

Trabajo Fin de Máster

Máster en Ingeniería Aeronáutica

Socavación en lechos de ríos y fondos marinos

Autor: Javier Rodríguez Suárez

Tutor: Javier Dávila Martín

Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster
Máster en Ingeniería Aeronáutica

Socavación en lechos de ríos y fondos marinos

Autor:

Javier Rodríguez Suárez

Tutor:

Javier Dávila Martín

Profesor Titular

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Trabajo de Fin de Máster: Socavación en lechos de ríos y fondos marinos

Autor: Javier Rodríguez Suárez
Tutor: Javier Dávila Martín

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal:

Fecha:

RESUMEN

Este documento versa sobre la creación de un modelo eficiente y robusto para el análisis de los procesos erosivos y de la formación de la socavación en torno a obstáculos que se encuentran en el fondo de los ríos. El interés de estos análisis reside en que la aparición de la socavación puede provocar problemas estructurales que pueden tener consecuencias catastróficas.

Para la realización de estos modelos se ha empleado el Software ANSYS. Se emplean distintos tipos de modelos para estudiar la socavación, modelos monofásicos y bifásicos, analizando tanto casos bidimensionales como tridimensionales. Los resultados obtenidos son comparados entre ellos y con datos de la literatura para así poder determinar que herramienta obtiene mejores resultados tanto en términos cualitativos como en términos de tiempo necesario para su ejecución.

ABSTRACT

This document deals with the creation of an efficient and robust model to analyse the erosive processes as well as the development of the scour around the obstacles which can be found on the bottom of the rivers. The benefit of these analysis is that the appearance of the scour may cause problems with catastrophic consequences.

To develop these models ANSYS Software has been employed. Several types of models have been developed to analyse the scour processes such us single-phase models as well as multiphase models in order to analyse two-dimensional and three-dimensional cases. The obtained results have been compared among them and with data from several articles. Consequently, it could be determined which is the most powerful tool in terms of quality of the results and solving time.

ÍNDICE

Resumen	7
Abstract.....	9
Índice	11
Índice de figuras.....	13
Índice de tablas.....	15
Índice de ecuaciones.....	17
Nomenclatura	19
Acrónimos.....	19
Notación.....	20
1. Introducción	1
1.1 Objetivos y motivación.....	1
1.2 Evolución histórica	2
1.3 Modelos principales	4
2. Validación del modelo.....	7
2.1 Modelo monofásico	8
2.1.1 Definición del modelo	8
2.1.2 Resolución del modelo	11
2.1.3 Resultados	13
2.2 Modelo multifásico	17
2.2.1 Definición del modelo	17
2.2.2 Resolución del modelo	19
2.2.3 Resultados	24

2.3	Comparación de los modelos	27
3.	Modelo definitivo	29
3.1	Ecuaciones del modelo	29
3.2	Aplicación del modelo	33
3.3	Resultados	42
4.	Conclusiones.....	46
5.	Líneas de estudio futuras	48
6.	Referencias.....	49
	Anexo A: Condición de velocidad de entrada del agua al dominio	52
	Anexo B: Definición de la malla dinámica.....	53
	Anexo C: Cálculo del número de Stokes	56
	Anexo D: UDF empleada para el modelo 3D	58

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de la socavación en torno a pilares https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/77/Local_scour.gif	1
Figura 2: Fase de erosión de sotavento (Sumer & Fredsøe, 2002).....	2
Figura 3: Ejemplo socavación puente I https://www.ayresassociates.com/bridge-scour-care/	3
Figura 4: Ejemplo socavación puente II https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/infrastructure/hydraulics/05072/app1.cfm	4
Figura 5: Esquema modelo malla dinámica.....	9
Figura 6: Detalle perturbación inicial caso malla dinámica	10
Figura 7: Mallado caso malla dinámica.....	10
Figura 8: Detalle mallado caso malla dinámica	10
Figura 9: Error en la deformación de la interfase.....	12
Figura 10: Problemas por ausencia de perturbación inicial	13
Figura 11: Profundidad máxima de la socavación	14
Figura 12: Evolución del campo de velocidades con el tiempo (2 mm)	14
Figura 13: Formación de la socavación según el artículo de Kazaminezhad y Yeganeh-Bakhtiary	15
Figura 14: Comparación de la profundidad máxima de la socavación para varios valores de la perturbación inicial y con los resultados del artículo (Kazaminezhad & Yeganeh-Bakhtiary, 2011)	15
Figura 15: Evolución del campo de velocidades con el tiempo (3 mm)	16
Figura 16: Esquema modelo multifásico.....	18

Figura 17: Detalle perturbación inicial caso modelo multifásico	18
Figura 18: Mallado caso modelo multifásico	19
Figura 19: Predicción de la socavación	25
Figura 20: Campo de velocidades inicial	26
Figura 21: Evolución de la fracción volumétrica de arena en función del tiempo	26
Figura 22: Ejemplo puente https://pixnio.com/architecture/bridges/pillar-bridge-river-arch-construction-architecture-city#	33
Figura 23: Esquema problema tridimensional del cilindro vertical	34
Figura 24: Mallado plano XZ	35
Figura 25: Mallado plano XY	36
Figura 26: Mallado XYZ	36
Figura 27: Área mínima del mallado	38
Figura 28: Detalle del área mínima del mallado	39
Figura 29: Aparición de la divergencia en la malla dinámica	40
Figura 30: Mallado estructurado 3D	41
Figura 31: Detalle mallado estructurado 3D	41
Figura 32: Mallado tetraédrico	42
Figura 33: Resultados para la coordenada z (vertical) a los 0.5 seg	43
Figura 34: Resultados para los esfuerzos a los 0.5 seg	43
Figura 35: Resultados para la velocidad de desarrollo de la socavación a los 0.5 seg	44
Figura 36: Cotas para la coordenada z en el fondo del dominio a los 0.5 seg	45

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Principales parámetros del problema tridimensional del cilindro vertical.....	35
--	----

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1: Parámetro de Shields	8
Ecuación 2: Fórmula de van Rijn.....	8
Ecuación 3: Ecuación de van Rijn. Aclaración.....	8
Ecuación 4: Fórmula empleada para la velocidad de entrada.....	9
Ecuación 5: Ecuaciones de transporte para el método k- ϵ estándar	11
Ecuación 6: Modelado de la viscosidad turbulenta.....	11
Ecuación 7: Número de Courant.....	12
Ecuación 8: Condición de Courant.....	12
Ecuación 9: Aplicación de la condición de Courant al caso de malla dinámica.....	13
Ecuación 10: Tensor de tensiones de corte sólidas.....	20
Ecuación 11: Definición de la fuerza de masa virtual.....	21
Ecuación 12: Definición del coeficiente de resistencia.....	21
Ecuación 13: Ecuaciones de conservación de la masa.....	21
Ecuación 14: Ecuaciones de conservación del momento	22
Ecuación 15: Definición de tensores de tensiones	22
Ecuación 16: Definición de las componentes de la viscosidad del sedimento.....	22
Ecuación 17: Función de distribución radial.....	22
Ecuación 18: Aplicación de la condición de Courant al caso multifásico	23
Ecuación 19: Cálculo del número de Stokes.....	23
Ecuación 20: Función de predicción de la socavación.....	24
Ecuación 21: Ecuaciones de transporte.....	30
Ecuación 22: Definición de la velocidad de sedimentación.....	30
Ecuación 23: Definición de la tensión de cizalladura turbulenta de Reynolds.....	30

Ecuación 24: Definición del flujo escalar turbulento de Reynolds	30
Ecuación 25: Ecuaciones del método k- ϵ estándar	30
Ecuación 26: Definición del término del transporte de sedimentos	31
Ecuación 27: Parámetro de Shields crítico	31
Ecuación 28: Definición de la concentración de sedimentos cerca del fondo	31
Ecuación 29: Definición del arrastre de sedimentos	31
Ecuación 30: Velocidad de desarrollo de la socavación	32
Ecuación 31: Definición del perfil de velocidades	32
Ecuación 32: Definición del perfil de la energía cinética	32
Ecuación 33: Definición del perfil de la escala de longitud	32
Ecuación 34: Definición de la tasa de disipación de la turbulencia	33
Ecuación 35: Cálculo del tiempo de paso a partir del número de Courant para el caso tridimensional	39
Ecuación 36: Definición del nuevo parámetro para definir el tiempo de paso máximo	42

NOMENCLATURA

ACRÓNIMOS

❖ Computational Fluid Dynamics	CFD
❖ Large Eddy Simulation	LES
❖ Standard $k - \varepsilon$	SKE
❖ Realizable $k - \varepsilon$	RKE
❖ User Defined Function	UDF
❖ User Defined Memory	UDM
❖ User Defined Scalar	UDS
❖ Volume of Fluid	VOF

NOTACIÓN

❖ Altura de la zona rugosa	k_s
❖ Amplitud de la perturbación inicial	δ
❖ Ángulo de fricción interna	φ
❖ Ángulo de reposo del sedimento	ϕ
❖ Área mínima de las caras del mallado	$A_{mín}$
❖ Coeficiente de resistencia	C_D
❖ Coeficiente de restitución	e_{ss}
❖ Concentración de sedimentos	c
❖ Concentración de sedimentos cerca del fondo	c_0
❖ Constante para el cálculo de la velocidad	κ
❖ Constante para el cálculo del número de Stokes	k_T
❖ Contribución de la dilatación fluctuante a la tasa de disipación	Y_M
❖ Densidad del fluido	ρ_f
❖ Densidad del sedimento	ρ_s
❖ Diámetro medio de la arena	D_{50}
❖ Diámetro medio de la arena adimensional	D^*
❖ Energía cinética de la turbulencia	k
❖ Esfuerzo de cortadura crítico	τ_{cr}
❖ Esfuerzo de cortadura	τ
❖ Espesor aproximado de la capa límite	δ
❖ Flujo escalar turbulento de Reynolds	$J_{c,j}$
❖ Fracción volumétrica del fluido	α_f
❖ Fracción volumétrica del sedimento	α_s
❖ Función de distribución radial	$g_{0,ss}$
❖ Generación de energía cinética turbulenta debida a la flotabilidad	G_b
❖ Generación de energía cinética turbulenta debida a los gradientes de velocidad	G_k
❖ Gravedad	g
❖ Longitud característica	L
❖ Nivel de turbulencia del flujo libre	T

❖ Número de Reynolds	Re
❖ Parámetro de Shields	θ
❖ Parámetro de Shields crítico	θ_{cr}
❖ Parámetro de Shields crítico en el fondo	$\theta_{cr,0}$
❖ Pendiente del fondo	α
❖ Porosidad de la arena	γ
❖ Presión de fricción	$p_{friction}$
❖ Presión estática	p^+
❖ Ratio de densidades	s
❖ Rugosidad del fondo	z_0
❖ Segundo invariante del tensor de tensiones desviador	I_{2D}
❖ Tasa de disipación de la turbulencia	ε
❖ Temperatura granular	Θ_s
❖ Tensión de cizalladura turbulenta de Reynolds	τ_{ij}
❖ Tensor de tensiones de cizalladura del fluido	$\bar{\bar{\tau}}_f$
❖ Tensor de tensiones de cizalladura del sedimento	$\bar{\bar{\tau}}_s$
❖ Tensor identidad	$\bar{\bar{I}}$
❖ Tiempo de relajación	t_p
❖ Tiempo de residencia	t_r
❖ Velocidad	u
❖ Velocidad característica	U
❖ Velocidad de desarrollo de la socavación	V
❖ Velocidad de sedimentación	w_s
❖ Velocidad del fluido	\vec{v}_f
❖ Velocidad del flujo libre	u_0
❖ Velocidad del sedimento	\vec{v}_s
❖ Velocidad terminal para la fase sólida	$\vec{v}_{r,s}$
❖ Velocidad terminal (número de Stokes)	V_T
❖ Viscosidad cinemática	ν
❖ Viscosidad turbulenta	μ_t
❖ Viscosidad absoluta o dinámica del fluido	μ_f
❖ Viscosidad absoluta o dinámica del sedimento	μ_s
❖ Viscosidad cinética	$\mu_{s,kin}$
❖ Viscosidad colisional	$\mu_{s,col}$

❖ Viscosidad friccional

$\mu_{s,fr}$

1. INTRODUCCIÓN

1.1 OBJETIVOS Y MOTIVACIÓN

En la actualidad, los fondos de los ríos están repletos de tuberías para transporte de gas u otros elementos, así como de pilares empleados para cimentar grandes estructuras. La presencia de estos elementos provoca la aparición de unos fenómenos de erosión que pueden provocar, con el paso del tiempo, tanto problemas derivados del transporte de sedimentos en la zona cercana a las tuberías (Sumer & Fredsøe, 2002), como provocar la debilitación de los cimientos de grandes estructuras, especialmente en puentes (Whitehouse, 1998). Esta erosión puede tener graves consecuencias, ya no sólo en cuanto a la pérdida de tiempo y dinero requeridos para reparar los desperfectos provocados por la erosión, sino que también puede acarrear importantes problemas para la seguridad de las personas, especialmente en el caso de los puentes.

Este fenómeno de erosivo se conoce como erosión fluvial (debido a que es provocada por la corriente de un río) que se produce cuando la fuerza de la corriente del agua consigue vencer la resistencia de los diferentes materiales presentes en el fondo del río, iniciándose así el proceso de socavación. La socavación es esa remoción de material producida por la corriente que, como se ha comentado antes, puede llegar a tener efectos devastadores si no se analiza correctamente su comportamiento y se tienen en cuenta sus consecuencias. Existen dos tipos principales de socavación: la socavación general que es la bajada generalizada del fondo del río, provocando así un aumento de su profundidad; y la socavación local que se produce por la presencia de una estructura o un estrechamiento en el cauce del río, y por lo tanto sólo afecta

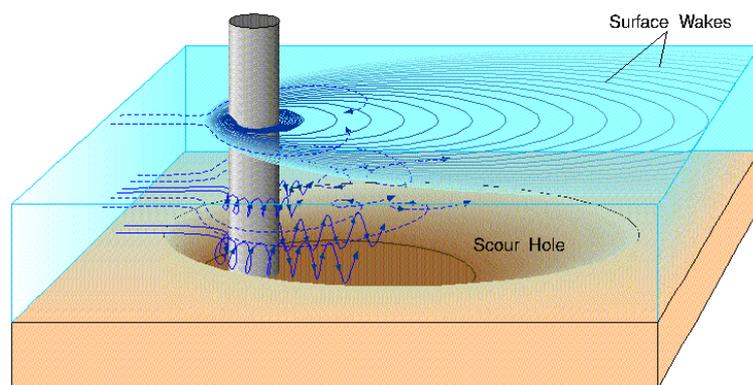


Figura 1: Esquema de la socavación en torno a pilares
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/77/Local_scour.gif

a una zona del fondo del mismo (Toapaxi, Galiano, Castro, Hidalgo, & Valencia, 2015). En este documento, será este segundo tipo de socavación, la socavación local, la cual se analizará y se simulará su evolución para intentar comprender mejor su comportamiento y su desarrollo. En la *Figura 1* se muestra un esquema de un caso de socavación local concretamente en torno a un pilar que podría pertenecer, por ejemplo, a la estructura de cimentación de un puente.

