

# Trabajo Fin de Máster

## Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Actuaciones correctoras en redes de distribución en presencia de generación distribuida y recursos de almacenamiento

Autor: Francisco Javier Zarco Soto

Tutor: José Luis Martínez Ramos

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Máster  
Máster Universitario en Ingeniería Industrial

# **Actuaciones correctoras en redes de distribución en presencia de generación distribuida y recursos de almacenamiento**

Autor:

*Francisco Javier Zarco Soto*

Tutor:

*José Luis Martínez Ramos*

Catedrático de Universidad

Dpto. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster: Actuaciones correctoras en redes de distribución en presencia de generación distribuida  
y recursos de almacenamiento

Autor: Francisco Javier Zarco Soto

Tutor: José Luis Martínez Ramos

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia, en especial a mis  
padres*





# Agradecimientos

---

Llegados a este punto, me gustaría dedicar unas palabras de agradecimiento a todas aquellas personas que, de un modo u otro, me han acompañado a lo largo de mi formación.

En primer lugar, querría agradecer a mi tutor José Luis toda su disponibilidad y guía a lo largo de este trabajo, por atender todas mis dudas y aconsejarme en aquellos momentos en que me quedé atascado. Igualmente, gracias a todos los profesores de la Escuela y en concreto a los del departamento de Ingeniería Eléctrica, pues sin duda han conseguido entusiasmarlos con sus asignaturas.

Gracias también a todos mis amigos, a los que desde pequeño me han acompañado y a los que he conocido en la Escuela, donde hemos pasado juntos incontables horas.

Gracias a mis padres por su eterna dedicación, porque desde siempre lo han dado todo por sus hijos y por todas las personas que tienen a su alrededor. Gracias a mi familia, por acompañarme en todos los momentos de mi vida y ser un apoyo constante, porque continúan cuidándome y dándome todo el cariño.

Y sin duda alguna, gracias a mi padre, que es una fuente de inspiración. Gracias porque me aconseja siempre y por la incansable ayuda que me presta en casa, porque con su inestimable experiencia siempre es capaz de enseñarme algo nuevo.

*Francisco Javier Zarco Soto*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

En este trabajo se desarrolla un método de corrección de situaciones de emergencia orientado a redes de distribución con presencia de generación distribuida y recursos de almacenamiento, pero que puede ser empleado también en redes de otras características. La gran ventaja de esta técnica es que permite emplear variables de control de diferente naturaleza a la vez que se considera el coste asociado a cada actuación, para resolver así las situaciones de emergencia. Algunos ejemplos de variables de control son: generadores distribuidos, recursos de almacenamiento, transformadores, baterías de condensadores y deslastres de carga.

La metodología propuesta permite determinar sobre qué variables de control se debe actuar para corregir de forma más eficiente las tensiones en los nudos o las sobrecargas por las líneas o transformadores del sistema, considerando a su vez los límites de operación de la red, de forma que no se creen nuevas contingencias al corregir la situación de emergencia. Para tal fin, se emplean matrices de sensibilidades que permiten relacionar las variables de control disponibles con las magnitudes de interés del sistema eléctrico.

Finalmente, dada la importancia de las sensibilidades en la metodología propuesta, se ha dedicado un capítulo al análisis del error asociado a cada una de las matrices de sensibilidades, pues su cálculo parte de realizar una aproximación lineal de las ecuaciones del flujo de cargas en torno al punto de operación. Esto permite establecer un rango seguro de actuación para cada una de las variables de control, donde se puede asegurar que el error asociado no va a superar un determinado valor preestablecido.



# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Índice</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Notación</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>23</b>
1.1 <i>Operación de redes</i>	24
1.1.1 Corrección de tensiones	25
1.1.2 Corrección de sobrecargas	26
<b>2 Metodología propuesta para la corrección de situaciones de emergencia</b>	<b>29</b>
2.1 <i>Tipos de actuaciones correctoras</i>	30
2.2 <i>Secuencia de actuación ante situaciones de emergencia</i>	31
2.3 <i>Cálculo de las matrices de sensibilidades</i>	32
2.3.1 Suposiciones iniciales para el cálculo de las matrices de sensibilidades	33
2.3.2 Matrices de sensibilidades según inyecciones de potencia reactiva en nudos de consumo	34
2.3.3 Matrices de sensibilidades según inyecciones de potencia activa en los nudos	37
2.3.4 Matrices de sensibilidades según actuaciones conjuntas de inyección de potencia activa y reactiva	38
2.3.5 Matrices de sensibilidades según la tensión en bornas de generadores	40
2.3.6 Matrices de sensibilidades según las tomas de transformadores	42
2.4 <i>Ejemplo ilustrativo</i>	44
<b>3 Estimación del error cometido en cada actuación</b>	<b>49</b>
3.1 <i>Consideraciones prácticas</i>	49
3.1.1 Denominación de los nudos de un sistema eléctrico	49
3.1.2 Modelado de los generadores distribuidos	50
3.2 <i>Estimación del error cometido en cada actuación</i>	50
3.2.1 Elección de la mejor magnitud que permita considerar la potencia que fluye por las ramas	52
3.2.2 Resumen de los resultados de la estimación de errores	57
3.2.3 Red de alta tensión	58
3.2.4 Red de media tensión	64
3.2.5 Red de baja tensión	70
<b>4 Conclusiones y futuras líneas de investigación</b>	<b>77</b>
4.1 <i>Líneas futuras de investigación</i>	78
<b>5 Anexo A. Artículo</b>	<b>79</b>
<b>6 Anexo B. Ecuaciones</b>	<b>87</b>
6.1 <i>Nomenclatura</i>	87

6.2	<i>Ecuaciones del flujo de cargas</i>	88
6.3	<i>Modelo en pi de una línea o transformador</i>	88
6.3.1	Expresiones relativas a la potencia	89
6.3.2	Expresiones relativas a la intensidad	89
6.4	<i>Términos del jacobiano</i>	89
6.4.1	Elementos de la matriz	89
<b>7</b>	<b>Anexo C. Parámetros de las redes estudiadas</b>	<b>95</b>
7.1	<i>Parámetros de la red IEEE 14 Bus Test Case</i>	95
7.2	<i>Parámetros de la red de distribución de media tensión</i>	96
7.3	<i>Parámetros de la red de distribución de baja tensión</i>	96
	<b>Referencias</b>	<b>99</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1. Parámetros de la red ejemplo de media tensión de 5 nudos: (a) cargas, (b) generación distribuida, (c) líneas, (d) transformadores y (e) batería de condensadores.	45
Tabla 2. Flujo de cargas inicial.	46
Tabla 3. Potencia que circula por las ramas inicialmente.	46
Tabla 4. Flujo de cargas final.	47
Tabla 5. Potencia que circula por las ramas finalmente.	47
Tabla 6. Error aceptable para cada magnitud de interés según el nivel de tensión.	58
Tabla 7. Rango de actuación más restrictivo para cada variable de control según el nivel de tensión.	58
Tabla 8. Cargas de red IEEE 14 Bus Test Case.	95
Tabla 9. Batería de condensadores de red IEEE 14 Bus Test Case.	95
Tabla 10. Generadores de red IEEE 14 Bus Test Case.	95
Tabla 11. Compensadores síncronos de red IEEE 14 Bus Test Case.	95
Tabla 12. Líneas de la red IEEE 14 Bus Test Case.	95
Tabla 13. Transformadores de red IEEE 14 Bus Test Case.	96
Tabla 14. Generadores de red de distribución de MT.	96
Tabla 15. Transformadores de red de distribución de MT.	96
Tabla 16. Líneas de red de distribución de MT.	96
Tabla 17. Generadores de red de distribución de BT.	96
Tabla 18. Transformadores de red de distribución de BT.	96
Tabla 19. Líneas de red de distribución de BT.	97





# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Estados operativos de un sistema eléctrico [3].	25
Figura 2. Perfil de tensiones en redes de distribución (a) pasivas y (b) activas [6].	26
Figura 3. Ejemplo de diagrama de flujo básico del sistema.	31
Figura 4. Red de media tensión de 5 nudos con presencia de generación distribuida y recursos de almacenamiento.	45
Figura 5. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , de (a) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ , empleando la matriz $SSr2, P$ , (b) el módulo de la corriente que circula por las ramas, $\Delta I_r$ , empleando la matriz $SIr2, P$ , y (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ , empleando las matrices $SPr, P$ y $SQr, P$ .	53
Figura 6. Modelo en pi de una línea o transformador.	55
Figura 7. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre las tomas de los transformadores, $\Delta t$ , de (a) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ , empleando la matriz $SSr2, t$ , (b) el módulo de la corriente que circula por las ramas, $\Delta I_r$ , empleando la matriz $SIr2, t$ , y (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ , empleando las matrices $SPr, t$ y $SQr, t$ .	56
Figura 8. Potencia aparente que circularía por la línea 3-5 del ejemplo de la sección 2.4 según variaciones en la potencia reactiva inyectada en el nudo 5, calculado haciendo uso de las matrices de sensibilidades.	57
Figura 9. Red IEEE 14 Bus Test Case [19].	58
Figura 10. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, $\Delta Q_c$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ .	59
Figura 11. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, $\Delta Q_c$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ .	60
Figura 12. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ .	61
Figura 13. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ .	61
Figura 14. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la tensión en bornas de generadores, $\Delta V_g$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ .	62
Figura 15. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la tensión en bornas de generadores, $\Delta V_g$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta S_r$ .	62
Figura 16. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar	

sobre las tomas de transformadores, $\Delta t$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	63
Figura 17. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre las tomas de transformadores $\Delta t$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	64
Figura 18. Red de distribución en media tensión	64
Figura 19. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, $\Delta Qc$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	65
Figura 20. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, $\Delta Qc$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	66
Figura 21. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	67
Figura 22. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	67
Figura 23. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la tensión en bornas de generadores, $\Delta Vg$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	68
Figura 24. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la tensión en bornas de generadores, $\Delta Vg$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	68
Figura 25. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máxima y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre las tomas de transformadores, $\Delta t$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	69
Figura 26. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre las tomas de transformadores, $\Delta t$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	70
Figura 27. Red de distribución de baja tensión [21].	70
Figura 28. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, $\Delta Qc$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	71
Figura 29. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, $\Delta Qc$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	72
Figura 30. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	73
Figura 31. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos, $\Delta P$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	73
Figura 32. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la tensión en bornas de generadores, $\Delta Vg$ , de (a) la tensión en nudos de consumo, $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores, $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas, $\Delta Sr$ .	74

Figura 33. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta Vg$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta Sr$ . 74

Figura 34. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta Vc$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Qg$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta Sr$ . 75

Figura 35. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta Vc$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta Sr$ . 76

Figura 36. Modelo en pi de una línea o transformador. 88



# Notación

---

$I_r$	Módulo de la intensidad que circula por ramas (líneas o transformadores).
$P$	Potencia activa inyectada en nudos.
$P_r$	Potencia activa que circula por ramas (líneas o transformadores).
$Q_c$	Potencia reactiva inyectada en nudos de consumo.
$Q_g$	Potencia reactiva en generadores.
$Q_r$	Potencia reactiva que circula por ramas (líneas o transformadores).
$S_r$	Potencia aparente que circula por ramas (líneas o transformadores).
$t$	Ratio de las tomas de transformadores.
$V_c$	Tensión en nudos de consumo.
$V_g$	Tensión en nudos de generación.
$V_i$	Módulo de la tensión en el nudo $i$ .
$V_i^c, V_i^g$	Módulo de la tensión en el nudo de consumo $i$ y en el nudo de generación $i$ , respectivamente.
$V_1^{ij}, V_2^{ij}$	Módulo de la tensión en el primario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , y en el secundario del mismo transformador, respectivamente.
$\theta$	Desfase de tensión.
$\theta_i$	Desfase de tensión del nudo $i$ .
$\theta_{ij}$	Desfase entre las tensiones de los nudos $i$ y $j$ .
$\theta_1^{ij}, \theta_2^{ij}$	Desfase en el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$\theta_{12}^{ij}, \theta_{21}^{ij}$	Desfase entre el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ y viceversa, respectivamente.
$P_i, Q_i$	Potencia activa y potencia reactiva inyectada en el nudo $i$ , respectivamente.
$Q_{c_i}, Q_{g_i}$	Potencia reactiva inyectada en el nudo de consumo $i$ y en el nudo de generación $i$ , respectivamente.
$P_1^{ij}, P_2^{ij}$	Potencia activa inyectada en el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$Q_1^{ij}, Q_2^{ij}$	Potencia reactiva inyectada en el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$G_{ij}$	Conductancia entre los elementos $i$ y $j$ .
$B_{ij}$	Susceptancia entre los elementos $i$ y $j$ .
$G_{cc}^{ij}$	Conductancia de cortocircuito del transformador entre los nudos $i$ y $j$ .
$B_{cc}^{ij}$	Susceptancia de cortocircuito del transformador entre los nudos $i$ y $j$ .
$S_{ij}^2$	Potencia aparente que circula por la rama entre los nudos $i$ y $j$ al cuadrado.
$P_{ij}, Q_{ij}$	Potencia activa y reactiva que circula por la rama entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.

$(S_{12}^{ij})^2, (S_{21}^{ij})^2$	Módulo de la potencia aparente que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ al cuadrado y viceversa, respectivamente.
$P_{12}^{ij}, P_{21}^{ij}$	Potencia activa que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ y viceversa, respectivamente.
$Q_{12}^{ij}, Q_{21}^{ij}$	Potencia reactiva que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ y viceversa, respectivamente.
$(I_{12}^{ij})^2, (I_{21}^{ij})^2$	Módulo de la intensidad que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ al cuadrado y viceversa, respectivamente.
$g_{ij}, b_{ij}$	Conductancia y susceptancia series entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$g_{p_i}, b_{p_i}$	Conductancia y susceptancia paralelas adyacentes al nudo $i$ , respectivamente.
$J_{ij}, I_{ij}^2$	Fasor y módulo al cuadrado de la intensidad que circula por la rama entre los nudos $i$ y $j$ .
$B$ (Mvar)	Susceptancia indicada en Mvar para un valor unitario de la tensión.
$X$	Reactancia.
$r, x$	Resistencia y reactancia en “por unidad”, respectivamente.
$n$	Número de nudos del sistema.
$u$	Variable de control genérica.
$S_{a,u}$	Matriz de sensibilidades que relaciona la magnitud $a$ con la variable de control $u$ .
$a_{max}, a_{min}$	Límites superior e inferior de la variable $A$ .
$\Delta a$	Incremento de la variable $a$ .
$\partial x / \partial y$	Derivada parcial de $x$ respecto de $y$ .
BT	Baja tensión.
MT	Media tensión.
OPF	Optimal Power Flow.
OLTC	On Load Tap Changer
p.o.	Punto de operación
pu	Por unidad.
VSC	Voltage Source Converter.

# 1 INTRODUCCIÓN

---

Hace ya más de un siglo que la electricidad comenzó a ser relevante en la vida de las personas, tanto en el ámbito doméstico como en el industrial. Aunque es conocida desde la antigüedad, los grandes avances científicos que tuvieron lugar a finales del siglo XVIII y durante todo el siglo XIX permitieron describir la electricidad como algo más que un fenómeno difícilmente explicable. Así, el estudio de los científicos en este campo junto con el magnetismo pronto haría evidente la íntima relación entre ambos y daría lugar al electromagnetismo.

Rápidamente el estudio de los científicos dejaría paso a las aplicaciones prácticas donde los ingenieros cobrarían un papel más relevante. Poco a poco aparecieron los primeros vehículos eléctricos, como el tranvía de Brighton en 1883, las primeras aplicaciones industriales, como los hornos de arco, y otras aplicaciones domésticas y urbanas como las lámparas de arco y las incandescentes. Sin embargo, en ninguno de estos casos se puede hablar de que existiera un sistema eléctrico al completo, pues todos se basaban en generar y consumir *in situ* la energía producida. No fue hasta el año 1882 que Edison inauguró en Pearl Street (Manhattan) el primer sistema eléctrico tal y como se entiende hoy en día, incluyendo generación, distribución y consumo.

Sin embargo, se podría decir que este primer sistema murió de éxito [1]. Inicialmente estaba orientado a suministrar energía a lámparas incandescentes, patente de del propio Edison, pero rápidamente se creó demanda de electricidad a distancias mayores que las que el sistema podía abarcar de forma económica. Igualmente, la industria comenzó a requerir tensiones mayores que los 110 voltios empleados para la iluminación. De esta forma, la corriente continua se mostró paulatinamente insuficiente para satisfacer las necesidades de potencia de la sociedad y, a finales de la década de 1880 y principios de la siguiente, tuvo lugar la *Guerra de las Corrientes*, que enfrentó a partidarios de la corriente alterna, donde destacaba Tesla, contra los de la continua, donde se encontraba Edison. Finalmente, la primera se impuso definitivamente tras la instalación de generación en corriente alterna en las cataratas del Niágara en el año 1895, manteniéndose hasta nuestros días.

Desde entonces, el sistema eléctrico se ha ido configurando durante más de un siglo para transportar energía a grandes distancias, desde los grandes centros de producción hasta los consumidores finales. Este concepto se ha visto favorecido por la economía de escala, que ha permitido abaratar el coste de la electricidad aumentando el tamaño de las centrales de generación. Así, alrededor de este planteamiento se ha creado la gran infraestructura eléctrica que conocemos hoy, dividida en redes de más a menos tensión según la cantidad de energía transportada.

Sin embargo, la aparición de la generación distribuida debido a la microgeneración rompe con el planteamiento tradicional de sistema eléctrico con la generación alejada del usuario final, distribución y consumo. Por el contrario, se vuelve a los sistemas de finales del siglo XVIII donde la generación y el consumo eran *in situ* e incluso al sistema de *Pearl Street* de Edison, que producía en el propio casco urbano y distribuía electricidad a corta distancia. Todo esto se ve favorecido cada vez más por el auge de las energías renovables, gracias a su carácter modular y a que permite la producción eléctrica con cero emisiones, de forma que no resulta incómodo ni perjudicial generar en centros urbanos.

Igualmente, la generación distribuida trae consigo otras ventajas desde el punto de vista técnico, pues se reducen las pérdidas del sistema al acercar la generación al consumo y, a largo plazo, se consigue reducir la necesidad de invertir en la red. En el caso concreto de las energías renovables, no solo se consigue producir electricidad de una forma respetuosa con el medio ambiente, sino que además se reduce la dependencia de los combustibles fósiles y, por tanto, una mayor independencia energética que permitiría hacer el precio de la energía eléctrica prácticamente constante al no verse afectado por la política exterior del país.

Es indudable que el mejor aprovechamiento de los recursos naturales y la introducción de la generación distribuida en el sistema actual es una meta que se debe alcanzar por los grandes beneficios que trae consigo. No obstante, existen también numerosos retos que se deben superar.

En primer lugar, aparecen problemas en la operación y planificación, pues la generación distribuida se sitúa principalmente en las redes de distribución, que por lo general se explotan radialmente. Al tener generación a lo largo de la red, se modifican los flujos de potencia activa y reactiva que pasan a ser bidireccionales, lo que conlleva que deje de ser válida la suposición básica de que dichas redes son pasivas y que la energía fluye desde la cabecera hacia aguas abajo. Esto afecta a la explotación de la red, a la seguridad del personal de mantenimiento y a los niveles de cortocircuito [2]. Concretamente, existe un impacto sobre el control de tensiones, pues al ser redes de media o baja tensión, el voltaje se ve afectado por la potencia activa y reactiva, como se verá en el próximo capítulo. Puede suceder entonces, que en puntos intermedios de la red haya sobretensiones o subtensiones sin el conocimiento del operador. Igualmente, al haber nuevos flujos de potencia, pueden darse situaciones nuevas de sobrecarga que no fueron contempladas en el diseño, lo que tiene un impacto sobre los refuerzos de la red para adecuarse a las nuevas conexiones de generación distribuida. Además, debido a que las protecciones fueron diseñadas para operar con flujos unidireccionales, se pueden tener interrupciones indebidas a causa de defectos en la red (*sympathetic tripping*) o que las protecciones no disparen cuando debieran (*protection blinding*).

Por otro lado, en el caso particular de las energías renovables, la operación se complica porque la generación no se puede controlar debido a la falta de desarrollo de las tecnologías de almacenamiento, aunque sí se puede predecir. Se requiere entonces tener una buena reserva rodante de fuentes de energía tradicionales que permita suplir los déficits de generación debido a los cambios meteorológicos o una adecuada gestión de la demanda que evite tener desbalances entre la generación y el consumo.

Asimismo, la cada vez mayor penetración de estas tecnologías, basadas en electrónica de potencia, hace que gradualmente los generadores síncronos se vean desplazados. Sin embargo, tradicionalmente los sistemas eléctricos se han basado en las propiedades intrínsecas que caracterizan a los generadores síncronos, que son: inercia, capacidad de formar red, amortiguación de transitorios y aportación de elevadas corrientes de cortocircuito durante las faltas. Por tanto, la implantación a gran escala de la generación distribuida debe de ser capaz de sustituir de manera adecuada a los generadores síncronos, comportándose como éstos, e incluso mejor, ante contingencias y participando de los servicios auxiliares, tales como el control de frecuencia y de tensión.

Es evidente entonces que para superar todos los retos que tanto la generación distribuida como las energías renovables plantean, es necesario invertir no solo en nuevos equipos sino también en el desarrollo de nuevos procedimientos de operación y algoritmos de control. Sólo así se conseguirá explotar el sistema eléctrico, satisfaciendo la creciente demanda, acorde con la eficiencia energética que se exige y sin poner en riesgo la seguridad personal y material.

## 1.1 Operación de redes

Los sistemas eléctricos son por naturaleza sistemas dinámicos cuyas magnitudes varían a lo largo del tiempo, pues así lo hace la potencia demandada y porque en cualquier momento puede suceder un evento imprevisto. Todos los elementos que componen el sistema están sujetos a fallos, y aunque muchos reciben mantenimiento preventivo, otros sólo son reparados una vez que fallan. Igualmente, la mayoría de los equipos se encuentran a la intemperie, así se encuentran sujetos a las consecuencias de eventos naturales imposibles de prever. Es inviable entonces pretender mantener las magnitudes eléctricas constantes permanentemente, de modo que la explotación del sistema eléctrico en tiempo real consiste principalmente en mantenerlas dentro de unos márgenes relativamente estrictos a lo largo del tiempo.

Basándose en el modelo tradicional de los grandes sistemas eléctricos, las redes de transporte han manejado siempre mayores flujos de energía que las redes de distribución, a pesar de ser menos extensas. En base a esto, las primeras han recibido habitualmente mayores inversiones que han permitido hacer de ellas redes robustas con un gran número de equipos de control y medida para operarlas en tiempo real. Por el contrario, las redes de distribución antes de la aparición de la generación distribuida, al ser tan extensas y contar únicamente con cargas han seguido la política de *fit and forget*, es decir, se construían dimensionadas para la demanda esperada y sólo se volvía a ellas si algún elemento había fallado y debía ser reparado. Sin embargo, la generación cambia por completo este paradigma. Conforme aumenta la generación instalada en las redes de distribución, es necesario asemejarlas cada vez más a las características de las redes de transporte. Por un lado, invirtiendo en refuerzos para las redes y, por otro, en dispositivos de control y medida que permitan realizar una supervisión y control



adecuados.

Desde el punto de vista del operador responsable de la explotación del sistema [3], la seguridad se puede entender como la capacidad del sistema para permanecer en un estado admisible, sin violaciones en los márgenes establecidos para cada una de las magnitudes eléctricas, ante cambios previsibles e imprevisibles. En función de la seguridad y basándose en la clasificación realizada en [4], los estados en los que se encuentra un sistema eléctrico se presentan en la Figura 1.

El sistema eléctrico se encuentra en estado seguro si se cumple que la demanda se encuentra satisfecha, todas las magnitudes del sistema se encuentran dentro de sus límites y se cumplen ciertos criterios de seguridad, de modo que, si ocurriera cualquiera de una serie de contingencias definidas de antemano, ninguno de los límites impuestos sería sobrepasado. En caso de que no exista ninguna violación de los márgenes establecidos para las magnitudes eléctricas, pero no se cumpla alguno de los criterios de seguridad, se dice que el sistema se encuentra en estado de alerta. Para volver al estado seguro, será necesario llevar a cabo actuaciones preventivas. Por el contrario, un **estado de emergencia** es aquel en que existen una o más variables fuera de límites. Se puede llegar a éste a causa de la evolución propia de la demanda o debido a una contingencia. En estas situaciones se deben llevar a cabo **actuaciones correctoras** para devolver al sistema a un estado seguro o de alerta. Finalmente, ante determinadas situaciones, tales como actuaciones de las protecciones o intervenciones del operador para evitar males mayores (deslastre de cargas), se puede producir la interrupción del servicio a los usuarios. En este caso, las actuaciones de control van encaminadas a reponer el servicio interrumpido, denominándose estado de reposición.

En general, la operación de las redes de transporte sigue esta clasificación, como es el caso español, donde Red Eléctrica de España recoge estos cuatro estados en su procedimiento de operación 1.1 [5], según lo impuesto en el Boletín Oficial del Estado. Por el contrario, en las redes de distribución de baja tensión basadas en el *fit and forget*, la operación se basa en actuar únicamente si hay una contingencia.

Ante el nuevo escenario que se plantea donde existe cada vez mayor generación distribuida en las redes de distribución, los flujos de potencia ya no son siempre unidireccionales, sino que la energía puede fluir desde aguas abajo hacia la cabecera. La operación entonces se debe asemejar cada vez más a la de las redes de transporte, de modo que se monitoreen al menos los nudos más relevantes del sistema para llevar a cabo una adecuada supervisión y control que permita mantener las magnitudes del sistema dentro de unos márgenes aceptables que no pongan en entredicho la seguridad del sistema.

Los parámetros de control de la seguridad de los sistemas eléctricos, que permiten supervisar el estado del sistema, son: la frecuencia, la tensión en los nudos y los niveles de carga cada uno de los elementos de la red. El primero es un problema de carácter global que se resuelve a gran escala, que en general no es competencia del operador de la red de distribución, pues es en transporte donde aún se conecta la mayoría de generación. Por el contrario, la tensión y los niveles de carga son problemas de carácter local que deben ser resueltos independientemente en cada una de las redes.

Así, este trabajo se orienta hacia la corrección de situaciones de emergencia donde las tensiones se encuentren fuera de los márgenes establecidos en cada una de las redes o donde existan sobrecargas en cualquiera de los elementos del sistema.

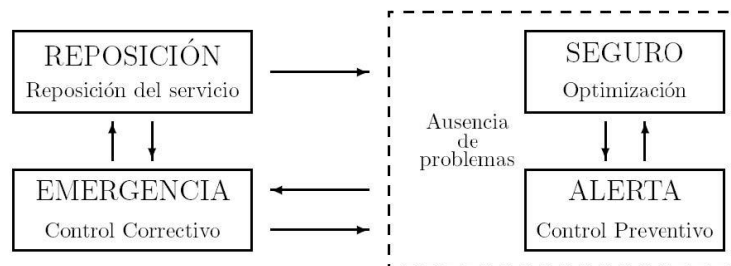


Figura 1. Estados operativos de un sistema eléctrico [3].

### 1.1.1 Corrección de tensiones

Antes de la irrupción de la generación distribuida, la planificación de las redes de distribución se realizada en

base a dos suposiciones básicas: que la explotación que se hiciera iba a ser radial, aunque la topología de la red sea mallada, y que a lo largo de la red había únicamente consumo, no generación, de forma que la energía siempre fluiría desde la cabecera hacia aguas abajo. En base a esto, la tensión siempre es mayor en la cabecera y va cayendo conforme avanza la línea, tal y como se observa en la Figura 2 (a). Así, para operar adecuadamente las tensiones en redes sin generación distribuida, basta con controlar la tensión de la red de MT, tal y como se explica en [6]. Habitualmente, se mide la tensión en las barras de MT de la subestación, se compara con una tensión de referencia y se actúa en consecuencia. La tensión consigna se toma habitualmente entre el 105% y el 110% de la tensión nominal dependiendo de la corriente que circule, pues a mayor intensidad, mayor será la caída de tensión a lo largo de la línea que alimenta el transformador, y viceversa. Así, la tensión consigna aumentará en los picos de la demanda y disminuirá en horas valles. En consecuencia, los transformadores MT/BT de los centros de transformación también necesitan de cambiadores de tomas, que deben ser ajustados según su posición a lo largo de la línea y de la demanda. Normalmente estos cambiadores de tomas no lo son en carga, de modo que son modificados manualmente en el momento de la instalación.

Conforme comienza a crecer la generación distribuida en las redes de distribución, la hipótesis de partida de que los flujos de potencia son unidireccionales deja de tener validez, ya que cuando la generación supere a la demanda se podrá inyectar potencia hacia aguas arriba. El perfil de tensiones que se obtiene difiere completamente del tradicional. Por ejemplo, en la Figura 2 (b) se muestra un caso en que el ramal de BT está generando en exceso, de forma que tiene un perfil invertido. Desde el punto de vista de la red de MT, según cuánto se esté generando en cada nudo, el perfil de tensiones será más o menos irregular. Por tanto, si el operador sigue monitorizando únicamente el nudo de cabecera, podrá haber nudos que presenten tensiones fuera de límites sin que el operador lo sepa, de modo que será necesario instalar nuevos equipos de medida a lo largo de la red.

En [3] se recogen las principales técnicas empleadas en la red de transporte para corregir situaciones de emergencia, que podrían ser de utilidad en redes de distribución con alta penetración de generación distribuida. Por un lado, una posible opción es realizar un OPF que minimice las actuaciones de las variables de control. Sin embargo, no da buenos resultados por emplear controles de diferentes tipos y por la dificultad de normalizarlos. Otra opción que se ha demostrado más adecuada es usar un sistema experto “híbrido”, basado en reglas heurísticas según las particularidades de cada sistema eléctrico y de cada operador, junto con algoritmos numéricos de cálculo de sensibilidades, que relacionen las variables de control disponibles con las tensiones.

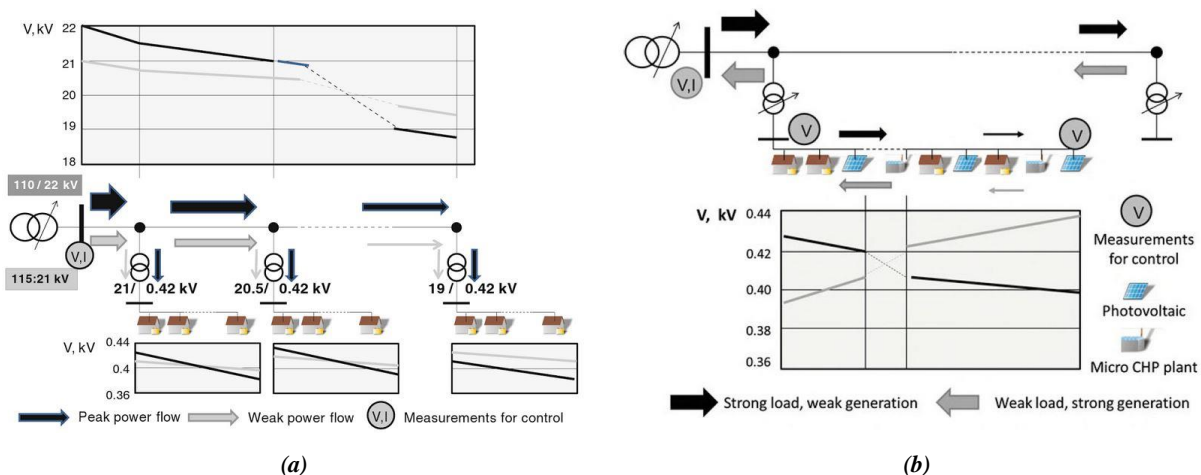


Figura 2. Perfil de tensiones en redes de distribución (a) pasivas y (b) activas [6].

### 1.1.2 Corrección de sobrecargas

En base a las suposiciones antes mencionadas, se podía asegurar también que el nivel de carga de las líneas y transformadores (ramas) iba ligada a la evolución de la demanda. En horas valle, las ramas del sistema se encontraban descargadas, mientras que en horas punta funcionaban cerca de su capacidad nominal. Para dimensionarlas adecuadamente, se hacía en base al consumo máximo, de forma que mientras la demanda no fuera superior a la estipulada, el operador de la red podía tener la seguridad de que no iba a tener sobrecargas en ninguna línea o transformador.

La irrupción de la generación distribuida hace que se den situaciones no previstas durante la planificación que pueden provocar sobrecargas. Por ejemplo, si existen muchos generadores fotovoltaicos, durante las horas en que haya más sol puede haber sobrecargas en las líneas si el consumo es bajo y la red no ha sido reforzada adecuadamente. Por contra, si se tiene la máxima generación distribuida durante la hora punta, se puede conseguir descargar las líneas si la generación está suficientemente cerca del consumo.

