

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías  
Industriales

Optimización de dinámica inversa sin plataforma  
para biomecánica del ciclo de marcha y reacciones  
con el suelo

Autor: Juan José Rodríguez Perea

Tutora: Juana María Mayo Núñez

Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

# **Optimización de dinámica inversa sin plataforma para biomecánica del ciclo de marcha y reacciones con el suelo**

Autor:

Juan José Rodríguez Perea

Tutora:

Juana María Mayo Núñez

Catedrática de Universidad

Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2019



Trabajo de Fin de Grado: Optimización de dinámica inversa sin plataforma para biomecánica del ciclo de marcha y reacciones con el suelo

Autor: Juan José Rodríguez Perea

Tutora: Juana María Mayo Núñez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia, amigos y el  
profesorado de la escuela.*





# Agradecimientos

---

**E**n primer lugar, dar la gracias a todo el personal docente de la escuela por todo lo que me han enseñado durante este tiempo.

Especialmente agradecer a Juana Mayo su ayuda para guiarme en este trabajo. La paciencia y dedicación recibida en sus explicaciones para cada consulta me permitieron poder seguir avanzando en el estudio.

Por último, agradecer a mi familia el apoyo durante estos años de estudio y a los compañeros de clase por la ayuda y apoyo en muchos momentos.

*Juan José Rodríguez Perea*

*Sevilla, 2019*



**E**l objetivo de este trabajo es obtener un método para calcular las reacciones entre pie y suelo durante el ciclo de marcha mediante la dinámica inversa sin hacer uso de las plataformas de fuerza.

Habitualmente, el proceso de la dinámica inversa para calcular las reacciones empieza por capturar el movimiento del sujeto y recoger los datos de las reacciones con el suelo con placas de fuerza para poder resolver el problema en aquellas fases en las que se necesitan datos adicionales, como las fases de doble apoyo.

Sin embargo, no siempre es posible disponer de plataformas para realizar las mediciones. Además, pueden surgir otros problemas como que solo exista una plataforma donde realizar la pisada con los dos pies o a la hora de realizar el estudio del pie multisegmento que no se conoce las reacciones para cada parte, aunque se disponga de plataforma.

Por este motivo, se investigan métodos para poder obtener los datos de las reacciones en el ciclo de marcha sin el uso de plataforma. Uno de estos estudios es el trabajo realizado en Ren [2], el cual propone una suposición de las reacciones para uno de los pies en la fase de doble apoyo. Posteriormente, se realizó otro trabajo cuyo objetivo es optimizar este trabajo de Ren. Este estudio está recogido en Villeger [3], propone sólo una plataforma para recoger los datos y lleva a cabo una optimización de la suposición propuesta por Ren para el cálculo de las reacciones. Previamente en un estudio realizado por el alumno Juan Morales [1] se analizó e implementó el trabajo descrito en [2].

En este trabajo se va a realizar una simplificación de [1] relacionada con la forma de obtener las reacciones y, además, principalmente se va a implementar el método de optimización propuesto en [3] para mejorar los resultados de cálculo de las reacciones respecto al método propuesto en [2].



The aim of this work is to obtain a method to calculate the reactions between foot and ground during the gait cycle through inverse dynamics without using force plate.

Usually, the process of the inverse dynamics to calculate the reactions begins by capturing the movement of the subject and measuring the data of the reactions with the ground with force plates to be able to solve the problem in those phases in which additional data are needed, such as the double support phases.

However, it is not always possible to have platforms to perform the measurements. In addition, other problems may arise, for instance when there is only one platform where you can step on the foot with both feet or for the study of the multi-segment foot, where we do not know the reactions for each part, even if a platform is available.

For this reason, methods are investigated to obtain the data of the reactions in the gait cycle without the use of a platform. One of these studies is the work done in Ren [2], which proposes an assumption of the reactions for one of the feet in the double support phase. Subsequently, another work was carried out whose objective is to optimize this work of Ren. This study is collected in Villegier [3], proposes only a platform to collect the data and performs an optimization of the assumption proposed by Ren for the calculation of the reactions. Previously, in a study conducted by the student Juan Morales [1], the work described in [2] was analyzed and implemented.

In this work a simplification of [1] related to the way to obtain the reactions will be carried out and, in addition, mainly the optimization method proposed in [3] will be implemented to improve the results of calculating the reactions with respect to the method proposed in [2].



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ixx</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xvii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xix</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. <i>Dinámica inversa</i>	2
1.2. <i>Estado del arte</i>	2
1.3. <i>Objetivos</i>	3
<b>2 Desarrollo</b>	<b>5</b>
2.1. <i>Sistema de coordenadas</i>	5
2.2. <i>Mejora del código</i>	6
2.2.1 Fuerzas y momentos de inercia	7
2.2.2 Simple apoyo	8
2.2.3 Doble apoyo	8
2.3. <i>Optimización del doble apoyo</i>	9
<b>3 Resultados y discusión</b>	<b>14</b>
3.1. <i>Resultados obtenidos de la simplificación</i>	14
3.2. <i>Resultados obtenidos de la optimización</i>	16
3.3. <i>Comparación de datos optimizados con no optimizados</i>	20
3.4. <i>Comparación de datos con apoyo simple modificado</i>	23
<b>4 Conclusión</b>	<b>27</b>
<b>5 Código de Matlab</b>	<b>29</b>
<b>Referencias</b>	<b>41</b>





# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1. Resultados de coeficientes para cada reacción	19
Tabla 2. Resultado coeficiente para doble apoyo 2 en apoyo simple modificado	26



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Sistema de coordenadas locales (tomado de [1])	6
Figura 2. Sistema de coordenadas globales (tomado de [1])	6
Figura 3. Procedimiento paso a paso para calcular reacciones en cuerpo multisegmento cuando el pie izquierdo está libre en [1]	7
Figura 4. Forma de las expresiones (7), gráfica derecha, y (8), gráfica izquierda	10
Figura 5. Resultados para distintos valores de coeficiente	13
Figura 6. Resultados dinámica inversa simplificada para tobillo derecho	14
Figura 7. Resultados dinámica inversa sin simplificar para tobillo derecho	15
Figura 8. Resultados dinámica inversa simplificada para tobillo izquierdo	15
Figura 9. Resultados dinámica inversa sin simplificar para tobillo izquierdo	16
Figura 10. Optimización en pie derecho en globales	17
Figura 11. Optimización en pie izquierdo en globales	17
Figura 12. Optimización en proyección de tobillo derecho en globales	18
Figura 13. Optimización en proyección de tobillo izquierdo en globales	18
Figura 14. Comparación $F_x$ para proyección tobillo derecho e izquierdo	20
Figura 15. Comparación $F_y$ para proyección tobillo derecho e izquierdo	20
Figura 16. Comparación $F_z$ para proyección tobillo derecho e izquierdo	20
Figura 17. Comparación $M_x$ para proyección tobillo derecho e izquierdo	21
Figura 18. Comparación $M_y$ para proyección tobillo derecho e izquierdo	21
Figura 19. Comparación $M_z$ para proyección tobillo derecho e izquierdo	21
Figura 20. $M_z$ de tobillo derecho (gráfica izquierda) y $M_y$ de tobillo izquierdo (gráfica derecha)	22
Figura 21. $F_y$ tobillo derecho (gráfica izquierda) y $F_y$ tobillo izquierdo (gráfica derecha)	22
Figura 22. $F_z$ de tobillo derecho (gráfica izquierda) y $F_z$ de tobillo izquierdo (gráfica derecha)	23
Figura 23. $F_x$ de doble apoyo 2 en pie izquierdo	24
Figura 24. $F_y$ de doble apoyo 2 en pie izquierdo	24
Figura 25. $F_z$ de doble apoyo 2 en pie izquierdo	25
Figura 26. $M_x$ de doble apoyo 2 en pie izquierdo	25
Figura 27. $M_y$ de doble apoyo 2 en pie izquierdo	25
Figura 28. $M_z$ de doble apoyo 2 en pie izquierdo	26
Figura 29. Resultados $M_y$ para tobillo izquierdo en doble apoyo 2	27
Figura 30. División del pie multisegmento del modelo de Oxford	28



# 1 INTRODUCCIÓN

---

La bioingeniería podría definirse como el uso de la tecnología junto con los conocimientos científicos biológicos con el objetivo de resolver problemas relacionados con la salud y los seres vivos. Una de las ramas de este campo es la denominada biomecánica, la cual estudia el movimiento de los seres vivos, sus causas y resolver los problemas a los que podrían verse sometidos. Existen aplicaciones en este campo desde hace bastante tiempo y mejoras y avances que han ido desarrollándose a través del estudio, como puede ser el ejemplo de la famosa pata de palo y las actuales prótesis ortopédicas. Esta es una disciplina cuyo avance y desarrollo es constante de modo que hoy en día su estudio y aplicación es bastante importante.

El análisis de la dinámica del cuerpo es algo muy útil a la hora de estudiar distintos patrones de movimiento y cómo podría afectar esto al cuerpo humano. Más concretamente, un estudio de las reacciones o movimientos a la hora de correr o caminar nos podría permitir saber cómo poder corregir posibles daños debido a unos malos patrones o poder realizar mecanismos, como exoesqueletos y prótesis, que simulen ese movimiento para ayudar a personas con discapacidad física, por ejemplo.

Inicialmente, necesitamos saber cómo es el movimiento del sujeto de estudio y la forma habitual para captar el movimiento del cuerpo es un sistema de marcadores con cámaras de infrarrojo y plataformas de fuerzas para recoger las resultantes del pie con el suelo. Sin embargo, este método puede encontrarse con algunos inconvenientes a la hora del uso de las plataformas ya que en algunos casos no es posible disponer de estas placas de fuerza para monitorizar las reacciones. También, aunque se disponga varias plataformas, pueden surgir casos en los que sea complicado su uso, por ejemplo, en personas con discapacidades motrices les podría resultar una complicada tarea coordinarse para pisar en las dos plataformas o también si el sujeto de estudio es un niño, quizás el uso de plataformas no sea lo más adecuado.

Por estos motivos surge la necesidad de usar otro método para calcular las reacciones que no use plataforma. Este método, el cual va a ser empleado en este trabajo, es la dinámica inversa basada en la cinemática, con el cual en base a los datos obtenidos de los marcadores y cámaras de infrarrojo se podrán calcular las reacciones del pie sin necesidad de plataforma. Sin embargo, este método sigue contando con algún inconveniente, más concretamente en las fases de doble apoyo del ciclo de marcha.

En fases de simple apoyo, cuando sólo existe un pie en contacto con el suelo, la dinámica inversa es capaz de calcular el problema y obtener las reacciones fácilmente, pero en las fases de doble apoyo nos encontramos que para resolver el problema tenemos más incógnitas que ecuaciones. Por lo tanto, necesitamos solventar este inconveniente para poder realizar el cálculo completo del ciclo de marcha con el método de la dinámica inversa basada en cinemática. A raíz de este problema, varios estudios han sido realizados para solucionar este problema, entre ellos nos centraremos en el estudio de Ren [2] y Villegger [3], pero a parte de estos otros muchos modelos han sido obtenidos por diferentes autores. El estudio realizado por Villegger [3] es el objeto de nuestro trabajo, en el que vamos a utilizar este método para resolver la dinámica inversa en el ciclo de marcha, y posteriormente comparar con los resultados obtenidos mediante el método de Ren [2]. En los siguientes apartados se desarrollará más detalladamente en qué consiste cada uno de estos estudios.

En conclusión, la dinámica del cuerpo es algo que se ha estudiado bastante en muchas variantes y nosotros nos centraremos en el ciclo de marcha de una persona para calcular las reacciones en cada pie durante la pisada.

Utilizaremos la dinámica inversa basada en cinemática para realizar nuestro estudio e intentaremos mejorar y optimizar los estudios anteriormente realizados para calcular las reacciones entre pie y suelo.

## 1.1 Dinámica inversa

La dinámica inversa nos permite conocer las fuerzas y momentos de reacción basándonos en los valores cinemáticos del cuerpo, así como en las fuerzas y momentos de inercia y masas. Pero el objetivo final de todo este modelo es poder calcular las interacciones entre las uniones de los elementos del cuerpo y sobre todo las fuerzas musculares que producen el movimiento.

Generalmente para empezar, se procede a la captura del movimiento del sujeto de estudio a través de algún sistema óptico y la medición y obtención de las reacciones con el suelo mediante plataformas de fuerza. Utilizando un sistema de marcadores colocados en el cuerpo y el sistema óptico de cámaras infrarrojas podemos capturar dicho movimiento de las coordenadas que definen al sujeto en un modelo computacional. Con estos datos cinemáticos y de reacciones con el suelo obtenidos, se establece el problema dinámico o dinámica inversa y se calculan las fuerzas de reacción y momentos entre los diferentes elementos del cuerpo. Finalmente, mediante técnicas de optimización, las interacciones y fuerzas musculares son calculados y de este modo se obtiene un método para conocer las fuerzas motoras del movimiento inicialmente recogido, lo cual tiene varias aplicaciones como conocer la carga en los huesos o calcular el coste energético [4].

Cuando realizamos el análisis dinámico inverso podemos obtener las reacciones con el suelo para un movimiento dado cuando sólo un pie está apoyado sin necesidad de usar plataforma de fuerza, pero existe un obstáculo en las fases de doble apoyo ya que se convierte en un problema indeterminado. Generalmente, este problema se ha solucionado con el uso de plataformas de fuerza, como se indicó al principio de este apartado. De esta forma se supera el problema de resolver las incógnitas adicionales de las fases de más de un apoyo. A esto se le denomina dinámica inversa con plataforma, sin embargo, no siempre es posible disponer de placas de fuerzas para resolver este tipo de problemas y lo que se busca es un método virtual que nos permita calcular las reacciones sin la necesidad de plataformas, a lo que se le llama dinámica inversa sin plataformas.

Por lo tanto, lo que se intenta buscar es un método que nos permita obtener el valor de las reacciones tanto en simple como en el doble apoyo sin hacer uso de las placas de fuerzas. En el estudio que vamos a realizar en este trabajo analizaremos uno de estos métodos de dinámica inversa sin plataforma para obtener las reacciones con el suelo teniendo como partida los datos cinemáticos y las masas.

Un concepto interesante aparece en este escenario, ya que los valores de reacción calculados mediante este método y los obtenidos directamente mediante las placas de fuerzas no serán exactamente iguales. A la diferencia entre ambos se le denomina residuales dinámicos. De esta forma, el método que consiga obtener unos residuales dinámicos menores será el que se ajuste de mejor forma a los resultados experimentales reales.

## 1.2 Estado del arte

Con el objetivo de obtener un método para resolver la dinámica inversa sin el uso de plataformas, diferentes estudios han sido realizados.

Por ejemplo, Ren [2] introdujo el concepto de Suposición de Transición Suave. Este método se basa en la suposición de las componentes de fuerzas y momentos de acuerdo con una función que ajusta los valores a los que se obtendrían con las plataformas. De esta forma se supone las componentes del pie que sale de la zona de doble apoyo. Se utilizan dos fórmulas de transición una para la componente de la fuerza anteroposterior y la otra para las cinco restantes. De este modo, este modelo de suposición de la curva permite obtener los datos

adicionales que necesitamos en las fases de doble apoyo y así poder calcular la dinámica inversa. Sin embargo, este método está restringido para sujetos sanos sin problemas en los ciclos de marcha y con ciclos de doble apoyo cortos en comparación con el ciclo completo de pisada, cosa que no suele ocurrir ya que en la fase de doble apoyo puede llegar a ser tan grande como el ciclo de pisada [5].

En vez del uso de curvas de transición para calcular las reacciones, otros estudios realizan un modelo de contacto pie-suelo [6, 7, 8]. Se utiliza un modelo de fuerzas puntuales que proporcionan la fuerza de contacto en función de la hendidura entre las dos superficies de contacto.

La fuerza de contacto total es dividida entre las componentes normales y tangenciales. Este proceso incluye incógnitas que son variable de diseño y la superficie del pie para contacto entre el pie y suelo está modelada por esferas. Para este caso, la solución consiste en encontrar los parámetros definidos de diseño, de modo que el error entre las componentes de reacción proporcionadas por la dinámica inversa y el modelo de contacto sea mínimo.