La erosión en torno a tuberías o pilares en ríos suele dividirse en tres fases: la primera se conoce como inicio de la grieta; la segunda es la erosión del túnel; mientras que la tercera y última es la erosión de sotavento (lee-wake). En la primera fase se produce el inicio de la socavación, aunque es en la segunda fase, la de erosión del túnel, en la que el proceso de erosivo adquiere mayor fuerza y, por lo tanto, cuando la profundidad de la socavación aumenta drásticamente. Además, es en esta segunda fase cuando comienza a crearse una acumulación de sedimentos aguas abajo del obstáculo (Cheng, Yeow, Zhang, & Teng, 2009). En la última fase, la de erosión de sotavento, la socavación se va incrementando aguas abajo del cilindro, como se puede ver en la *Figura 2*, hasta que el proceso de socavación llega a una posición estable (Sumer, René, & Mao, 1988). La fase más importante en el análisis de la socavación es la fase de erosión del túnel ya que es en esta fase en la que la socavación es más intensa. Además, es en esta segunda fase en la que pueden aparecer más problemas, y en la que la seguridad y la eficiencia de la estructura pueden verse comprometidas si no se toman las medidas correctoras necesarias.



Figura 2: Fase de erosión de sotavento (Sumer & Fredsøe, 2002)

La socavación fluvial es por lo tanto un fenómeno cuyo estudio es fundamental para poder prevenir los problemas derivados de los procesos de socavación. Para poder estudiar dicho problema, es fundamental tener un modelo con el que se pueda simular su evolución ya que en muchas ocasiones las zonas donde se produce la socavación son de difícil acceso y por lo tanto no es sencillo controlar la evolución de este proceso. Un dato estadístico muy interesante que sirve para ilustrar la importancia de la socavación y los procesos erosivos es que, según un análisis hecho en 1976, casi el 50% de los colapsos en los puentes de todo el mundo se deben a estos fenómenos, siendo este por lo tanto el principal motivo del colapso de los mismos, muy por encima de otros motivos como: el empleo de materiales defectuosos o los procesos corrosivos (Simón-Talero Muñoz & Sánchez Martínez-Falero, 2007).

1.2 EVOLUCIÓN HISTÓRICA

El estudio de este tipo de fenómenos es muy complejo debido a que implica el análisis de un flujo bifásico turbulento junto con una serie de interacciones entre ambas fases que deben

ser tenidos en cuenta. Los estudios de este tipo de problemas comenzaron a finales de la década de los ochenta.

Uno de los primeros en estudiar este problema fue Mao que analizó el proceso de socavación en torno a un cilindro para varios números de Reynolds y para varios valores del parámetro de Shields, el cual será explicado más adelante (Mao, 1986). Mao aplicó la teoría del flujo potencial modificada, y simuló la formación de la socavación debajo del cilindro mediante el empleo de una ecuación de continuidad a la fase del sedimento. Con esto, se consiguió simular satisfactoriamente la zona aguas arriba del cilindro.

Unos años después, fueron Li y Cheng los realizaron un estudio similar al de Mao, pero en este caso, desarrollando su modelo a partir de la teoría del flujo potencial (Li & Cheng, A numerical model for local scour under offshore pipelines, 1999). Además, en vez de utilizar una ecuación de continuidad para el sedimento como Mao, calcularon la socavación asumiendo que la tensión de corte en el fondo cuando se alcanza el equilibrio es igual o menor a la tensión de corte en cualquier otra parte del dominio fluido. El principal problema con el que se encontraron fue que su modelo tampoco obtenía buenos resultados aguas abajo del cilindro. Para resolver este problema, Li y Cheng decidieron emplear un modelo turbulento de cierre (modelo de Smagorinsky, SGS) gracias al cual consiguieron predecir correctamente la posición de equilibrio de la socavación, aunque no obtuvieron su variación frente al tiempo (Li & Cheng, Numerical simulation of pipeline local scour with lee-wake effects., 2000).

Otros autores que emplearon modelos turbulentos de cierre para resolver este problema fueron Leeuwestein y Wind (Leeuwenstein & Wind, 1985), y más tarde Brørs (Brørs, 1999). Los dos primeros, emplearon el modelo de cierre $k-\epsilon$ estándar turbulento para obtener la tensión de cizallamiento en el fondo, así como la configuración de este al producirse la socavación teniendo en cuenta el transporte del sedimento que queda suspendido en el fluido. Además, representaron la evolución de la socavación en función del tiempo. Por su parte, Brørs empleó un modelo de elementos finitos para la resolución del problema. Consiguió unos buenos resultados y sus principales inconvenientes estuvieron relacionados con la no linealidad del modelo y las inestabilidades.

Fue en 2005, cuando Liang, Cheng y Li (Liang, Cheng, & Li, 2005), realizaron una comparación entre los dos principales modelos de cierre empleados hasta la fecha. El modelo de cierre de Smagorinsky empleado por los propios Liang y Cheng en sus previos estudios, y el modelo de cierre $k-\epsilon$ estándar empleado por Leeuwestein y Wind unos años atrás. El estudio concluyó que, al menos para el caso 2D el cuál había sido analizado, el modelo de cierre $k-\epsilon$ estándar obtenía unos mejores resultados con respecto a lo expuesto por Mao.



Figura 3: Ejemplo socavación puente I

<https://www.ayresassociates.com/bridge-scour-care/>

Los estudios más recientes en este tipo de problemas están basados en el uso de ecuaciones más especificadas para el caso que se está estudiando. Esto hace que el número de ecuaciones aumente considerablemente debido a esa dependencia del caso que se analiza. Se espera, sin embargo, poder llegar a tener un método genérico para la resolución de este tipo de problemas.

Hasta ahora, se ha hablado de una línea de estudio para estos problemas basada en el empleo de modelos de flujo bifásicos. Aunque es este el tipo de métodos más empleado existe otra línea de estudio más reciente basada en el empleo de una malla dinámica, es decir que varía su geometría. A principios del siglo XXI, Guo desarrolló a partir del parámetro de Shields una relación entre el diámetro medio de las partículas del sedimento y la tensión crítica de corte para así analizar la evolución de la interfase entre las fases de agua y arena (Guo, *Advances in Hydraulics and Water Engineering*, 2002). Tres años después calculó junto con Pierre las tensiones de corte promedio de un canal abierto a partir de las ecuaciones de momento y



Figura 4: Ejemplo socavación puente II

<https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/infrastructure/hydraulics/05072/app1.cfm>

continuidad. Estas tensiones dependen de tres componentes: la componente gravitacional, los flujos secundarios y el esfuerzo cortante en la interfase. En cuanto a la comparación de los resultados con los obtenidos en el laboratorio, obtuvieron buenos resultados, aunque el modelo sobreestima la tensión de cizalladura en el fondo y la subestima en las paredes (Guo & Pierre, *Shear Stress in Smooth Rectangular Open-Channel Flows*, 2005).

Tras esto, muchos otros autores han seguido empleando este tipo de modelos y han desarrollado programas para simularlos, realizando modelos que analizan la evolución de la socavación de una forma más automatizada, tanto para flujos 2D como para flujos 3D. Quizás unos de los estudios más interesantes en este área, es el realizado por Heather Smith en el analizó el comportamiento de flujo en un dominio 3D alrededor de un cilindro para varios valores del número de Reynolds y geometrías del obstáculo (Smith & Foster, 2007). Para resolverlo, empleó dos modelos, el k- ϵ de turbulencia (unos de los más empleados) y el modelo Large Eddy Simulation (LES). Los estudios obtuvieron que ambos métodos conseguían unos resultados similares a los obtenidos en el laboratorio.

1.3 MODELOS PRINCIPALES

Como se comentó anteriormente, el estudio de los fenómenos erosivos se divide en dos grandes grupos: los modelos monofásicos y los modelos multifásicos. Los modelos que se explican en este documento han sido desarrollados con el Software ANSYS Fluent. A continuación, se explicarán brevemente los fundamentos de cada uno de ellos, centrando la explicación en los modelos que se desarrollarán posteriormente en este documento.

En primer lugar, en los modelos monofásicos sólo se modela una fase, en los casos que se van a estudiar, esta fase es la de agua. Para poder simular un proceso erosivo con un modelo monofásico es necesario el empleo de una malla dinámica que simule la formación de la socavación en torno al obstáculo que se pretende estudiar. Es necesario el empleo de una UDF para poder realizar este tipo de simulaciones en Fluent. Existen distintos modelos para simular un proceso erosivo empleando un modelo monofásico, en el presente artículo se van a emplear dos de ellos, cuyo funcionamiento se introduce a continuación:

- En el primero de ellos se empleará un modelo monofásico que basa su funcionamiento en el cálculo de una tensión crítica. Si esta tensión crítica es superada se inicia la socavación.
- El segundo modelo monofásico se basa en la simulación de la segunda fase (la fase de arena) así como la simulación de los procesos de transporte, arrastre y deposición de sedimentos.

En cuanto a los modelos multifásicos, se basan en la simulación de varias fases. En el caso bajo estudio es necesario simular dos fases (la de agua y la del sedimento), así como las interacciones que se producen entre ambas. Existen distintos modelos para definir un modelo multifásico, entre los que ofrece Fluent destacan:

- Volumen of fluid (VOF): se emplea para problemas en los que hay dos o más fluidos inmiscibles. Resuelve un único conjunto de ecuaciones de momento. Este modelo se suele emplear para la simulación de grandes burbujas en movimiento o para la simulación de la ruptura de una presa. Por lo tanto, este modelo no es interesante para la cuestión bajo estudio en este documento.
- Mixture: este modelo se emplea para simular situaciones en las que los fluidos que se quieren analizar se mueven a distintas velocidades, aunque asumiendo el equilibrio local en pequeñas longitudes espaciales; también se puede emplear para casos multifásicos homogéneos en los que los fluidos se mueven a la misma velocidad. Este modelo resuelve las ecuaciones de continuidad, momento y energía para la mezcla, junto con las ecuaciones de fracción volumétrica para las fases secundarias. Las aplicaciones más habituales son problemas de sedimentación o casos con flujos con partículas de carga baja. Aunque este modelo podría ser una buena elección para resolver el problema, no será el modelo que se emplee en este documento.
- Eulerian: este modelo ha sido el elegido para resolver el problema de análisis de la socavación. Los principales motivos para ello ha sido que:
 - El principal motivo es que permite tratar las distintas fases del problema por separado, pudiendo modelar las distintas interacciones entre ellas.
 - Este modelo resuelve las ecuaciones de momento y continuidad para cada una de las fases del problema.
 - Está disponible para dos de los modelos turbulentos que ofrece Fluent: $k - \varepsilon$ y $k - \omega$. Concretamente será el modelo turbulento $k - \varepsilon$ para la resolución de todos los casos en este documento. El motivo de esta elección será explicado más adelante.
 - Permite la elección de varias funciones para modelar las interacciones entre ambas fases (resistencia, sustentación...).
 - Se comparte la presión por todas las fases.

Antes de comenzar con la descripción detallada de los modelos empleados, es importante comentar que modelo turbulento se ha elegido para resolver los distintos modelos que se van a analizar y por qué. Se ha decidido emplear el modelo turbulento $k - \varepsilon$ para todos los casos que se van a estudiar.

Este modelo es el más empleado para la resolución de CFD y basa su funcionamiento en el empleo de dos ecuaciones para la resolución del problema. Este modelo se divide a su vez en tres tipos: *standard*, *RNG* y *realizable*. A continuación, se explicarán de manera más detallada cada uno de estos tres tipos:

- SKE (standard $k - \varepsilon$): es el más comúnmente empleado. Los parámetros que emplea este modelo se basan en los resultados obtenidos en distintos experimentos. Es un modelo bastante robusto y preciso para una gran cantidad de aplicaciones. Además, tiene distintos submodelos de compresibilidad, flotabilidad o combustión.
- RKE (realizable $k - \varepsilon$): la tasa de disipación deriva de la fluctuación de la vorticidad cuadrática media. Además, se imponen varias condiciones de realización para las tensiones de Reynolds. Las principales ventajas que presenta son:
 - Predice con bastante precisión la tasa de propagación de los chorros planos y redondos.
 - Obtiene mejores resultados que el modelo *standard* para casos en los que existe rotación o en los que hay una capa límite.
- RNG $k - \varepsilon$: las constantes que emplea este modelo se obtienen analíticamente utilizando la teoría de los grupos de renormalización, y no experimentalmente como los métodos anteriores. Además, la ecuación de la tasa de disipación es modificada. Es el que obtiene mejores resultados para problemas complejos desde el punto de vista de la tasa de deformación o de la formación de remolinos.

En el presente documento se van a emplear dos de estos tres modelos. Para los dos primeros casos se empleará el modelo SKE; mientras que para el caso definitivo, se empleará el modelo RKE, ya que es algo más complejo.

2. VALIDACIÓN DEL MODELO

Antes de comenzar a analizar el problema en el que se centra este estudio, es necesario tener un modelo robusto que permita obtener los resultados de una forma rápida y fiable. Para realizar esta validación se van a probar dos modelos para simular un problema similar en *Fluent*, y compararlos posteriormente con los resultados relacionados con este tema en la literatura.

El problema que se va a analizar consiste en un dominio fluido en el que se encuentra una tubería, la cual está situada muy cerca del fondo del fluido. En la parte inferior del fluido, se encuentra el sedimento, la arena.

Se van a realizar dos modelos para comparar los resultados que se obtienen y para así poder ver cuál de los dos modelos de simulación obtienen unos mejores resultados, tanto en cuestión de calidad de los resultados, es decir, unos resultados más similares a los de la literatura como en cuestión de tiempo de ejecución del modelo.

El primero de los métodos, modelo monofásico, consiste en el empleo de una malla dinámica para simular la deformación de la interfase entre el agua y la arena (Ganesh Elapolu, Majumdar, Lottes, & Kostic, 2012). En este primer modelo, el único fluido que se tendrá será el agua. La principal ventaja de este modelo es que no requiere la resolución de un problema multifásico, lo cual permite un claro ahorro en el tiempo de ejecución.

Por otro lado, el segundo método se basa en el empleo de un modelo multifásico. Concretamente se tendrán dos fases: la fase primaria será la de agua; mientras que la fase secundaria será el sedimento, es decir, la arena (Zhao & Fernando, 2007). El principal inconveniente de este método es la correcta elección de las interacciones que se deben imponer entre ambas fases para poder simular adecuadamente el movimiento de la arena en el dominio fluido.

2.1 MODELO MONOFÁSICO

2.1.1 Definición del modelo

El primer método para predecir la socavación es el empleo de una malla dinámica. Para validarlo, se van a intentar replicar los resultados obtenidos por Kazaminezhad y Yeganeh-Bakhtiary en sus dos artículos (Kazaminezhad & Yeganeh-Bakhtiary, 2011) (Yeganeh-Bakhtiary, Kazaminezhad, Etemad-Shahidi, Baas, & Chieng, 2011), aunque en estos dos artículos, el método empleado para su resolución es distinto al que se va a emplear en el caso bajo estudio. El método que se va a emplear es similar al utilizado en el artículo (Ganesh Elapolu, Majumdar, Lottes, & Kostic, 2012).

