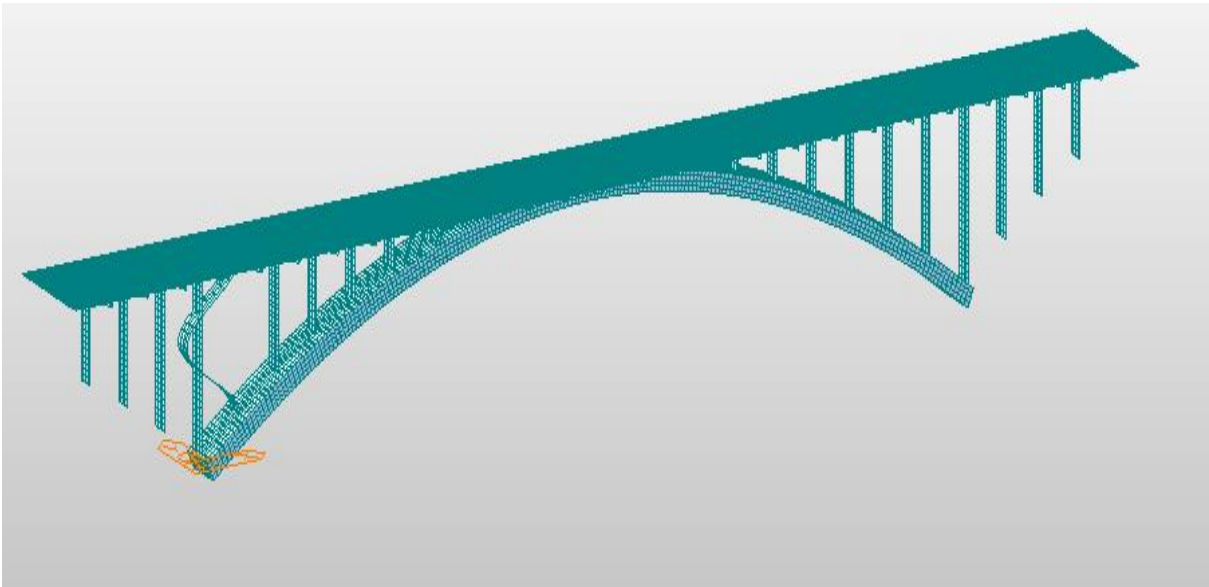


Imagen 86 Tercer modo de pandeo del modelo de arco rígido.

5.3.2 Modelo de arcos con diafragmas

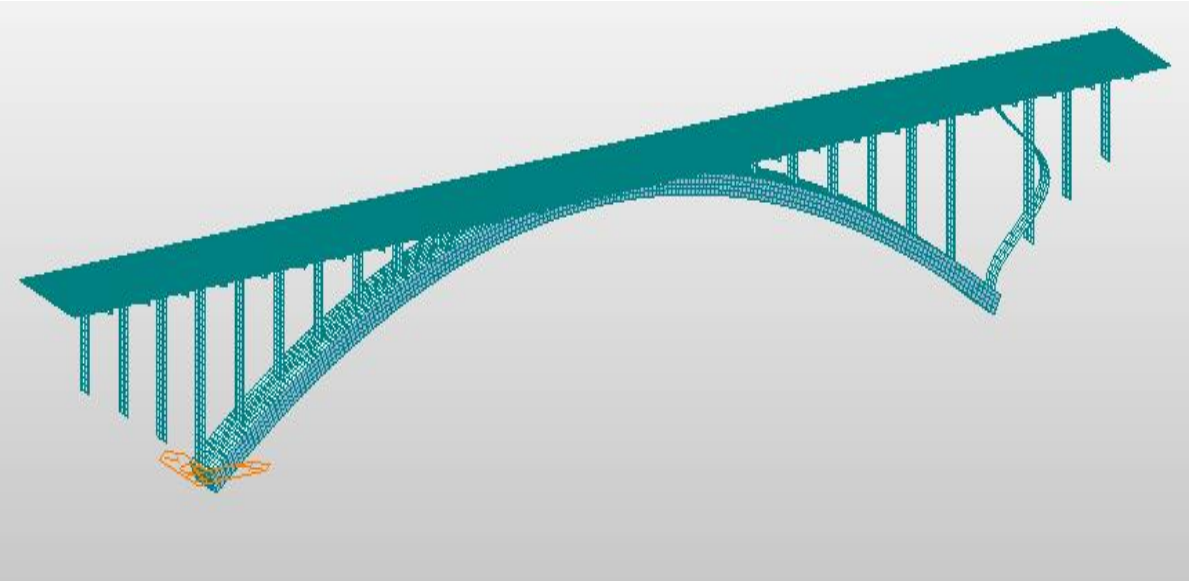


Imagen 87 Primer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas.

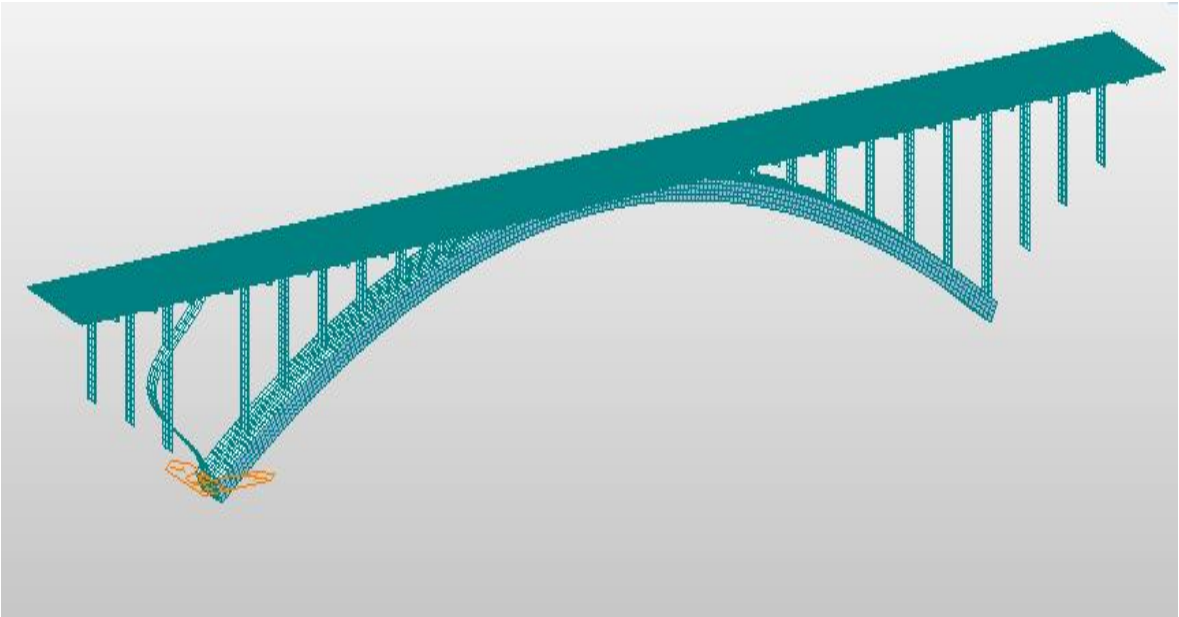


Imagen 88 Segundo modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas.

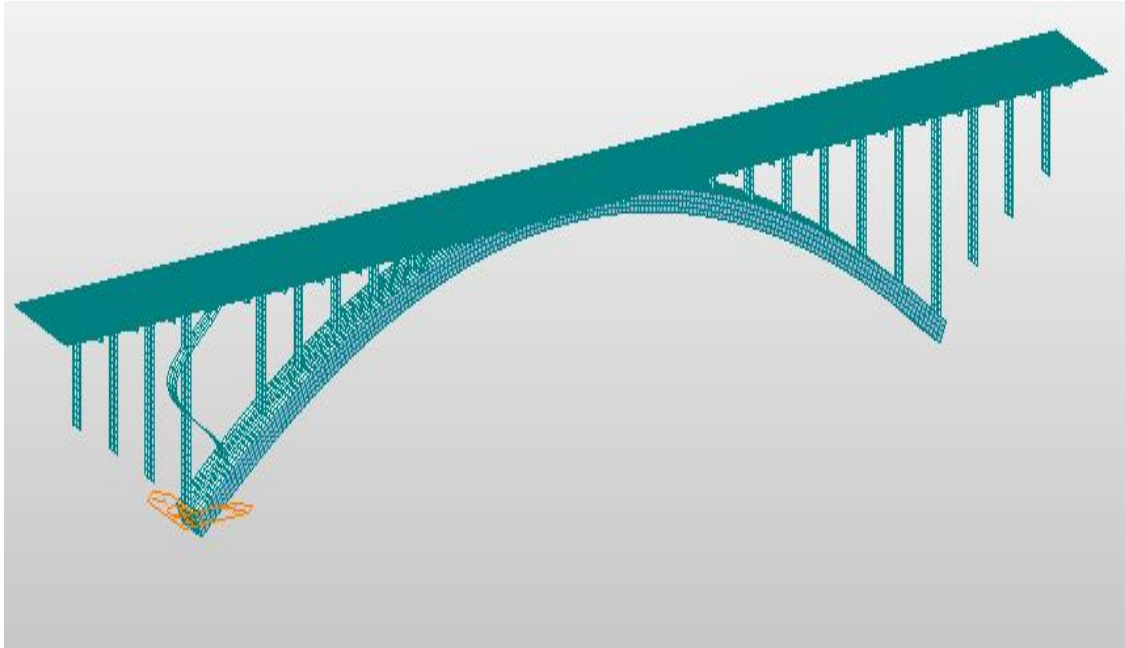


Imagen 89 Tercer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas.