Siguiendo la línea de los estudios con curvas de transición, el estudio de Villeger [3] propone mejoras al trabajo realizado en Ren [2]. Para empezar, utiliza únicamente una plataforma de fuerza en vez de dos para realizar el estudio de la dinámica inversa. Esto permite ampliar el rango de posibles casos a estudiar, ya que es más difícil disponer de dos plataformas y también al tener sólo una no es necesaria tanta coordinación del sujeto de estudio, ya que no tiene que realizar las pisadas en dos plataformas diferentes. Por este motivo, es posible realizar este estudio por ejemplo en el caso de niños pequeños o en personas con dificultades motrices.

Sin embargo, el uso de una sola plataforma hace más compleja la labor de encontrar las fases de doble apoyo. Este problema se resuelve utilizando la velocidad de avance de centro de presiones. Cada vez que este parámetro toma el valor 0, se produce la transición de simple a doble apoyo y de doble a simple [9, 10].

El desarrollo de este estudio de Villeger [3] se centra en optimizar las curvas de transición propuestas en Ren [2] para que se ajusten mejor a los valores reales de la plataforma.

En vez de dos funciones diferentes, sólo usa una para todas las componentes y el coeficiente que Ren define en su estudio como  $2/3$ , en este trabajo es incógnita para cada componente y se trata de optimizar para conseguir la máxima aproximación a los resultados reales.

Se estudian diversos casos y se realiza una regresión múltiple y al final se concluyen unas ecuaciones, una para cada componente de las reacciones entre el pie y el suelo, en función de los valores anteriores a las fases de doble apoyo y teniendo en cuenta la velocidad de marcha para determinar las reacciones en ambos pies.

Sin embargo, en nuestro trabajo actual no llegaremos hasta este paso, nos centraremos en el estudio de optimización y mejora del estudio realizado en Ren [2].

### 1.3 Objetivos

Este trabajo está basado en un estudio previo de dinámica inversa sin plataformas [1]. En dicho trabajo se desarrolla la dinámica inversa de un cuerpo dividido en segmentos con la finalidad de resolver las fuerzas de reacción del pie sin el uso de plataformas. Para resolver los problemas del doble apoyo se basa en el estudio de Ren [2] y todo esto se plasma en unas funciones implementadas en MatLab® para resolver este problema en base a unos datos cinemáticos ya recogidos anteriormente.

El objetivo principal de nuestro estudio es por un lado implementar el mismo estudio [1] de una forma más eficiente y por otro lado mejorar el método utilizando el estudio de Villeger [3] para aproximar y ajustar de

una forma más exacta las fuerzas de reacción con el suelo calculadas para las fases del doble apoyo durante el ciclo de marcha cuando no se dispone de plataformas dinámicas para medirlas experimentalmente.

La primera parte nos permitirá analizar el mismo método realizado de dos formas diferentes con el objetivo de obtener el mismo resultado. En el anterior estudio [1], el cuerpo humano, como objeto de estudio, se definía como un conjunto de segmentos. Sin embargo, nosotros tomaremos el cuerpo como un conjunto completo, por lo que simplificaríamos considerablemente el método en cuestión ya que no tendremos en cuenta la división en diversos segmentos.

La segunda parte consistirá en una optimización del problema en la fase de doble apoyo basándonos en Villeger [3]. El anterior trabajo plantea la resolución del doble apoyo en base a Ren [2]. La optimización consistirá en encontrar unos coeficientes más adecuados para las funciones utilizadas en aproximar las curvas de las resultantes con el suelo, minimizando la diferencia entre los valores de las fuerzas de reacción reales, obtenidos de la plataforma, y las fuerzas de reacción que se calculen.

La comparación entre los resultados obtenidos mediante los dos estudios y los resultados reales de la plataforma de fuerza nos permitirá conocer si la mejora ha sido realmente efectiva, en cuanto a aproximación a los resultados reales, o si por el contrario los resultados de ambos métodos son similares.



## 2 DESARROLLO

---

En primer lugar, procederemos a realizar una mejora del código de la función implementada con MatLab® para el cálculo de la dinámica inversa, que consistirá en tomar el cuerpo como un sólido único que reacciona con el suelo en lugar de dividir el cuerpo en segmentos e ir calculando las fuerzas y reacciones en cada uno de ellos tal y como se hacía en el estudio anterior. Como sólo disponemos de los datos posición, matriz de masa, etc. de cada uno de los segmentos necesitamos primero hacer el sumario de todos ellos en cada instante de tiempo para poder calcular las fuerzas y momentos de inercia en el cuerpo completo. Cuando consigamos esto, lo único que tendremos que hacer es realizar ecuaciones de equilibrio entre el cuerpo y el suelo para calcular las reacciones.

En segundo lugar, trataremos de optimizar los resultados obtenidos en las fases del doble apoyo para conseguir unas curvas más óptimas y de esa forma obtener unos cálculos más aproximados a los valores reales. La optimización consistirá en ajustar de una mejor forma las funciones usadas para suponer los valores de las reacciones en las fases de doble apoyo. Estas funciones dependen de un valor de coeficiente. En Ren [2], este valor es por defecto  $2/3$  para todas las curvas, sin embargo nosotros intentaremos encontrar el valor más óptimo para cada fuerza y momento, siguiendo el método descrito en Villeger [3], es decir, encontrando el valor que hace mínimo el cuadrado de la diferencia entre el valor real (obtenido de la plataforma) y el valor calculado (obtenido con la función de suposición).

### 2.1 Sistema de coordenadas

A lo largo del trabajo se usarán dos sistemas de coordenadas de referencia, definidos a continuación, para el cálculo de las reacciones.

Uno de ellos es el sistema de coordenadas locales, teniendo como origen el centro de gravedad de cada pie o del elemento que queramos estudiar. Este sistema, al estar definido en un punto del cuerpo, variará en función del movimiento del cuerpo. Este sistema de coordenada estará definido de la siguiente forma:

- El eje x perpendicular al plano frontal del pie, en dirección al sentido de la marcha
- El eje y perpendicular al plano sagital del pie
- El eje z perpendicular al plano transversal del pie

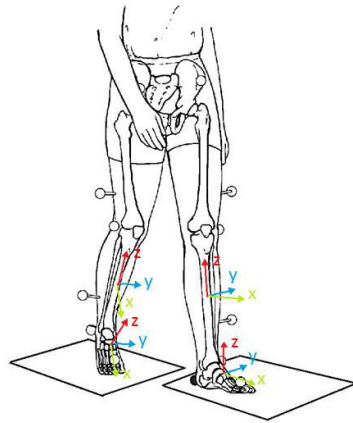


Figura 1. Sistema de coordenadas locales (tomado de [1])

El otro es un sistema de coordenadas globales, el cual es fijo por lo que no cambiará con el movimiento del cuerpo, definido en la plataforma, donde el eje x es paralelo a la plataforma, el eje y paralelo a la plataforma y perpendicular al eje x en dirección al sentido de la marcha y el eje z perpendicular al suelo.

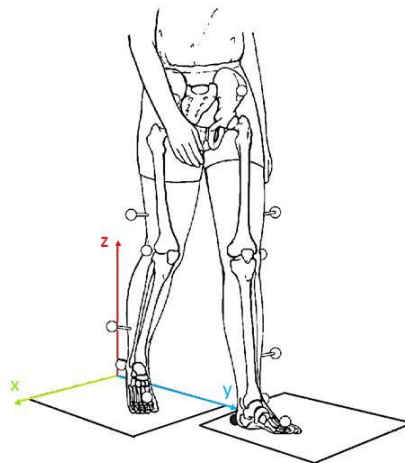


Figura 2. Sistema de coordenadas globales (tomado de [1])

## 2.2 Mejora del código

El trabajo sobre el que nos basamos consistía en realizar la dinámica inversa para obtener las fuerzas y momentos de reacción sobre el pie monosegmento durante el ciclo de pisada.

Para ello se dividió el cuerpo en 15 segmentos y se iba realizando ecuaciones de equilibrio hasta llegar al pie que estuviera apoyado en ese instante de tiempo, se calculaba primero las fuerzas en cada una de las extremidades libre y se realizaban ecuaciones de equilibrio para calcular fuerzas y momentos en cada una de las uniones entre cada uno de los segmentos y así hasta llegar al pie que estuviera apoyado en ese instante para poder calcular las reacciones.

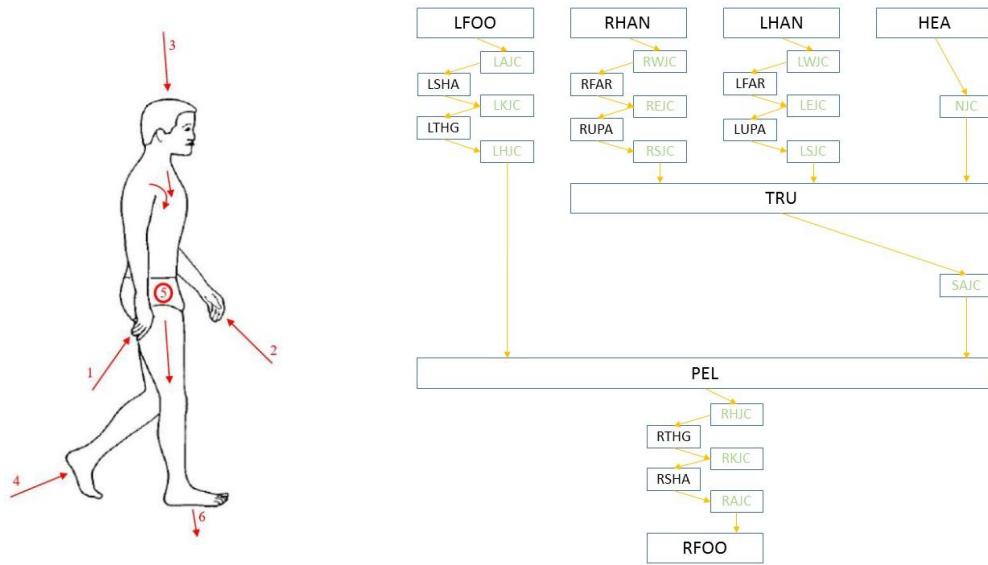


Figura 3: Procedimiento paso a paso para calcular reacciones en cuerpo multisegmento cuando el pie izquierdo está libre en [1]

Nuestro objetivo era realizar estos cálculos de una forma más sencilla y fácil de comprender y obtener el mismo resultado. Para ello, en vez de tomar el cuerpo como un sólido compuesto por varios elementos, lo hemos supuesto como un simple sólido ya que para este estudio no nos interesa el cálculo de las reacciones entre cada uno de los elementos que forman el cuerpo multisegmento. Como se comentó en el apartado 1.1, el cálculo de las reacciones entre los diferentes elementos se realizaría tras haber obtenido las reacciones con el suelo.

### 2.2.1 Fuerzas de inercia y momentos

Para empezar, lo que necesitamos es obtener el valor de las fuerzas y momentos de inercia para el cuerpo completo, pero los valores de los que disponemos son los de los segmentos en los que se dividió.

Para calcular la fuerza de inercia total del cuerpo entero se ha realizado el sumatorio de cada una de las fuerzas de inercia de los 15 elementos en los que se dividió el cuerpo ya que sólo disponemos de los datos de aceleración de los centros de gravedad de los segmentos del cuerpo, pero no conocemos el del cuerpo como un elemento completo.

$$\vec{F}_{inercia} = -\sum_{i=1}^{15}(M_i \cdot \vec{a}_i) \quad (1)$$

De esta forma, con los datos de la matriz de masa,  $M_i$ , y los valores de aceleración de cada uno de los segmentos,  $\vec{a}_i$ , conseguimos calcular la fuerza de inercia del cuerpo entero,  $\vec{F}_{inercia}$ .

Para calcular los momentos de inercia,  $\vec{M}_{inercia}$ , al igual que con las fuerzas, debemos calcular la suma de los momentos de cada uno de los 15 segmentos, basándonos en los datos del tensor de inercia,  $J_i$ , y la velocidad,  $\vec{\omega}_i$ , y aceleración angular,  $\vec{\alpha}_i$ . Debemos tener también en cuenta la aportación que realiza la fuerza de inercia de cada elemento,  $\vec{F}_i$ , ya que esto también producirá momento en el punto donde estemos realizando los

cálculos. Este término se calcula multiplicando vectorialmente la fuerza de inercia por el vector posición desde el punto donde se realicen los cálculos al punto donde está aplicada la fuerza de inercia,  $\vec{r}_i$ .

$$\vec{M}_{inercia} = \sum_{i=1}^{15} \left( -(\mathbf{J}_i \vec{\alpha}_i + \vec{\omega}_i \times (\mathbf{J}_i \times \vec{\omega}_i)) + (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) \right) \quad (2)$$

De esta forma tan sencilla, ya hemos conseguido simplificar considerablemente los cálculos que se deben hacer y también hacerlo más comprensible.

### 2.2.2 Simple apoyo

A continuación, como ya tenemos calculadas las fuerzas de inercia del cuerpo entero, lo único que necesitamos realizar es aplicar equilibrio de fuerzas usando la fuerza de inercia de todo el cuerpo, la fuerza de gravedad,  $\vec{F}_g$ , y la componente que buscamos de las fuerzas de reacción,  $\vec{F}_{reacción}$  :

$$0 = \vec{F}_{inercia} + \vec{F}_{reacción} + \vec{F}_g \quad (3)$$

Para el caso de los momentos, aplicaríamos la ecuación de equilibrio con el momento de inercia del cuerpo, el momento que produce la fuerza gravedad aplicada en el punto donde queramos calcular las reacciones,  $\vec{M}_{F_g}$ . Este valor del momento producido por las fuerzas de gravedad se calcula de la misma forma que se calculaba la aportación de momento por las fuerzas de inercia en la fórmula (2), pero en vez de con los términos de fuerza de inercia, con el valor de la fuerza gravedad del elemento del cuerpo correspondiente:

$$0 = \vec{M}_{inercia} + \vec{M}_{reacción} + \vec{M}_{F_g} \quad (4)$$

Despejando la componente que no conocemos y queremos calcular en cada caso,  $\vec{F}_{reacción}$  en las fuerzas y  $\vec{M}_{reacción}$  en momentos, ya obtendríamos los valores de las reacciones entre pie y suelo para el caso de apoyo simple.

### 2.2.3 Doble apoyo

Para las fases de doble apoyo debemos calcular las reacciones en cada uno de los pies por lo que tendríamos dos incógnitas vectoriales y una sola ecuación, es un caso más complejo al del apoyo simple pero usaremos una suposición para obtener una de las dos incógnitas y poder calcular la otra. De esta forma, las reacciones de uno de los dos pies (el que esté saliendo de la fase de apoyo) será supuesta en base al estudio de Villegier [2]. Por lo tanto, podremos seguir calculando las reacciones en el pie con el cuerpo como un sólido completo:

$$0 = \vec{F}_{inercia} + \vec{F}_{reacción} + \vec{F}_{sup} + \vec{F}_g \quad (5)$$

La componente de reacción supuesta es definida en la ecuación como  $\vec{F}_{sup}$ .

En el caso de los momentos, además de los términos del simple apoyo, tendríamos que añadirle el momento de

reacción del pie que estamos suponiendo,  $\vec{M}_{sup}$ , y el momento que produce la fuerza de reacción del pie que suponemos sobre el punto de referencia donde estemos calculando los momentos,  $\vec{M}_{F_{sup}}$ . Nuevamente, esta componente es calculada de la misma forma que  $\vec{M}_{F_g}$  o la componente de  $\vec{M}_{inercia}$  producida por las fuerzas de inercia.

$$0 = \vec{M}_{inercia} + \vec{M}_{reacción} + \vec{M}_{F_g} + \vec{M}_{sup} + \vec{M}_{F_{sup}} \quad (6)$$

Del mismo modo que en apoyo simple, hemos conseguido obtener los valores buscados de  $\vec{F}_{reacción}$  y  $\vec{M}_{reacción}$  y de esta forma ya tendríamos todos los valores de las reacciones durante el ciclo de pisada completo.

## 2.3 Optimización en doble apoyo

En este apartado se describe el que ha sido el objetivo principal del proyecto, intentar mejorar los resultados obtenidos en estudios anteriores.

La fase en la que vamos a centrarnos en mejorar es la fase del doble apoyo en la cual hay una parte que necesitamos suponer para poder realizar los cálculos y obtener el resto de resultados. Concretamente la parte que es supuesta son las fuerzas y momento de pie que está saliendo de la fase de apoyo y gracias a esto podemos calcular el que está entrando en la fase de apoyo.