El método consiste en el cálculo de la cantidad de sedimento que debe ser eliminado entre dos actualizaciones del mallado, y como eso afectaría a la forma de la interfase entre el agua y la arena (hay que recordar que, en este primer modelo, sólo se tendrá fase de agua). Esto se va a realizar a partir de la definición de la velocidad vertical a la que se desplaza el fondo del dominio fluido. Para ello, se utiliza el criterio de Shields que se basa en el empleo de un número adimensional que indica el inicio del movimiento de las partículas del sedimento que se encuentran en un campo fluido (Shields, 1936).

$$\theta = \frac{\tau}{g(\rho_s - \rho_f)D_{50}}$$

Ecuación 1: Parámetro de Shields

Por otro lado, el cálculo de la velocidad vertical de descenso con la que se desplaza el fondo del dominio para simular la socavación se obtiene a partir de la ecuación de van Rijn (C. van Rijn, 1984).

$$V_y = \frac{0.00033(\Delta g D_{50})^{\frac{1}{2}} D^{*0.3}}{1 - \gamma} \left(\frac{\theta}{\theta_{cr}} - 1 \right)$$

Ecuación 2: Fórmula de van Rijn

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \quad D^* = D_{50} \left[\frac{\Delta g}{\nu^2} \right] \quad \theta_{cr} = \frac{0.23}{D_{50}} + 0.054 \left[1 - e^{\frac{-D^{*0.85}}{23}} \right]$$

Ecuación 3: Ecuación de van Rijn. Aclaración

Los valores necesarios para resolver las ecuaciones anteriores son:

- $\rho_s = 2650 \frac{kg}{m^3}$
- $\rho_f = 998.2 \frac{kg}{m^3}$
- $D_{50} = 0.00036 \text{ m} \rightarrow$ *diámetro medio del sedimento*
- $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$
- $\nu = 0.001003 \frac{kg}{ms}$
- $\gamma = 1 - 0.63 = 0.37 \rightarrow$ *porosidad del sedimento*

Introduciendo estos valores en las *Ecuaciones 2 y 3* se obtiene el siguiente resultado $V = 0.0000195 \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} - 1 \right)$.

Una vez descrita la idea principal de este primer método, se pasa a definir la geometría y las características del mismo. En la *Figura 5* se muestran las dimensiones del caso analizado. El diámetro que se ha empleado para la circunferencia es de $D=0.1\text{m}$. Por lo tanto, las dimensiones de la zona fluida son de $3 \times 0.4\text{ m}$, estando la circunferencia situada a un metro de la entrada de la zona fluida y por lo tanto a dos metros de la salida. Como se puede observar, la zona fluida que hay detrás de la tubería es mayor que la que hay delante. Esto se debe a que así se puede observar mejor el comportamiento de los torbellinos que se deben formar aguas abajo de la circunferencia debidos al flujo incidente.

Como se ha comentado previamente, la zona fluida está compuesta únicamente por agua en este primer método. Las propiedades del agua de densidad y viscosidad dinámica $\rho = 998.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ y $\nu = 0.001003 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$.

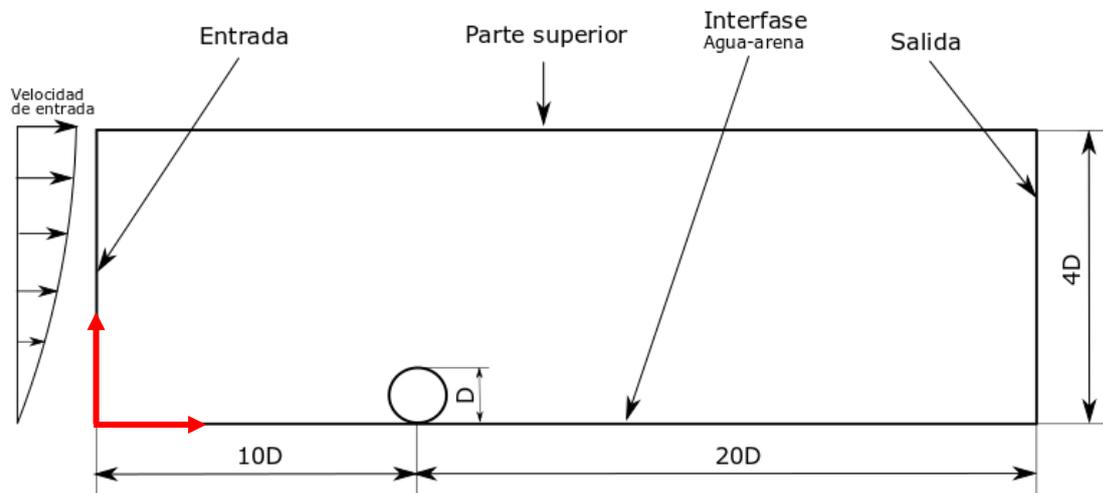


Figura 5: Esquema modelo malla dinámica

Las condiciones de contorno empleadas en el análisis son:

- En la *entrada*: velocidad de entrada del agua. Para ello, se ha empleado una función definida por el usuario (UDF) a partir de la cual, se define el perfil de velocidades a la entrada del dominio fluido. La fórmula empleada para ello es la mostrada en la *Ecuación 4*, donde $u_{m\acute{a}x} = 0.5\text{ m/s}$ e $y_{m\acute{a}x} = 0.4\text{ m}$. La UDF empleada para imponer la condición de velocidad de agua a la entrada se muestra en el **Anexo A**.
- En la *salida*: se ha empleado la condición de presión de salida.
- En la *parte superior*: se ha empleado la condición de simetría.
- En la *parte inferior*: se ha empleado la condición de pared. Esta parte es la que simula la interfase entre el agua y la arena, y será la parte en la que se aplique la malla dinámica a partir de otra UDF como se explicará más adelante.
- En el *cilindro*: se ha empleado la condición de pared.

$$u(y) = u_{m\acute{a}x} \left(\frac{y}{y_{m\acute{a}x}} \right)^{\frac{1}{7}} = 0.5 \left(\frac{y}{0.4} \right)^{\frac{1}{7}}$$

Ecuación 4: Fórmula empleada para la velocidad de entrada

Para poder obtener unos resultados correctos, se ha añadido una pequeña perturbación sinusoidal inicial bajo la circunferencia, facilitando así, la formación de la socavación. Esta perturbación inicial será de pequeñas dimensiones, en torno al 2-3% del diámetro de la tubería para intentar que esa perturbación afecte lo menos posible a los resultados que se obtengan.

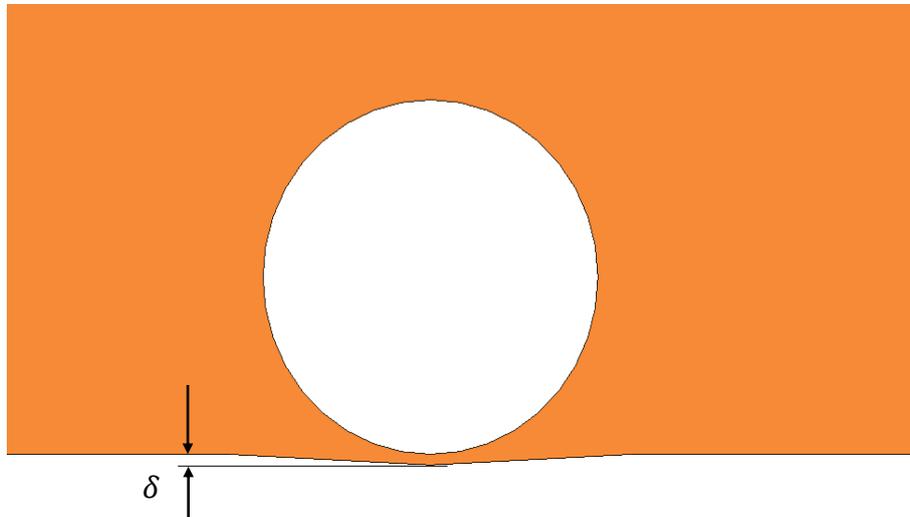


Figura 6: Detalle perturbación inicial caso malla dinámica

El mallado empleado se muestra en las *Figuras 7 y 8*. Se ha realizado un mallado estructurado, disminuyendo el tamaño de las celdas en la zona cercana al cilindro, así como en la zona cercana a la interfase entre el agua y la arena. Esto se debe a que en esas zonas es donde es más importante captar con mayor precisión los valores de las diferentes magnitudes para poder obtener unos mejores resultados. Se ha empleado un mallado no uniforme, con 40 divisiones en la dirección vertical y 190 en la dirección horizontal. Se tiene con todo esto, un total de 7743 celdas.

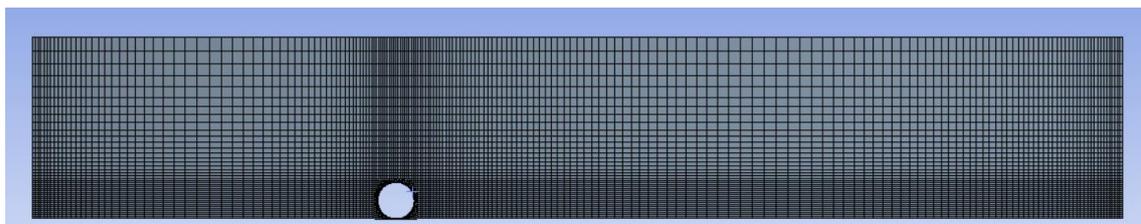


Figura 7: Mallado caso malla dinámica

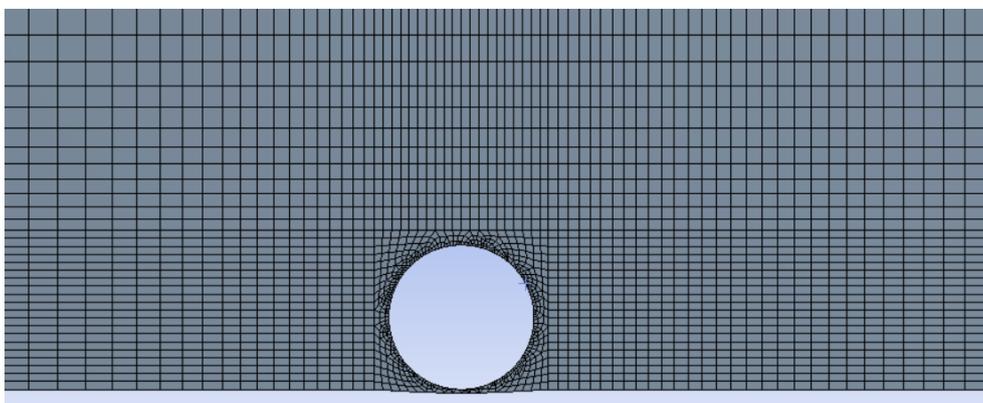


Figura 8: Detalle mallado caso malla dinámica

2.1.2 Resolución del modelo

Una vez descritas la geometría y las características del modelo empleadas para este primer método se van a mostrar en esta sección las principales ecuaciones empleadas por *Fluent* en la resolución del modelo, así como las principales variables y parámetros empleados por el mismo.

En primer lugar, el modelo viscoso empleado para la resolución del caso bajo estudio es el k - ϵ estándar. Este método fue propuesto por Launder y Spalding, y permite determinar tanto el tamaño como la escala temporal de la turbulencia (Launder & Spalding, 1972). Las ecuaciones empleadas por este modelo para la determinación de la energía cinética de la turbulencia, k , y la tasa de disipación de esta, ϵ , se muestran en la *Ecuación 5*.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k) - c_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon$$

Ecuación 5: Ecuaciones de transporte para el método k - ϵ estándar

En la *Ecuación 5*, S_k y S_ϵ en el caso bajo estudio son nulas ya que no se ha empleado ninguna función definida por el usuario (UDF) para determinar la viscosidad turbulenta. En cuanto a las constantes que aparecen en las ecuaciones, se han empleado los siguientes valores: $C_\mu = 0.09$, $C_{1\epsilon} = 1.44$, $C_{2\epsilon} = 1.92$, $\sigma_k = 1$ y $\sigma_\epsilon = 1.3$, que son los valores que proporciona *Fluent* por defecto. Por otro lado, la viscosidad turbulenta se ha modelado como se muestra en la *Ecuación 6*.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

Ecuación 6: Modelado de la viscosidad turbulenta

En cuanto a la malla dinámica empleada en la resolución del modelo, se ha creado una función definida por el usuario (UDF) para modelar la zona de la interfase entre el agua y la arena. El propósito de esta función es determinar cuándo y dónde es necesario actualizar la malla para captar correcta y progresivamente la formación de la socavación bajo la circunferencia, la cual se está analizando. Esta UDF se muestra en el **Anexo B**.

Unos de los principales problemas que se identificó durante la ejecución del modelo, fue la deformación de la parte delantera que se muestra en la *Figura 9*. Este error se debe a la condición de contorno impuesta en la entrada del dominio. Para resolver este problema, se ha impuesto que los cinco primeros milímetros del fondo del dominio no puedan deformarse.

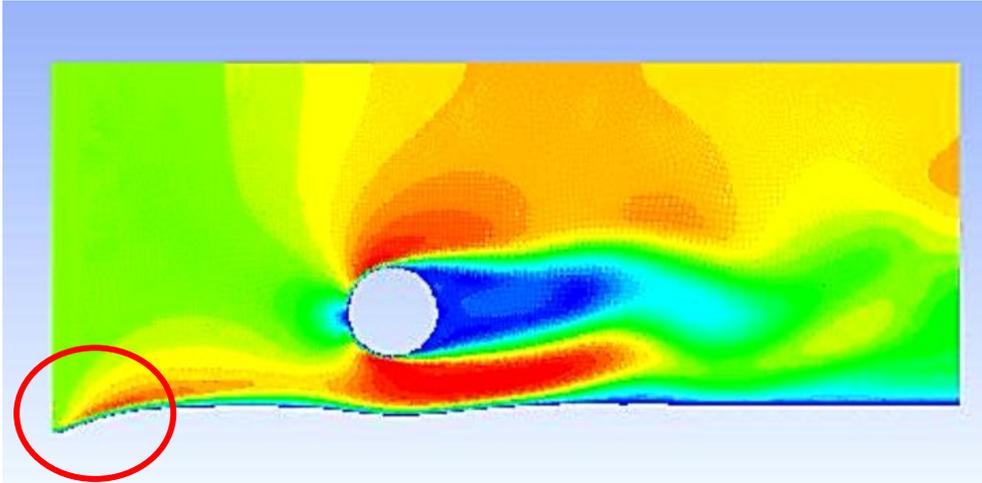


Figura 9: Error en la deformación de la interfase

Para llevar a cabo el mallado dinámico en *Fluent*, se han empleado dos de los esquemas que este software presenta para la resolución de la malla dinámica: *layering* y *smoothing*. El primero de ellos implica la creación y destrucción de las celdas cuando la zona crece o se encoge; mientras que el segundo método hace que las celdas se muevan como si estuvieran conectadas con resortes. Por otro lado, para que no aparezcan problemas en el resto del dominio, se han añadido los siguientes tipos de movimiento a las diferentes partes de este:

- Parte inferior: función definida por el usuario (UDF), para simular el desplazamiento vertical del fondo del dominio a partir de la velocidad obtenida en la *Ecuación 2*.
- Entrada y salida: *deforming*, para que puedan cambiar su tamaño en caso de que sea necesario debido a la variación del mallado.
- Parte superior y circunferencia: *stationary*, ya que en esas zonas no está permitido el movimiento.

