

Trabajo Fin de Grado

Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Aplicación de la metodología de los Subespacios Activos al estudio de las curvas características de turbomáquinas térmicas.

Autor: Enrique Barbasán Arcos
Tutor: David Sánchez Martínez

Dpto. Ingeniería Energética
Grupo de Máquinas y Motores Térmicos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2019



GMTS | GRUPO DE MÁQUINAS Y MOTORES
TÉRMICOS DE SEVILLA

Trabajo Fin de Grado
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Aplicación de la metodología de los Subespacios Activos al estudio de las curvas características de turbomáquinas térmicas.

Autor:
Enrique Barbasán Arcos

Tutor:
David Sánchez Martínez
Catedrático de Universidad

Dpto. Ingeniería Energética
Grupo de Máquinas y Motores Térmicos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2019

Trabajo Fin de Carrera: Aplicación de la metodología de los Subespacios Activos al estudio de las curvas características de turbomáquinas térmicas.

Autor: Enrique Barbasán Arcos

Tutor: David Sánchez Martínez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

*Con frecuencia las dificultades preparan a
personas ordinarias para un destino
extraordinario*

- CS Lewis -

En primer lugar, quiero agradecer al director de este trabajo, Prof.Dr. David Sánchez Martínez su apoyo constante e incondicional durante toda la realización del mismo, así como todo lo que he aprendido de él, tanto técnica como humanamente.

Igualmente quiero hacer constar mi gratitud a German Nieto y Francesco Crespi cuyos trabajos previos y ayuda para la realización del trabajo que se presenta ha sido esencial. He podido constatar que la ciencia hay que construirla sobre bases fuertes diseñadas por otros.

Por supuesto, gracias a Dios y a mi familia que han hecho posible que llegue hasta este punto del camino y que seguirán conmigo en el camino a recorrer.

Por último, pero no menos importante, para mi es imprescindible agradecer la tutela que desde el primer momento que entré en esta escuela me ha brindado el profesor Don Miguel Florencio Lora, marcándome los pasos a seguir en el camino y apoyándome siempre en mis decisiones. Es un referente con el que espero seguir contando en mi vida.

*Enrique Barbasán Arcos
Sevilla, 2019*

Resumen

El hombre tiende a crecer a un ritmo superior a sus medios de subsistencia.

- Charles Darwin -

Actualmente nos encontramos en una situación donde la dependencia energética y la necesidad de reducir el uso de los combustibles fósiles presentan un problema de suma importancia en Europa. Con el fin de solucionar estos problemas, se desarrollan numerosas tecnologías de producción de electricidad en base a las energías renovables, las cuales, con el paso de los años, van avanzando hacia una interesante situación.

Centrándose en la optimización de las centrales solares de torre, el grupo de Máquinas y Motores Térmicos de la Universidad de Sevilla se plantea la implementación del CO₂ supercrítico como fluido de trabajo en ciclos de potencia, ya que este parece capaz de aprovechar mejor el potencial de los sistemas de receptor central.

Este Trabajo Fin de Grado plantea el estudio de la caracterización del comportamiento fuera de diseño de una turbomáquina, explorando las dependencias funcionales que caracterizan las prestaciones de la misma en función de las condiciones de operación. Para abordar esta tarea se hace uso inicialmente del el Teorema Pi de Buckingham en el que se analiza dimensionalmente el problema descrito, reduciendo el orden de mismo hasta quedar caracterizado por un número mínimo de variables adimensionales independientes formadas por combinaciones de las variables fundamentales. No obstante, este teorema solo sirve en el caso de estar totalmente caracterizado el problema desde un punto de vista analítico, condiciones que se dan en el estudio de turbomáquinas convencionales que trabajan con gas ideal, pero no con gas no ideal.

Ante esta dificultad, se hace uso de la metodología de los subespacios activos para determinar el orden mínimo del problema de caracterización del comportamiento de la turbomáquina. Para ello se analizan diferentes turbocompresores trabajando con gas ideal (aire), y se comparan los resultados con los obtenidos mediante el Teorema Pi de Buckingham. De este modo se valida la metodología y se descubre que, en el caso de trabajar con aire, el comportamiento fuera de diseño de la turbomáquina depende principalmente de una sola variable activa.

Finalmente se aplica la misma metodología al caso de turbocompresores centrífugos operando con CO₂ supercrítico. Se analizan los resultados y se observa que el comportamiento fuera de diseño de una turbomáquina trabajando con este fluido de trabajo depende principalmente de una única variable activa.

Agradecimientos	v
Resumen	vi
Índice	vii
Índice de Tablas	viii
Índice de Figuras	ix
Índice de Ecuaciones	xi
Índice de Códigos	xii
Notación	xiii
1 Bloque de Introducción	1
1.1. Contexto del TFG	1
1.2. Objetivos del TFG	4
1.3. Relevancia de este trabajo	5
1.4. Herramienta 1: Diseño y Operación de Turbocompresores Centrífugos	6
1.5. Herramienta 2: Aplicación de la metodología de los Subespacios Activos	9
2 Caracterización del problema y análisis dimensional	17
2.1. Aplicación del teorema Pi de Buckingham	17
El Teorema Pi de Buckingham	17
3 Aplicación de la metodología a compresores operando con aire	22
3.1. Aplicación de la Metodología de los Subespacios Activos.	22
Desarrollo Algebraico del método de los subespacios activos [3] [6]	22
3.2. Aplicación de la metodología en compresores operando con Aire	25
Selección del rango de condiciones operativas	25
3.3. Resultados obtenidos en Compresores operando con Aire	27
Compresor 1	27
Compresor 2	31
Compresor 3	33
3.4. Conclusiones del Análisis	35
4 Aplicación de la metodología a compresores operando con CO₂ supercrítico	37
4.1. El Fluido supercrítico	37
4.2. Resultados obtenidos en Compresores operando con sCO ₂	38
3.3 Conclusiones del Análisis	43
5 Conclusiones y trabajos futuros	45
5.1. Conclusiones Principales	45
5.2. Trabajos Futuros	47
Referencias	11

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Compresores a Analizar con Aire	27
Tabla 2: Compresor 1: Evolución del Error con el Polg con 1Av	29
Tabla 3: Analisis de errores definitivos de Compresores con Aire	36
Tabla 4: Propiedades críticas del CO ₂	37
Tabla 5: Condiciones de diseño en sCO ₂	38
Tabla 6: Analisis de errores compresor CO ₂	44

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Principales proveedores de Gas Natural a la UE. [1]	1
Figura 2: Representación esquemática del ciclo de Carnot	3
Figura 3: Diagrama T-S ciclo de carnot [10]	3
Figura 4: Diagrama de moliere CO ₂ [11]	4
Figura 5: Diagrama de flujo simplificado del Método de Aungier [5]	7
Figura 6: Curva Característica sin adimensionalizar obtenida con Herramienta 1	7
Figura 7: Curva Característica sin adimensionalizada obtenida con Herramienta 1	8
Figura 8: Diagrama de bloques del análisis de los turbocompresores	9
Figura 9: Intervalos recomendables para compresores centrífugos recogidos por Khan. [2]	25
Figura 10: Compresor 2: Curva de aproximación. (1 Av, Polg 9)	26
Figura 11: Autovalores del compresor 2 mal diseñado	26
Figura 12: Compresor 1: Representación de Autovalores	27
Figura 13: Compresor 1: curva de aproximación. (1 Av, Polg 6)	28
Figura 14: Compresor 1: Curva de Aproximación $\eta > 0,7$ (1Av, Polg9)	28
Figura 15: Compresor 1: Superficie de Aproximación (2Av, Polg5)	29
Figura 16: Compresor 1: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (2Av, Polg5)	30
Figura 17: Compresor 1: Superficie de Aproximación (3Av, Polg6)	30
Figura 18: Compresor 1: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (3Av, Polg9)	31
Figura 19: Compresor 2: Curva de Aproximación $\eta > 0,7$ (1Av, Polg9)	32
Figura 20: Compresor 2: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (2Av, Polg5)	32
Figura 21: Compresor 2: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (3Av, Polg9)	33
Figura 22: Compresor 3: Curva de Aproximación $\eta > 0,7$ (1Av, Polg9)	34
Figura 23: Compresor 3: Superficie de Aproximación (2Av, Polg5)	34
Figura 24: Compresor 3: Superficie de Aproximación (3Av, Polg9)	35
Figura 25: Autovalores del compresor 1	36
Figura 27: Analisis de Autovalores con 10% CO ₂	38
Figura 28: Analisis de Autovalores con 20% CO ₂	39
Figura 29: Analisis 1Av 10% CO ₂	39
Figura 30: Analisis 1Av 20% CO ₂	40
Figura 31: Lupa a rendimientos más altos en 20% CO ₂	40
Figura 32: Analisis 2Av 10% CO ₂	41
Figura 33: Analisis 2Av 20% CO ₂	41
Figura 34: Analisis 3Av 10% CO ₂	42

Figura 35: Analisis 3Av 20% CO ₂	42
Figura 36: LoopBack en Coolprop de temperatura utilizando H y S como par de variables. [5]	43
Figura 37: Representación de Autovalores Aire	46
Figura 38: Representación de Autovalores CO ₂	46

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1: Rendimiento del Ciclo de Carnot	2
Ecuación 2: Definición de coeficiente de carga y coeficiente de flujo.	10
Ecuación 3: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina [2]	18
Ecuación 4: Adimensionalización de variables [2]	19
Ecuación 5: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina adimensionalizando [2]	19
Ecuación 6: Ecuaciones del Gas perfecto [2]	20
Ecuación 7: Salto entálpico adimensional [2]	20
Ecuación 8:Potencia adimensional [2]	20
Ecuación 9:Gasto másico adimensional [2]	20
Ecuación 10:Viscosidad adimensional [2]	21
Ecuación 11:Velocidad del sonido adimensional [2]	21
Ecuación 12:Ecuación de comportamiento de una turbomáquina [2]	21
Ecuación 13:Ecuación de comportamiento de una turbomáquina simplificada [2]	21
Ecuación 14:Ecuación de modelo de estado [3] [6]	22
Ecuación 15:Aproximación de orden inferior a la ecuación de estado [3] [6]	23
Ecuación 16:Combinaciones lineales de las variables de entrada [3] [6]	23
Ecuación 17:Vector de derivadas parciales [3] [6]	23
Ecuación 18:Aproximación de la matriz C [3] [6]	23
Ecuación 19:Descomposición de C [3] [6]	24
Ecuación 20:Matriz de autovectores y matriz de autovalores [3] [6]	24
Ecuación 21:Matriz de autovectores activos [3] [6]	24

ÍNDICE DE CÓDIGOS

Código 1: Donde añadir valores en Toconstructmatrix.m	10
Código 2: Donde decidir autovalores y grado del polinomio en "Copy_of_ExampleFcrespi.m"	11
Código 3: Bucle para eliminar los ceros de matrix_completed.m	12
Código 4: Bucle para eliminar los rendimientos menores del 70% de matrix_completed.m	12

Notación

A_v	Autovalor
Pol_g	Polinomio de grado
P_{01}	Presión de Remanso a la entrada del compresor
T_{01}	Temperatura de Remanso a la entrada del compresor
RPM	Regimen de Giro del compresor
RC	Relación de compresión del compresor
C_p	Capacidad Calorífica
Δh_{0s}	Variación de entalpía de remanso
ρ_0	Densidad de Remanso
a_0	Velocidad del sonido de Remanso
μ	Viscosidad dinámica
γ	Relación entre calores específicos
m	gasto másico de diseño
V_{01}	Volumen
N	Velocidad de Giro
D	Diámetro Característico
L	Longitud
M	Masa
T	Tiempo
η	Rendimiento
R	Constante de los gases ideales
Re	Número de Reynolds
Ma	Número de Mach
X_{ac}	VARIABLES activas
$\nabla X f$	Vector de derivadas parciales (Gradiente)
E	Esperanza matemática
C	Matriz que contiene los autovalores y autovectores
Λ	Matriz diagonal con autovalores
W	Matriz con autovectores
Λ_{ac}	Matriz diagonal con autovalores más grandes
ϕ	Coefficiente de Flujo
φ	Coefficiente de Carga
U	Velocidad periférica

1 BLOQUE DE INTRODUCCIÓN

1.1. Contexto del TFG

Actualmente Europa se encuentra ante un panorama energético muy desfavorable. El principal abastecimiento energético de todo el continente se basa en los suministros constantes de petróleo (35%) y gas natural (24%) de los países cercanos a este, lo que hace que sea fuertemente dependiente de otras potencias. Este hecho preocupa enormemente a la Unión Europea, ya que su objetivo es conseguir la autosuficiencia con los estados miembros.

Con el fin de solucionar estos problemas, la UE plantea en la estrategia 20-20 una apuesta por la reducción de los gases de efecto invernadero; para ello se siguen dos caminos paralelos. Por una parte, se aumenta la fracción de energía eléctrica de origen renovable hasta alcanzar un 20%, cifra que equivale a cerrar 400 centrales de producción de energía eléctrica. Por otra parte, se reduce el consumo de energía gracias a aumentar en un 20% la eficiencia energética. Así llegaremos a 2020 con un escenario más limpio reduciendo la importación de energía de otros estados cercanos y aumentando en independencia energética y, por tanto, en seguridad de suministro.

En este panorama energético, España se sitúa como uno de los territorios con mayor potencial en producción de energía eléctrica renovable si bien, a pesar de esto, se encuentra también entre los países con mayor dependencia del petróleo, un 45% por encima de la media europea. Por ello, en los últimos años, se han elaborado planes de apoyo e incentivo de la instalación de energías renovables, los cuales han atraído a grandes inversores internacionales, ya que se planteaban obtener los mismos beneficios explotando las energías renovables que utilizando las plantas de combustible fósil, siendo las energías renovables una apuesta con mayor futuro.

Sin embargo, debido a la retirada de estos planes de subvenciones por parte del gobierno español, los inversores se han retirado, dándose lugar a importantes disputas judiciales que han supuesto en este caso un desincentivo al uso de estas energías. [1]

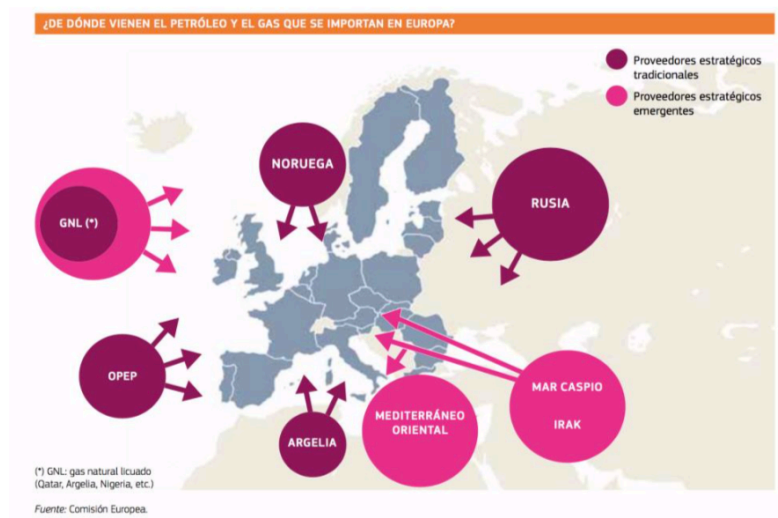


Figura 1: Principales proveedores de Gas Natural a la UE. [1]

En las dos últimas décadas, España ha desarrollado numerosas plantas de producción de potencia basadas en las energías renovables con el fin de cumplir la estrategia 20-20. Principalmente se potencia la producción basada en energía Eólica y en menor medida, solar, las cuales se unen a la energía hidráulica que venía siendo la usada tradicionalmente en el país. La energía eléctrica Eólica y la Hidráulica suponen un 20% y un 14% de la producción de la energía en España. [9]

Este panorama hace plantearse el estudio en profundidad de como potenciar las tecnologías de energía solar, para aprovechar al máximo su potencial. Dentro de estas, se encuentran tres categorías principales: Energía solar de baja temperatura, Energía fotovoltaica y Energía solar de alta temperatura.

- **Baja Temperatura:** La utilización de la energía solar de baja temperatura mediante captadores solares, se utiliza principalmente en usos de climatización y agua caliente sanitaria, dejando esta opción al margen de la producción eléctrica.
- **Fotovoltaica:** Se basa en la producción de energía con células solares que convierten la radiación solar en electricidad directamente. Actualmente es la forma de producción eléctrica más extendida y con mayor rentabilidad en el ámbito del uso de la energía solar para generación de energía eléctrica. Como se verá más adelante, este campo no es de interés para este TFG ya que no requiere de un ciclo de producción de potencia para generar energía.
- **Alta Temperatura o Termosolar:** La radiación solar se convierte en energía térmica de alta temperatura, la cual se convierte posteriormente en electricidad en un ciclo de potencia. Se fundamenta en la concentración de energía solar mediante diferentes tipos de concentradores: campo de heliostatos y receptor central (torre solar), colector de tipo cilindro-parabólico y colector de tipo Fresnel. La tecnología de torre solar es la que permite alcanzar mayores temperaturas (1000°C).

Debido a la alta temperatura alcanzada por la tecnología de Torre solar, suele considerarse que es la tecnología con mayor potencial de desarrollo en el futuro. Uno de los campos de investigación en este sentido es el bloque de potencia encargado de la conversión de energía térmica en mecánica, por ser el paso de conversión energética (desde la solar primaria hasta la energía eléctrica en el transformador central) que presenta un rendimiento menor.

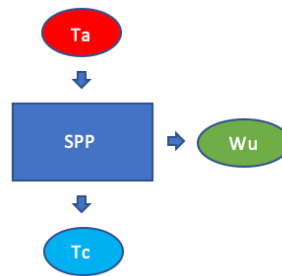
En efecto, este rendimiento es del orden del 40%, mucho menor que el rendimiento de la captación y concentración solar que es de aproximadamente un 65% y que el de la conversión de energía mecánica en eléctrica.