De nuevo, la técnica más empleada en transporte según [3] es realizar un OPF linealizado que minimice el coste de las actuaciones, empleando los denominados factores de distribución, que relacionan linealmente la variación de potencia que circula por una línea con la potencia producida por cada uno de los generadores.



## 2 METODOLOGÍA PROPUESTA PARA LA CORRECCIÓN DE SITUACIONES DE EMERGENCIA

---

Una correcta operación del sistema eléctrico que permita garantizar la seguridad y la calidad y continuidad del suministro, exige que se tomen decisiones rápidamente ante situaciones de emergencia. La búsqueda de las decisiones óptimas queda relegada a un segundo plano frente a la necesidad de llevar al sistema en su conjunto a un nuevo estado donde se cumplan los límites de seguridad.

Para la corrección de tensiones en redes de distribución con una fuerte presencia de generación distribuida, se propuso en [7, 8] retomar una metodología aplicada a la red de transporte [9, 10, 11] pero adaptándola a las características propias de la red de distribución. Es una técnica basada en reglas que permite elegir sobre qué variables de control actuar mediante el uso de matrices de sensibilidades, que dan una relación directa de cómo afecta cada variable a las magnitudes de interés de la red. Dichas matrices de sensibilidades se calculan mediante una aproximación de las ecuaciones de flujo de carga.

La herramienta que incluye esta metodología es una herramienta de toma de decisiones centralizada que podrá ser empleada tanto por el operador de la red de distribución como un agregador de generadores distribuidos. Asimismo, cabe destacar que esta herramienta busca determinar las acciones más adecuadas que se deben tomar durante un estado de emergencia, a diferencia de una herramienta de planificación de la operación orientada a tomar decisiones en el corto plazo, como es el caso de un OPF multiperíodo.

En sus orígenes, esta técnica se diseñó como un control de tensiones y potencia reactiva que actuaba sobre las tomas de transformadores, baterías de condensadores y la tensión consigna de los generadores [9], a lo que se añadió el uso de centrales de bombeo como condensadores síncronos durante situaciones especialmente críticas y la posibilidad de realizar actuaciones que tuvieran en cuenta la tendencia prevista del consumo [10]. Por otro lado, ya que se trataba de una herramienta en tiempo real, se usaban simplificaciones propias de la red de transporte que permitían acelerar los tiempos de cálculo, como emplear métodos de resolución de flujos de carga desacoplado rápido en vez de Newton-Raphson.

Para adaptarse a la idiosincrasia propia de la red de distribución, en [8] se omitió como posible variable de control el uso de las centrales de bombeo, pero se incorporaron los convertidores de potencia propios de la generación distribuida. Igualmente, las suposiciones [12] que dan lugar al flujo de cargas desacoplado rápido no son válidas en las redes de distribución, por tanto, se empleó el método de Newton-Raphson [13]. Como novedad se incorporó también la posibilidad de tener en cuenta los costes asociados a cada actuación. Estos costes vendrán dados por los contratos a largo plazo que la distribuidora mantenga con los proveedores de servicios auxiliares, o por los contratos que en el corto plazo la distribuidora cierre en el mercado de ajustes. Los costes posibilitan, además, incorporar el desgaste sufrido por los equipos durante las actuaciones.

Asimismo, siguiendo el mismo razonamiento que el empleado para la corrección de tensiones en [7, 8], en este capítulo se realizarán los cálculos análogos que permitan obtener las matrices de sensibilidades para corregir situaciones de sobrecargas en líneas y transformadores. De esta forma, la técnica que se propone permitirá, en primer lugar, elegir las actuaciones de control que corrijan de forma más eficiente situaciones emergencia que se originen, respetando en todo caso los límites de operación, y, por otro lado, tener en cuenta los costes asociados a cada una de las actuaciones.

## 2.1 Tipos de actuaciones correctoras

Al contrario de lo que sucede tradicionalmente en las redes de transporte, las redes de distribución cuentan con un menor número de equipos para operarlas. Sin embargo, la cada vez mayor penetración de generación distribuida, por un lado, requiere que estas redes sean operadas de forma activa, mientras que, por otro lado, aportan nuevos elementos que se podrán aprovechar para realizar este nuevo tipo de explotación. Entonces, para mantener la red de distribución en un estado seguro, se cuenta con los equipos que tradicionalmente han existido, a los que se suman los nuevos que la generación distribuida incorpora.

Téngase en cuenta que, en el caso concreto de las tensiones, conforme el nivel de tensión disminuye la potencia activa afecta más. Por ello, rompiendo con la forma tradicional de controlar las tensiones únicamente a partir de la potencia reactiva, se tendrán en cuenta también aquellos elementos que permitan variar la potencia activa.

De esta forma, los elementos que permitirán llevar a cabo las actuaciones correctoras son:

- **Baterías de condensadores:** Son un conjunto de condensadores que se conectan en paralelo a la red para inyectar potencia reactiva. Al componerse de elementos diferenciados, la conexión se realiza en escalones discretos. Habitualmente se encuentran en la subestación de cabecera, y en ocasiones en algunos nudos de la red para realizar compensación de reactiva.
- **Transformadores con cambiador de tomas en carga (OLTC, *On Load Tap Changer*):** Habitualmente, los transformadores de las subestaciones permiten cambiar la relación de transformación de sus devanados durante el funcionamiento normal, conectando o desconectando espiras adicionales al número base, de modo que se consigue modificar la tensión de los terminales del transformador. Los transformadores MT/BT de los centros de transformación no cuentan con estos dispositivos en general.
- **Generadores síncronos convencionales:** La inyección o consumo de potencia reactiva depende de la corriente de excitación que circule por el rotor de la máquina. Así, permiten establecer una tensión consigna en el nudo de conexión u otro cercano, que se mantendrá siempre y cuando el generador no alcance sus límites de reactiva. No se suelen encontrar en las redes de distribución.
- **Generadores distribuidos y recursos de almacenamiento:** Los primeros permiten la generación de electricidad a partir de fuentes de energía alternativas, generalmente renovables, mientras que los segundos guardan energía para emplearla en otro momento, pudiendo ser baterías de continua instaladas en la red o la batería propia de los coches eléctricos. En cualquiera de los casos, entre la red y la fuente de energía primaria o la batería, existe un convertidor de potencia que permite modificar la forma en que se presenta la energía eléctrica, los cuales se basan en electrónica de potencia y pueden ser de diferentes topologías. Puesto que posibilitan controlar tanto la potencia activa como la reactiva inyectada, se establecen dos tipos de actuaciones:
  - **Actuación sobre la potencia reactiva inyectada**
  - **Actuación conjunta sobre la potencia activa y reactiva inyectada:** Modificar la potencia activa que los generadores distribuidos producen es siempre mucho más costoso que modificar la reactiva, por lo que se evitará a toda costa. Entonces, cuando se determine que la mejor actuación es modificar la potencia activa, para reducir al mínimo la actuación se llevará a cabo una actuación conjunta de potencia activa y reactiva.
- **Deslastre de carga:** Al desconectar una carga del sistema, se debe considerar que afecta tanto a la potencia activa como a la reactiva consumida.

Nótese que la potencia reactiva de los convertidores de potencia es función de la potencia activa inyectada, que viene dada por la curva característica del convertidor. En general, la curva se puede aproximar a una semicircunferencia:

$$Q_{max}^2(P) = P_{max}^2 - P^2 \quad Q_{min}(P) = -Q_{max}(P) \quad (1)$$

siendo  $Q_{max}$  y  $Q_{min}$  la potencia reactiva máxima y mínima que puede dar un convertidor de potencia, respectivamente,  $P_{max}$  la potencia activa máxima que el convertidor puede llegar a inyectar (nominal) y  $P$  la

potencia activa que el convertidor se encuentra dando en el punto de operación.

Nótese que la potencia reactiva que el convertidor podrá dar para el punto de funcionamiento deberá encontrarse entre los valores mínimo y máximo calculados, es decir,  $Q_{min} \leq Q \leq Q_{max}$ . Si  $Q > 0$ , entonces cede potencia reactiva, mientras que si  $Q < 0$  consume.

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, cada tipo de actuación correctora lleva asociado un coste que depende de los contratos a largo plazo que la distribuidora mantenga con los proveedores de servicios auxiliares, de los contratos que en el corto plazo la distribuidora cierre en el mercado de ajustes y, en caso de incorporarse, del desgaste sufrido por los equipos durante las actuaciones. En general, si no se tiene en cuenta el desgaste, aquellas actuaciones que no afecten a la potencia activa serán más baratas que las que sí lo hacen. Por ejemplo, variar las tomas de un transformador solo llevará asociado el coste del mantenimiento, mientras que si se reduce la energía que inyecta un generador fotovoltaico, el coste asociado será el coste de oportunidad, que se puede considerar como la venta de dicha energía en el mercado eléctrico, cuyo precio será el que marque el mercado en cada momento.

## 2.2 Secuencia de actuación ante situaciones de emergencia

La técnica que se propone [7, 8] combina técnicas heurísticas, que consideran las particularidades propias de cada sistema eléctrico y de cada operador, con algoritmos numéricos de cálculo de sensibilidades entre las variables de control y las magnitudes de interés. Está diseñada para ejecutarse durante la operación normal del sistema eléctrico y, aunque la operación de cada red no tiene por qué coincidir, en la Figura 3 se muestra un ejemplo básico. Inicialmente se obtiene el estado de la red mediante un sistema SCADA que resuelve de forma adecuada una estimación de estado [14] y, si existe alguna tensión en los nudos fuera de límites o una sobrecarga en alguna línea o transformador, se ejecuta el módulo de actuaciones correctivas que permita llevar al sistema a un estado seguro de nuevo. Si no se detecta ningún problema, entonces se podría pasar a optimizar el estado del sistema reduciendo las pérdidas.



Figura 3. Ejemplo de diagrama de flujo básico del sistema.

El método propuesto se compone de una serie de pasos secuenciales que se basan en [9]. Mientras que algunas de las reglas que se presentan se pueden usar para cualquier red, otras deberán ser modificadas acorde con la forma propia de explotación. Dado el caso en que se identifique una tensión fuera de límites o que exista una sobrecarga, la metodología propuesta sigue los pasos que se muestran a continuación:

1. Determinar la contingencia más crítica, ya sea el nudo con la tensión más alejada de los límites de operación, la línea o transformador con la mayor sobrecarga u otro criterio particular que el operador o agregador desee emplear.
2. Calcular las matrices de sensibilidades que relacionen tanto las tensiones y los flujos por las ramas como los límites de operación con las variables de control.

3. Opcionalmente, para cada tipo de control se pueden seleccionar las variables con mayor sensibilidad. A priori éstas serán las que corrijan la tensión o sobrecarga crítica de forma más eficiente.
4. Para cada variable de control se calcula la mayor actuación disponible, comprobando los límites propios y los límites de operación, de forma que no se creen nuevas contingencias o se empeore una contingencia ya existente al realizar la actuación correctiva.
5. Basándose en los denominados Coeficientes de Eficacia y en los costes, se elige la mejor actuación correctiva.
6. Determinar la actuación de control necesaria para corregir la situación más crítica.
7. Actualizar el estado del sistema mediante un flujo de cargas y volver al punto 1 hasta que no existan contingencias que corregir. Alternativamente, se puede realizar únicamente un flujo de cargas una vez que se espere haber resuelto todas las situaciones de emergencia. En tal caso, se deben actualizar las tensiones y flujos por las ramas empleando las matrices de sensibilidades antes de volver al paso 1, lo que permite aumentar la velocidad de ejecución pero que conlleva un mayor error acumulado.

Como se puede observar, en cada iteración el objetivo es corregir el problema más grave, ya sea una tensión en un nudo o una rama sobrecargada. Sin embargo, esto no quita que al corregir tales contingencias se obtenga una mejoría o incluso que se solucionen otras situaciones de emergencia, pues nótese que en el paso 4 se calculan las actuaciones disponibles comprobando los límites de operación, de modo que cualquier actuación que se lleve a cabo no empeore en ningún caso una tensión fuera de límites o una sobrecarga.

Cabe destacar que, si la variable de control elegida tiene suficiente capacidad y no se alcanza ningún límite de operación, la contingencia seleccionada será corregida. Por el contrario, si la variable de control seleccionada se encuentra limitada por sus límites propios o por los límites de operación, se realizará una actuación insuficiente que, aunque no consiga solucionar el problema, mejorará del estado del sistema. Así, la contingencia se mantendrá hasta que sea corregida por actuaciones posteriores.

Por otro lado, es evidente la importancia que tienen las sensibilidades calculada en esta metodología. Cuanto mayor sea la precisión, mejores serán los resultados obtenidos. Por ello, en la siguiente sección se desarrollará la teoría que permite calcular las sensibilidades, mientras que en el siguiente capítulo se realizará un estudio detallado del error asociado a cada una de las matrices de sensibilidades. Así, el desarrollo matemático del método antes propuesto se deberá basar en los resultados obtenidos del estudio realizado. Sin embargo, dada la extensión que se pide para el presente trabajo, el desarrollo del algoritmo que implementa la metodología propuesta se presentará en un trabajo futuro.

## 2.3 Cálculo de las matrices de sensibilidades

Las matrices de sensibilidades permiten obtener una aproximación lineal de cómo varía una magnitud ante variaciones en otros parámetros. Es fundamental conocer cómo afecta cada variable de control, en primer lugar, a la magnitud que se quiere corregir y, en segundo lugar, a las magnitudes en otros elementos del sistema, que conforman los límites de operación, para comprobar que no se crearán nuevas contingencias una vez se realice una actuación.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo es corregir la tensión en nudos de consumo y las sobrecargas que puedan existir por líneas y transformadores. Igualmente, se consideran como límites de operación la tensión en otros nudos de consumo, la potencia reactiva en los generadores y el flujo de potencia que circula por las líneas y transformadores del sistema. Por otro lado, los tipos de actuaciones correctoras mencionados en el apartado 2.1 se pueden agrupar en actuaciones sobre la potencia activa, sobre la potencia reactiva, sobre la tensión en un nudo de generación y sobre las tomas de los transformadores. De esta forma, se deben deducir las matrices de sensibilidades que relacionen dichas actuaciones con las tensiones, flujos de potencia por las ramas y los otros límites de operación mencionados.

Las matrices de sensibilidades que se obtienen son  $S_{V_c,u}$ ,  $S_{Q_g,u}$ ,  $S_{S_r^2,u}$ ,  $S_{I_r^2,u}$ ,  $S_{P_r,u}$ ,  $S_{Q_r,u}$ , y proporcionan una relación lineal entre las variables de control,  $u$ , y las tensiones en los nudos de consumo,  $V_c$ , la potencia reactiva de los generadores,  $Q_g$ , la potencia aparente por una rama al cuadrado,  $S_r^2$ , el módulo de la intensidad que circula



por una rama al cuadrado,  $I_r^2$  la potencia activa por una rama,  $P_r$ , y la potencia reactiva que circula por una rama,  $Q_r$ . Matemáticamente se puede expresar como:

$$\Delta V_c = S_{V_c,u} \Delta u \quad (2)$$

$$\Delta Q_g = S_{Q_g,u} \Delta u \quad (3)$$

$$\Delta S_r^2 = S_{S_r^2,u} \Delta u \quad (4)$$

$$\Delta I_r^2 = S_{I_r^2,u} \Delta u \quad (5)$$

$$\Delta P_r = S_{P_r,u} \Delta u \quad (6)$$

$$\Delta Q_r = S_{Q_r,u} \Delta u \quad (7)$$

Es importante destacar que, para evitar trabajar con raíces cuadradas y simplificar los cálculos, se trabaja con la potencia aparente y el módulo de la corriente al cuadrado. Por otro lado, en el capítulo 3 se discutirá qué magnitud es la mejor para modelar el flujo de potencia que circula por una rama o transformador, en base al error asociado a cada una de las matrices de sensibilidades.

Aunque algunas de las matrices de sensibilidades ya están desarrolladas en [7], y en [8] se presenta la metodología de cálculo, para hacer este texto autónomo se volverán a realizar las deducciones que en aquél se encuentran y se añadirán las relativas a la potencia aparente al cuadrado, intensidad al cuadrado, potencia activa y potencia reactiva que circulan por las ramas, a actuaciones sobre la potencia activa y a actuaciones conjuntas.

### 2.3.1 Suposiciones iniciales para el cálculo de las matrices de sensibilidades

El cálculo de las matrices se basa en realizar una aproximación lineal de las ecuaciones del flujo de cargas. Para ello, se desarrollan en serie de Taylor las ecuaciones y se desprecian los términos de segundo orden y superiores. En el caso de una función unidimensional, sería:

$$f(x) = f(x_{p.o.}) + \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x_{p.o.}} (x - x_{p.o.}) + \dots \quad (8)$$

siendo  $x$  la variable independiente y  $x_{p.o.}$  la misma evaluada en el punto de operación.

Despreciando los términos a partir del segundo orden, se tiene:

$$f(x) - f(x_{p.o.}) \simeq \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x_{p.o.}} (x - x_{p.o.}) \rightarrow \Delta f = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x_{p.o.}} \Delta x \quad (9)$$

Aplicando el mismo razonamiento a funciones de varias dimensiones, basta con sustituir la primera derivada por la matriz Jacobiana evaluada en el punto de operación. Por tanto, para el caso que nos ocupa, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q_c \\ \Delta Q_g \\ \Delta S_r^2 \\ \Delta I_r^2 \\ \Delta P_r \\ \Delta Q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V_c} & \frac{\partial P}{\partial V_g} & \frac{\partial P}{\partial t} \\ \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} & \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} & \frac{\partial Q_c}{\partial t} \\ \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} & \frac{\partial Q_g}{\partial V_g} & \frac{\partial Q_g}{\partial t} \\ \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} & \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} & \frac{\partial S_r^2}{\partial V_g} & \frac{\partial S_r^2}{\partial t} \\ \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} & \frac{\partial I_r^2}{\partial V_c} & \frac{\partial I_r^2}{\partial V_g} & \frac{\partial I_r^2}{\partial t} \\ \frac{\partial P_r}{\partial \theta} & \frac{\partial P_r}{\partial V_c} & \frac{\partial P_r}{\partial V_g} & \frac{\partial P_r}{\partial t} \\ \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_r}{\partial V_c} & \frac{\partial Q_r}{\partial V_g} & \frac{\partial Q_r}{\partial t} \end{bmatrix}_{p.o.} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V_c \\ \Delta V_g \\ \Delta t \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde  $P$  denota la potencia activa inyectada en un nudo,  $Q_c$  y  $Q_g$  la potencia reactiva inyectada en un nudo de consumo y de generación, respectivamente,  $S_r^2$  la potencia aparente que circula por una rama al cuadrado,  $I_r^2$  el módulo de la corriente que circula por una rama al cuadrado,  $P_r$  la potencia activa que circula por una rama,  $Q_r$  la potencia reactiva que circula por una rama,  $\theta$  el desfase de la tensión,  $V_c$  y  $V_g$  la tensión en un nudo de consumo y de generación, respectivamente, y  $t$  el ratio de las tomas de un transformador. Cabe destacar que se emplean la potencia aparente y el módulo de la intensidad al cuadrado por simplicidad de las ecuaciones, pues si se usaran simplemente estas magnitudes aparecerían raíces cuadradas en las expresiones

Como se ha mencionado, los términos de la matriz Jacobiana están evaluados en el punto de operación en que se realiza la aproximación lineal. En lo que sigue, se omite por simplicidad el subíndice que lo indica. Por otro lado, es necesario suponer también que cuando se realiza una actuación sobre una variable de control (o dos en el caso de una actuación conjunta), el resto se mantienen constantes. Además, como se verá en las siguientes secciones, el razonamiento para determinar la matriz de sensibilidades relativas a la potencia reactiva de los generadores,  $Q_g$ , es el mismo que para los otros límites de operación, es decir,  $S_r^2$ ,  $I_r^2$ ,  $P_r$  y  $Q_r$ . Por tanto, solo se realizarán los razonamientos para  $Q_g$  y se omitirán para estos últimos.

## 2.3.2 Matrices de sensibilidades según inyecciones de potencia reactiva en nudos de consumo

### 2.3.2.1 Tensión en nudos de consumo

La variación de la potencia reactiva inyectada en un nudo de consumo a causa de la actuación sobre una batería de condensadores,  $\Delta Q_c$ , se puede desarrollar como se indica en (10):

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial Q_c}{\partial t} \Delta t \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que los otros elementos de control se mantienen constantes,  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$ , la ecuación anterior queda como:

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c \quad (12)$$

Para despejar  $\Delta V_c$  respecto a  $\Delta Q_c$ , es necesario conocer previamente  $\Delta \theta$ . Esta expresión se puede obtener desarrollando  $\Delta P$ :

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial P}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial P}{\partial t} \Delta t \quad (13)$$

Manteniendo la suposición de que las otras variables de control se mantienen constantes, es decir,  $\Delta V_g = 0$ ,  $\Delta t = 0$  y  $\Delta P = 0$ , la expresión de  $\Delta \theta$  queda:

$$\Delta \theta = - \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c \quad (14)$$

Sustituyendo en (12), se obtiene:

$$\Delta V_c = S_{V_c, Q_c} \Delta Q_c \quad (15)$$

donde  $S_{V_c, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona las tensiones en los nudos de consumo según actuaciones en la potencia reactiva en nudos de consumo, cuya expresión es [7]:

$$S_{V_c, Q_c} = \left[ \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} - \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right]^{-1} \quad (16)$$

### 2.3.2.2 Potencia reactiva de un generador

De igual forma, se puede desarrollar la variación de la potencia reactiva de un generador,  $\Delta Q_g$ , como:

$$\Delta Q_g = \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_g}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial Q_g}{\partial t} \Delta t \quad (17)$$

Teniendo en cuenta que  $\Delta V_g = 0$ ,  $\Delta t = 0$  y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (14), se obtiene:

$$\Delta Q_g = S_{Q_g, Q_c} \Delta Q_c \quad (18)$$

donde  $S_{Q_g, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva de los generadores según actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo [7]:

$$S_{Q_g, Q_c} = \left[ \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} - \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right] S_{V_c, Q_c} \quad (19)$$

### 2.3.2.3 Potencia aparente que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Siguiendo el mismo razonamiento, se desarrolla la variación de la potencia aparente que circula por una rama al cuadrado:

$$\Delta S_r^2 = \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial S_r^2}{\partial t} \Delta t \quad (20)$$

Puesto que  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$ , si se sustituye el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (14), se obtiene:

$$\Delta S_r^2 = S_{S_r^2, Q_c} \Delta Q_c \quad (21)$$

donde  $S_{S_r^2, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia aparente que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo:

$$S_{S_r^2, Q_c} = \left[ \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} - \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right] S_{V_c, Q_c} \quad (22)$$

### 2.3.2.4 Intensidad que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Análogamente, la variación de la intensidad que circula por una rama al cuadrado es:

$$\Delta I_r^2 = \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial I_r^2}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial I_r^2}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial I_r^2}{\partial t} \Delta t \quad (23)$$

Haciendo de nuevo  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$  y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (14), se tiene:

$$\Delta I_r^2 = S_{I_r^2, Q_c} \Delta Q_c \quad (24)$$

donde  $S_{I_r^2, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la intensidad que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo:

$$S_{I_r^2, Q_c} = \left[ \frac{\partial I_r^2}{\partial V_c} - \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right] S_{V_c, Q_c} \quad (25)$$

### 2.3.2.5 Potencia activa que circula por una línea o transformador

El desarrollo de la potencia activa que circula por una rama se puede escribir como:

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial P_r}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial P_r}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial P_r}{\partial t} \Delta t \quad (26)$$

Haciendo una vez más  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$  y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (14), se tiene:

$$\Delta P_r = S_{P_r, Q_c} \Delta Q_c \quad (27)$$

donde  $S_{P_r, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia activa que circula por las ramas según actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo:

$$S_{P_r, Q_c} = \left[ \frac{\partial P_r}{\partial V_c} - \frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right] S_{V_c, Q_c} \quad (28)$$

### 2.3.2.6 Potencia reactiva que circula por una línea o transformador

Para la potencia reactiva que circula por una rama, el desarrollo en serie de Taylor aproximado se puede escribir como:

$$\Delta Q_r = \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_r}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_r}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial Q_r}{\partial t} \Delta t \quad (29)$$

Teniendo  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$  y si se sustituye el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (14), resulta:

$$\Delta Q_r = S_{Q_r, Q_c} \Delta Q_c \quad (30)$$

donde  $S_{Q_r, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por las ramas según

actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo:

$$S_{Q_r, Q_c} = \left[ \frac{\partial Q_r}{\partial V_c} - \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right] S_{V_c, Q_c} \quad (31)$$

## 2.3.3 Matrices de sensibilidades según inyecciones de potencia activa en los nudos

### 2.3.3.1 Tensión en nudos de consumo

Siguiendo la misma secuencia lógica de los cálculos anteriores, se particulariza la ecuación (11) para  $\Delta Q_c = 0$ ,  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$ . En este caso, la ecuación (11) queda como:

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c = 0 \quad (32)$$

Una vez más, es necesario despejar  $\Delta \theta$ , para lo que se usa el desarrollo aproximado de  $\Delta P$ . Sin embargo, al contrario que sucedía en el caso anterior, quedará en función de la actuación sobre la potencia activa, pues ésta no es nula:

$$\Delta \theta = \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \left[ \Delta P - \frac{\partial P}{\partial t} \Delta V_c \right] \quad (33)$$

Sustituyendo en (32) y operando se obtiene:

$$\Delta V_c = S_{V_c, P} \Delta P \quad (34)$$

donde  $S_{V_c, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona las tensiones en los nudos de consumo según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos:

$$S_{V_c, P} = \left[ \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} - \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \right]^{-1} \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \quad (35)$$

### 2.3.3.2 Potencia reactiva de un generador

A partir del desarrollo de  $\Delta Q_g$  en (17), particularizando para este caso y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (33), se deduce:

$$\Delta Q_g = S_{Q_g, P} \Delta P \quad (36)$$

donde  $S_{Q_g, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva de los generadores según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos:

$$S_{Q_g, P} = \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, P} + \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} S_{V_c, P} \quad (37)$$

### 2.3.3.3 Potencia aparente que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Siguiendo el mismo razonamiento que para la reactiva de un generador, se tiene:

$$\Delta S_r^2 = S_{S_r^2, P} \Delta P \quad (38)$$

donde  $S_{S_r^2, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia aparente que circula por las ramas al

cuadrado según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos:

$$S_{S_r^2, P} = \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, P} + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} S_{V_c, P} \quad (39)$$

### 2.3.3.4 Intensidad que circula por una línea o un transformador al cuadrado

En este caso:

$$\Delta I_r^2 = S_{I_r^2, P} \Delta P \quad (40)$$

donde  $S_{I_r^2, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona intensidad que circula por una rama al cuadrado según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos:

$$S_{I_r^2, P} = \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, P} + \frac{\partial I_r^2}{\partial V_c} S_{V_c, P} \quad (41)$$

### 2.3.3.5 Potencia activa que circula por una línea o un transformador

Para la potencia activa que circula por una rama:

$$\Delta P_r = S_{P_r, P} \Delta P \quad (42)$$

donde  $S_{P_r, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia activa que circula por una rama según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos:

$$S_{P_r, P} = \frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, P} + \frac{\partial P_r}{\partial V_c} S_{V_c, P} \quad (43)$$

### 2.3.3.6 Potencia reactiva que circula por una línea o un transformador

Considerando la potencia reactiva que circula por una rama:

$$\Delta Q_r = S_{Q_r, P} \Delta P \quad (44)$$

donde  $S_{Q_r, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por una rama según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos:

$$S_{Q_r, P} = \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, P} + \frac{\partial Q_r}{\partial V_c} S_{V_c, P} \quad (45)$$

## 2.3.4 Matrices de sensibilidades según actuaciones conjuntas de inyección de potencia activa y reactiva

En los apartados anteriores se han hecho los cálculos para las situaciones en que solo se actúa sobre la potencia activa o la reactiva. En esta sección se supone que se actúa sobre ambas a la vez, es decir,  $\Delta P \neq 0$  y  $\Delta Q_c \neq 0$ .

### 2.3.4.1 Tensión en nudos de consumo

Se parte de nuevo de la ecuación (11) y se particulariza haciendo  $\Delta V_g = 0$  y  $\Delta t = 0$ :

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c \quad (46)$$

El valor de  $\Delta \theta$  se puede despejar del desarrollo de  $\Delta P$ , que queda como función de éste:

$$\Delta \theta = \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \left[ \Delta P - \frac{\partial P}{\partial t} \Delta V_c \right] \quad (47)$$

Sustituyendo (47) en (46) y operando se obtiene:

$$\Delta V_c = S_{V_c,P} \Delta P + S_{V_c,Q_c} \Delta Q_c \quad (48)$$

donde  $S_{V_c,P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona las tensiones en los nudos de consumo según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos cuando solo se actúa sobre  $\Delta P$ , cuya expresión viene dada por (35), y  $S_{V_c,Q_c}$  es matriz de sensibilidades que relaciona las tensiones en los nudos de consumo según actuaciones en la potencia reactiva en nudos de consumo cuando solo se actúa sobre  $\Delta Q_c$ , cuya expresión se encuentra en (16).

### 2.3.4.2 Potencia reactiva de un generador

A partir del desarrollo de  $\Delta Q_g$  en (17), particularizando para este caso y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (47), se deduce:

$$\Delta Q_g = S_{Q_g,P} \Delta P + S_{Q_g,Q_c} \Delta Q_c \quad (49)$$

donde  $S_{Q_g,P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva de los generadores según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos cuando solo se actúa sobre  $\Delta P$ , cuya expresión se dio en (37), y  $S_{Q_g,Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva de los generadores según actuaciones en la reactiva inyectada en nudos de consumo cuando solo se actúa sobre  $\Delta Q_c$ , cuya expresión se encuentra en (19).

### 2.3.4.3 Potencia aparente que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Aplicando el razonamiento análogo a  $Q_g$  para  $S_r^2$ , se obtiene:

$$\Delta S_r^2 = S_{S_r^2,P} \Delta P + S_{S_r^2,Q_c} \Delta Q_c \quad (50)$$

donde  $S_{S_r^2,P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia aparente que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos cuando solo se actúa sobre  $\Delta P$  y cuya expresión viene dada por (39), mientras que  $S_{S_r^2,Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia aparente que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo cuando solo se actúa sobre  $\Delta Q_c$  y cuya expresión se da en (22).

$$S_{S_r^2,P} = \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c,P} + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} S_{V_c,P} \quad (51)$$

### 2.3.4.4 Intensidad que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Para  $I_r^2$  se puede deducir:

$$\Delta I_r^2 = S_{I_r^2,P} \Delta P + S_{I_r^2,Q_c} \Delta Q_c \quad (52)$$

donde  $S_{I_r^2,P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la corriente que circula por las ramas al cuadrado según

actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos cuando solo se actúa sobre  $\Delta P$ , cuya expresión viene dada por (41), mientras que  $S_{P_r, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la intensidad que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la potencia reactiva en nudos de consumo cuando solo se actúa sobre  $\Delta Q_c$ , cuya expresión viene dada por (25).

### 2.3.4.5 Potencia activa que circula por una línea o un transformador

Análogamente, se obtiene para  $P_r$ :

$$\Delta P_r = S_{P_r, P} \Delta P + S_{P_r, Q_c} \Delta Q_c \quad (53)$$

donde  $S_{P_r, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia activa que circula por las ramas según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos cuando solo se actúa sobre  $\Delta P$  y cuya expresión viene dada por (43), mientras que  $S_{P_r, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por las ramas según actuaciones en la potencia reactiva en nudos de consumo cuando solo se actúa sobre  $\Delta Q_c$  y cuya expresión se da en (28).

$$S_{S_{P_r, P}} = \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} - \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, P} + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} S_{V_c, P} \quad (54)$$

### 2.3.4.6 Intensidad que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Para  $Q_r$  se deduce:

$$\Delta Q_r = S_{Q_r, P} \Delta P + S_{Q_r, Q_c} \Delta Q_c \quad (55)$$

donde  $S_{Q_r, P}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por las ramas según actuaciones en la potencia activa inyectada en los nudos cuando solo se actúa sobre  $\Delta P$ , cuya expresión viene dada por (45), mientras que  $S_{Q_r, Q_c}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por las ramas según actuaciones en la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo cuando solo se actúa sobre  $\Delta Q_c$ , cuya expresión viene dada por (31).