Un parámetro importante para la resolución del modelo es el paso de tiempo que se utiliza para resolverlo. Este parámetro depende principalmente de la velocidad del fluido y del tamaño del mallado. Para determinar este parámetro se ha empleado el número de Courant (Courant, Friedrichs, & Lewy, 1967 [1928]). En las *Ecuaciones 7 y 8*, se muestra la definición del número de Courant y la condición de Courant, que es una condición de convergencia para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta x}$$

Ecuación 7: Número de Courant

$$\frac{u\Delta t}{\Delta x} < C \quad \text{Donde } 0 < C \leq 1$$

Ecuación 8: Condición de Courant

En el caso bajo estudio, el máximo valor para el intervalo de tiempo (suponiendo $C=1$) es $\Delta t_{m\acute{a}x} = 0.0318$ s. Este valor se ha obtenido aproximando el tamaño de las celdas del mallado en la dirección del flujo. Para ello, se ha dividido el tamaño total del dominio fluido en la dirección del flujo, que son tres metros, entre el número de celdas impuesto en dicha dirección, que es 190. Este cálculo se muestra en la *Ecuación 9*. Una vez obtenido ese valor, se ha decidido

emplear como intervalo de tiempo $\Delta t = 0.03 \text{ s}$ que, como se verá más adelante, es un valor correcto ya que los resultados no divergen. Este valor es más pequeño que el valor límite, por lo que según el número de Courant los resultados deberían ser correctos. Pero para lograr unos resultados más precisos, se ha decidido elegir ese valor. Los parámetros necesarios para el cálculo del número de Courant son:

- El tamaño medio de cada celda en la dirección x (Δx): este valor se ha calculado a partir del tamaño del dominio en la dirección x , que son tres metros, y el número de divisiones en esa misma dirección que, en este caso, son 190.
- La velocidad de entrada al dominio fluido: en este caso 0.5 m/s .

$$\Delta t_{\text{máx}} = \frac{\Delta x}{u} \cong \frac{3}{0.5} = 0.0318 \text{ s} \rightarrow C = \frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{máx}}} = \frac{0.03}{0.0318} = 0.943 < 1$$

Ecuación 9: Aplicación de la condición de Courant al caso de malla dinámica

2.1.3 Resultados

Una vez presentadas las principales características del problema, así como las ecuaciones y parámetros que definen el modelo, se está en disposición de mostrar los resultados que se obtienen con su resolución.

Se van a mostrar en esta sección los resultados obtenidos con el método monofásico presentado previamente. La mayoría de los datos necesarios para su ejecución se han mostrado en las secciones previas, aunque es importante comentar que la amplitud que se le ha dado a la perturbación inicial es de $\delta = 2 \text{ mm}$. Es interesante comentar la importancia de esta pequeña perturbación inicial ya que, si no se impusiera, se producirían discontinuidades en los resultados, especialmente en la parte inicial del desarrollo de la socavación como se pueden observar en la *Figura 10*. El principal inconveniente que presenta esta situación es la aparición de ese 'pico de socavación' que provoca que los resultados posteriores no sea correctos ya que el proceso de socavación debe ser más uniforme.

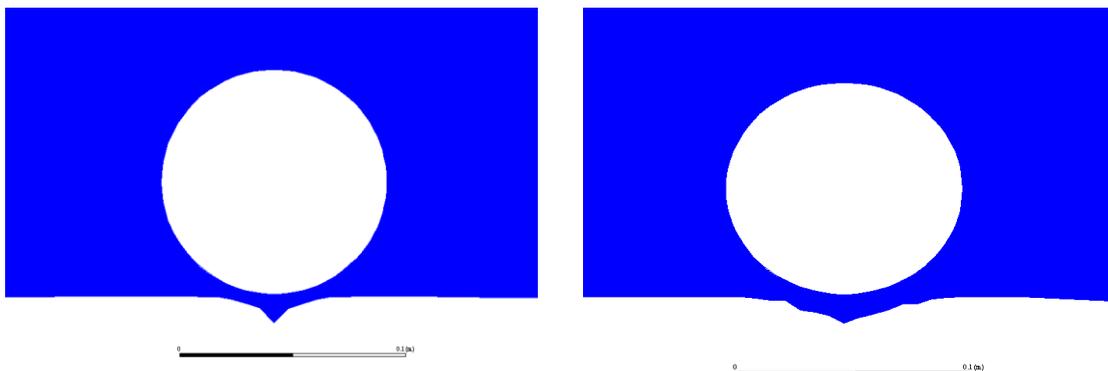


Figura 10: Problemas por ausencia de perturbación inicial

Debido a que el objetivo es comprobar cuál es la profundidad máxima que alcanza la socavación, hay que analizar el proceso de socavación hasta que comienza a estabilizarse el valor de dicha profundidad. Se muestran en la *Figura 11* los resultados obtenidos para la profundidad máxima durante los primeros 90 segundos de ejecución del modelo. El máximo que se alcanza a los 90 segundos es de 2.6 mm aproximadamente, es decir, un 26% del diámetro de la circunferencia.

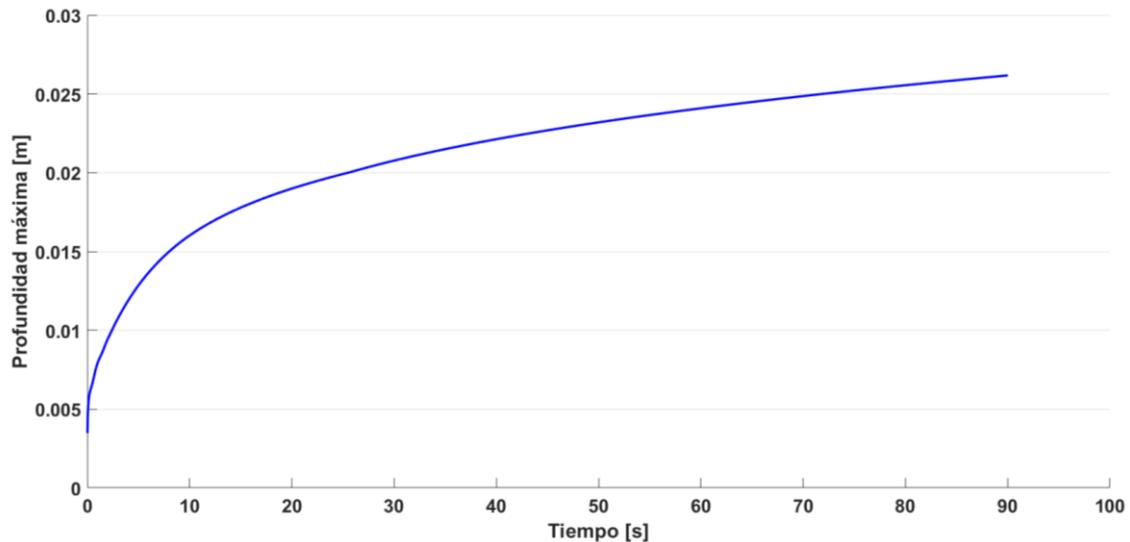


Figura 11: Profundidad máxima de la socavación

Otro resultado interesante es el campo de velocidades, y su evolución en el tiempo. En la *Figura 12* se muestra este resultado para el caso anteriormente descrito. El principal problema es que el modelo utilizado predice la socavación, pero no predice el transporte de sedimentos que hacen que se produzca una acumulación de arena detrás de la circunferencia. Esta acumulación de sedimentos se muestra en la *Figura 13* para los análisis realizados por Kazaminezhad y Yeganeg-Bakhtiary.

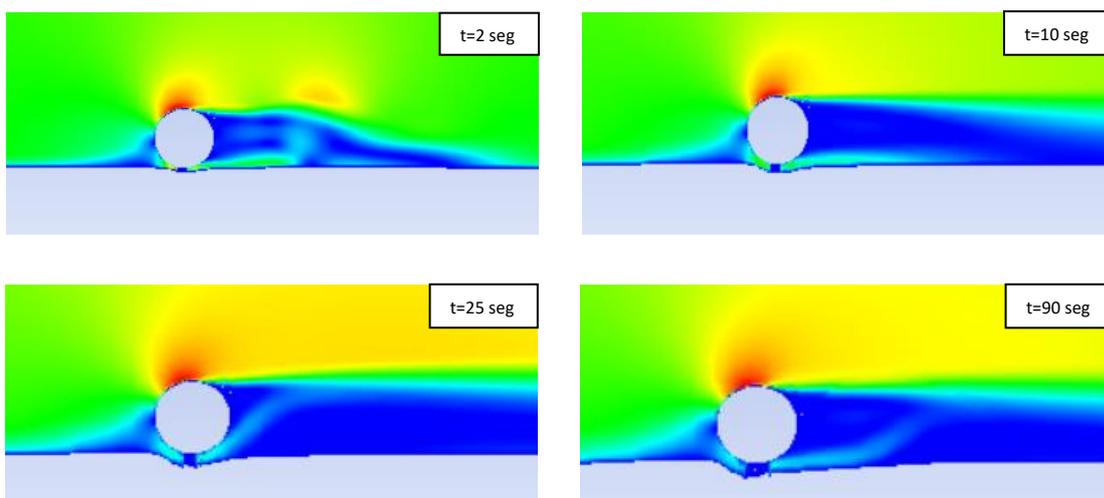


Figura 12: Evolución del campo de velocidades con el tiempo (2 mm)

En la ejecución del caso bajo estudio se pudo ver que los resultados, en términos de profundidad máxima alcanzada por la socavación, dependían claramente del tamaño de la perturbación inicial impuesta en el dominio. Por lo tanto, se resolvió el modelo con distintos valores de la perturbación inicial para comprobar como varía el desarrollo de la socavación bajo el cilindro. Los resultados obtenidos con este método comparan con los resultados obtenidos por en el estudio realizado por Kazaminezhad y Yeganeh-Bakhtiary (Kazaminezhad & Yeganeh-Bakhtiary, 2011). Este estudio consistió en el análisis del proceso de socavación análogo al aquí estudiado, aunque el método empleado fue distinto, basado en el modelado de las fases de agua y arena como fluidos independientes.

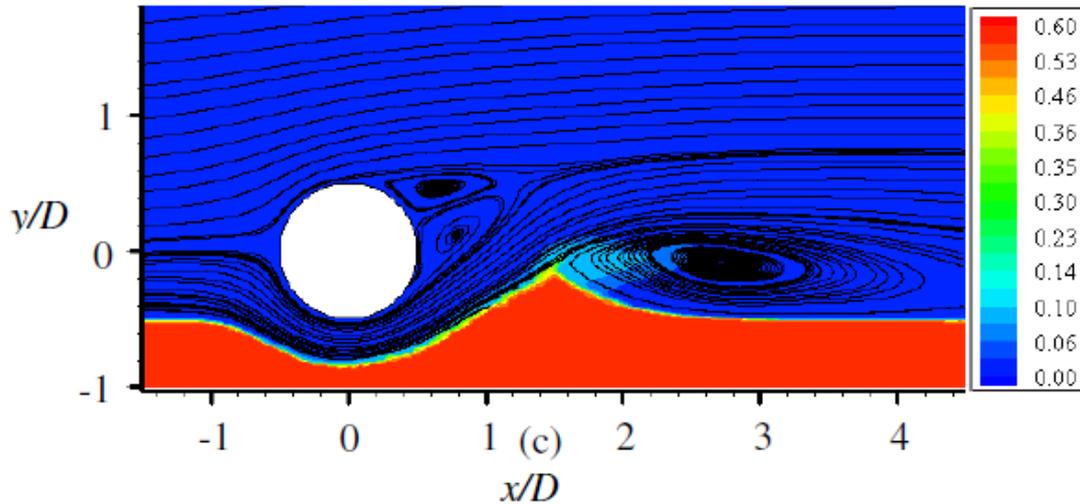


Figura 13: Formación de la socavación según el artículo de Kazaminezhad y Yeganeh-Bakhtiary

Para terminar con el análisis de los resultados obtenidos con este primer modelo, se van a mostrar algunos datos del tiempo de ejecución del mismo. Como ya se comentó previamente, se ha elegido $\Delta t = 0.01$ s como intervalo de tiempo. Teniendo en cuenta esto, y que se han simulado los primeros 90 segundos para cada caso, se tiene un total de 9000 iteraciones. Estas 9000 iteraciones han necesitado de en torno a siete horas de tiempo real para ser ejecutado.

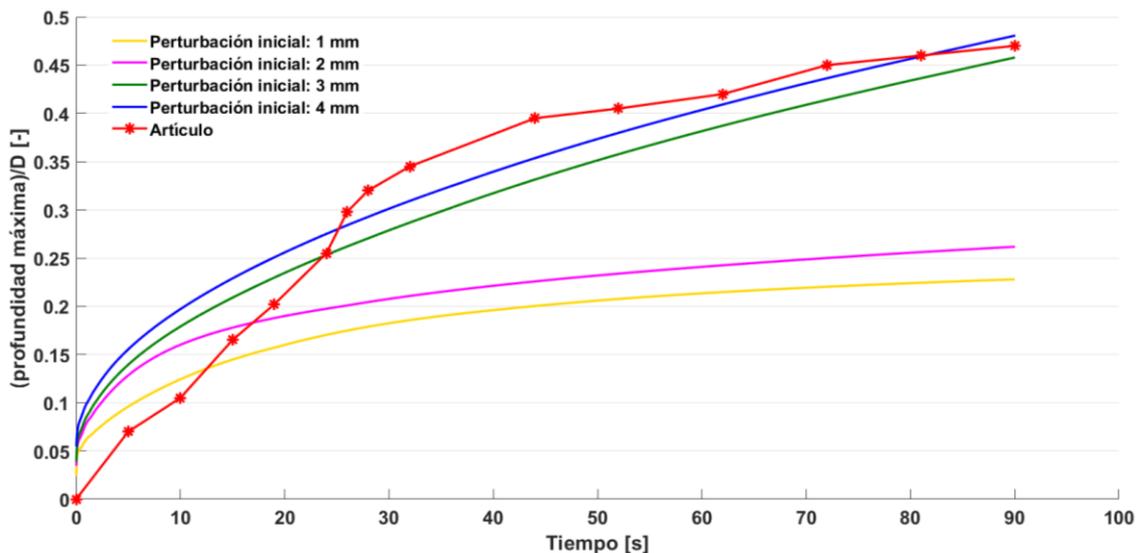


Figura 14: Comparación de la profundidad máxima de la socavación para varios valores de la perturbación inicial y con los resultados del artículo (Kazaminezhad & Yeganeh-Bakhtiary, 2011)

Se muestra en la *Figura 14* el desarrollo de la socavación para varios valores de la perturbación inicial (3, 2.5 y 2 mm) junto con los resultados presentados en el artículo (Kazaminezhad & Yeganeh-Bakhtiary, 2011). Se puede observar claramente la dependencia de los resultados con el valor de la amplitud de la perturbación inicial, cabe destacar lo siguiente:

- Cuanto mayor es la amplitud de la perturbación inicial δ , mayor es el tamaño final de la socavación.
- Cuanto menor es δ , menor es el tiempo que tarda la solución en estabilizarse, es decir, la socavación tarda menos en alcanzar un valor de la profundidad máxima estable.
- De los distintos casos analizados, el que mejor aproxima sus resultados a los de la literatura es el caso con $\delta = 2.5 \text{ mm}$. La profundidad máxima está sobreestimada en la parte inicial del experimento en el caso bajo estudio (los 25 primeros segundos aproximadamente), pero tras esto los resultados son muy similares a los obtenidos por Kazaminezhad y Yeganeh-Bakhtiary en su experimento.

Se muestra en la *Figura 15*, al igual que se hizo para el caso en el que la perturbación inicial era de dos milímetros, la evolución del perfil de velocidades en función del tiempo para el caso en el que la perturbación inicial es de tres milímetros.