### 5.3.3 Modelo de arco hueco

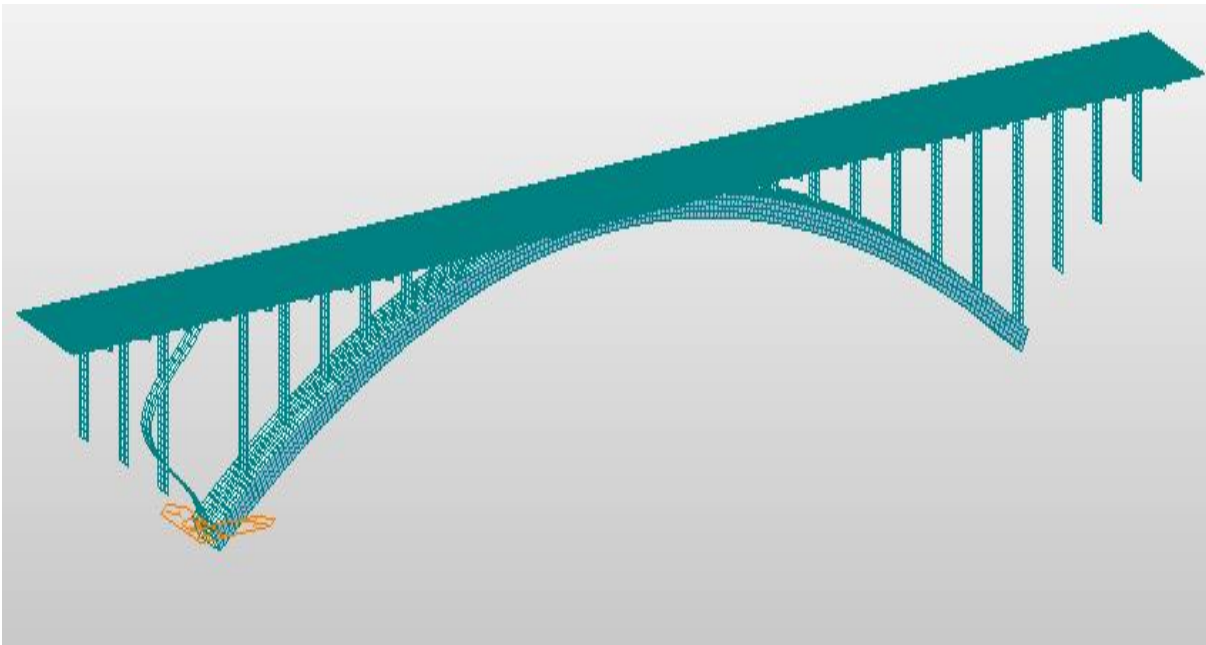


Imagen 90 Primer modo de pandeo del modelo de arco hueco.

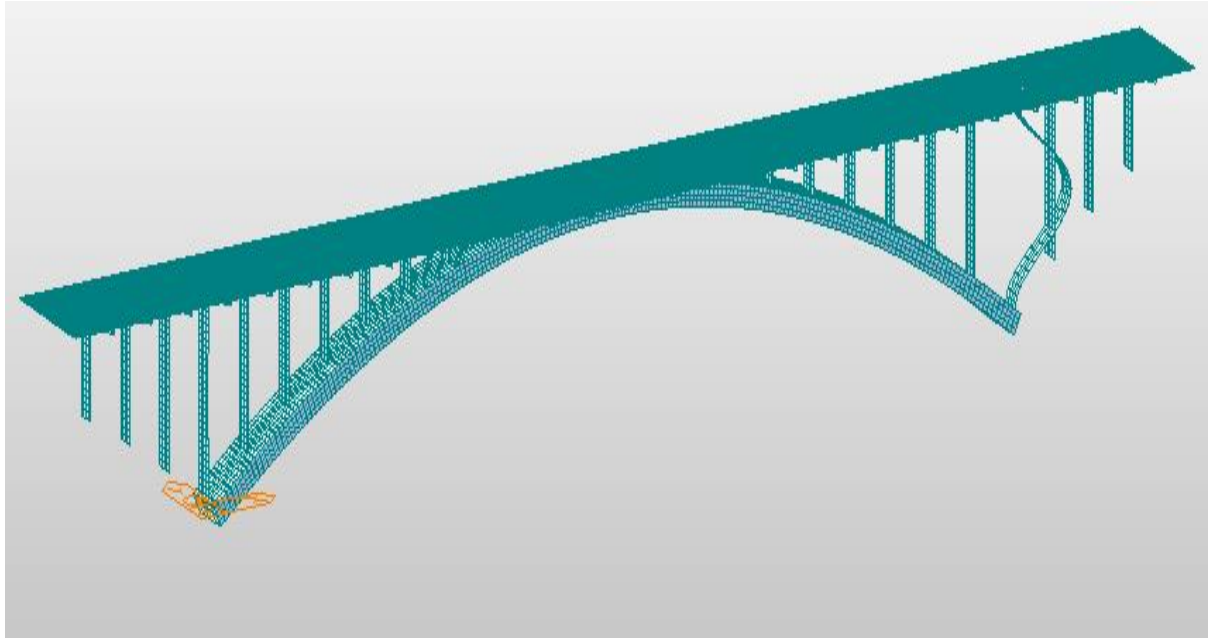


Imagen 91 Segundo modo de pandeo del modelo de arco hueco.

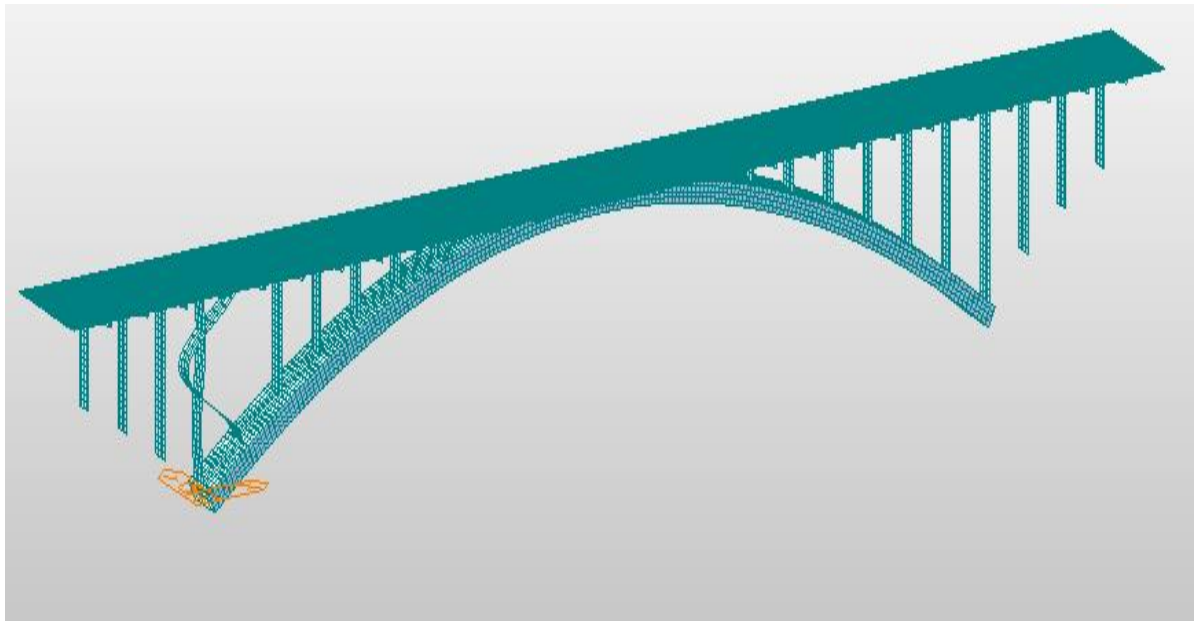


Imagen 92 Tercer modo de pandeo del modelo de arco hueco.

### 5.3.4 Análisis de los modos de pandeo con la distorsión

Visto lo anterior, se puede decir que no se pueden apreciar los modos de pandeo en los modelos formados por placas tal y como se apreciaron en el modelo de barras. Es decir, no se puede apreciar un modo de pandeo general en la estructura, en la cual tanto arco como tablero sufran deformaciones, ya que antes de deformarse estos elementos, se deforman las pilas, que de hecho tienen deformaciones típicas de modo de pandeo como se puede apreciar en las imágenes.

En definitiva, al estar las pilas compuestas por elementos placas, formando estos elementos estructurales más esbeltos que tablero y arco, tienden a pandear antes que los otros dos. Por tanto, se puede afirmar, que las pilas, al poder pandear, nos impiden ver un modo de pandeo general como el que se vería en el modelo de placas, el cual tiene las pilas formadas por una única barra. Barra la cual no puede pandear debido a su discretización en el modelo, ya que estas al tener solo 2 nodos, uno en el tablero y otro en el arco, carecen de nodos suficientes para poder reflejar el pandeo. Dicho de una forma más sencilla, al tener solo los nodos iniciales y finales de lo que es la longitud de la pila, estos nodos, que están empotrados respectivamente a arco y tablero, ni se enteran del modo de pandeo de estas vigas ya que no hay nodos intermedios que puedan desplazarse más o menos en función del modo de pandeo.

Una vez dicho esto, entendemos que las deformaciones de las pilas son mayores que las que se producen en las demás zonas y se puede decir que esta deformación tan grande respecto a las demás enmascara el efecto que se produce en el arco y tablero. Por lo que el software, para tratar de normalizar las deformaciones del modo de pandeo, lleva a representar de una manera “escalada” las deformaciones de cada elemento: tablero, arco y pilas. Y resuelve la representación del modo de pandeo representando de una manera mayor las deformaciones en la pila, dejando las deformaciones en arco y tablero de una orden bastante inferior a este. Pero ¿qué pasaría si representamos en el modo de pandeo únicamente el arco? De esta forma, podríamos ver cómo son los modos de pandeo en el arco sin tener que normalizarlo por la mayor deformación de las pilas. De esta forma, la representación de los modos de pandeo según la presencia o no de la distorsión podría ser más visual que en el caso anterior, donde salvo diferencias de si pandea un pilar u otro, prácticamente los modos de pandeo son idénticos en los 3 modelos.

A continuación se mostrarán los 3 primeros modos de pandeo en el arco de los 3 modelos anteriores.

#### 5.3.4.1 Modos de pandeo del arco en el modelo de arco rígido

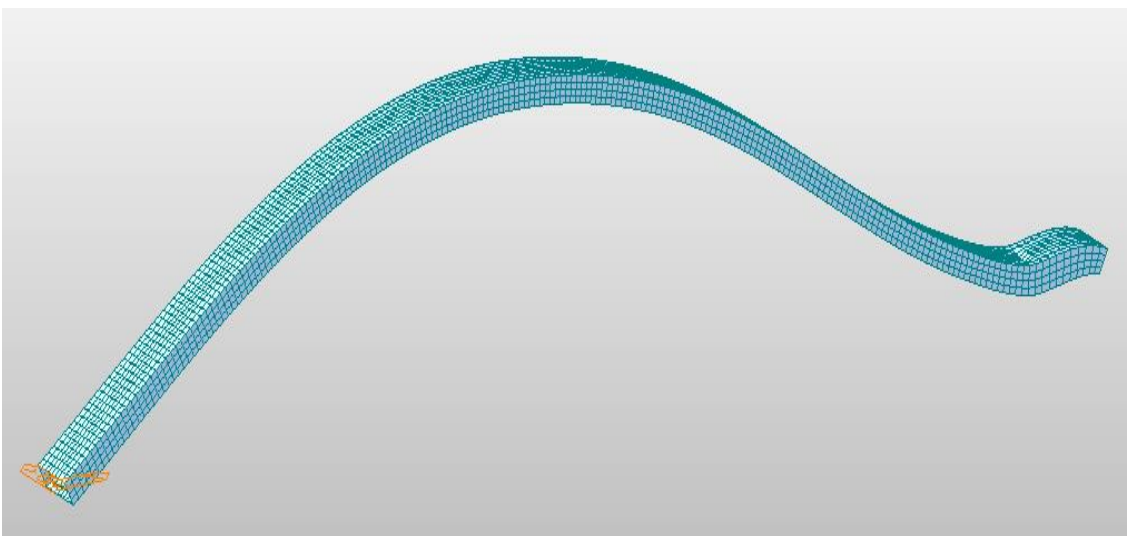


Imagen 93 Primer modo de pandeo del arco en el modelo de arco rígido.