Para suponer estas reacciones, se utilizaron las siguientes fórmulas, basadas en el estudio realizado por Ren [2] para aproximar los resultados de los valores reales obtenidos por las plataformas de fuerza:

$$\frac{F_x}{F_{x0}} = e^{-(t/T_{ds})} \quad (7)$$

$$\frac{F_x}{F_{x0}} = \left( k_1 e^{-[(t-t_p)/T_{ds}]} - k_2 \frac{t}{T_{ds}} \right) \quad (8)$$

Donde  $F_{x0}$  es la fuerza justo antes de que el pie entre en la fase de doble apoyo,  $t_p = Coef \cdot T_{ds}$ , siendo  $T_{ds}$  la mitad de la duración de la fase de doble apoyo. Las dos constantes  $k_1 = e^{Coef^2}$  y  $k_2 = \frac{k_1}{2} e^{-(2-Coef)^2}$  son tal que definen las condiciones de contorno  $F_x(0) = F_{x0}$  y  $F_x(2T_{ds}) = 0$ . El valor del cual depende la ecuación,  $Coef$ , está fijado y definido como  $2/3$ .

La ecuación (8) es utilizada para la fuerza horizontal,  $F_y$ , y la fórmula (7) para las 5 componentes restantes.

En la siguiente gráfica podemos ver representados el resultado de estas fórmulas:

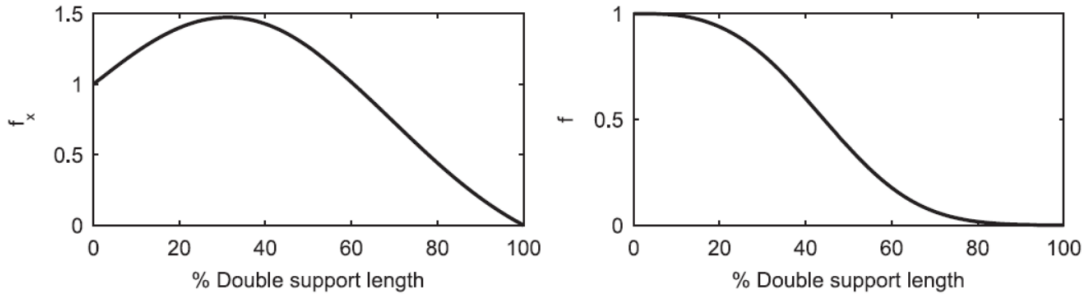


Figura 4. Forma de las expresiones (7), gráfica derecha, y (8), gráfica izquierda

Nuestro objetivo es optimizar esta aproximación de la curva real con una fórmula y un método que se ajuste mejor al ya empleado por Ren [2]. Para ello hemos utilizado los conceptos explicados por Villegier [3]. Dicho estudio consiste en utilizar sólo una de las dos fórmulas descritas anteriormente, concretamente la fórmula (8) para las 6 componentes.

El propósito es optimizar esa fórmula para cada una de las reacciones en cada fase de doble apoyo.

Se propone sustituir el coeficiente que Ren define como  $2/3$  por un coeficiente el cual optimiza la siguiente función:

$$A_f = \sum_t (F_{REAL}(t) - F(t))^2 \quad (9)$$

Donde  $A_f$  es la función objetivo a optimizar,  $F_{REAL}(t)$  es la componente que obtenemos de la plataforma y  $F(t)$  la componente que estamos calculando de utilizar la dinámica inversa mediante la formulación de Ren pero en función del coeficiente que buscamos,  $Coef$ .

Esta optimización se obtiene utilizando la función `fminsearch` disponible en el repositorio de MatLab®. Obtendremos unos valores del coeficiente donde la función alcanza su mínimo y de este modo conseguiremos un coeficiente más óptimo para que los resultados se ajusten mejor a los valores experimentales obtenidos por la plataforma.

A la hora de realizar la optimización en el código, hay que tener en cuenta un concepto importante que puede complicar bastante los cálculos. Se debe definir si los cálculos de la optimización se realizarán en coordenadas locales o en globales. En el caso de hacerlo en locales, tendríamos que poner cada una de las componentes en coordenadas locales del pie derecho o izquierdo, según corresponda. Sin embargo, si elegimos realizar el cálculo en globales, no es necesario hacer distinción entre un pie y otro ya que las componentes para los dos casos estarán en el mismo sistema de coordenadas.

Esto hace que las fórmulas usadas para realizar la optimización y su implantación en la función del código se simplifique bastante y también que sea más simple de comprender. De todas formas, cuando tengamos todas las reacciones obtenidas en globales, si necesitamos saber los resultados en locales siempre podemos realizar el cambio de sistema mediante matrices de rotación. Por lo tanto, por estos motivos, el cálculo principal de nuestra dinámica inversa se ha realizado en coordenadas globales.

Además, es importante definir qué datos son los que vamos a optimizar, o mejor dicho de qué forma, porque como veremos a continuación tenemos varias opciones.

Tal y como se definió en la fórmula (9), el objetivo es minimizar la diferencia entre los datos experimentales

de la plataforma y los calculados mediante dinámica inversa, pero por ejemplo podemos hacer la optimización de todas las fases de doble apoyo juntas y obtener un único coeficiente de optimización o realizar tres optimizaciones independientes para cada fase de doble apoyo. También podemos unificar la optimización para todas las componentes de las reacciones o separarlos individualmente para cada componente de fuerza y momento.

Para empezar, nosotros vamos a realizar la optimización para cada reacción individualmente, tal y como estipula Villegger [3] en su estudio, así que obtendremos 6 coeficientes para cada optimización que hagamos, uno por cada componente de las reacciones.

En cuanto a cómo vamos a realizar las optimizaciones, realizaremos una para cada fase de doble apoyo, es decir, un total de 3, la primera cuando empieza el apoyo del pie derecho, la segunda cuando empieza el apoyo del pie izquierdo y termina el del derecho, y la tercera cuando acaba el apoyo del pie izquierdo.

A continuación, se puede ver cómo resultaría lo anteriormente comentado:

- Optimización doble apoyo 0

$$A_f = \sum_t (GRF_{derecha} - F_0)^2$$

Siendo:

$GRF_{derecha}$ : la componente de reacción obtenida en la plataforma derecha

$F_0$ : la componente de reacción del pie derecho en función de los parámetros del pie izquierdo

- Optimización doble apoyo 1

$$A_f = A_{f1} + A_{f2}$$

$$A_{f1} = \sum_t (GRF_{derecha} - F_{der1})^2$$

$$A_{f2} = \sum_t (GRF_{izquierda} - F_{izq1})^2$$

Siendo:

$GRF_{derecha}$ : la componente de reacción obtenida en la plataforma derecha

$GRF_{izquierda}$ : la componente de reacción obtenida en la plataforma izquierda

$F_{der1}$ : la componente de reacción del pie derecho

$F_{izq1}$ : la componente de reacción del pie izquierdo en función de los parámetros del pie derecho

- Optimización doble apoyo 2

$$A_f = \sum_t (GRF_{izquierda} - F_2)^2$$

Siendo:

$GRF_{izquierda}$ : la componente de reacción obtenida en la plataforma izquierda

$F_2$ : la componente de reacción del pie izquierdo

Hay que destacar que en el apoyo 0, tenemos que poner la componente de reacción del pie derecho en función del pie izquierdo, que es la que estamos suponiendo (ya que es el pie que sale de la fase de doble apoyo), o lo que es lo mismo, ponerlo todo en función del coeficiente de optimización que queremos calcular. Lo mismo ocurre en el apoyo 1, pero en este caso al contrario, poner los parámetros del pie izquierdo en función del derecho.

También, en el apoyo 0 no estamos incluyendo los datos de la plataforma izquierda y del pie izquierdo porque básicamente no tenemos datos de la plataforma de fuerza en esa fase para el pie izquierdo. Lo mismo ocurre en el apoyo 2 para los datos del pie derecho.

Una opción posible en este caso hubiera sido unificar la optimización del apoyo 0 y 2, ya que se supone que forman parte de la misma fase de apoyo, es decir, cuando entra en contacto el pie derecho y cuando sale del contacto el pie izquierdo. La optimización hubiera resultado algo parecido a la fórmula del apoyo 1.

Sin embargo, esto no resultaría del todo válido porque no tenemos datos de la plataforma izquierda en el apoyo 0 ni datos de la derecha en el apoyo 2, y en consecuencia los datos en dicho apoyo no podrían solaparse entre ellos ya que, por ejemplo, reacciones supuestas del pie izquierdo en el apoyo 0 no son iguales a las supuestas del pie izquierdo para el apoyo 2 (pasa lo mismo con las calculadas del pie derecho). Esto traería como consecuencia una optimización bastante deficiente si lo hiciéramos de esta forma.

Por otro lado, en el apoyo 2 podríamos haber optimizado las reacciones del pie izquierdo, que es el que estamos calculando y no suponiendo. De esta manera conseguiríamos unos resultados optimizados más ajustados para el pie izquierdo, pero más incorrectos en el pie derecho. Por este motivo, para conseguir una optimización equitativa para los dos pies, hemos decidido unificarlos en el apoyo 1 para hacer la optimización.

Pues con lo definido anteriormente, ya podemos proceder a realizar el cálculo de la optimización.

Una vez obtenido el coeficiente optimizado,  $Coef$ , para cada una de las componentes que necesitamos calcular, es hora de emplear la ecuación (8) para obtener los valores de las reacciones.



Para hacernos una idea de las formas de las gráficas que se pueden obtener con esta función dependiendo de los distintos valores del coeficiente podemos referirnos a la siguiente figura:

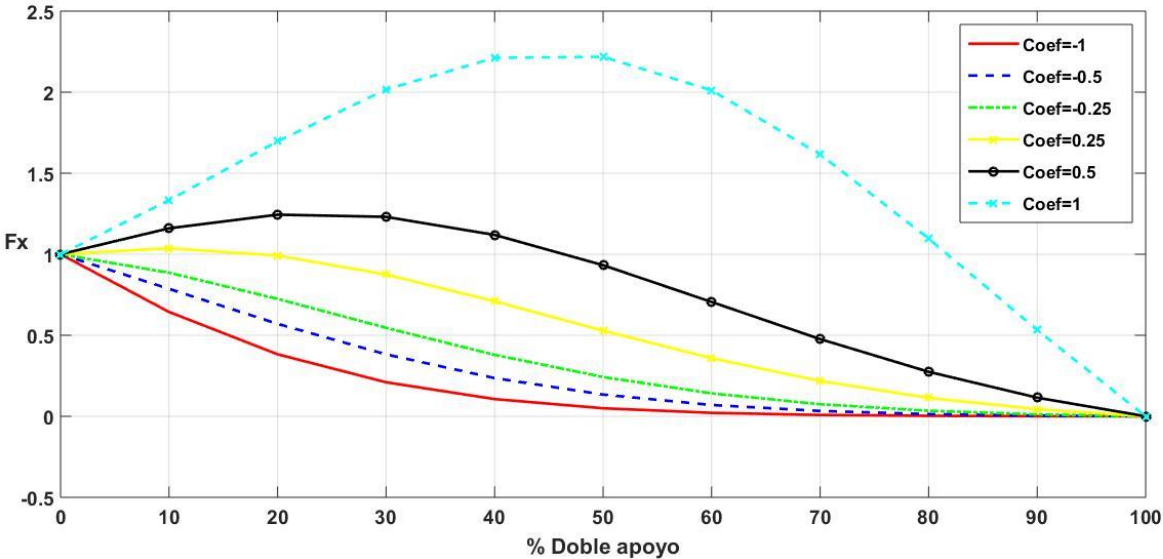


Figura 5. Resultados para distintos valores de coeficiente

En los siguientes apartados veremos los resultados obtenidos de emplear este método y los compararemos con los estudiados y obtenidos anteriormente por Ren.

## 3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez que se ha terminado de explicar el objetivo y el desarrollo práctico de nuestro estudio, vamos a ver y comparar los resultados obtenidos de la realización de la simplificación y los que se obtenían anteriormente cuando el cuerpo estaba dividido por partes.

De la misma forma los resultados de la optimización también serán analizados con los datos de las gráficas calculadas mediante Ren y con los datos experimentales obtenidos por las plataformas.

### 3.1 Resultados obtenidos de la simplificación

En este apartado, desarrollaremos los resultados obtenidos de la simplificación realizada definiendo el cuerpo como un único sólido en vez de un cuerpo dividido en varios elementos.

Como se desarrolló anteriormente, se ha realizado el mismo cálculo de dinámica inversa dividiendo el cuerpo en varios elementos y considerando el cuerpo como un sólido completo, y lo que buscamos es obtener los mismos resultados pero realizados de una manera más simple y comprensible.

A continuación en las siguientes gráficas, se pueden observar los resultados obtenidos de las dos formas. En cada gráfica se muestran 6 figuras. Las tres de la parte superior se corresponden con las fuerzas de reacción con el suelo en coordenadas globales,  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$  ordenadas de izquierda a derecha. Del mismo modo, en la parte inferior se dibujan los momentos de reacción con el suelo,  $M_x$ ,  $M_y$  y  $M_z$ . También hay que comentar que las curvas dibujadas en línea continua se corresponden con los datos reales de plataforma y las curvas en línea discontinua de puntos a los resultados de la dinámica inversa.

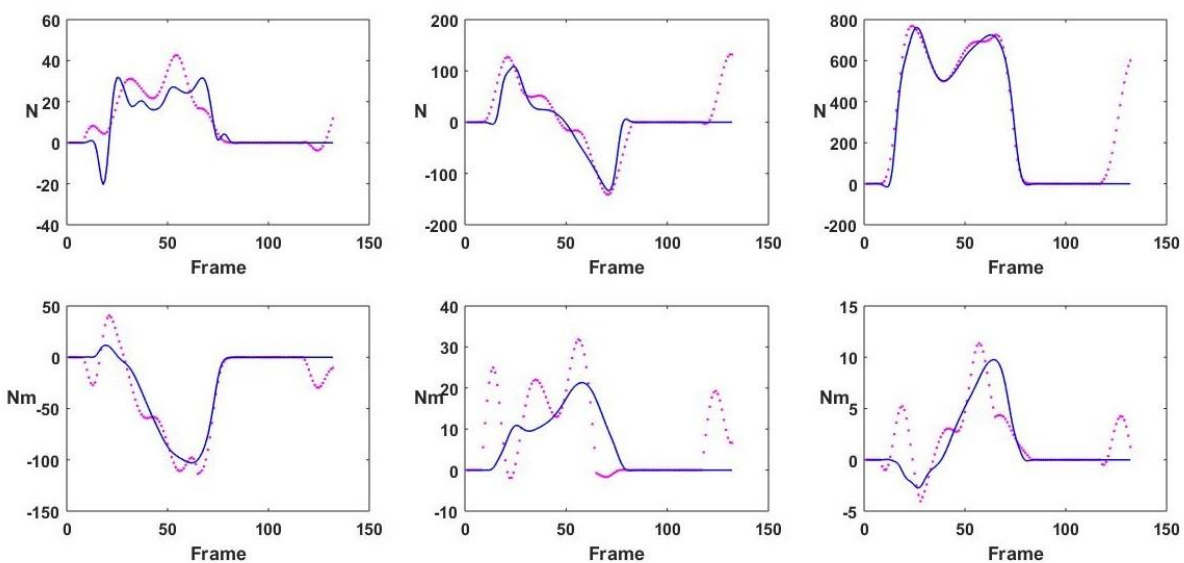


Figura 6. Resultados dinámica inversa simplificada para tobillo derecho

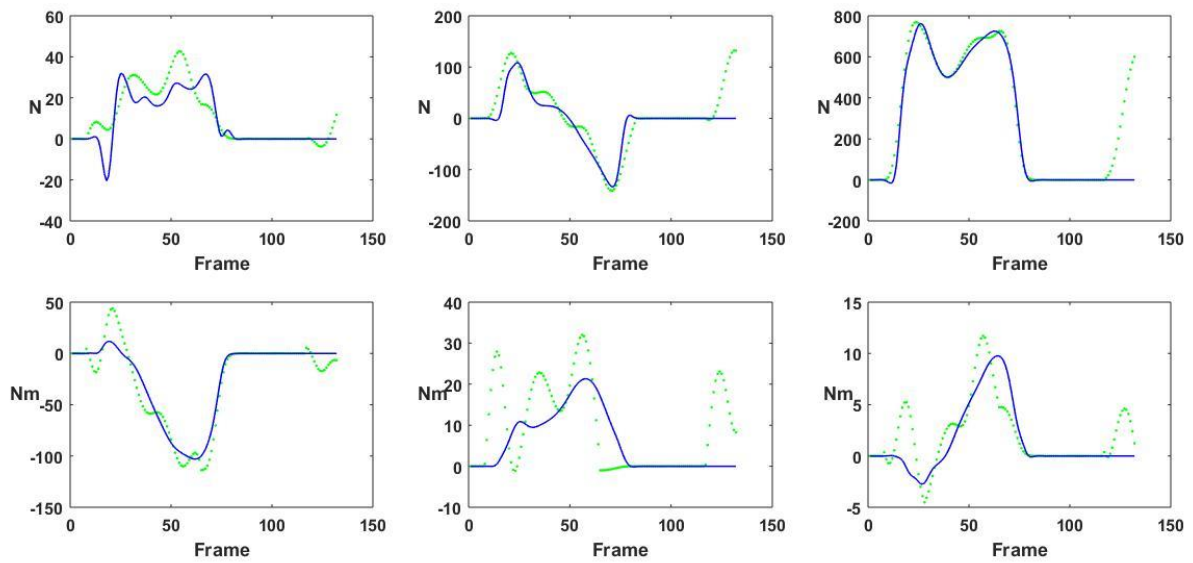


Figura 7. Resultados dinámica inversa sin simplificar para tobillo derecho

Puede observarse que los resultados son idénticos para ambos casos, lo cual nos hace confirmar que la simplificación ha funcionado correctamente para el caso del pie derecho.