A la vista de esta situación, numerosos investigadores se han preguntado cómo se podría aumentar el rendimiento de la parte de producción de potencia. Para responder esto se utiliza la definición del rendimiento del ciclo de Carnot por ser este el ciclo de potencia que permite alcanzar mayor rendimiento cuando se opera entre una fuente de energía a alta temperatura (T) y un sumidero de energía a baja temperatura (Tc).

$$\eta = 1 - \frac{T_c}{T_a}$$

Ecuación 1: Rendimiento del Ciclo de Carnot

El ciclo de Carnot se define como un proceso cíclico reversible que utiliza un gas perfecto, y que consta de dos transformaciones isotérmicas y dos adiabáticas. Siendo el ciclo termodinámico de máximo rendimiento posible.



$$T_c = T_{amb}$$

$$T_a = T_{TORRE}$$

Figura 2: Representación esquemática del ciclo de Carnot

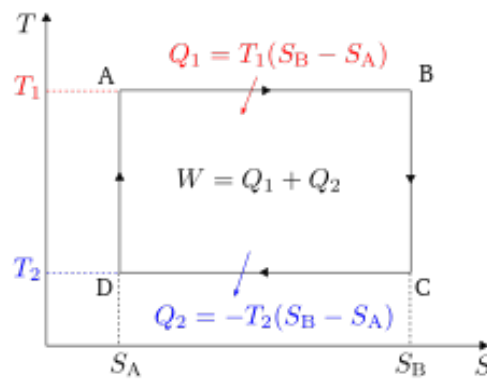


Figura 3: Diagrama T-S ciclo de Carnot [10]

Además de exhibir el máximo rendimiento para las dos temperaturas de referencia, otro de los atractivos del ciclo de Carnot es que su rendimiento se puede definir utilizando únicamente dichas temperaturas (según se presenta en la ecuación 1). Es más, incluso en aquellos ciclos en los que la aportación o cesión de calor no tienen lugar a temperatura constante, es posible definir un rendimiento equivalente al de Carnot a partir de los conceptos de temperatura media de absorción, en nuestro caso la temperatura termodinámica media de la torre solar, y temperatura media de cesión, que tomaremos en primera aproximación como la temperatura ambiente. Queda de esta manera de manifiesto que, para hacer máximo el rendimiento del bloque de potencia, es interesante maximizar la temperatura del receptor solar.

Dentro de los ciclos de potencia empleados usualmente en la generación de energía eléctrica, cabe citar el ciclo de Rankine (turbina de vapor), el ciclo Brayton (turbina de gas) y los ciclos combinados de gas y vapor. Actualmente en las plantas termosolares se utilizan principalmente turbinas de vapor, utilizando la torre como generador de vapor, y en algunos casos turbinas de gas, empleando el calor para disminuir el trabajo del compresor. Si bien en este último caso solo ha habido plantas experimentales. No obstante, en ambos casos existen limitaciones.

La temperatura máxima de trabajo en un ciclo de turbina de vapor es de unos 600° C por cuestiones metalúrgicas, por lo que no se aprovecha el potencial del sistema de concentración basado en heliostatos y receptor central. Por otro lado, la temperatura máxima de una turbina de gas (temperatura a la salida de la cámara de combustión) es de entorno unos 1500°C; lo que supone que para la aplicación de este sistema a una planta CSP (Captadores solares planos) de

torre habría que realizar un aumento de temperatura en la cámara de combustión, mediante la combustión de gas natural, de manera adicional a la aportación de energía térmica en el receptor solar. Esto implicaría seguir dependiendo de combustible fósil.

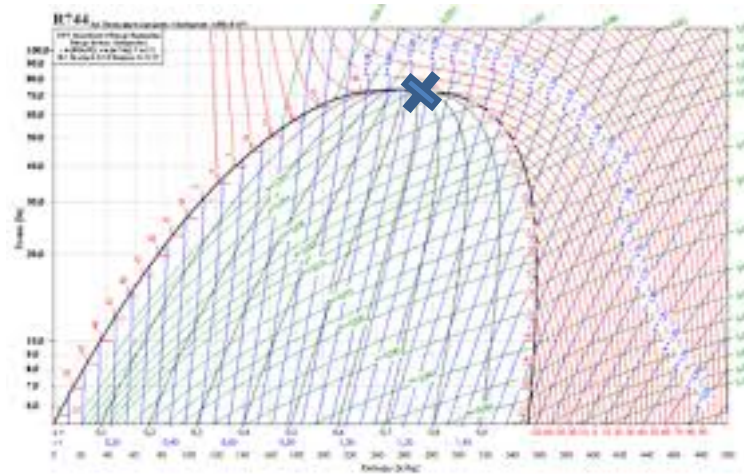


Figura 4: Diagrama de molieres CO₂ [11]

Con el fin de buscar una solución a este problema, el Grupo de Máquinas y Motores Térmicos de la Universidad de Sevilla se plantea la implementación del CO₂ supercrítico como fluido de trabajo en ciclos de potencia, ya que este parece capaz de aprovechar mejor el potencial de los sistemas de receptor central. El estudio de estos ciclos no entra dentro del ámbito de este trabajo y por tanto no se refleja aquí. Para mayor información se recomienda consultar la referencia [12]

El primer paso en el estudio del potencial de los ciclos de CO₂ supercrítico es su análisis teórico, tanto en condiciones nominales como en condiciones fuera de diseño (por ejemplo, a carga parcial). Esto requiere disponer de herramientas de simulación que reflejen con precisión el comportamiento de los equipos de la planta, por ejemplo, turbomáquinas o intercambiadores de calor, de modo que quede bien reflejado el efecto de emplear un fluido de trabajo con comportamiento intermedio entre gas y líquido (gas con comportamiento no ideal).

1.2. Objetivos del TFG

En el contexto anterior, este Trabajo Fin de Grado plantea el estudio de la caracterización del comportamiento de una turbomáquina, explorando las dependencias funcionales que caracterizan las prestaciones de la misma en función de las condiciones de operación. Para abordar esta tarea se hace uso inicialmente del Teorema Pi de Buckingham en el que se analiza dimensionalmente el problema descrito, reduciendo el orden de mismo hasta quedar caracterizado por un número mínimo de variables adimensionales independientes formadas por combinaciones de las variables fundamentales [2]

No obstante, este teorema solo sirve en el caso de estar totalmente caracterizado el problema desde un punto de vista analítico, condiciones que se dan en el estudio de turbomáquinas convencionales que trabajan con gas ideal. No obstante, cuando se hace uso de gases no ideales, la caracterización analítica puede incorporar nuevas variables que caractericen el comportamiento del gas, como el grado de no idealidad del gas. Esta incertidumbre hace que, si

bien el teorema Pi de Buckingham resulte de aplicación, la deficiencia formal del mismo no sea inmediata.

Ante esta situación, un segundo bloque de trabajo hace uso de la metodología de los subespacios activos para determinar el orden mínimo del problema de caracterización del comportamiento de la turbomáquina. Este es “un método para detectar primero las direcciones de la variabilidad más fuerte utilizando evaluaciones del gradiente y, posteriormente, explotar estas direcciones para construir una superficie de respuesta en un subespacio de baja dimensión reducida en cuanto a las variables de las entradas (es decir, el subespacio activo). Se desarrolla un marco teórico con límites de error, y se vinculan las cantidades teóricas a los parámetros de una superficie de respuesta kriging en el subespacio activo.” *Paul Constantine*. [3]

En este documento se estudiará la viabilidad de esta metodología comparándola con la reducción de variables adimensionales obtenida con el teorema Pi de Buckingham. Esta comparación se hará por la aplicación a un caso en el que el teorema Pi de Buckingham resulta de aplicación, turbocompresores centrífugos con aire como fluido de trabajo, y posterior comparación con los resultados estimados por la metodología de los subespacios activos. Debe destacarse que, a diferencia con el teorema Pi de Buckingham, la metodología de los subespacios activos solo permite determinar el orden del problema estudiado, no siendo posible determinar cuáles son las variables independientes (grupos adimensionales) que definen el problema.

Finalmente, una vez comprobada la validez o no de la metodología de subespacios activos para el problema conocido, se aplicará esta al caso de un turbocompresor operando con CO₂ supercrítico. La aplicación de esta metodología permitirá caracterizar el orden del problema, en primer lugar, y el error cometido cuando se decide mantener dicho orden en lugar de un orden superior.

Por tanto, este estudio se limita a estudiar el orden del problema considerado (caracterización del comportamiento fuera de diseño de una turbomáquina que opera con CO₂ cerca del punto crítico). Se deja así una línea de investigación abierta en la cual deberían determinarse cuáles son las variables independientes que permiten caracterizar el problema reducido.

1.3. Relevancia de este trabajo

El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Grado es la determinación del orden mínimo del problema de la caracterización del comportamiento fuera de diseño de una turbomáquina. Conseguir caracterizar de forma sencilla este sería de suma importancia ya que podría llegar a facilitar la simulación del comportamiento de turbomáquinas fuera de diseño con códigos de simulación mucho más rápidos y sencillos que los que existen en la actualidad. Cuanto menor fuera el orden del problema, con mayor facilidad sería posible definir el comportamiento y realizar modelos numéricos con los que operar.

Con la metodología de los subespacios activos, se logra encontrar el número de variables que caracterizan el problema, y que peso sobre el mismo tiene cada una, lo que resulta de gran utilidad no solo para el funcionamiento de las turbomáquinas, si no para la caracterización de cualquier modelo físico del cual se puedan obtener unos resultados en base a unas condiciones de entrada.

Para todo ello es de suma importancia la validación de dicha metodología, la cual se desarrollará en este documento.

Además, el trabajo realizado para caracterizar el comportamiento de los turbocompresores centrífugos operando con CO₂ supercrítico es crucial para poder llevar a cabo las simulaciones pertinentes con fin de utilizar el CO₂ supercrítico como fluido de trabajo en una planta de potencia.

A continuación, se introducen las herramientas empleadas en este trabajo.

1.4. Herramienta 1: Diseño y Operación de Turbocompresores Centrífugos

La herramienta que se utiliza para el diseño y operación de los turbocompresores centrífugos deriva del Trabajo de Fin de Grado realizado por el alumno German Nieto Cantero. Este Trabajo de Fin de Grado desarrolló una aplicación de pre-diseño de compresores centrífugos que sirve como iniciación del proceso de diseño y que, a su vez, proporciona libertad de decisión y optimización. Esta ha sido desarrollada en Matlab® y por tanto se ha utilizado este programa para trabajar con ella. No obstante, esta versión de la herramienta fue desarrollada para la versión de 2015a de Matlab®, lo que ha supuesto tener que hacer algunos cambios superficiales en el código para poder trabajar con Matlab®2018 en su versión de Windows y para Matlab®2016 en su versión de Mac. Adicionalmente, esta aplicación también puede ser de gran utilidad en ambientes académicos donde el coste de software comercial puede ser prohibitivo utilizándose como una herramienta que ayude a alumnos de turbomáquinas a poner en práctica los conocimientos teóricos obtenidos en el aula. [5]

La herramienta descrita se utilizará en dos pasos. Primeramente, se utilizará la herramienta para diseñar compresores en diferentes condiciones nominales de operación, haciendo uso de los diagramas de velocidad y diámetro específicos para seleccionar los parámetros de diseño que permiten alcanzar la máxima eficiencia (si bien la herramienta también permite especificar estos parámetros directamente). Posteriormente, se obtendrán las prestaciones de la máquina para unas condiciones de operación diferentes a las nominales, siendo esta información fundamental para la aplicación de la metodología de los subespacios activos.

Las condiciones que se fijarán para el diseño son: Temperatura de remanso a la entrada (T01) en Kelvin, Presión de remanso a la entrada (P01) en bar, gasto másico de diseño (\dot{m}) en kg/s y Relación de compresión (PR) o Velocidad del rodete (RPM). Pueden también seleccionarse el tipo de difusor (con o sin álabes), el tipo de rodete (cerrado o abierto) y el modo de diseño del difusor (Recuperación máxima de presión estática, máxima eficiencia o número fijo de álabes, fijando el número de álabes del difusor).

Actualmente la herramienta está pensada para utilizarse únicamente con Aire y CO₂, pero sería interesante la incorporación de otros fluidos de trabajo haciendo el uso de las librerías de COOLPROP y REFPROP.

Con la metodología anterior se obtienen el diseño del compresor, y las curvas características del mismo. Además, es posible obtener la geometría del rodete, los triángulos de velocidades y el diagrama h-s del compresor. [5]

La aplicación está basada en el método unidimensional presentado por Ronald H. Aungier. Por lo que no incluye consideraciones del tipo mecánico o constructivas en su análisis. Es decir, la herramienta se limita al diseño aerodinámico.

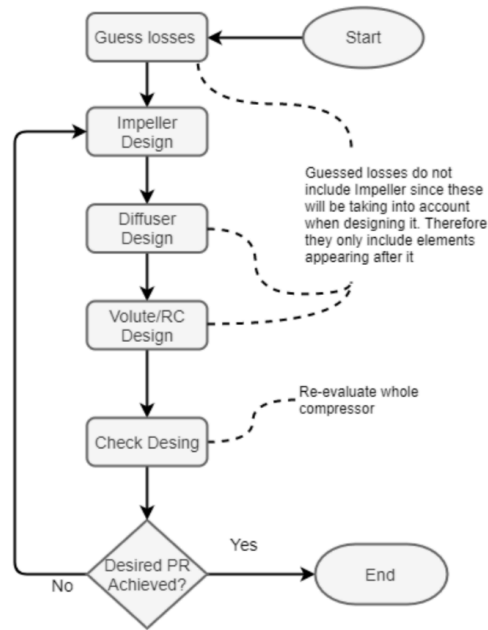


Figura 5: Diagrama de flujo simplificado del Método de Aungier [5]

En el método de Aungier los elementos del compresor se diseñan siguiendo el camino de gases y, una vez completado el diseño de todos ellos, se realiza una verificación para garantizar que el diseño producido cumple con las especificaciones de diseño en términos de relación de compresión (“Check Desing”). Esto constituye un proceso iterativo que suele tardar entorno a 5 minutos en completar un diseño de compresor en el caso de aire, mientras que en evaluar en los diferentes valores y obtener las curvas características suele tardar entorno a 30 minutos. De esta manera se obtiene el diseño del turbocompresor que se almacena en un archivo llamado “LastDesign.mat” el cual se abrirá para su operación con la herramienta del apartado 1.4.

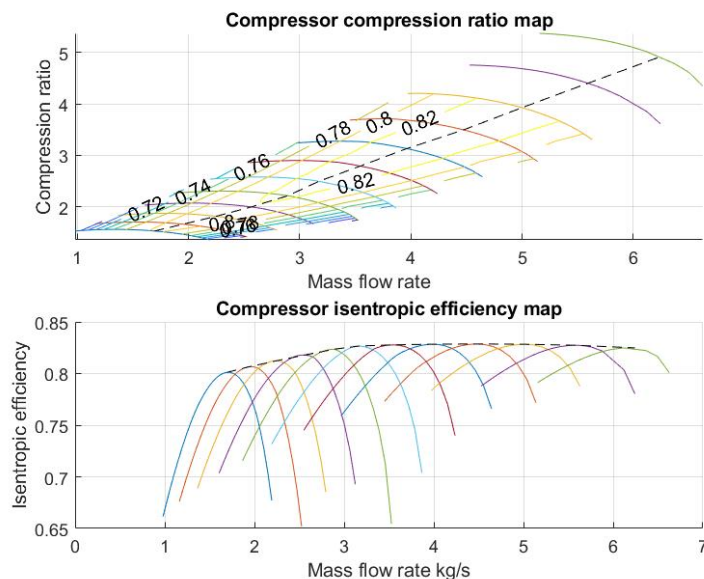


Figura 6: Curva Característica sin adimensionalizar obtenida con Herramienta 1

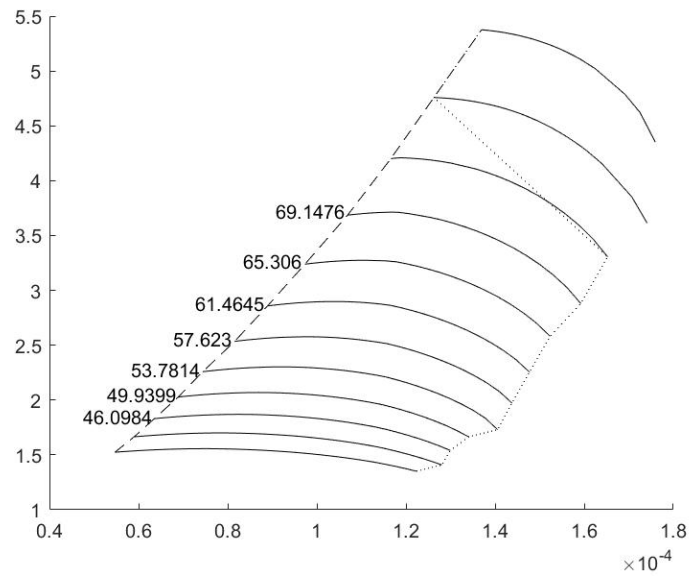


Figura 7: Curva Característica sin adimensionalizada obtenida con Herramienta 1

1.5. Herramienta 2: Aplicación de la metodología de los Subespacios Activos

La segunda herramienta que se utiliza realmente no es una sola herramienta en sí, si no una serie de códigos de Matlab® con los que se prepara la información para analizarla en el último de los códigos donde se implementa el método de los subespacios activos.

Este procedimiento utiliza la herramienta 1 que es principalmente la herramienta en la que se basan los cálculos realizados en este TFG.

Las diferentes partes de esta herramienta han sido diseñadas en el marco de diferentes trabajos:

- Tesis doctoral de Francesco Crespi, Universidad de Sevilla: “Toconstructmatrix.m”,
- Tesis doctoral de Francesco Crespi y Trabajo Fin de Grado de Germán Nieto: “pruebaoff.m”
- Tesis doctoral de Juan Sebastián Bahamonde (TU Delft, Holanda) y Francesco Crespi: “Copy_of_ExampleFcrespi.m”

A continuación, se explica mediante un diagrama de bloques el procedimiento de análisis realizado para cada uno de los compresores y cada uno de sus pasos y elementos.