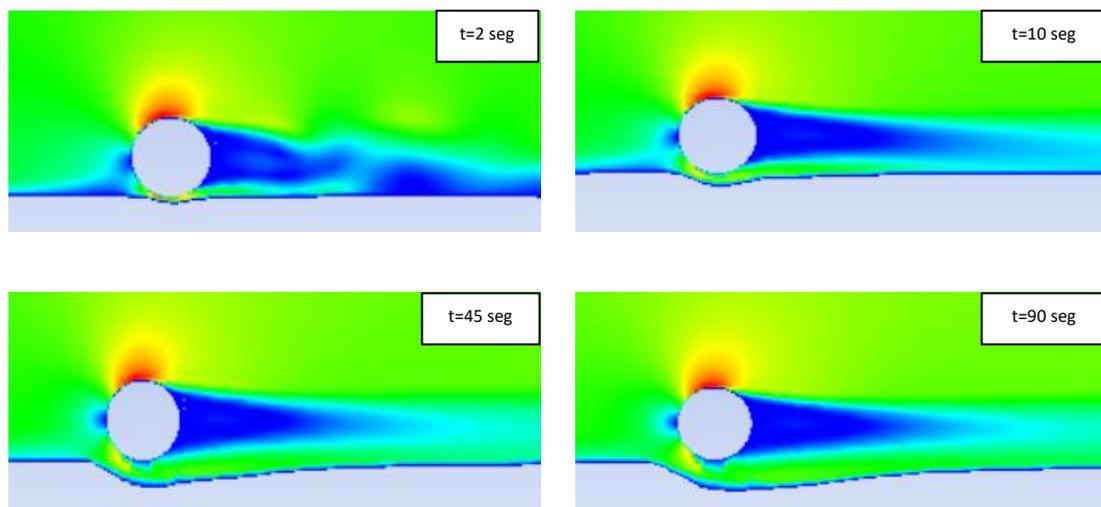


Figura 15: Evolución del campo de velocidades con el tiempo (3 mm)

Una vez analizados los resultados obtenidos con este modelo de análisis de socavación, se puede decir que los principales problemas que tiene son los siguientes:

- Aunque el modelo predice la socavación e incluso llega a estabilizarse llegando a un máximo en términos de profundidad, no predice la formación de una acumulación de arena justo detrás del cilindro como, según la literatura, debería producirse.
- El desarrollo de la socavación depende claramente de la perturbación inicial. Esto es un problema debido a que habría que decidir qué tipo de perturbación inicial debería ser impuesta para obtener buenos resultados. Por otro lado, es importante recordar que esta perturbación inicial es imprescindible cuando se emplea este modelo.

2.2 MODELO MULTIFÁSICO

2.2.1 Definición del modelo

Para intentar solucionar los problemas que presenta el modelo con malla dinámica presentado anteriormente, se presenta a continuación un segundo método para resolver el problema que se está estudiando. Este segundo método se basa en el uso de la aproximación Euler-Euler de dos fases, concretamente se ha utilizado el modelo euleriano. Además, se usarán las ecuaciones de Navier-Stokes para la definición de ambas fases, tanto la principal (agua) como la secundaria (arena). Por último, se empleará un modelo de cierre de turbulencia $k-\epsilon$ modificado. En cuanto a las fuerzas de interacción, se va a emplear un modelo de resistencia; mientras que la sustentación no se tendrá en cuenta. Existen artículos en la literatura que si emplean la sustentación en la resolución del modelo (Kazaminezhad & Yeganeh-Bakhtiary, 2011) (Yeganeh-Bakhtiary, Kazaminezhad, Etemad-Shahidi, Baas, & Chieng, 2011), habitualmente se emplea $C_L = 4/3$. Sin embargo, el artículo en el que se basa esta sección para la validación del modelo no introduce la sustentación a las interacciones entre el agua y la arena (Zhao & Fernando, 2007), es por eso por lo que no se va a tener en cuenta en el presente documento.

En primer lugar, se va a definir la geometría del modelo, así como las condiciones de contorno impuestas para su resolución. Se muestra en la *Figura 16* un esquema de la geometría que se va a emplear para la resolución de este segundo modelo. Se tiene un dominio fluido de 2×0.4 m; mientras que, la zona la en la que se encuentra en el sedimento, tiene unas dimensiones de 2×0.1 m. En este segundo caso, es necesario definir tanto el dominio fluido (agua) como el sedimento (arena). Las condiciones de contorno que se han empleado son las siguientes:

- En la *entrada*: se ha impuesto la condición de velocidad de entrada, pero teniendo en cuenta que el flujo de entrada debe ser exclusivamente de agua, por lo tanto, hay que imponer que la fracción volumétrica del sedimento sea nula, es decir, $\alpha_s = 0$. Para ello, se ha empleado de nuevo la fórmula mostrada en la *Ecuación 4*. La diferencia con el caso anterior es que ahora $u_{m\acute{a}x} = 0.31$ m/s, por lo tanto $u(y) = 0.31 \left(\frac{y}{0.4}\right)^{\frac{1}{7}}$. Este cambio se ha hecho para poder comparar los resultados del modelo con los obtenidos por Zhao y Fernando (Zhao & Fernando, 2007). Esta condición se ha impuesto, al igual que en el primer método, mediante una función definida por el usuario. Esta función es la presentada en el **Anexo B**.
- En la *salida*: se ha empleado la condición de presión de salida.
- En la zona de *entrada de arena*: se ha impuesto la condición de pared para evitar que exista un flujo tanto de agua como de arena en esa zona, el cual perturbaría los resultados.
- En la zona de *salida arena*: se ha impuesto igualmente la condición de pared.
- En la *parte superior*: se ha empleado la condición de simetría.
- En la *parte inferior*: que es la interfase entre el fluido (agua) y la arena, se ha empleado la condición de pared.

- En la zona de *interfase entre el agua y la arena*: se ha impuesto la condición del tipo interior.
- En el *cilindro*: se ha empleado la condición de pared.

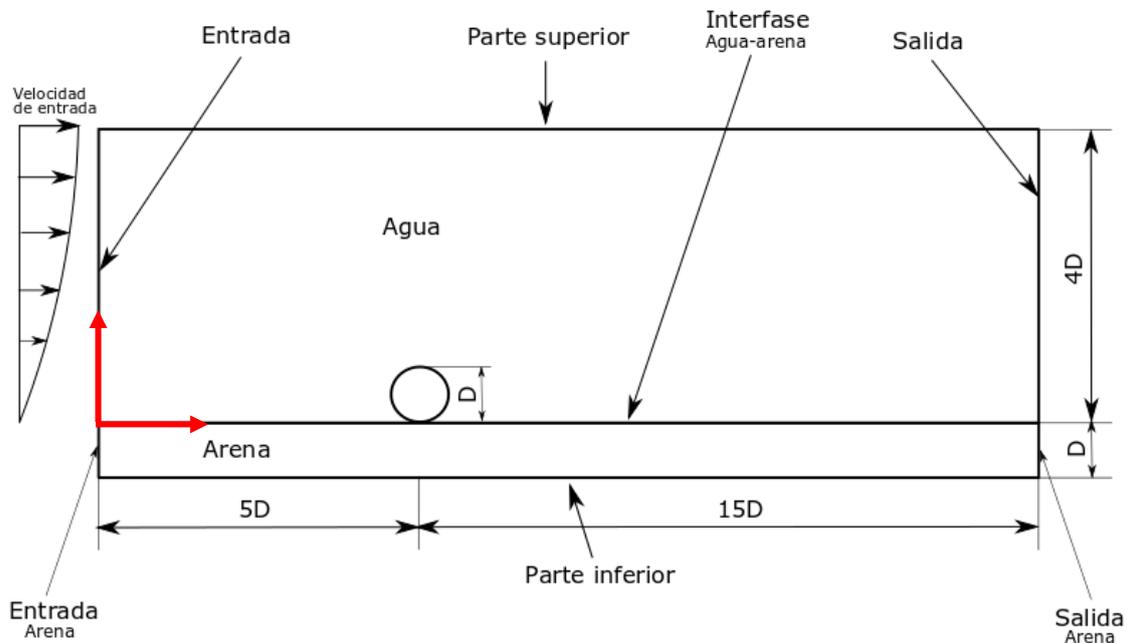


Figura 16: Esquema modelo multifásico

Por otro lado, y al igual que se hizo en el primer modelo, se ha introducido una perturbación inicial bajo la tubería. En este caso, esta perturbación tiene una amplitud máxima $\delta = 0.1D = 0.1 * 0.1m = 0.01m$. Se puede ver en la Figura 17 un esquema en el que se muestra dicha perturbación inicial. Se ha añadido una pequeña curvatura a ambos lados de la socavación, para evitar discontinuidades en la geometría.

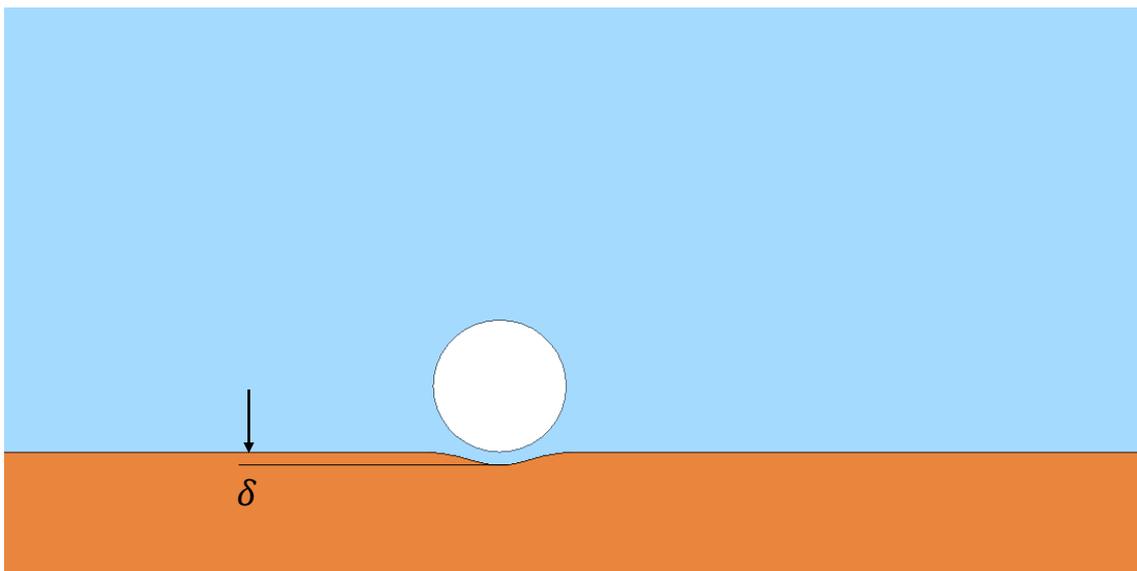


Figura 17: Detalle perturbación inicial caso modelo multifásico

En cuanto al mallado del caso del modelo multifásico, se muestra en la Figura 18 en la zona cercana al cilindro. Se puede observar que tanto la zona cercana al cilindro, como la zona

de la interfase entre el agua y la arena, son las que tienen un mallado más refinado. Esto se debe a que esas zonas, especialmente la que hay entre ambas fases, es la que requiere una mayor precisión en los cálculos, así como unas celdas de un tamaño menor, ya que en esa zona los cambios en las propiedades (velocidad, presión, fracción volumétrica...) son más acusados. Se ha empleado un mallado no uniforme con 60 divisiones en la dirección vertical y 130 en la dirección horizontal para la zona de la fase de agua; mientras que en la fase de arena se han empleado 30 divisiones en la dirección vertical y 130 en la dirección horizontal. Teniendo en cuenta todo lo anterior, se tienen casi 11500 celdas.

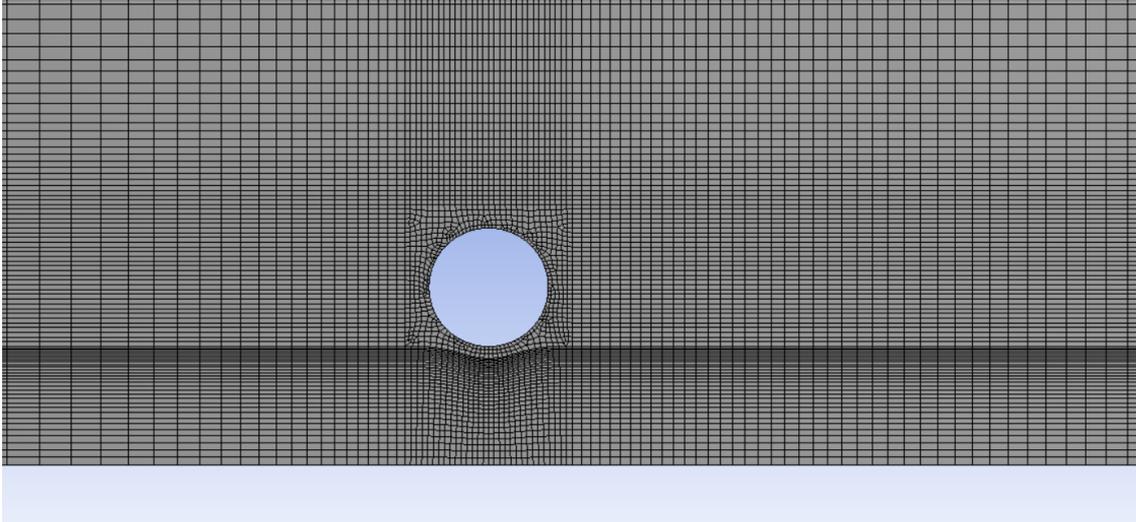


Figura 18: Mallado caso modelo multifásico

2.2.2 Resolución del modelo

Se van a presentar a continuación las principales ecuaciones empleadas para la resolución del segundo modelo. Como se comentó anteriormente, este segundo método se ha resuelto empleando un modelo multifásico para simular las fases de agua y arena. Se ha empleado el enfoque Euler-Euler multifásico, concretamente se ha utilizado el modelo euleriano. Este modelo es el más complejo de los que *Fluent* dispone. El modelo euleriano resuelve un conjunto de ' n ' ecuaciones de continuidad y de momento para cada una de las dos fases que se tienen en el caso bajo estudio. El acoplamiento de estas ecuaciones se realiza mediante el empleo de los coeficientes de intercambio de interfase y de presión. El modelo euleriano diferencia entre dos tipos de flujos: los flujos granulares, que son aquellos que se dan entre una fase líquida y una fase sólida; y los flujos no granulares, que se dan entre dos fases líquidas. En el caso bajo estudio, se tiene la segunda situación, es decir, se tienen dos fases líquidas: la fase de agua y la fase del sedimento.

El método de resolución que emplea *Fluent* para resolver el modelo euleriano se basa en:

- Existe una presión compartida para ambas fases.
- Como se comentó previamente, las ecuaciones de momento y de continuidad se resuelven para ambas fases, lo cual implica un aumento en el tiempo de resolución.

- Se dispone de varias funciones para definir el coeficiente de resistencia, aunque en este caso se va a emplear la función de Syamlal-Obrien, la cual será descrita más adelante.
- *Fluent* permite el uso de todos los modelos turbulentos de cierre para la resolución del modelo euleriano. Además, se pueden emplear tanto a la mezcla, como a cada una de las fases por separado. En este caso, se empleará un modelo viscoso k-ε modificado para una de las dos fases por separado. Este modelo se explicará en mayor profundidad más adelante en esta sección.

En primer lugar, se van a definir las fases primaria y secundaria.