Veamos ahora el caso para el pie contrario.

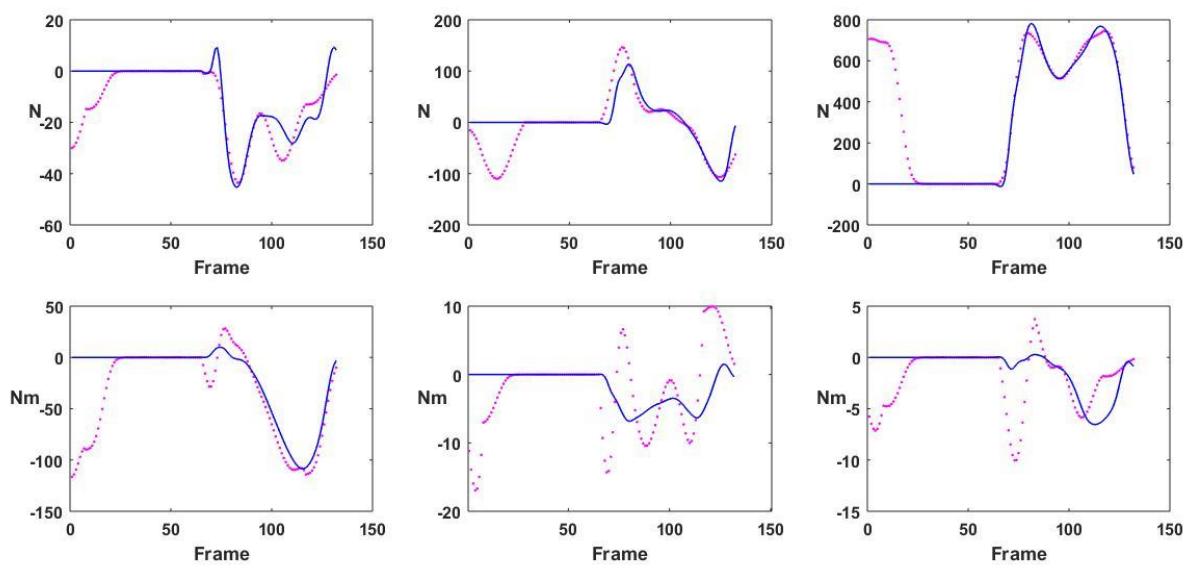


Figura 8. Resultados dinámica inversa simplificada para tobillo izquierdo

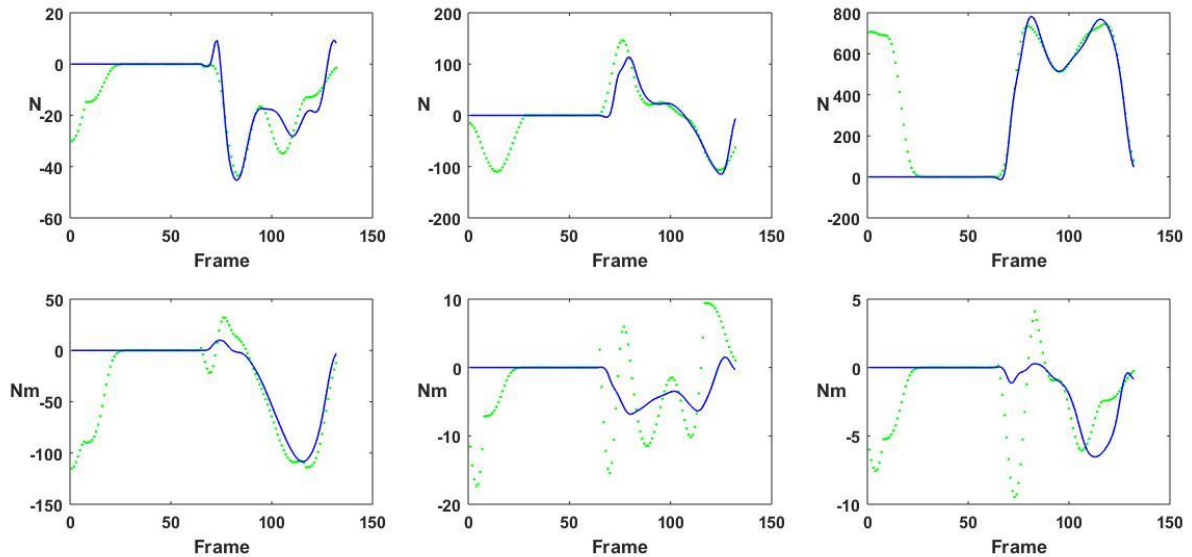


Figura 9. Resultados dinámica inversa sin simplificar para tobillo izquierdo

Como se puede comprobar, los resultados obtenidos por los dos métodos son equivalentes para ambos casos, por lo que se demuestra que la simplificación ha sido efectiva y el objetivo de eliminar cálculos innecesarios para obtener un método más simple con el mismo resultado se ha cumplido.

Este ha sido el primer objetivo que realizar antes de pasar a la optimización de las fases de doble apoyo. Además, esta simplificación también ha permitido que todos los pasos posteriores de optimización se vuelvan mucho más sencillos que si hubiéramos tenido el caso del cuerpo dividido en segmentos.

### 3.2 Resultados obtenidos de la optimización

En primer lugar, vamos a exponer los resultados obtenidos de realizar la dinámica inversa para obtener las reacciones, cogiendo de referencia el centro de cada pie y en coordenadas globales, y optimizando las fases de doble apoyo según los descrito en apartados anteriores.

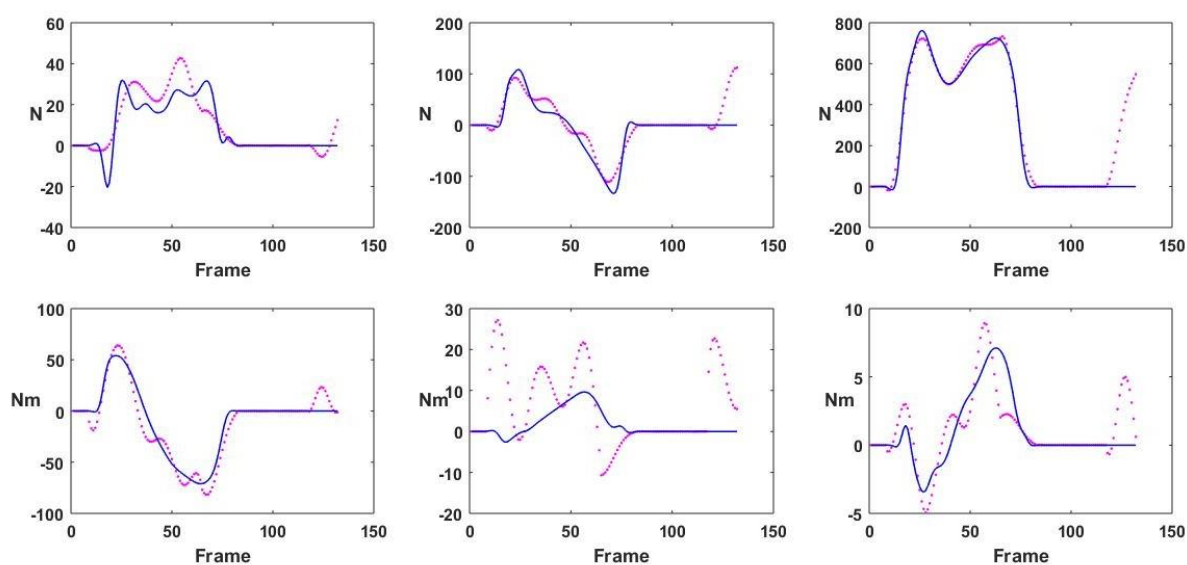


Figura 10. Optimización en pie derecho en globales

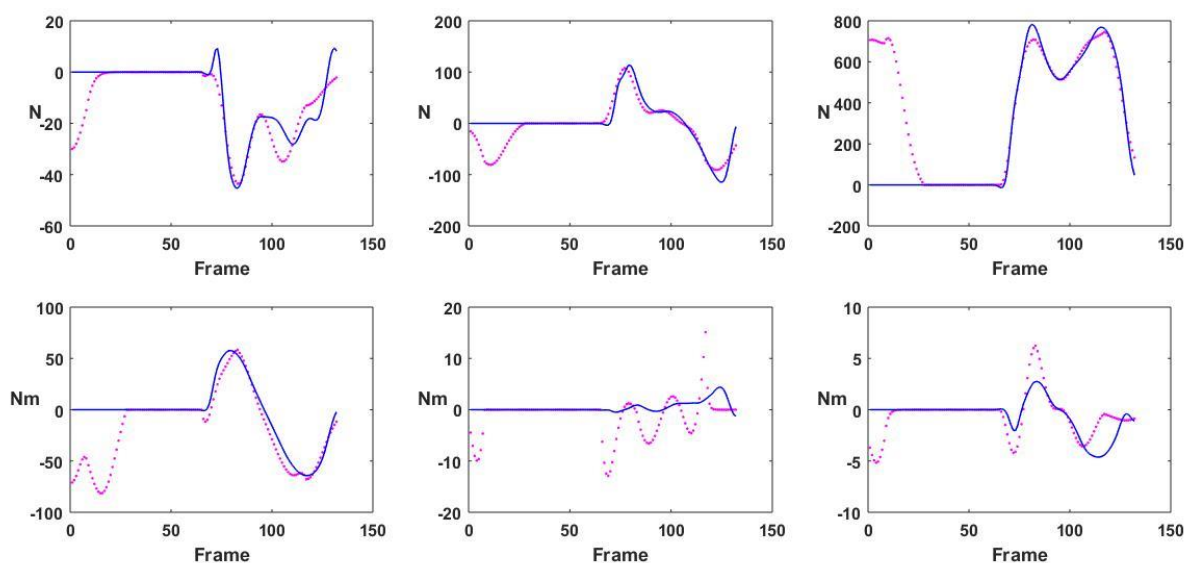


Figura 11. Optimización en pie izquierdo en globales

Además de esto, también hemos calculado las reacciones en la proyección del centro del tobillo. Hemos elegido calcular también en esta referencia porque en anteriores estudios se había elegido este punto de estudio también y porque algunos resultados de las gráficas que se obtienen se ajustan más a los datos de la plataforma en el simple apoyo.

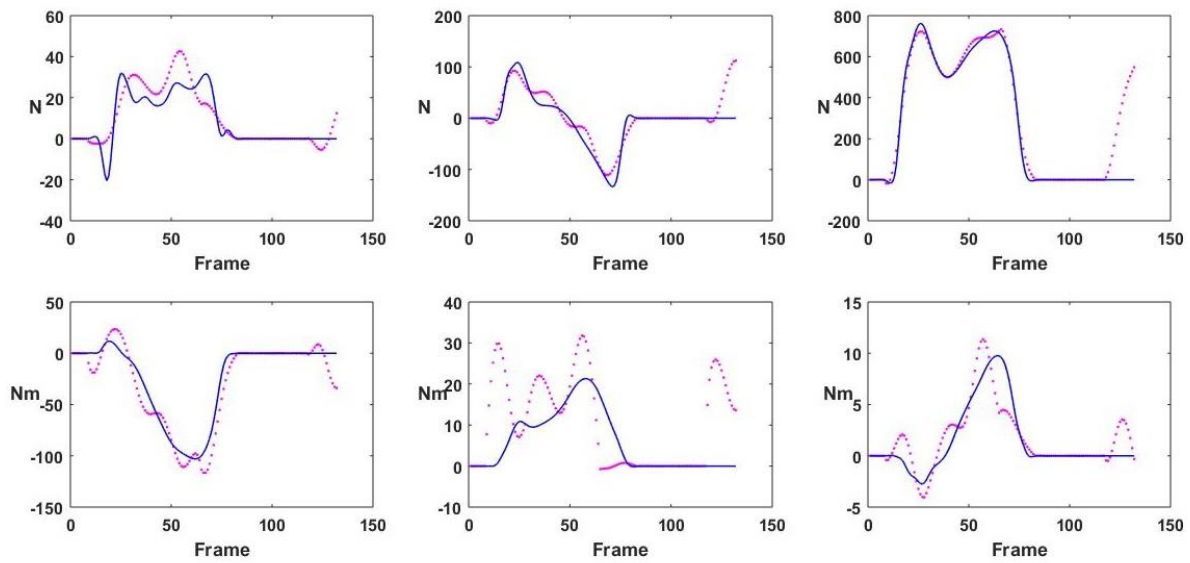


Figura 12. Optimización en proyección de tobillo derecho en globales

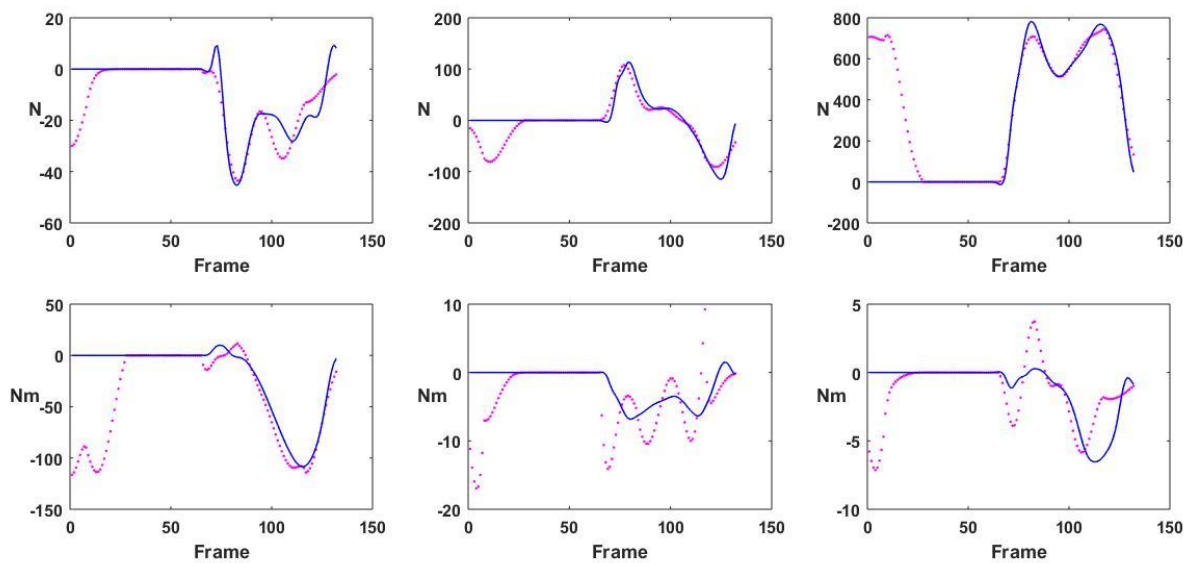


Figura 13. Optimización en proyección de tobillo izquierdo en globales

Como se ha podido observar, los resultados se ajustan bastante a los datos obtenidos por la plataforma. Principalmente, la gráfica de las fuerzas verticales,  $F_z$ , es la que más se ajusta a los datos reales. Por otro lado, las gráficas con más desviaciones son las de los momentos, concretamente la gráfica para  $M_y$ .