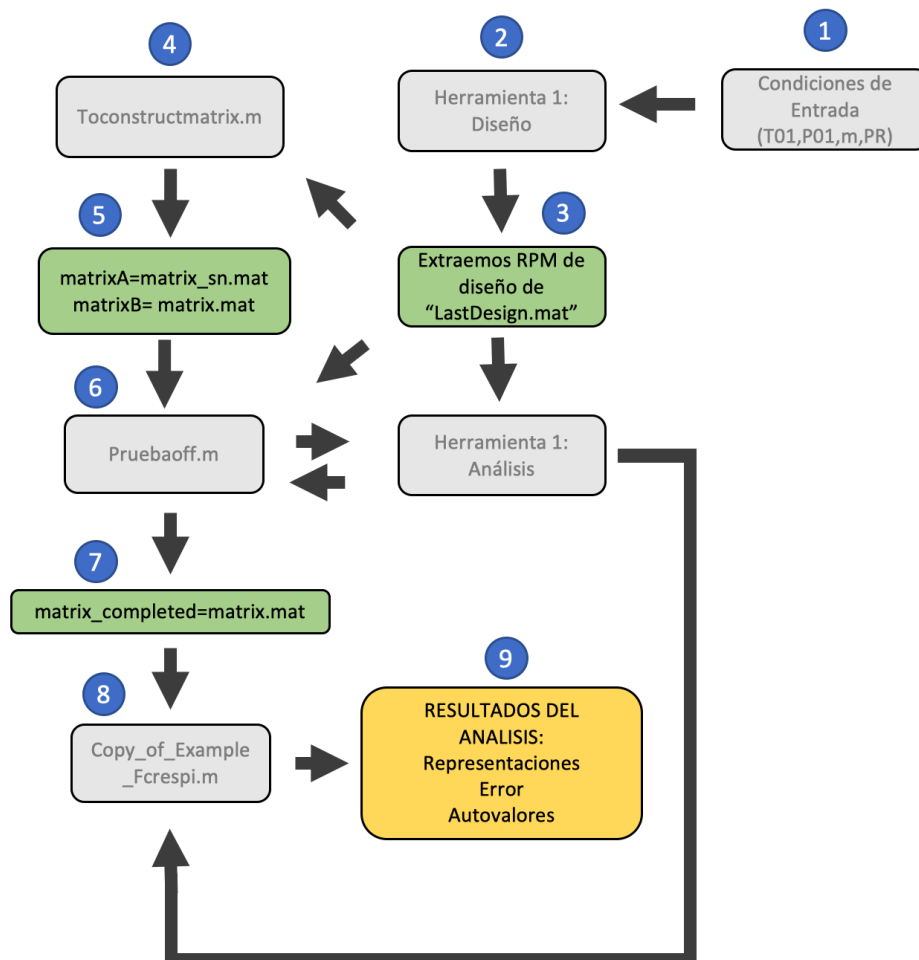


Figura 8: Diagrama de bloques del análisis de los turbocompresores

1. En primer lugar, se introducen las condiciones de entrada en el archivo "UserInterface_DesignV2.m" de la Herramienta 1. Aquí seleccionamos la opción de New Desing e introduciremos los parámetros de entrada (T01, P01, m y RC).

Se ha de tener en cuenta que la relación de compresión está limitada a un valor máximo de 4.2:1. Una vez seleccionado este valor, se adopta un coeficiente de flujo de 0,07 y se diseña el compresor para alcanzar el máximo rendimiento según los diagramas de velocidad y diámetro específicos de Cordier.

$$\phi = \frac{C_{2,r}}{U_2} \quad \psi = \frac{W}{U_2^2}$$

Ecuación 2: Definición de coeficiente de carga y coeficiente de flujo.

2. Una vez definidos, se pulsa "calcular" y se obtiene la geometría del compresor en un archivo llamado "LastDesing.mat" el cual se guardará en la carpeta "output".
3. Se entra en "LastDesing.mat" y se mira la velocidad de giro de diseño que aparecen almacenadas en él. El nombre de la variable donde se almacenan las RPM es **RPM_DP**.
4. Se abre "Toconstructmatrix" y se introducen en los campos los valores de entrada de RPM, T01, P01 y \dot{m} en los campos correspondientes. Este archivo generará un muestreo de puntos creando dos matrices (4x650), una con valores aleatorios de las variables de entrada llamada ("matrix") y otra de estos mismos valores normalizados entre 0 y 1 (llamada "matrix_sn"). Estas dos comprenderán valores entre los de diseño que hemos indicado.

Código 1: Donde añadir valores en Toconstructmatrix.m

```
% MAX Y MIN TIENES QUE AJUSTARLOS T?
MAX_RPM_RANGE= (24722)*0.8; MIN_RPM_RANGE=(24722)*1.2; % 34815 RPM
MAX_PMIN_RANGE=(1.013*0.8)*1E5; MIN_PMIN_RANGE=(1.013*1.2)*1E5; %1.013 BAR
MAX_TMIN_RANGE=(288*0.8); MIN_TMIN_RANGE=(288*1.2); %288 K
MAX_MDOT_RANGE=(6*0.8); MIN_MDOT_RANGE=(6*1.2); % 2 KG/S
```

5. Se guardan estas dos matrices como **matrixA.mat=matrix_sn** y **matrixB.mat=matrix** en la carpeta donde se esté trabajando.
6. Se abre "pruebaoff.m" y se comienza el cálculo, este programa utilizará la herramienta de análisis de la Herramienta 1 "Analysiscompressor" para obtener diferentes valores del rendimiento total a total en función de los valores aleatorios de "matrix B"; en el caso de no obtener ningún valor por algún fallo de propiedades o del código de la herramienta 1, este saldrá del código dando un valor de cero a esa posición.

Este proceso puede tardar entre 10 y 20 minutos, ya que analiza 650 condiciones de operación del compresor diseñado. Por ello este código utiliza "LastDesign.mat" y "matrixB". Porque analiza el compresor diseñado en "LastDesign.mat" y lo estudia en las condiciones de operación reflejadas en "matrixB".

7. Una vez finalizado el cálculo de "pruebaoff" se guarda la matriz "matrix" como "matrix_completed.mat" en la carpeta donde se este trabajando. Esta será una matriz (5x650) formada por matrixB en las cuatro primeras columnas y los resultados del rendimiento total a total calculado para cada columna.
8. Se comprueba que LastDesign, matrixA, matrixB y matrix_completed están en la misma

carpeta y se ejecuta “Copy_of_ExampleFcrespi.m”. Esta función genera una matriz con la última columna de `matrix_completed` (rendimientos) y `matrixA` en las cuatro primeras y posiciones y aplica la metodología de los subespacios activos, calculando los autovalores y autovectores de la matriz y aproximando con aproximaciones polinómicas según se le indique: curvas (si se considera un solo autovalor) o superficies (si se consideran 2 o 3 autovalores) de aproximación a los valores reales de rendimiento.

Código 2: Donde decidir autovalores y grado del polinomio en” Copy_of_ExampleFcrespi.m”

```

%% COMPUTE AS

% N NUMBER OF SAMPLES

N = ROW;
% SELECT THE NUMBER OF ACTIVE VARIABLES

LAMBDA_N = 1; % NUMERO DE VARIABLES ADIMENSIONALES CONSIDERADAS

% SELECT THE POLYNOMIAL GRADE FOR THE AS FUNCTION

POL_GRAD = 9; %GRADO DEL POLINOMIO DE APROXIMACION

% SELECT A NUMBER OF SAMPLES M
% RULE OF THUMB: MSUS = CEIL(10 * 2 * LOG(LENGTH(X)));
% MSUS = CEIL(10 * 2 * LOG(ROW));

M = 50; %50 NUMERO DE PUNTOS

% SELECT AN INTEGER P
% M+1 <= P <= N %1 4 280 280 CON SAMPLE 650 X AIRE
%1 4 200 200 CON SAMPLE 650 X CO2

P = 50; %30 NUMERO DE RELACIONES ENTRE PUNTOS

% ACTIVATE PLOTTING FOR FUNCTION

PLOT_OP = 1; % CON 0 NO SACA DIAGRAMAS

ETA_TT_AS = COMPUTE_AS_LOCAL_LINEAR_MODELS(N , X_J , Q_J' , M , P ,
LAMBDA_N , POL_GRAD , PLOT_OP);

PERCENTAGE_ERROR = MEAN(ETA_TT_AS.FIT_REL_ERROR)
EIGENVECTOR = ETA_TS_AS.W_ACTIVE;
F_AC_FIT = ETA_TS_AS.FIT;

% PROVA=[-0.526042090335611 0.580514083550331 0.923467738678487 -
0.337119401777475]*EIGENVECTOR
% F_POL = POLYVALN(F_AC_FIT , PROVA);

```

La función de aproximación estará construida a partir del número de autovalores seleccionado (generalmente no mayor de tres), el grado del polinomio de aproximación, P y M (el número de veces que enlaza entre valores y el número de valores que enlaza) y una opción para que no aparezcan las gráficas resultantes del análisis cuando `plot_op = 0` o si cuando `plot_op = 1`.

Este también tiene incorporado un bucle para eliminar los rendimientos cuyo valor es cero por algún fallo en la herramienta 1.

Código 3: Bucle para eliminar los ceros de matrix_completed.m

```

%   BUCLE PARA ELIMINAR CEROS ETC.
IDX=Q_J<=0; OUT=SUM(IDX(:));

WHILE OUT>0
    FOR I=1:LENGTH(Q_J)-OUT
        IF Q_J(I)<=0
            IF Q_J(I+1)<=0
                Q_J(I)=[ ]; X_J(I,:)=[ ];
            ELSE
                Q_J(I)=[ ]; X_J(I,:)=[ ];
            END
        ELSE
            Q_J(I)=Q_J(I); X_J(I,:)=X_J(I,:);
        END
    END

    IDX=Q_J<=0; OUT=SUM(IDX(:)); IF OUT==3 &&
Q_J(LENGTH(Q_J))==0
        BREAK
    END
END

    Q_J(LENGTH(Q_J))=[ ]; X_J(LENGTH(Q_J),:)= [ ];
Q_J(LENGTH(Q_J))=[ ];
    X_J(LENGTH(Q_J),:)= [ ]; Q_J(LENGTH(Q_J))=[ ];
X_J(LENGTH(Q_J),:)= [ ];

    [ROW,~] = SIZE(X_J);

```

Código 4: Bucle para eliminar los rendimientos menores del 70% de matrix_completed.m

```

%   BUCLE PARA MOSTRAR SOLO RENDIMIENTOS MAYORES DE 0.7.
IDX=Q_J<=0.7; OUT=SUM(IDX(:));

WHILE OUT>0.7
    FOR I=1:LENGTH(Q_J)-OUT
        IF Q_J(I)<=0.7
            IF Q_J(I+1)<=0.7
                Q_J(I)=[ ]; X_J(I,:)=[ ];
            ELSE
                Q_J(I)=[ ]; X_J(I,:)=[ ];
            END
        ELSE
            Q_J(I)=Q_J(I); X_J(I,:)=X_J(I,:);
        END
    END

    IDX=Q_J<=0.7; OUT=SUM(IDX(:)); IF OUT==3 &&
Q_J(LENGTH(Q_J))<=0.7
        BREAK
    END
END

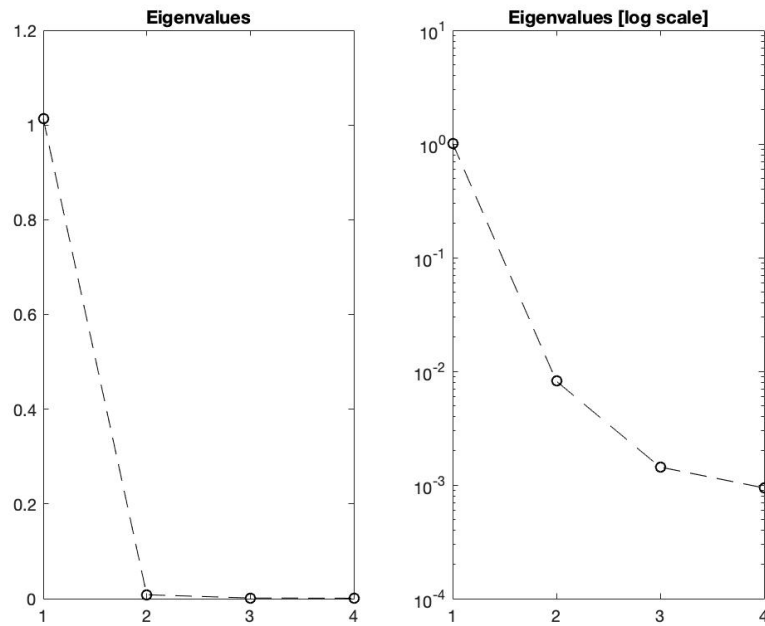
    Q_J(LENGTH(Q_J))=[ ]; X_J(LENGTH(Q_J),:)= [ ]; Q_J(LENGTH(Q_J))=[ ];
X_J(LENGTH(Q_J),:)= [ ]; Q_J(LENGTH(Q_J))=[ ];
X_J(LENGTH(Q_J),:)= [ ];

    [ROW,~] = SIZE(X_J);

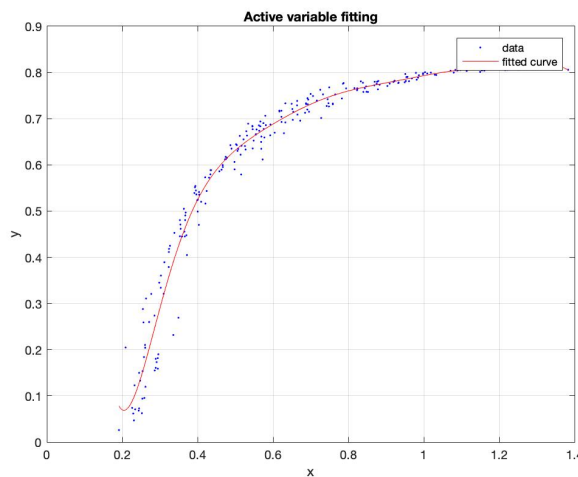
```

9. Finalmente, una vez definido el número de entradas se obtendrán las siguientes gráficas que representan la metodología de los subespacios activos.

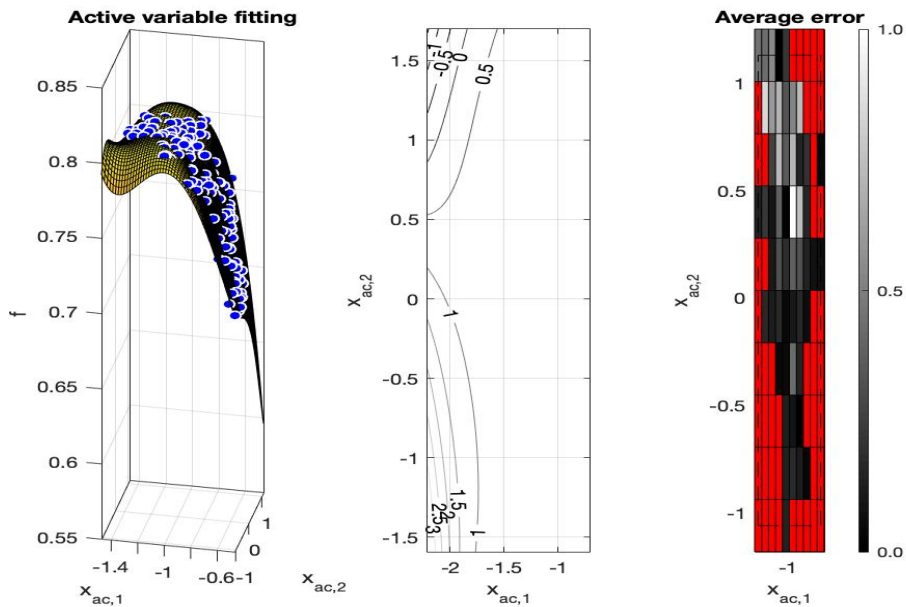
a. Numero y valor de los autovalores obtenidos en escala lineal y logarítmica:



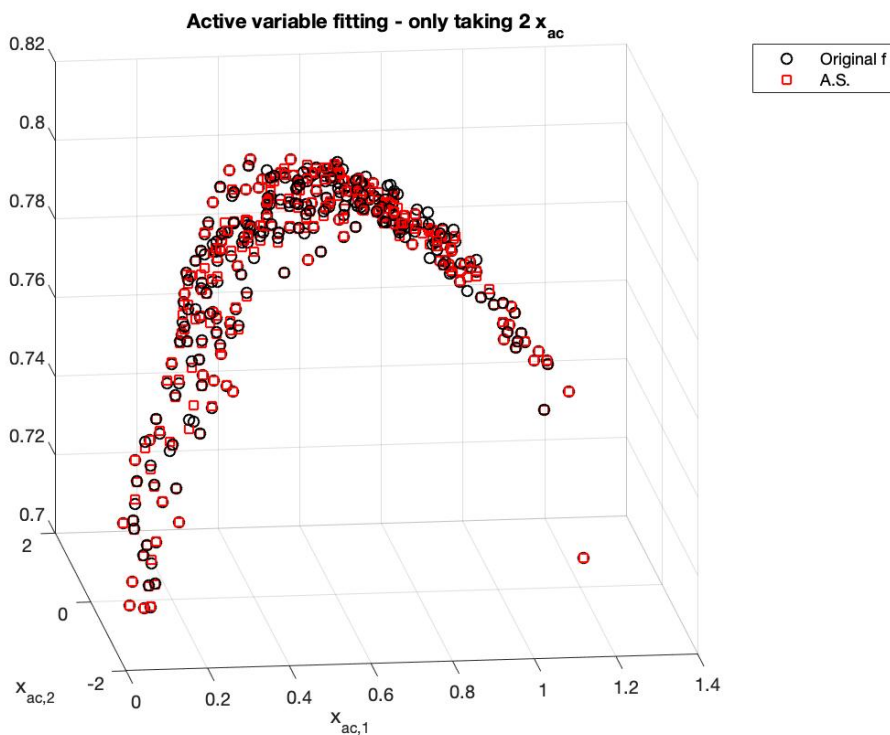
b. Curva de aproximación al rendimiento del compresor en función de la variable X, supuesto un ajuste a través de la única variable activa(X). En el eje X se representan los valores de la variable activa y en el eje Y los valores de rendimiento total a total, siendo la línea roja la curva de aproximación polinómica. La curva de ajuste se muestra en rojo y los puntos obtenidos mediante la herramienta de diseño y análisis del compresor se muestran en color oscuro.