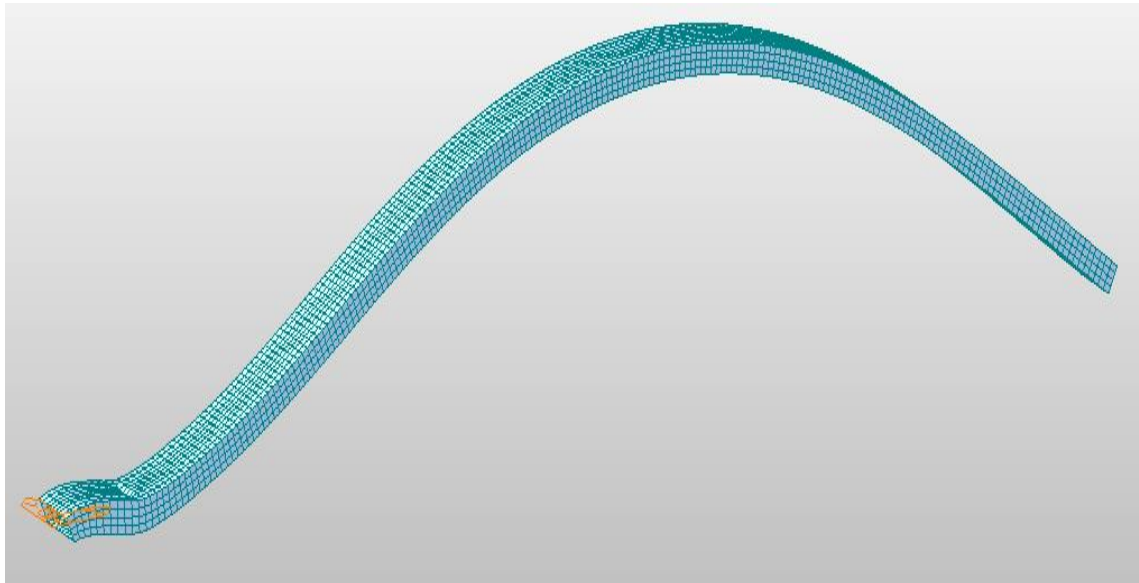


Imagen 94 Segundo modo de pandeo del arco en el modelo de arco rígido.

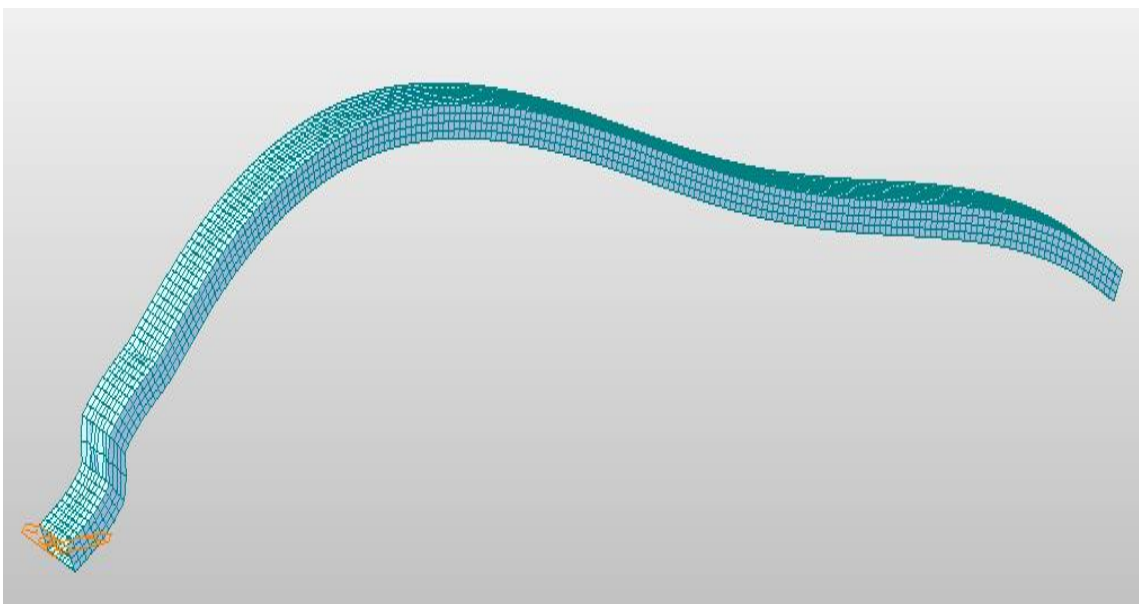


Imagen 95 Tercer modo de pandeo del arco en el modelo de arco rígido.

### 5.3.4.2 Modos de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas

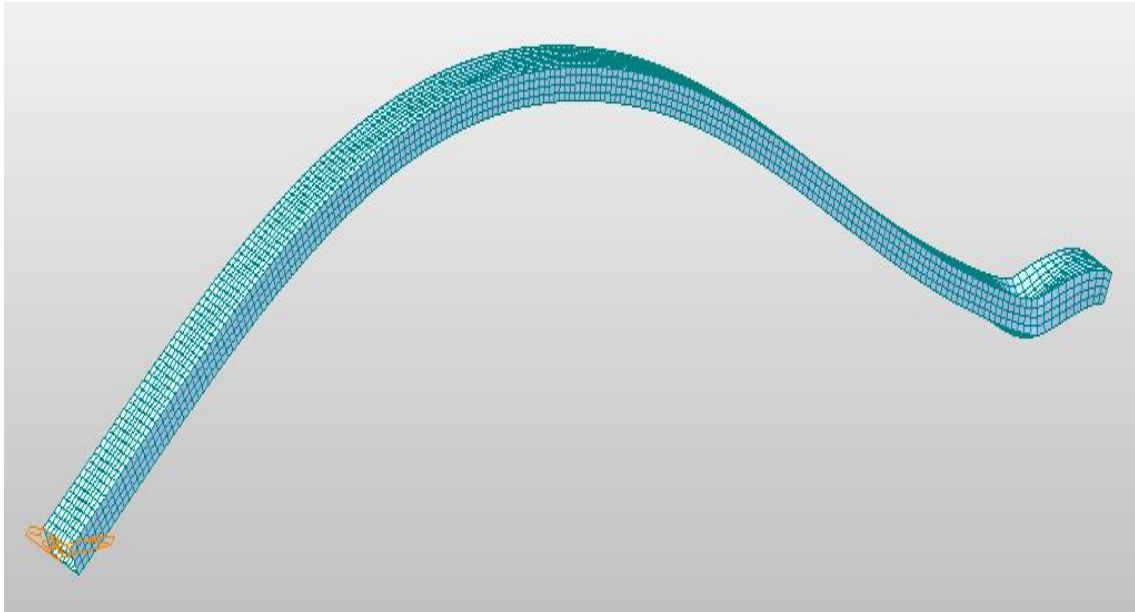


Imagen 96 Primer modo de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas.

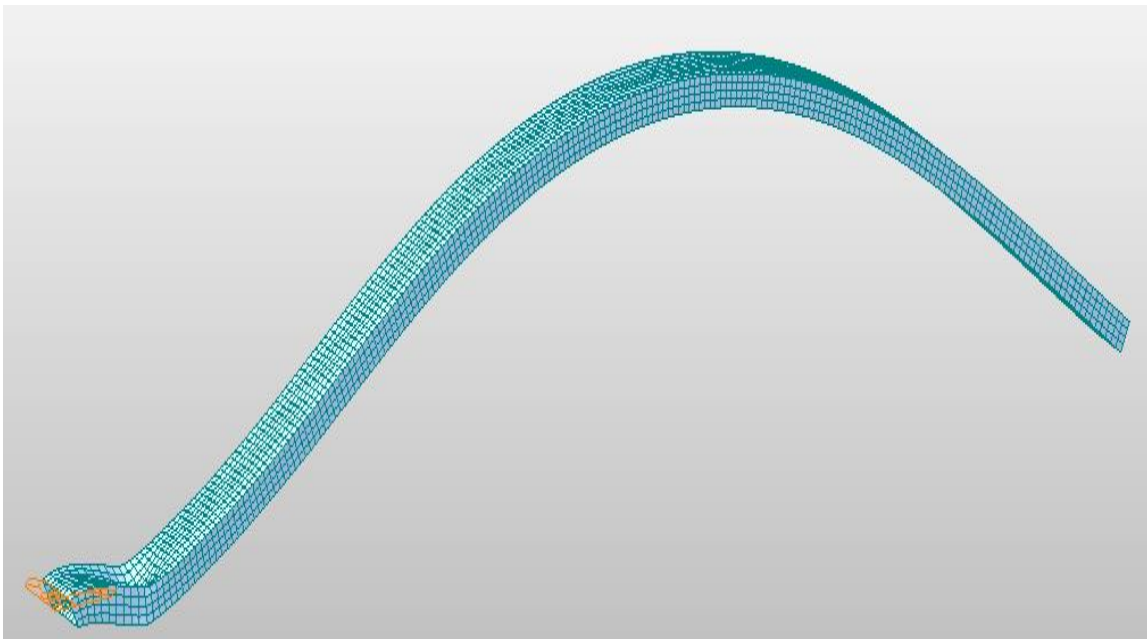


Imagen 97 Segundo modo de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas.