- *Fase primaria*: la fase primaria es la de agua. Las propiedades de la fase primaria son $\rho_f = 998.2 \frac{kg}{m^3}$ y $\nu = 0.001003 \frac{kg}{ms}$.
- *Fase secundaria*: la fase secundaria es la de arena, que es una fase granular. Esta fase se ha definido como una fase líquida, similar a la de agua, pero cambiando el valor de la densidad para simular la fase de arena, $\rho_s = 2650 \frac{kg}{m^3}$. En cuanto al resto de propiedades de la fase de arena se han definido como se muestra a continuación:
 - Se ha definido un diámetro medio constante de $d_p = 0.00036 m = 0.36 mm$ para las partículas de arena. Habitualmente, las partículas de arena tienen un diámetro medio de entre 0.0625 y 2 milímetros. Por lo tanto, el valor empleado en la simulación de este modelo se puede considerar como un valor típico.
 - Se definen las tensiones de corte sólidas, las cuales se muestran en la *Ecuación 10*. El primer término de la ecuación, $\mu_{s,col}$, es la viscosidad colisional (Gidaspow, Bezburuah, & Ding, 1992). El segundo término es la viscosidad granular, $\mu_{s,kin}$, a partir de la ecuación empleada por Syamlal-Obrien (Syamlal, Rogers, & O'Brien, 1993). Este término sirve para definir la parte cinética de la viscosidad granular. Por último, el tercer término es la viscosidad friccional y, en el caso bajo estudio, se ha definido a partir de la fórmula realizada por Schaeffer (Schaeffer, 1987).

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{s,fr}$$

Ecuación 10: Tensor de tensiones de corte sólidas

- Otro parámetro importante es la presión de fricción, $\nabla P_{friction}$, el cual se emplea para definir el gradiente de presión en la fase granular, en este caso, la fase de arena. En el caso bajo estudio, este término se ha definido a partir de la teoría cinética (Ding & Gidaspow, 1990).
- Se ha definido también el límite de fracción volumétrica. Este parámetro especifica la fracción de volumen umbral, a partir de la cual, el régimen de fricción se vuelve dominante. El valor que se le ha dado a este parámetro es 0.61.
- Por último, el valor máximo de la fracción volumétrica de sedimento en el fluido se ha impuesto 0.63.

Se muestran a continuación las principales interacciones entre las dos fases que componen el modelo fluido:

- Se ha impuesto un valor de 0.5 para el coeficiente de masa virtual, C_{vm} . Este coeficiente se emplea para definir la fuerza de masa virtual, la cual se muestra en la *Ecuación 11*. Esta fuerza representa el efecto de la aceleración que la fase secundaria frente a la

primaria que provoca que, la inercia de la masa de la fase primaria encontrada por las partículas aceleradas ejerza una fuerza de masa virtual sobre las partículas (Drew & Lahey, 1993).

$$\vec{F}_{vm} = C_{vm} \alpha_f \rho_f \left(\frac{d_f \vec{v}_f}{dt} - \frac{d_s \vec{v}_s}{dt} \right)$$

Ecuación 11: Definición de la fuerza de masa virtual

- Se ha definido también, una resistencia para la interacción entre el fluido y el sedimento. Esta interacción se define a partir de la expresión de Syamlal-Obrien (Dalla Valle, 1948). Esta fórmula se basa en las propiedades del fluido y en la velocidad mínima de fluidización para ajustar sus parámetros. La velocidad mínima de fluidización es aquella a partir de la cual, el lecho se fluidiza; esta velocidad depende de las propiedades de las partículas que lo conforman (tamaño, densidad, forma...). Se muestra en la *Ecuación 12* la expresión para definir la resistencia. En esta ecuación, las constantes A y B se definen como $A = \alpha_f^{4.14}$ y $B = 0.8 \alpha_f^{1.28}$. Como se comentó previamente, en este modelo no se va a incluir la sustentación como interacción entre ambas fases.

$$C_D = \left(0.63 + \frac{4.8}{Re_s v_{r,s}} \right)^2$$

$$Re_s = \frac{\rho_f d_s |\vec{v}_s - \vec{v}_f|}{\mu_f}; v_{r,s} = 0.5 \left(A - 0.06 Re_s + \sqrt{(0.06 Re_s)^2 + 0.12 Re_s + (2B - A) + A^2} \right)$$

Ecuación 12: Definición del coeficiente de resistencia

- Se ha especificado el modelo de interacción turbulenta. Se ha empleado el modelo de Simonin et al. (Simonin & Viollet, 1990). Este modelo está disponible tanto para modelos turbulentos 'dispersos' como para modelos 'por fase'. En el caso bajo estudio, como se explicará más adelante, se ha empleado un modelo turbulento por fase, en el que las ecuaciones se calculan de ambas fases se calculan de manera independiente.
- Otro parámetro importante para los casos que se resuelven con el modelo multifásico euleriano es el área interfacial. El caso bajo estudio se ha resuelto con el modelo iasymmetric. Este modelo considera las fracciones de volumen de la fase primaria y de la secundaria para estimar el área interfacial.

Con todo lo anterior, ya están definidas ambas fases y todas las principales interacciones entre ambas. Se presentan a continuación las ecuaciones de continuidad para cada una de las fases. En la *Ecuación 13*, la P es la presión compartida por ambas fases; mientras que K_{sf} y K_{fs} son los coeficientes de intercambio de momento entre las fases.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) = 0$$

Ecuación 13: Ecuaciones de conservación de la masa

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + K_{sf} (\vec{v}_s - \vec{v}_f)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla p - \nabla P_s + \nabla \cdot \bar{\tau}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + K_{fs}(\vec{v}_f - \vec{v}_s)$$

Ecuación 14: Ecuaciones de conservación del momento

En la *Ecuación 14* aparecen los tensores de tensiones de ambas fases. Estos tensores se definen como se muestra en la *Ecuación 15*. Un parámetro importante que aparece en esta ecuación es la viscosidad del sedimento, μ_s , que se definió previamente en la *Ecuación 10* como $\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{s,fr}$. En esta ecuación aparecen tres términos los cuales aparecen definidos en la *Ecuación 16* y fueron introducidos en la definición de la fase secundaria. El término φ , que aparece en la definición de la viscosidad friccional, es el ángulo de fricción interna que, en el caso bajo estudio, se ha impuesto $\varphi = 30.00007^\circ$.

$$\bar{\tau}_f = \alpha_f \mu_f (\nabla \vec{v}_f + \nabla \vec{v}_f^T) + \alpha_f \left(\lambda_f - \frac{2}{3} \mu_f \right) \nabla \cdot \vec{v}_f \bar{I}$$

$$\bar{\tau}_s = \alpha_s \mu_s (\nabla \vec{v}_s + \nabla \vec{v}_s^T) + \alpha_s \left(\lambda_s - \frac{2}{3} \mu_s \right) \nabla \cdot \vec{v}_s \bar{I}$$

$$\lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{1/2}$$

Ecuación 15: Definición de tensores de tensiones

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} \alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{1/2}$$

$$\mu_{s,kin} = \frac{d_s \rho_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{6(3 - e_{ss})} \left[1 + \frac{2}{5} (1 + e_{ss})(3e_{ss} - 1) \alpha_s g_{0,ss} \right]$$

$$\mu_{s,fr} = \frac{p_{friction} \sin \varphi}{2\sqrt{I_{2D}}}$$

$$p_{friction} = \alpha_s \rho_s \Theta_s + 2\rho_s (1 + e_{ss}) \alpha_s^2 g_{0,ss} \Theta_s$$

Ecuación 16: Definición de las componentes de la viscosidad del sedimento

En la *Ecuación 16*, $g_{0,ss}$ es la función de distribución radial y representa la probabilidad de que una partícula entre en contacto con otra partícula. La fórmula que define dicho parámetro se muestra en la *Ecuación 17*. Como se definió previamente, la fracción volumétrica de sedimento máxima es $\alpha_{s,max} = 0.63$.

$$g_{0,ss} = \left[1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1}$$

Ecuación 17: Función de distribución radial

Al igual que se hizo en el primer método, se va a emplear el número de Courant para así intentar determinar cuál podría ser un intervalo de tiempo adecuado para la resolución del modelo. Se muestra en la *Ecuación 18* en cálculo del número de Courant en este segundo método. Los valores necesarios para ello son:

- El tamaño medio de cada celda en la dirección x (Δx): este valor se ha calculado a partir del tamaño del dominio en la dirección x , que son dos metros, y el número de divisiones en esa misma dirección que, en este caso, son 130.
- La velocidad de entrada al dominio fluido: en este caso 0.31 m/s .

$$\Delta t_{\text{máx}} = \frac{\Delta x}{u} \cong \frac{2}{130 \cdot 0.31} = 0.0496 \text{ s}$$

Ecuación 18: Aplicación de la condición de Courant al caso multifásico

Antes de estar en disposición de elegir el valor del intervalo de tiempo más adecuado para la resolución de este segundo modelo, es necesario introducir un nuevo parámetro al análisis, el número de Stokes (Brennen, 2005). La función de este número es medir la importancia relativa de la inercia frente a la resistencia aerodinámica. Antes de calcular este valor aplicado al caso bajo estudio, se van a mostrar las principales ecuaciones que rigen su cálculo.

La *Ecuación 19* muestra la fórmula que permite el cálculo del número de Stokes. Este parámetro se calcula como el tiempo de relajación (t_p) entre el tiempo de residencia (t_r). En estas ecuaciones aparecen dos parámetros los cuales han de ser definidos: en primer lugar β que es la relación entre las densidades del sedimento y del fluido, en el caso bajo estudio $\beta = \rho_s/\rho_f = 2650/998.2 = 2.655$; por otro lado, el parámetro k_T se define como $k_T = 1 + 0.15Re_T^{2/3}$, y esta expresión es válida para valores de Reynolds cercanos a la unidad. Este parámetro se emplea para corregir la desviación de la ley de Stokes para valores finitos del número de Reynolds. En esta expresión, el número de Reynolds se calcula como $Re_T = \frac{V_T d_p}{\nu}$, donde V_T es la velocidad terminal que se define como $V_T = t_p g$.

$$St = t_p/t_r$$

$$t_p = \frac{\beta - 1}{k_T} \frac{d_p^2}{18\nu} \quad t_r = \frac{L}{U}$$

Ecuación 19: Cálculo del número de Stokes

Teniendo en cuenta lo mostrado en las ecuaciones anteriores, es necesario realizar un proceso iterativo para calcular t_p y por lo tanto el número de Stokes. Los parámetros necesarios para el cálculo del número de Stokes son los siguientes:

- Las densidades de ambas fases para el cálculo de β , en este caso $\rho_f = 998.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ para la fase de agua, y $\rho_s = 2650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ para la fase de arena.
- El diámetro medio de las partículas de arena $d_p = 0.00036 \text{ m}$.
- La aceleración de la gravedad $\vec{g} = 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
- El valor de la viscosidad cinemática que se emplea es el de la fase de agua $\nu = 0.001003 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$.
- El valor de la longitud característica que se ha empleado es igual al diámetro de la tubería, es decir, $L = D = 0.1 \text{ m}$.
- Por último, la velocidad característica que se ha utilizado es la velocidad de entrada al dominio fluido, en este caso, $U = 0.31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Con todo lo anterior, se está en disposición de realizar el proceso iterativo para calcular el número de Stokes. Este proceso iterativo se ha realizado mediante su implementación en el software matemático MATLAB. Este proceso se muestra en el **Anexo C**.

Una vez realizado el proceso iterativo, se obtiene un número de Stokes de $St = 0.0175$. Por otro lado, el número de Reynolds que se obtiene es de $Re_T = 19.849$, que está cercano a la unidad, por lo que el cálculo de k_T es correcto.

Teniendo en cuenta el valor obtenido, es decir, un valor bajo del número de Stokes ($Re \ll 1$), indica que los términos de inercia y gravitatorios son menos importantes en relación al término de fricción, de esta manera la velocidad de la partícula se va aproximando a la del fluido. El número de Stokes mide la relación de parada de una partícula frente a la dimensión característica del obstáculo, en este caso, el diámetro del cilindro. Por lo tanto, este bajo número de Stokes indica que las partículas siguen las líneas de corriente del fluido, es decir, no continúan en una línea recta impactando con el obstáculo mientras el fluido evita lo evita, que es lo que ocurriría si el valor del número de Stokes fuera bastante mayor que la unidad ($Re \gg 1$).

La consecuencia de este bajo valor del número de Stokes en el caso bajo estudio es que seguramente es necesario emplear un valor más bajo para el paso de tiempo que el obtenido a partir del número de Courant. Se ha elegido teniendo en cuenta todo lo anterior un valor del intervalo de tiempo de $\Delta t = 0.001$ s. Este valor es cincuenta veces menor que el obtenido a partir del número de Courant.

2.2.3 Resultados

Una vez presentadas la geometría del modelo y las ecuaciones que rigen su comportamiento, se está en disposición de obtener los resultados necesarios para la validación de este segundo modelo realizado en ANSYS. El artículo de Zhao y Fernando en el que se basa este método realiza una simulación de trescientos minutos. Para evitar la gran cantidad de tiempo que sería necesario para llevar a cabo esta simulación, se va a emplear la siguiente fórmula, *Ecuación 20*, para la predicción de la socavación, y para así evitar tener que ejecutar los trescientos minutos de la simulación.

$$F = F_{eq}[1 - e^{-t/T}] = 0.06[1 - e^{-t/15}]$$

Ecuación 20: Función de predicción de la socavación

Los parámetros empleados para el cálculo de esta función se han obtenido a partir de los resultados presentados en artículo de Zhao y Fernando (Zhao & Fernando, 2007). Los parámetros necesarios para su cálculo son los siguientes:

- F_{eq} : que es el valor de equilibrio máximo de la profundidad de la socavación, que en el artículo es aproximadamente $F_{eq} = 0.06$ m.
- T : que es el 63% del valor del tiempo para el cual se obtiene el equilibrio comentado en el punto anterior. El valor del tiempo de equilibrio es de aproximadamente 25 minutos, por lo que se va a emplear $T = 15$ min.

Se muestra en la *Figura 19* una gráfica en la que se puede observar el proceso de determinación de cuál debería ser el tiempo total de ejecución:

- Si se quiere obtener un 63% del valor de equilibrio, el tiempo debería ser aproximadamente 17 minutos.
- Si se quiere obtener un 90% del valor de equilibrio, el tiempo debería ser aproximadamente 37 minutos.
- Si se quiere obtener un 95% del valor de equilibrio, el tiempo debería ser aproximadamente 48 minutos.
- Si se quiere obtener un 99% del valor de equilibrio, el tiempo debería ser aproximadamente 67 minutos.

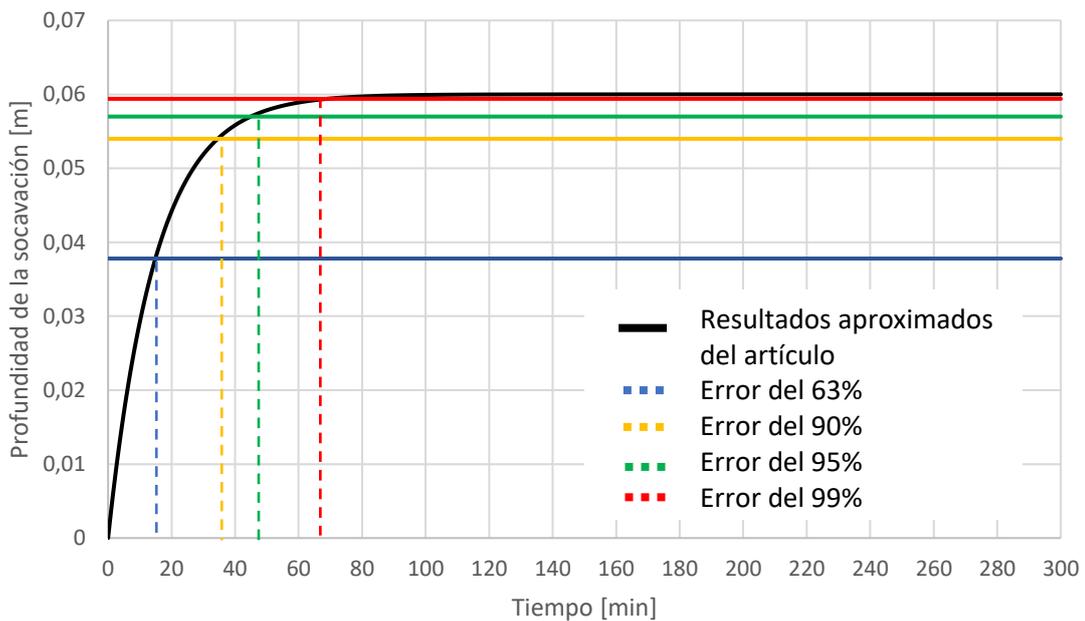


Figura 19: Predicción de la socavación

Teniendo en cuenta lo anterior, la simulación durará 50 minutos para así tener una buena aproximación del valor de equilibrio de la socavación en el artículo de Zhao y Fernando. Por lo tanto, teniendo en cuenta que la simulación durará 50 minutos y que el paso de tiempo empleado es de $\Delta t = 0.001$ s, son necesarias tres millones de iteraciones para poder analizar el problema.