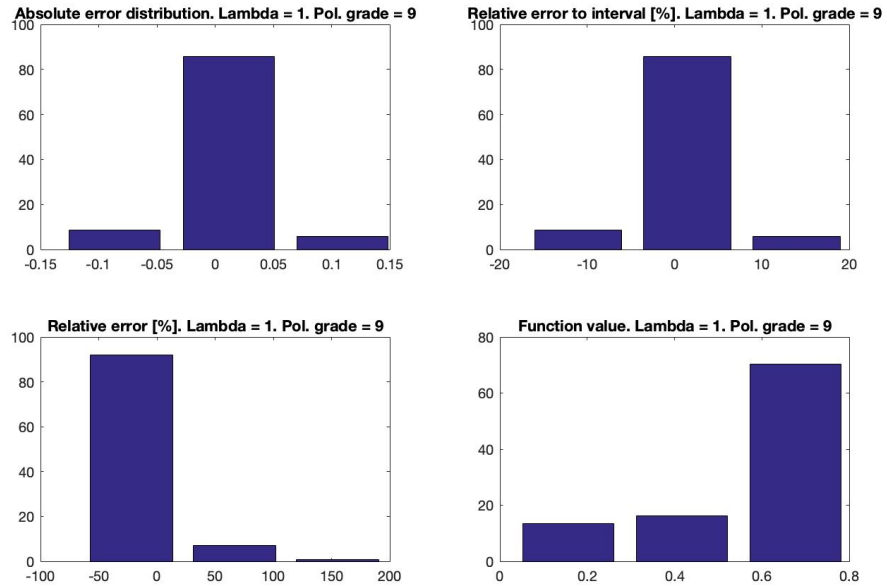
Si en lugar de elegir una única variable activa se hubieran elegido dos, se habrían obtenido los resultados mostrados en la figura siguiente. Se observa en la figura de la izquierda que, en este caso, se trata de una superficie de ajuste en lugar de una curva. El error cometido cuando se reduce el problema a orden dos aparece en la figura de la derecha:



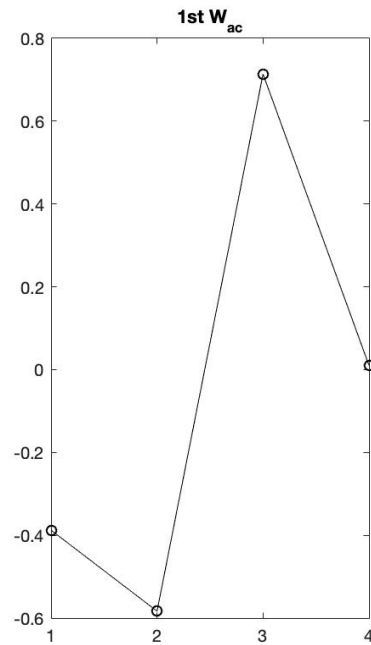
La comparación entre la superficie de ajuste y los resultados obtenidos por el código de diseño se muestran en la figura que encontramos a continuación cuando elegimos tres variables activas. En el caso de elegir más de tres variables, no habría representación para el problema.



c. Diferentes representaciones de errores absolutos y relativos.



d. Representación de los componentes de los autovectores de la matriz C del algorit



2 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA Y ANÁLISIS DIMENSIONAL

En este capítulo se aplicará en primer lugar el Teorema Pi de Buckingham, con el cual se consigue reducir el número de variables independientes de las que depende el problema. El objetivo de esta primera parte es identificar el número de variables independientes de las que depende el problema, comprobando si ambos métodos predicen los mismos resultados.

El parámetro de referencia para evaluar el comportamiento del turbocompresor será el **Rendimiento Total a Total**. Esto se ha decidido por ser uno de los parámetros más importantes del comportamiento de las turbomáquinas, especialmente en nuestro caso que nos enfocamos en una central de producción de potencia, donde nos interesará maximizar el rendimiento antes que el trabajo específico.

2.1. Aplicación del teorema Pi de Buckingham

Se desarrollará en este apartado la implementación del teorema Pi de Buckingham para deducir de cuantas variables dependerá el rendimiento de un turbocompresor centrífugo trabajando con un gas ideal.

El Teorema Pi de Buckingham

El funcionamiento de las turbomáquinas depende de una gran cantidad de variables (temperatura, gasto másico, presión a la entrada y a la salida, viscosidad...) si bien no todas tienen la misma importancia

¿Cuáles tienen más importancia en el proceso?, ¿cuántas nos interesa optimizar realmente?, ¿en función de cuantas variables podemos caracterizar su comportamiento?

Por analogía, se puede estudiar la caracterización de la pérdida de carga en una tubería que, si bien depende de un número elevado de parámetros, (caudal, sección de la tubería, rugosidad, viscosidad del fluido...), puede quedar reducido a una única variable independiente (número de Reynolds) mediante aplicación de **análisis adimensional**.

El teorema Pi fue desarrollado por el físico estadounidense Edgar Buckingham en 1914, quien término de desarrollar el **“teorema Pi de Buckingham”**. En él se desarrolla matemáticamente la formación de variables adimensionales formadas por combinaciones de las variables fundamentales que definen un problema físico, dando lugar a un número finito y menor de dependencias funcionales; es decir, un orden menor del problema sin pérdida de generalidad.

[8]

Teorema π de Buckingham: “El número mínimo de grupos adimensionales que pueden emplearse para describir un fenómeno desconocido en el que intervienen N_1 variables es igual a $N_1 - N_2$, siendo N_2 el número de dimensiones básicas para representar las variables adimensionales.” [2]

El fundamento principal del teorema Pi de Buckingham es el mismo que el de la metodología de los subespacios activos, busca reducir el número de variables independientes de las cuales depende el problema físico o matemático. En nuestro caso este teorema se utilizará para determinar el número de grupos adimensionales que permiten caracterizar el comportamiento de un turbocompresor centrífugo.

Para la aplicación de este teorema al comportamiento de una turbomáquina una de las hipótesis de partida que se toma es que el gas con el que se trabaja, que en nuestro caso puede considerarse gas perfecto, por lo que se verifica en todo momento que:

Variables independiente y dependientes

El comportamiento de una turbomáquina puede representarse en función de varios tipos **variables independientes** de control, geométricas y propiedades del fluido. Estos grupos se pueden estructurar de la siguiente forma:

Variables de control:

- \dot{m} =Gasto másico por unidad de tiempo
- N = Velocidad de Giro

Variables Geométricas:

- D = Diámetro característico

Propiedades del fluido:

- ρ_0 = Densidad de Remanso
- a_0 = Velocidad del sonido de Remanso
- μ = Viscosidad dinámica
- γ = Relación entre calores específicos

El comportamiento de una turbomáquina, dadas unas condiciones de operación representadas por las variables listadas anteriormente, está caracterizado por tres variables dependientes: incremento de entalpía (Δh_{0S}), rendimiento (η) y potencia (P). De este modo, el problema queda definido de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Variables dependientes} &= f(\text{variables independientes}) \\ \Delta h_{0S}, \eta, P &= f(\mu, a_{01}, \rho_{01}, D, N, \dot{m}, \gamma) \end{aligned}$$

Ecuación 3: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina [2]

Se indicarán las condiciones de entrada con el subíndice 01 y con el subíndice 02 las condiciones de salida de la turbomáquina.

A continuación, con fin de estudiar la reducción del problema (actualmente de orden 7), lo primero que se realiza es un análisis de dimensiones de las variables involucradas, en función de magnitudes fundamentales. Se observa que es posible expresar todas las variables dependientes e independientes en función de: longitud (L), masa (M) y tiempo (T)

Variables independientes:

- Viscosidad: $MT^{-1}L^{-1}$
- Número de Revoluciones: $M^0T^{-1}L^0$
- Diámetro Característico: M^0T^0L
- Flujo másico: $MT^{-1}L^0$
- Densidad: $M^1T^0L^{-3}$
- Velocidad del Sonido: $M^0T^{-1}L$
- Coeficiente isentrópico: $M^0T^0L^0$

Variables dependientes:

- Incremento de entalpía: $M^0T^{-2}L^2$ (J)
- Rendimiento: $M^0T^0L^0$ (Es adimensional de por sí)
- Potencia: $M^0T^{-3}L^2$ (W)

A vista de lo anterior, y a partir de la formulación del teorema Pi de Buckingham, se concluye que es posible reducir el orden del problema desde orden 7 hasta orden 4, por ser 3 el número de magnitudes fundamentales que representan dimensionalmente el problema. Para dicha Adimensionalización, se toman N , D y ρ_0 como variables independientes para formar grupos adimensionales

Adimensionalización de las Variables

Salto entálpico isentrópico:

$$\frac{\Delta h_{0S}}{(ND)^2}$$

Potencia:

$$\frac{P}{\rho_{01}(ND)D^2(ND)^2}$$

Gasto másico:

$$\frac{\dot{m}}{\rho_{01}(ND)D^2}$$

Viscosidad:

$$\frac{\mu}{\rho_{01}(ND)D}$$

Velocidad del sonido:

$$\frac{a_{01}}{ND}$$

Ecuación 4: Adimensionalización de variables [2]

Tanto el Rendimiento como la relación entre calores específicos por lo que no requieren una nueva Adimensionalización. Podemos expresar por tanto la ecuación de comportamiento de una turbomáquina de forma adimensional del siguiente modo:

$$\frac{\Delta h_{0S}}{(ND)^2}, \frac{P}{\rho_{01}N^3D^5}, \eta = f\left(\frac{\dot{m}}{\rho_{01}ND^3}, \frac{ND}{a_{01}}, \frac{\rho_{01}ND^2}{\mu}, \gamma\right)$$

Ecuación 5: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina adimensionalizando [2]

Reducción de las variables dimensionales

Para reducir la complejidad de la formulación anterior, y dado que se considera el caso de emplear aire como fluido de trabajo, se adopta a continuación la hipótesis de emplear aire como fluido de trabajo, se adopta por tanto a continuación la hipótesis de que el fluido de trabajo tiene comportamiento de gas perfecto. Aplicando esta hipótesis a las variables anteriores:

$$P_{01} V_{01}^\gamma = P_{02S} V_{02S}^\gamma$$

$$\frac{T_{02S}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Delta h_{0S} = Cp(T_{02S} - T_{01S})$$

Ecuación 6: Ecuaciones del Gas perfecto [2]

Esta hipótesis es uno de los motivos que hace que no sea válida esta expresión de las variables independientes con gases no ideales, en nuestro caso con el CO₂ supercrítico. [2]

Salto entálpico isentrópico adimensional:

$$\frac{\Delta h_{0S}}{(ND)^2} = \frac{CpT_{01} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}{a_{01}^2} = \frac{CpT_{01} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}{\gamma RT_{01}} = \frac{1}{\gamma-1} * \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = f\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)$$

Ecuación 7: Salto entálpico adimensional [2]

Por lo que se deduce que el salto isentrópico adimensional puede expresarse en función únicamente de la Relación de compresión RC.

Potencia adimensional:

$$\frac{P}{\rho_{01} N^3 D^5} = \frac{\dot{m} Cp \Delta T_0}{\rho_{01} ND^3 (ND^2)} = \frac{Cp \Delta T_0}{ND^2} = \frac{Cp \Delta T_0}{\gamma RT_{01}} = \frac{\Delta T_0}{T_{01}} \left(\frac{1}{\gamma-1} \right)$$

Ecuación 8: Potencia adimensional [2]

Gasto másico adimensional:

$$\frac{\dot{m}}{\rho_{01} ND^3} = \frac{\dot{m} RT_{01}}{P_{01} ND^3} = \frac{\dot{m} RT_{01}}{P_{01} D^2 \sqrt{RT\gamma}} = \frac{\dot{m} \sqrt{RT_{01}}}{P_{01} D^2 \sqrt{\gamma}}$$

Ecuación 9: Gasto másico adimensional [2]

Viscosidad adimensional:

$$\frac{\rho_{01}ND^2}{\mu} = \text{Numero de Reynolds } (Re)$$

Ecuación 10: Viscosidad adimensional [2]

Velocidad del sonido adimensional:

$$\frac{ND}{a_{01}} = \frac{ND}{\sqrt{RT\gamma}} = \text{Numero de Mach del álabe } (Ma)$$

Ecuación 11: Velocidad del sonido adimensional [2]

Podemos expresar por tanto la ecuación de comportamiento de una turbomáquina de forma adimensional deduciendo cada término.

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \eta, \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{P_{01}D^2\sqrt{\gamma}}, \frac{ND}{\sqrt{RT\gamma}}, Re, \gamma\right)$$

Ecuación 12: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina [2]

Considerando ahora estos nuevos parámetros adimensionales, para una máquina de tamaño dado (**D conocido**) que funciona siempre con el mismo gas perfecto (**γ conocido y constante**) y considerando el número de Reynolds superior al valor crítico (es decir, las pérdidas de la máquina no se ven afectadas por el valor del número de Reynolds), la expresión quedaría dependiente únicamente de dos parámetros adimensionales, el gasto másico

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \eta, \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right)$$

Ecuación 13: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina simplificada [2]

Conclusión

A la vista de lo anterior, se concluye que el comportamiento de una turbomáquina dada que trabaja siempre con el mismo gas (cuyo comportamiento es de gas perfecto) y con un número de Reynolds suficientemente alto (caso habitual en turbomáquinas térmicas) queda definido solamente por dos variables.

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \eta, \frac{\Delta T_0}{T_{01}} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_{01}}}{P_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right)$$

Ecuación 13: Ecuación de comportamiento de una turbomáquina simplificada [2]

3 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA A COMPRESORES OPERANDO CON AIRE

En este capítulo se se desarrollará la metodología de los subespacios activos, a fin de identificar el número de direcciones preferentes de un modelo; es decir, el número de variables adimensionales de las que depende el problema. Para esto se utilizará un análisis de los autovalores y autovectores.

Una vez explicados los dos modelos, se realizará un estudio de los diferentes resultados obtenidos para 3 compresores trabajando en diferentes condiciones de operación. Debido a que una de las hipótesis de partida de la adimensionalización que utilizamos en el teorema Pi de Buckingham es que el fluido se comporta como un gas perfecto en todo momento, se usará como fluido de trabajo el **Aire**, comparando así de forma cuantitativa el número de variables del proceso.

3.1 Aplicación de la Metodología de los Subespacios Activos.

La metodología de los subespacios activos desarrollada por Paul Constantine se basa en “un método para detectar primero las direcciones de la variabilidad más fuerte de un campo escalar, empleando evaluaciones del gradiente para, posteriormente, explotar estas direcciones para construir una superficie de respuesta en un subespacio de dimensión reducida (es decir, el subespacio activo) en cuanto al número de variables independientes que lo definen. Se desarrolla un marco teórico con límites de error y se vinculan las cantidades teóricas a los parámetros de una superficie de respuesta por interpolación Kriging en el subespacio activo.” *Paul Constantine*.

En nuestro caso, queremos identificar de cuántas variables depende el rendimiento total a total de un turbocompresor centrífugo.

Desarrollo Algebraico del método de los subespacios activos [3] [6]

Lo Primero que se necesita es analizar un modelo de turbocompresor, para conseguir una ecuación de modelo de estado para predecir las propiedades del fluido de trabajo, como:

$$f = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = [\mathbf{y}, \mathbf{z}], \quad \mathbf{x} \in [-1, 1]^m$$

Ecuación 14: Ecuación de modelo de estado [3] [6]

Esta expresión es una función escalar para calcular cualquier cantidad de interés, como, por ejemplo, el rendimiento total a total del turbocompresor. Debe notarse que las variables de entrada en X están centradas y normalizados.

El modelo debe garantizar que la estimación sea lo suficientemente precisa en el cálculo de las propiedades termodinámicas de fluidos para una amplia gama de condiciones de funcionamiento y de diferentes fluidos de trabajo; sin embargo, debe necesitar el menor número de parámetros

con el fin de facilitar la construcción del modelo de orden reducido.

La generación del modelo de comportamiento se realiza de forma numérica con el código explicado en la herramienta 1. “Diseño del turbocompresor”

La metodología de los subespacios activos consiste en conseguir la función de aproximación con una función de orden inferior, es decir,

$$f(\mathbf{x}) \approx \hat{f}(\mathbf{x}_{ac}), \quad \mathbf{x}_{ac} \in \mathbb{R}^n, \quad n < m$$

Ecuación 15:Aproximación de orden inferior a la ecuación de estado [3] [6]

dónde X_{ac} son las llamadas variables activas. El modelo de orden reducido se utiliza entonces para obtener una superficie de respuesta. El objetivo de este método es transformar la función escalar en una aproximación de menor dimensión.

El espacio de entrada de $f(X_{ac})$, está constituido por variables activas, es decir, las combinaciones lineales de las variables de entrada.

$$\mathbf{x}_{ac} = \mathbf{B}\mathbf{x},$$

Ecuación 16:Combinaciones lineales de las variables de entrada [3] [6]

Donde B es una matriz de $n \times m$.

La metodología de los subespacios activos da una estrategia para calcular B , basándose en el estudio de la matriz C .

$$\mathbf{C} = \mathbb{E}[(\nabla_{\mathbf{x}}f)(\nabla_{\mathbf{x}}f)'] = \int (\nabla_{\mathbf{x}}f)(\nabla_{\mathbf{x}}f)'\rho d\mathbf{x},$$

dónde E denota la esperanza, ρ es una función de densidad de probabilidad, y $\nabla_{\mathbf{x}}f$ es el vector columna de derivadas parciales de f , veasé:

$$\nabla_{\mathbf{x}}f = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_m} \right]'$$

Ecuación 17:Vector de derivadas parciales [3] [6]

La esperanza de una variable aleatoria X es la media ponderada de todos los valores que X puede tomar. C puede interpretarse como la covarianza de $\nabla_{\mathbf{x}}f$. Como tal, sus autovectores determinan las direcciones en que f cambia en promedio.

Si la integración multidimensional no es factible, C se puede aproximar mediante sumatorio tal que:

$$\hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (\nabla_{\mathbf{x}}f)(\nabla_{\mathbf{x}}f)'$$

Ecuación 18:Aproximación de la matriz C [3] [6]

dónde M es el número de muestras (en nuestro caso generadas por la herramienta 1 de diseño y análisis de compresores centrífugos). La estrategia de muestreo y número de muestras podrían afectar la precisión de esta aproximación.

C puede ser transformado por una descomposición real en autovalores, porque es real y simétrica, siendo la transformación tal que:

$$\hat{C} = \hat{W}\hat{\Lambda}\hat{W}',$$

Ecuación 19:Descomposición de C [3] [6]

Donde Λ es una matriz diagonal que contiene los autovalores y W una matriz que contiene los autovectores. Los autovalores representan una magnitud de la variación de $\nabla x f$ a lo largo de los autovectores. Por ello se deduce que las grandes diferencias de autovalores indican las direcciones donde más cambia f . Estas matrices las podemos separar en subconjuntos activos e inactivos:

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{W}_{ac} & \hat{W}_{ic} \end{bmatrix}, \quad \hat{\Lambda} = \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{ac} & \hat{\Lambda}_{ic} \end{bmatrix}.$$

Ecuación 20:Matriz de autovectores y matriz de autovalores [3] [6]

Λ_{ac} contiene los autovalores más grandes separados de Λ_{ic} por un gran espacio y W_{ac} contiene los autovectores correspondientes.

Luego, el espacio de entrada se transforma geoméricamente y se alinea con W_{ac} , para "ocultar" las direcciones donde la variabilidad de la función es pequeña. Esta transformación conduce a un espacio de entrada de orden inferior formado por las variables activas.

$$\mathbf{x}_{ac} = \hat{W}'_{ac} \mathbf{x}.$$

Ecuación 21:Matriz de autovectores activos [3] [6]

Por tanto, en esta expresión, B es la matriz de autovectores activos W'_{ac} .

Debido a la muestra tomada para aproximar C , hay M transformaciones en el subespacio activo ($\hat{f} : \mathbf{x}_{ac} \rightarrow f$), este muestreo podría utilizarse para obtener el modelo de orden inferior.

Es posible que se requiera muestrear para cubrir regiones con un bajo número de soluciones, donde el modelo sea menos preciso.