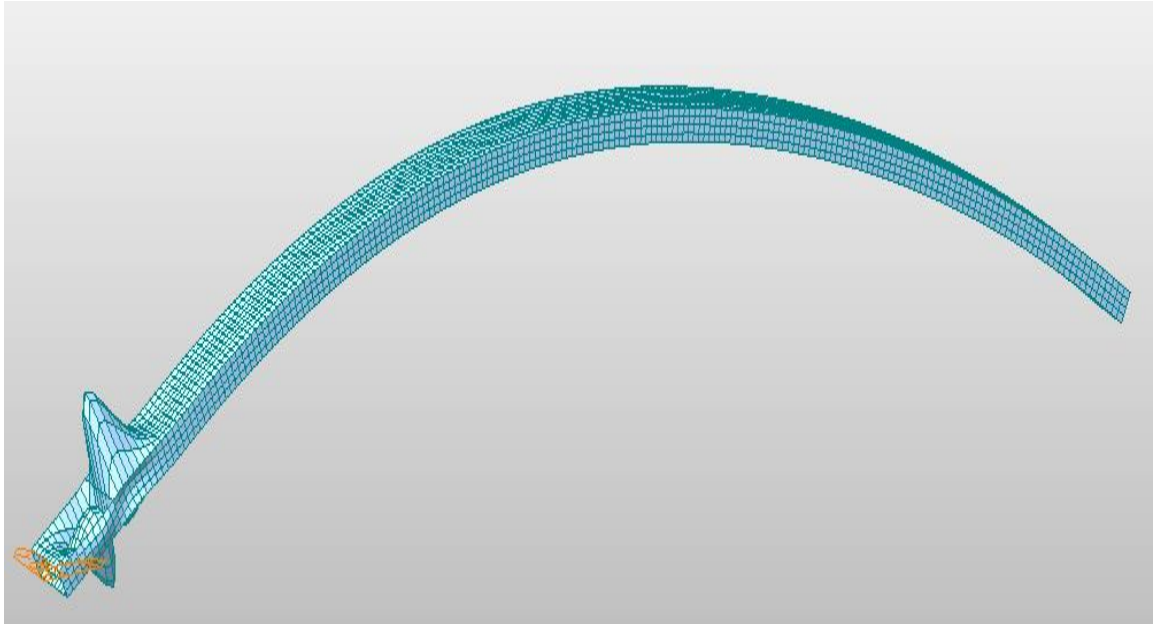


Imagen 98 Tercer modo de pandeo del arco en el modelo de arco con diafragmas.

#### 5.3.4.3 Modos de pandeo del arco en el modelo de arco hueco

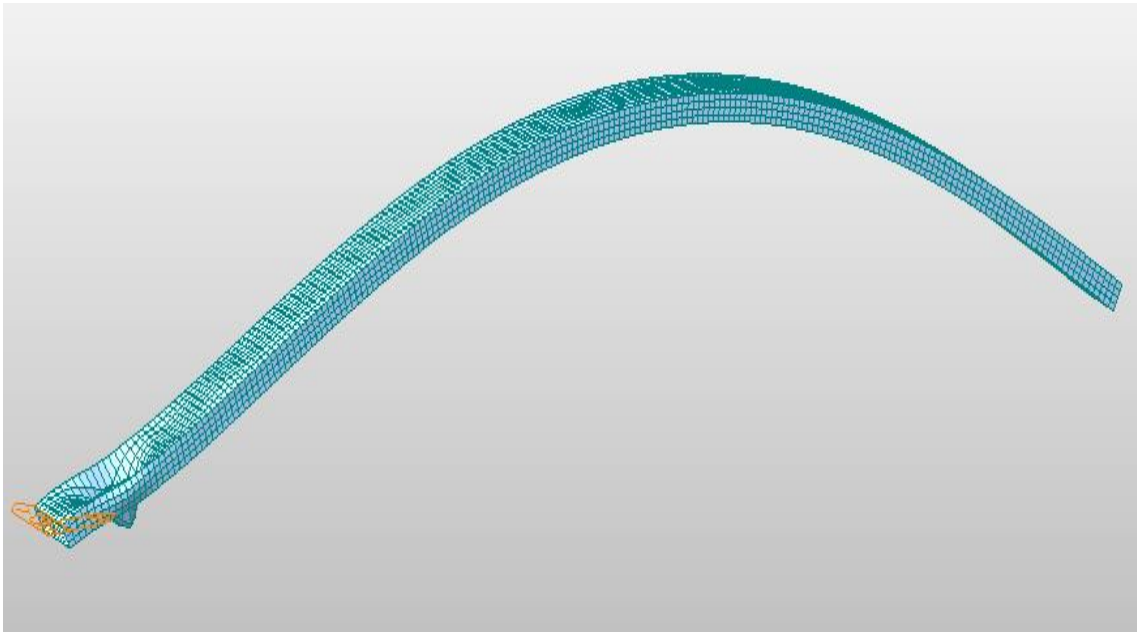


Imagen 99 Primer modo de pandeo del arco en el modelo de arco hueco.

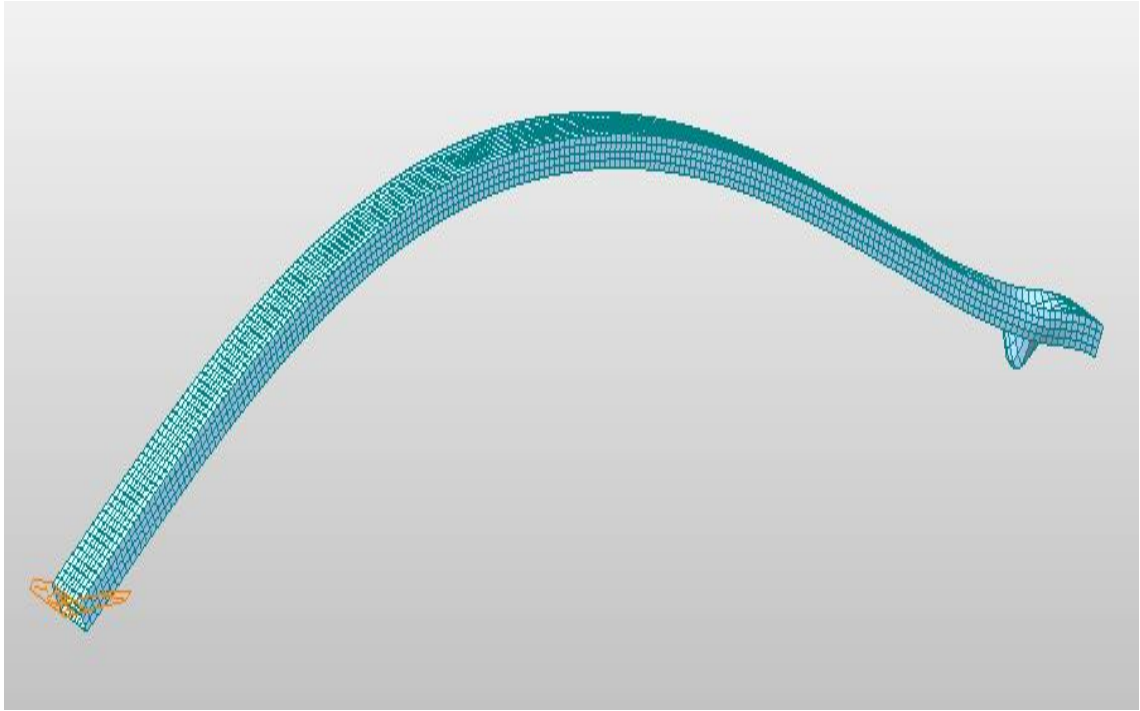


Imagen 100 Segundo modo de pandeo del arco en el modelo de arco hueco.

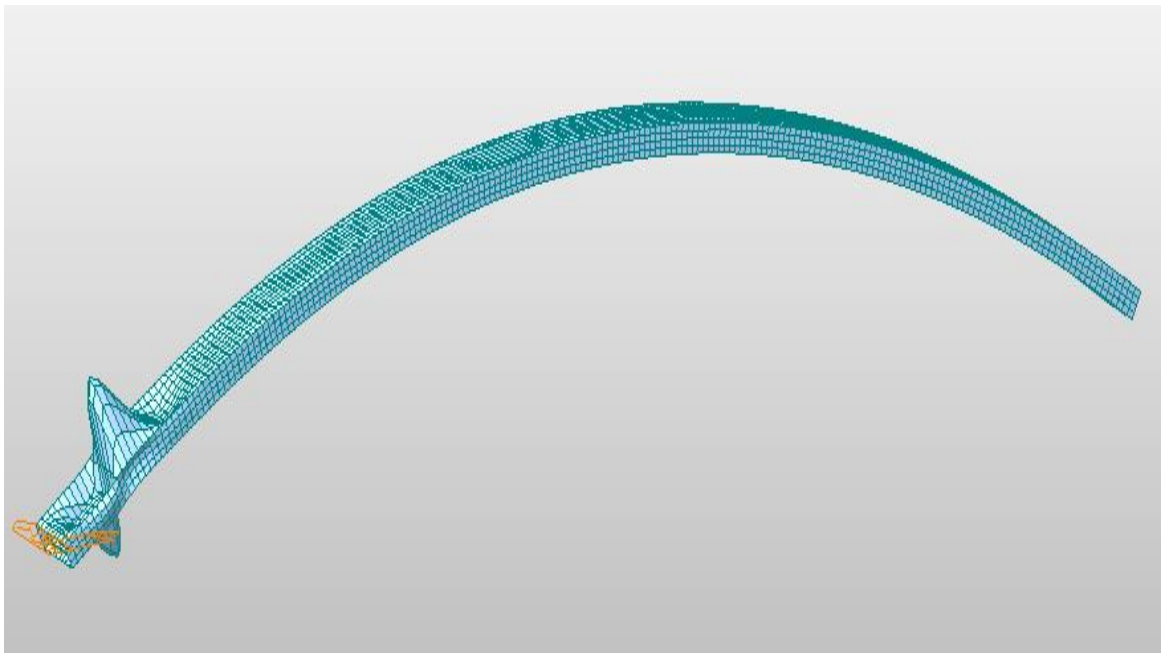


Imagen 101 Tercer modo de pandeo del arco en el modelo de arco hueco.

Tal y como se puede apreciar, al centrarnos solo en el modo de pandeo del arco, se puede comprobar que los modos de pandeo son distintos, es decir, las deformaciones que se producen, aunque sea el mismo modo de pandeo en número (primer, segundo o tercero), son distintas. También, como veremos más adelante, los valores de los factores de pandeo van variando.

Como puede fácilmente ver, conforme la distorsión es cada vez más presente, las deformaciones que se llevan a cabo en el arco son cada vez mayores, no hace falta mas que comparar el tercer modo de pandeo del modelo de arco rígido donde no está permitida la distorsión con el modelo del arco hueco donde no existe ninguna restricción a esta.