## 2.3.5 Matrices de sensibilidades según la tensión en bornas de generadores

### 2.3.5.1 Tensión en nudos de consumo

Igual que sucedía anteriormente, se comienza a partir del desarrollo de la variación de la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo, (11). Particularizando para el caso concreto de una actuación sobre la tensión en bornas de un generador,  $\Delta Q_c = 0$  y  $\Delta t = 0$ , se obtiene:

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} \Delta V_g = 0 \quad (56)$$

De nuevo, es necesario despejar  $\Delta \theta$  de (13) particularizando para esta situación:

$$\Delta \theta = - \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial P}{\partial V_g} \Delta V_g \right] \quad (57)$$

Sustituyendo esta expresión en (56) y operando se obtiene:

$$\Delta V_c = S_{V_c, V_g} \Delta V_g \quad (58)$$

donde  $S_{V_c, V_g}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona las tensiones en los nudos de consumo según



actuaciones en la tensión en bornas de generadores [7]:

$$S_{V_c, V_g} = -S_{V_c, Q_c} \left[ \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} - \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_g} \right] \quad (59)$$

### 2.3.5.2 Potencia reactiva de un generador

De igual forma, a partir del desarrollo de  $\Delta Q_g$  en (17), particularizado para este caso y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (57), se obtiene:

$$\Delta Q_g = S_{Q_g, V_g} \Delta V_g \quad (60)$$

donde  $S_{Q_g, V_g}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva de los generadores según actuaciones en la tensión en bornas de generadores [7]:

$$S_{Q_g, V_g} = -\frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} - \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_g} + \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} + \frac{\partial Q_g}{\partial V_g} \quad (61)$$

### 2.3.5.3 Potencia aparente que circula por una línea o un transformador al cuadrado

La expresión que queda para  $S_r^2$  si se sigue el razonamiento análogo a  $Q_g$  es:

$$\Delta S_r^2 = S_{S_r^2, V_g} \Delta V_g \quad (62)$$

donde  $S_{S_r^2, V_g}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia aparente que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la tensión en bornas de generadores:

$$S_{S_r^2, V_g} = -\frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} - \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_g} + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_g} \quad (63)$$

### 2.3.5.4 Intensidad que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Igualmente, para  $I_r^2$ :

$$\Delta I_r^2 = S_{I_r^2, V_g} \Delta V_g \quad (64)$$

donde  $S_{I_r^2, V_g}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la intensidad que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la tensión en bornas de generadores:

$$S_{I_r^2, V_g} = -\frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} - \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_g} + \frac{\partial I_r^2}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} + \frac{\partial I_r^2}{\partial V_g} \quad (65)$$

### 2.3.5.5 Potencia activa que circula por una línea o un transformador

Análogamente:

$$\Delta P_r = S_{P_r, V_g} \Delta V_g \quad (66)$$

donde  $S_{P_r, V_g}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia activa que circula por las ramas según actuaciones en la tensión en bornas de generadores:

$$S_{P_r, V_g} = -\frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} - \frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_g} + \frac{\partial P_r}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} + \frac{\partial P_r}{\partial V_g} \quad (67)$$

### 2.3.5.6 Potencia reactiva que circula por una línea o un transformador

Para el caso de la potencia reactiva:

$$\Delta Q_r = S_{Q_r, V_g} \Delta V_g \quad (68)$$

donde  $S_{Q_r, V_g}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por las ramas según actuaciones en la tensión en bornas de generadores:

$$S_{Q_r, V_g} = -\frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} - \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_g} + \frac{\partial Q_r}{\partial V_c} S_{V_c, V_g} + \frac{\partial Q_r}{\partial V_g} \quad (69)$$

## 2.3.6 Matrices de sensibilidades según las tomas de transformadores

### 2.3.6.1 Tensión en nudos de consumo

Se repiten de nuevo los cálculos anteriores, pero esta vez se tiene que  $\Delta Q_c = 0$  y  $\Delta V_g = 0$ . En este caso, la ecuación (11) queda como:

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_c}{\partial t} \Delta t = 0 \quad (70)$$

Una vez más, es necesario despejar  $\Delta \theta$  de (13) y particularizar para este caso:

$$\Delta \theta = -\left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial P}{\partial t} \Delta t \right] \quad (71)$$

Sustituyendo en (70) y operando se obtiene:

$$\Delta V_c = S_{V_c, t} \Delta t \quad (72)$$

donde  $S_{V_c, t}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona las tensiones en los nudos de consumo según actuaciones en las tomas de transformadores [7]:

$$S_{V_c, t} = -S_{V_c, Q_c} \left[ \frac{\partial Q_c}{\partial t} - \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} \right] \quad (73)$$

### 2.3.6.2 Potencia reactiva de un generador

Igualmente, a partir del desarrollo de  $\Delta Q_g$  en (17), particularizando para este caso y sustituyendo el valor anteriormente despejado de  $\Delta \theta$  en (71), se deduce:

$$\Delta Q_g = S_{Q_g, t} \Delta t \quad (74)$$

donde  $S_{Q_g, t}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva de los generadores según actuaciones en las tomas de transformadores [7]:

$$S_{Q_g,t} = -\frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c,t} - \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} S_{V_c,t} + \frac{\partial Q_g}{\partial t} \quad (75)$$

### 2.3.6.3 Potencia aparente que circula por una línea o un transformador al cuadrado

De nuevo, si se sigue el mismo razonamiento que para la potencia reactiva inyectada por los generadores, se deduce la expresión para  $S_r^2$ :

$$\Delta S_r^2 = S_{S_r^2,t} \Delta t \quad (76)$$

donde  $S_{S_r^2,t}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia aparente que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en las tomas de transformadores:

$$S_{S_r^2,t} = -\frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c,t} - \frac{\partial S_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial S_r^2}{\partial V_c} S_{V_c,t} + \frac{\partial S_r^2}{\partial t} \quad (77)$$

### 2.3.6.4 Intensidad que circula por una línea o un transformador al cuadrado

Análogamente, se tiene para  $I_r^2$ :

$$\Delta I_r^2 = S_{I_r^2,t} \Delta t \quad (78)$$

donde  $S_{I_r^2,t}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la corriente que circula por las ramas al cuadrado según actuaciones en la tensión en las tomas de transformadores:

$$S_{I_r^2,t} = -\frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c,t} - \frac{\partial I_r^2}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial I_r^2}{\partial V_c} S_{V_c,t} + \frac{\partial I_r^2}{\partial t} \quad (79)$$

### 2.3.6.5 Potencia activa que circula por una línea o un transformador

Para  $P_r$  se tiene:

$$\Delta P_r = S_{P_r,t} \Delta t \quad (80)$$

donde  $S_{P_r,t}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia activa que circula por las ramas según actuaciones en las tomas de transformadores:

$$S_{P_r,t} = -\frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c,t} - \frac{\partial P_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P_r}{\partial V_c} S_{V_c,t} + \frac{\partial P_r}{\partial t} \quad (81)$$

### 2.3.6.6 Potencia reactiva que circula por una línea o un transformador

De igual modo, se obtiene para  $Q_r$ :

$$\Delta Q_r = S_{Q_r,t} \Delta t \quad (82)$$

donde  $S_{Q_r,t}$  es la matriz de sensibilidades que relaciona la potencia reactiva que circula por las ramas según actuaciones en las tomas de transformadores:

$$S_{Q_r,t} = -\frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} S_{V_c,t} - \frac{\partial Q_r}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial Q_r}{\partial V_c} S_{V_c,t} + \frac{\partial Q_r}{\partial t} \quad (83)$$

## 2.4 Ejemplo ilustrativo

En esta sección se muestra un ejemplo sencillo en el que se corregirá una situación de emergencia empleando las matrices de sensibilidades antes desarrolladas. La red propuesta es un ramal de 20 kV que se conecta a una red de transporte de 110 kV mediante un transformador con cambiador de tomas en carga que se encuentra en una subestación. En la Figura 4 se puede observar el esquema de dicho ramal, el cual es radial tanto en diseño como en explotación. Aunque la red es artificial, el nudo 2 representa un gran centro de consumo en comparación con los otros nudos de consumo, 3, 4 y 5, los cuales cuentan, además, con generación distribuida. En los nudos 4 y 5 el tipo de generación es fotovoltaica, que es no gestionable y que llevará asociado un elevado coste en caso de que se requiera disminuir la generación, mientras que en el nudo 3 se tiene una batería electroquímica sí gestionable, cuyo coste de actuación sobre la potencia activa depende del precio de compra y venta de la energía, que en general será menor que el asociado al caso fotovoltaico. Además, se cuenta con una batería de condensadores en la cabecera de la red, en el nudo 2. En la Tabla 1 se muestran los parámetros de la red, siendo la potencia base 10 MVA y la tensión base la de la red, es decir, 20 kV.

Atendiendo a las características de la red, las variables con las que se cuenta para realizar actuaciones correctoras son: el cambiador de tomas del transformador de cabecera ( $t_1$ ), la batería de condensadores instalada en el nudo 2 ( $Q_c^{shunt}$ ), la potencia reactiva inyectada por los convertidores de los generadores distribuidos de los nudos de consumo ( $Q_3^{GD}$ ,  $Q_4^{GD}$ ,  $Q_5^{GD}$ ), actuaciones conjuntas sobre la potencia activa ( $P_3^{GD}$ ,  $P_4^{GD}$ ,  $P_5^{GD}$ ) y reactiva inyectada por los generadores distribuidos, deslastres de carga ( $P_i^{Carga}$ ,  $Q_i^{Carga}$ , con  $i = 2 \dots 5$ ) y variación de la tensión consigna del nudo 1 ( $V_{g1}$ ).

Si se observan los datos de la red que se estudia, se puede ver que la generación fotovoltaica es baja en comparación con sus valores nominales, mientras que las cargas presentan valores relativamente altos. Esta es la situación que suele acontecer en la punta de la mañana en días nublados o en la punta de la tarde cuando el sol está bajo.

En una aplicación real, el estado del sistema se actualiza periódicamente mediante un estimador de estado, sin embargo, para este ejemplo basta con resolver un flujo de cargas empleando los datos de partida de la Tabla 1. A partir de las tensiones complejas de la red (Tabla 2), se puede calcular la potencia que circula por las líneas y transformadores del sistema, tal y como se muestra en la Tabla 3. Nótese que, en una misma rama, la potencia aparente que circula en cada sentido no coincide, por lo que será necesario tratar por separado cada uno de los sentidos de las ramas. A continuación, se comparan las tensiones y potencias circulantes con los límites impuestos para cada caso. Para el primero, se considera una banda de  $\pm 2\%$ , mientras que para las ramas el límite es superar la potencia nominal de cada una: 15 MVA para el transformador y 2 MVA para las líneas. Como se puede observar, existe una violación de la banda impuesta para las tensiones, por lo tanto, el módulo de actuaciones correctoras se activa. Dado que no se ha desarrollado el algoritmo que implementa la metodología desarrollada en la sección 2.2 y siendo el objetivo de este ejemplo el de ilustrar la utilidad de las matrices de sensibilidades, se corregirá la situación de emergencia sin considerar los límites de operación del sistema eléctrico y sin la intención de elegir la mejor actuación de entre las posibles.

Inicialmente, se debe elegir la contingencia objetivo que se buscará corregir. Puesto que existen tensiones fuera de los límites establecidos, pero no sobrecargas, un posible criterio es elegir aquella tensión que presente la desviación más crítica. En este caso se elige como tensión objetivo la del nudo 4.

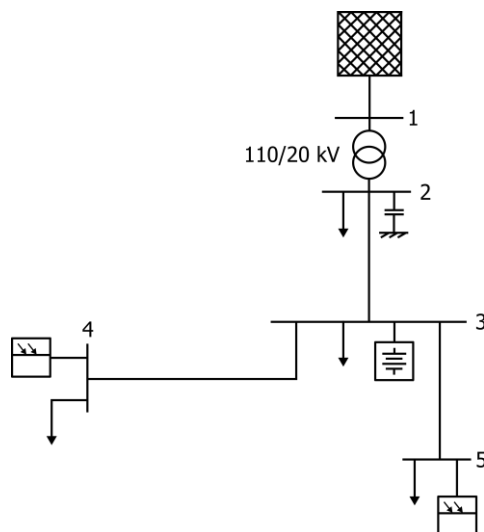


Figura 4. Red de media tensión de 5 nudos con presencia de generación distribuida y recursos de almacenamiento.

Nudo	$P$ (kW)	$Q$ (kvar)
2	8994,6	2956,4
3	562,6	184,6
4	449,7	149,9
5	674,6	221,7

(a)

Nudo	Tipo	$P_{nominal}$ (kW)	$P$ (kW)
3	Batería	200	0
4	Fotovoltaico	30	4
5	Fotovoltaico	20	6

(b)

Nudo inicial	Nudo final	$R$ (pu)	$X$ (pu)	$B_{ch}$ (pu)	Potencia nominal (MVA)
2	3	5,01E-2	7,16E-2	0,1339E-3	2
3	4	5,01E-2	7,16E-2	0,1339E-3	2
3	5	2,505E-2	3,58E-2	0,0959E-3	2

(c)

Nudo inicial	Nudo final	$R$ (pu)	$X$ (pu)	Tomas	Número de posiciones	Posición inicial	Potencia nominal (MVA)
1	2	0,0004	0,048	± 10 %	33	-1,25 %	15

(d)

Nudo	kvar/posición	Número de posiciones	Posición inicial
2	100	3	0

(e)

Tabla 1. Parámetros de la red ejemplo de media tensión de 5 nudos: (a) cargas, (b) generación distribuida, (c) líneas, (d) transformadores y (e) batería de condensadores.

Nudo	Tensión (pu)	Desfase (°)	Nudo inicial	Nudo final	S (kVA)
1	1	0	2	3	1791,9
2	0,9938	-2,91	3	4	471,5
3	0,9812	-3,46	3	5	705,9
4	0,9778	-3,60	3	2	1769,5
5	0,9786	-3,57	4	3	470,3
			5	3	704,4
			1	2	11473,0
			2	1	11259,8

Tabla 2. Flujo de cargas inicial.

Tabla 3. Potencia que circula por las ramas inicialmente.

En segundo lugar, se deben calcular las matrices de sensibilidades que permiten relacionar las magnitudes de interés con las variables de control. Puesto que no se van a considerar los límites de operación, sino que simplemente se van a corregir las contingencias empleando las matrices de sensibilidades, se muestran a continuación las sensibilidades relativas a las tensiones en nudos de consumo, calculadas acorde con lo desarrollado en la sección 2.3 de este capítulo:

$$S_{V_c, Q_c} = \begin{bmatrix} 0,0493 & 0,0497 & 0,0499 & 0,0498 \\ 0,0499 & 0,1239 & 0,1242 & 0,1241 \\ 0,0501 & 0,1243 & 0,1980 & 0,1246 \\ 0,0501 & 0,1242 & 0,1245 & 0,1611 \end{bmatrix} \quad S_{V_c, V_g} = \begin{bmatrix} 1,0353 \\ 1,0490 \\ 1,0527 \\ 1,0518 \end{bmatrix}$$

$$S_{V_c, P} = \begin{bmatrix} 0,0029 & 0,0042 & 0,0046 & 0,0045 \\ 0,0030 & 0,0567 & 0,0578 & 0,0575 \\ 0,0030 & 0,0569 & 0,1096 & 0,0577 \\ 0,0030 & 0,0569 & 0,0580 & 0,0834 \end{bmatrix} \quad S_{V_c, t} = \begin{bmatrix} -1,0579 \\ -2,6288 \\ -2,6379 \\ -2,6356 \end{bmatrix}$$

Nótese que cada fila se corresponde con las magnitudes que se ven afectadas al modificar las variables de control, que se corresponden a su vez con las columnas. Así, en la matriz  $S_{V_c, Q_c}$  cada fila se refiere a la tensión en uno de los nudos de consumo, mientras que las columnas hacen referencia a la potencia reactiva inyectada en cada uno de estos nudos.

La elección de la actuación más adecuada que permita corregir esta situación de emergencia se puede realizar en base a las sensibilidades asociadas a la tensión objetivo respecto de las variables de control, pues no se está teniendo en cuenta los límites de operación del sistema. La tercera fila de cada una de las matrices relativas a las tensiones en los nudos de consumo se refiere al nudo 4, de modo que se elige aquel control que presente la sensibilidad más alta. En este caso es la toma del transformador de cabecera. Sólo resta entonces calcular la actuación necesaria que permitirá llevar al sistema a un estado seguro, sin más que dividir el incremento necesario de tensión entre la sensibilidad que relacione dicha tensión con la variable elegida:

$$\Delta t_2 = \frac{0,0022}{-2,6379} = -8,43 \cdot 10^{-4}$$

Debido a que la variación de tomas del transformador es un tipo de control discreto, es necesario redondear el nuevo valor deseado a la posición más cercana, que resulta ser la misma posición de la que se parte. Se desecha entonces esta actuación y se elige la siguiente con mayor sensibilidad, es decir, la tensión consigna de la red de 110 kV. Evidentemente, una empresa distribuidora sólo debería solicitar al transportista que varíe la tensión en el punto de conexión en casos donde sea capaz de solucionar la situación de emergencia con sus propios medios, de modo que esta actuación tampoco se considera. El siguiente control con mayor sensibilidad variar la potencia reactiva inyectada por el convertidor de potencia del generador fotovoltaico. Esta es la actuación que a priori parece más adecuada, de modo que se calcula la variación necesaria de potencia reactiva como sigue:

$$\Delta Q_{c_2} = \frac{0,0022}{0,1980} \cdot 10^3 = 11,2 \text{ kvar}$$

Por tanto, el nuevo valor de la potencia reactiva inyectada es de 11,2 kvar. Se ejecuta entonces un nuevo flujo

de cargas y se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 4, donde se observa que las tensiones han sido corregidas completamente. En la Tabla 5 se muestran los nuevos valores para la potencia que circula por cada rama, donde se comprueba que no se ha creado ninguna contingencia.

El nuevo valor de la tensión en el nudo 4 es justo el límite inferior, es decir, 0,9800. Sin embargo, si se muestran más decimales el valor que se ha obtenido es 0,979994, que está por debajo del límite inferior, es decir, se ha cometido un error de 0,12 V. Este error es claramente despreciable, aunque permite resaltar que existe un error asociado que no se sabe qué valor va a tener. Esta actuación ha sido única e iba encaminada a corregir una pequeña desviación del 0,22 %, de modo que cabía esperar un pequeño error, pero otras actuaciones que requieran de varias actuaciones o que corrijan mayores desviaciones podrán llevar asociado un mayor error. Es por ello que, en el siguiente capítulo, se estudiarán los errores asociados a cada actuación.

Nudo	Tensión (pu)	Desfase (°)
1	1	0
2	0,9944	-2,91
3	0,9825	-3,49
4	0,9800	-3,67
5	0,9800	-3,60

*Tabla 4. Flujo de cargas final.*

Nudo inicial	Nudo final	S (kVA)
2	3	1757,8
3	4	448,4
3	5	705,9
3	2	1737,2
4	3	447,3
5	3	704,4
1	2	11430,1
2	1	11224,0

*Tabla 5. Potencia que circula por las ramas finalmente.*





# 3 ESTIMACIÓN DEL ERROR COMETIDO EN CADA ACTUACIÓN

---

La metodología propuesta en el capítulo anterior, que permite seleccionar la actuación correctora más adecuada durante situaciones de emergencia, se basa en tomar decisiones haciendo uso de matrices de sensibilidades que relacionan las magnitudes de interés del sistema eléctrico con las variables de control. Originalmente, esta técnica fue ideada para aplicarse a la red eléctrica de transporte española, donde demostró ser una herramienta más que adecuada para resolver situaciones de emergencia. Debido a la cada vez mayor penetración de generación distribuida en la red de distribución, la premisa de *fit and forget* deja paso a la necesidad de redes activas que permitan controlar la red en tiempo real igual que sucede en la red de transporte. Por ello, en [7, 8] se propuso emplear esta metodología, que tan buenos resultados a dado, a las redes de distribución.

Sin embargo, el cálculo de las matrices de sensibilidades lleva asociado un error debido a la aproximación lineal que se realiza durante su cálculo. Como ocurre en toda aproximación lineal, cuanto más lejos se esté del punto de operación del que se parte, más alejado estará el resultado final de la realidad. Por tanto, es importante realizar un estudio sobre el error que se comete al emplear las matrices de sensibilidades para así obtener un rango donde poder realizar las actuaciones desde el lado de la seguridad.

De esta forma, este capítulo se puede dividir en dos bloques. Por un lado, se comienza dando unas nociones de cómo se realizarán los cálculos, explicando el modelo empleado para los generadores distribuidos y el tratamiento de cada uno de los nudos. Por otro lado, se realiza un análisis teórico de los errores, tanto de su origen como del modo en que se propagan, después se muestran los resultados obtenidos más relevantes y se determina la mejor forma de trabajar con los flujos de potencia en base a los errores.

## 3.1 Consideraciones prácticas

### 3.1.1 Denominación de los nudos de un sistema eléctrico

Cuando se resuelve un flujo de cargas Newton-Raphson, los nudos de un sistema eléctrico se deben dividir en tres categorías según los datos de los que se dispongan. En concreto, cuando se emplean coordenadas polares [15]:

- *Nudos de consumo o nudos PQ*: son aquellos en los que se conoce la potencia neta consumida en el nudo, tanto activa como reactiva. Quedan como incógnitas el módulo de la tensión nodal y su ángulo.
- *Nudos de generación o nudos PV*: nudos donde se encuentra un generador que permite regular la tensión y mantenerla en un valor establecido y que inyecta una potencia activa determinada. Las incógnitas son la potencia reactiva inyectada en el nudo y el ángulo de la onda de tensión.
- *Nudo slack*: Es la referencia del sistema, que se toma como un gran generador capaz de regular la frecuencia o como un nudo de interconexión con el exterior. En este nudo se establece el origen de fases de los fasores, de forma que la tensión compleja es conocida mientras que las incógnitas son la potencia activa y reactiva.

Tradicionalmente, en las redes de distribución, se cuenta con un único punto de interconexión con una red de mayor tensión, mientras que la gran mayoría de nudos (si no todos) son de consumo. Sin embargo, la cada vez mayor penetración de generación distribuida hace que cambie este paradigma y haya consumo a la vez que generación. Entonces, a la hora de modelar el sistema, se puede tomar como *slack* el nudo de interconexión,

mientras que los nudos donde solo haya consumo serán  $PQ$ . Aquéllos donde haya generación podrán ser tratados como nudos  $PQ$  o  $PV$ , dependiendo de la capacidad de los propios generadores para mantener la tensión. Como se vio en la sección 2.1 del pasado capítulo, la potencia reactiva que un convertidor de potencia es capaz de proporcionar depende de la potencia activa. Para mantener una tensión consigna concreta, el convertidor debe ser capaz de inyectar suficiente reactiva incluso cuando se genera la máxima energía, de modo que deberá ser sobredimensionado. En este trabajo, se considera el caso más restrictivo, donde los convertidores están dimensionados para trabajar con la potencia nominal. Así, los nudos donde haya generación se considerarán como nudos  $PQ$ .

### 3.1.2 Modelado de los generadores distribuidos

La integración de los generadores distribuidos en la red eléctrica recae principalmente en los convertidores de potencia, siendo los VSCs (*Voltage Source Converters*) los más empleados [16]. Son equipos inherentemente eficientes, compactos y económicos que no solo permiten conectar las fuentes de energía alternativas a la red cumpliendo los requisitos que el operador establezca, sino que además hacen posible ofrecer al sistema diferentes servicios auxiliares. En [17] se establecen tres posibles modos de operación:

- *Modo grid-feeding*: Se basa en inyectar una determinada potencia activa y reactiva en la red, estando la tensión y la frecuencia definidas por el sistema.
- *Modo grid-supporting*: Busca ayudar al control de tensión y de frecuencia, estando ambas definidas por el sistema. Requieren que el sistema esté energizado para así poder sincronizarse e implementar las estrategias de control.
- *Modo grid-forming*: Permite establecer la amplitud y la frecuencia de la onda de tensión en el punto de interconexión, de forma que la red pueda funcionar en isla.

Para este trabajo se considerará que los generadores distribuidos se encuentran en un sistema que no admite el funcionamiento en isla, como suele ser habitual, y además las condiciones más desfavorables, que son: los convertidores ni han sido sobredimensionados para aportar suficiente reactiva ni tienen implementado un lazo de control que permita mantener autónomamente una tensión consigna. Entonces, se supone que los generadores distribuidos funcionan en modo *grid-feeding* permitiendo únicamente modificar la consigna de potencia activa y reactiva mediante una señal exterior. Siguiendo lo desarrollado en la anterior subsección, al no ser posible establecer una tensión consigna, se reafirma que los nudos donde haya generación distribuida se considerarán como nudos de consumo,  $PQ$ .

## 3.2 Estimación del error cometido en cada actuación

Las matrices de sensibilidades se obtienen operando con los términos de la matriz Jacobiana resultante de linealizar las ecuaciones del flujo de cargas. Entonces, el error asociado a las matrices de sensibilidades tiene su origen en dicha linealización, el cual, posteriormente, se ve propagado durante el cálculo de dichas matrices, según la expresión particular de cada una.

A modo de ejemplo, la expresión teórica del error de la matriz  $S_{V_c, Q_c}$  se puede calcular siguiendo el mismo razonamiento que en la sección 2.3.2.1, pero manteniendo el error hasta obtener la expresión de la matriz. Inicialmente se plantea el desarrollo en serie Taylor de  $\Delta Q_c$ :

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial Q_c}{\partial t} \Delta t + \epsilon_{Q_c} \quad (84)$$

donde  $\epsilon_{Q_c}$  es el error cometido al linealizar  $\Delta Q_c$ , que es igual a los términos de segundo orden y superiores evaluados en el punto de operación.

Por otro lado, para despejar  $\Delta \theta$  es necesario desarrollar  $\Delta P$ :

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial P}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial P}{\partial t} \Delta t + \epsilon_P \quad (85)$$

donde  $\epsilon_P$  es el error cometido al linealizar  $\Delta P$ , que es igual a los términos de segundo orden y superiores evaluados en el punto de operación.

Suponiendo que sólo se actúa sobre la potencia reactiva inyectada en los nudos de consumo y que las otras variables de control se mantienen constantes ( $\Delta P = 0$ ,  $\Delta V_g = 0$ ,  $\Delta t = 0$ ), se obtiene:

$$\Delta V_c = S_{V_c, Q_c} \Delta Q_c + \epsilon_{S_{V_c, Q_c}} \quad (86)$$

donde  $S_{V_c, Q_c}$  es la matriz cuya expresión viene dada por (16) y  $\epsilon_{S_{V_c, Q_c}}$  es el error asociado a dicha matriz, que viene dado por:

$$\epsilon_{S_{V_c, Q_c}} = S_{V_c, Q_c} \left[ \epsilon_{Q_c} - \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \epsilon_P \right] \quad (87)$$

A raíz de este análisis se pueden deducir las siguientes conclusiones:

- El error causado por linealizar las ecuaciones del flujo de cargas depende de lo grande que sean los términos que se desprecian al desarrollar la serie de Taylor, es decir, de los términos de segundo orden y superiores evaluados en el punto de operación. Así:
  - El error depende de la variable de control sobre la que se está actuando, pues será menor cuanto más lineales sean las expresiones resultantes tras hacer cero las variaciones en otras variables de control (para el ejemplo anterior,  $\Delta P = 0$ ,  $\Delta V_g = 0$ ,  $\Delta t = 0$ ).
  - Las ecuaciones del flujo de cargas (véase el Anexo B) son funciones de la tensión, en módulo y ángulo, y de los parámetros de las líneas y transformadores, que se ven reflejados en la matriz de admitancias. Entonces, los términos que se desprecian dependen de dichos parámetros, vienen dados según el tipo de red (nivel de tensión, que afecta al ratio R/X de las líneas; tipos de líneas: aéreas o subterráneas, tipo de conductor, etc.; tipos de transformadores) y según el estado del sistema (mayor o menor consumo y generación distribuida; estado de las variables de control, tales como las tomas de los transformadores, baterías de condensadores, etc.).
- El error se ve amplificado o disminuido según:
  - El tipo y número de operaciones de la expresión de cada matriz de sensibilidades.
  - El tipo de red y el estado del sistema, que afectan a los términos del jacobiano igual que sucedía con los términos que se desprecian.

Es importante destacar que no se han tenido en cuenta los errores computacionales que se introducen durante el cálculo de las matrices de sensibilidades, especialmente durante el cálculo de las matrices inversas.

Es evidente entonces que no existe una manera directa que, a priori, permita determinar el error que las matrices de sensibilidades. Sin embargo, es posible hacer una estimación del error que cada variable de control habitualmente pueda cometer si se supone que la red se opera siempre cerca de su estado nominal y suponiendo que las redes de iguales niveles de tensión tienen parámetros similares.

De esta forma, en los siguientes apartados se presentan los resultados de los errores obtenidos tras simular actuaciones sobre las variables de control en tres tipos de redes distintas con diferentes niveles de tensión (alta, media y baja tensión) para cuatro niveles de carga (25 %, 50 %, 75 % y 100 % de la carga máxima). La metodología empleada ha sido:

1. Inicialmente se calculan las matrices de sensibilidades para el estado nominal del que se parte.
2. Se elige el tipo de variable de control sobre la que se va a actuar.
3. Se elige un rango en el que se modificará la variable de control.

4. Para cada valor dentro del rango elegido, se realiza un bucle en el que se modifica cada una de las variables del tipo elegido (por ejemplo, si el tipo elegido son las tomas de los transformadores, se modifica la toma de cada transformador de la red), se calcula el estado del sistema que se espera empleando las matrices de sensibilidades y el estado real que se obtendría con la modificación realizada, resolviendo un flujo de cargas. Se obtiene entonces el error absoluto como la diferencia entre el valor esperado y el real, el error relativo como el error absoluto dividido por el valor real y se comprueba si la actuación hubiera quedado o no del lado de la seguridad.

$$\epsilon_{Absoluto}(x) = x - \hat{x} \quad (88)$$

$$\epsilon_{Relativo}(x) = \frac{x - \hat{x}}{x} \quad (89)$$

siendo  $x$  el valor real y  $\hat{x}$  el valor esperado según las matrices de sensibilidades (valor aproximado).

5. Se vuelve a 2 y se elige una nueva variable de control sobre la que actuar.

Es importante resaltar que, para cada valor del rango elegido, se realiza una actuación sobre todas las posibles variables de control. Por ejemplo, si hay varios transformadores en la red estudiada y se determina incrementar en 0,01 el ratio, se incrementará el ratio del primer transformador y se calcularán los errores absoluto y relativo para esta situación, junto con la comprobación de seguridad. Posteriormente se deja la toma del transformador en su valor inicial y se pasa al siguiente transformador.