En la siguiente tabla, se pueden ver los coeficientes obtenidos tras hacer la optimización para cada una de las reacciones, tanto de fuerzas como de momentos, para cada una de las fases de doble apoyo:

Reacción \ Apoyo	0	1	2
Fx	-1.5546	0.1657	-0.0178
Fy	0.2937	0.4052	0.5063
Fz	0.1961	0.1116	0.0199
Mx	0.7969	0.2645	0.0036
My	-26.6417	-0.0319	-7.2786
Mz	-3.2147	0.3541	1.0456

Tabla 1. Resultados de coeficientes para cada reacción

Como puede observarse, se obtienen resultados bastante dispares, tanto valores negativos como positivos, por ejemplo el valor -26.6417 para la componente de My en el apoyo 0 o el valor de 1.0456 para Mz en el apoyo 2.

Sin embargo, con todos estos valores se consiguen resultados más optimizados que utilizando es coeficiente 2/3, como se define en Ren [2], para todas las reacciones.

A continuación, se muestra algunos ejemplos de valores de la diferencia entre el valor experimental y en calculado de las reacciones (9) mediante el coeficiente de Ren y los obtenidos de la optimización.

Para el caso de Fy en el apoyo 1, utilizando el coeficiente 2/3 se obtenía una diferencia un valor de 51063.94. Por otro lado, utilizando en valor del coeficiente optimizado, 0.4052 para este caso, se obtiene un valor de 14821.93.

Para el caso de Mx en el apoyo 0 del pie derecho, utilizando el coeficiente 2/3 se obtenía una diferencia un valor de 3999.09. Por otro lado, utilizando en valor del coeficiente optimizado, 0.7969 para este caso, se obtiene un valor de 1710.79.

Se ha reducido bastante la diferencia entre valor experimental y calculado, es decir, hemos ajustado mejor el conjunto de valores de las reacciones calculadas a los valores recogidos por las plataformas de fueras para las fases de doble apoyo.

Estos datos numéricos de la diferencia pueden observarse gráficamente en el siguiente apartado, donde se muestra la comparación entre los cálculos usando el método de Ren y el optimizado, teniendo como referencia los valores experimentales de la plataforma.

### 3.3 Comparación de datos optimizados con no optimizados

Ahora que tenemos los datos de los resultados optimizados, para comprobar si la optimización ha sido efectiva o no, vamos a comparar con los datos que no están optimizados.

A continuación, se mostrarán las gráficas de comparación, donde se ha cogido como punto de referencia la proyección del tobillo en coordenadas globales. Las componentes del tobillo derecho se representan en las figuras de la izquierda y las de tobillo izquierdo en las figuras derechas.

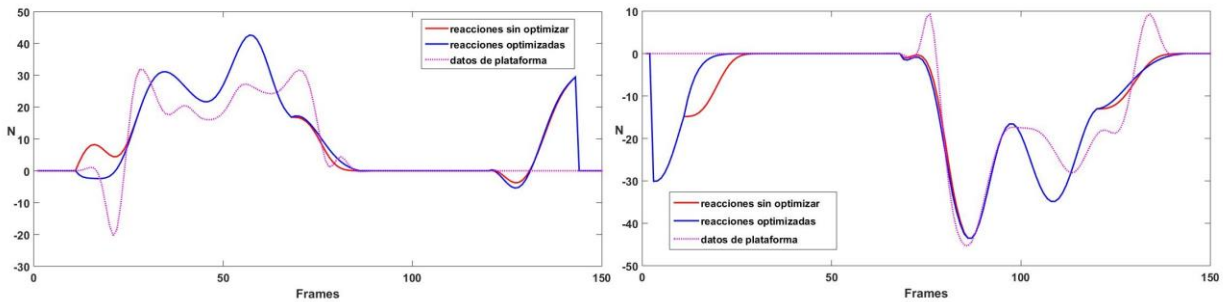


Figura 14. Comparación  $F_x$  para proyección tobillo derecho e izquierdo

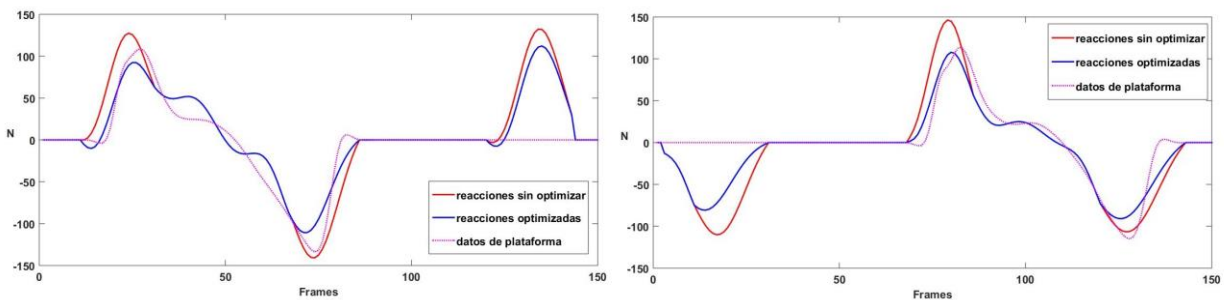


Figura 15. Comparación  $F_y$  para proyección tobillo derecho e izquierdo

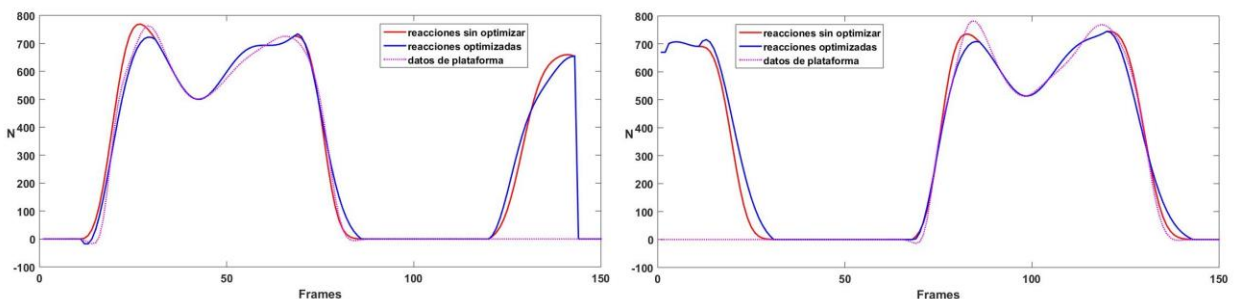


Figura 16. Comparación  $F_z$  para proyección tobillo derecho e izquierdo



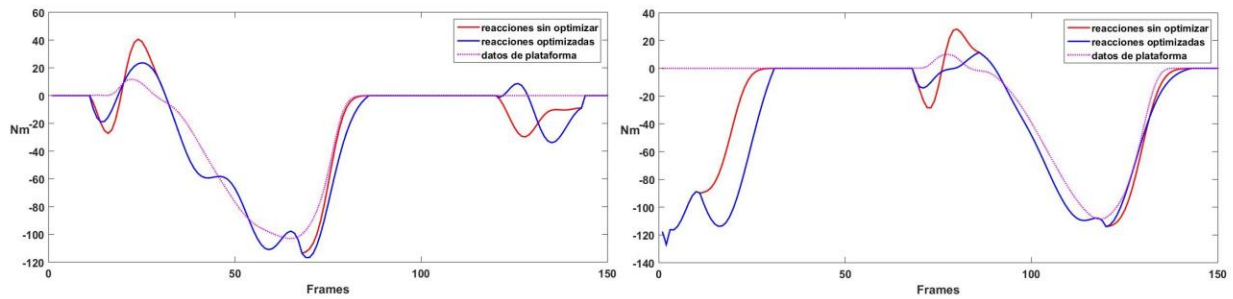


Figura 17. Comparación Mx para proyección tobillo derecho e izquierdo

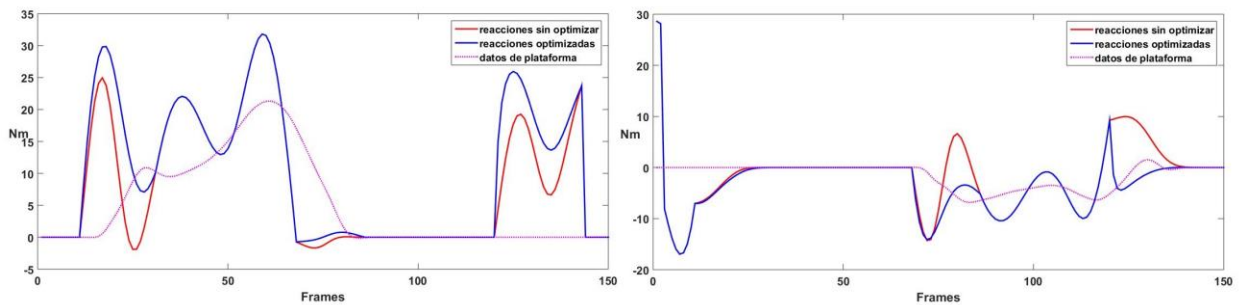


Figura 18. Comparación My para proyección tobillo derecho e izquierdo

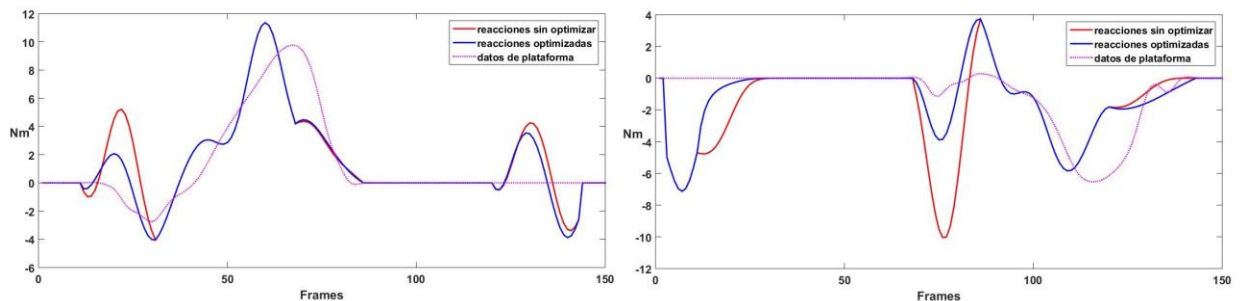


Figura 19. Comparación Mz para proyección tobillo derecho e izquierdo

Como podemos comprobar en los gráficos, las curvas de los datos optimizados (en azul) se ajustan más a datos de la plataforma (línea de puntos) en la mayoría de los casos que los datos no optimizados (en rojo).

Hay que comentar que los tiempos en los que empiezan y acaban los doble apoyos son los siguiente: el doble apoyo 0 tiene inicio en el instante 11 y fin en el 31, el doble apoyo 1 tiene su inicio en el instante 68 y finaliza en el 86 y por último el doble apoyo 2 se inicia en el instante 120 y finaliza en el 143.

Si nos fijamos más detalladamente en algunos resultados podremos apreciar y analizar de qué forma ha influido la optimización en los resultados.

Para los casos por ejemplo de My en el pie derecho o Mz en el pie izquierdo, podemos apreciar como los resultados de la optimización disminuyen considerablemente la diferencia entre valor real y calculado.

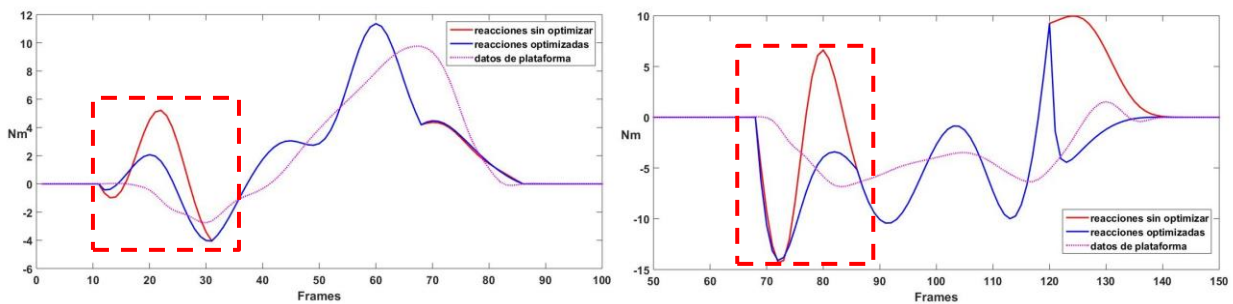


Figura 20.  $M_z$  de tobillo derecho (gráfica izquierda) y  $M_y$  de tobillo izquierdo (gráfica derecha)

En ambos ejemplos, la curva obtenida para el caso de la optimización disminuye con respecto a la obtenida por Ren, ya que los valores en sus picos se aproximan más a los valores reales, lo cual hace que disminuya el error entre ambos. Esta disminución llega a ser hasta la mitad del valor del pico de la función obtenida por Ren.

Si nos fijamos ahora en los resultados obtenidos para  $F_y$  tanto en pie derecho como izquierdo, podemos comprobar gráficamente lo que se comentaba en el apartado 2.3 al hablar de las diferentes opciones de optimización que podíamos elegir.

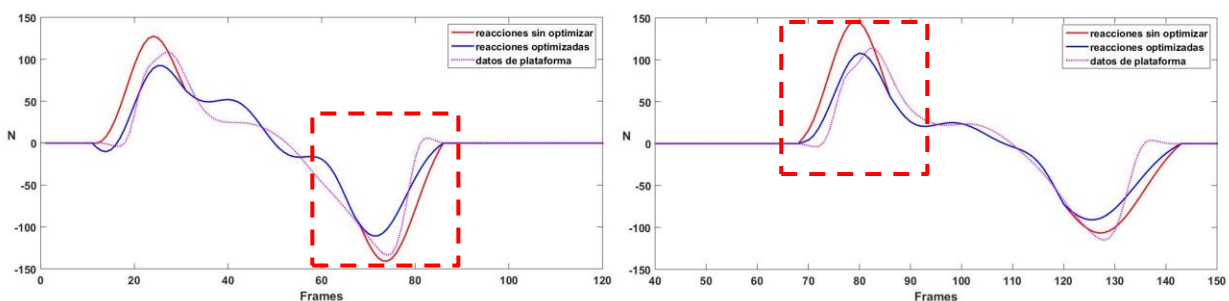


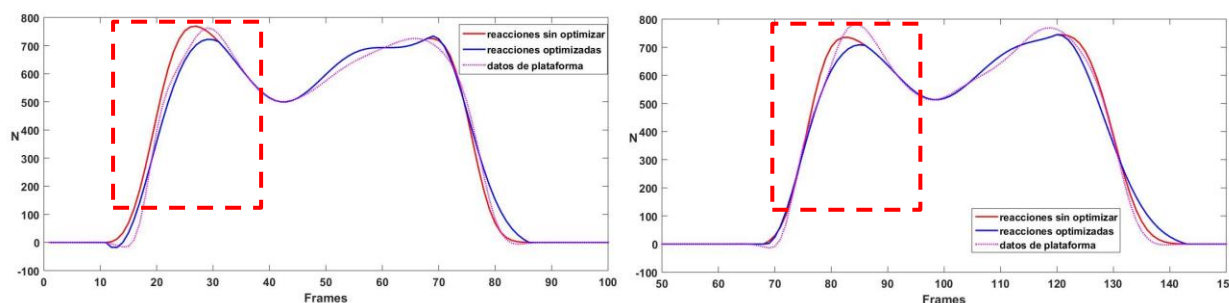
Figura 21.  $F_y$  tobillo derecho (gráfica izquierda) y  $F_y$  tobillo izquierdo (gráfica derecha)

Como se puede apreciar en la figura, para el caso del pie derecho parece que la curva optimizada se vuelve más inexacta que la no optimizada, ya que su valor en el pico está más alejado del valor real. Sin embargo, si realizamos el cálculo de cual es el valor de la diferencia entre los resultados reales y los calculados durante toda la fase del doble apoyo nos hacen pensar lo contrario ya que para el caso de la optimización el error es de 8547,40 y el error de la curva no optimizada de 17225,52.

Con estos valores podemos comprobar que, aunque a simple vista parece que la curva ha empeorado, numéricamente la curva optimizada en su conjunto es más próxima a la real que la calculada no optimizada.