Se pueden encontrar diferentes ejemplos de aplicación de este método en el libro: Paul Constantine, Cornell University (2103) *Metodos de subespacios activos en teoría y práctica, aplicaciones a las superficies de Kriging* [2]

3.2 Aplicación de la metodología en compresores operando con Aire

Como hemos visto según el teorema Pi de Buckingham el rendimiento total a total de una turbomáquina depende fundamentalmente de dos variables independientes (variables adimensionales). En este apartado se estudiará el mismo problema mediante la aplicación de la metodología de subespacios activos, con el fin de identificar el número de variables independientes que influyen en el problema y el peso relativo de cada una de ellas. Los resultados se compararán con los resultantes del teorema Pi. Definimos los 3 compresores de la siguiente manera:

- **Compresor 1:** Este tendrá una relación de compresión de **RC=2:1** y un régimen de giro de 23554 rpm.
- **Compresor 2:** Este tendrá una relación de compresión de **RC=3:1** y un régimen de giro de 34814 rpm.
- **Compresor 3:** Este tendrá una relación de compresión de **RC=4:1** y régimen de giro de 42825 rpm.

Se deciden escoger estos tres compresores porque cubren un rango de relaciones de compresión y velocidades de giro suficientemente amplio. Todos los compresores funcionan con un gasto de aire de 2 kg/s y en condiciones estándar ($T=15^{\circ}\text{C}$ y $P=1,013$ bar)

Para el diseño de los compresores se ha utilizado con el criterio de optimizar el rendimiento según los diagramas de velocidad y diámetro específicos, fijando un coeficiente de flujo de 0,07 y dejando libre el coeficiente de carga.

Cabe a destacar que para este método de diseño los coeficientes de carga y flujo están definidos de una manera peculiar la cual se explica en el apartado 1.5. No obstante se adjuntan los valores típicos de estos coeficientes. [2]

$0.01 < \phi < 0.1$	Óptimo $\sim 0.04 - 0.05$
$0.48 < \mu < 0.54$	Hasta ~ 0.63 ($\beta_2 = 90$, radial)
$M_2 = \frac{U_2}{SS_2} < 1$	Óptimo $\sim 0.6 - 0.7$
$PR < 4.2$	Recomendado $PR < 3.5$
$30 < N_s < 30000$	
$0.3 < D_s < 6$	
$R > 0$	Óptimo > 0.5
$Z_{imp} > Z_{diff}$	
$U_2 < 500[m/s]$	Recomendado por uso de materiales

Figura 9: Intervalos recomendables para compresores centrífugos recogidos por Khan. [2]

Selección del rango de condiciones operativas

El estudio del segundo y tercer compresor revelan un conjunto de resultados con rendimientos muy bajos, los cuales representan condiciones de operación no factibles para las máquinas consideradas. Estas condiciones de operación fueron consideradas inicialmente al establecer el espacio de operación bajo estudio, pero, para los compresores diseñados, se ve que carecen de sentido físico.

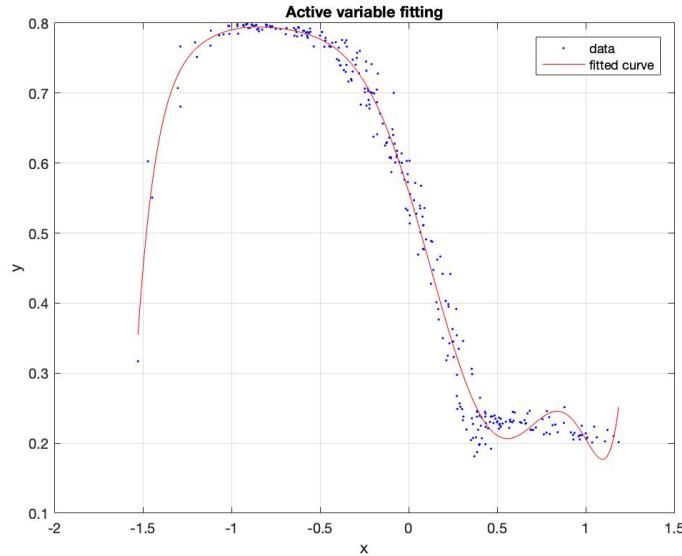


Figura 10: Compresor 2: Curva de aproximación. (1 Av, Polg 9)

Esto se debe a que al trabajar con una RC mayor, y con un mismo gasto másico, la altura de los álabes a la salida del rodete disminuye notablemente y esto hace que el rendimiento caiga de manera drástica. No obstante, el análisis de autovalores de estos compresores proporciona resultados parecidos a las oreas condiciones de operación, independientemente de los problemas asociados a la altura del álabe.

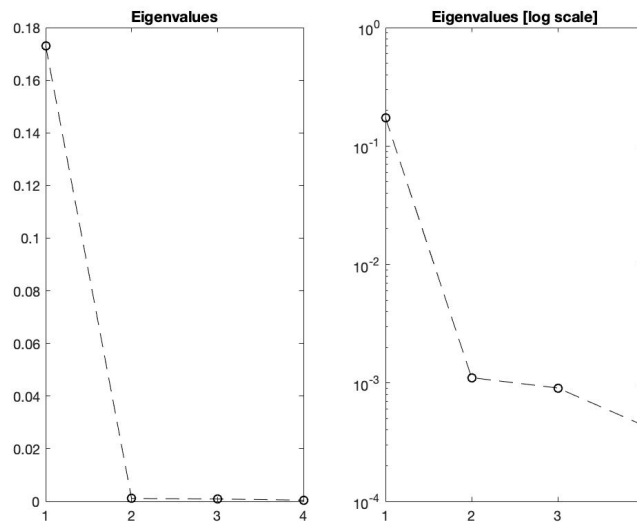


Figura 11: Autovalores del compresor 2 mal diseñado

En base a esto, se toma la decisión de corregir la hipótesis de gasto constante y se decide establecer una ley de variación del gasto másico con la relación de compresión para cada uno de los compresores (en condiciones nominales). De este modo se espera aumentar la altura del álabe a la salida del rodete y eliminar la caída de rendimiento indicada anteriormente:

- **Compresor 1** relación de compresión **RC=2:1**, régimen de giro 23554 rpm y gasto másico 2 kg/s.
- **Compresor 2**: relación de compresión **RC=3:1**, régimen de giro 22019 rpm, gasto másico 5 kg/s.
- **Compresor 3**: relación de compresión **RC=4:1**, régimen de giro 21413 rpm, gasto másico 8 kg/s.

Tabla 1: Compresores a Analizar con Aire

Compresor	Relación de compresión	Gasto másico	RPM de diseño
1	2:1	2	23554
2	3:1	5	22019
3	4:1	8	21413

3.3 Resultados obtenidos en Compresores operando con Aire

Compresor 1

Comenzamos el desarrollo de la comparativa con el caso más sencillo, el **Compresor 1**. Como podemos observar en la figura 12 el problema depende fuertemente de una única variable adimensional y en mucha menor medida de la segunda y tercera variables.

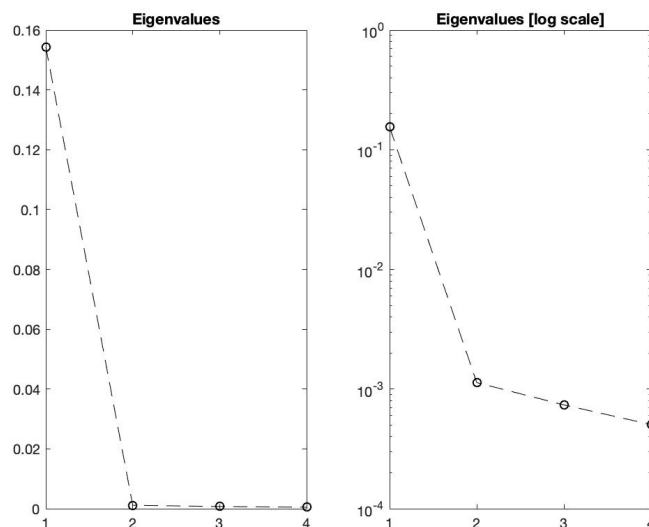


Figura 12: Compresor 1: Representación de Autovalores

En este caso, se puede comprobar además que el compresor se comporta de forma bastante estable, y no existe la caída brusca de rendimiento mencionada anteriormente. Se puede ver también en la figura 13 que el ajuste conseguido cuando se aproxima el rendimiento por la variable activa número uno (única variable activa) es muy bueno obteniéndose un error de aproximación menor que la unidad, lo que daremos como suficientemente válido. Se puede ver cómo el resultado obtenido en base al sampleo es bastante similar a la curva de aproximación con un polinomio de grado 6.

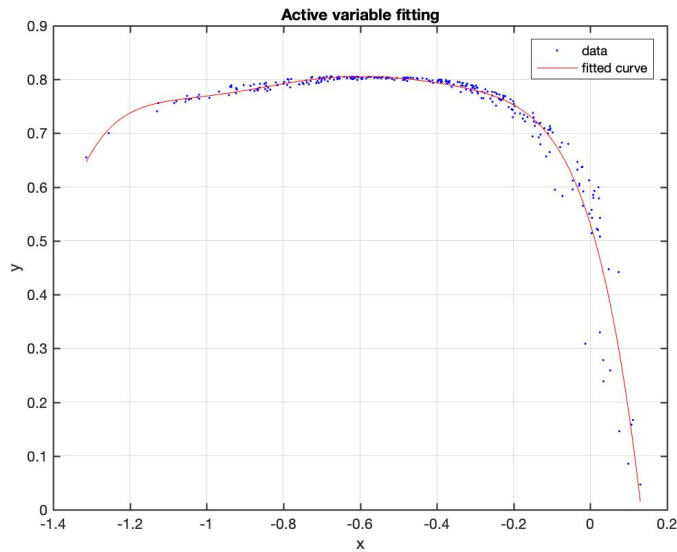


Figura 13: Compresor 1: curva de aproximación. (1 Av, Polg 6)

Podemos analizar que en la parte superior de la gráfica el comportamiento es bastante parecido, por no decir prácticamente idéntico, sin embargo, en los rendimientos más bajos se encuentra algo más de dispersión, siendo estos los obtenidos en condiciones más extremas del sampleo de puntos. Este resultado podemos considerarlo bastante válido ya que obtenemos un error medio de la aproximación del rango 0,6923.

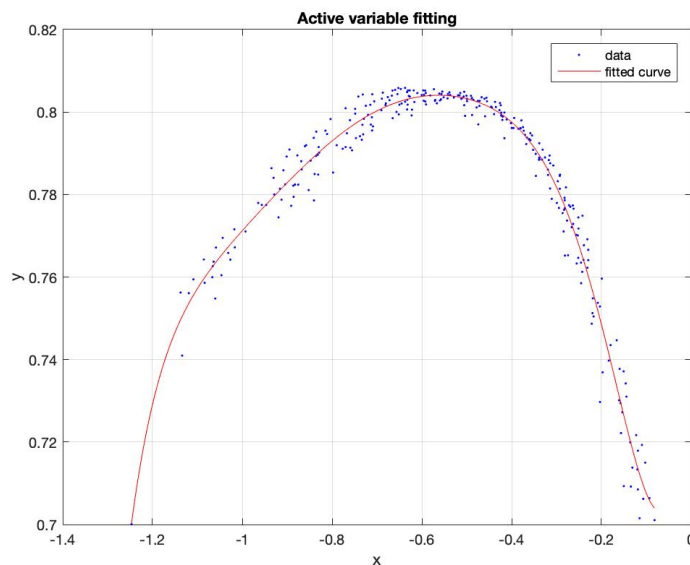


Figura 14: Compresor 1: Curva de Aproximación $\eta > 0,7$ (1Av, Polg9)

No obstante, representándose la curva correspondiente a considerar una sola variable adimensional, se puede observar que la población de puntos es bastante completa, obteniéndose un rendimiento máximo de entorno al 80%, esto hace de especial interés centrar el estudio en los puntos de rendimientos mayores del 70%, reduciendo el error relativo a valores prácticamente nulos.

En la Figura 14 se pueden encontrar representados los resultados de rendimiento total a total, superiores al 70%, obtenidos con el código de diseño (Herramienta 1) representados frente a una variable adimensional X_{ac} .

Dentro del mismo estudio, fijando una sola variable independiente, es interesante ver como va cambiando el error al modificar el grado del polinomio de aproximación de la muestra.

Tabla 2: Compresor 1: Evolución del Error con el Polg con 1Av

Grado del polinomio	Error medio cometido
4	2,2938
5	1,5102
6	0,5015
7	0,5527
8	1,0789

Cabe a destacar que como podemos apreciar en la Tabla 2, no por ser mayor el grado del polinomio, la función se aproxime mejor a la nube de puntos. Esto podemos verlo como en el valor 7 aumenta el error medio, quedándose en un mínimo de error el polinomio de grado 6. Esto no tienen ninguna relevancia física, pero es interesante observar como se puede aproximar a una función polinómica la tendencia de la curva, y con que polinomio se ajusta mejor.

No obstante, estos errores varían entre el mismo rango, y en función de las relaciones de puntos del muestreo que utilice (P y M en la Herramienta 2) nos dará un valor u otro, siempre del mismo rango.

Si se comparan los resultados con los obtenidos con el análisis suponiendo que depende de dos autovalores vemos que realmente la superficie se aproxima bien, si bien se aprecia que hay una variable claramente dominante y otra con una influencia mucho menos; es decir, el comportamiento queda suficientemente bien ajustado por una curva en lugar de por una superficie. El error medio cometido al considerar dos variables adimensionales es incluso mayor cuando se considera una sola variable activa. (del orden de 1,0858).

Al reducir el rango a los puntos de rendimientos del 70% vemos como la aproximación es muy buena, disminuyendo el error obtenido de 0,0035 a 0,0023. Este error nos hace confirmar que la metodología es válida ya que queda definido el comportamiento con dos grupos adimensionales, obteniendo un error prácticamente nulo.

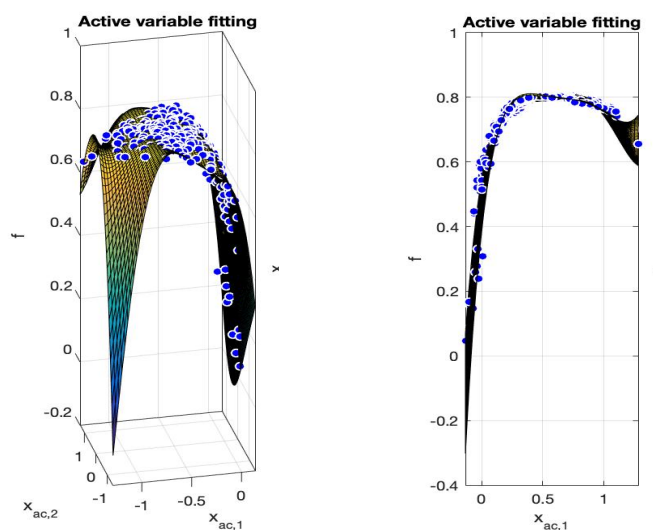


Figura 15: Compresor 1: Superficie de Aproximación (2Av, Polg5)

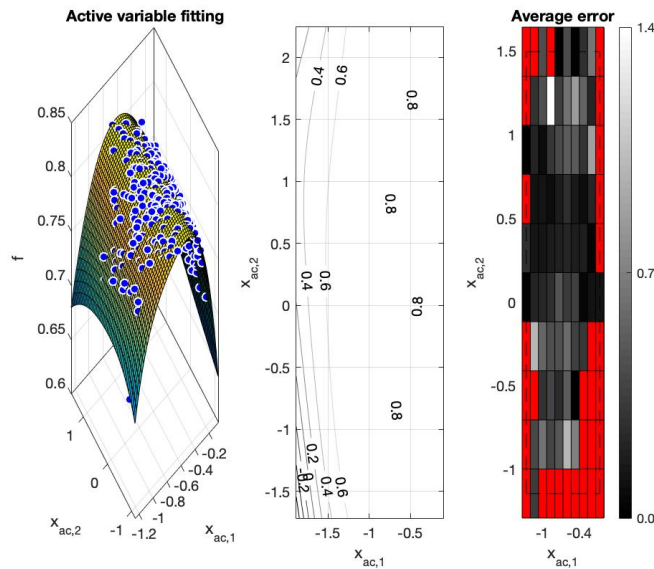


Figura 16: Compresor 1: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (2Av, Polg5)

En las Figuras 15 y 16 podemos ver como prácticamente la superficie de aproximación es muy próxima a una curva, resaltando que la primera variable activa es dominante frente a la segunda.

A continuación, se comparan los casos anteriores con el caso de suponer que el comportamiento del compresor depende de tres variables adimensionales, lo cual nos da un resultado bastante mejor que el anterior, dando esta aproximación un error de 0,2580.

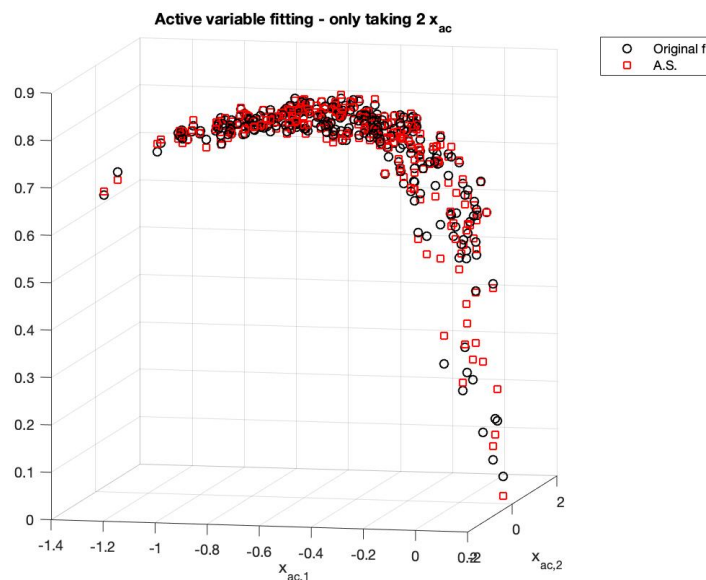


Figura 17: Compresor 1: Superficie de Aproximación (3Av, Polg6)

Al reducir el rango a los puntos de rendimientos del 70%, vemos que el error disminuye a valores prácticamente nulos ($2,7134e-04$). No obstante, debe tenerse en cuenta que depende la consideración de tres variables activas, cosa que incrementa de nuevo la complejidad de la definición del problema físico original.