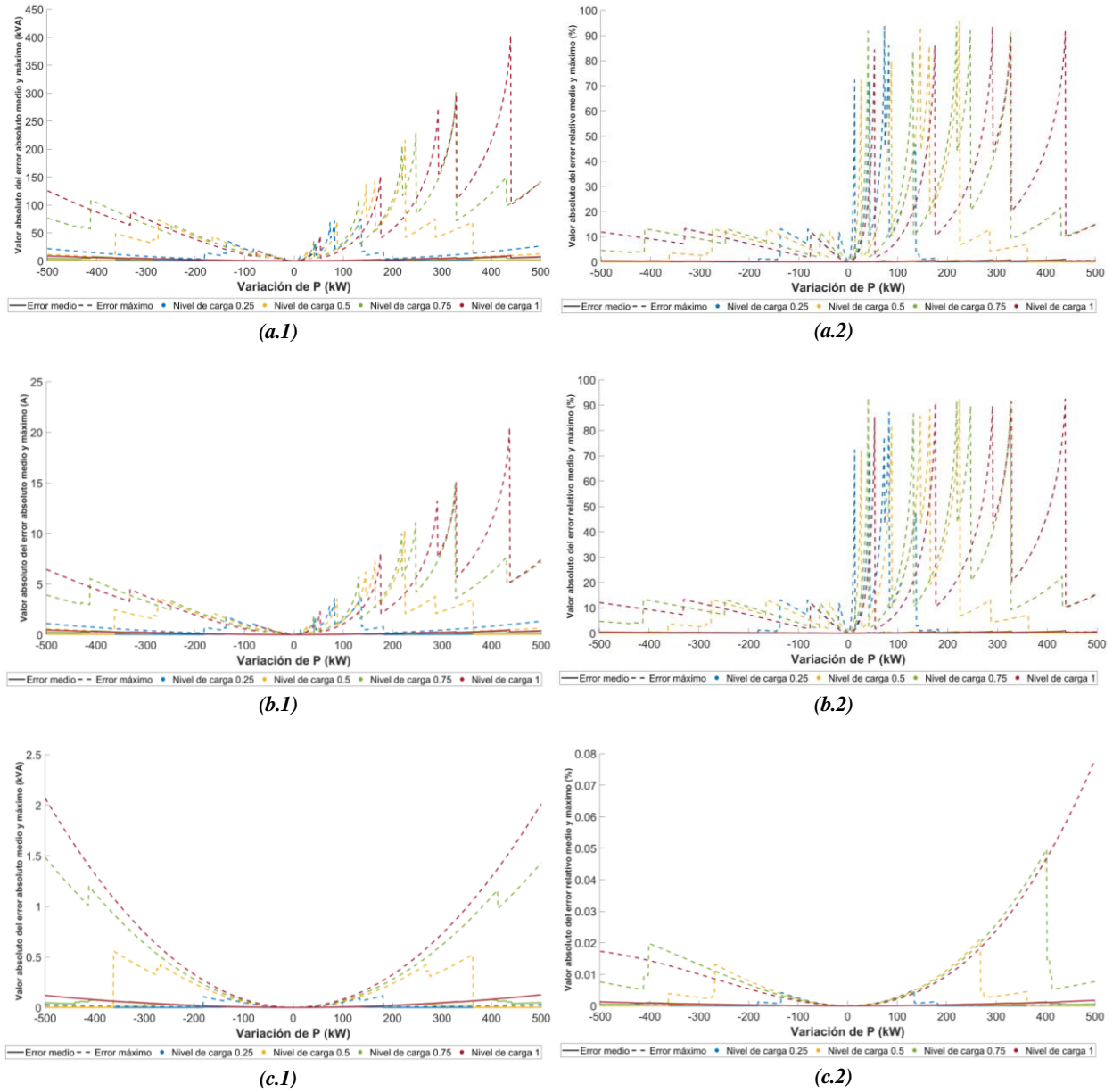
Por otro lado, puede suceder que los valores de las variables en el punto de operación sean muy distintos, como es el caso de la potencia activa y reactiva inyectada en nudos. Por ejemplo, en una red de media o baja tensión pueden existir cargas grandes que representen a grandes consumidores, como una industria, centro comercial o urbanización, mientras que también puede haber pequeñas cargas asociadas a un pequeño consumidor rural. Entonces, al realizar una misma actuación, dígame 50 kW, para un gran consumidor esto puede no llegar ni al 1 % de su carga total, mientras que para una pequeña zona rural puede ser más de lo que está consumiendo en ese momento. Estas actuaciones hacen que la suposición de que el sistema se mantiene cerca del punto de operación deje de tener validez y por tanto haya situaciones donde los resultados no tengan sentido, como que la potencia aparente que circula por una línea sea negativa, o que se sobrepasen los límites de operación alcanzando valores que no se obtendrían en la realidad. Así, las situaciones en que suceda esto, serán omitidas para la estimación del error. Igualmente, se evitará que las actuaciones arbitrarias modifiquen más del 100 % el valor de la propia carga, ya que, por ejemplo, bajar la potencia activa de una carga en 50 kW si es de 30 kW significaría que ese nudo de consumo pasa a ser de generación. Entonces, cuando una actuación sobre la potencia activa o reactiva supere el valor del consumo en el nudo sobre el que se actúa, tampoco será tenida en cuenta.

### 3.2.1 Elección de la mejor magnitud que permita considerar la potencia que fluye por las ramas

Al inicio de este trabajo, se planteó corregir sobrecargas siguiendo la misma lógica que para las tensiones, es decir, calculando directamente las sensibilidades que permitieran relacionar la potencia aparente o intensidad que fluye por las ramas con las variables de control. Sin embargo, cuando se realizó la estimación de los errores, los resultados obtenidos desprendían que el error cometido en la mayoría de los casos era inaceptable. A modo de ejemplo, se muestra en la Figura 5 el error cometido al estimar la nueva potencia o intensidad que circula por las ramas cuando se actúa sobre la potencia activa inyectada en los nudos. Como se mencionó anteriormente, se realizan actuaciones para diferentes niveles de carga respecto del máximo de la red, correspondiéndose cada una con un color. En cada gráfica, la línea continua representa la media del valor absoluto de los errores obtenidos en cada rama, mientras que en línea discontinua se muestra el error máximo obtenido de entre todas las ramas.

Así, en la Figura 5 se muestra en (a.1) y (a.2) el error absoluto y relativo cometido si se emplea directamente la matriz de sensibilidades  $S_{S_r^2, P}$  para calcular la variación de potencia aparente que circula por las ramas, mientras que en (b.1) y (b.2) se muestra para el caso en que se usa  $S_{I_r^2, P}$ . Como se puede observar, aunque los errores medios son aceptables, el máximo que se obtiene de entre todas las ramas tiene valores muy elevados. Por ejemplo, en (a.1) cuando se tiene la situación de carga máxima (color rojizo) y se realiza una actuación a subir 450 kW aproximadamente, el error que se comete es de prácticamente 400 kVA, es decir, se obtiene un error de casi el 90 %, tal y como se refleja en (a.2). Si se analiza la situación donde se trabaja con el módulo de la

corriente, (b.1) y (b.2), la conclusión a la que se llega sigue siendo la misma: el error cometido es inaceptable.



**Figura 5.** Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , de (a) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ , empleando la matriz  $S_{S_r^2, P}$ , (b) el módulo de la corriente que circula por las ramas,  $\Delta I_r$ , empleando la matriz  $S_{I_r^2, P}$ , y (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ , empleando las matrices  $S_{P_r, P}$  y  $S_{Q_r, P}$ .

Este error tan grande, que sucede solamente cuando se trabaja con la potencia aparente o el módulo de la intensidad, es causado por la propia definición de estas magnitudes. Cuando se resuelve el modelo en pi de la línea o transformador (Figura 6), se obtiene la potencia compleja o el fasor de la corriente en coordenadas cartesianas, pues se realizan operaciones de suma y resta. Por un lado, la expresión de la potencia compleja que se obtiene es la que sigue:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} \quad (90)$$

donde las expresiones de potencia activa y reactiva obtenidas son:

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{p_i} + g_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (91)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{p_i} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sen \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (92)$$

siendo

$g_{ij}, b_{ij}$  Conductancia y susceptancia series entre los nudos  $i$  y  $j$ , respectivamente.

$g_{p_i}, b_{p_i}$  Conductancia y susceptancia paralelas adyacentes al nudo  $i$ , respectivamente.

Por otro lado, la expresión que modela el comportamiento del fasor de corriente que circula por la línea o transformador se puede escribir como sigue:

$$\begin{aligned} J_{ij} = & \left[ V_i \left( (g_{ij} + g_{p_i}) \cos \theta_{ij} - (b_{ij} + b_{p_i}) \sen \theta_{ij} \right) + V_j \left( -g_{ij} \cos \theta_j + b_{ij} \sen \theta_j \right) \right] \\ & + j \left[ V_i \left( (g_{ij} + g_{p_i}) \sen \theta_{ij} + (b_{ij} + b_{p_i}) \cos \theta_{ij} \right) + V_j \left( -g_{ij} \sen \theta_j \right. \right. \\ & \left. \left. - b_{ij} \cos \theta_j \right) \right] \end{aligned} \quad (93)$$

De este modo, para obtener el módulo de estas magnitudes fasoriales, es necesario hacer la raíz cuadrada de la suma de la parte real al cuadrado y la parte imaginaria al cuadrado. Para evitar trabajar con la raíz, se puede optar por usar la potencia aparente al cuadrado y el módulo de la corriente al cuadrado, cuyas expresiones se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} S_{ij}^2 = & V_i^4 \left( (g_{ij} + g_{p_i})^2 + (b_{ij} + b_{p_i})^2 \right) + V_i^2 V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \\ & + 2 V_i^3 V_j \left( -\cos \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ & \left. + \sen \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (94)$$

$$\begin{aligned} I_{ij}^2 = & V_i^2 \left( (g_{ij} + g_{p_i})^2 + (b_{ij} + b_{p_i})^2 \right) + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \\ & + 2 V_i V_j \left( -\cos \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ & \left. + \sen \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (95)$$

Como se puede observar, las expresiones resultantes son muy poco lineales al tener las tensiones elevadas a la cuarta o al cuadrado y los términos de las admitancias serie y paralela también elevados al cuadrado. Esto hace que, cuando se linealiza, los términos de segundo orden y superior que se desprecian en los desarrollos en serie de Taylor sean demasiado grandes, llegando en ocasiones a ser del mismo tamaño o incluso mayor que los términos de primer orden. En el Anexo B se muestran las primeras derivadas de estas expresiones.

Por este motivo, para evitar usar estas matrices de sensibilidades se pueden calcular las matrices para la parte real y la imaginaria del fasor asociado por separado. Para el caso de la potencia aparente, la primera es la potencia activa, mientras que la segunda es la reactiva, de modo que las nuevas matrices asociadas para el ejemplo anterior son  $S_{P_r, P}$  y  $S_{Q_r, P}$ . Sin embargo, para trabajar con las sobrecargas es necesario encontrar la expresión que permite obtener la variación de potencia aparente a partir de los incrementos de potencia activa y reactiva. Para ello, basta con desarrollar como sigue:

$$\begin{aligned} \Delta S_r^2 = & (S_r^2)^{nuevo} - (S_r^2)^{actual} = (P_r + \Delta P_r)^2 + (Q_r + \Delta Q_r)^2 - P_r^2 - Q_r^2 \\ = & (P_r + S_{P_r, u} \Delta u)^2 + (Q_r + S_{Q_r, u} \Delta u)^2 - P_r^2 - Q_r^2 \\ = & (S_{P_r, u}^2 + S_{Q_r, u}^2) \Delta u^2 + 2 (P_r S_{P_r, u} + Q_r S_{Q_r, u}) \Delta u \end{aligned} \quad (96)$$

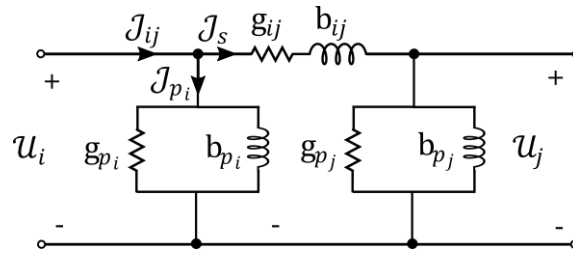
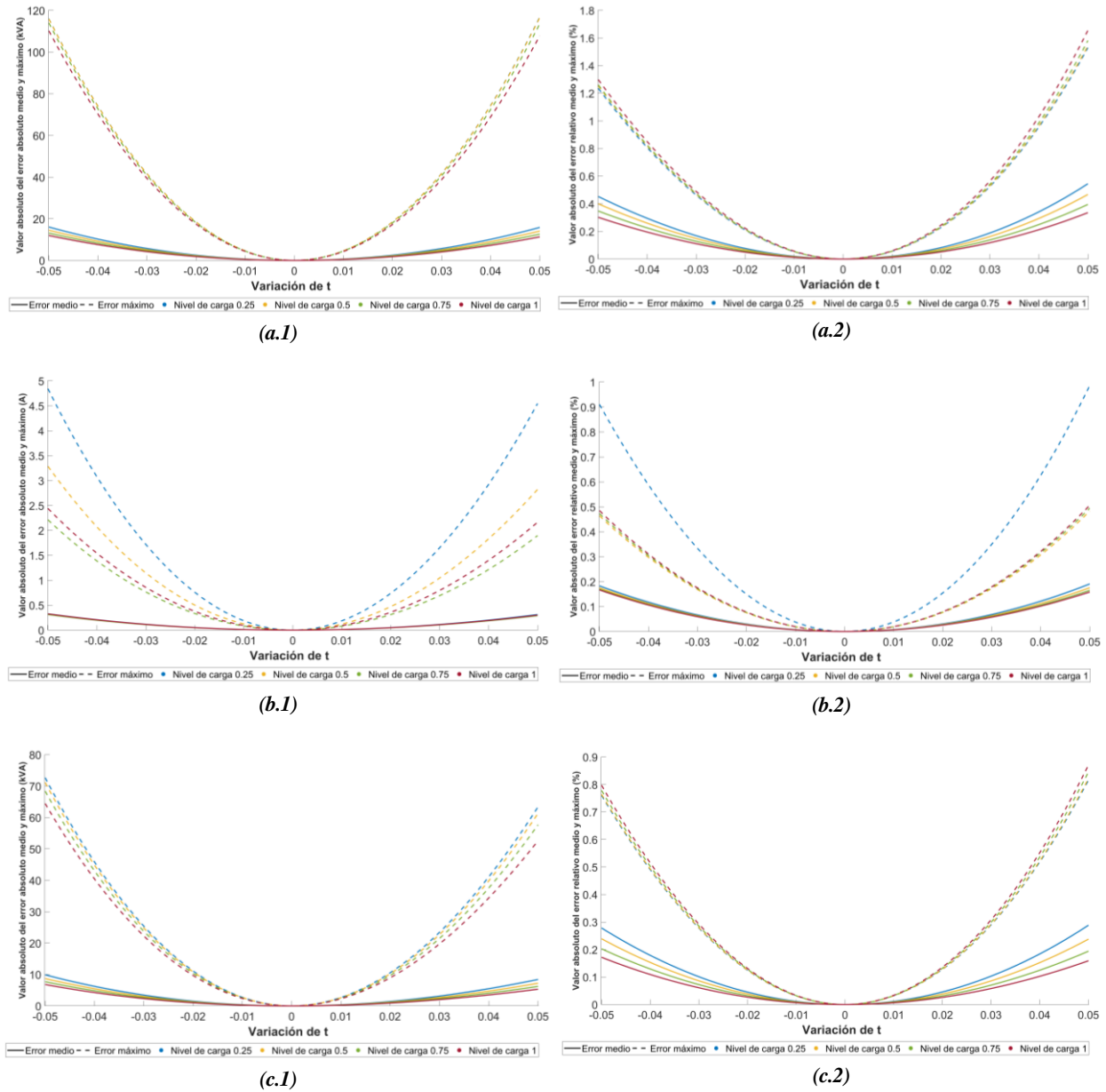


Figura 6. Modelo en pi de una línea o transformador.

Como se puede observar en la Figura 5, en (c.1) y (c.2), los nuevos errores obtenidos son infinitamente mejores que los que se tenían anteriormente, no llegando siquiera al 0,1 %. Cabe destacar que cuando se trata de actuaciones sobre  $P$  o sobre  $Q_c$ , la mejoría obtenida por emplear las sensibilidades de la potencia activa y reactiva que circula por una rama es enorme. Sin embargo, al actuar sobre  $V_g$  o sobre  $t$ , los beneficios son algo menores, tal y como se muestra en la Figura 7.

Por otro lado, debido a que la expresión obtenida en (96) es cuadrática y siempre convexa, se representa mejor el comportamiento de la potencia que circula por una línea o transformador. Por ejemplo, en la Figura 8 se muestra la potencia aparente que circularía por la línea 3-5 del ejemplo expuesto en la sección 2.4 del pasado capítulo si se actúa sobre la potencia reactiva generada en el nudo 5, según las matrices de sensibilidades. Cuando en ese nudo aumenta la potencia reactiva consumida (variación negativa), aumenta la potencia aparente que circula por la línea 3-5, pues hay que aportar más reactiva al nudo. Por otro lado, cuando disminuye la potencia consumida por ese nudo (variación positiva), así lo hace la potencia que circula por 3-5. Sin embargo, llegados a cierto punto, la potencia aparente comienza a aumentar de nuevo, pues el nudo pasa de consumir reactiva a generar. De hecho, el punto donde cambia de signo la pendiente, es decir, donde se alcanza el mínimo, se da en 223 kvar. Si se observan los datos de partida del ejemplo, en la Tabla 1 del pasado capítulo, este nudo se encontraba consumiendo 221 kvar en su situación inicial. Si se considera que además hay que aportar la reactiva consumida por las capacidades paralelas de la línea, es evidente que el resultado obtenido se acerca mucho a la realidad.



**Figura 7.** Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre las tomas de los transformadores,  $\Delta t$ , de (a) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ , empleando la matriz  $S_{S_r, \nu}$  (b) el módulo de la corriente que circula por las ramas,  $\Delta I_r$ , empleando la matriz  $S_{I_r, \nu}$  y (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ , empleando las matrices  $S_{P_r, t}$  y  $S_{Q_r, t}$ .



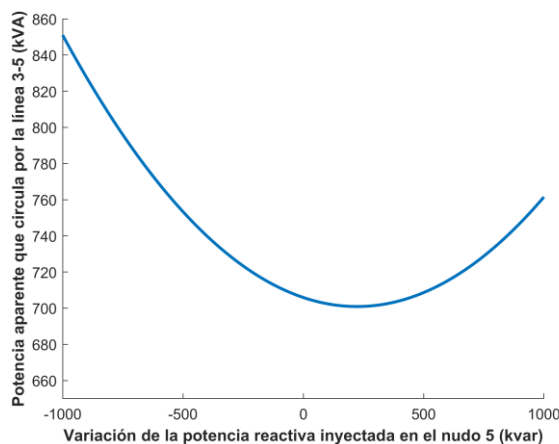


Figura 8. Potencia aparente que circularía por la línea 3-5 del ejemplo de la sección 2.4 según variaciones en la potencia reactiva inyectada en el nudo 5, calculado haciendo uso de las matrices de sensibilidades.

### 3.2.2 Resumen de los resultados de la estimación de errores

A lo largo de las siguientes secciones se muestran los errores obtenidos siguiendo la metodología antes explicada. Para cada una de las tres redes estudiadas de diferente nivel de tensión, se representa el error obtenido al realizar actuaciones sobre las variables de control disponibles (potencia reactiva en nudos de consumo, potencia activa inyectada en nudos, tensión en bornas de generadores y tomas de los transformadores) en relación con las magnitudes de interés del sistema (tensión en los nudos de consumo, reactiva de los generadores y potencia aparente que circula por las ramas). Para cada situación de carga, se muestra en línea continua la media del error cometido en todos los nudos, generadores y ramas, según el caso, y, en línea discontinua, el error máximo. Así, cuando se realice una actuación se puede esperar que el error obtenido se encuentre cerca del error medio, pero sabiendo que, en el peor de los casos, puede llegar hasta el máximo.

Como se puede observar, las gráficas anteriores y las siguientes presentan los resultados en valor absoluto para ayudar a compararlos. Sin embargo, esto hace que se pierda información útil sobre si el error ha hecho que el valor esperado se quede por encima o por debajo del real. Si se quería aumentar la tensión por ejemplo y el error es negativo, la nueva tensión quedará por debajo del límite inferior. Por el contrario, si el error es positivo, el nuevo valor sobrepasará dicho límite. Lógicamente, esto se puede solucionar sumando el error esperado a la actuación que se va a realizar, sin embargo, si resulta que siempre el error es positivo y se suma éste a la actuación, el nuevo valor estará con creces dentro de límites y se habrá sobreutilizado la variable de control, con el posible sobre coste que esto conlleve. Por tanto, es interesante estudiar también el signo del error obtenido para estudiar si la actuación que se realiza queda o no del lado de la seguridad, para determinar si se puede o no omitir sumar el error durante una actuación. De esta forma, junto con las gráficas de los errores, se presentan otras en las que se muestran las situaciones contabilizadas que quedaron del lado de la seguridad y las que no, tanto para el caso en que se corrigen tensiones como el caso en que se corrigen sobrecargas. En estas gráficas, para cada actuación indicada por el eje de las abscisas, se muestra en el semieje positivo de las ordenadas el número de situaciones seguras contabilizadas, mientras que en el semieje negativo se muestran las que fueron inseguras.

A raíz de esos resultados, se pretende establecer un rango aceptable donde se sepa con cierta certeza que, ante una actuación, el error esperado no superará un determinado valor. Según el nivel de tensión de la red, el error que se considerará aceptable será uno u otro, tal y como se recoge en la Tabla 6. Tras analizar los resultados obtenidos en las secciones subsiguientes, en la Tabla 7 se presenta el rango de actuación máximo para cada variable de control, de forma que se cumpla con el error aceptable en todos los límites de operación y para cualquier nivel de carga.

Cabe mencionar que, en las siguientes secciones se encontrarán ciertos comportamientos característicos en las gráficas. Por un lado, es común ver que los errores máximos dan ciertos saltos. Esto es causado porque el error máximo en general se da siempre en el mismo elemento, de modo que cuando ocurre alguna de las situaciones antes explicadas que hacen que la actuación no se contabilice, el error máximo lo marcará otro elemento. Esto se observa principalmente en aquellas gráficas que se refieren a actuaciones sobre  $P$  y  $Q_c$ , donde una actuación

va a sobrepasar el 100 % de la carga propia de un nudo, por lo que se deja de contabilizar. Por otro lado, es también relativamente frecuente que en las gráficas de  $Q_g$  el error relativo tenga un pico con un valor muy elevado. Estas situaciones son causadas porque, al realizar la actuación, la potencia reactiva que debe inyectar el generador tiende a cero, de modo que cualquier pequeña diferencia tiene un valor relativo muy elevado. De hecho, cuando esto sucede se puede comprobar con los valores absolutos que el error que se comete en esa actuación no es especialmente alto.

	Red de alta tensión	Red de media tensión	Red de baja tensión
<b>Error sobre <math>V_c</math></b>	10 V	1 V	0,1 V
<b>Error sobre <math>Q_g</math></b>	100 kvar	10 kvar	1 kvar
<b>Error sobre <math>S_r</math></b>	100 kVA	10 kVA	1 kVA

Tabla 6. Error aceptable para cada magnitud de interés según el nivel de tensión.

	Red de alta tensión	Red de media tensión	Red de baja tensión
<b>Actuación sobre <math>Q_c</math></b>	[-7,37;7,50] Mvar	[-356;356] kvar	[-29,5;30,5] kvar
<b>Actuación sobre <math>P</math></b>	[-4,43;4,49] MW	[-500;500] kW	[-9,5;9,5] kW
<b>Actuación sobre <math>V_g</math></b>	[-0,004;0,005]	[-0,03;0,03]	[-0,04;0,04]
<b>Actuación sobre <math>t</math></b>	[-0,0006;0,0006]	[-0,007;0,007]	[-0,001;0,001]

Tabla 7. Rango de actuación más restrictivo para cada variable de control según el nivel de tensión.

### 3.2.3 Red de alta tensión

La red de alta tensión elegida para estimar los errores es la *IEEE 14 Bus Test Case* [18], que representa parte del sistema eléctrico estadounidense de febrero de 1962 [19]. Con una tensión de 138 kV, se compone de 14 nudos, 2 generadores, 3 compensadores síncronos, 1 elemento *shunt* no controlable, 17 líneas, 2 transformadores de dos devanados y 1 de tres. Este último se encuentra entre los nudos 4, 9 y 8 y, para modelarlo, se crea el nudo ficticio 7, que se une al 4 mediante un transformador de dos devanados y a los nudos 8 y 9 mediante dos líneas de resistencia nula. Un esquema del sistema se presenta en la Figura 9, mientras que en el Anexo C se muestran los parámetros.

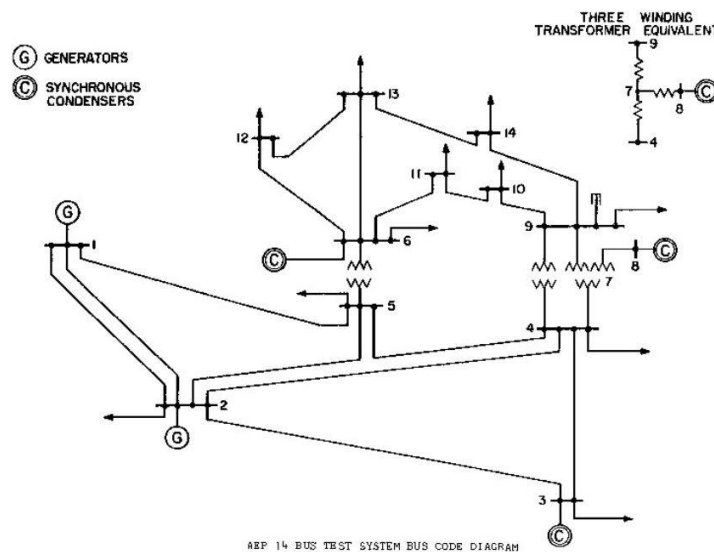


Figura 9. Red IEEE 14 Bus Test Case [19].

### 3.2.3.1 Actuaciones sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo

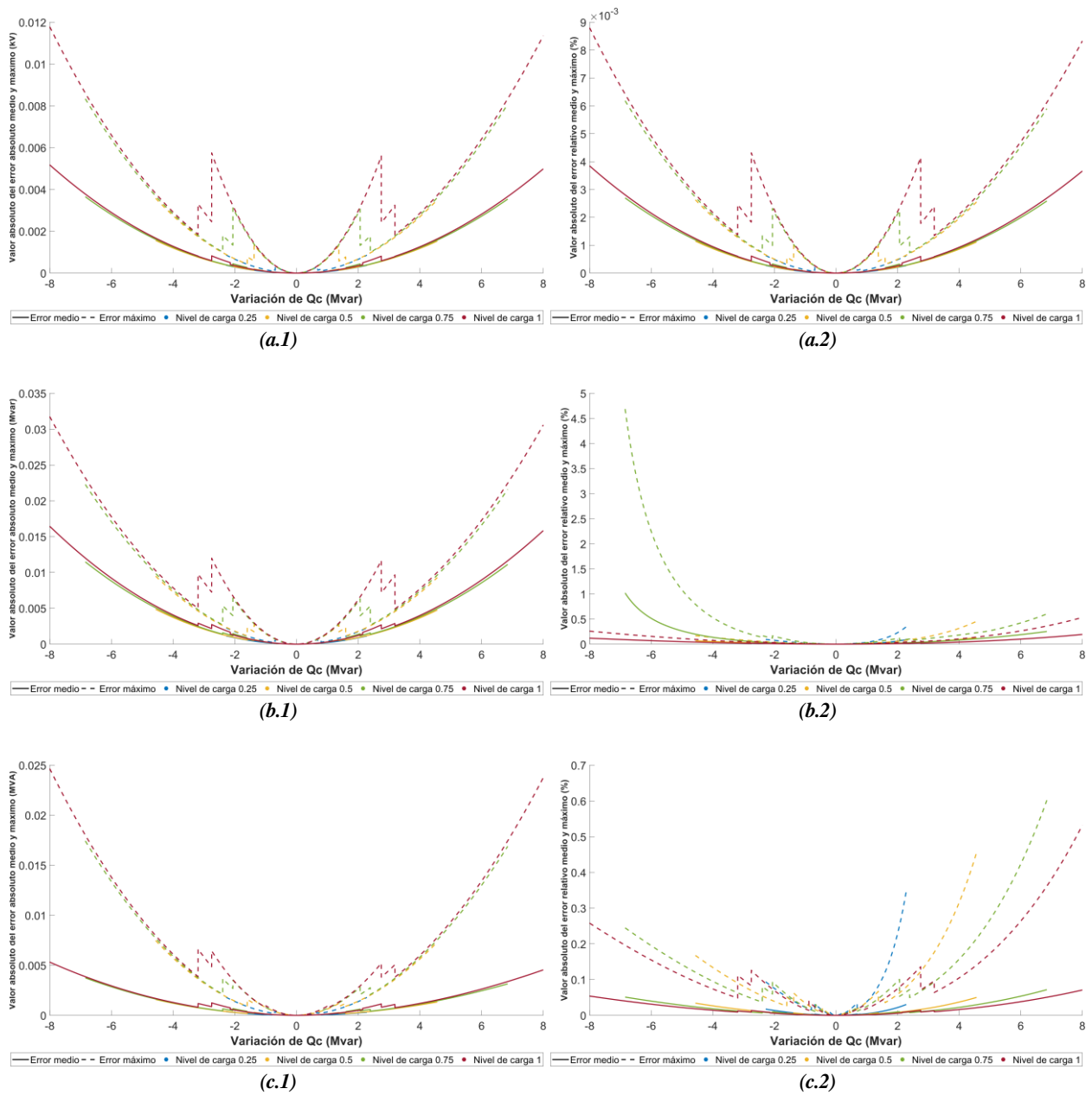


Figura 10. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo,  $\Delta Q_c$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

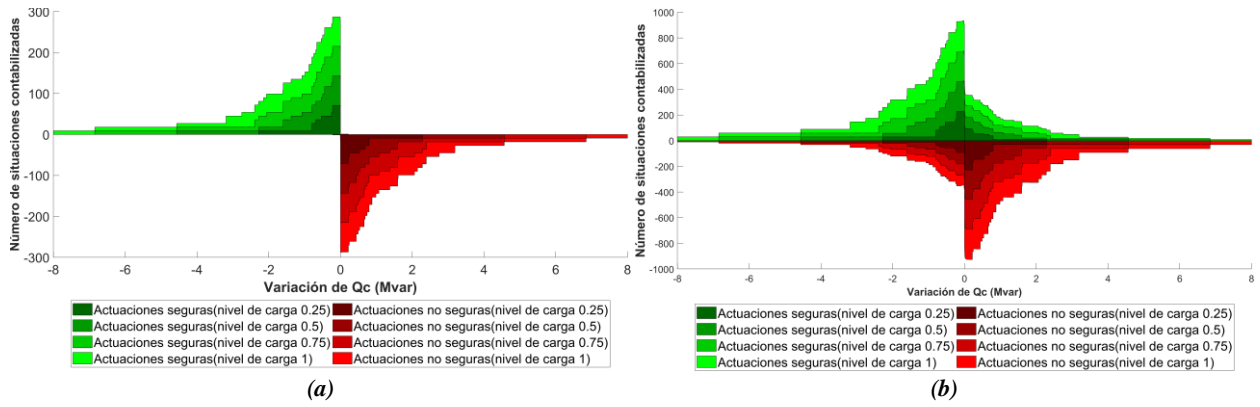
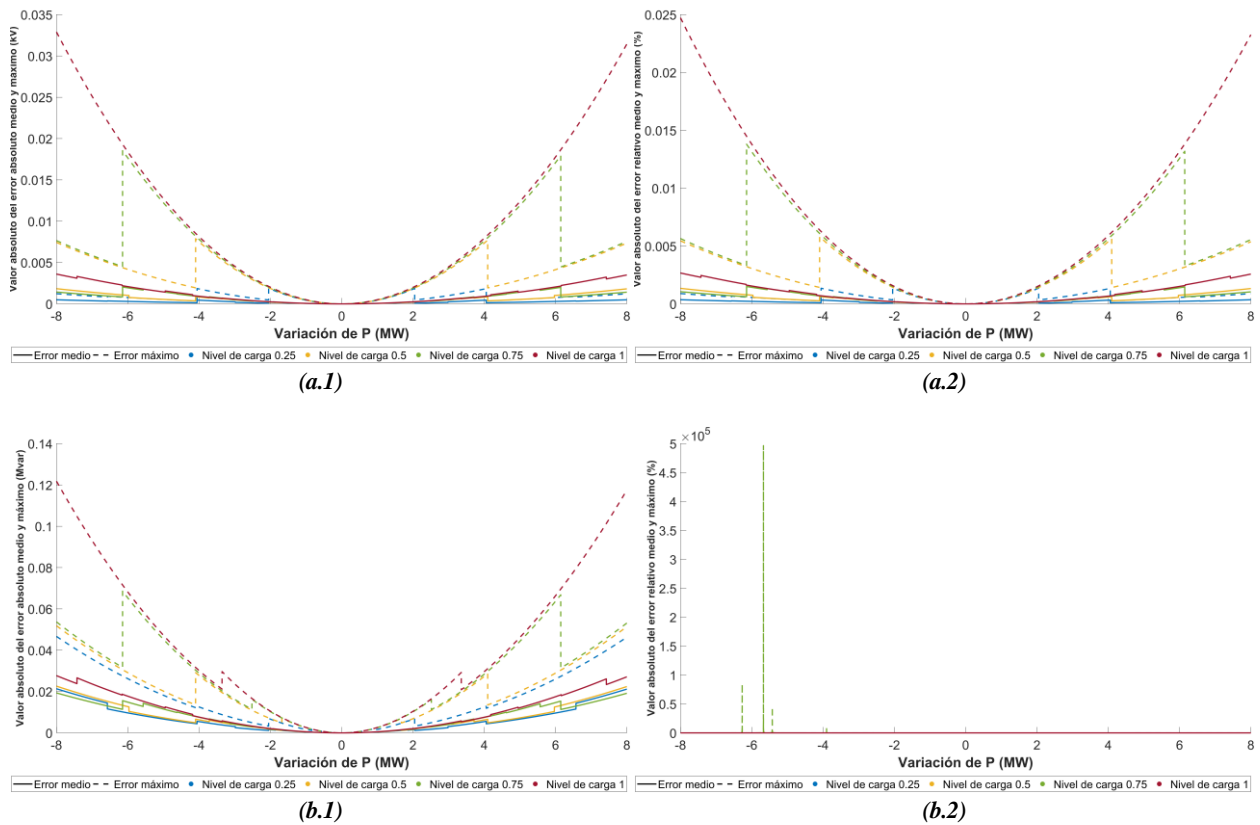