Por otro lado, para el caso del pie izquierdo se aprecia que la curva optimizada se ajusta mejor a la real en toda la fase de doble apoyo que la no optimizada y además el valor del error lo confirma también para este caso.

Para acabar, podemos fijarnos en la curva más significativa de todas, los resultados de Fz. Lo cambios más significativos se producen en la fase de doble apoyo 0 para el pie derecho y en el apoyo 1 del pie izquierdo.



Figuraa 22. Fz de tobillo derecho (gráfica izquierda) y Fz de tobillo izquierdo (gráfica derecha)

Aunque tanto la curva optimizada y la no optimizada son bastante parecidas, podemos observar que el principal cambio es el desplazamiento del valor del pico de la función. Para ambos casos podemos ver que el valor ha disminuido levemente, pero se ha aproximado más al valor real de la curva en el eje horizontal, es decir en el eje del tiempo.

### 3.4 Comparación de datos con apoyo simple modificado

Para poder estudiar de otra forma la eficacia de la optimización, vamos a igualar los resultados de las fases de apoyo simple a los resultados reales de la plataforma. De esta forma, cuando empiecen las fases de doble apoyo, las fases que vamos a optimizar, el comienzo coincidirá exactamente con los resultados reales. Así podremos estudiar específicamente las zonas de doble apoyo sin que influyan los resultados calculados y obtenidos en simple apoyo.

Podremos ver si la diferencia entre resultados optimizados y no optimizados es significativa o si no existe mucha diferencia.

Antes de pasar a analizar los resultados, hay que decir que no es posible hacer esta comparación para todas las fases del doble apoyo.

En la fase 0 de doble apoyo los resultados obtenidos no pueden ser comparados ya que, al no tener datos de la plataforma en esta fase para el pie izquierdo, que es en el pie donde se están suponiendo las reacciones de doble apoyo, en el principio del ciclo que es de simple apoyo, pues la fase a suponer de doble apoyo va desde un valor nulo al principio a otro valor nulo al final. Por lo tanto, ya que no hay suposición de la curva válida para este caso no podemos tenerlo en cuenta ahora.

Además, en la fase 1 de doble apoyo, la suposición que se está calculando no es del todo real porque tal y como se describió en el apartado 2.3, en la optimización se están incluyendo tanto los datos del pie derecho como del izquierdo y el resultado es una optimización conjunta de ambos. Sin embargo, los datos de suposición no optimizados sólo está teniendo en cuenta los datos del pie derecho, por lo que la comparación no sería del todo equitativa entre suposición optimizada y suposición no optimizada.

Finalmente, sólo nos queda los datos de la fase 3 de doble apoyo, en la cual sí podemos comparar directamente

ambos resultados porque en este caso sí tenemos datos reales de la plataforma en la fase de simple apoyo del pie supuesto y se está suponiendo simplemente un pie sin incluir en la optimización a los dos.

A continuación, podremos ver los resultados obtenidos de este análisis.

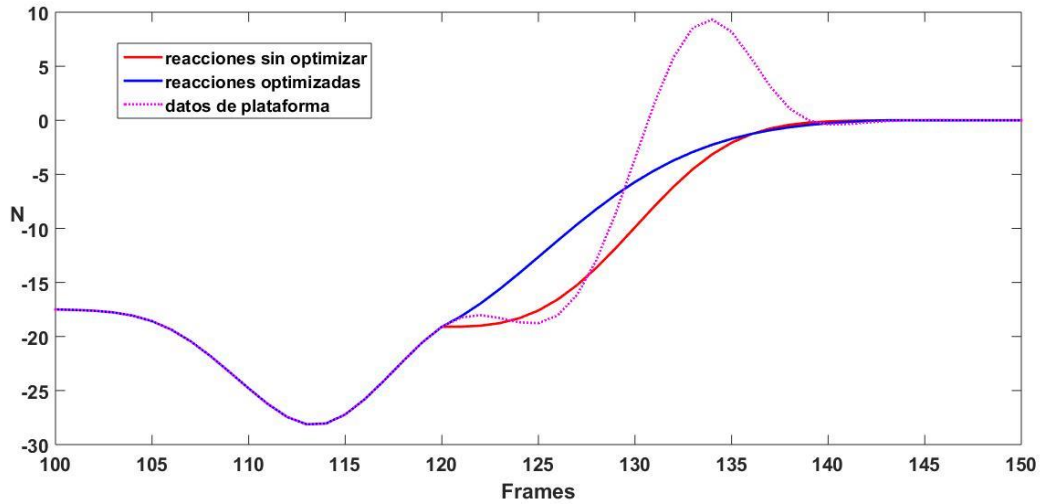


Figura 23.  $F_x$  de doble apoyo 2 en pie izquierdo

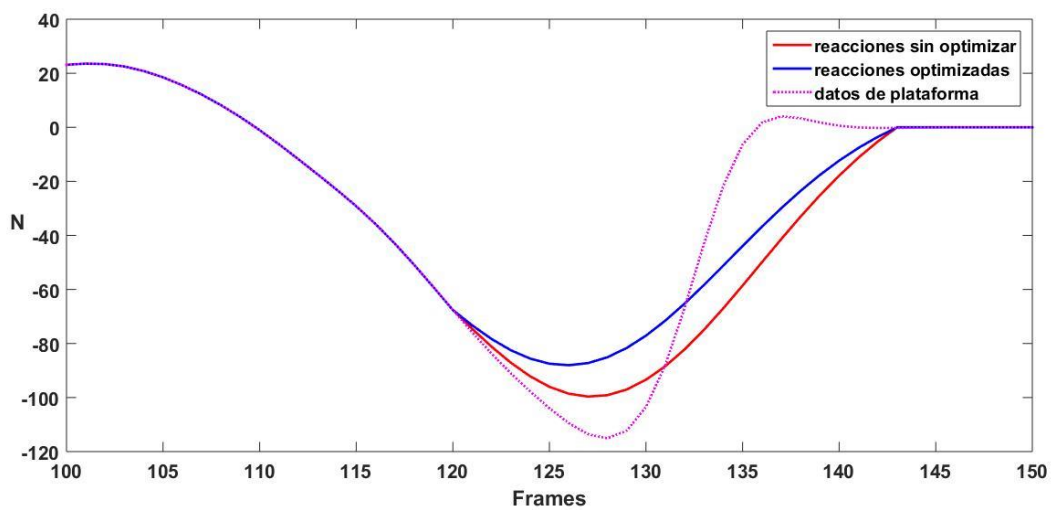


Figura 24.  $F_y$  de doble apoyo 2 en pie izquierdo

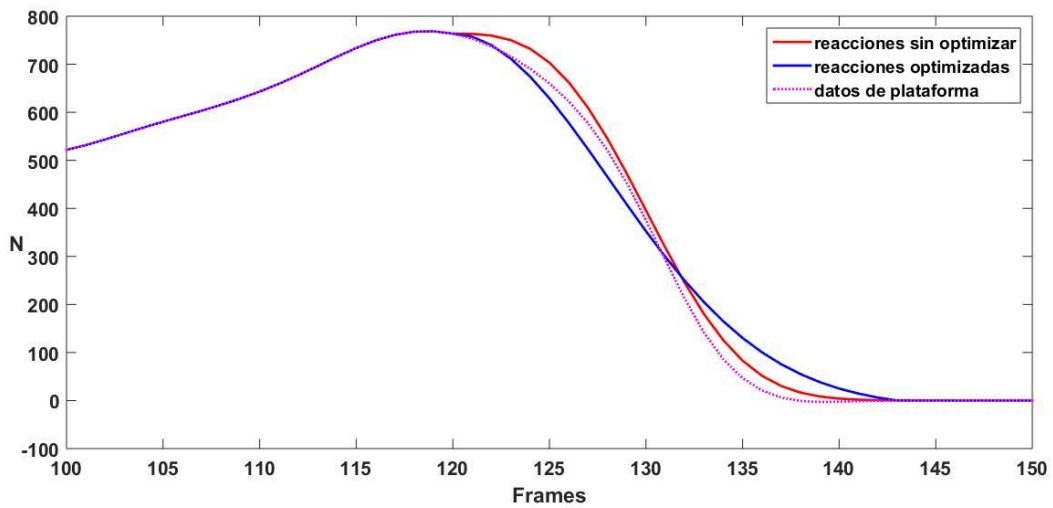


Figura 25. Fz de doble apoyo 2 en pie izquierdo

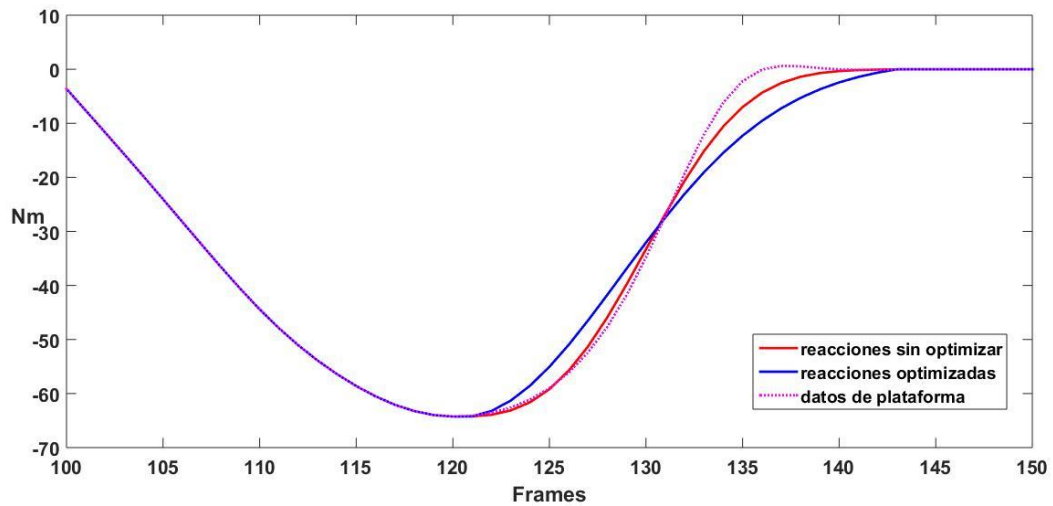


Figura 26. Mx de doble apoyo 2 en pie izquierdo

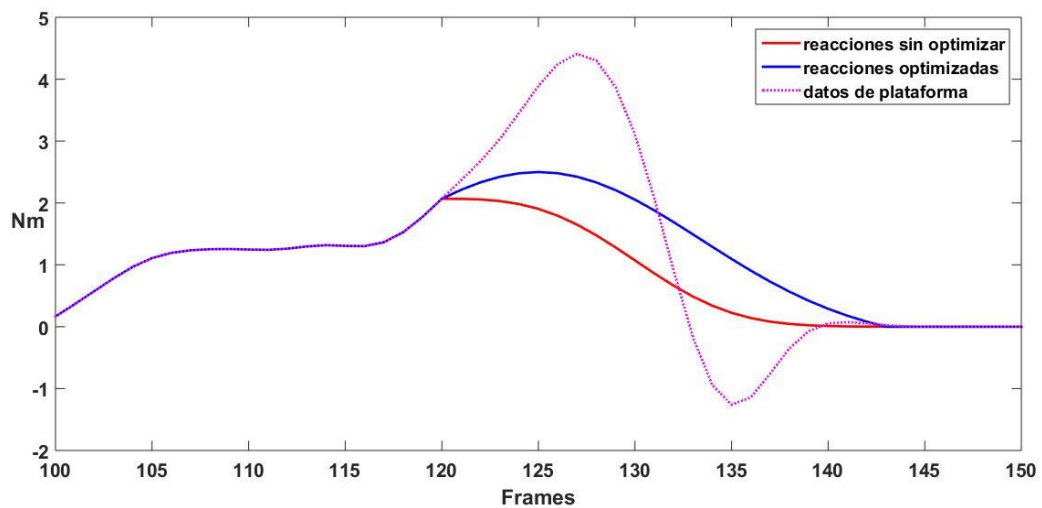


Figura 27. My de doble apoyo 2 en pie izquierdo

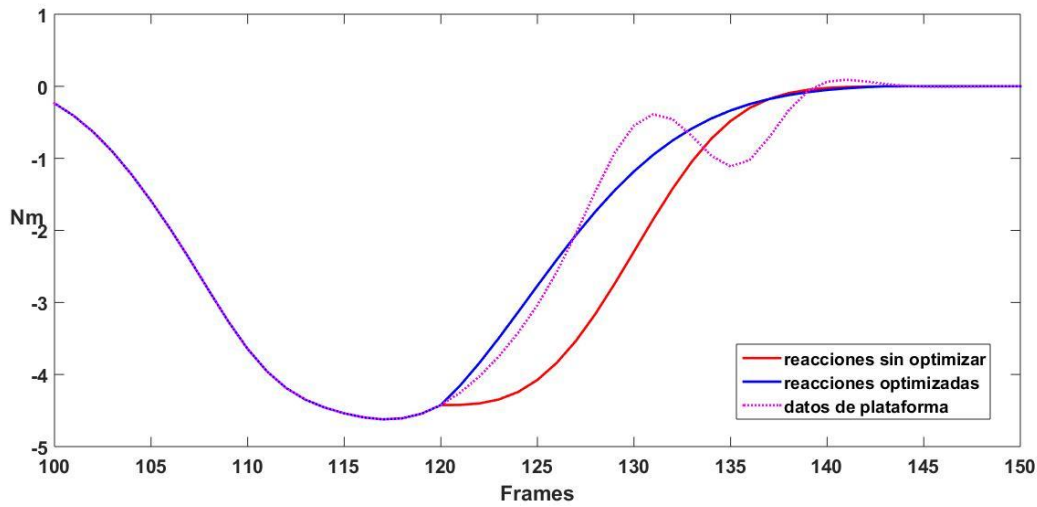


Figura 28.  $M_z$  de doble apoyo 2 en pie izquierdo

Los valores obtenidos del coeficiente para las funciones de suposición para las curvas optimizadas son los siguientes:

Componente	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mz
Valor de Coef	-0.2546	0.5448	0	0.0458	0.4592	-0.3199

Tabla 2. Resultado coeficiente para doble apoyo 2 en apoyo simple modificado

Estos valores nos indican que los coeficientes han variado bastante unos de otro según la componente calculada y la mayoría están lejanos al coeficiente definido en [2] como  $2/3$ . Sin embargo, el resultado final está muy parejo, aunque matemáticamente se demuestre que existe una optimización del error.

Finalmente, como se ha visto anteriormente, tanto los resultados de la suposición optimizada (curvas azules) como de la no optimizada (curvas rojas) son bastantes parecidos. Es cierto que en los datos optimizados se aprecia una ligera mejora y un mejor ajuste a los datos medidos por la plataforma, pero la diferencia con los datos no optimizadas no es muy significativa y está un poco sujeta al instante donde se inicie la fase de doble apoyo.

# 4 CONCLUSIÓN

Como conclusión podemos decir que el objetivo del trabajo se ha alcanzado y tanto los resultados de la simplificación como de la optimización son positivos, aunque es cierto que no ofrecen una mejora considerablemente significativa.

Respecto a la simplificación realizada para el cálculo de la dinámica inversa, hemos obtenido los mismos resultados que los que se obtuvieron con el cuerpo multisegmento. El mayor avance obtenido con esta simplificación ha sido el disminuir posibles dificultades para los cálculos de optimización y lógicamente reducir bastante el problema de la dinámica inversa ya que se obvian todos los términos de las fuerzas de reacción entre los diferentes segmentos del cuerpo y nos centramos simplemente en el cuerpo como un conjunto, con el objetivo de obtener las reacciones con el suelo.

En relación a la optimización, los valores obtenidos también nos muestran unos resultados positivos. Se ha visto que utilizando el método optimizado disminuimos la diferencia entre los datos calculados y reales obtenidos por la plataforma. Tal y como se comentó en el apartado 1.1 sobre la importancia de reducir los residuales dinámicos, este método nos ha permitido reducir estos valores con respecto al método de Ren [2].

Es cierto que de alguna forma los resultados están sujetos a los valores obtenidos en el apoyo simple, y como se vio anteriormente, para algunos casos es complicado ajustar los valores calculados en el doble apoyo a los experimentales de la plataforma ya que los valores previos de apoyo simple de los que depende están bastante alejados de los obtenidos en la plataforma.