Por último, visto que tanto los pilares como la distorsión nos impiden mostrar en los 3 modelos 3 modos de pandeo idénticos, tanto en arco como en la estructura en general, queda al menos comparar los valores de los factores de pandeo que deben alcanzarse en cada modelo para llegar a alcanzar cada uno de los 3 modos de pandeo distinto. Por tanto, a continuación se mostrarán unas tablas en la que se comparan en cada unos de los 3 modos de pandeo que se han analizado, la forma que tienen en perfil en cada uno de los 3 modelos de placas, así como el valor del factor de pandeo que desencadena la aparición de dicho modo de pandeo.

5.3.5 Comparación de los modos de pandeo del arco en los distintos modelos de placas

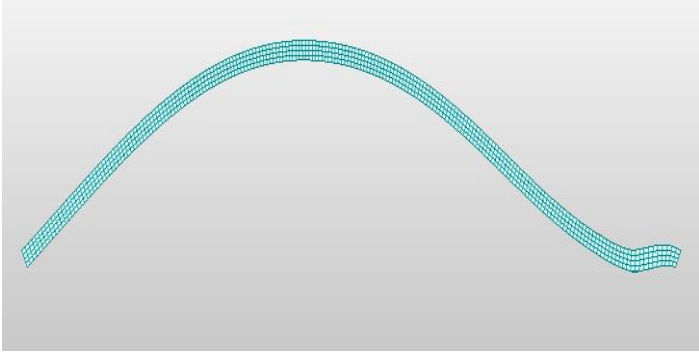
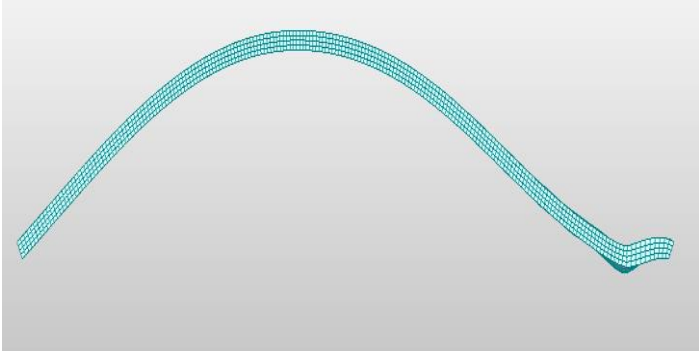
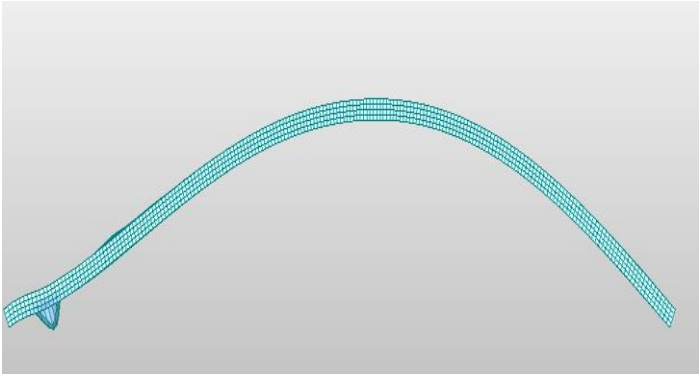
PRIMER MODO DE PANDEO EN:	PERFIL DEFORMADA	VALOR DEL FACTOR DE PANDEO
MODELO ARCO RÍGIDO		6.848
MODELO ARCO CON DIAFRAGMAS		6.654
MODELO ARCO HUECO		4.341

Tabla 5 Comparativa del primer modo de pandeo del arco en los modelos de placas.

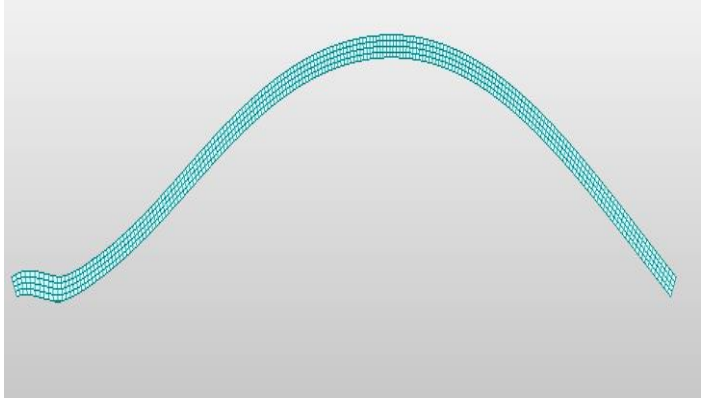
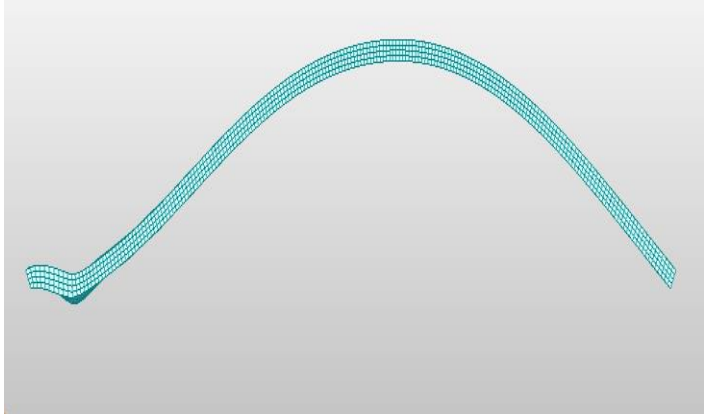
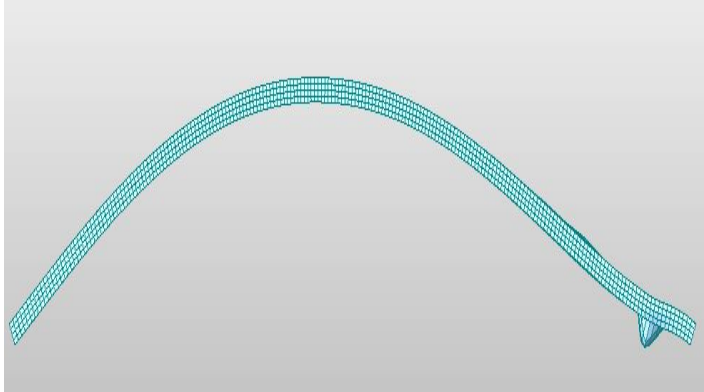
SEGUNDO MODO DE PANDEO EN:	PERFIL DEFORMADA	VALOR DEL FACTOR DE PANDEO
MODELO ARCO RÍGIDO		6.868
MODELO ARCO CON DIAFRAGMAS		6.670
MODELO ARCO HUECO		4.343

Tabla 6 Comparativa del segundo modo de pandeo del arco en los modelos de placas.

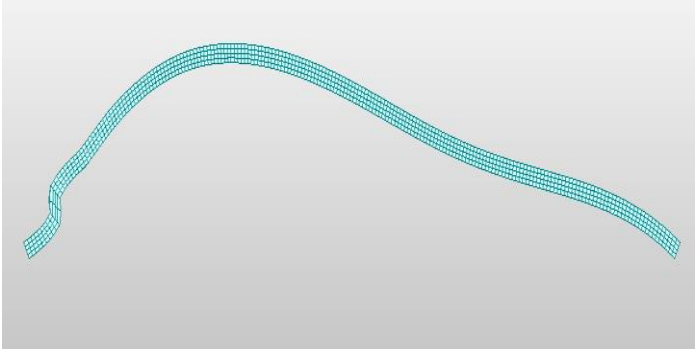
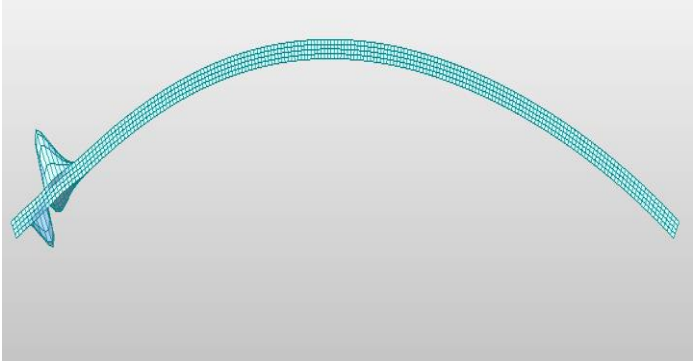
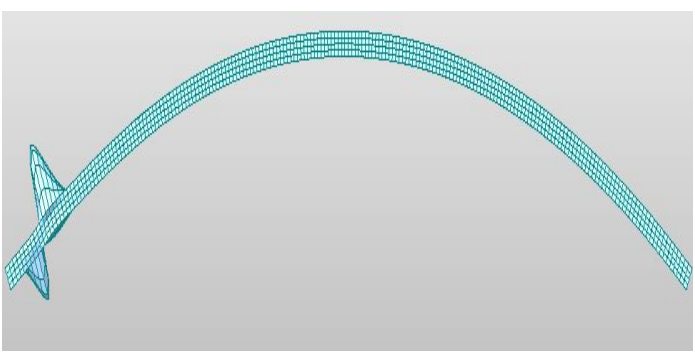
TERCER MODO DE PANDEO EN:	PERFIL DEFORMADA	VALOR DEL FACTOR DE PANDEO
MODELO ARCO RÍGIDO		10.29
MODELO ARCO CON DIAFRAGMAS		10.21
MODELO ARCO HUECO		8.774

Tabla 7 Comparativa del tercer modo de pandeo del arco en los modelos de placas.

Como se puede apreciar, conforme la distorsión es cada vez más presente, el modelo es cada vez menos rígido y, tal y como se puede ver, los valores del factor de pandeo necesarios para alcanzar los modos de pandeo son cada vez más pequeños.

## 5.4 Pandeo en el modelo de placas modificadas

Como se ha podido ver, la modelización que hemos realizado mediante elementos placas impide ver tanto el pandeo general del puente como el factor de pandeo. Visualizando solo la deformada en el arco como hicimos en el apartado anterior podemos ver la deformación que sufre el arco, pero, como se puede comprobar, el factor de pandeo resulta demasiado pequeño.

Para una mejor apreciación se ha pensado en variar los modelos anteriores de forma que aunque sigan estando formados por elementos placas, estos modelos puedan desarrollar un pandeo del puente general como el que se produce en el de los elementos barras y no el pandeo de las pilas como el que se ha visto previamente.

Para evitar dicho pandeo de las pilas, se han modificado estas, estando ahora formadas su largo por elementos placas longitudinales y no los elementos placas de 0.5x0.5 anteriores. Es decir, las pilas estarán formadas por 4 placas de 0.5m de ancho con un largo variable según la pila que se trate. De esta forma, como se verá adelante, se evita el problema del pandeo de las pilas.