Figura 11. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo,  $\Delta Q_c$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

### 3.2.3.2 Actuaciones sobre la potencia activa inyectada en nudos



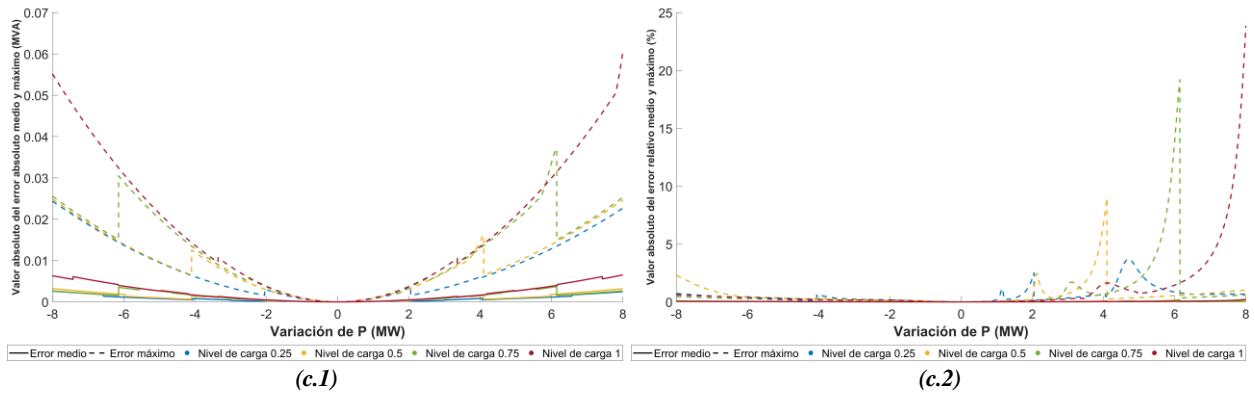


Figura 12. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

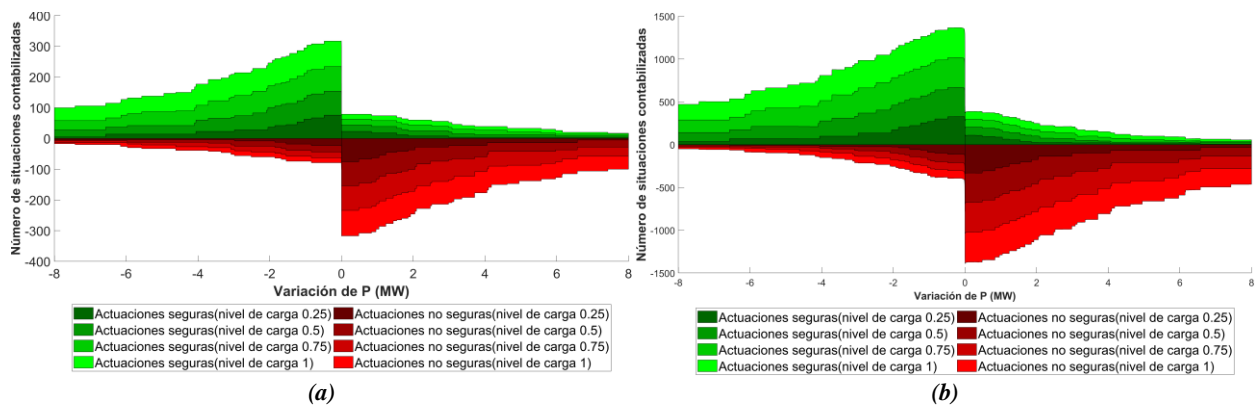
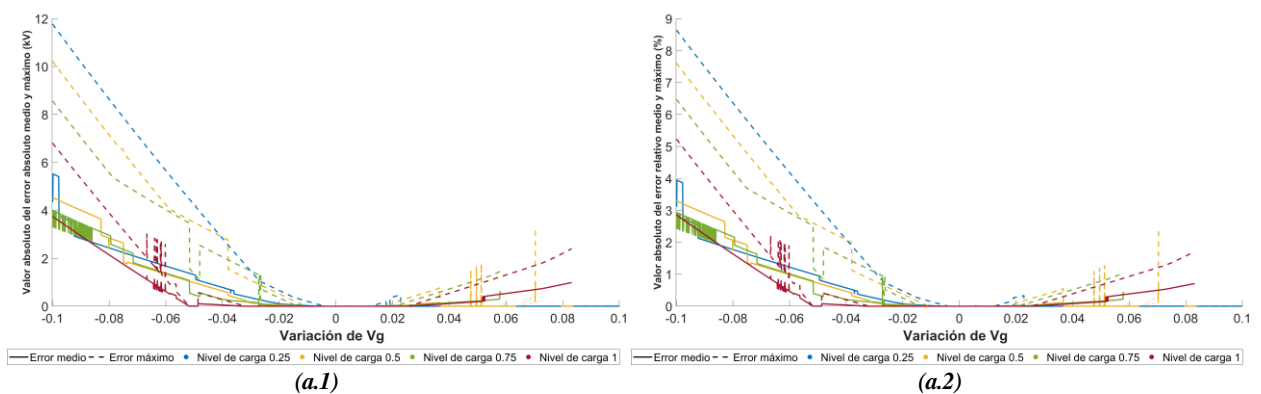


Figura 13. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

### 3.2.3.3 Actuaciones sobre la tensión en bornas de generadores



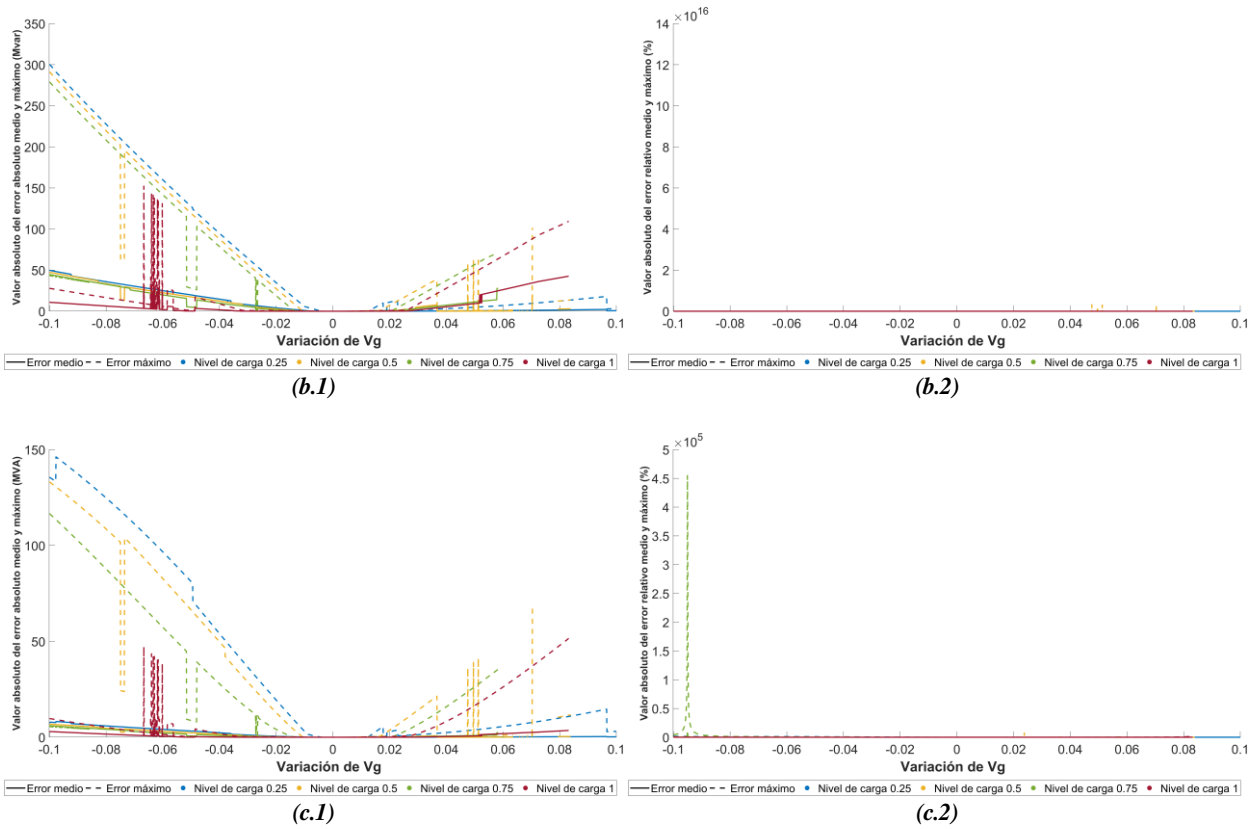


Figura 14. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta V_g$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

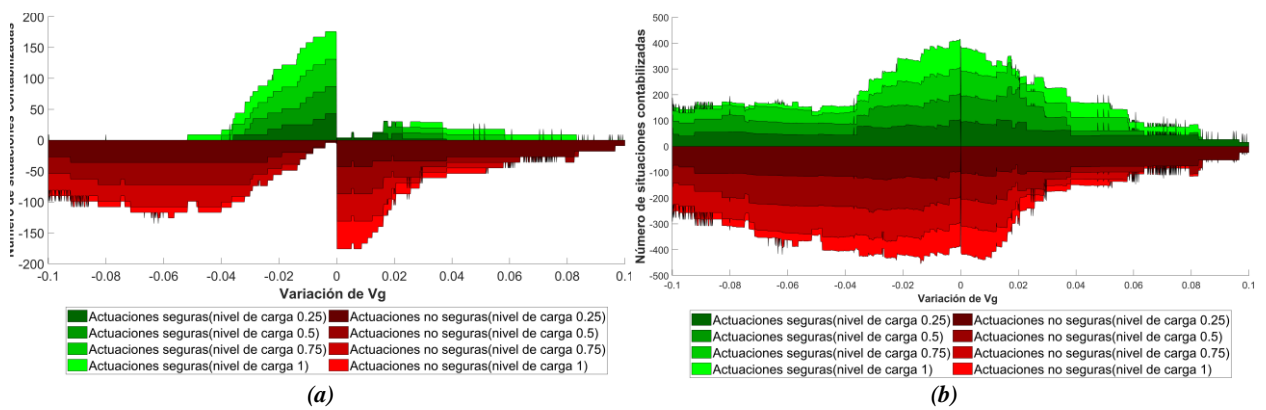


Figura 15. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta V_g$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

### 3.2.3.4 Actuaciones sobre las tomas de transformadores

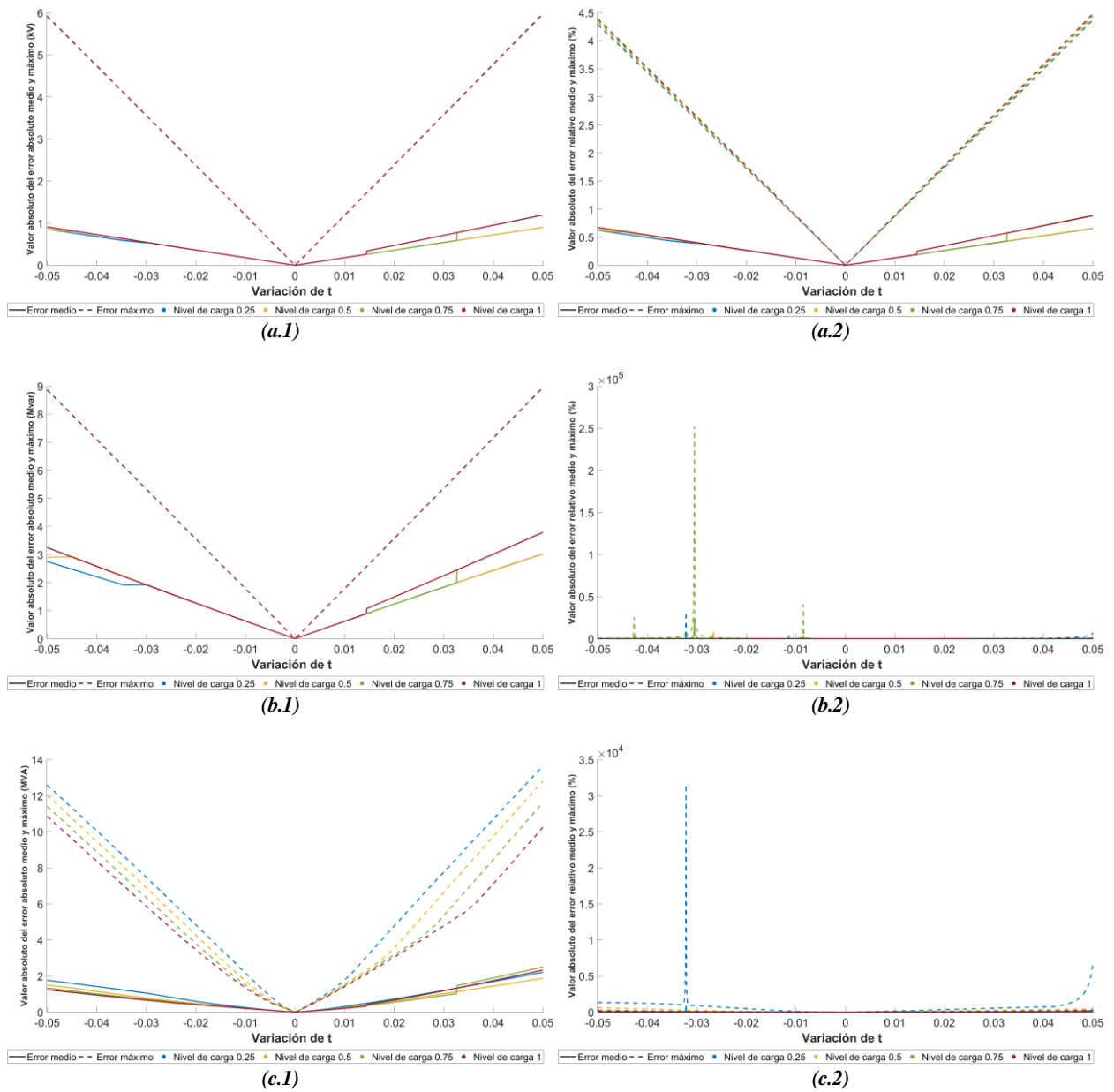


Figura 16. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

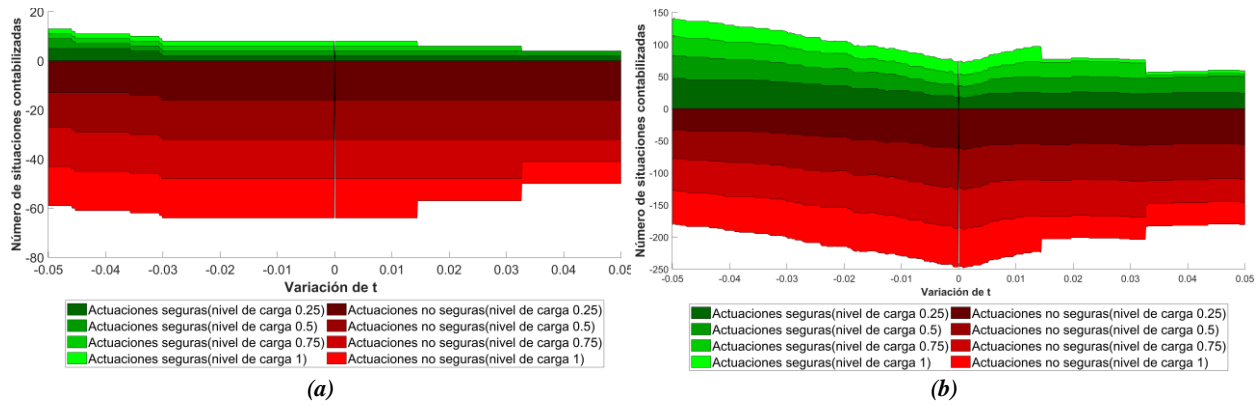


Figura 17. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre las tomas de transformadores  $\Delta t$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_p$ .

### 3.2.4 Red de media tensión

La red de media tensión propuesta para calcular los errores [20] es una red de distribución que deriva de una real del sur de Alemania, que suministra energía a un pequeño pueblo y a sus alrededores. Como se observa en la Figura 18, se cuenta con dos ramales, uno de topología mallada y otro radial, aunque ambos se explotan radialmente. La tensión nominal del sistema es de 20 kV, se alimenta de una red de transporte de 110 kV, que se modela como un generador de potencia infinita, y cada ramal cuenta con un transformador de 110/20 kV. Por otro lado, se tienen 14 líneas, dos de las cuales están abiertas para permitir la explotación radial, y hay al menos una carga en cada nudo, excepto en los nudos 0 y 2. De esta forma, todos los nudos serán de consumo excepto el nudo 0, que será el de referencia. En el Anexo C se muestran los parámetros del sistema.

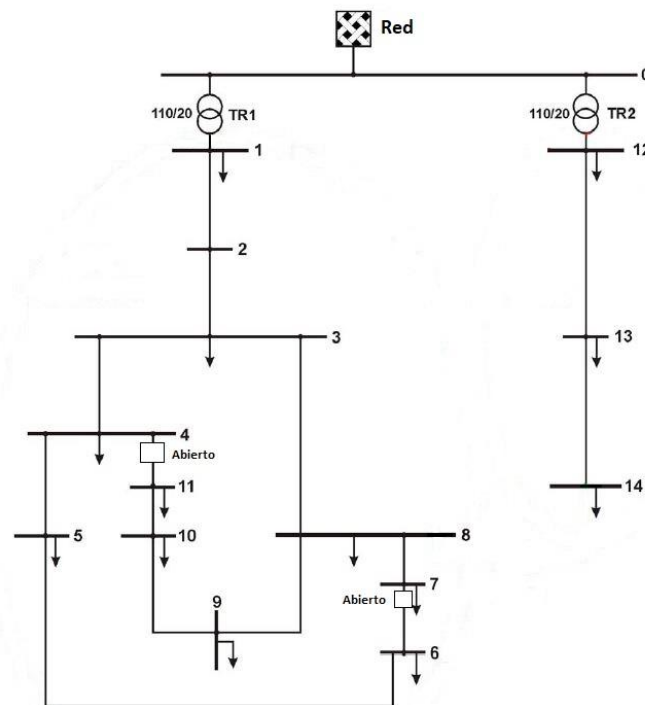


Figura 18. Red de distribución en media tensión



### 3.2.4.1 Actuaciones sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo

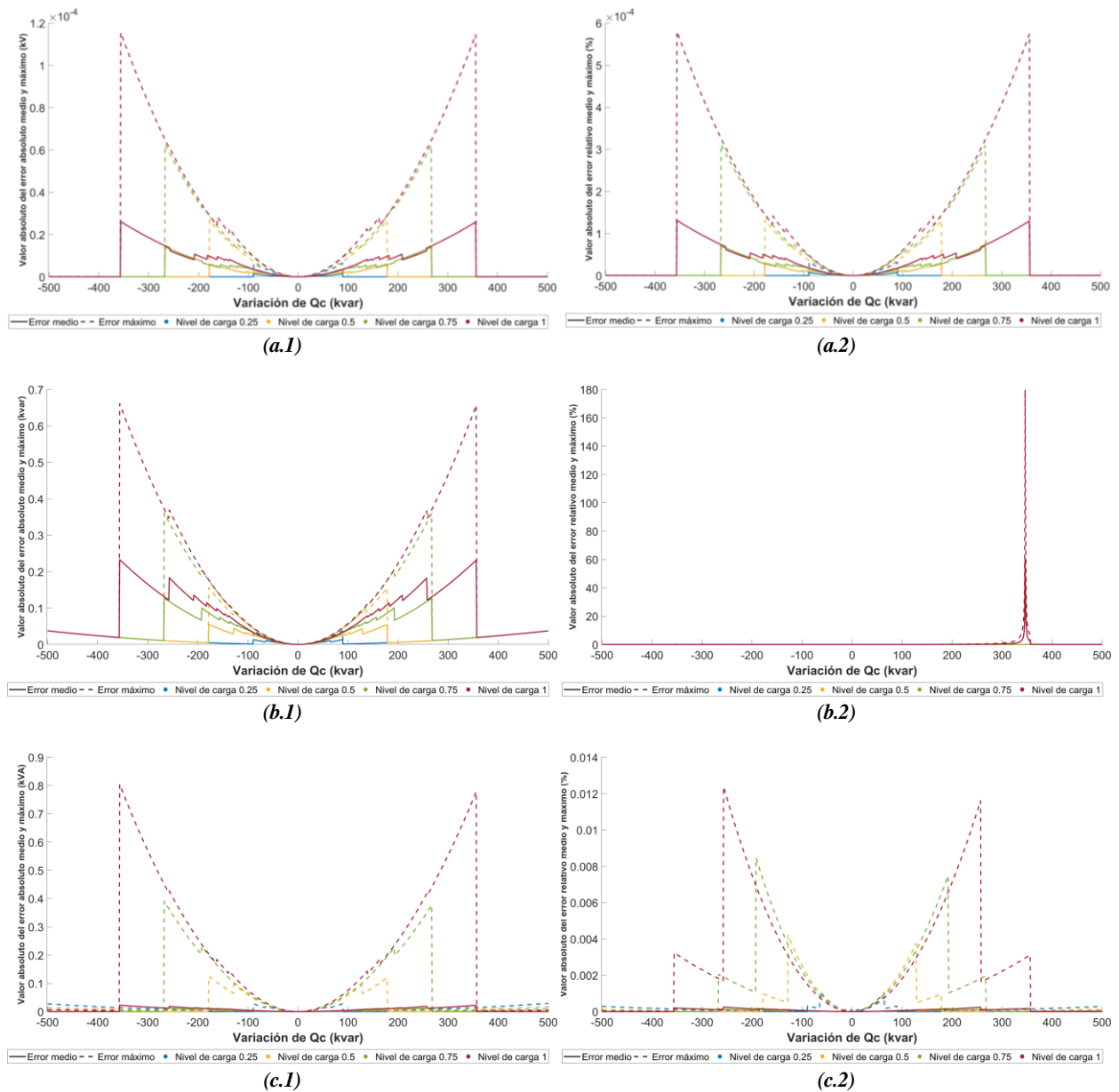


Figura 19. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo,  $\Delta Q_c$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

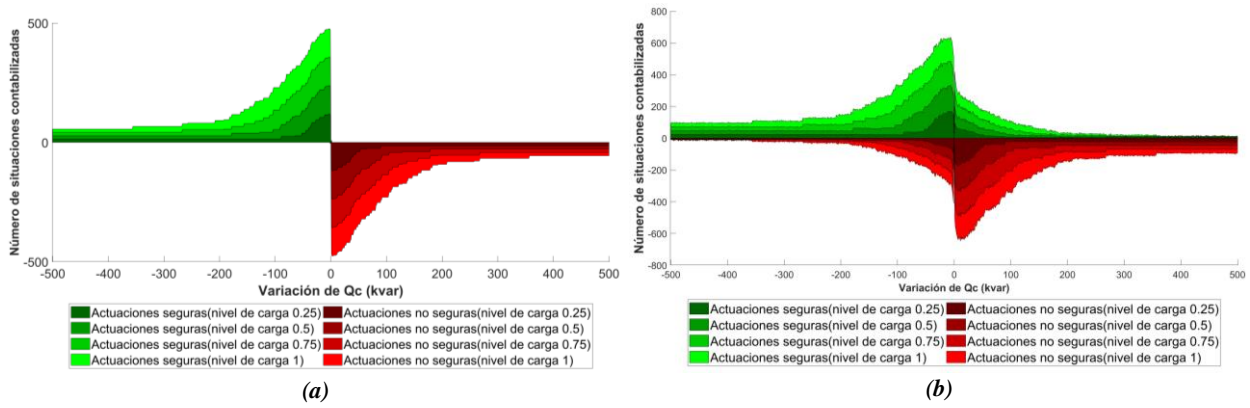
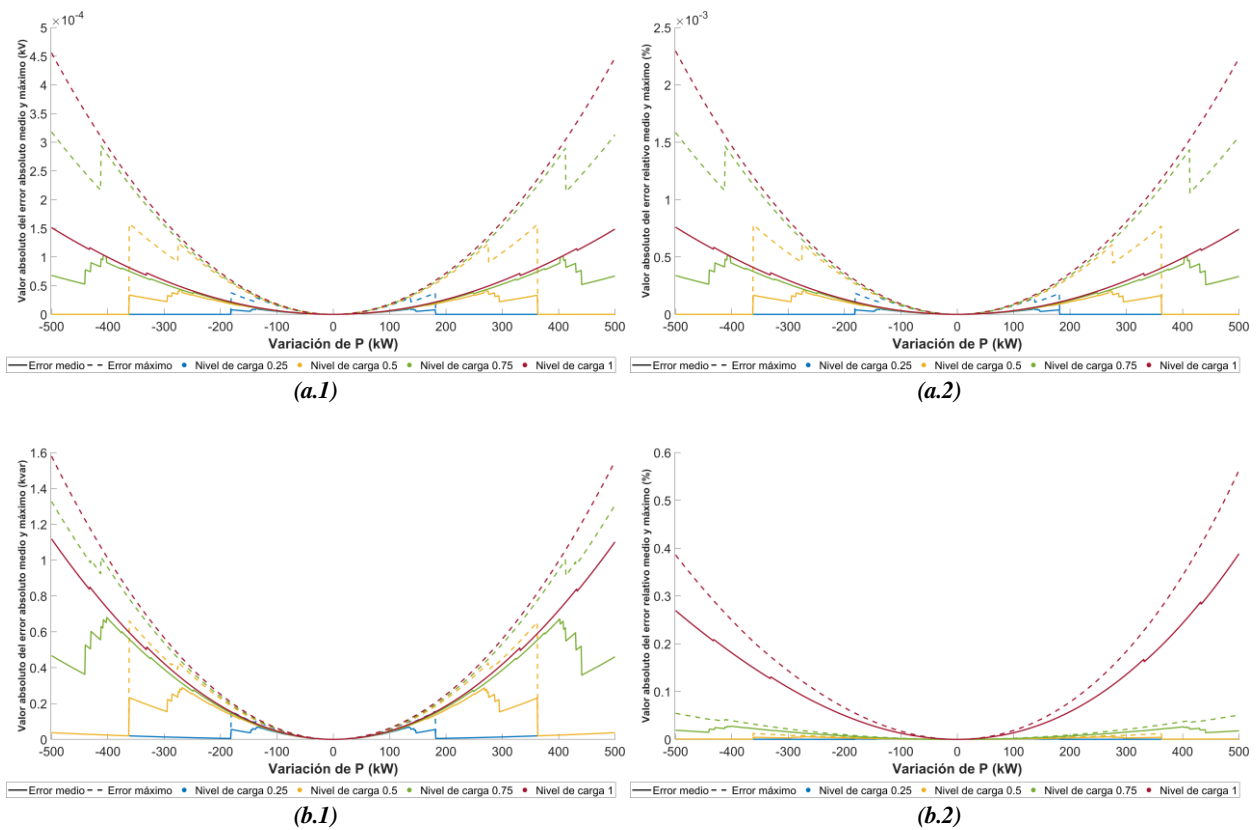


Figura 20. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo,  $\Delta Q_c$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

### 3.2.4.2 Actuaciones sobre la potencia activa inyectada en nudos



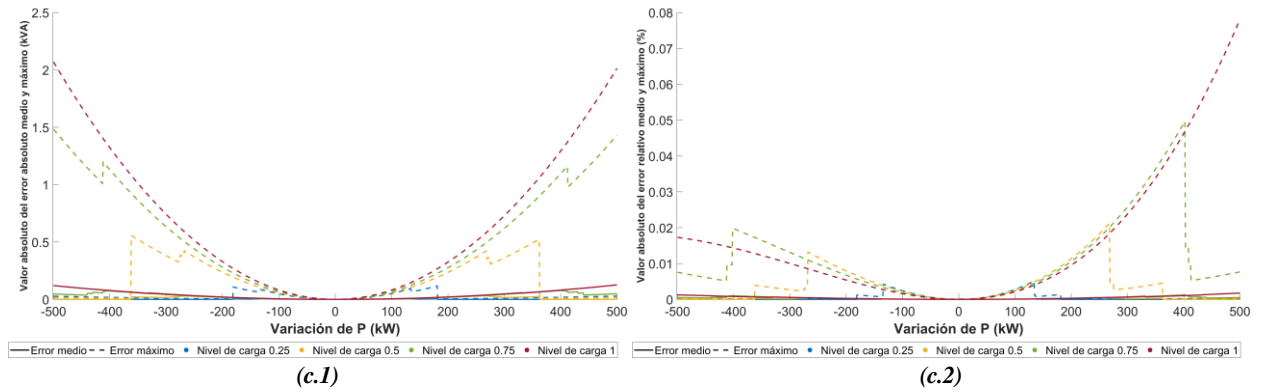


Figura 21. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

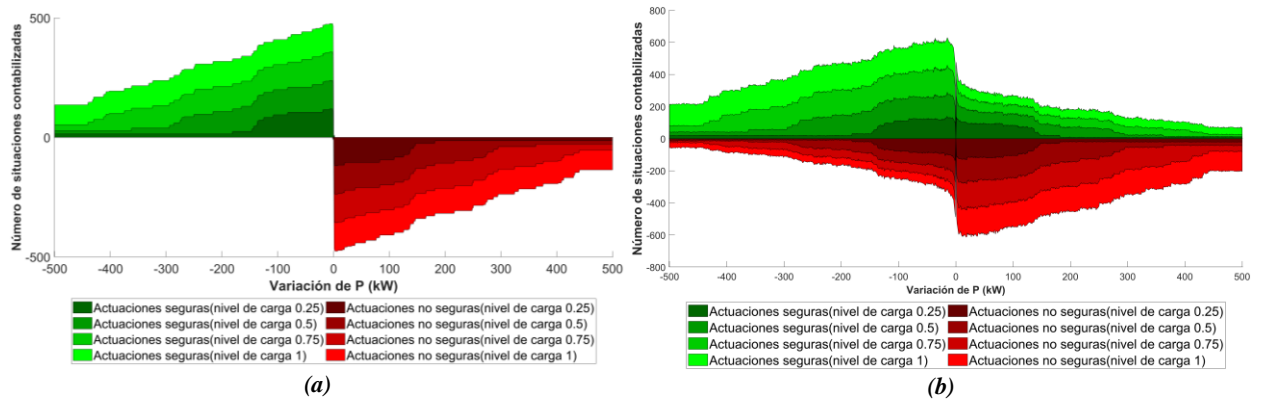
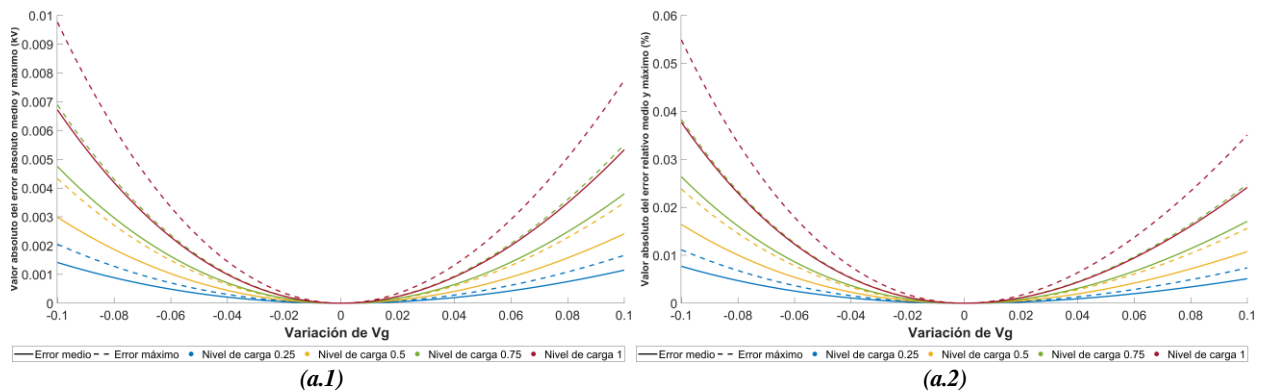