Antes de ejecutar el problema que se ha descrito en la sección anterior, se ejecutó el problema suponiendo que sólo existe agua en el dominio y que la interfase entre la fase del agua y la fase en la que debería haber arena es una pared. El propósito de este proceso es tener un campo fluido totalmente desarrollado en términos de velocidad y turbulencia antes de añadir la fase de arena. Para ello se ejecutan veinte segundos de tiempo real con un paso de tiempo de $\Delta t = 0.1$ s. Estos veinte segundos son aproximadamente tres veces el tiempo que tarda el fluido en atravesar el dominio $t = 3 \frac{L_x}{u_x} = 3 \frac{2 \text{ m}}{0.31 \text{ m/s}} \cong 20 \text{ seg}$. Se muestra en la *Figura 20* el campo de velocidades tras estos veinte segundos.

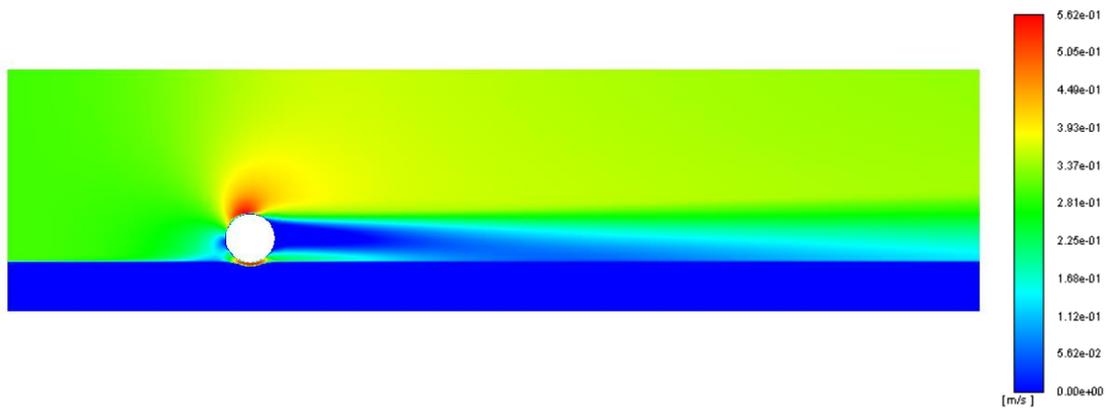


Figura 20: Campo de velocidades inicial

Una vez realizada esta primera parte de la resolución, se está en disposición de realizar el principal análisis en el cual se centra este segundo método. Como se muestra a continuación, los resultados obtenidos no son nada buenos.

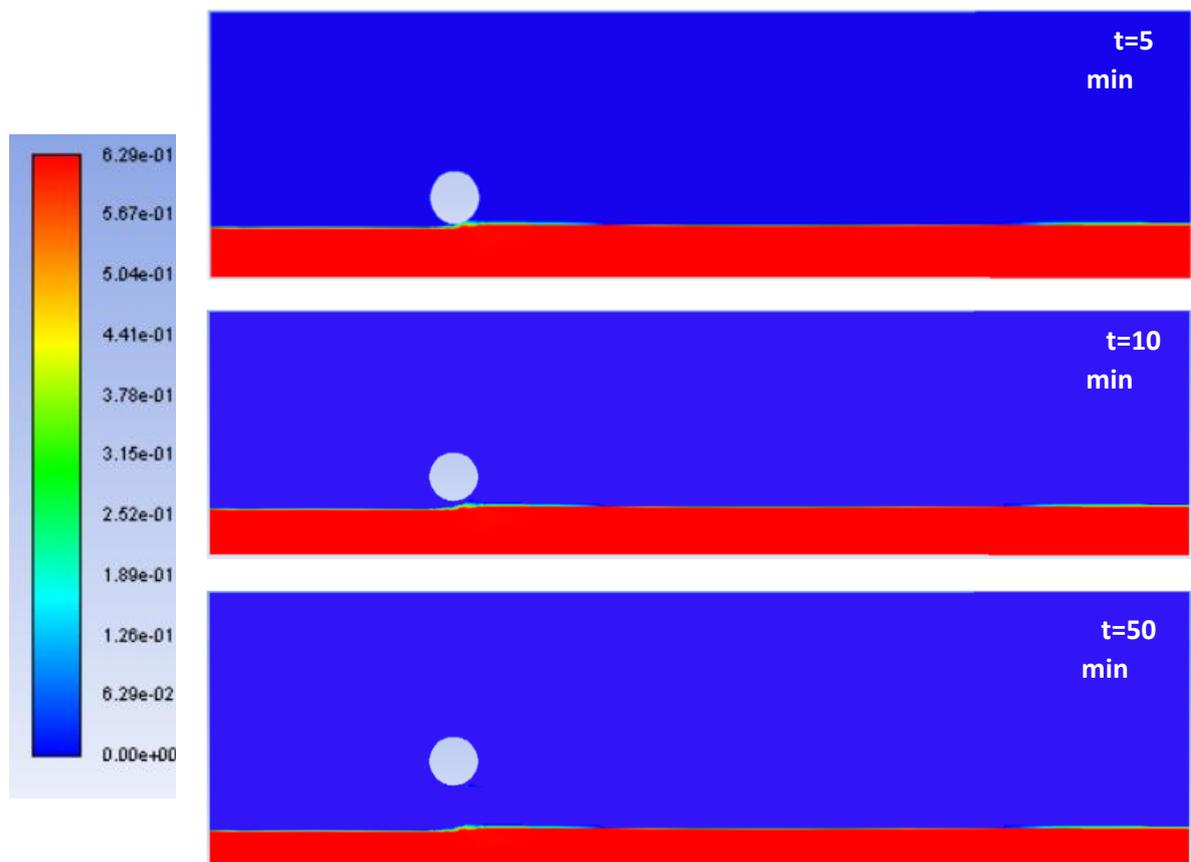


Figura 21: Evolución de la fracción volumétrica de arena en función del tiempo

Se muestra en la *Figura 21* la evolución de la fracción volumétrica de arena en el dominio fluido. El color rojo indica una concentración 0.63 es decir, que es la fase de arena; mientras que el color azul indica una concentración de arena nula y por lo tanto que la fase es agua. Como se puede observar, los resultados no tienen sentido físico ya que, aunque en un principio parece que la socavación comienza a simularse de una forma aparentemente correcta, llega un

momento en el que la fase de arena comienza a desaparecer lo cual, teniendo en cuenta las condiciones impuestas en el dominio, no debería suceder.

Para intentar solucionar este problema, se han intentado emplear otros modelos para simular tanto las interacciones entre ambas fases, como para definir la fase de sedimento. Se ha intentado, por ejemplo, emplear las funciones de Gidaspow (Gidaspow, Bezburuah, & Ding, 1992) para definir tanto las tensiones de corte sólidas como el modelo de resistencia entre las fases de agua y arena en vez de las funciones de Syamlal-Obrien empleadas en la obtención de los resultados presentados anteriormente. Los resultados obtenidos tras este cambio son muy similares a los obtenidos con Syamlal-Obrien y por lo tanto siguen siendo erróneos. Se ha decidido dejar este método y la corrección de sus errores para estudios posteriores.

2.3 COMPARACIÓN DE LOS MODELOS

En esta sección se van a comparar los resultados obtenidos con ambos modelos, y se explicará que modelo se ha elegido para continuar realizando análisis de socavación. Debido a que el modelo multifásico no ha obtenido unos resultados con sentido físico, es evidente que se va a optar por continuar los análisis con un modelo monofásico. Pero es interesante comentar los aspectos que han llevado a esta decisión, así como las mejoras que se pueden realizar en el modelo monofásico para obtener unos mejores resultados.

En primer lugar, se ha decidido optar por el modelo monofásico no sólo porque el modelo multifásico obtenga unos resultados sin sentido físico (ya que este problema seguramente se pudiera solucionar) sino por el tiempo de ejecución de ambos métodos:

- El modelo monofásico emplea un paso de tiempo de $\Delta t = 0.03 \text{ seg}$ y necesita alrededor de dos minutos para comenzar a llegar a un valor de la socavación prácticamente constante, es decir, unas 4000 iteraciones. En tiempo real supondría alrededor de 3 o 4 horas de ejecución en un equipo con Intel Core i7-7700HQ con un procesador de 16.0 GB de RAM.
- El modelo multifásico emplea un paso de tiempo mucho más pequeño ($\Delta t = 0.001 \text{ seg}$) y necesita simular al menos 50 minutos. Como se comentó anteriormente esto supone 3 millones de iteraciones que, además de ser un número tres órdenes de magnitud superior al del primer modelo, es más lento ya que Fluent tarda más en analizar un caso multifásico que un monofásico. Con todo lo anterior, se tiene que el tiempo de ejecución de este modelo en el mismo equipo que el primero, necesitaría de varios meses para terminar su cálculo. Como es de esperar, los resultados mostrados en la sección anterior se obtuvieron realizando el análisis en un equipo con unas prestaciones muy superiores, aún así el modelo tardó más de una semana en simularse.

Esta evidente diferencia en el tiempo de simulación de ambos modelos fue el motivo principal que llevó a elegir el modelo monofásico y no intentar resolver los problemas que el modelo multifásico tiene.

Por otro lado, aunque el modelo monofásico haya sido el elegido para continuar con los análisis tiene un gran problema, que no tiene en cuenta el transporte y la deposición de los sedimentos y, por lo tanto, no simula el montículo que se forma aguas abajo de la tubería. Por lo tanto, aunque se haya elegido el modelo monofásico se van a añadir las ecuaciones necesarias para que simule correctamente tanto el transporte como la deposición de los sedimentos.

3. MODELO DEFINITIVO

En esta sección se va a desarrollar el modelo definitivo que como se comentó anteriormente se basa al igual que el primer modelo presentado, en el uso de una malla dinámica. Además, se va a emplear un modelo monofásico en el que el único elemento es agua. Para mejorar los resultados obtenidos con el primer modelo, se van a añadir ecuaciones para simular el transporte, la deposición y el arrastre de los sedimentos para simular tanto la aparición de la socavación como la formación del montículo aguas abajo del obstáculo.

Este último modelo, a diferencia de lo que se hizo en los dos casos anteriores, se va a realizar un modelo tridimensional para poder simular mejor el arrastre, la deposición y el transporte de los sedimentos.

3.1 ECUACIONES DEL MODELO

Este modelo se basa en el uso de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por el número de Reynolds (RANS) similares a las empleadas en el modelo multifásico. Antes de presentar las ecuaciones es importante indicar el sentido de los ejes en referencia al dominio:

- El *eje x*: va en la dirección del fluido.
- El *eje z*: va en la perpendicular al plano que incluye el fondo del dominio.
- El *eje y*: completando un sistema dextrógiro.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho(s-1)cg_j$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho c(u_j - w_j)) = \frac{\partial J_{c,j}}{\partial x_j}$$

Ecuación 21: Ecuaciones de transporte

En la *Ecuación 21* aparecen varios parámetros que necesitan ser definidos antes de continuar con el desarrollo del modelo:

- La velocidad de sedimentación: w_j cuyas componentes son nulas excepto aquella componente en la dirección perpendicular al plano que contiene el fondo del dominio que en este caso será, como se muestra más adelante, el eje z. Por lo tanto, la velocidad de sedimentación en la dirección del eje z se define como se muestra en la *Ecuación 22*. En dicha ecuación el parámetro D^* es el diámetro medio del sedimento adimensional y se definió en la *Ecuación 3*.

$$w_s = \frac{10\nu}{D_{50}} \left[(1 + 0.01D^{*3})^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

Ecuación 22: Definición de la velocidad de sedimentación

- Tensión de cizalladura turbulenta de Reynolds: τ_{ij} cuya definición se muestra en la *Ecuación 23*, en esta ecuación aparece el término de viscosidad turbulenta que se define del mismo modo que en la *Ecuación 6*.

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k$$

Ecuación 23: Definición de la tensión de cizalladura turbulenta de Reynolds

- Flujo escalar turbulento de Reynolds: $J_{c,j}$ cuya definición de muestra en la *Ecuación 24*.

$$J_{c,j} = -\rho \overline{c' u'_j} = \frac{\mu_T}{\sigma_T} \frac{\partial c}{\partial x_j} \quad \text{Donde } \sigma_T = 1$$

Ecuación 24: Definición del flujo escalar turbulento de Reynolds

El método de cierre turbulento que se va a emplear en la resolución del método es el k-ε estándar (Launder & Spalding, 1972).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) &= \frac{\partial J_{k,j}}{\partial x_j} + P + G - \rho \varepsilon \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) &= \frac{\partial J_{\varepsilon,j}}{\partial x_j} + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon,1} P + C_{\varepsilon,3} G - C_{\varepsilon,1} \rho \varepsilon) \end{aligned}$$

Ecuación 25: Ecuaciones del método k-ε estándar

Los términos P y G de la *Ecuación 25* son las dos partes de la energía cinética turbulenta. El primer término es la producción media debida a la tensión $P = 2\mu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2$ y el segundo es la debida a la flotabilidad $G = -\left(\frac{\rho_{sand}}{\rho_{water}} - 1 \right) J_{c,j} g_j = -(s-1) J_{c,j} g_j$. Por otro lado, la

constante de producción de energía cinética turbulenta debida a la flotabilidad es $C_{\varepsilon,3} = \tanh\left(\sqrt{\frac{w^2}{u^2+v^2}}\right)$.