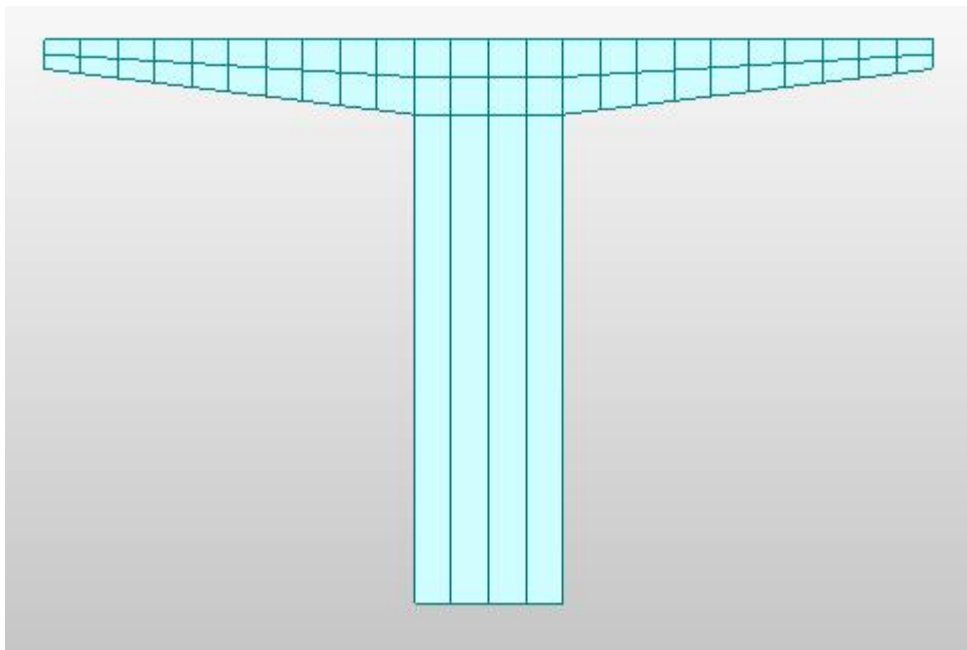


Imagen 102 Pila modificada.

Con este tipo de pilas, se repetirá lo hecho en el apartado anterior e igualmente se mostrarán los 3 primeros modos de pandeo de cada modelo y luego se comparará el factor de pandeo de cada uno de ellos.

#### 5.4.1 Modelo de arco rígido

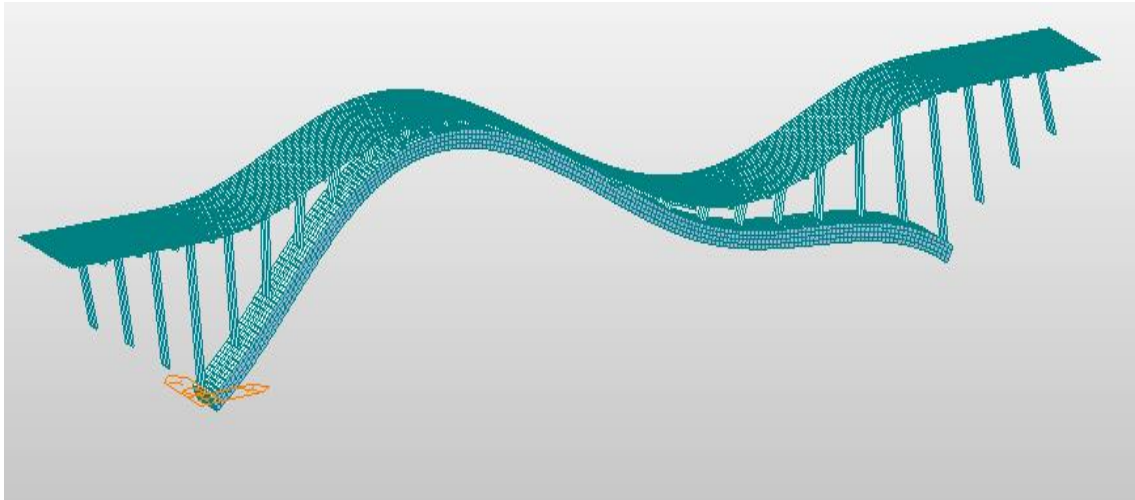


Imagen 103 Primer modo de pandeo del modelo de arco rígido con pilares modificados.

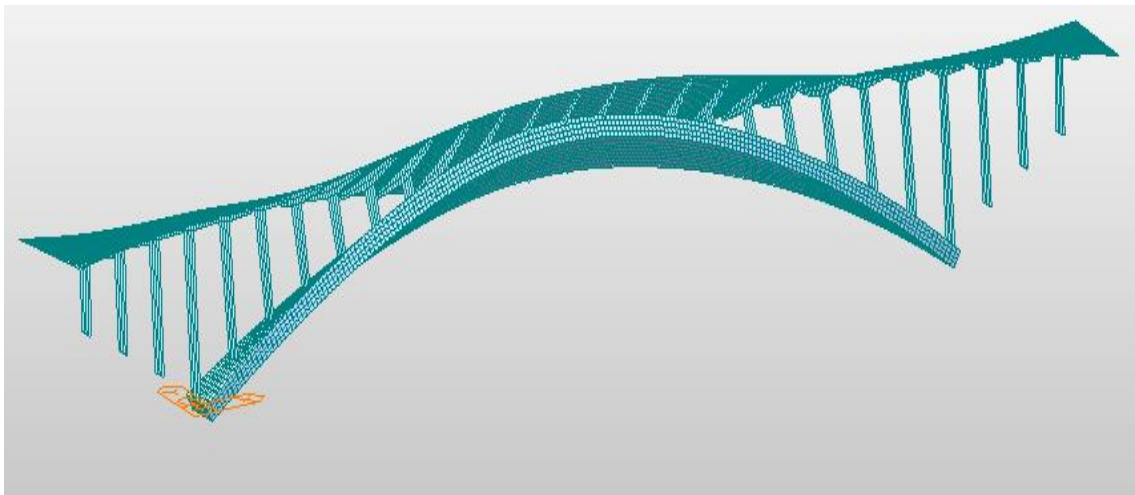


Imagen 104 Segundo modo de pandeo del modelo de arco rígido con pilares modificados.

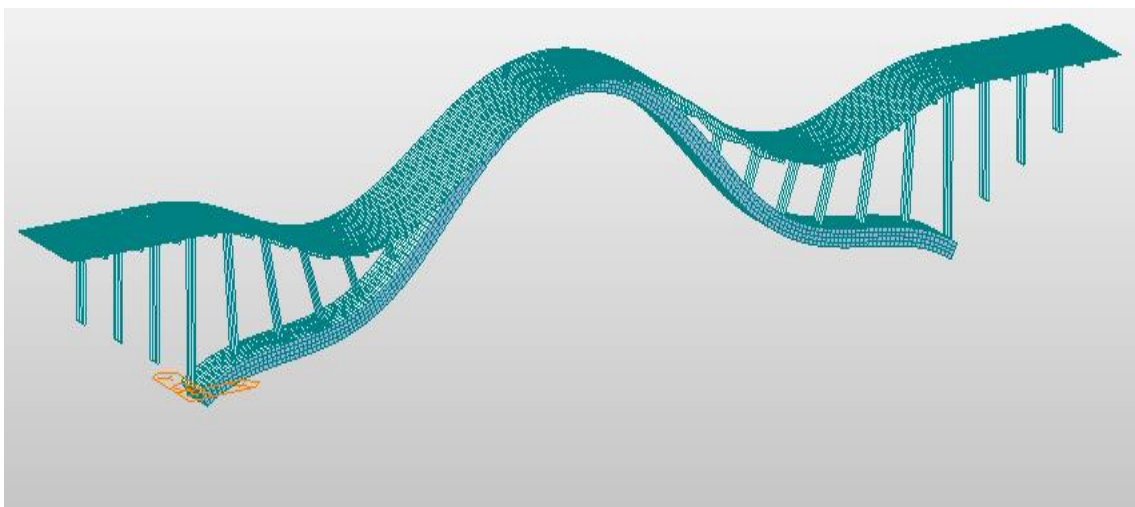


Imagen 105 Tercer modo de pandeo del modelo de arco rígido con pilares modificados.



## 5.4.2 Modelo de arcos con diafragmas

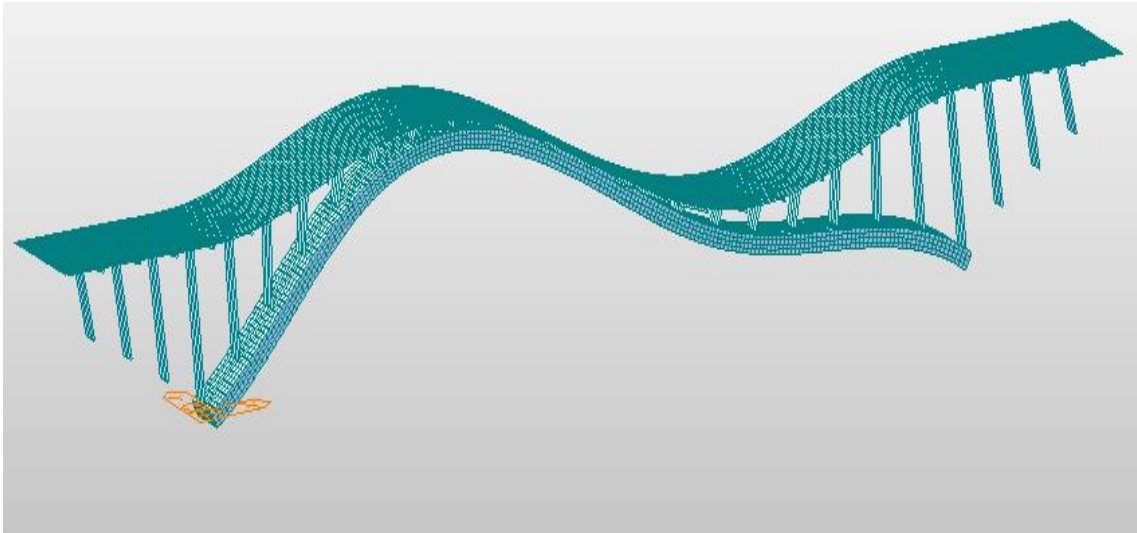


Imagen 106 Primer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas con pilares modificados.