Figura 22. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

### 3.2.4.3 Actuaciones sobre la tensión en bornas de generadores



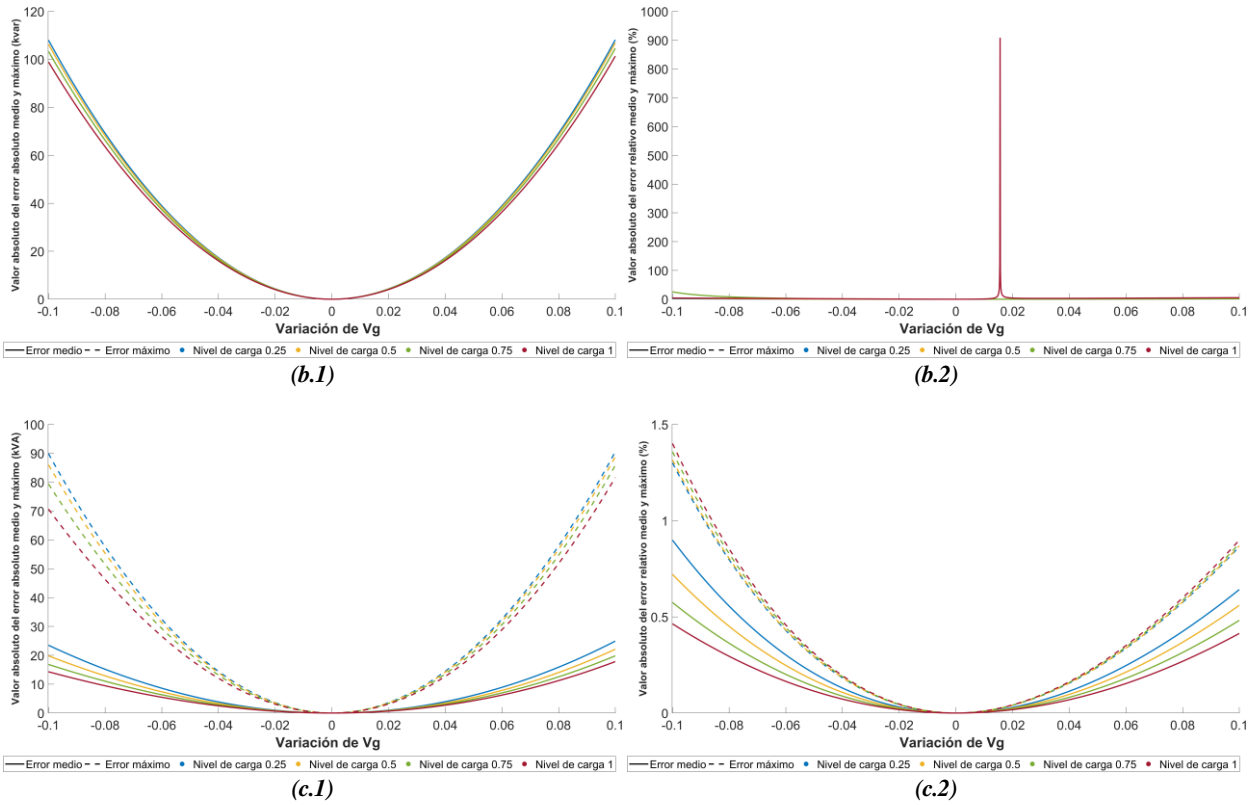


Figura 23. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta V_g$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

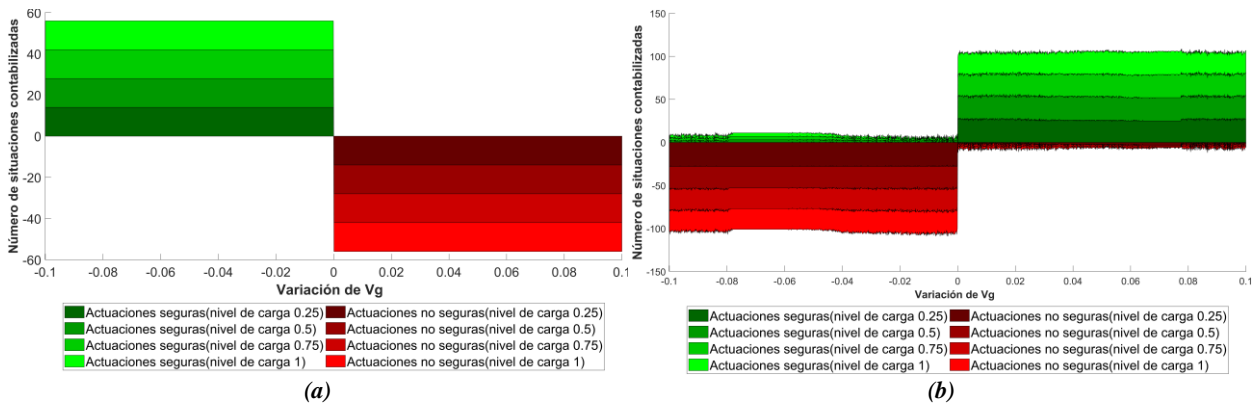


Figura 24. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta V_g$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

### 3.2.4.4 Actuaciones sobre las tomas de transformadores

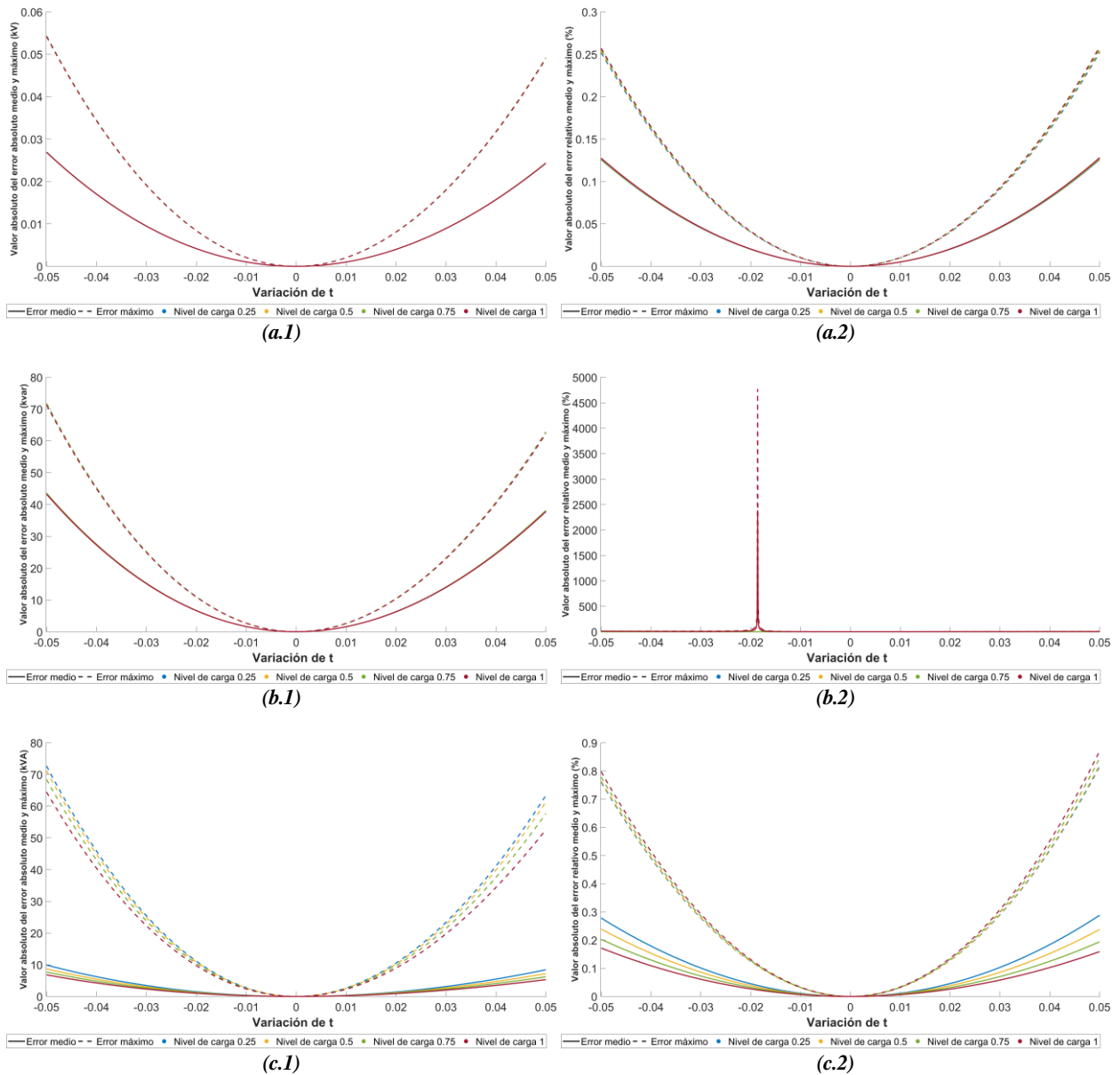


Figura 25. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máxima y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

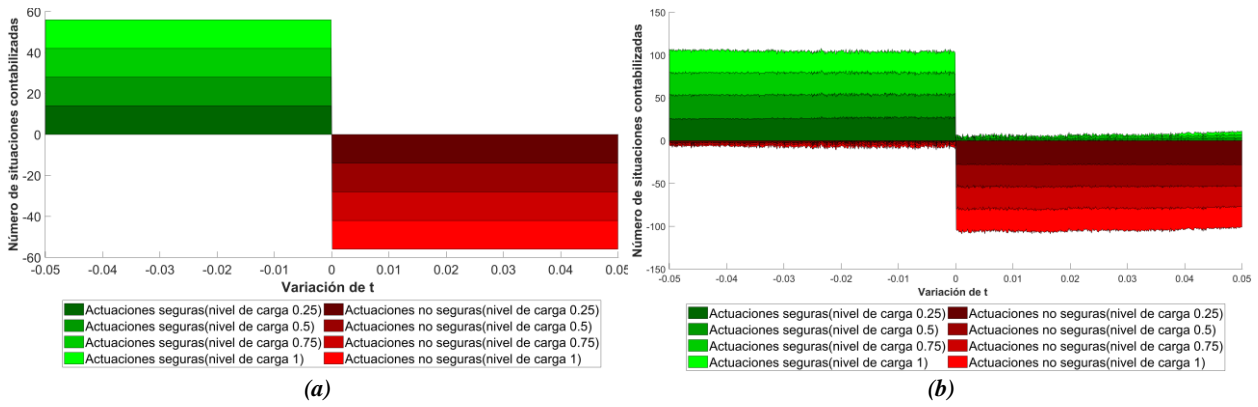


Figura 26. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_p$ .

### 3.2.5 Red de baja tensión

La red de baja tensión que se empleará en esta sección es la desarrollada en [21]. Es una red de 400 V que presenta una configuración mallada tanto en diseño como en explotación y que cuenta con tres ramales, conectados a otra red de distribución de 20 kV a través de sendos transformadores. Cada uno de los ramales representa tres tipos diferentes de subsistemas, a saber: residencial, industrial y comercial. En la Figura 27 se presenta un esquema.

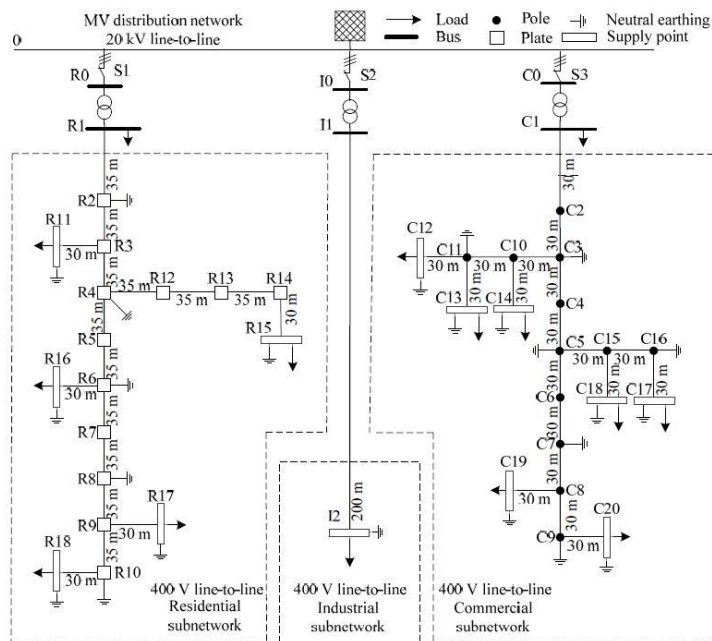


Figura 27. Red de distribución de baja tensión [21].

### 3.2.5.1 Actuaciones sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo

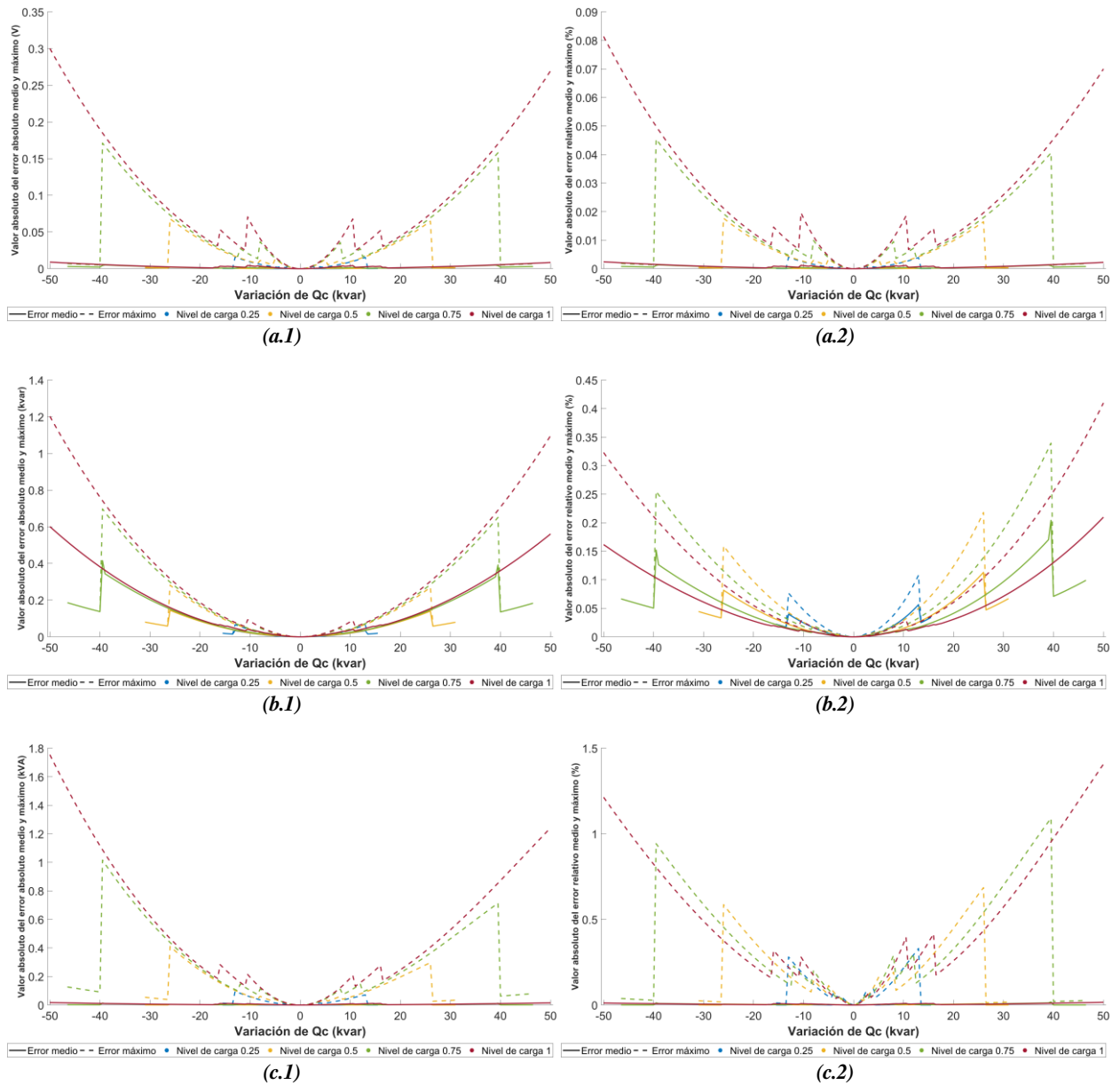


Figura 28. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo,  $\Delta Q_c$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

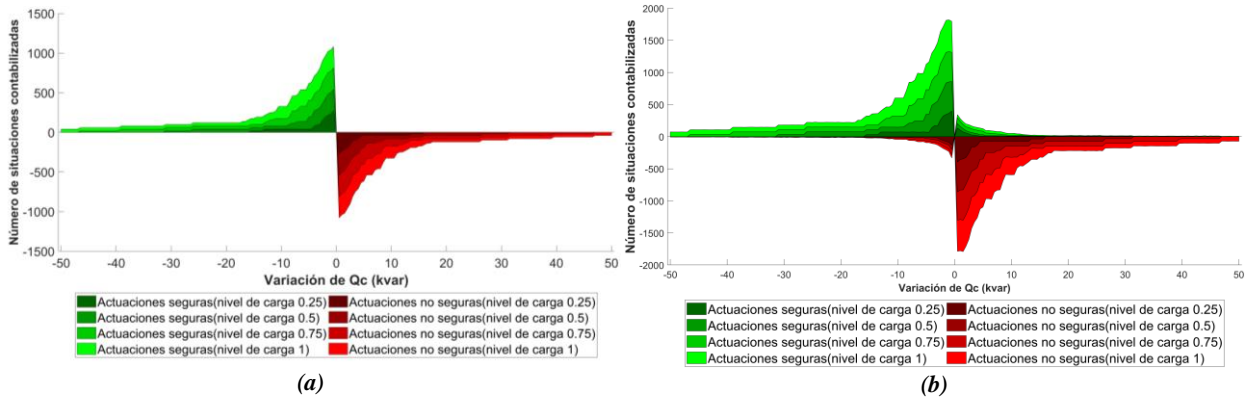
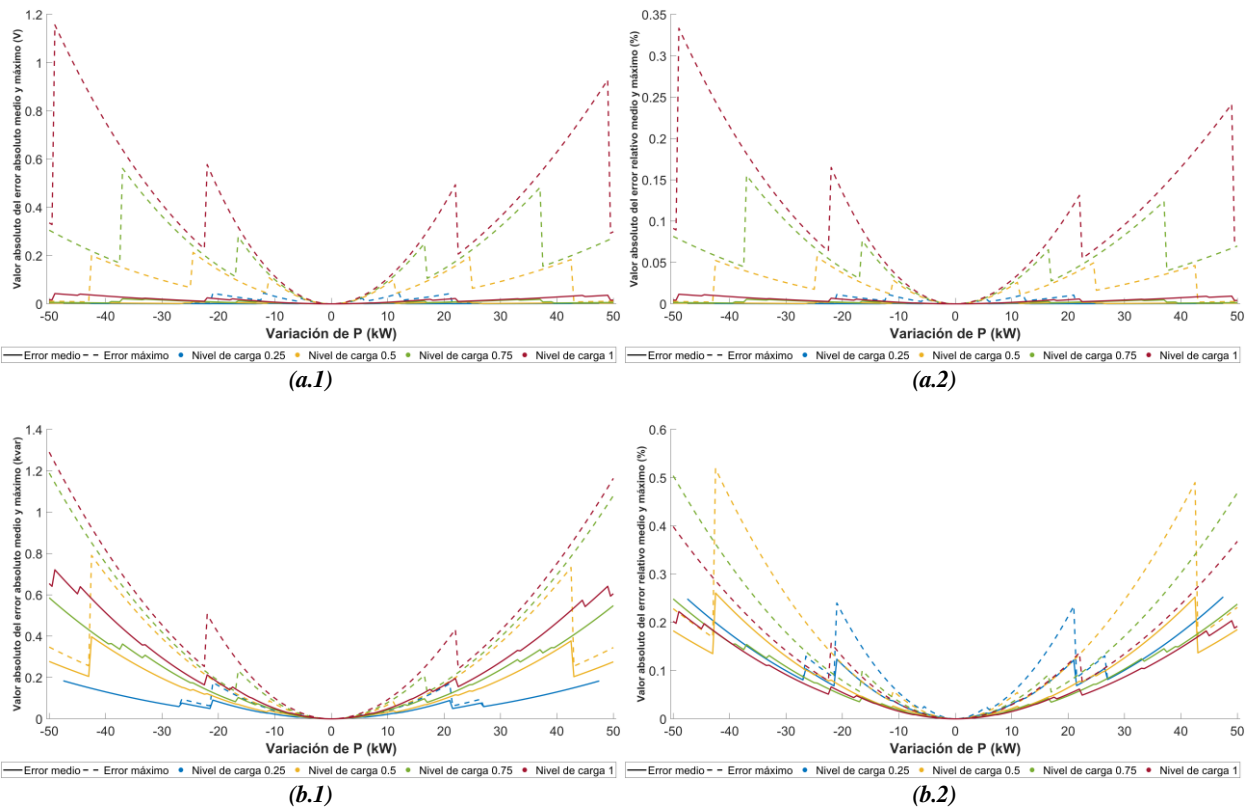


Figura 29. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia reactiva inyectada en nudos de consumo,  $\Delta Q_c$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

### 3.2.5.2 Actuaciones sobre la potencia activa inyectada en nudos





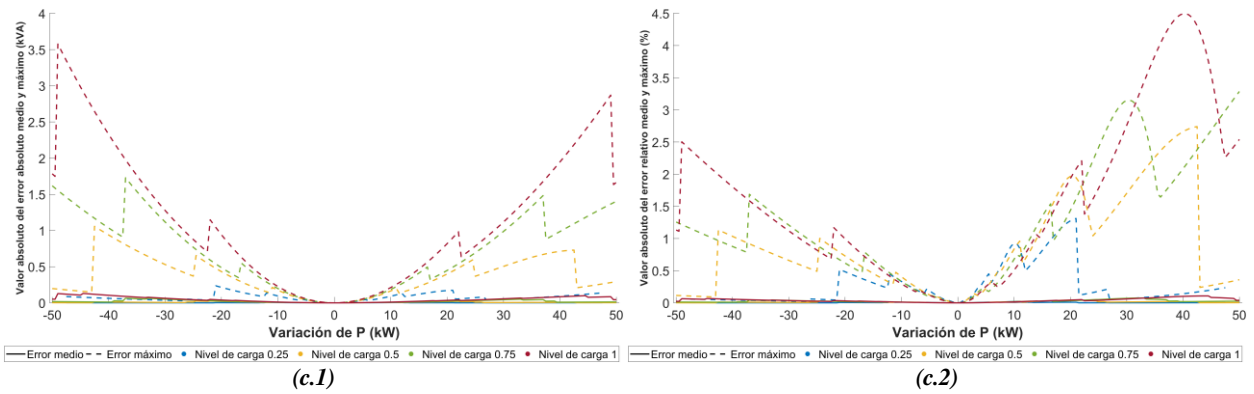


Figura 30. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

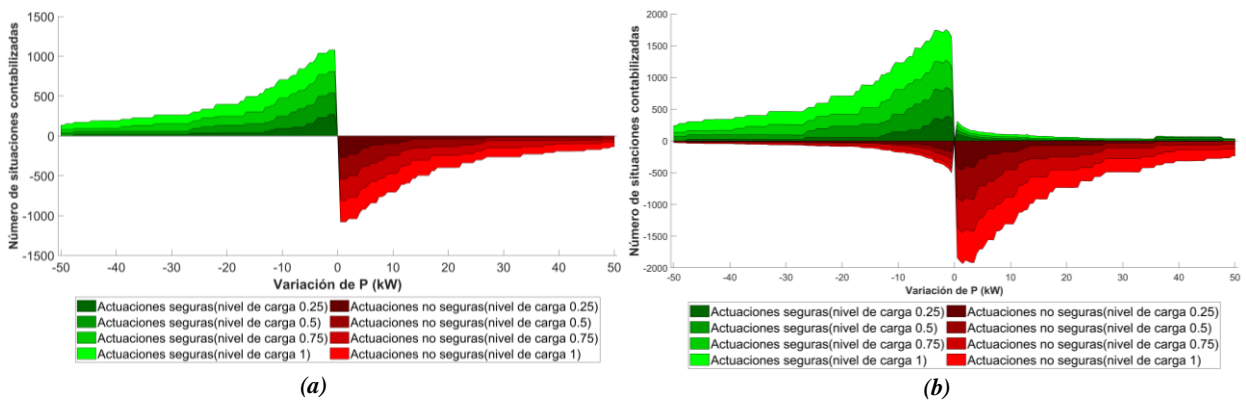
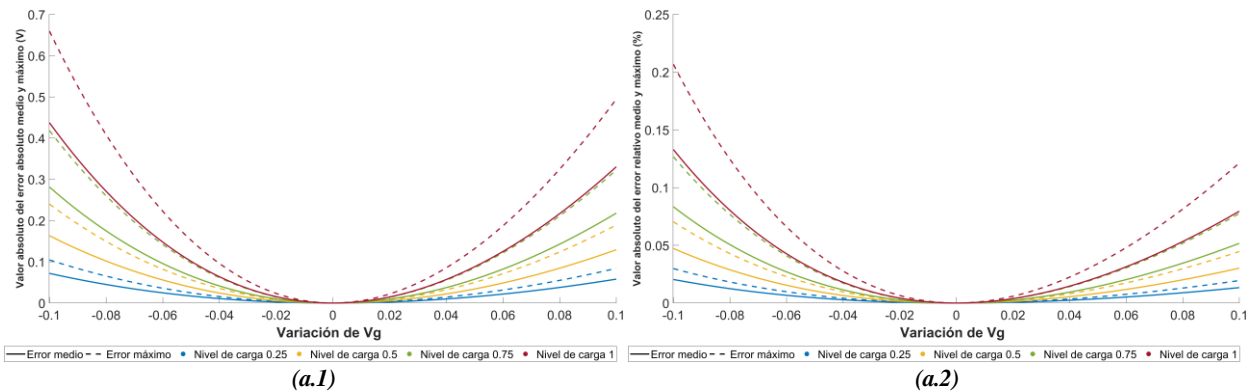


Figura 31. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la potencia activa inyectada en nudos,  $\Delta P$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

### 3.2.5.3 Actuaciones sobre la tensión en bornas de generadores



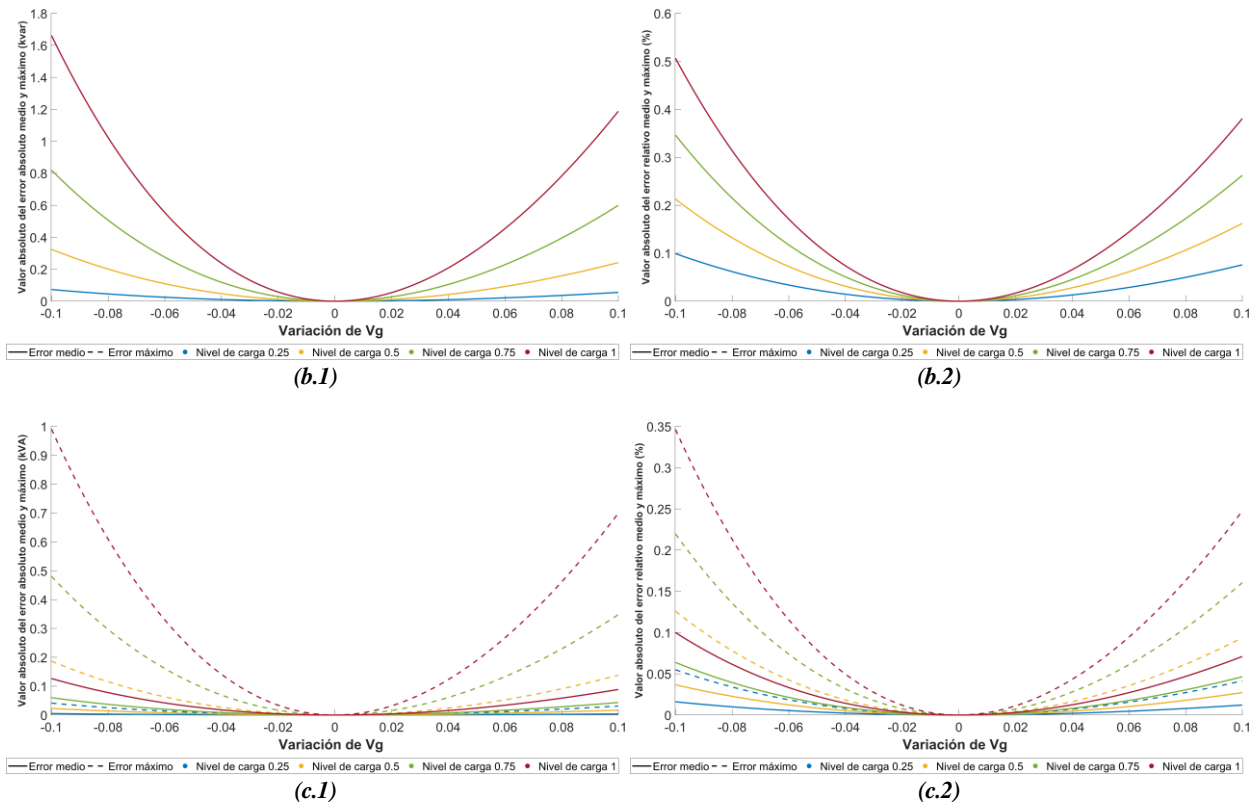


Figura 32. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta V_g$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

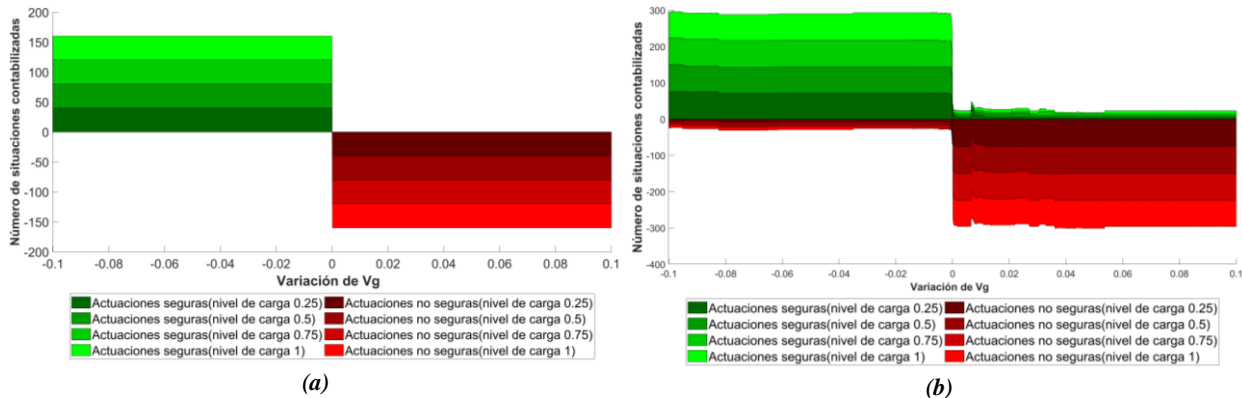


Figura 33. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre la tensión en bornas de generadores,  $\Delta V_g$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_T$ .