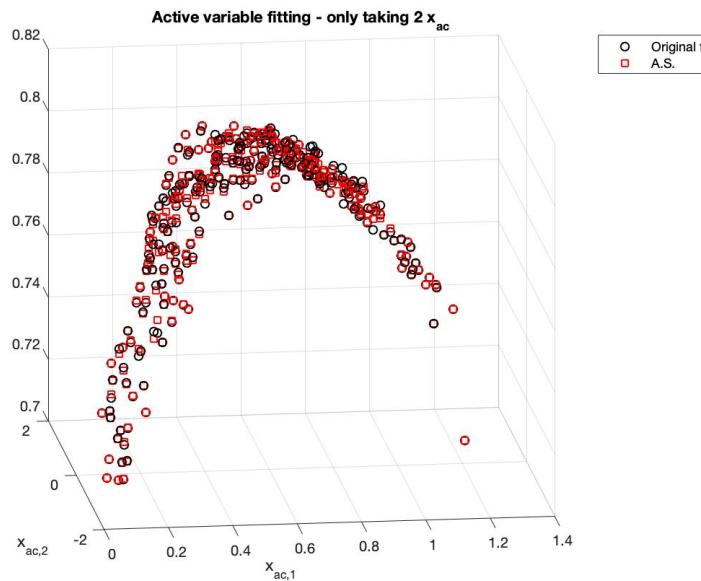
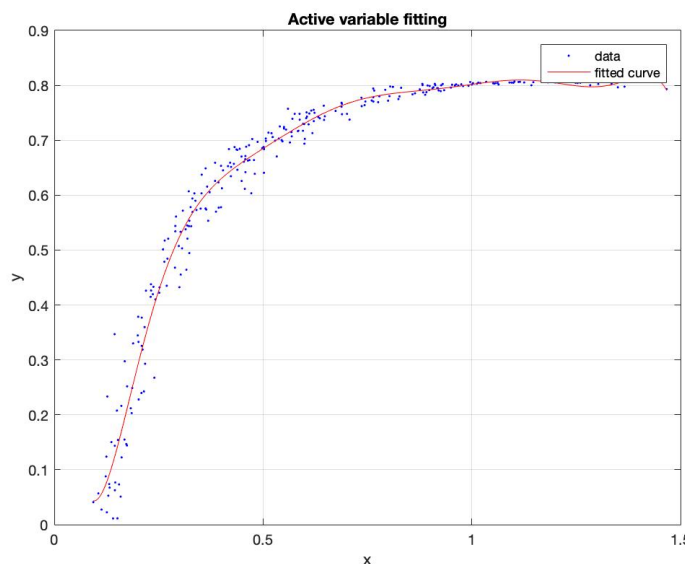


Figura 18: Compresor 1: Superficie de Aproximación $\eta > 0.7$ (3Av, Polg9)

Compresor 2

En este caso se puede apreciar que, al aumentar la relación de compresión, el número de puntos que se obtiene con máximo rendimiento es menor que en el caso de la primera RC. Esto es normal ya que el rango de actuación del compresor se reduce, cuanto mayor sea la relación de compresión.

Representándose la curva correspondiente a considerar una sola variable adimensional, se puede observar que la población de puntos es bastante completa, obteniéndose un rendimiento máximo de entorno al 81%. Es interesante comentar que el error al considerar solo en este rango de valores es de 0,0036, un valor muy cercano al del caso anterior, lo cual quiere decir, al igual que con dos variables activas, se podría caracterizar su comportamiento en estos puntos con una sola variable independiente. Cabe a destacar que, al aumentar el gasto másico utilizado, se solucionan los problemas que ocurrían anteriormente, ya que eran fruto de que, por la ecuación de continuidad, al aumentar la relación de compresión manteniéndose un mismo gasto másico, la altura de los álabes se reducía fuertemente, generando puntos de rendimientos muy bajos. Con el nuevo gasto másico nominal, la mayoría de la población de puntos se encuentra en el rango del 70-80% del rendimiento.



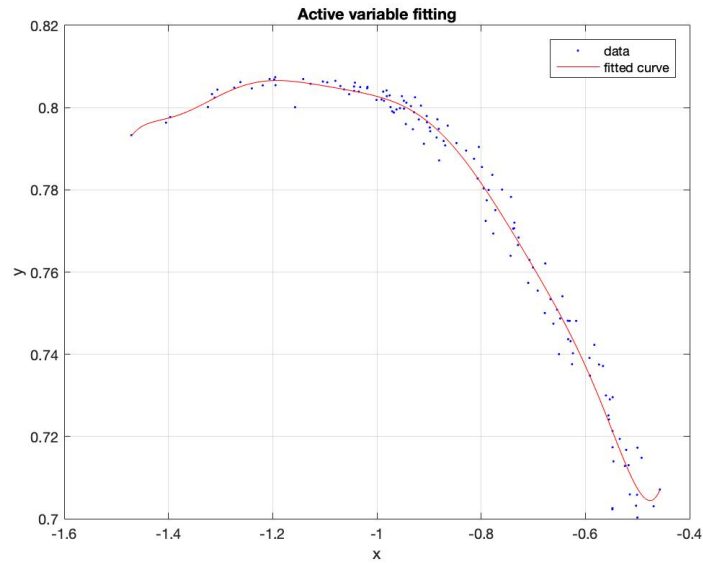


Figura 19: Compresor 2: Curva de Aproximación $\eta > 0,7$ (1Av, Polg9)

Al representar la superficie de ajuste correspondiente a considerar dos variables activas, se ve que la aproximación es muy buena, disminuyendo el error obtenido de 0,0036 a 0,0022, exactamente igual que en el caso del compresor 1. Este error confirma que la metodología es válida ya que queda definido el comportamiento con dos grupos adimensionales, obteniendo un error prácticamente nulo.

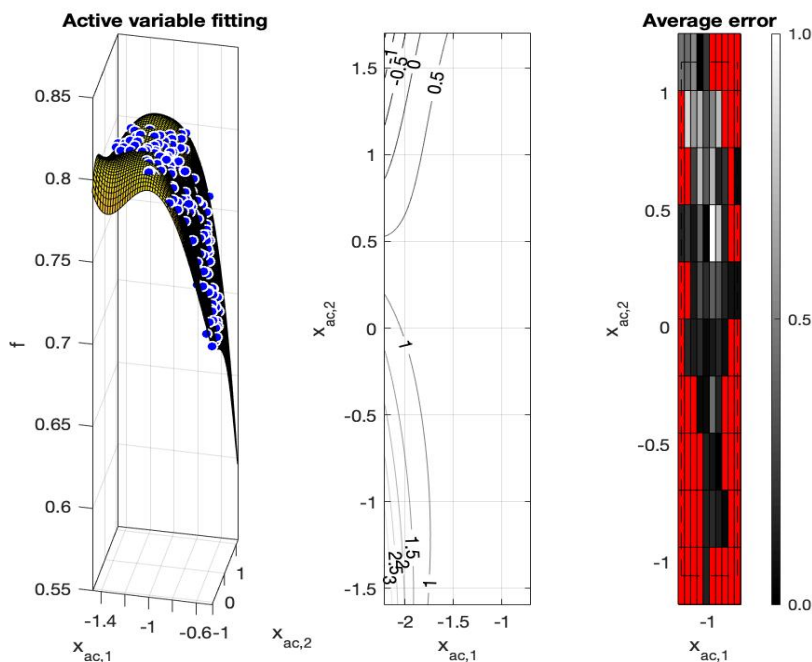


Figura 20: Compresor 2: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (2Av, Polg5)

Aumentando a tres el número de variables adimensionales, se ve que el error disminuye a valores prácticamente nulos ($2,7134e-04$), si bien a costa de incrementar la complejidad de la definición del problema. En la figura 20 se puede contemplar cómo la superficie de ajuste es prácticamente una curva extruida, y por ello el error va reduciéndose al aumentar las variables adimensionales, pero desde valores prácticamente nulos.

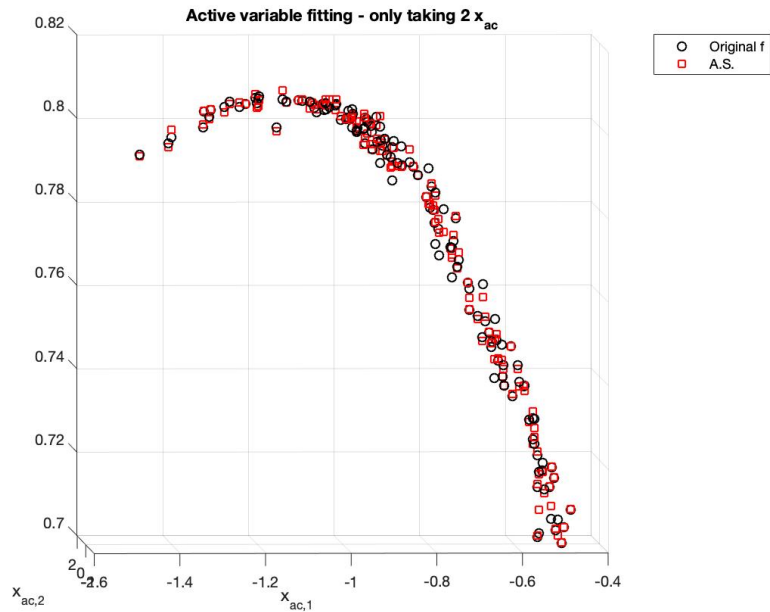
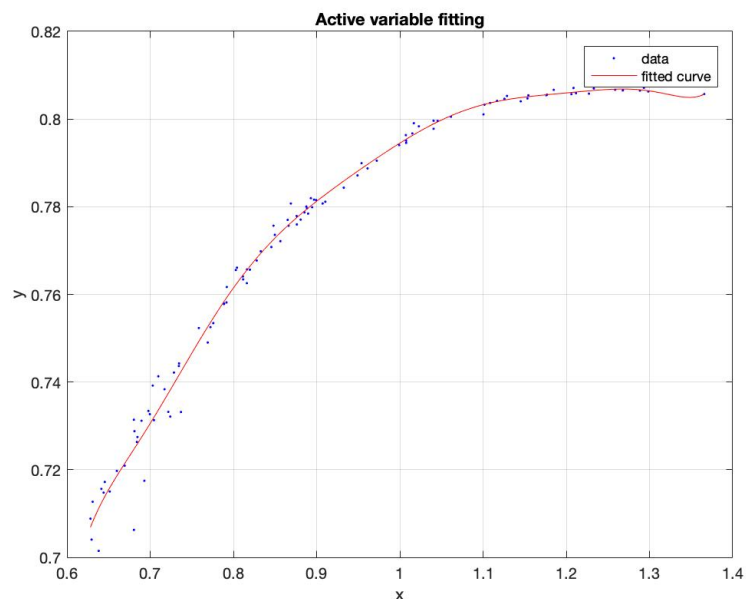


Figura 21: Compresor 2: Superficie de Aproximación $\eta > 0,7$ (3Av, Polg9)

Compresor 3

Se vuelve apreciar que, al aumentar la relación de compresión, el número de condiciones operativas para las que se obtiene el máximo rendimiento es menor que en los casos anteriores. En este caso se trabaja muy cerca de la máxima RC, considerada 4:2,1, por lo que la densidad de puntos es comparativamente baja.

Representandose la curva correspondiente a considerar una sola variable adimensional, es interesante observar que al igual que en los otros casos, el error al situarse solo en este rango de valores es de 0,0020, un valor menor al de los casos anteriores, pero del mismo orden de magnitud.



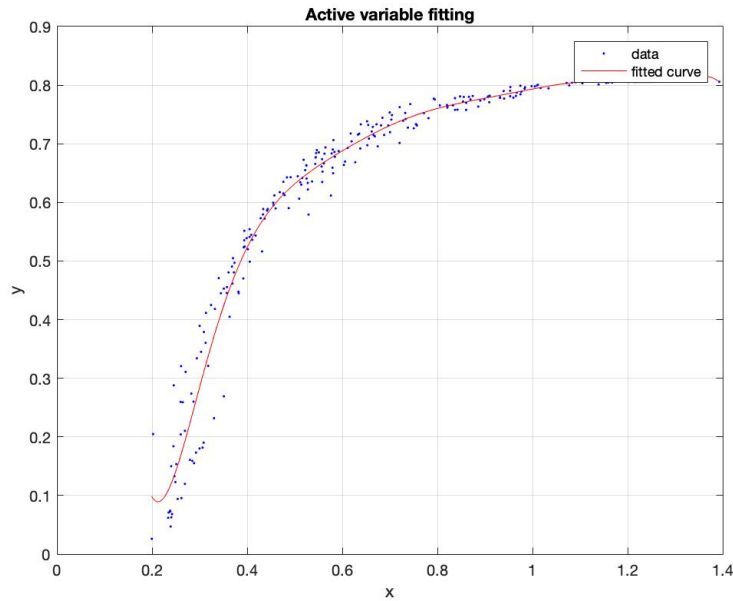


Figura 22: Compresor 3: Curva de Aproximación $\eta > 0,7$ (1Av, Polg9)

Al representar ella superficie correspondiente a dos variables adimensionales, se ve que la aproximación es muy buena, disminuyendo el error obtenido de 0,0020 a $5,2607e-04$, valor muy cercano a 0. Este error confirma que la metodología proporciona resultados muy similares a los obtenidos en el desarrollo del teorema Pi.

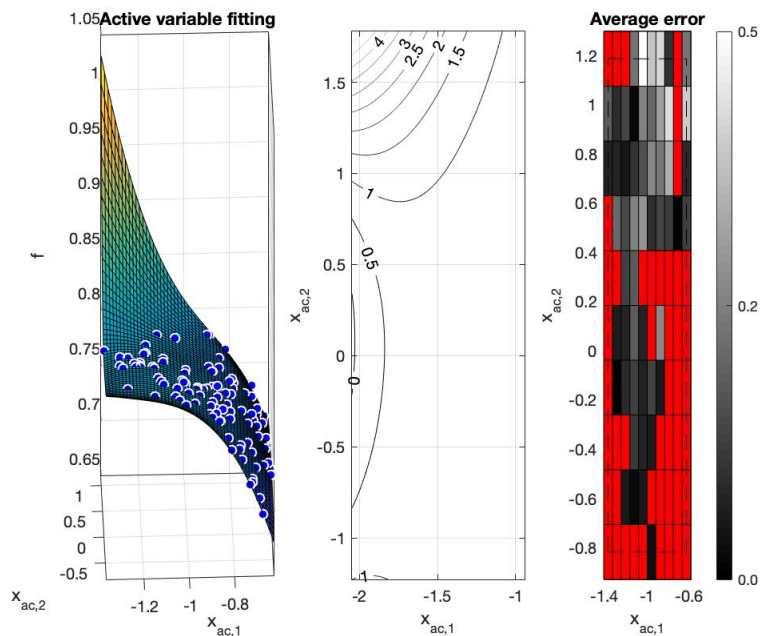


Figura 23: Compresor 3: Superficie de Aproximación (2Av, Polg5)

Aumentandose a tres el número de variables adimensionales, se ve que el error disminuye a valores prácticamente nulos ($6,2409e-04$).

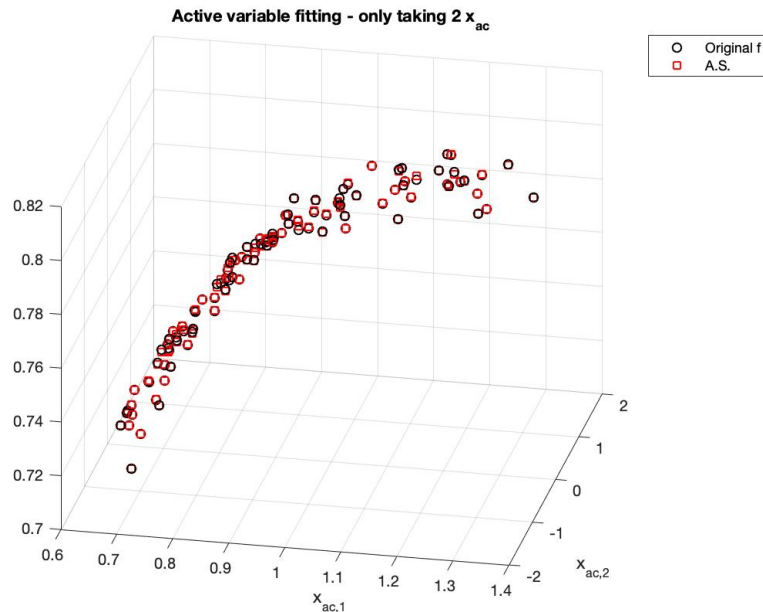


Figura 24: Compresor 3: Superficie de Aproximación (3Av, Polg9)

3.4 Conclusiones del Análisis

El desarrollo teórico del teorema Pi de Buckingham identifica que el comportamiento está definido por cuatro variables en el caso más general y dos en el caso de suponer siempre el mismo gas y con número de Reynolds superior al crítico. Sin embargo, la metodología de los subespacios activos nos indica la mayor o menor dependencia que tienen las variables activas sobre el comportamiento del modelo físico.

Como se ha observado a lo largo del análisis de cada uno de los tres compresores, la metodología de los subespacios activos nos indica el comportamiento de la turbomáquina puede caracterizarse por dos grupos adimensionales, misma conclusión a la que se llega con el desarrollo del teorema Pi.

No obstante, al aumentar el número de variables activas, el error disminuye sorprendentemente poco (Tabla 3), siendo prácticamente nulo en el caso de considerar únicamente la variable dominante. Esto quiere decir que:

- Se puede validar el uso de esta metodología ya que presenta los mismos resultados que el teorema Pi
- Existe una variable activa que define principalmente el comportamiento del turbocompresor con un error menor del 1%.
- Vemos que el segundo y tercer autovalor toman más relevancia según aumentamos la relación de compresión de diseño del turbocompresor no obstante el primero tiene mayor dependencia que los otros dos. Es decir, cuando aumenta la relación de compresión nominal, el efecto de la segunda y tercera variable sobre el rendimiento se hace más pronunciado, pero en mucha menor medida,

Es de interés destacar que la mayoría de los rendimientos obtenidos son superiores al 70%, por lo que al considerar únicamente dichos puntos el error disminuye más todavía, partiendo de valores prácticamente nulos.

Tabla 3: Analisis de errores definitivos de Compresores con Aire

Compresor	Número de Autovalores	Grado del polinomio	Error medio porcentual cometido
1	1	9	0,0035
1	2	5	0,0023
1	3	9	2,7134e-04
2	1	9	0,0036
2	2	5	0,0022
2	3	6	7,3911e-04
3	1	9	0,0020
3	2	5	5,2607e-04
3	3	6	6,2409e-04

Este resultado obtenido es de suma importancia ya que nos facilita en gran medida la simulación de comportamiento de turbomáquinas con códigos de simulación mucho más rápidos y robustos que los que existen actualmente. Para ello será necesario encontrar cual es esa variable activa que define el comportamiento, se deja abierta una línea de investigación para esta finalidad.

En la figura 25 podemos contemplar como el valor del autovalor asociado a una de las variables activas es claramente mayor a los demás.