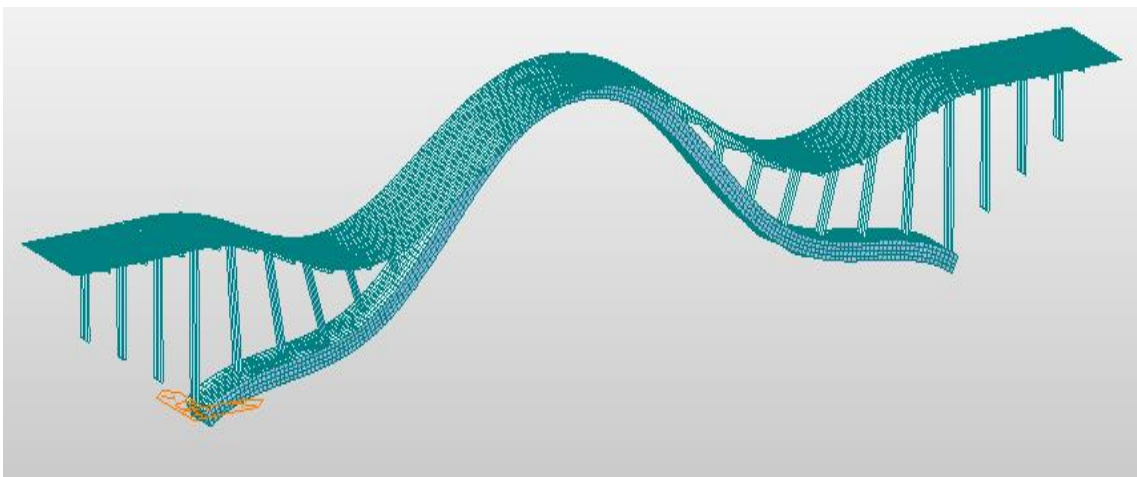


Imagen 107 Segundo modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas con pilares modificados.

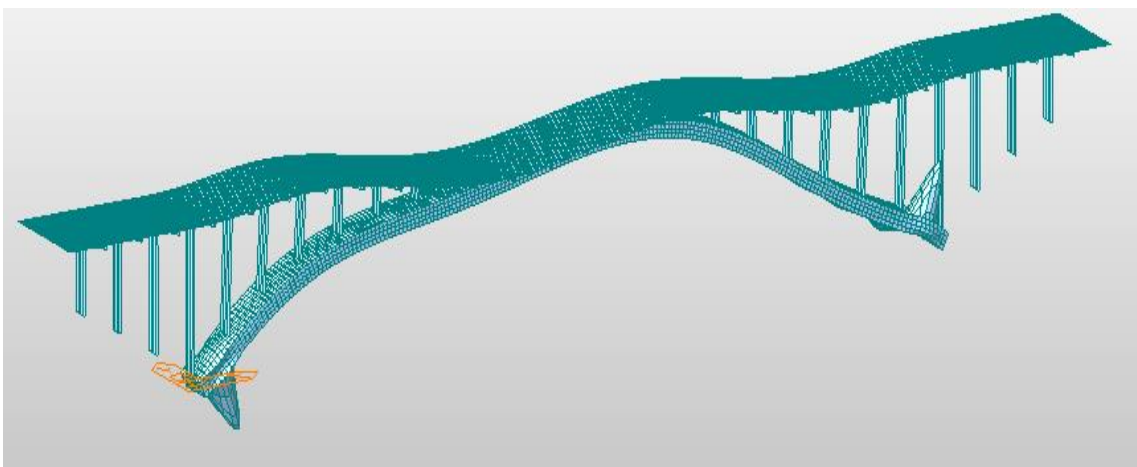


Imagen 108 Tercer modo de pandeo del modelo de arco con diafragmas con pilares modificados.

### 5.4.3 Modelo de arco hueco

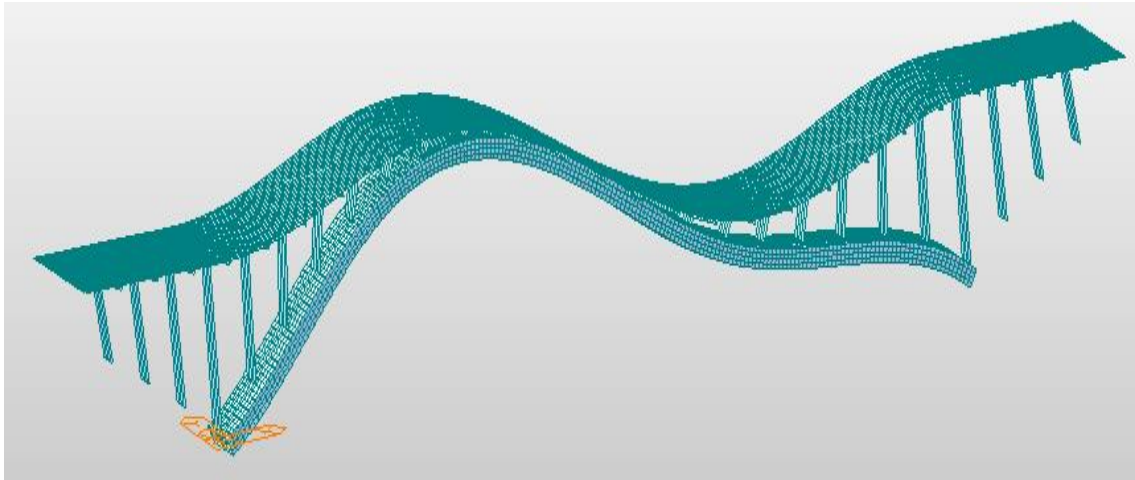


Imagen 109 Primer modo de pandeo del modelo de arco hueco con pilares modificados.

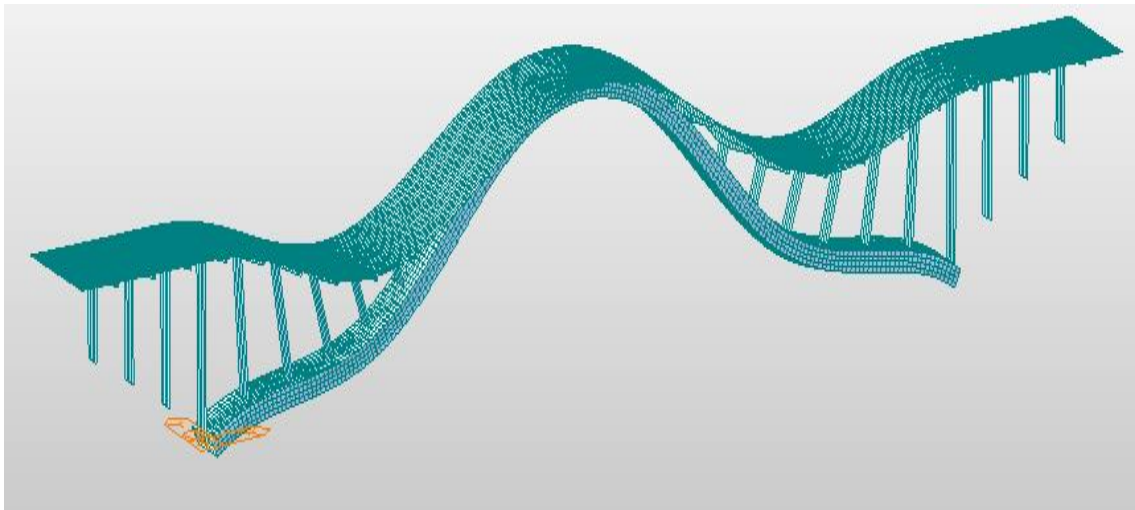


Imagen 110 Segundo modo de pandeo del modelo de arco hueco con pilares modificados.

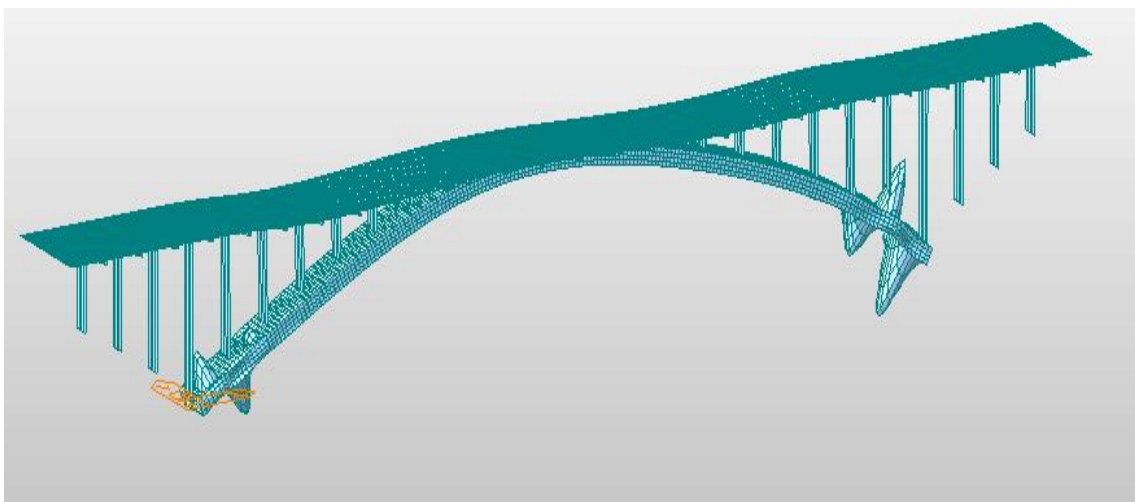


Imagen 111 Tercer modo de pandeo del modelo de arco hueco con pilares modificados.

**5.4.4 Comparación de los modos de pandeo en los distintos modelos de placas con pilas modificadas**


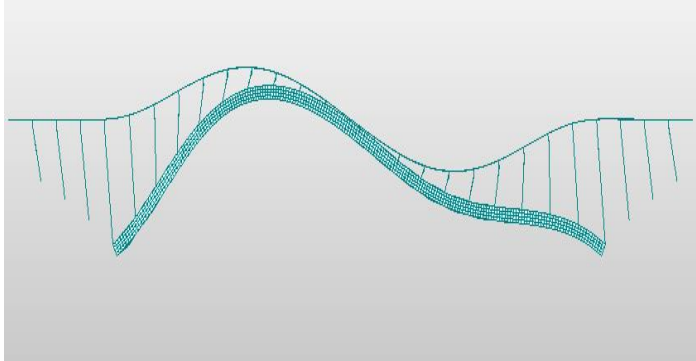
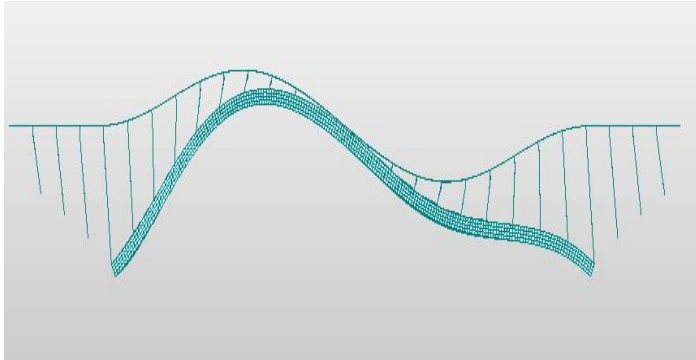
<b>PRIMER MODO DE PANDEO EN:</b>	<b>PERFIL DEFORMADA</b>	<b>VALOR DEL FACTOR DE PANDEO</b>
<p>MODELO ARCO RÍGIDO</p>		<p>14.68</p>
<p>MODELO ARCO CON DIAFRAGMAS</p>		<p>14.02</p>
<p>MODELO ARCO HUECO</p>		<p>10.95</p>

Tabla 8 Comparativa del primer modo de pandeo del arco en los modelos de placas con pilares modificados.