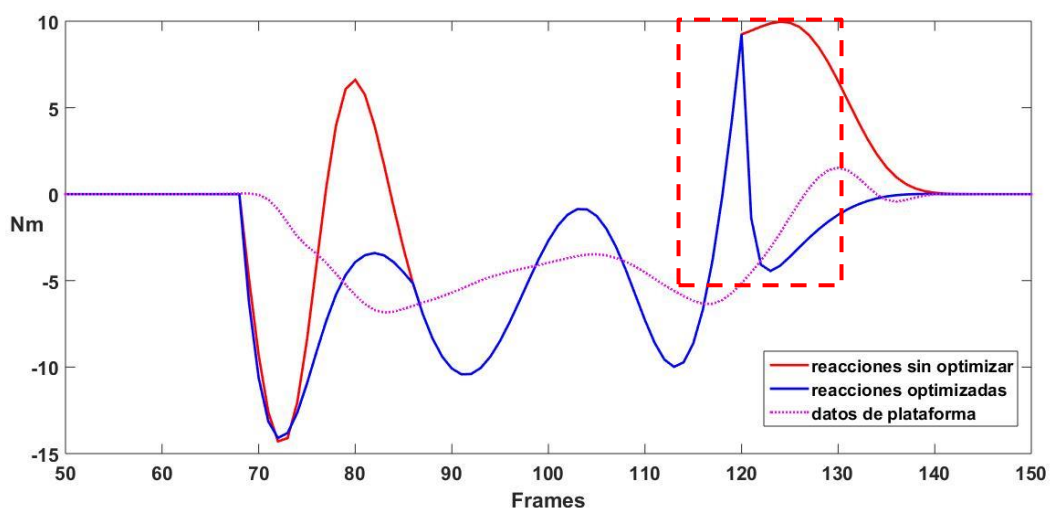


Figura 29. Resultados  $M_y$  para tobillo izquierdo en doble apoyo 2

Sin embargo, cuando se ha estudiado la optimización cuando los resultados en simple apoyo eran idénticos a los de la plataforma, los resultados optimizados son ligeramente mejores que los no optimizados, ya que se

ajustan mejor a los valores reales, pero la diferencia no es demasiado significativa.

Como nuevos objetivos, se podría estudiar la última parte del trabajo de Villeger [3], donde se define una serie de fórmulas para cada reacción en función de los datos de las reacciones previas al doble apoyo y de la velocidad de marcha.

También se podría aplicar este estudio para el pie multisegmento definido en el modelo de Oxford, el cual divide el pie en tres segmentos diferentes, donde habrá más incógnitas que habrá que calcular y suponer algunas reacciones entre los diferentes elementos del pie multisegmento.

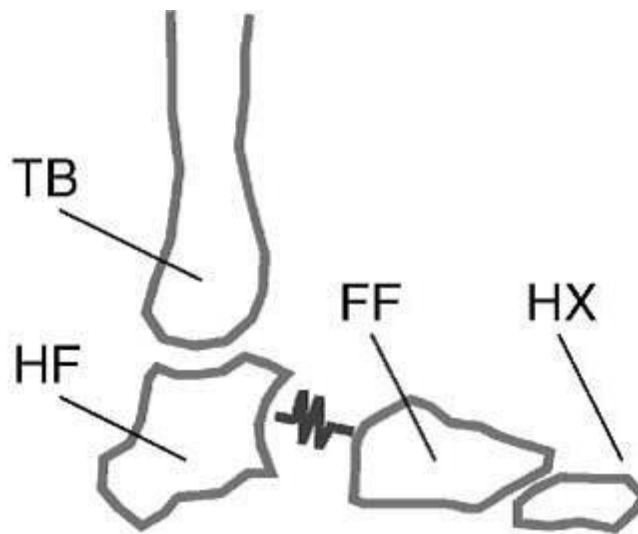


Figura 30. División del pie multisegmento del modelo de Oxford

Con el estudio realizado en este trabajo, podría aplicarse la optimización para obtener los valores de reacción entre los diferentes segmentos del pie multisegmento, donde sí se dispondría de datos de la plataforma y lo que habría que definir son los periodos en los que actúa cada una de las partes en el ciclo de marcha.

Esto nos aportaría un estudio más exacto sobre las interacciones entre el pie y el suelo durante el ciclo de marcha y se obtendrían unos resultados más próximos a la realidad.



# 5 CÓDIGO DE MATLAB

## Función principal de dinámica inversa simplificada

```
function [Fres cdg2 moment2 GRF2 Fres4 Fin Scoef
]=solveEquiWithoutGRF_simplificada
(GRF, pos, vell1, accl, AnimationData, MARKERS, datafile)

%MAIN
%solveID
%solveIDForceEqui
%clearvars -except GRF pos vell1 accl AnimationData MARKERS datafile MODEL
close all
clc
global MODEL
global AMTI

off=1; %activate or deactivate Fin

%#####
[position,JointPos] = PlugInGait(MARKERS,datafile);
%#####
Fres4 = zeros(size(GRF,1),6*MODEL.numBod);
moment2=zeros(size(GRF,1),3);
cdg2=zeros(size(GRF,1),3);

%Descripción de variables para fuerzas de inercia
sumInertialForces = zeros(1,3);
Fin = zeros(size(GRF,1),12);
Finf = zeros(size(GRF,1),12);
Finm = zeros(size(GRF,1),12);
Finmf = zeros(size(GRF,1),12);
Fres_pie_der=zeros(size(GRF,1),3);
Fres_pie_izq=zeros(size(GRF,1),6);

%Calculo de Fext
Fext =zeros(12,1);%Comprobar si el tamaño debe ser 12 o 6
bodymass=0;

for k=1:15
    bodymass=bodymass+MODEL.MassMatrix(6*k-5,6*k-5);
end

for k=1:2
    Fext (6*k-3,:) = -bodymass*9.81;%modificar según el significado de
MassMatrix
end

%F gravedad en cada segmento
Fext2 =zeros(6*MODEL.numBod,1);
for k=1:MODEL.numBod
    Fext2 (6*k-3,:) = -MODEL.MassMatrix(6*k-5,6*k-5)*9.81;
end

Fres = zeros(size(GRF,1),12);%Comprobar si el tamaño debe ser 12 o 6
```

```

p=zeros(15,4);
%pJ=zeros(MODEL.numJoint,3);
pC=zeros(15,3);
%pJ2=zeros(MODEL.numJoint,3);
pd=zeros(size(GRF,1),3);
Rleft_rot=zeros(size(GRF,1),1);
Rright_rot=zeros(size(GRF,1),1);

%finding double support times
%[th0, tt0, th, tt, th2, tt2] = DsupportTime(GRF);
th0=11; tt0=31; th=68; tt=86; th2=120; tt2=143;%Valores buenos Juana

h=0; %TO ENSURE THE ORDER
for i=1:size(GRF,1)
    %plate Forces and moments on mass centre

    Rleft=Rot_Mat(pos(i,7*7-3:7*7));
    Rright=Rot_Mat(pos(i,4:7));

    vec3=(AMTI.pos(1:3)-pos(i,7*1-6:7*1-4)); %From the mass centre of the
right foot to the centre of the right plate
    GRF2(i,1:3)=GRF(i,1:3);
    %GRF2(i,4:6)=GRF(i,4:6);
    %GRF2(i,4:6)=(Rright'*(GRF(i,4:6)+cross(vec3, GRF(i,1:3))))';
    GRF2(i,4:6)=(GRF(i,4:6)+cross(vec3, GRF(i,1:3)))';

    vec3=(AMTI.pos(4:6)-pos(i,7*7-6:7*7-4)); %From the mass centre of the
left foot to the centre of the left plate
    GRF2(i,7:9)=GRF(i,7:9);
    %GRF2(i,10:12)=GRF(i,10:12);
    %GRF2(i,10:12)=(Rleft'*(GRF(i,10:12)+cross(vec3, GRF(i,7:9))))';
    GRF2(i,10:12)=(GRF(i,10:12)+cross(vec3, GRF(i,7:9)))';

end
for i=1:size(GRF,1)

    %Matrices de rotación para usarlas en la optimización

    Rleft=Rot_Mat(pos(i,7*7-3:7*7));
    Rright=Rot_Mat(pos(i,4:7));

    %Cálculo de las Fin (de las F y de los Momentos)
    for k=1:15
        p(k,1:4) = pos(i,7*k-3:7*k);
        w(k,1:3) = vell(i,6*k-2:6*k);
        pC(k,1:3)=pos(i,7*k-6:7*k-4);
        R = Rot_Mat(p(k,1:4));

        % Inertial Forces

        Finf(i,1:3) =(MODEL.MassMatrix(6*k-5:6*k-3,6*k-5:6*k-3)* accl(i,6*k-
5:6*k-3)')*off; %Fin son las -F de inercia
        Fin(i,1:3)=Fin(i,1:3)+Finf(i,1:3);%Fin pie derecho
        Fin(i,7:9)=Fin(i,1:3);%Fin pie izquierdo (= que pie derecho)

        % Fuerzas inercias momentos
        H = ([cross([1 0 0],R'*w(k,:))';cross([0 1 0],R'*w(k,:))';cross([0 0
1],R'*w(k,:))']) * MODEL.MassMatrix(6*k-2:6*k,6*k-2:6*k) * R' * w(k,:);

```

```

        Finm(i,1:3)=(MODEL.MassMatrix(6*k-2:6*k,6*k-2:6*k) * R' *
accl(i,6*k-2:6*k)'+H)*off;
        Finm(i,4:6)=R*Finm(i,1:3)';
        Finm(i,10:12)=R*Finm(i,1:3)';

        %Momento que ejerce las f+Fext2 sobre Pie Derecho
        pd(i,1:3)=pos(i,1:3)-pos(i,7*k-6:7*k-4);
        if norm(pd(i,1:3))~=0;
            Finmf(i,1:3)=cross(-pd(i,1:3),(Finf(i,1:3)-Fext2(6*k-5:6*k-
3)'));
            %Finmf(i,1:3)=(Rright'*(cross(pd(i,1:3),Finf(i,1:3))))';
        else
            Finmf(i,1:3)=0;
        end

        %Momento que ejerce las f+Fext2 sobre Pie Izquierdo
        pd(i,4:6)=pos(i,7*7-6:7*7-4)-pos(i,7*k-6:7*k-4);
        if norm(pd(i,4:6))~=0;
            Finmf(i,4:6)=cross(-pd(i,4:6),(Finf(i,1:3)-Fext2(6*k-5:6*k-
3)'));
            %Finmf(i,4:6)=(Rleft'*(cross(pd(i,4:6),Finf(i,1:3))))';
        else
            Finmf(i,4:6)=0;
        end
        %GRF2(i,10:12)=(Rleft'*(GRF(i,10:12)+cross(vec3,GRF(i,7:9))))';
        Fin(i,4:6)=Fin(i,4:6)+Finm(i,4:6)+Finmf(i,1:3);%Momentos pie derecho
        Fin(i,10:12)=Fin(i,10:12)+Finm(i,10:12)+Finmf(i,4:6);%Momentos pies
izquierdo

    end

end

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:size(GRF,1)

    Rleft=Rot_Mat(pos(i,7*7-3:7*7));
    Rright=Rot_Mat(pos(i,4:7));

    if (i>=1 && i<th0) || (i>tt && i<th2)

        %funcion que me devuelva que la pierna derecha
está libre

        %Final forces
        Fres(i,7:9)=Fin(i,7:9)-Fext(7:9)';
        Fres(i,10:12)=(Fin(i,10:12));

    elseif i>tt0 && i<th

        %función que me devuelva que la pierna izq está
libre

```

```

%Final forces in Joint
Fres(i,1:3)=Fin(i,1:3)-Fext(1:3)';
Fres(i,4:6)=(Fin(i,4:6));

##### Double support 1
#####
elseif (i>=th && i<=tt)

%Suponemos las Fres del pie derecho

if h==1
Fx0(1,1:3)=Fin(i,1:3)-Fext(1:3)';
Fx0(1,4:6)=(Fin(i,4:6));

h=2;

ds=1;
Scoef1=Opt_Scoef_2(Fx0,Fin,Fext,GRF2,th,tt,ds,pos);
end

Fres(i,1:6)=DSUPPORT_prueba(Fx0,th,tt,i);
Fres_pruebal(i,1:6)=DSUPPORT_prueba_Villeger(Fx0,th,tt,i,Scoef1);

%Calculamosla Fres de pie izq
vecl=pos(i,1:3)-pos(i,7*7-6:7*7-4);
Fres(i,7:9)=Fin(i,7:9)-Fext(7:9)'-Fres(i,1:3);
%Fres(i,10:12)=(Fin(i,10:12)-Fres_pie_der(i,1:3));
Fres(i,10:12)=(Fin(i,10:12)-Fres(i,4:6)-
((cross(vecl,Fres(i,1:3)))));

%prueba optimizada
Fres_pruebal(i,7:9)=Fin(i,7:9)-Fext(7:9)'-Fres_pruebal(i,1:3);
Fres_pruebal(i,10:12)=(Fin(i,10:12)-Fres_pruebal(i,4:6)-
((cross(vecl,Fres_pruebal(i,1:3)))));

##### double support0
#####
elseif (i>=th0 && i<=tt0)

%Suponemos la Fres en el pie izquierdo
if h==0
Fx0(1,1:3)=Fin(i,7:9)-Fext(7:9)';
Fx0(1,4:6)=(Fin(i,10:12));

h=1;

ds=0;
Scoef0=Opt_Scoef_2(Fx0,Fin,Fext,GRF2,th0,tt0,ds,pos);

end

```

```

Fres(i,7:12)=DSUPPORT_prueba(Fx0,th0,tt0,i);

Fres_prueba0(i,7:12)=DSUPPORT_prueba_Villegier(Fx0,th0,tt0,i,Scoef0);
%Final forces pie derecho
vec0=pos(i,7*7-6:7*7-4)-pos(i,1:3);
Fres(i,1:3)=Fin(i,1:3)-Fext(1:3) '-Fres(i,7:9);
%i
%Fin
%Fext(2)
%Fres(i,8)
%Fres(i,4:6)=(Fin(i,4:6)-Fres_pie_izq(i,1:3));
Fres(i,4:6)=(Fin(i,4:6)-Fres(i,10:12)-
((cross(vec0,Fres(i,7:9)))));

%prueba optimizada
Fres_prueba0(i,1:3)=Fin(i,1:3)-Fext(1:3) '-Fres_prueba0(i,7:9);
Fres_prueba0(i,4:6)=(Fin(i,4:6)-Fres_prueba0(i,10:12)-
((cross(vec0,Fres_prueba0(i,7:9)))));

##### double support 2
#####
elseif (i>=th2 && i<=tt2)

%Suponemos la Fres en pie izq
if h==2
Fx0(1,1:3)=Fin(i,7:9)-Fext(7:9)';
Fx0(1,4:6)=(Fin(i,10:12));

h=3;

ds=2;
Scoef2=Opt_Scoef_2(Fx0,Fin,Fext,GRF2,th2,tt2,ds,pos);
end

Fres(i,7:12)=DSUPPORT_prueba(Fx0,th2,tt2,i);

Fres_prueba2(i,7:12)=DSUPPORT_prueba_Villegier(Fx0,th2,tt2,i,Scoef2);

%Final forces pie derecho
vec2=pos(i,7*7-6:7*7-4)-pos(i,1:3);
Fres(i,1:3)=Fin(i,1:3)-Fext(1:3) '-Fres(i,7:9);
Fres(i,4:6)=(Fin(i,4:6)-Fres(i,10:12)-
((cross(vec2,Fres(i,7:9)))));

%prueba optimizada
Fres_prueba2(i,1:3)=Fin(i,1:3)-Fext(1:3) '-Fres_prueba2(i,7:9);
Fres_prueba2(i,4:6)=(Fin(i,4:6)-Fres_prueba2(i,10:12)-
((cross(vec2,Fres_prueba2(i,7:9)))));

end

##### fin doble apoyo #####