### 3.2.5.4 Actuaciones sobre las tomas de transformadores

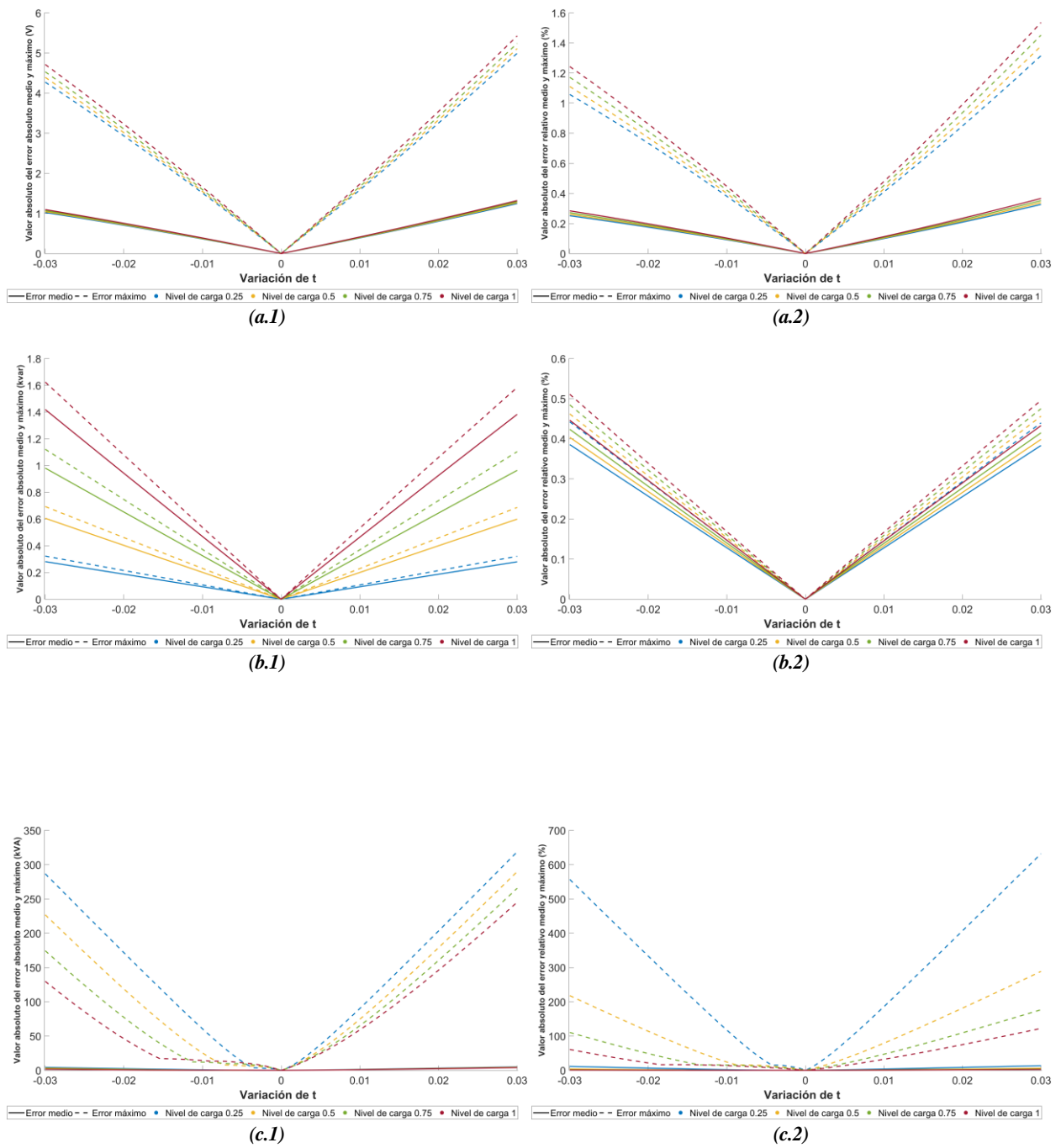


Figura 34. Valor absoluto del (1) error absoluto medio y máximo y (2) error relativo medio y máximo, al actuar sobre sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , (b) la potencia reactiva de los generadores,  $\Delta Q_g$ , (c) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

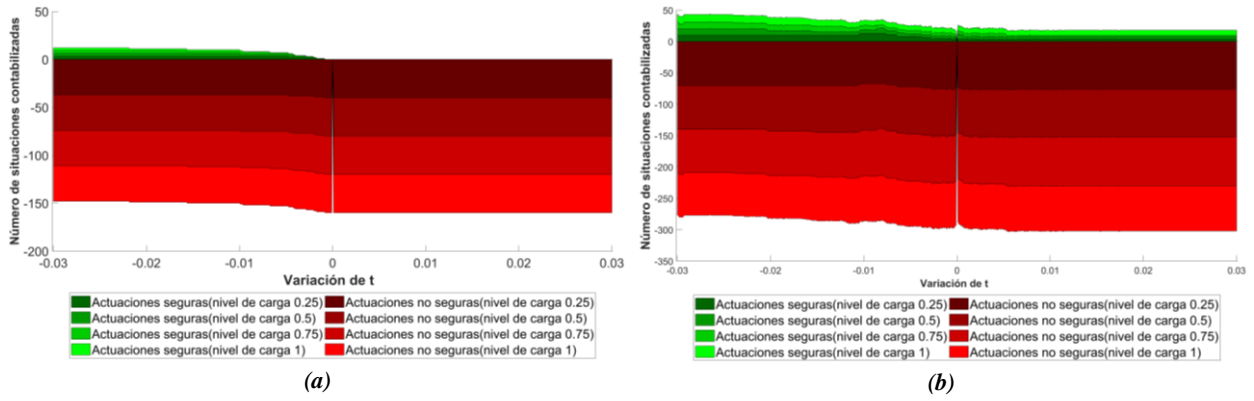


Figura 35. Análisis de las actuaciones que quedan del lado de la seguridad al actuar sobre sobre las tomas de transformadores,  $\Delta t$ , respecto de (a) la tensión en nudos de consumo,  $\Delta V_c$ , y (b) la potencia aparente que circula por las ramas,  $\Delta S_r$ .

## 4 CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

---

En este trabajo se ha seguido con la línea de investigación reabierta en [7] que retomaba la metodología desarrollada en [9, 10, 11] para corregir situaciones de emergencia. En sus orígenes, se implementó como una herramienta de control de reactiva en tiempo real para la corrección de tensiones en la red de transporte de España. Dado los buenos resultados obtenidos entonces y a raíz de los nuevos retos que están surgiendo en las redes de distribución debido a la cada vez mayor penetración de generación distribuida, este trabajo ha buscado ampliar el enfoque de esta técnica y usarla también para corregir sobrecargas en las líneas y transformadores. De esta manera, el trabajo ha girado principalmente en torno a tres puntos que permitan mejorar la integración de la generación distribuida, y por ende de las energías renovables, a lo largo de las redes de distribución.

En primer lugar, se ha ampliado el número de variables de control que permiten realizar actuaciones, pues la cada vez mayor penetración de generación distribuida exige que las redes de distribución cuenten con nuevos elementos que permitan operarlas adecuadamente. Inicialmente, en [7], solo se tuvieron en consideración aquellas empleadas habitualmente en la red de transporte, es decir, transformadores, generadores convencionales y baterías de condensadores. Ahora se cuenta además con generadores distribuidos de diferente índole, tales como renovables (fotovoltaicos, eólicos, etc.) o diferentes sistemas de cogeneración, y dispositivos de almacenamiento. Igualmente, se considera también para casos extremos donde sean necesarios los deslastres de carga.

Por otro lado, se ha buscado ampliar la metodología de corrección de tensiones para corregir también sobrecargas. Para tal fin, y dado el considerable aumento del tipo de variables de control, se han calculado las nuevas matrices de sensibilidades que permiten relacionar los controles con las magnitudes de interés del sistema eléctrico.

En tercer lugar, se ha llevado a cabo un estudio de los errores asociados a las matrices de sensibilidades. Se ha podido comprobar experimentalmente el error que cada tipo de actuación lleva asociado y se ha determinado que no es posible trabajar con los flujos de potencias que circulan por las líneas y transformadores de la misma forma que se trabaja con las tensiones, calculando directamente la matriz de sensibilidades asociadas. Cuando se emplea una única matriz de sensibilidades para relacionar las variables de control con la potencia aparente al cuadrado o con el módulo de la intensidad al cuadrado, el error asociado es completamente inaceptable, de forma que se ha buscado una alternativa. Si se emplean las matrices de sensibilidades que permiten relacionar las variables de control con la potencia activa y reactiva que circula por la línea o transformador, se puede conseguir mediante una función cuadrática conseguir determinar la variación de la potencia aparente al cuadrado. De esta forma, tras estudiar más de 40.000 situaciones, se ha obtenido un rango de actuación seguro para cada tipo de variable de control, de modo que el error cometido en cada una de las actuaciones quede dentro de un margen de seguridad establecido.

De esta forma, se puede concluir que la metodología propuesta permite corregir situaciones de emergencia con una fiabilidad más que adecuada. Mientras que la corrección de tensiones se puede mantener tal y como se venía haciendo en [7-11], será necesario reformular el algoritmo para el caso de las sobrecargas. Así, se consigue hacer uso de actuaciones simultáneas de variables de control de distinta naturaleza y tomar en consideración aspectos tanto técnicos de la propia red operada como económicos.

## 4.1 Líneas futuras de investigación

El trabajo realizado ha permitido afianzar la idea original de que la metodología desarrollada es adecuada para corregir situaciones de emergencia en redes de distribución. Sin embargo, aún existen aspectos que se deberían desarrollar y mejorar:

- Crear un nuevo algoritmo que permita corregir tanto contingencias de tensiones como se venía haciendo en [7-11], como sobrecargas en líneas y transformadores. Para ello, se deberá considerar que las variables de control no se relacionan linealmente con la potencia aparente de las ramas, sino a través de una función cuadrática. Igualmente, también se deberá tener en cuenta los resultados obtenidos del estudio de los errores asociados, en especial los rangos seguros de actuación de las variables de control y si el error asociado hace que las actuaciones queden o no del lado de la seguridad.
- Demostrar la viabilidad de aplicar la metodología desarrollada a una red que trabaje en isla, cuyos generadores distribuidos funcionen en modo grid-forming.
- Realizar pruebas en muchas otras redes para obtener una función del error que se va a cometer según la actuación que se va a realizar, el nivel de tensión, el nivel de carga, líneas aéreas o subterráneas, etc.
- Cuando se planteó corregir sobrecargas por las líneas y transformadores de la red, se pudo comprobar que el error que se cometía al emplear las sensibilidades del módulo de la intensidad que circula por las ramas al cuadrado era en general un poco menor que si se empleaba la potencia aparente al cuadrado. Sin embargo, dado el error asociado tan grande que tenían ambas fueron desechadas a favor de emplear la potencia activa y reactiva al cuadrado por separado. Al obtenerse resultados tan buenos y tener un sentido físico claro, no se vio la necesidad de emplear el módulo de la intensidad real e imaginaria al cuadrado. Sin embargo, es posible que éstas presenten un menor error que aquéllas y, dado que en las redes de distribución las medidas que se tienen habitualmente son de corriente, emplear éstas podría ser más beneficioso.
- Considerar la evolución esperada de la demanda y de la generación renovable (que depende de factores ambientales) para determinar la mejor actuación, además del estado en que se encuentra la red al ejecutar el módulo de corrección de situaciones de emergencia.

## 5 ANEXO A. ARTÍCULO

---

En este Anexo se presenta un artículo publicado en la conferencia internacional SEST 2018 (Smart Energy Systems and Technologies), que deriva de parte de este Trabajo Fin de Máster. Bajo el título de *Coordination of Distributed Energy Resources to Solve Voltage Problems in Distribution Networks*, se presenta el cálculo de las matrices de sensibilidades y la metodología propuesta para la corrección de tensiones teniendo en cuenta factores tanto técnicos como económicos. Igualmente, en este artículo se presenta el algoritmo que implementa parte de la metodología propuesta, en la que se profundizará en un futuro trabajo, junto con ejemplos de aplicación.

La estructura del artículo es la que sigue. En la primera sección se realiza una breve introducción a la problemática de las redes de distribución con presencia de generación distribuida desde el punto de vista de la operación, junto con la propuesta general que se desarrollará. En la segunda sección se explican los puntos más relevantes de la metodología propuesta para corregir tensiones y el algoritmo que la implementa, cómo calcular las matrices de sensibilidades y las variables de control disponibles. En la tercera sección se exponen algunos ejemplos prácticos de cómo se consiguen corregir situaciones de emergencia. Finalmente, se concluye el artículo presentando las conclusiones en la cuarta sección.

# Coordination of Distributed Energy Resources to Solve Voltage Problems in Distribution Networks

Jose L. Martinez-Ramos, Fco. Javier Zarco-Soto,  
Alejandro Marano-Marcolini, Pedro J. Zarco-Periñán, Angel L. Trigo-Garcia  
Department of Electrical Engineering, Universidad de Sevilla, Spain

**Abstract**—In this paper, a method to control distributed generation resources based on sensitivities matrices is presented, which allows to determine the necessary control action to correct voltage problems in the distribution networks.

The proposed method begins by identifying the problem to be corrected first, based on its severity. Next, the sensitivity matrices that determine the relationship between the control variables and the magnitudes subject to operating limits are calculated, and the maximum control margins are computed based on the corresponding sensitivities. Finally, after selecting the most 'efficient' control action to correct the most urgent problem, the necessary control action is calculated.

The proposed technique has been tested in distribution networks in order to demonstrate the adequacy of the proposed method for the efficient selection and computation of corrective control actions.

## I. INTRODUCTION

The increasing introduction of distributed generation, mainly of renewable origin, in the distribution networks, is increasingly complicating the operation of these networks, bringing them to a level of complexity similar to that which has always existed in transmission networks [1]. In this sense, there are several initiatives aimed at promoting a control scheme of the generation and storage resources in the distribution networks, in order to make them more controllable and allow a greater penetration of renewable energies. It is worth noting projects such as SmartNet [2], [3], aimed at exploring ways of coordinating both distributed generation and the demand to provide operating resources to the distribution network (DSO) managers, and, in some cases, to the transmission operator (TSO).

This article proposes a technique for selecting control actions in the distribution networks that allows, on the one hand, to select the most efficient controls in order to correct voltage problems, trying in all cases to respect the operation limits, and, on the other hand, to take into account the possible costs associated with these actions. These costs may arise from long-term contracts between the DSO and the suppliers of ancillary services, or from a short-term competitive market for the provision of ancillary services in the transmission and distribution networks.

The proposed technique is based on previous applications to transmission networks [4]–[6], adapting these proposals to the distribution networks and to the constraints inherent to the resources provided by the distributed generation.

The paper is organized as follows. Section II presents the proposed technique to select control actions in case of voltage problems in electrical networks. Then, in Section III, several examples of voltage correction in a common distribution network are presented, combining different actions in view of the resources provided by the distributed generation. Finally, Section IV presents the conclusions of this study.

## II. CORRECTING VOLTAGE PROBLEMS

In order to correct voltages in the transmission network, a sensitivity-based technique was proposed in [4] and extended in [5], [6]. This method uses the relationship between voltage in demand nodes and the available control variables, by means of a linear approximation of the load flow equations. This technique allows to use all types of control elements related with reactive power & voltage control in transmission networks, which can be extended to distribution networks with a strong presence of distributed generation. Furthermore, it is possible to take combined actions, which allows to minimize the cost of the required corrective control action and avoids exhausting the most sensitive, and probably the cheaper, control. Control actions are determined in a sequential process, in order to avoid new voltage problems and to minimize the cost of the required control actions by selecting the most efficient controls, and, between them, those that result in a lower cost.

To select the appropriate control actions, not only the sensitivity between control variables and the out-of-limit voltage is considered. The proposed method also allows to consider all the operational constraints, such as voltages in near nodes, the limits of the control variables (eg, reactive power of generation devices), and even the cost of the control action.

### A. Overview of the Proposed Technique

The proposed method runs during the normal operation of the system, ie, periodically, the network state is obtained through the SCADA system, properly filtered by the State Estimator [7]. If a voltage is out of bounds, the corrective rescheduling module will be executed, as described below. If there is no voltage violation, the system could be optimized by reducing losses.

The proposed tool is, therefore, a centralized decision tool to be used by the DSO or by an aggregator of distributed resources. Likewise, it should be noted that the tool determines



control actions in emergency state [1], differing from a short-term operation planning tool as a multi-period OPF.

The method is based on [4] and consists of several sequential steps. Whereas some rules can be used with any network, others should be modified according to the network exploitation. When a voltage violation is detected, these steps are as follows:

- 1) Determine the node with the most critical voltage.
- 2) Compute sensitivities matrices which relate voltages and operating limits to control variables.
- 3) Variables of higher sensitivities could be optionally selected, for each type of control. "A priori", these will correct the violation more efficiently.
- 4) Calculate the largest control action for each variable, checking the own limits of the control variables and the operating limits, so as not to create new contingencies.
- 5) Based on the so-called Efficiency Coefficient and its cost, choose the most efficient control variables.
- 6) Calculate the necessary control action.
- 7) Update the network state and go back to step 1 until no voltage violations remain. Alternatively, the power flow could be run only once, when all voltage violations have been supposedly corrected. In this case, voltages must be linearly updated before returning to step 1, yielding a larger accumulated error.

In every iteration, the aim is to correct the most urgent problem. If the chosen control variable has enough capacity and no operating limit is reached, the voltage violation will be corrected. Should the selected control variable be limited by its own limits or by an operational limit, an insufficient action will be taken, and this problem will remain until another control variable is able to solve it. When control actions are taken, normally minor voltage violations are also corrected.

In the following sections, the above-mentioned steps will be discussed.

1) *Determine the most urgent voltage problem (step 1 of the process)*: Depending on the operational procedures, the rule to determine the node with the most urgent voltage problem to be corrected may vary. In general, the node with the largest voltage violation will be selected,

$$\Delta V_k = \max_i \{V_i - V_i^{max}, V_i^{min} - V_i\} \quad (1)$$

where

- $\Delta V_k$  Voltage deviation in the node  $k$  with the largest voltage violation.
- $V_i$  Voltage in node  $i$ .
- $V_i^{max}$  Upper voltage limit in node  $i$ .
- $V_i^{min}$  Lower voltage limit in node  $i$ .

2) *Compute sensitivities matrices and determine the potentially more efficient control variable (steps 2 and 3 of the process)*: Sensitivities matrices are required in order to compute *Efficiency Coefficients (EC)* for each control variable, and to check that no new violations are created. These matrices are obtained from the Jacobian of the AC power flow equations, evaluated at the current operating state. When one control

variable, or two in the combined control action, is modified, the rest of the control variables will be considered as constants.

The required sensitivity matrices are  $S_{V_c,u}$  and  $S_{Q_g,u}$ , providing the linear relationships between control variables,  $u$ , and voltages in demand nodes,  $V_c$ , and reactive power of generators,  $Q_g$ . Mathematically:

$$\Delta V_c = S_{V_c,u} \cdot \Delta u \quad (2)$$

$$\Delta V_g = S_{Q_g,u} \cdot \Delta u \quad (3)$$

An example of the calculation of sensitivity matrices is given in Section II-C.

Then, if there were a considerable number of control variables, for each different type of control, those whose sensitivities are below a certain threshold should be discarded (eg, controls with a sensitivity below a 20% of the highest sensitivity are discarded).

3) *Choosing the most efficient control variable (steps 4, 5 and 6 of the process)*: In order to select the best control action, an Efficiency Coefficient (EC) for each control variable is used. The EC is defined [4] as the maximum amount of voltage correction that can be achieved by rescheduling the control variable, subject to its own limits and the operating limits. In a typical application, operating limits can be considered as voltages in other demand nodes and reactive power produced by distributed generation.

First, the available control action considering the own limits of the control variable is calculated. The upper limit,  $u^{max}$ , or the lower limit,  $u^{min}$ , is chosen depending on the required action (increment or decrement), according to the necessary voltage correction (increase or decrease) and the sign of the corresponding sensitivity,

$$\Delta u_0 = \begin{cases} u^{max} - u & \text{if } S_{V_c,u} \geq 0 \\ u - u^{min} & \text{if } S_{V_c,u} < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Then, the maximum control action regarding voltages limits in other demand nodes is calculated to avoid new problems. As in the previous case, the limit,  $V_i^{max}$  or  $V_i^{min}$ , is selected taking into account the sign of the corresponding sensitivities,

$$\Delta u_{V_c} = \min_i \left\{ \frac{V_i^{max} - V_i}{|S_{V_c,u}^i|}, \frac{V_i - V_i^{min}}{|S_{V_c,u}^i|} \right\} \quad (5)$$

where  $S_{V_c,u}^i$  is the voltage sensitivity in the demand node  $i$  with respect to the control variable  $u$ .

The maximum control action taking into account the limits of the reactive power produced by generators is calculated in a similar way,

$$\Delta u_{Q_g} = \min_i \left\{ \frac{Q_{g_i}^{max} - Q_{g_i}}{|S_{Q_g,u}^i|}, \frac{Q_{g_i} - Q_{g_i}^{min}}{|S_{Q_g,u}^i|} \right\} \quad (6)$$

where

- $Q_{g_i}$  Reactive power of the generator at node  $i$ .
- $Q_{g_i}^{max}$  Upper reactive power limit of the generator at node  $i$ .
- $Q_{g_i}^{min}$  Lower reactive power limit of the generator at node  $i$ .

$S_{Q_g,u}^i$  Reactive power sensitivity of the generator at node  $i$  regarding to the control variable  $u$ .

The available control actions will be positive if they keep magnitudes within bounds. In other case, the value will be negative.

Once the maximum control actions taking into account the limits on  $u$  and the operating limits are calculated, the maximum available actions for each control type is determined as follows:

$$\Delta u^{max} = \min \{ \Delta u_0, \Delta u_{V_c}, \Delta u_{Q_g} \} \quad (7)$$

If  $u^{max}$ , the control action must be discarded as some limit would be reached.

Next, for each control variable, the Efficiency Coefficient is calculated. They create a framework that allows to compare all the possible control actions and to select the most efficient one,

$$EC_u = S_{V_c,u}^k \cdot \Delta u^{max} \quad (8)$$

Then, variables whose EC are over a certain threshold are selected. For instance, control actions with an efficiency over the 80% of the highest EC. Among the remaining variables, the one leading to the lower cost is chosen (and in case of equal costs, the one with the highest EC). Finally, the necessary control action is computed as

$$\Delta u = \frac{\Delta V_k}{S_{V_c,u}^k} \quad (9)$$

If the control has discrete steps (transformer taps, switched capacitor bank), the action is rounded to the closest discrete value.

### B. Control variables

The elements which will be rescheduled for correcting voltage violations are:

- Switched shunt elements.
- Conventional synchronous generator voltages.
- Transformer taps.
- Reactive power injected by inverters of photovoltaic plants or storage devices.
- Combined control action of active and reactive power injected by inverters of photovoltaic plants or storage devices.
- Load shedding, combining active and reactive power.

Note that the reactive power injected by an inverter depends on the active power injected, according to its characteristic curve,

$$Q_{max}^2 = P_{max}^2 - P^2 \quad Q_{max} = -Q_{min} \quad (10)$$

where

- $Q_{max}$  Maximum reactive power that the inverter can inject.
- $Q_{min}$  Minimum reactive power that inverter can consume.
- $P$  Active power given by the inverter.
- $P_{max}$  Maximum active power of the inverter.

Rescheduling the active power injected by distributed generators is not considered a possible action, because its cost is

always higher than modifying the reactive power. Therefore, when an active power control action in distributed generators is the best one, a combined action is always considered. This will also vary the reactive power injected by the inverter, so as to minimize the active power required. Furthermore, the cost of each action will depend on many factors, as this could include not only the cost of the action but also the cost due to the wear and tear in each control action.

### C. Calculation of Sensitivity Matrices

Sensitivity matrices give a linear approximation of how a magnitude vary with regards to other parameters. Obviously, the relationship between voltages in consumption nodes and control variables is essential, when correcting voltages in these nodes. Moreover, is also important to know how the control actions affect to reactive power in generators, so as not to violate any operational limit.

Therefore, sensitivities matrices must be calculated for every variable. Below, an instance of the calculation for a shunt element is explained.

First, once a power flow is solved, the Jacobian matrix is calculated at the current state:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q_c \\ \Delta Q_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V_c} & \frac{\partial P}{\partial V_g} & \frac{\partial P}{\partial t} \\ \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} & \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} & \frac{\partial Q_c}{\partial t} \\ \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} & \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} & \frac{\partial Q_g}{\partial V_g} & \frac{\partial Q_g}{\partial t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V_c \\ \Delta V_g \\ \Delta t \end{pmatrix} \quad (11)$$

where  $P$  is the active power,  $Q_c$  and  $Q_g$  are the reactive power injected in a demand and generation node, respectively,  $\theta$  is the angle of the complex bus voltage,  $V_c$  and  $V_g$  the voltage in a demand and generation node, respectively, and  $t$  the turn ratio of a tapped transformer.

Then, when reactive power in a demand node is modified due to a shunt element,  $\Delta Q_c$ ,

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial Q_c}{\partial V_g} \Delta V_g + \frac{\partial Q_c}{\partial t} \Delta t \quad (12)$$

As it was mentioned, when one control variable, or two in a combined control action, is modified, the rest of control variables will be considered as constants. Therefore,  $\Delta V_g = \Delta t = 0$ , and

$$\Delta Q_c = \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} \Delta V_c \quad (13)$$

In order to obtain the sensitivity between  $\Delta V_c$  and  $\Delta Q_c$ ,  $\Delta P = 0$  can be used, taking into account that no changes in active power are permitted. Note that the *slack bus* is not included in  $\Delta P$ . In consequence,

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c = 0 \quad (14)$$

$$\Delta \theta = - \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \Delta V_c \quad (15)$$

Then, the required sensitivities are obtained as

$$S_{V_c, Q_c} = \left\{ \frac{\partial Q_c}{\partial V_c} - \frac{\partial Q_c}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right\}^{-1} \quad (16)$$

Likewise, the variation of the reactive power in a generator,  $\Delta Q_g$ , due to a change in a reactive power injection in a load bus,  $\Delta Q_c$ , can be obtained as follows:

$$\Delta Q_g = \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} \Delta V_c \quad (17)$$

$$S_{Q_g, Q_c} = \left\{ \frac{\partial Q_g}{\partial V_c} - \frac{\partial Q_g}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]^{-1} \frac{\partial P}{\partial V_c} \right\} S_{V_c, Q_c} \quad (18)$$

Note that sensitivities  $S_{V_c, Q_c}$  permit to evaluate the change in all voltages (not only the one that must be corrected) due to changes in reactive power injections in load buses, and  $S_{Q_g, Q_c}$  permit to evaluate the effect of the reactive power injections on the reactive power provided by generators, so as not to create a problem in a generator due to the control action.

The sensitivities matrices for the rest of control variables can be calculated in an analogous way.

### III. APPLICATION TO A DISTRIBUTION NETWORK WITH DISTRIBUTED GENERATION

The proposed voltage control technique has been applied to the distribution network described in [8], and presented in Figure 1. This is a 20 kV distribution network, whose structure is radial. It is connected to a 110 kV transmission network through two tapped transformers (nodes 0-1 and 0-12), and a switched capacitor is available for reactive power control in node 10. There are several distributed generators (DG) in nodes 3 to 10 of several types: PV generation, battery energy storage (BES), fuel cell in household, wind turbine, CHP diesel and CHP fuel cell.

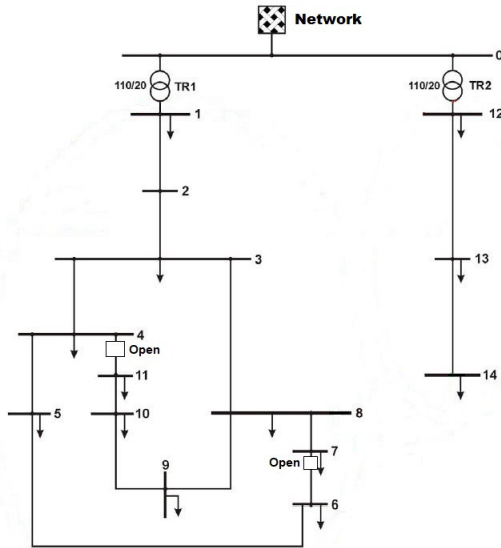


Fig. 1. Distribution Network.

All nodes are demand nodes, except the connection to the transmission network, which is taken as the slack node. Voltage limits are 1.02 and 0.98 pu for all nodes.

TABLE I  
STATE IN EXAMPLE 1 BEFORE AND AFTER THE CONTROL ACTION.

Node	Magnitude	Angle	Node	Magnitude	Angle
1	1.0012	-0.04	1	0.9827	-0.04
2	1.0242	-2.00	2	1.0054	-2.00
3	1.0333	-2.65	3	1.0143	-2.64
4	1.0334	-2.69	4	1.0144	-2.68
5	1.0334	-2.73	5	1.0144	-2.72
6	1.0335	-2.77	6	1.0145	-2.76
7	1.0367	-2.71	7	1.0177	-2.70
8	1.0347	-2.71	8	1.0157	-2.70
9	1.0347	-2.72	9	1.0157	-2.71
10	1.0346	-2.74	10	1.0156	-2.73
11	1.0346	-2.74	11	1.0156	-2.73
12	1.0001	-0.04	12	1.0001	-0.04
13	1.0073	-0.50	13	1.0073	-0.50
14	1.0078	-0.58	14	1.0078	-0.58
0	1.0000	0.00	0	1.0000	0.00

The application of the proposed technique to the distribution network permit to correct all voltage problems in the initial state. Below, different corrective actions are discussed, included combine action of active and reactive power in inverters so as to dispose of a larger margin for reactive power injection.

The tables represent the network state (voltages) in different situations, before and after every voltage correction.

It is worth highlighting that 0.005 is added to the necessary action so as to correct the error due to the linear approximation and rounding, in case of discrete controls. Therefore, after an action, the voltage magnitude of the node with the highest violation should be around 1.015 or 0.985, depending on the exceeded limit.

Unless otherwise indicated, in the initial state, transformers ratio is 1, no reactive power is injected by the shunt element and distributed generators give as much active power as possible and no reactive power ( $\cos \varphi = 1$ ).

#### A. Example 1: changing transformer taps

In this case, most of voltages are over the upper limit, due to a high distributed generation and a low demand (Table I). The highest voltage violation is 1.0367 in node 7 and the best corrective action is determined as a change in taps of the transformer 0-1. As this control is discrete, the necessary action must be rounded to an existing tap position. The new ratio is 1.01875, and, finally, a new power flow is solved to verify that all voltages keep within bounds (Table I).

In this case, the action does not entail an associated cost, as it is a resource of the DISCO.

#### B. Example 2: changing transformer taps and a combined action on a DG

In this situation, demand is also low and the distributed generation high due to a windy day. Most of voltages are again over the upper limit, as shown in Table II. Node 7 is the most urgent problem (magnitude 1.0393) and a change in taps of transformer 0-1 is determined as the best action. However, the necessary action is larger than the permitted one due to operating limits. Therefore, the action on the transformer is the

TABLE II  
STATE IN EXAMPLE 2 BEFORE THE CONTROL ACTION.

Node	Magnitude	Angle
1	1.0012	-0.03
2	1.0259	-1.95
3	1.0357	-2.58
4	1.0359	-2.62
5	1.0360	-2.65
6	1.0362	-2.69
7	1.0393	-2.63
8	1.0372	-2.63
9	1.0373	-2.64
10	1.0372	-2.66
11	1.0372	-2.66
12	1.0001	-0.04
13	1.0074	-0.49
14	1.0079	-0.57
0	1.0000	0.00

TABLE III  
STATE IN EXAMPLE 2 AFTER THE CONTROL ACTION ON TRANSFORMER.

Node	Magnitude	Angle
1	0.9827	-0.03
2	1.0071	-1.94
3	1.0168	-2.57
4	1.0170	-2.61
5	1.0171	-2.64
6	1.0172	-2.68
7	1.0203	-2.62
8	1.0183	-2.62
9	1.0183	-2.63
10	1.0183	-2.65
11	1.0183	-2.65
12	1.0001	-0.04
13	1.0074	-0.49
14	1.0079	-0.57
0	1.0000	0.00

maximum available and, after rounding to a discrete tap(new ratio 1.01875), the problem is not be solved (Table III).

Again, node 7 is the most urgent problem (magnitude 1.0203), as it is the only voltage violation. The best action now is to change the active power injected by the wind turbine at node 7 and thus a combined action is taken to minimize the reduction of active power. The wind turbine was producing 1.47 MW and no reactive power. After this iteration, it will inject 1.2642 MW and consume 0.8073 Mvar. As this control has no discrete steps and the linear approximation has had a little error, the new magnitude at node 7 is exactly 1.015 (Table IV).

Note that in this case, the control action entails a cost as the wind generator must be compensated for reducing its active power and vary the power factor.

#### C. Example 3: changing transformer taps and the reactive power injected by and inverter

In this example, voltages are high again, as shown in Table V. The highest voltage violation is 1.0398 at node 7 and the best action is a change in taps of transformer 0-1. As in the last case, the necessary action is larger than the permitted one due to operating limits, so the control action is the maximum available. After rounding taps to a discrete position (new ratio 1.01875), the problem is alleviated but not solved.

TABLE IV  
STATE IN EXAMPLE 2 AFTER THE TWO SEQUENTIAL CONTROL ACTIONS.

Node	Magnitude	Angle
1	0.9826	-0.03
2	1.0042	-1.77
3	1.0124	-2.33
4	1.0126	-2.37
5	1.0128	-2.40
6	1.0129	-2.44
7	1.0150	-2.31
8	1.0136	-2.36
9	1.0136	-2.37
10	1.0136	-2.39
11	1.0136	-2.39
12	1.0001	-0.04
13	1.0074	-0.49
14	1.0079	-0.57
0	1.0000	0.00

TABLE V  
STATE IN EXAMPLE 3 BEFORE THE CONTROL ACTION.