En este caso, se puede ver cómo los 3 modelos tienen un idéntico modo de pandeo en el que el factor de pandeo va disminuyendo conforme aumenta la distorsión. Es decir, conforme el arco es cada vez menos rígido hace falta multiplicar por un valor cada vez más pequeño la carga existente para alcanzar el pandeo en la estructura. De hecho, estos descensos son de un 4.7% y de un 34.07% respectivamente conforme la distorsión se hace cada vez más presente.

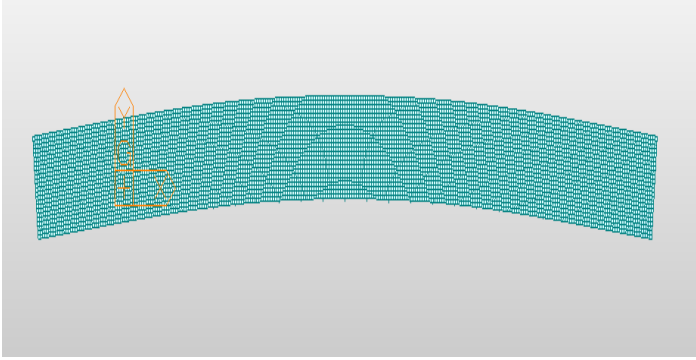
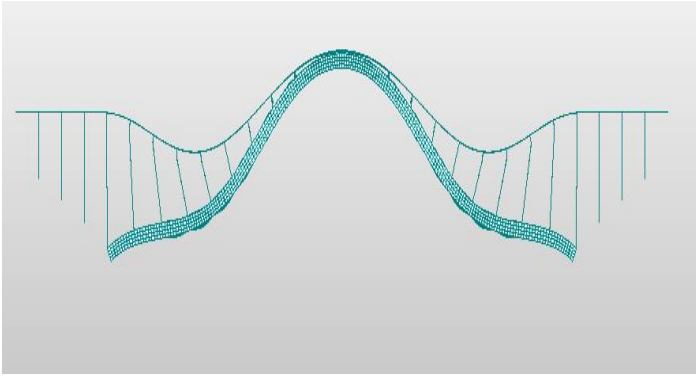
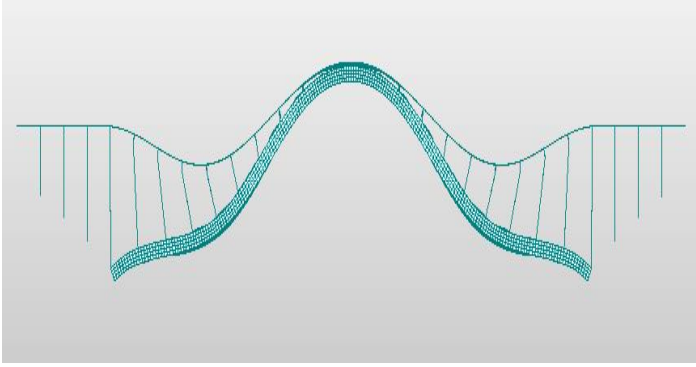
SEGUNDO MODO DE PANDEO EN:	PERFIL DEFORMADA	VALOR DEL FACTOR DE PANDEO
MODELO ARCO RÍGIDO		22.65
MODELO ARCO CON DIAFRAGMAS		23.41
MODELO ARCO HUECO		18.32

Tabla 9 Comparativa del segundo modo de pandeo del arco en los modelos de placas con pilares modificados.

Como se puede ver, en el modelo de arco rígido el modo de pandeo se produce fuera del plano y, además tiene un factor de pandeo menor que el modelo de arco con diafragmas. Visto esto, se puede decir que un aumento de la distorsión, no siempre se traduce en una disminución del factor de pandeo, siendo a veces ésta capaz de modificar el modo en que pandean el puente, pasando a deformarse dentro del plano, en vez de fuera de este, aunque sea con una carga mayor y, por tanto, variando el factor de pandeo en cuestión. También puede apreciarse como el modo de pandeo es el mismo en los últimos dos modelos y cómo tiene el factor de pandeo más bajo el modelo que es más flexible (arco hueco), en concreto este factor es un 27.78% más bajo.

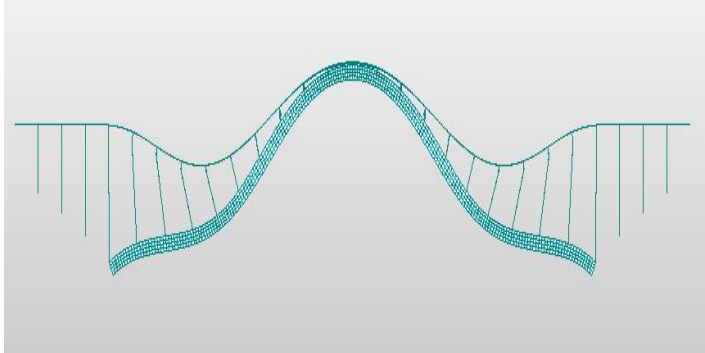
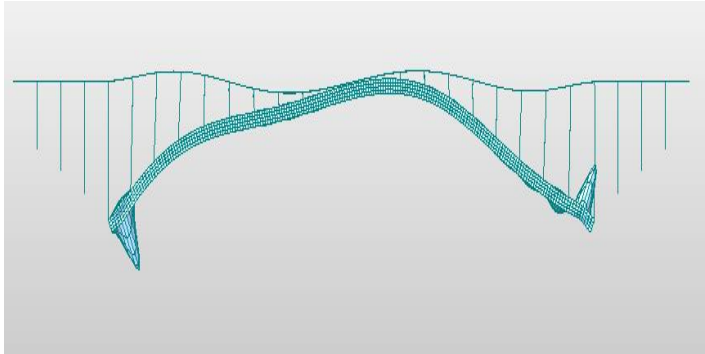
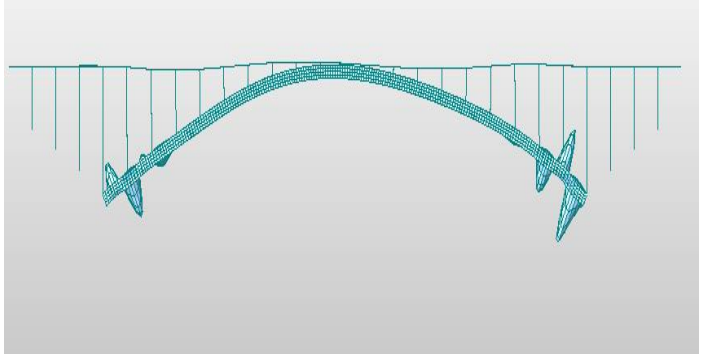
TERCER MODO DE PANDEO EN:	PERFIL DEFORMADA	VALOR DEL FACTOR DE PANDEO
MODELO ARCO RÍGIDO		25.73
MODELO ARCO CON DIAFRAGMAS		28.16
MODELO ARCO HUECO		20.16

Tabla 10 Comparativa del tercer modo de pandeo del arco en los modelos de placas con pilares modificados.

Como ya se vio en el segundo modo, los modos de pandeo no necesariamente tienen que coincidir en todos los modelos. En este tercer, ya ni siquiera ningún modo es igual, no como en el segundo donde los 2 últimos eran similares. Debido a esta desigualdad de modos de pandeo, los factores de pandeo por tanto también serán independientes entre si, por lo que ya no tiene sentido comparar el valor de estos.



## 6 CONCLUSIONES

---

Las que aquí se exponen son las conclusiones más relevantes obtenidas en todo este estudio realizado de la influencia de la distorsión en el puente arco:

- En base a los objetivos marcados, a lo largo del presente estudio se ha analizado la influencia que tiene la distorsión en la estructura de puente arco.
- No solo se consigue analizar cualitativamente la influencia de la distorsión, sino que se cuantifica la influencia de ésta en desplazamientos, esfuerzos y cargas críticas de pandeo.
- Se constata que el modelo de puente arco mediante elementos placas con distorsión impedida es un modelo adecuado para el análisis comparativo, ya que ofrece resultados prácticamente similares a los obtenidos por J. Manterola y A. Domínguez en sus correspondientes estudios. Y, por tanto, dicho modelo de placas será adecuado para realizar el estudio de la influencia de la distorsión variando la presencia de ésta en el puente como se ha hecho con los modelos desarrollados.
- Como era de esperar, una mayor presencia de la distorsión supone una mayor flexibilización de la estructura. Por lo que el hecho de que la distorsión esté cada vez más presente implica las consecuencias típicas de la pérdida de rigidez: mayores desplazamientos y menores cargas críticas de pandeo.
- Excluyendo la contribución del torsor del tablero por ser demasiado pequeño, una mayor presencia de la distorsión provoca que el torsor en el arco sea cada vez más pequeño, a la vez que la componente del torsor provocada por el par de fuerzas es cada vez más significativa. Estos resultados son igualmente válidos tanto para el caso de carga transversal como para el caso de carga de viento.
- La distorsión provoca que el factor de pandeo sea más pequeño para el primer modo de pandeo.
- La mayor o menor presencia de distorsión en los modelos altera la forma en que el puente pandeo, tanto como para poder llegar a cambiar el plano de deformación al pasar de un modelo a otro.





# REFERENCIAS

---

- [1] Javier Manterola, Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción. Tomo II. 2006.
- [2] Antonio Domínguez, Influencia de la relación entre rigideces de arco y tablero bajo cargas excéntricas y transversales en puentes arco. 2019
- [3] MIDAS CIVIL 2019.
- [4] Microsoft Excel 2018.
- [5] BBC, 10 Grandes errores de la ciencia y la ingeniería. 23 de mayo 2014.
- [6] El Buscador de Arquitectura, 10 errores de diseño y cálculo que pueden pasar a la historia.
- [7] IAP (Instrucción sobre las Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de carretera).