```

```

end
%F de la función optimizada
Fres_test=Fres;
Fres_test(th0:tt0,:)=Fres_prueba0(th0:tt0,:);
Fres_test(th:tt,:)=Fres_prueba1(th:tt,:);
Fres_test(th2:tt2,:)=Fres_prueba2(th2:tt2,:);

for i=1:size(GRF,1)
    Rright = Rot_Mat( pos(i,4:7));
    Rleft = Rot_Mat(pos(i,46:49));
                                vecc=AnimationData.MODEL.JOINT.RAJC.childVec;
                                vecci=AnimationData.MODEL.JOINT.LAJC.childVec;
                                vec6d=pos(i,7*1-6:7*1-
4)+(Rright*vecc)';
                                vec6d(1,3)=0;
                                vec6i=pos(i,7*7-6:7*7-
4)+(Rleft*vecci)';
                                vec6i(1,3)=0;

                                vec6r=(AMTI.pos(1:3)-vec6d);
                                vec6l=(AMTI.pos(4:6)-vec6i);

                                GRF6(i,4:6)=GRF(i,4:6)+cross(vec6r,
GRF(i,1:3));

GRF6(i,10:12)=GRF(i,10:12)+cross(vec6l, GRF(i,7:9));
GRF6(i,1:3)=GRF(i,1:3);
GRF6(i,7:9)=GRF(i,7:9);
end

vecc=-AnimationData.MODEL.JOINT.RAJC.childVec;
vecci=-AnimationData.MODEL.JOINT.LAJC.childVec;
for ii=1:size(GRF,1)
    Rderecha = Rot_Mat( pos(ii,4:7));
    Rizquierda = Rot_Mat(pos(ii,46:49));
    %ponemos a 0 la coordenada z
    vectord=Rderecha*vecc;
    vectord(3)=0;
    vectori=Rizquierda*vecci;
    vectori(3)=0;
    %fres6(ii,4:6)=(Rderecha*(Fres(ii,4:6)))'+cross(vectord, Fres(ii,1:3));
    %fres6(ii,10:12)=(Rizquierda*(Fres(ii,10:12)))'+cross(vectori,
Fres(ii,7:9));
    fres6(ii,4:6)=((Fres(ii,4:6)))'+cross(vectord, Fres(ii,1:3));
    fres6(ii,10:12)=((Fres(ii,10:12)))'+cross(vectori, Fres(ii,7:9));

    fres6_opt(ii,4:6)=((Fres_test(ii,4:6)))'+cross(vectord,
Fres_test(ii,1:3));
    fres6_opt(ii,10:12)=((Fres_test(ii,10:12)))'+cross(vectori,
Fres_test(ii,7:9));
end
fres6(:,1:3)=Fres(:,1:3);
fres6(:,7:9)=Fres(:,7:9);
fres6_opt(:,1:3)=Fres_test(:,1:3);
fres6_opt(:,7:9)=Fres_test(:,7:9);

```

```

%Para quitar la zona del DS al principio en pie izq y al final en pie der
%%Fres(100:150,1:6)=0;
%Fres(1:50,7:12)=0;
Scoef=[Scoef0,Scoef1,Scoef2];
%Scoef=[Scoef0,Scoef2];

%fres2(1:100,1:6)=Fres(1:100,1:6);
%fres2(1:100,7:12)=Fres(1:100,7:12);
%multiplot (Fres,GRF2)
%multiplot (fres6,GRF6)
%figure(714)
%plot(Fres(:,2))
%hold on
%figure(300)
%multiplot(Fres_test,GRF2)
multiplot(fres6_opt,GRF6)

%W=size(Fres_test)
%Y=size(GRF2)
figure(200)
%plot(Fres(:,10),'r')
plot(fres6(:,3),'r')
hold on
%plot(Fres_test(:,10),'b')
plot(fres6_opt(:,3),'b')
hold on
%plot(GRF2(:,5),'m')
plot(GRF6(:,3),'m:')
legend('reacciones sin optimizar','reacciones optimizadas','datos de
plataforma')
hold off

figure(201)
%plot(Fres(:,11),'r')
plot(fres6(:,9),'r')
hold on
%plot(Fres_test(:,11),'b')
plot(fres6_opt(:,9),'b')
hold on
%plot(GRF2(:,11),'m')
plot(GRF6(:,9),'m:')
legend('reacciones sin optimizar','reacciones optimizadas','datos de
plataforma')
hold off

```

## Función optimizar mediante fminsearch

```
function Scoef= Opt_Scoef_2(Fx0,Fin,Fext,GRF,th,tt,ds,pos)

%Scoef=zeros(6,1);
x0=2/3;
int=tt-th+1;

GRFder(1:int,1:6)=GRF(th:tt,1:6);
Finder(1:int,1:6)=Fin(th:tt,1:6);
GRFfizq(1:int,1:6)=GRF(th:tt,7:12);
Finizq(1:int,1:6)=Fin(th:tt,7:12);

options=optimset('Display','Iter','PlotFcns',@optimplotfval);

if ds==0
    %for i=1:3
        %Scoef(i,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef,Fx0(1,i),Finder(:,i),Finizq(:,i),Fext(i,1),GRFder(:,i),
GRFfizq(:,i),th,tt,ds),x0);
        %Scoef(i+3,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento(Scoef,Fx0(1,i+3),Finder(:,i+3),Finizq(:,i+3),GRFder(:,
,i+3),GRFfizq(:,i+3),th,tt,ds),x0);
    %end
    Scoef(1,1)=fminsearch(@(Scoef1)
Optimizar_Scoef(Scoef1,Fx0(1,1),Finder(:,1),Finizq(:,1),Fext(1,1),GRFder(:,1),
,GRFfizq(:,1),th,tt,ds),2/3);
    AA1=Scoef(1,1);
    [AA,fval0,exitflag0,output0]=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef,Fx0(1,2),Finder(:,2),Finizq(:,2),Fext(2,1),GRFder(:,2),
GRFfizq(:,2),th,tt,ds),x0,options);
    Scoef(3,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef,Fx0(1,3),Finder(:,3),Finizq(:,3),Fext(3,1),GRFder(:,3),
GRFfizq(:,3),th,tt,ds),x0);
    AA2=Scoef(3,1);
    [XY,fval0,exitflag0,output0]=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef,Fx0,Finder(:,4:6),Finizq(:,4:6),GRFder(:,4:6),
,GRFfizq(:,4:6),th,tt,ds,1,AA1,AA,AA2,pos),x0,options);
    [XX,fval0,exitflag0,output0]=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef,Fx0,Finder(:,4:6),Finizq(:,4:6),GRFder(:,4:6),
,GRFfizq(:,4:6),th,tt,ds,2,AA1,AA,AA2,pos),x0,options);
    Scoef(6,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef,Fx0,Finder(:,4:6),Finizq(:,4:6),GRFder(:,4:6),
,GRFfizq(:,4:6),th,tt,ds,3,AA1,AA,AA2,pos),x0);
    Scoef(4,1)=XY;
    Scoef(2,1)=AA;
    Scoef(5,1)=XX;
elseif ds==1
    %for i=1:3
        %Scoef(i,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef,Fx0(1,i),Finder(:,i),Finizq(:,i),Fext(i,1),GRFder(:,i),
GRFfizq(:,i),th,tt,ds),x0);
        %Scoef(i+3,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento(Scoef,Fx0(1,i+3),Finder(:,i+3),Finizq(:,i+3),GRFder(:,
,i+3),GRFfizq(:,i+3),th,tt,ds),x0);
    %end
    Scoef(1,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef,Fx0(1,1),Finder(:,1),Finizq(:,1),Fext(1,1),GRFder(:,1),
GRFfizq(:,1),th,tt,ds),x0);
    AB1=Scoef(1,1);
```



```

    [AB, fval, exitflag, output]=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef, Fx0(1,2), Finder(:,2), Finizq(:,2), Fext(2,1), GRFder(:,2),
GRFfizq(:,2), th, tt, ds), x0, options);
    Scoef(3,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef, Fx0(1,3), Finder(:,3), Finizq(:,3), Fext(3,1), GRFder(:,3),
GRFfizq(:,3), th, tt, ds), x0);
    AB2=Scoef(3,1);
    Scoef(4,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef, Fx0, Finder(:,4:6), Finizq(:,4:6), GRFder(:,4:6)
, GRFfizq(:,4:6), th, tt, ds, 1, AB1, AB, AB2, pos), x0);
    Scoef(5,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef, Fx0, Finder(:,4:6), Finizq(:,4:6), GRFder(:,4:6)
, GRFfizq(:,4:6), th, tt, ds, 2, AB1, AB, AB2, pos), x0);
    Scoef(6,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef, Fx0, Finder(:,4:6), Finizq(:,4:6), GRFder(:,4:6)
, GRFfizq(:,4:6), th, tt, ds, 3, AB1, AB, AB2, pos), x0);
Scoef(2,1)=AB;
elseif ds==2
    %for i=1:3
    %Scoef(i,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef, Fx0(1,i), Finder(:,i), Finizq(:,i), Fext(i,1), GRFder(:,i),
GRFfizq(:,i), th, tt, ds), x0);
    %Scoef(i+3,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento(Scoef, Fx0(1,i+3), Finder(:,i+3), Finizq(:,i+3), GRFder(
,i+3), GRFfizq(:,i+3), th, tt, ds), x0);
    %end
    Scoef(1,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef, Fx0(1,1), Finder(:,1), Finizq(:,1), Fext(1,1), GRFder(:,1),
GRFfizq(:,1), th, tt, ds), x0);
    [AC, fval, exitflag, output]=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef, Fx0(1,2), Finder(:,2), Finizq(:,2), Fext(2,1), GRFder(:,2),
GRFfizq(:,2), th, tt, ds), x0, options);
    Scoef(3,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef(Scoef, Fx0(1,3), Finder(:,3), Finizq(:,3), Fext(3,1), GRFder(:,3),
GRFfizq(:,3), th, tt, ds), x0);
    Scoef(4,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef, Fx0(1,4), Finder(:,4), Finizq(:,4), GRFder(:,4),
GRFfizq(:,4), th, tt, ds, 0, 0, 0, 0, pos), x0);
    Scoef(5,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef, Fx0(1,5), Finder(:,5), Finizq(:,5), GRFder(:,5),
GRFfizq(:,5), th, tt, ds, 0, 0, 0, 0, pos), x0);
    Scoef(6,1)=fminsearch(@(Scoef)
Optimizar_Scoef_Momento_1(Scoef, Fx0(1,6), Finder(:,6), Finizq(:,6), GRFder(:,6),
GRFfizq(:,6), th, tt, ds, 0, 0, 0, 0, pos), x0);
Scoef(2,1)=AC;
end

end

```

## Función para fórmulas a optimizar de $A_f$ para fuerzas

```

%FUNCIÓN OPTIIMIZACIÓN
function [Af]=Optimizar_Scoef (Scoef, Fx0, Fin1, Fin2, Fext, GRF1, GRF2, th, tt, ds)

int=tt-th+1;
Af=0;
Af1=0;
Af2=0;

n=(tt-th);
m=th;
for i=1:int

t=(m-th)/100;
Tds=n/200;
if ds==0

Af=(Af+((GRF1(i,1)-(Fin1(i,1)-Fext-(Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))))^2));
%Activar estos elementos para que vaya mostrando el resultado paso a paso
%Scoef
%i
%Af
%GRF1(i,1)
%(Fin1(i,1))
%Fext
%(Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))
%(Fin1(i,1)-(Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))
%pause
m=m+1;

elseif ds==1
Af1=(Af1+((GRF1(i,1)-((Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))))^2));
Af2=(Af2+((GRF2(i,1)-(Fin2(i,1)-Fext-(Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))))^2));
Af=Af+(Af1+Af2);
%Scoef
%i
%GRF1(i,1)
%(Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))
%GRF2(i,1)
%(Fin2(i,1)-Fext-(Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))
%pause
m=m+1;

elseif ds==2
Af=(Af+((GRF2(i,1)-((Fx0*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))))^2));
m=m+1;
end

end
end

```

## Función para fórmulas a optimizar de $A_f$ para momentos

function

```
[Af]=Optimizar_Scoef_Momento_1 (Scoef, Fx0, Fin1, Fin2, GRF1, GRF2, th, tt, ds, j, Scoef  
1, Scoef2, Scoef3, pos)
```

```
int=tt-th+1;  
Af1=0;  
Af2=0;
```

```
F_reac=zeros(1,3);
```

```
n=(tt-th);  
m=th;
```

```
for i=1:int
```

```
t=(m-th)/100;  
Tds=n/200;  
if ds==0
```

```
vec0=pos((i+th-1),7*7-6:7*7-4)-pos((i+th-1),1:3);  
F_reac(1)=Fx0(1)*((exp(Scoef1^2))*exp(-((t-(Scoef1*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef1^2))/2*exp(-(2-Scoef1)^2))*t/Tds);  
F_reac(2)=Fx0(2)*((exp(Scoef2^2))*exp(-((t-(Scoef2*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef2^2))/2*exp(-(2-Scoef2)^2))*t/Tds);  
F_reac(3)=Fx0(3)*((exp(Scoef3^2))*exp(-((t-(Scoef3*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef3^2))/2*exp(-(2-Scoef3)^2))*t/Tds);
```

```
M_reac=cross(vec0,F_reac);
```

```
Af=(Af+((GRF1(i,j)-(Fin1(i,j)-(Fx0(j+3))*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-  
(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))-  
M_reac(j)))^2));
```

```
m=m+1;
```

```
elseif ds==1
```

```
vec1=pos((i+th-1),1:3)-pos((i+th-1),7*7-6:7*7-4);  
F_reac(1)=Fx0(1)*((exp(Scoef1^2))*exp(-((t-(Scoef1*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef1^2))/2*exp(-(2-Scoef1)^2))*t/Tds);  
F_reac(2)=Fx0(2)*((exp(Scoef2^2))*exp(-((t-(Scoef2*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef2^2))/2*exp(-(2-Scoef2)^2))*t/Tds);  
F_reac(3)=Fx0(3)*((exp(Scoef3^2))*exp(-((t-(Scoef3*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef3^2))/2*exp(-(2-Scoef3)^2))*t/Tds);
```

```
M_reac=cross(vec1,F_reac);
```

```
Af1=(Af1+((GRF1(i,j)-((Fx0(j+3))*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-  
(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))))^2));  
Af2=(Af2+((GRF2(i,j)-(Fin2(i,j)-(Fx0(j+3))*((exp(Scoef^2))*exp(-((t-  
(Scoef*Tds))/Tds)^2)-((exp(Scoef^2))/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds))-  
M_reac(j)))^2));  
Af=Af+(Af1+Af2);  
m=m+1;
```

```
elseif ds==2
```

```
Af=(Af+(GRF2(i,1)-((Fx0*(exp(Scoef^2))*exp(-(t-(Scoef*Tds))/Tds)^2)-  
((exp(Scoef^2)/2*exp(-(2-Scoef)^2))*t/Tds)))^2);  
m=m+1;  
end
```

```
end  
end
```

# REFERENCIAS

---

- [1] J. Morales Galera «Biomechanical analysis of the reaction forces and moments between feet and ground during gait without force plates data.». Trabajo de Fin de Grado. Universidad de Sevilla. 2017.
- [2] Lei Ren, Richard K. Jones, David Howard, «Whole body inverse dynamics over a complete gait cycle based only on measured kinematics». *Journal of Biomechanics* 41 2750-2759, 2008.
- [3] David Villegier, Antony Costesa, Bruno Watiera, Pierre Morettoa, «An algorithm to decompose ground reaction forces and moments from a single force platform in walking gait» *Medical Engineering & Physics* 36 (2014) 1530–1535, 2014.
- [4] J. Ojeda Granja «Application of Multibody System Techniques to human locomotor system». Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- [5] Urbano Lugrís, Jairo Carlín, Rosa Pàmies-Vilà, Josep M. Font-Llagunes, Javier Cuadrado «Solution methods for the double-support indeterminacy in human gait». *Multibody Syst Dyn* (2013) 30:247–263, 2013.
- [6] Millard, M., McPhee, J., Kubica, E. «Multibody dynamics: computational methods and applications». In: *Multi-Step Forward Dynamic Gait Simulation*, pp. 25–43. Springer, Berlin, 2008
- [7] Kecskeméthy, A. «A novel cylinder-plane foot contact model for human gait motion reproduction». In: *Multibody Dynamics 2011, ECCOMAS Thematic Conference, Brussels, Belgium, 2011*
- [8] Gilchrist, L.A., Winter, D.A. «A two-part, viscoelastic foot model for use in gait simulations». *J. Biomech.* 29(6), 795–798, 1996
- [9] Verkerke GJ, Hof AL, Zijlstra W, Ament W, Rakhorst G. «Determining the centre of pressure during walking and running using an instrumented treadmill». *J Biomech* 2005;38:1881–5.
- [10] Roerdink M, Coolen B, Clairbois BE, Lamoth CJC, Beek PJ. «Online gait event detection using a large force platform embedded in a treadmill». *J Biomech* 2008;41:2628–32.