Node	Magnitude	Angle
1	1.0012	-0.03
2	1.0271	-1.90
3	1.0373	-2.50
4	1.0378	-2.53
5	1.0382	-2.56
6	1.0383	-2.60
7	1.0398	-2.58
8	1.0387	-2.56
9	1.0388	-2.56
10	1.0390	-2.58
11	1.0390	-2.58
12	1.0001	-0.04
13	1.0071	-0.50
14	1.0076	-0.58
0	1.0000	0.00

Node 7 remains again as the most urgent problem (see Table VI) and the next best action is to modify the reactive power injected by the inverter of the wind turbine at node 7. Before this action, the inverter did not inject any reactive power. After that, it consumes 1.2882 Mvar.

When the network state is obtained so as to verify voltages, voltage at node 7 is between limits, 1.015 (Table VII). Note that in this case, the cost of the control action is associated to a change in the reactive power of the wind turbine, requiring a lower compensation than in the previous case.

#### D. Example 4: acting on the capacitor bank

In this case, it is supposed that there is no distributed generation, so as to show that the proposed technique also works properly in traditional networks. For this initial state, the ratio of taps of transformer 0-1 is 1.01875.

As shown in Table VIII the most urgent problem is the voltage 0.9796 at node 11, which is corrected by the shunt element at node 10. After rounding to a discrete value, it is determined that 1 Mvar should be injected. After the control action, all nodes are within bounds (Table VIII).

In this case, the action does not normally entail a cost because it is a resource that is normally owned by the DISCO, or, in the case of ownership of a third party, the cost is

TABLE VI  
STATE IN EXAMPLE 3 AFTER THE CONTROL ACTION ON TRANSFORMER.

Node	Magnitude	Angle
1	0.9827	-0.04
2	1.0083	-1.89
3	1.0184	-2.49
4	1.0189	-2.52
5	1.0193	-2.55
6	1.0194	-2.59
7	1.0209	-2.56
8	1.0198	-2.54
9	1.0199	-2.55
10	1.0201	-2.57
11	1.0201	-2.57
12	1.0001	-0.04
13	1.0071	-0.50
14	1.0076	-0.58
0	1.0000	0.00

TABLE VII  
STATE IN EXAMPLE 3 AFTER THE TWO SEQUENTIAL CONTROL ACTIONS.

Node	Magnitude	Angle
1	0.9825	-0.03
2	1.0050	-1.57
3	1.0135	-2.03
4	1.0140	-2.07
5	1.0144	-2.10
6	1.0145	-2.14
7	1.0149	-1.98
8	1.0144	-2.05
9	1.0145	-2.06
10	1.0147	-2.07
11	1.0147	-2.07
12	1.0001	-0.04
13	1.0071	-0.50
14	1.0076	-0.58
0	1.0000	0.00

managed through contracts for the provision of long-term services.

#### IV. CONCLUSIONS

A method to control distributed generation resources based on sensitivities matrices has been presented, in order to determine the necessary control action to correct voltage problems in the distribution networks, using the available control resources provided by distributed generation.

TABLE VIII  
STATE IN EXAMPLE 4 BEFORE AND AFTER THE CONTROL ACTION.

Node	Magnitude	Angle	Node	Magnitude	Angle
1	0.9820	-0.21	1	0.9821	-0.21
2	0.9822	-2.52	2	0.9847	-2.76
3	0.9811	-3.38	3	0.9849	-3.73
4	0.9807	-3.42	4	0.9845	-3.77
5	0.9803	-3.46	5	0.9841	-3.81
6	0.9798	-3.51	6	0.9836	-3.85
7	0.9808	-3.52	7	0.9850	-3.90
8	0.9806	-3.48	8	0.9848	-3.86
9	0.9803	-3.49	9	0.9845	-3.88
10	0.9797	-3.51	10	0.9842	-3.95
11	0.9796	-3.51	11	0.9841	-3.95
12	0.9996	-0.17	12	0.9996	-0.17
13	1.0042	-0.68	13	1.0042	-0.68
14	1.0040	-0.76	14	1.0040	-0.76
0	1.0000	0.00	0	1.0000	0.00

The proposed method begins by identifying the problem to be corrected first, based on its severity. Next, the sensitivity matrices that determine the relationship between the control variables and the magnitudes subject to operating limits are calculated, and the maximum control margins are computed based on the corresponding sensitivities. Finally, after selecting the most 'efficient' control action to correct the most urgent problem, the necessary control action is calculated.

The proposed technique has been tested in distribution networks in order to demonstrate the adequacy of the proposed method for the efficient selection and computation of corrective control actions, including in the selection criteria the cost of the control actions.

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to acknowledge the financial support of the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness under Grants PCIN-2015-043 and ENE2015-69597-R.

#### REFERENCES

- [1] J.L. Martinez-Ramos, V.H. Quintana, "Optimal and Secure Operation of Transmission Systems", in *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*, A. Gmez-Exposito, A.J. Conejo, C. Caizares, Editors. CRC Press, 2009.
- [2] G. Migliavacca, M. Rossi, D. Six, M. Dzamarjja, S. Horsmanheimo, C. Madina, I. Kockar, J. M. Morales, "SmartNet: H2020 project analysing TSO-DSO interaction to enable ancillary services provision from distribution networks", 24th International Conference & Exhibition on Electricity Distribution (CIRED). 12-15 June 2017.
- [3] H. Gerard, E.I. Rivero, D. Six, "Coordination between transmission and distribution system operators in the electricity sector: A conceptual framework", *Utilities Policy*, 50 (2018) 40-48.
- [4] A. Gomez-Exposito, J. L. Martinez-Ramos, J. L. Ruiz Macias and Y. Cuellar Salinas, "Sensitivity-Based Reactive Power Control for Voltage Profile Improvement", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, n 3, August 1993.
- [5] J. L. Martinez-Ramos, A. Gomez-Exposito, J. Cortes Cerezo, E. Mendez Ruiz and Y. Cuellar Salinas, "A Hybrid tool to assist the Operator in Reactive Power/Voltage Control and Optimization", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, n 2, May 1995.
- [6] A. Gomez-Exposito, J. L. Martinez-Ramos, A. Cabrera, J. L. Ruiz, E. Mendez, J. Cortes, J. J. Mateos, Y. Cuellar and A. Hurtado, "Benefits of using an operational tool for reactive power scheduling", 12th Power Systems Computation Conference, Dresden, August 19 - 23, 1996.
- [7] A. Gomez-Exposito, A. Abur, "State Estimation", in *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*, A. Gomez-Exposito, A.J. Conejo, C. Cañizares, Editors. CRC Press, 2009.
- [8] K. Rudion, A. Orths, Z. A. Styczynski y K. Strunz, "Design of Benchmark of Medium Voltage Distribution Network for Investigation of DG Integration", Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE, Montreal, Que., Canada, 18-22 June 2006.



# 6 ANEXO B. ECUACIONES

## 6.1 Nomenclatura

En los apartados sucesivos se presentan las expresiones empleadas en este trabajo, siendo:

$V_i$	Módulo de la tensión en el nudo $i$ .
$V_i^c, V_i^g$	Módulo de la tensión en el nudo de consumo $i$ y en el nudo de generación $i$ , respectivamente.
$V_1^{ij}, V_2^{ij}$	Módulo de la tensión en el primario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , y en el secundario del mismo transformador, respectivamente.
$\theta_i$	Desfase de tensión del nudo $i$ .
$\theta_{ij}$	Desfase entre las tensiones de los nudos $i$ y $j$ .
$\theta_1^{ij}, \theta_2^{ij}$	Desfase en el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$\theta_{12}^{ij}, \theta_{21}^{ij}$	Desfase entre el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ y viceversa, respectivamente.
$P_i, Q_i$	Potencia activa y potencia reactiva inyectada en el nudo $i$ , respectivamente.
$Q_{c_i}, Q_{g_i}$	Potencia reactiva inyectada en el nudo de consumo $i$ y en el nudo de generación $i$ , respectivamente.
$P_1^{ij}, P_2^{ij}$	Potencia activa inyectada en el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$Q_1^{ij}, Q_2^{ij}$	Potencia reactiva inyectada en el primario y secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$t$	Ratio de la toma del transformador.
$G_{ij}$	Conductancia entre los elementos $i$ y $j$ .
$B_{ij}$	Susceptancia entre los elementos $i$ y $j$ .
$G_{cc}^{ij}$	Conductancia de cortocircuito del transformador entre los nudos $i$ y $j$ .
$B_{cc}^{ij}$	Susceptancia de cortocircuito del transformador entre los nudos $i$ y $j$ .
$S_{ij}^2$	Potencia aparente que circula por la rama entre los nudos $i$ y $j$ al cuadrado.

$P_{ij}, Q_{ij}$	Potencia activa y reactiva que circula por la rama entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$(S_{12}^{ij})^2, (S_{21}^{ij})^2$	Módulo de la potencia aparente que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ al cuadrado y viceversa, respectivamente.
$P_{12}^{ij}, P_{21}^{ij}$	Potencia activa que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ y viceversa, respectivamente.
$Q_{12}^{ij}, Q_{21}^{ij}$	Potencia reactiva que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ y viceversa, respectivamente.
$(I_{12}^{ij})^2, (I_{21}^{ij})^2$	Módulo de la intensidad que circula del primario al secundario del transformador entre los nudos $i$ y $j$ al cuadrado y viceversa, respectivamente.
$g_{ij}, b_{ij}$	Conductancia y susceptancia series entre los nudos $i$ y $j$ , respectivamente.
$g_{p_i}, b_{p_i}$	Conductancia y susceptancia paralelas adyacentes al nudo $i$ , respectivamente.
$J_{ij}, I_{ij}^2$	Fasor y módulo al cuadrado de la intensidad que circula por la rama entre los nudos $i$ y $j$ .
$n$	Número de nudos del sistema.

## 6.2 Ecuaciones del flujo de cargas

Las ecuaciones que modelan un sistema eléctrico son:

$$P_i = V_i \sum_j^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (97)$$

$$Q_i = V_i \sum_j^n V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (98)$$

## 6.3 Modelo en pi de una línea o transformador

El modelo empleado para las líneas y transformadores (ramas) de una red eléctrica ha sido el modelo en pi. Dependiendo de si se trata de una línea o transformador y de la tensión, se tendrán en cuenta unos elementos u otros, por ejemplo, en las líneas de media tensión se suele despreciar la conductancia paralela y en baja tensión la admitancia paralela completa. Sin embargo, desde el punto de los cálculos teóricos se han mantenido todos los elementos del modelo a fin de dar mayor generalidad a las expresiones resultantes.

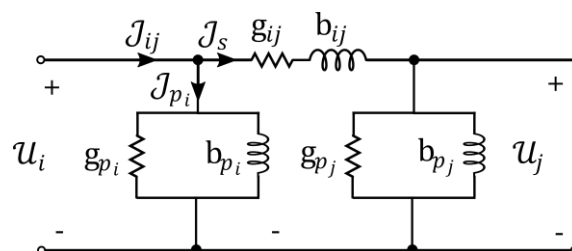


Figura 36. Modelo en pi de una línea o transformador.



### 6.3.1 Expresiones relativas a la potencia

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{p_i} + g_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (99)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{p_i} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sen \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (100)$$

$$\begin{aligned} S_{ij}^2 = & V_i^4 \left( (g_{ij} + g_{p_i})^2 + (b_{ij} + b_{p_i})^2 \right) + V_i^2 V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \\ & + 2 V_i^3 V_j \left( -\cos \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ & \left. + \sen \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (101)$$

### 6.3.2 Expresiones relativas a la intensidad

$$\begin{aligned} J_{ij} = & \left[ V_i \left( (g_{ij} + g_{p_i}) \cos \theta_{ij} - (b_{ij} + b_{p_i}) \sen \theta_{ij} \right) + V_j \left( -g_{ij} \cos \theta_j + b_{ij} \sen \theta_j \right) \right] \\ & + j \left[ V_i \left( (g_{ij} + g_{p_i}) \sen \theta_{ij} + (b_{ij} + b_{p_i}) \cos \theta_{ij} \right) + V_j \left( -g_{ij} \sen \theta_j \right. \right. \\ & \left. \left. - b_{ij} \cos \theta_j \right) \right] \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} I_{ij}^2 = & V_i^2 \left( (g_{ij} + g_{p_i})^2 + (b_{ij} + b_{p_i})^2 \right) + V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \\ & + 2 V_i V_j \left( -\cos \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ & \left. + \sen \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (103)$$

## 6.4 Términos del jacobiano

En este apartado se presentan los elementos de la matriz Jacobiana, calculados a partir de las ecuaciones del flujo de caras, que se emplean tanto para resolver el flujo de cargas por el método de Newton-Raphson como para calcular las matrices de sensibilidades.

### 6.4.1 Elementos de la matriz

Los elementos de la matriz Jacobiana son los siguientes:

- Elementos correspondientes a las potencias activas:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \left( \sum_{j=1}^n V_i V_j (-G_{ij} \sen \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) \right) - V_i^2 B_{ii} \quad (104)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (105)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i^c} = \left( \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \right) + V_i^c G_{ii} \quad (106)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j^c} = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (107)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i^g} = \left( \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \right) + V_i^g G_{ii} \quad (108)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j^g} = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (109)$$

$$\frac{\partial P_1^{ij}}{\partial t} = -\frac{2 (V_1^{ij})^2 G_{cc}^{ij}}{t^3} + V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} \cos \theta_{12} + \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} \sen \theta_{12} \right) \quad (110)$$

$$\frac{\partial P_2^{ij}}{\partial t} = V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} \cos \theta_{21} + \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} \sen \theta_{21} \right) \quad (111)$$

- Elementos correspondientes a las potencias reactivas inyectadas en nudos de consumo:

$$\frac{\partial Q_{c_i}}{\partial \theta_i} = \left( \sum_{j=1}^n V_i^c V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \right) - (V_i^c)^2 G_{ii} \quad (112)$$

$$\frac{\partial Q_{c_i}}{\partial \theta_j} = V_i^c V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (113)$$

$$\frac{\partial Q_{c_i}}{\partial V_i^c} = \left( \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \right) - V_i^c B_{ii} \quad (114)$$

$$\frac{\partial Q_{c_i}}{\partial V_j^c} = V_i^c (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (115)$$

$$\frac{\partial Q_{c_i}}{\partial V_j^g} = V_i^c (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (116)$$

$$\frac{\partial Q_{c_1}^{ij}}{\partial t} = \frac{2 (V_1^{ij})^2 B_{cc}}{t^3} + V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} \sen \theta_{12} - \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} \cos \theta_{12} \right) \quad (117)$$

$$\frac{\partial Q_{c_2}^{ij}}{\partial t} = V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} \sen \theta_{21} - \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} \cos \theta_{21} \right) \quad (118)$$

- Elementos correspondientes a las potencias reactivas inyectadas en los nudos de generación:

$$\frac{\partial Q_{g_i}}{\partial \theta_i} = \left( \sum_{j=1}^n V_i^g V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sen \theta_{ij}) \right) - (V_i^g)^2 G_{ii} \quad (119)$$

$$\frac{\partial Q_{g_i}}{\partial \theta_j} = V_i^g V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (120)$$

$$\frac{\partial Q_{g_i}}{\partial V_j^c} = V_i^g (G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) \quad (121)$$

$$\frac{\partial Q_{g_i}}{\partial V_i^g} = \left( \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) \right) - V_i^g B_{ii} \quad (122)$$

$$\frac{\partial Q_{g_i}}{\partial V_j^g} = V_i^g (G_{ij} \text{sen } \theta_{ij} - B_{ij} \text{cos } \theta_{ij}) \quad (123)$$

$$\frac{\partial Q_{g_1}^{ij}}{\partial t} = \frac{2 (V_1^{ij})^2 B_{cc}^{ij}}{t^3} + V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} \text{sen } \theta_{12}^{ij} - \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} \text{cos } \theta_{12}^{ij} \right) \quad (124)$$

$$\frac{\partial Q_{g_2}^{ij}}{\partial t} = V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} \text{sen } \theta_{21}^{ij} - \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} \text{cos } \theta_{21}^{ij} \right) \quad (125)$$

- Elementos correspondientes a las potencias activas que circulan por una línea o transformador:

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j (b_{ij} \text{cos } \theta_{ij} - g_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \quad (126)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (b_{ij} \text{cos } \theta_{ij} - g_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \quad (127)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = 2 V_i (g_{ij} + g_{p_i}) - V_j (g_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \quad (128)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \quad (129)$$

$$\frac{\partial P_{12}^{ij}}{\partial t} = (V_1^{ij})^2 \left( \frac{2 G_{cc}^{ij} (t-1)}{t^3} - \frac{2 G_{cc}^{ij}}{t^2} \right) + V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij} \text{cos } \theta_{ij}}{t^2} + \frac{B_{cc}^{ij} \text{sen } \theta_{ij}}{t^2} \right) \quad (130)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{21}^{ij}}{\partial t} &= (V_2^{ij})^2 \left( \frac{G_{cc}^{ij}}{t} - \frac{G_{cc}^{ij}}{t^2} - \frac{G_{cc}^{ij} (t-1)}{t^2} \right) \\ &+ V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{G_{cc}^{ij} \text{cos } \theta_{ij}}{t^2} + \frac{B_{cc}^{ij} \text{sen } \theta_{ij}}{t^2} \right) \end{aligned} \quad (131)$$

- Elementos correspondientes a las potencias reactivas que circulan por una línea o transformador:

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \quad (132)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j (g_{ij} \text{cos } \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) \quad (133)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = V_j (b_{ij} \text{cos } \theta_{ij} - g_{ij} \text{sen } \theta_{ij}) - 2 V_i (b_{ij} + b_{p_i}) \quad (134)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = V_i (b_{ij} \cos \theta_{ij} - g_{ij} \sen \theta_{ij}) \quad (135)$$

$$\frac{\partial Q_{12}^{ij}}{\partial t} = (V_1^{ij})^2 \left( \frac{2 B_{cc}^{ij}}{t^2} - \frac{2 B_{cc}^{ij}(t-1)}{t^3} \right) - V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{B_{cc}^{ij} \cos \theta_{12}^{ij}}{t^2} - \frac{G_{cc}^{ij} \sen \theta_{12}^{ij}}{t^2} \right) \quad (136)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{21}^{ij}}{\partial t} &= (V_2^{ij})^2 \left( \frac{B_{cc}^{ij}}{t^2} - \frac{B_{cc}^{ij}}{t} + \frac{B_{cc}^{ij}(t-1)}{t^2} \right) \\ &\quad - V_1^{ij} V_2^{ij} \left( \frac{B_{cc}^{ij} \cos \theta_{21}^{ij}}{t^2} - \frac{G_{cc}^{ij} \sen \theta_{21}^{ij}}{t^2} \right) \end{aligned} \quad (137)$$

- Elementos correspondientes a las potencias aparentes al cuadrado que circulan por una línea o transformador:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{ij}^2}{\partial \theta_i} &= 2 V_i^3 V_j \left( \sen \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ &\quad \left. + \cos \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (138)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{ij}^2}{\partial \theta_j} &= -2 V_i^3 V_j \left( \sen \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ &\quad \left. + \cos \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (139)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{ij}^2}{\partial V_i} &= 4 V_i^3 \left( (g_{ij} + g_{p_i})^2 + (b_{ij} + b_{p_i})^2 \right) + 2 V_i V_j^2 (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \\ &\quad + 6 V_i^2 V_j \left( -\cos \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ &\quad \left. + \sen \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (140)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{ij}^2}{\partial V_j} &= 2 V_i^2 V_j (g_{ij}^2 + b_{ij}^2) \\ &\quad + 2 V_i^3 \left( -\cos \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{p_i} g_{ij} + b_{p_i} b_{ij}) \right. \\ &\quad \left. + \sen \theta_{ij} (-g_{p_i} b_{ij} + b_{p_i} g_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (141)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (S_{12}^{ij})^2}{\partial t} &= \left( (G_{cc}^{ij})^2 + (B_{cc}^{ij})^2 \right) \left( \frac{6 (V_1^{ij})^3 V_2^{ij} \cos \theta_{12}}{t^4} - \frac{4 (V_1^{ij})^4}{t^5} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 (V_1^{ij})^2 (V_2^{ij})^2}{t^3} \right) \end{aligned} \quad (142)$$

$$\frac{\partial (S_{21}^{ij})^2}{\partial t} = 2 \left( (G_{cc}^{ij})^2 + (B_{cc}^{ij})^2 \right) \left( \frac{V_1^{ij} (V_2^{ij})^3 \cos \theta_{21}}{t^2} - \frac{(V_1^{ij})^2 (V_2^{ij})^2}{t^3} \right) \quad (143)$$

- Elementos correspondientes a los módulos de las intensidades al cuadrado que circulan por una línea o transformador:

$$\frac{\partial I_{ij}^2}{\partial \theta_i} = 2 V_i V_j \left( \text{sen } \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{ij}g_{p_i} + b_{ij}b_{p_i}) + \text{cos } \theta_{ij} (g_{ij}b_{p_i} - b_{ij}b_{p_i}) \right) \quad (144)$$

$$\frac{\partial I_{ij}^2}{\partial \theta_j} = -2 V_i V_j \left( \text{sen } \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{ij}g_{p_i} + b_{ij}b_{p_i}) + \text{cos } \theta_{ij} (g_{ij}b_{p_i} - b_{ij}b_{p_i}) \right) \quad (145)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{ij}^2}{\partial V_i} = & 2 V_i \left( (g_{ij} + g_{p_i})^2 + (b_{ij} + b_{p_i})^2 \right) \\ & - 2 V_j \left( \text{cos } \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{ij}g_{p_i} + b_{ij}b_{p_i}) \right. \\ & \left. - \text{sen } \theta_{ij} (g_{ij}b_{p_i} - b_{ij}g_{p_i}) \right) \end{aligned} \quad (146)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{ij}^2}{\partial V_j} = & 2 V_j (b_{ij}^2 + g_{ij}^2) \\ & - 2 V_i \left( \text{cos } \theta_{ij} (g_{ij}^2 + b_{ij}^2 + g_{ij}g_{p_i} + b_{ij}b_{p_i}) \right. \\ & \left. - \text{sen } \theta_{ij} (g_{ij}b_{p_i} - b_{ij}g_{p_i}) \right) \end{aligned} \quad (147)$$

$$\frac{\partial (I_{12}^{ij})^2}{\partial t} = \left( (G_{cc}^{ij})^2 + (B_{cc}^{ij})^2 \right) \left( \frac{6 V_1^{ij} V_2^{ij} \text{cos } \theta_{12}}{t^4} - \frac{2 (V_2^{ij})^2}{t^3} - \frac{4 (V_1^{ij})^2}{t^5} \right) \quad (148)$$

$$\frac{\partial (I_{21}^{ij})^2}{\partial t} = \left( (G_{cc}^{ij})^2 + (B_{cc}^{ij})^2 \right) \left( \frac{2 V_1^{ij} V_2^{ij} \text{cos } \theta_{21}}{t^2} - \frac{2 (V_1^{ij})^2}{t^3} \right) \quad (149)$$



# 7 ANEXO C. PARÁMETROS DE LAS REDES ESTUDIADAS

## 7.1 Parámetros de la red IEEE 14 Bus Test Case

Nudo	P (MW)	Q (Mvar)
2	21,7	12,7
3	94,2	19
4	47,8	-3,9
5	7,6	1,6
6	11,2	7,5
9	29,5	16,6
10	9	5,8
11	3,5	1,8
12	6,1	1,6
13	13,5	5,8
14	14,9	5

Tabla 8. Cargas de red IEEE 14 Bus Test Case.

Nudo	B inicial	Escalones	B (Mvar)/paso
9	45	9	5

Tabla 9. Batería de condensadores de red IEEE 14 Bus Test Case.

Nudo	Pg (MW)	Qmax	Qmin
1 (Slack)	-	-	-
2	40	50	-40

Tabla 10. Generadores de red IEEE 14 Bus Test Case.

Nudo	Pg (MW)	Qmax	Qmin
3	0	40	0
6	0	24	-6
8	0	24	-6

Tabla 11. Compensadores síncronos de red IEEE 14 Bus Test Case.

Nudo inicial	Nudo final	r	x	B <sub>ch</sub>
1	2	0,01938	0,05917	0,0528
1	5	0,05403	0,22304	0,0492
2	3	0,04699	0,19797	0,0438
2	4	0,05811	0,17632	0,034
2	5	0,05695	0,17388	0,0346
3	4	0,06701	0,17103	0,0128
4	5	0,01335	0,04211	0
6	11	0,09498	0,1989	0
6	12	0,12291	0,25581	0
6	13	0,06615	0,13027	0
7	8	0	0,17615	0
7	9	0	0,11001	0
9	10	0,03181	0,0845	0
9	14	0,12711	0,27038	0
10	11	0,08205	0,19207	0
12	13	0,22092	0,19988	0
13	14	0,17093	0,34802	0

Tabla 12. Líneas de la red IEEE 14 Bus Test Case.

Nudo inicial	Nudo final	r	x	$t_1$	$t_{max}$	$t_{min}$	Número posiciones toma
4	7	0	0,20912	0,978	1,5	0,51	159
4	9	0	0,55618	0,969	1,5	0,51	159
5	6	0	0,25202	0,932	1,5	0,51	159

Tabla 13. Transformadores de red IEEE 14 Bus Test Case.

## 7.2 Parámetros de la red de distribución de media tensión

Nudo	Pg (MW)	Qmax	Qmin
1 (Slack)	-	-	-

Tabla 14. Generadores de red de distribución de MT.

Nudo inicial	Nudo final	r	x	$t_1$	$t^{max}$	$t^{min}$	Número posiciones tomas
0	1	0	0,015	1	1,1	0,9	33
0	12	0	0,015	1	1,1	0,9	33

Tabla 15. Transformadores de red de distribución de MT.

Nudo inicial	Nudo final	r	x	Bch
1	2	0,408195	0,258735	0,00056
2	3	0,18122	0,124865	0,0367
3	4	0,039955	0,0184525	0,00497
3	8	0,0559	0,037375	0,01074
4	5	0,04956	0,01806	0,00321
4	11	0,12936	0,04851	0,01062
5	6	0,01536	0,0078	0,00113
6	7	0,122745	0,0513525	0,01175
7	8	0,02712	0,0104	0,00176
8	9	0,0652575	0,0256025	0,00468
9	10	0,0302775	0,0109725	0,00189
10	11	0,0518175	0,016415	0,00305
12	13	0,411983	0,437655	0,001
13	14	0,150995	0,091195	0,01798

Tabla 16. Líneas de red de distribución de MT.

## 7.3 Parámetros de la red de distribución de baja tensión

Nudo	Pg (MW)	Qmax	Qmin
1 (Slack)	-	-	-

Tabla 17. Generadores de red de distribución de BT.

Nudo inicial	Nudo final	r	x	$t_1$	$t^{max}$	$t^{min}$	Número posiciones tomas
R0	R1	0,0200	0,0800	1	1,1	0,9	33
I0	I1	0,0669	0,2669	1	1,1	0,9	33
C0	C1	0,0331	0,1331	1	1,1	0,9	33

Tabla 18. Transformadores de red de distribución de BT.



Nudo inicial	Nudo final	r	x
R01	R02	0,0355	0,0177
R02	R03	0,0355	0,0177
R03	R04	0,0355	0,0177
R03	R11	0,1541	0,0160
R04	R05	0,0355	0,0177
R04	R12	0,1798	0,0186
R05	R06	0,0355	0,0177
R06	R07	0,0355	0,0177
R06	R16	0,1541	0,0160
R07	R08	0,0355	0,0177
R08	R09	0,0355	0,0177
R09	R10	0,0355	0,0177
R09	R17	0,1541	0,0160
R10	R18	0,1541	0,0160
R12	R13	0,1798	0,0186
R13	R14	0,1798	0,0186
R14	R15	0,1541	0,0160
I01	I02	0,3313	0,1027
C01	C02	0,0922	0,0535
C02	C03	0,0922	0,0535
C03	C04	0,0922	0,0535
C03	C10	0,2476	0,0602
C04	C05	0,0922	0,0535
C05	C06	0,0922	0,0535
C05	C15	0,2476	0,0602
C06	C07	0,0922	0,0535
C07	C08	0,0922	0,0535
C08	C09	0,0922	0,0535
C08	C19	0,3781	0,0627
C09	C20	0,3781	0,0627
C10	C11	0,2476	0,0602
C10	C14	0,3781	0,0627
C11	C12	0,3781	0,0627
C11	C13	0,3781	0,0627
C15	C16	0,2476	0,0602
C15	C18	0,3781	0,0627
C16	C17	0,3781	0,0627

Tabla 19. Líneas de red de distribución de BT.



# REFERENCIAS

---

- [1] «Engineering and Technology History Wiki,» Mayo 2019. [En línea]. Available: [https://ethw.org/Pearl\\_Street\\_Station](https://ethw.org/Pearl_Street_Station).
- [2] A. Colmenar Santos, D. Borge Diez, E. Collado Fernández y M. A. Castro Gil, «Factores facilitadores y barreras para el desarrollo de la generación distribuida,» de *Generación distribuida, autoconsumo y redes inteligentes*, UNED, 2015, pp. 77-96.
- [3] J. L. Martínez Ramos y V. H. Quintana, «Operación del sistema de transporte,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 311-388.
- [4] T. E. DyLiacco, «Real-time Computer Control of Power Systems,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, pp. 884-891, julio 1974.
- [5] B. 0. Resolución de 05-04-2016, «P.O. 1.1 Criterios de funcionamiento y seguridad para la operación del sistema eléctrico».
- [6] B. M. Buchholz y Z. Styczynski, «The Three Pillars of Smart Distribution, Pillar 1: Automation and Remote control of Local Distribution Networks,» de *Smart Grids - Fundamentals and Technologies in Electricity Networks*, Springer, 2014, pp. 228-248.
- [7] F. J. Zarco Soto, Corrección de tensiones en redes eléctricas de distribución mediante técnicas heurísticas, Sevilla, 2017.
- [8] J. L. Martínez-Ramos, F. J. Zarco-Soto, A. Marano-Marcolini, P. J. Zarco-Periñán y A. L. Trigo-Garcia, «Coordination of Distributed Energy Resources to Solve Voltage Problems in Distribution Networks,» de *International Conference on Smart Energy Systems and Technologies (SEST)*, Sevilla, 2018.
- [9] A. Gómez Expósito, J. L. Martínez Ramos, J. L. Ruiz Macías y Y. Cuéllar Salinas, «Sensitivity-Based Reactive Power Control for Voltage Profile Improvement,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, n° 3, August 1993.
- [10] J. L. Martínez Ramos, A. Gómez Expósito, J. Cortés Cerezo, E. Méndez Ruiz y Y. Cuéllar Salinas, «A Hybrid tool to assist the Operator in Reactive Power/Voltage Control and Optimization,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, n° 2, May 1995.
- [11] A. Gómez, J. L. Martínez, A. Cabrera, J. L. Ruiz, E. Méndez, J. Cortés, J. J. Mateos, Y. Cuéllar y A. Hurtado, «Benefits of using an operational tool for reactive power scheduling,» de *12th Power Systems Computation Conference*, Dresden, August 19 - 23, 1996.
- [12] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Método desacoplado rápido,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 152-155.

- [13] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Método de Newton-Raphson,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 147-152.
- [14] A. Gómez Expósito y A. Abur, «Estimación de estado,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 171-215.
- [15] A. Gómez Expósito y F. L. Alvarado, «Flujo de cargas, Formulación del problema,» de *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, McGraw-Hill, 2002, pp. 140-144.
- [16] S.-H. Ko, S. R. Lee, H. Dehbonei y C. V. Nayar, «Application of Voltage and Current Controlled Voltage Source Inverters for Distributed Generation Systems,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, nº 3, 2006.
- [17] A. L. F. B. a. P. R. J. Rocabert, «Control of Power Converters in AC Microgrids,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, nº 11, pp. 4734-4749, Nov. 2012.
- [18] Information Trust Institute, «Illinois Center for a Smarter Electric Grid (ICSEG),» [En línea]. Available: <http://icseg.iti.illinois.edu/ieee-14-bus-system/>. [Último acceso: 28 junio 2017].
- [19] University of Washington, «University of Washington, Electrical Engineering,» [En línea]. Available: [https://www2.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](https://www2.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm). [Último acceso: 28 junio 2017].
- [20] K. Rudion, A. Orths, Z. A. Styczynski y K. Strunz, «Design of Benchmark of Medium Voltage Distribution Network for Investigation of DG Integration,» de *Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE*, Montreal, Que., Canada, 18-22 June 2006 .
- [21] C. T. F. C. «Benchmark Systems for Network Integration of Renewable and Distributed Energy Resources,» 2013.