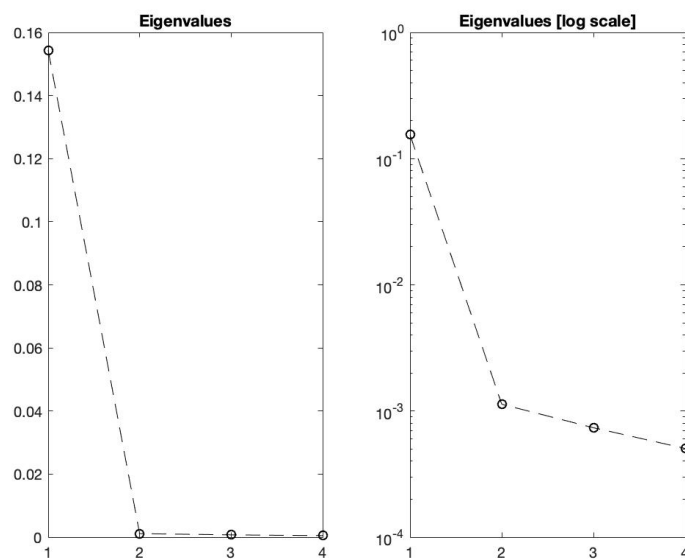


Figura 25: Autovalores del compresor 1

4 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA A COMPRESORES OPERANDO CON CO₂ SUPERCRÍTICO

Una vez comprobada la validez de la metodología de subespacios activos para determinar el orden mínimo del problema de caracterización del comportamiento de turbomáquinas térmicas trabajando en aire, se explora en este capítulo el mismo problema considerando un gas cuyo comportamiento es no ideal. Con ello se pretende estudiar si la consideración de este gas (CO₂ supercrítico) incrementa la complejidad de la situación de la máquina, aumentando el número de variables activas que definen su comportamiento o si, por el contrario, dicha complejidad se mantiene constante.

4.1 El Fluido supercrítico

En líneas generales, definimos un fluido supercrítico como “cualquier sustancia que se encuentre en condiciones de presión y temperatura que superen a su punto crítico”. [7] No obstante, en el contexto de este trabajo, entendemos fluido supercrítico a aquel cuya presión y temperatura se encuentran próximas a los valores críticos. Es decir, cuya presión y temperatura reducidas son ligeramente superiores a la unidad, lo que implica un factor de compresibilidad notablemente inferior a uno, o lo que es lo mismo, un comportamiento claramente alejado del gas ideal.

Además, cabe destacar que, en esta región del diagrama de fases, pequeñas variaciones en la temperatura suelen acarrear grandes variaciones en las propiedades del fluido

Nuestro fluido en cuestión se trata del dióxido de carbono ya que la temperatura y presión de su punto crítico nos benefician como se explica en el primer apartado de este TFG. Sus propiedades fundamentales aparecen reflejadas en la siguiente tabla:

Tabla 4: Propiedades críticas del CO₂

Peso Molecular	Temperatura Crítica	Presión Crítica	Densidad Crítica
g/mol	K	MPa	g/cm ³
44,01	304,1	7,38	0,469

4.2 Resultados obtenidos en Compresores operando con sCO₂

Para el estudio del comportamiento de los turbocompresores se calculará un rango de variación de las propiedades de un 10% y un 20% entorno al punto crítico partiendo de las siguientes condiciones de diseño:

Tabla 5: Condiciones de diseño en sCO₂

T ₀₁	P ₀₁	Gasto másico	Relación de compresión
K	bar	kg/s	-
310	80	2,5	1,5

Con estas condiciones pretendemos acercarnos lo máximo posible al punto crítico, si bien esto genera problemas computacionales por la fuerte variabilidad de las propiedades del fluido. Esto hace que resulte complicado acercarse todavía más a la presión y, fundamentalmente, a la temperatura crítica.

Analizando el compresor se observan resultados muy interesantes, ya que el análisis de los autovalores nos muestra que el rendimiento depende principalmente de un solo autovalor al igual que en el caso del aire. Esto es destacable ya que, al tratarse de un fluido supercrítico, el comportamiento no es el mismo que el de un gas ideal. Esto no significa que las variables adimensionales de las que depende sean las mismas que en el caso del aire.

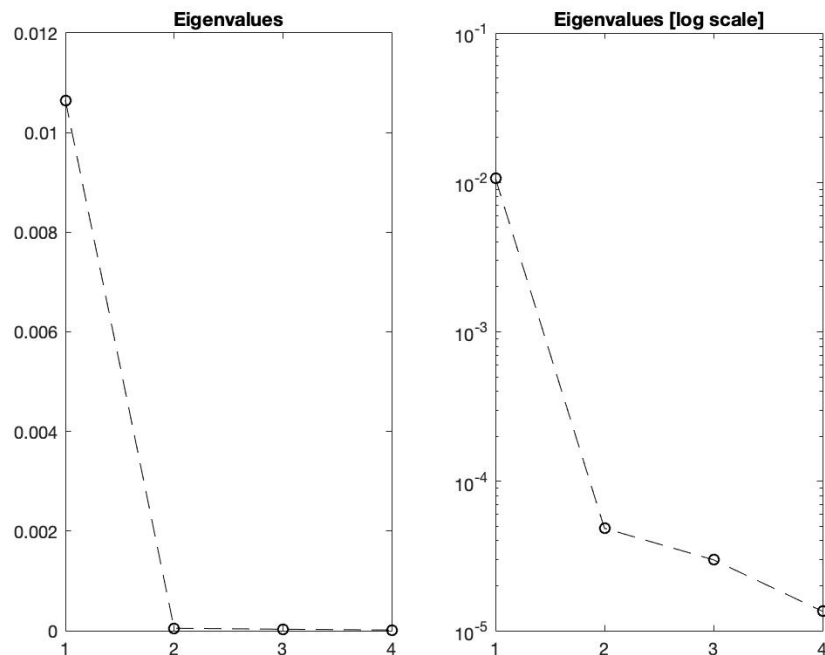


Figura 26: Analisis de Autovalores con 10% CO₂

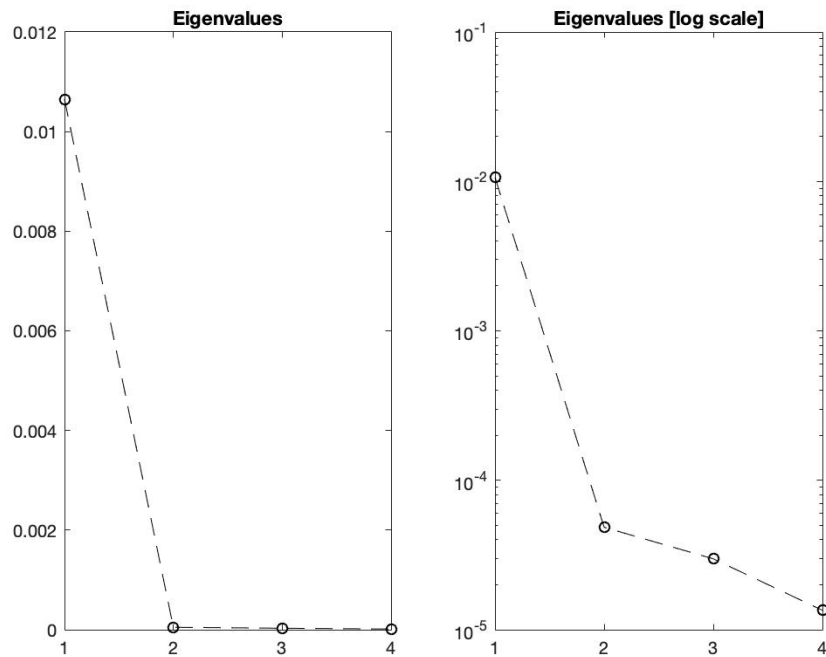


Figura 27: Analisis de Autovalores con 20% CO₂

Observamos en las Figuras 27 y 28 que, al tratarse del mismo diseño de compresor, al ampliar el rango de variación de las propiedades con respecto al punto crítico (presión y temperatura de entrada), el análisis de los autovalores no se ve afectado, teniendo un comportamiento fuertemente regido por un solo autovalor, con un segundo cuyo valor es significativamente más débil. Esto es exactamente lo mismo que pasaba en el caso de aire solo que los valores que obtenemos de los autovalores en este caso son mucho menores, seguramente debido al hecho de que la variable adimensional que rige el comportamiento no será la misma.

A la hora de analizar las aproximaciones vemos algo más de diferencia, ya que en los casos en los que consideramos un rango de condiciones mayor, los rendimientos llegan a valores más bajos por que entran más en la zona bifásica, esto supone una mayor fracción de líquido en la corriente de entrada y por tanto mayores problemas.

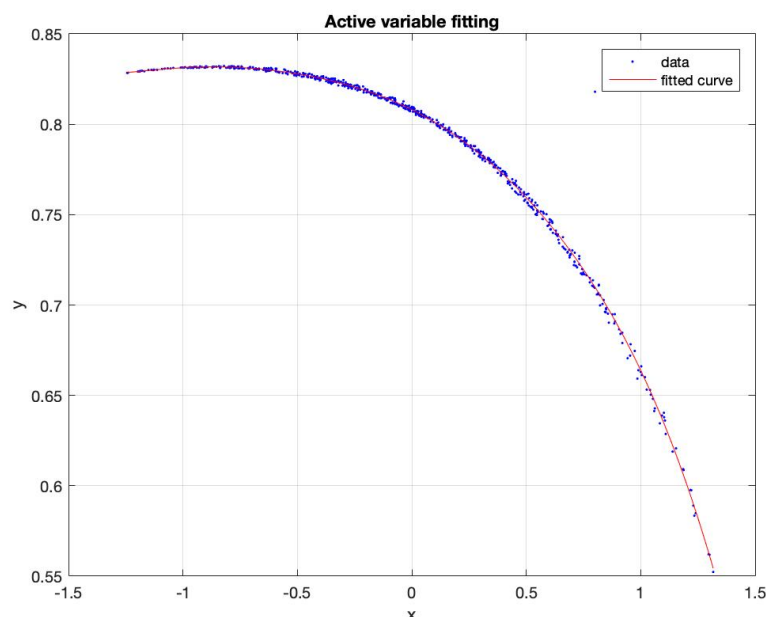


Figura 28: Analisis 1Av 10% CO₂

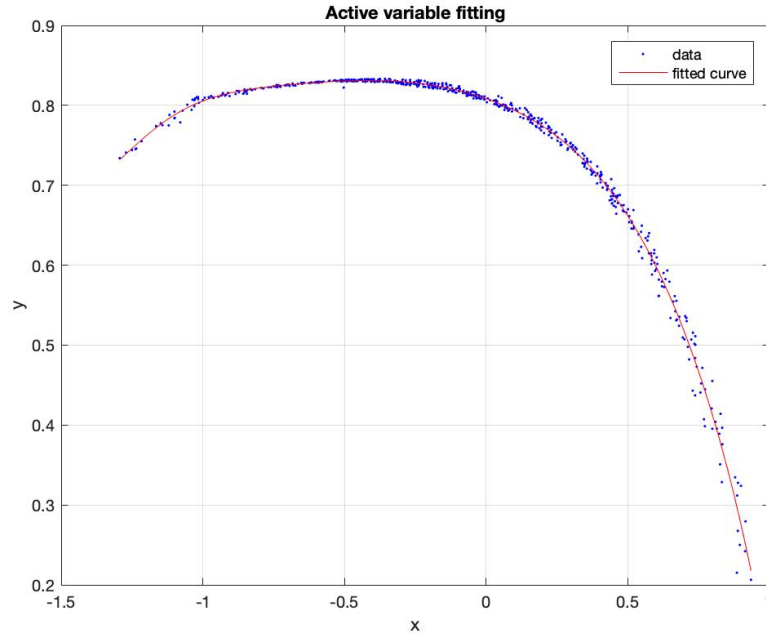


Figura 29: Analisis 1Av 20% CO₂

Como podemos observar en las figuras 29 y 30, al ampliar el rango aparecen rendimientos de hasta el 20%, los cuales carecen de sentido desde el punto de vista de la operación práctica del compresor. No obstante, al ampliar el rango de condiciones de operación al 20% podemos encontrarnos que la mayoría de los puntos se encuentra en zonas de rendimientos muy altos, llegando a rendimientos del 83,4% como podemos observar en la figura 31. Esto se debe a que hay un buen número de resultados en la zona supercrítica, a la derecha de la línea de saturación.

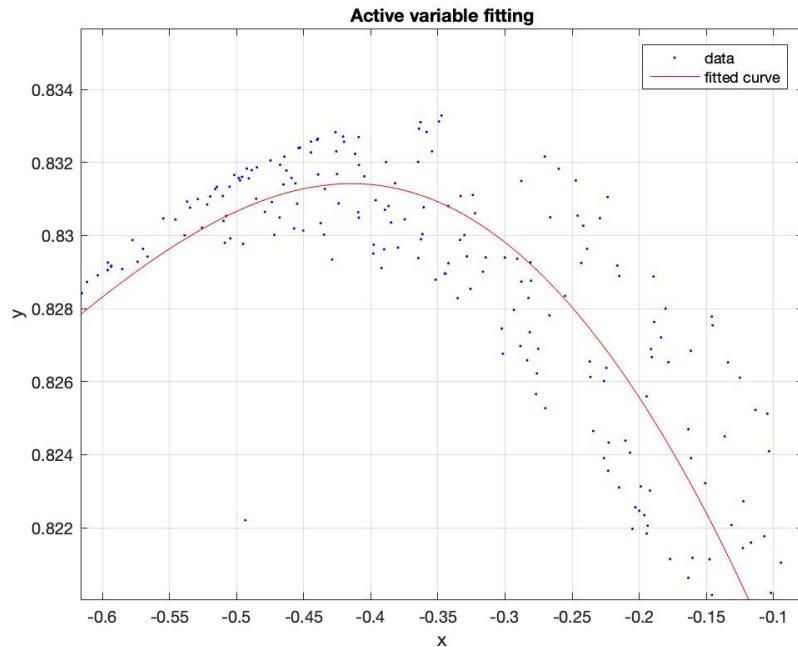


Figura 30: Lupa a rendimientos más altos en 20% CO₂

Al aumentar el número de variables activas empleadas para realizar la función de ajuste, vemos que el error de la aproximación no varía mucho. Esto es similar a lo que pasaba en el caso de aire

que, lo que se demuestra que principalmente el comportamiento depende de una sola variable activa. Si bien la aproximación con dos o tres variables activas sería válida y con un menor error, la complejidad en la definición del problema se vería incrementada.

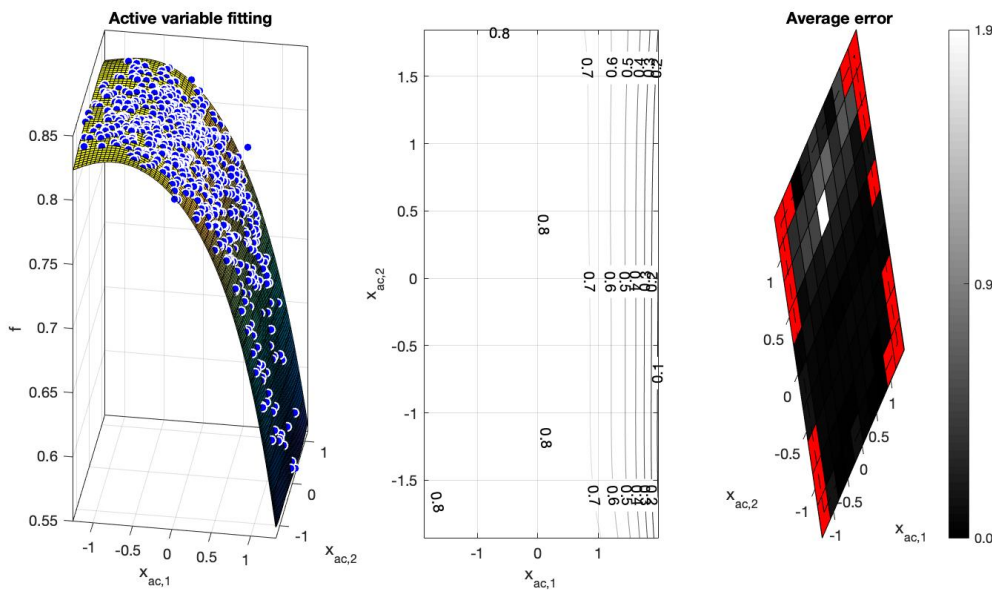


Figura 31: Analisis 2Av 10% CO₂

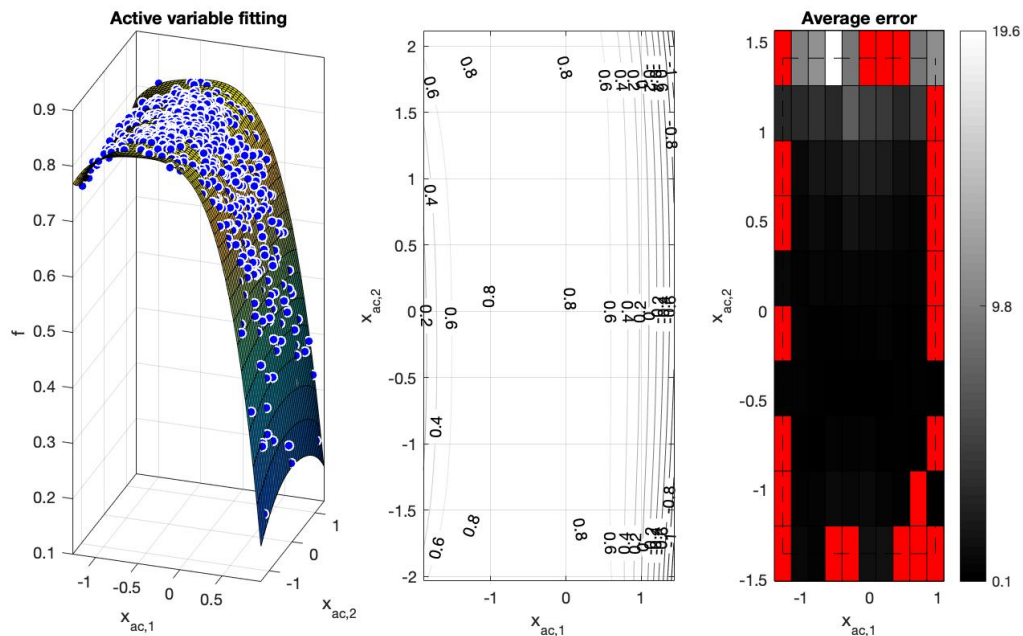


Figura 32: Analisis 2Av 20% CO₂

Las diferencias que se aprecian entre los dos casos son muy similares al caso de una sola variable, ya que como se puede observar, los puntos siguen una superficie que es básicamente la curva que veíamos en el análisis con un autovalor.

En la figura 32 podemos observar que hay un punto que se encuentra completamente fuera de la aproximación de la curva, este seguramente se trate de un error de datos, ya que presenta un rendimiento relativamente alto, pero en un punto que se encuentra alejado de la superficie aproximada por los otros puntos. A esto no se le debe dar mayor importancia.

Analizando el comportamiento con tres autovalores vemos que el resultado es muy similar al de dos, ya que como podemos observar en la figura 27 los autovalores dos y tres tienen aproximadamente el mismo peso sobre el comportamiento, que es muy pequeño. Por tanto, al aumentar el orden del problema, y por tanto su complejidad, apenas reducimos el error cometido.

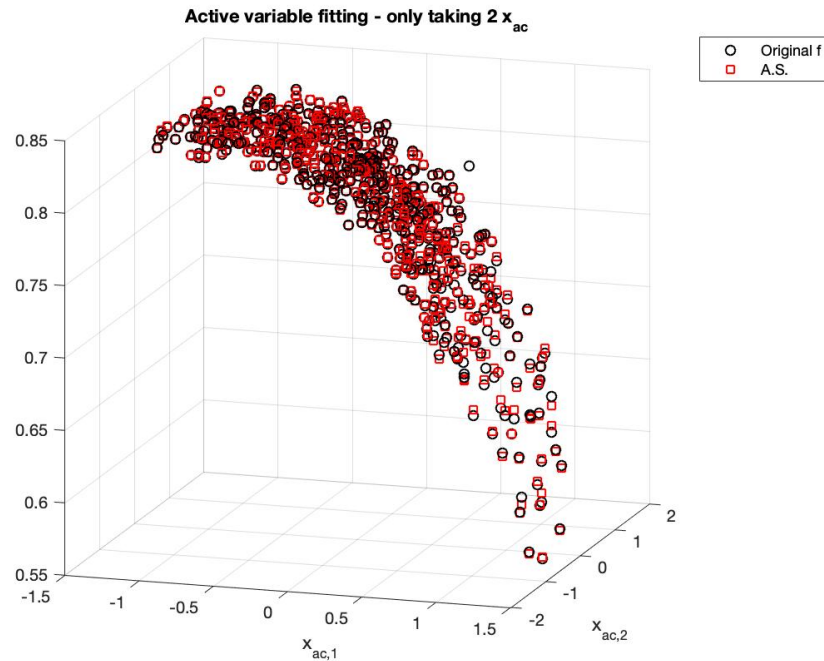


Figura 33: Analisis 3Av 10% CO₂

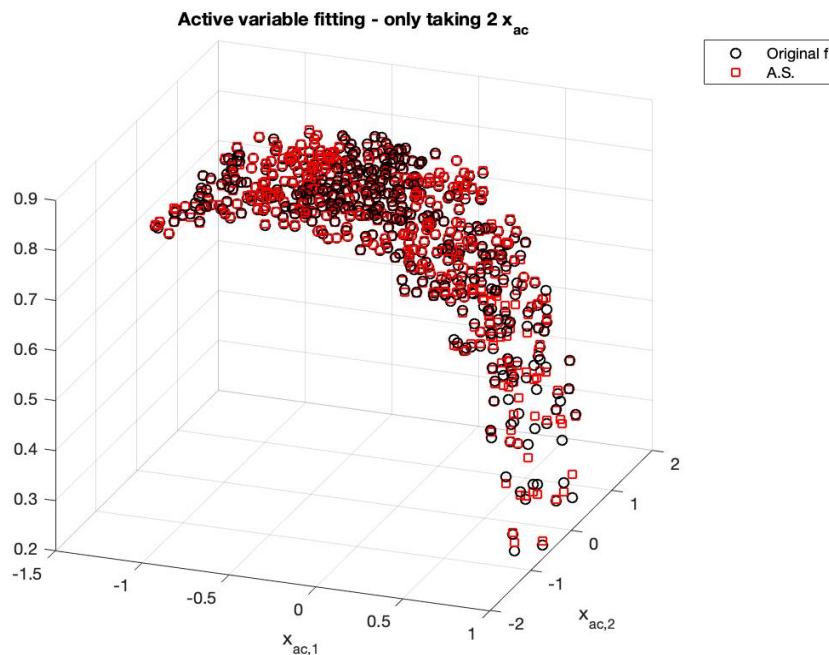


Figura 34: Analisis 3Av 20% CO₂

3.3 Conclusiones del Análisis

Una vez realizado el análisis llegamos a dos conclusiones fundamentales:

1. La primera conclusión es el hecho de que la turbomáquina trabaje con un fluido con comportamiento no ideal no cambia el número de variables independientes que permiten definir el problema, respecto al caso en el que el gas de trabajo se comporta como gas perfecto (aire).
2. En segundo lugar, al igual que se apreció en el caso del turbocompresor operando con aire, se identifica que el rendimiento de la máquina depende, fundamentalmente, de una variable independiente y en mucha menor medida de otras variables que contribuyen.

Estas conclusiones resultan fundamentales a la hora de trabajar en el análisis y simulación de plantas de potencia, independientemente del fluido de trabajo que empleen, ya que permite desarrollar códigos muy robustos y con poca carga computacional al solo depender de una variable independiente que, además, mantienen una precisión elevada, siendo el error menor del 1%.

Un último aspecto interesante, como complemento a las conclusiones principales anteriores, es que los análisis hechos para CO₂ y los análisis hechos para aire se han llevado a cabo empleándose distintas librerías de propiedades, siendo REFPROP la utilizada para CO₂ y COOLPROP la utilizada para aire. Esto se ha hecho así por que la librería COOLPROP daba problemas al analizar las propiedades en el entorno del punto crítico del CO₂, marcando la línea bifásica por encima del punto crítico.

Sería de interés realizar un análisis con REFPROP para aire y CO₂ y contemplar si se obtendrían los mismos resultados que se están obteniendo al utilizar ambas librerías. No se espera que sea así ya que ambas librerías están basadas en las mismas correlaciones experimentales para caracterizar las propiedades; no obstante, cabe la posibilidad de que los algoritmos de interpolación presenten diferencias en cuando a precisión, robustez y rapidez de resolución.

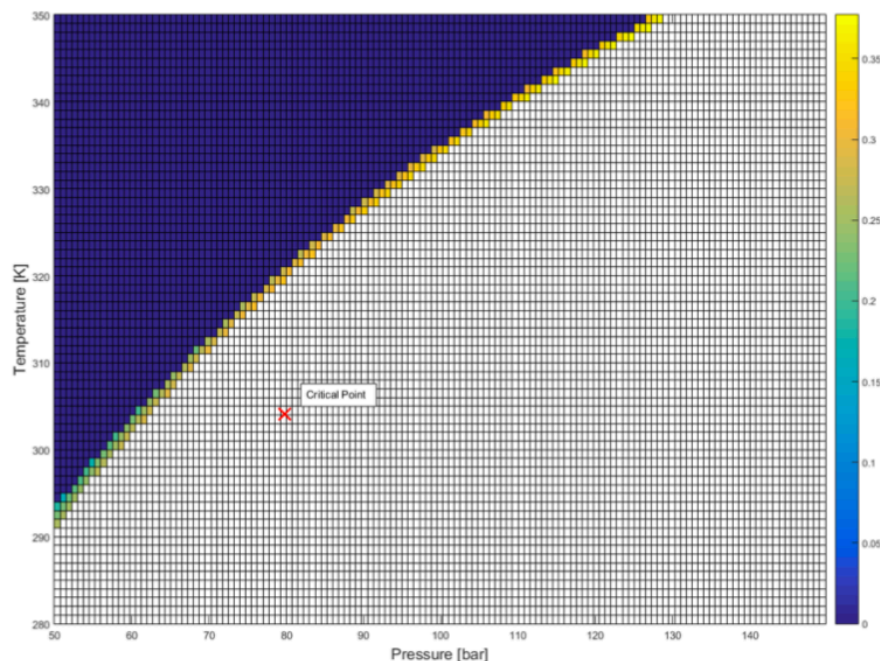


Figura 35: LoopBack en Coolprop de temperatura utilizando H y S como par de variables.

A continuación, se muestra una tabla de errores donde podemos ver la diferencia que hay entre considerar 1, 2 y 3 variables independientes. Destacando que todos los errores medios porcentuales relativos obtenidos en la aproximación son próximos a cero. Aquí se puede comprobar que, al aumentar el orden del problema, el error disminuye muy suavemente, no siendo de interés incrementar la complejidad del mismo.

Tabla 6: Analisis de errores compresor CO₂

Rango	Número de Autovalores	Grado del polinomio	Error medio porcentual cometido
10%	1	9	0,0036
10%	2	5	0,0034
10%	3	5	0,0034
20%	1	9	0,0568
20%	2	5	0,0961
20%	3	5	0,0279

En el caso del rango del 20% el error es mayor debido a que hay más puntos con rendimientos bajos por los puntos de condiciones alejadas de las de diseño, esto genera dispersión y por tanto aumenta el error de la aproximación.

5 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

No se preocupe si usted ha construido castillos en el aire. Su trabajo no está perdido, está donde debe estar. Ahora ponga las bases debajo de ellos.

- Henry
David Thoreau -

El presente Trabajo de Fin de Grado cumple con los objetivos planteados al inicio del mismo, en opinión del autor. Se ha presentado un análisis sistemático y bien fundamentado conducente a una mejor comprensión del problema de caracterización del rendimiento de turbomáquinas térmicas operando fuera del punto de diseño. Este análisis se ha basado en aspectos teóricos y también prácticos. No obstante, durante estos se han encontrado algunas interesantes cuestiones dignas de estudio las cuales se expondrán a lo largo de este apartado.

En primer lugar, se exponen las conclusiones más importantes a las que se han llegado en los diferentes apartados:

5.1 Conclusiones Principales

Durante los análisis se han encontrado varios detalles que han de destacarse:

1. En primer lugar, se ha comprobado que, para un turbocompresor centrífugo trabajando con aire en condiciones fuera de diseño, el rendimiento está definido por dos variables fundamentalmente, tal y como predice el teorema Pi de Buckingham. Es más, se demuestra igualmente que, de estas dos variables, una de ellas es claramente dominante, lo que implica que, en la práctica, el error cometido al asumir que el rendimiento depende de una sola variable (problema de orden 1) es relativamente pequeño, y por tanto esta aproximación puede ser de gran utilidad en un buen número de casos.
2. En segundo lugar, la aplicación de la metodología de los subespacios activos en el análisis de compresores que funcionan con CO₂ supercrítico, demuestra que principalmente el rendimiento depende de una única variable activa, al igual que en el caso de aire. A esta deducción se puede llegar debido a que al aumentar el número de autovalores de las que dependería, vemos que la dependencia del primero es mucho mayor que de la del segundo autovalor, reduciendo el error en muy poca medida.
3. Un dato a destacar es que los autovalores en el caso de aire es que son bastante mayores que en el caso de CO₂ supercrítico. Esto pone de manifiesto mayores variaciones del rendimiento ante cambios en las variables activas, pero también se debe a que el rango de condiciones operativas es mucho mayor que en el caso de fluido supercrítico.

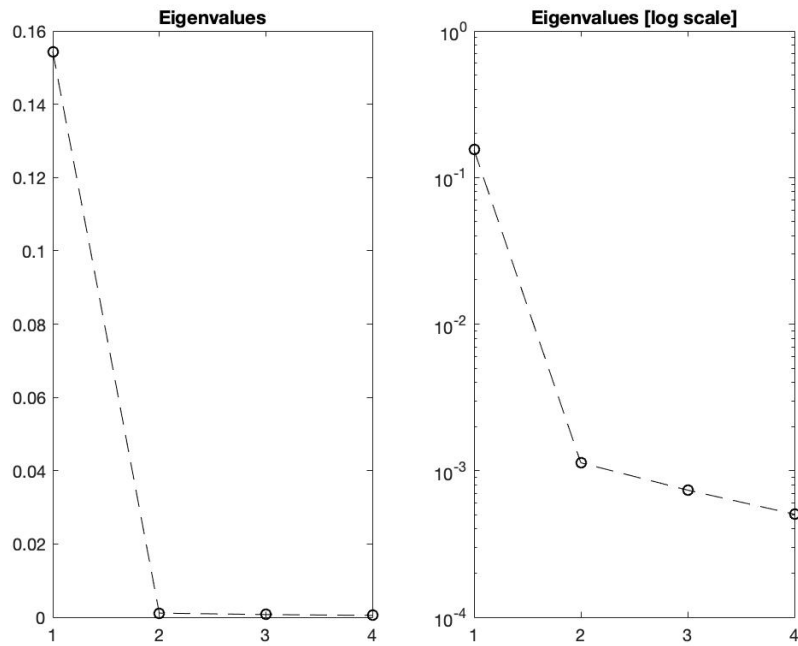


Figura 36: Representación de Autovalores Aire

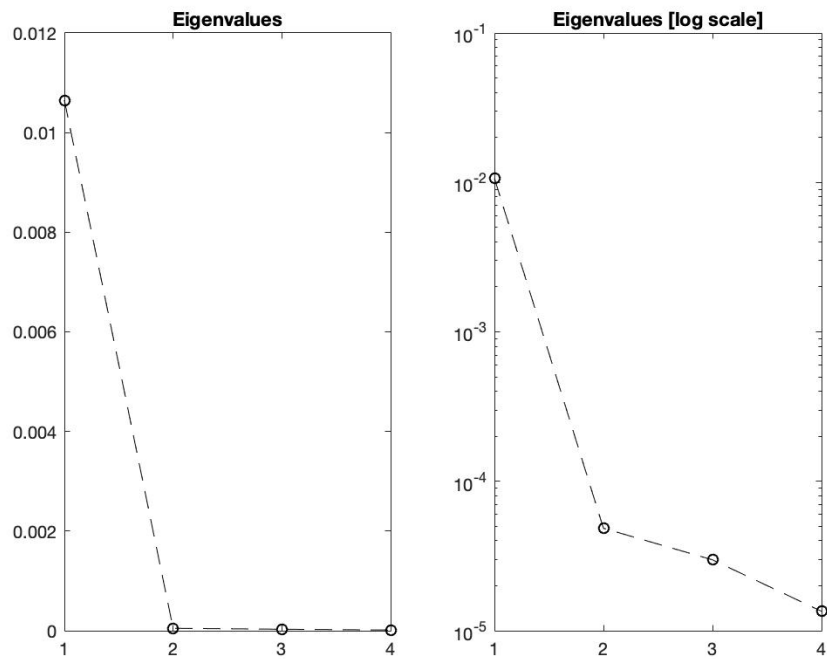


Figura 37: Representación de Autovalores CO₂

4. Aunque se obtenga el mismo número de variables activas para ambos fluidos, estas no tienen porque ser las mismas variables. La definición de cada variable debe ser objeto de un trabajo independiente.
5. En el caso del aire, vemos que el segundo y tercer autovalor toman más relevancia según

aumentamos la relación de compresión de diseño del turbocompresor no obstante el primero tiene mayor dependencia que los otros dos. Es decir, cuando aumenta la relación de compresión nominal, el efecto de la segunda y tercera variable sobre el rendimiento se hace más pronunciado, pero en mucha menor medida.

5.2 Trabajos Futuros

Busqueda de los grupos adimensionales que definen el comportamiento

Esta es la continuación principal del presente trabajo. Una vez identificado el número de variables independientes, el siguiente paso natural es encontrar la definición de las mismas. Este desarrollo se deberá hacer de forma dimensional, al igual que en el teorema Pi de Buckingham, buscando los grupos adimensionales que definan el comportamiento.

Desarrollo y prueba de la metodología de los subespacios activos para otras turbomáquinas

Sería de interés realiar aplicar la metodología empleada en este TFG a turbocompresores centrífugos para otras turbomáquinas, para lo que sería necesario un software de diseño y análisis de dicha turbomáquina, similar al que se ha utilizado para el desarrollo de este TFG que podemos encontrar explicado en el apartado 1.2.

Aumentar el número de fluidos en diseño y análisis.

Sería de interés aprovechando las amplias librerías de CoolProp y RefProp añadir otros fluidos para el análisis de compatibilidad en el diseño de turbocompresores. Para esto habría que reprogramar el código, incorporando nuevas opciones en la interfaz gráfica.

REFERENCIAS

- [1] Estudio: Energía, temas de la unión europea: Comisión Europea.
https://europa.eu/european-union/topics/energy_en
- [2] Tomás Sánchez Lencero, Antonio Muñoz Blanco, and Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar, *Turbomáquinas térmicas*, Síntesis, Madrid, 2010.
- [3] Paul Constantine, Cornell University (2103) *Metodos de subespacios activos en teoría y práctica, aplicaciones a las superficies de kriging* ,<https://arxiv.org/abs/1304.2070>
- [4] Paul Constantine, Cornell University (2015) *Active Subspaces, Emerging Ideas for Dimension Reduction in Parameter Studies* 3600 Market Street, 6th Floor, Philadelphia, PA 19104-2688 USA
- [5] German Nieto (2019), *Desarrollo de una herramienta de diseño y análisis de turbocompresores centrífugos*. TFG, Universidad de Sevilla, 2019.
- [6] Sebastian Bahamonde, Matteo Pini, Carlo De Servi, Piero Colonna, *Active subspaces for the optimal meanline design of unconventional tubomachiner*, Propulsion and Powe, Delf University of Tecjnlology, The Netherlands Flemish Institute for Technological Research (VITO), Mol, Belgium , 2017
- [7] Robert C. Reid, John M. Prausnitz and Thomas K. Sherwood. [«The properties of gases and liquids»](#). McGraw-Hill 1987, New York
- [8] Francisco A Gonzalez Redondo, *Historia del Analisis Dimensional*, Tesis Doctoral Escuela Técnica superior de arquitectura, departamento de física e instalaciones aplicadas la edificación, al medio ambiente y al urbanismo, Madrid, 2000.
- [9] Total Gas y electricidad, (2018). *Mix energético en España*
https://www.electricidad.total.es/sites/g/files/wompnd781/f/atoms/files/infografia-energia-renovables-electricidad-verde_0.pdf,
- [10] Revista Quora, *¿Por qué el ciclo de carnot no se considera como el ciclo teórico para las plantas de energía a vapor a pesar de que su eficiencia es máxima?*
<https://es.quora.com/por-qu%C3%A9-el-ciclo-de-Carnot-no-se-considera-como-el-ciclo-te%C3%B3rico-para-las-plantas-de-energ%C3%ADa-a-vapor-a-pegar-de-que-su-eficiencia-es-m%C3%A1xima>
- [11] F. Sanz, O. Fernandez, I. Vadillo, *Aplicaciones del CO2 para la refrigeración comercial*
- [12] Francesco Crespi, Giacomo Gavagnin, David Sánchez, Gonzalo S. Martínez, Analysis of the Thermodynamic Potential of Supercritical Carbon Dioxide Cycles: A Systematic Approach, J. Eng. Gas Turbines Power. May 2018, 140(5): 051701