Una vez presentadas las principales ecuaciones que rigen el comportamiento del modelo, se va a presentar a continuación la ecuación que define la formación de la socavación, la cual sustituye a la *Ecuación 2* en el primer modelo monofásico, en el que simplemente se definía una velocidad vertical descendente del fondo del dominio a partir de una tensión crítica. En este caso, los movimientos de las partículas se basan en tres procesos (Reid, Bathurst, Carling, Walling, & Webb, 1997):

- Transporte de sedimentos (q_j): este primer término es el debido al movimiento de los sedimentos. Se define, al igual que el primer modelo, a partir de una tensión crítica basada en el parámetro de Shields. Se define en la *Ecuación 26* el término que mide el transporte de sedimentos, en esta ecuación C es una constante del modelo cuyo valor es $C=1.5$. En dicha ecuación el parámetro θ es el parámetro de Shields que fue definido en la *Ecuación 1* (Shields, 1936); mientras que θ_{cr} es el parámetro de Shields crítico y se define en la *Ecuación 27*.

$$q_j = q_0 \frac{\tau_j}{|\tau|} - C q_0 \frac{\partial h}{\partial x_j}$$

$$q_0 = 12 \sqrt{g(s-1)D_{50}^3 \theta (\theta - \theta_{cr})} \quad \text{si } \theta > \theta_{cr}$$

Ecuación 26: Definición del término del transporte de sedimentos

$$\theta_{cr} = \theta_{cr,0} \frac{\sin(\alpha + \phi)}{\sin(\phi)}$$

Ecuación 27: Parámetro de Shields crítico

- Deposición (D): este término simula el proceso de deposición de las partículas de sedimento transportadas que se produce en el proceso de socavación. Este proceso se modela como $D = w_s c_0$, donde c_0 es la concentración de sedimentos cerca del fondo y se define como se muestra en la *Ecuación 28* (Whitehouse, 1998).

$$c_0 = \begin{cases} 0.3 & \text{si } \theta > 0.75 \\ 0.3 \frac{\theta - 0.25}{0.75 - 0.25} & \text{si } 0.25 < \theta < 0.75 \\ 0 & \text{si } \theta < 0.25 \end{cases}$$

Ecuación 28: Definición de la concentración de sedimentos cerca del fondo

- Arrastre (E): el último parámetro se muestra en la *Ecuación 29* y es el que hace referencia a aquellas partículas del sedimento que se mueven debido al arrastre. El término $J_{c,3}$ hace referencia a la tercera componente del vector del flujo escalar turbulento de Reynolds.

$$E = \frac{J_{c,3}}{\rho}$$

Ecuación 29: Definición del arrastre de sedimentos

Teniendo en cuenta esto tres términos, la ecuación que modela la formación de la socavación es la que se muestra en la *Ecuación 30*. En esta ecuación aparecen los tres términos presentados anteriormente.

$$V = \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{1 - \gamma} \left[\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + D - E \right]$$

Ecuación 30: Velocidad de desarrollo de la socavación

Por último, se van a definir las condiciones de contorno que son necesarias imponer a la entrada del dominio fluido. A diferencia de los modelos anteriores no solo es necesario definir el perfil de velocidades a la entrada del dominio, también es necesario definir los perfiles de la energía cinética turbulenta y la escala de longitud de la turbulencia que ayudan a definir el modelo turbulento que en este caso será el modelo k-ε turbulento.

En primer lugar, se va a mostrar el perfil de velocidades a la entrada del dominio. En la *Ecuación 31* de muestra la definición de dicho perfil de velocidad donde aparece un parámetro el cual es necesario explicar antes de continuar con la explicación del modelo, la rugosidad del fondo del dominio fluido (z_0), este término se define como $z_0 = \frac{k_s}{30}$, donde k_s es la altura de la rugosidad, la cual se define como $k_s = 2.5D_{50}$. Por otro lado, u_0 es la velocidad del fluido sin perturbar.

$$u(z) = \min \left[\frac{u^*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), u_0 \right]$$

$$u^* = \frac{\kappa u_0}{\ln \left(\frac{\delta}{z_0} \right)}$$

Ecuación 31: Definición del perfil de velocidades

En cuanto al perfil de la energía cinética a la entrada del dominio fluido, se muestra en la *Ecuación 32* la definición de dicho perfil. En dicha ecuación T es el nivel de turbulencia del flujo libre.

$$k(z) = \max \left[C_\mu^{-1/2} \left(1 - \frac{z}{\delta} \right)^2 u^{*2}, 1.5(Tu_0)^2 \right]$$

Ecuación 32: Definición del perfil de la energía cinética

Por último, se muestra en la *Ecuación 33* la definición del perfil de la escala de longitud de la turbulencia. En esta ecuación la constante C_μ tiene el siguiente valor $C_\mu = 0.09$.

$$l(z) = \max \left[\kappa z \left(1 + 1.5 \frac{z}{\delta} \right)^{-1}, C_\mu \delta \right]$$

Ecuación 33: Definición del perfil de la escala de longitud

Para definir la tasa de disipación de la turbulencia (ε), se emplea la definición que muestra en la *Ecuación 34*.

$$\varepsilon(z) = C_\mu^{3/4} \frac{k(z)}{l(z)}$$

Ecuación 34: Definición de la tasa de disipación de la turbulencia

Se tienen, por lo tanto, todas las ecuaciones necesarias para la resolución de este tercer modelo. Una vez mostradas dichas ecuaciones el siguiente paso es aplicarlas a distintos casos con distintas geometrías tridimensionales para analizar el desarrollo de la socavación en dichas situaciones.

3.2 APLICACIÓN DEL MODELO

El primer caso que se va a analizar con este modelo tridimensional basado en el empleo de una malla dinámica es un campo fluido tridimensional en el que se encuentra un cilindro dispuesto verticalmente. Esta geometría puede simular un pilar (cilíndrico) de un puente que se encuentra situado en el cauce de un río, por lo que los resultados obtenidos serán muy interesantes desde el punto de vista del análisis de la estabilidad de los puentes y estructuras similares dispuestas en el cauce de un río, así como el estudio de la generación de la socavación en este tipo de estructuras que puede generar como se ha comentado previamente consecuencias catastróficas.



Figura 22: Ejemplo puente

En primer lugar, se va a definir la geometría del problema, así como las características de físicas del caso. Como se ha comentado previamente, el primer problema tridimensional que se va a analizar con este tercer modelo consiste en un prisma rectangular en cuyo lecho se encuentra un cilindro dispuesto verticalmente cuyo diámetro es $D = 0.2 \text{ m}$. El dominio fluido, que se puede ver en la *Figura 23*, está compuesto por agua y sus dimensiones son de 4×2 metros en el fondo y de 0.5 metros de altura. Por otro lado, el centro del cilindro está situado a dos metros de la entrada del dominio, estando la salida del mismo, a cuatro metros del centro del cilindro; en cuanto a la dirección transversal al movimiento del fluido, el cilindro está situado justo en la mitad del mismo, es decir, a un metro tanto del lado derecho como del lado izquierdo. De forma análoga al primer modelo analizado, la zona del fondo del dominio simulará la interfase entre las fases de agua y arena. En cuanto a la altura del cilindro,

es también 0.5 metros, por lo tanto, el cilindro ocupa verticalmente toda la altura del dominio fluido, por lo que es equivalente a tener un cilindro infinito.

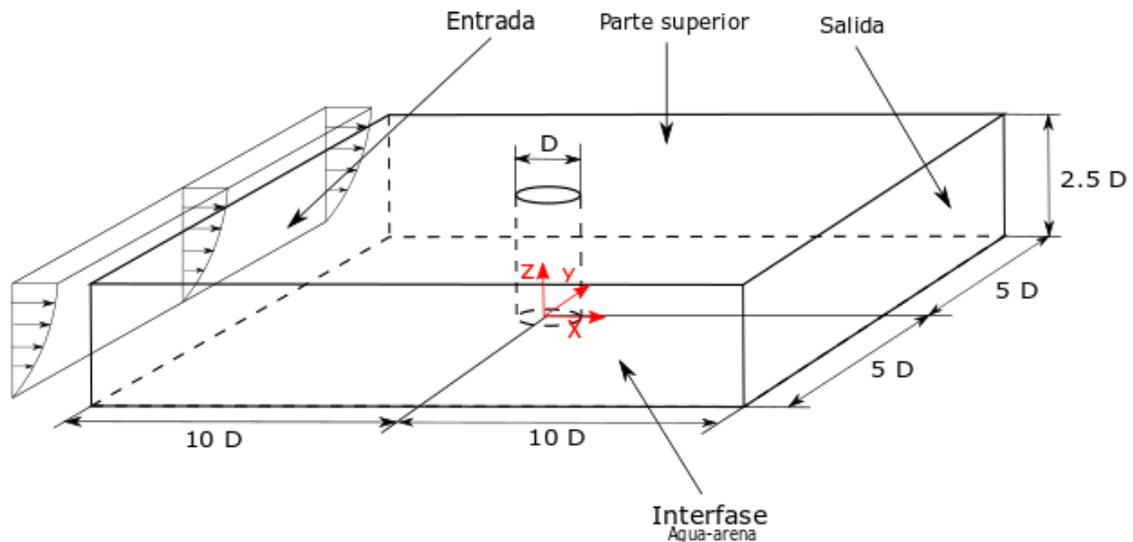


Figura 23: Esquema problema tridimensional del cilindro vertical

Las condiciones de contorno aplicadas al dominio anterior son las siguientes:

- En la *entrada*: es necesario introducir tres condiciones:
 - En primer lugar, al igual que se hizo en los dos casos anteriores, se introduce el perfil de velocidades a la entrada del dominio que fue definido en la *Ecuación 31*. Esto se realiza mediante el empleo de una UDF análoga a la empleada en los casos anteriores.
 - También es necesario incluir el perfil de la energía cinética a la entrada del dominio definido en la *Ecuación 32*. Esto se realiza de nuevo empleando una UDF.
 - Por último, se introduce también con una UDF la tasa de disipación de la turbulencia definida en la *Ecuación 34*.

*Estas condiciones se han introducido empleando la UDF mostrada en el **Anexo D**.

- En la *salida*: se ha empleado la condición de presión de salida.
- En la *parte superior*: se ha impuesto la condición de simetría.
- En el *lateral derecho*: se ha impuesto la condición de simetría.
- En el *lateral izquierdo*: se ha impuesto la condición de simetría.
- En el *fondo*: se ha impuesto la condición de pared, hay que recordar que es en esta zona en la cual se impondrá como se explica más adelante una UDF que define el movimiento vertical de la misma con el propósito de simular la socavación. Además, se ha definido un valor para la altura de la zona rugosa como $k_s = 2.5D_{50} = 0.000625 \text{ m}$, junto con un valor de la constante de la rugosidad de 0.5, que es el que emplea Fluent por defecto. Por otro lado, se ha introducido mediante una UDS y una UDF el parámetro c_0 que define la concentración de sedimentos cerca del fondo, el cual se define en la *Ecuación 28*.
- En el *cilindro*: se ha impuesto la condición de pared.

Una vez mostrada la geometría del dominio fluido, se van a presentar las principales características físicas del problema en la *Tabla 1*.

Parámetro	Notación	Valor
Ángulo de reposo del sedimento	ϕ	23°
Constante para el cálculo de la velocidad	κ	0.41
Densidad del fluido	ρ_f	998.2 kg/m^3
Densidad del sedimento	ρ_s	2650 kg/m^3
Diámetro medio de la arena	D_{50}	0.00025 m
Espesor aproximado de la capa límite	δ	0.5 m
Nivel de turbulencia del flujo libre	T_0	2 %
Porosidad	γ	0.4
Velocidad del flujo libre	u_0	0.5 m/s

Tabla 1: Principales parámetros del problema tridimensional del cilindro vertical

Introduciendo los parámetros de la *Tabla 1* a las ecuaciones que rigen este modelo, se está en disposición de resolver este problema. Antes de explicar el proceso resolutivo y analizar los resultados obtenidos, se va a mostrar a continuación el mallado realizado.

Para reducir el número de celdas que se tiene en el mallado y por consiguiente conseguir reducir el tiempo de ejecución del modelo en Fluent y teniendo en cuenta la simetría que tiene el dominio fluido respecto al plano xz, solo se van a calcular los resultados para la mitad del dominio presentado anteriormente. Se muestran en las *Figuras 24, 25 y 26* distintas imágenes para explicar cómo se ha realizado el mallado:

- En la *Figura 24* se puede ver el mallado en el plano XZ. En el mallado de este plano se han impuesto 15 divisiones en la dirección del eje z, y 36 divisiones en la dirección del eje x. Como se puede ver, el tamaño de las divisiones en la dirección del eje z va disminuyendo según se acerca al fondo del dominio. Esto es debido a que es necesario un mallado más refinado en la zona cercana al fondo del dominio fluido, con la intención de obtener una mejor simulación de la socavación, la cual es el propósito de este análisis.

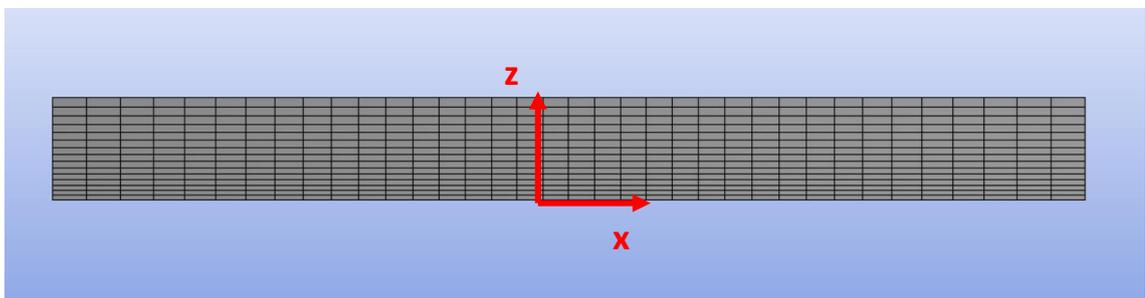


Figura 24: Mallado plano XZ

- En la *Figura 25* se muestra el mallado visto desde el plano XY. El número de divisiones impuesto en la dirección del eje y es de 10. Por otro lado, se ha realizado un *inflation* en la zona cercana al cilindro. El propósito de esta operación es poder tener una un mallado más refinado en la zona cercana al obstáculo ya que es en esta parte donde se necesita unos resultados más refinados para poder simular

correctamente los procesos de socavación que se producen tanto aguas arriba como aguas abajo del obstáculo que se está analizando.

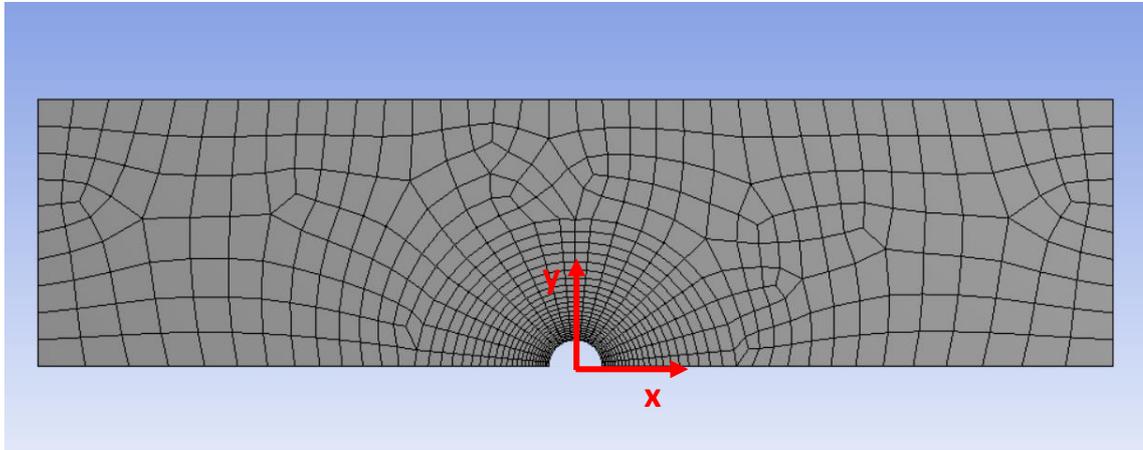


Figura 25: Mallado plano XY

- Por último, se muestra en la *Figura 26* una visión general del mallado empleado para el cálculo de este problema. Teniendo en cuenta todo lo comentado anteriormente, se tiene un total de 11205 elementos que conforman el mallado. Este número de elementos sería el doble si se hubiera decidido simular el modelo completo. En este mallado puede parecer que los elementos más alejados del cilindro son demasiado grandes pero esa zona está lo suficiente alejada del obstáculo como para que los resultados sean correctos.

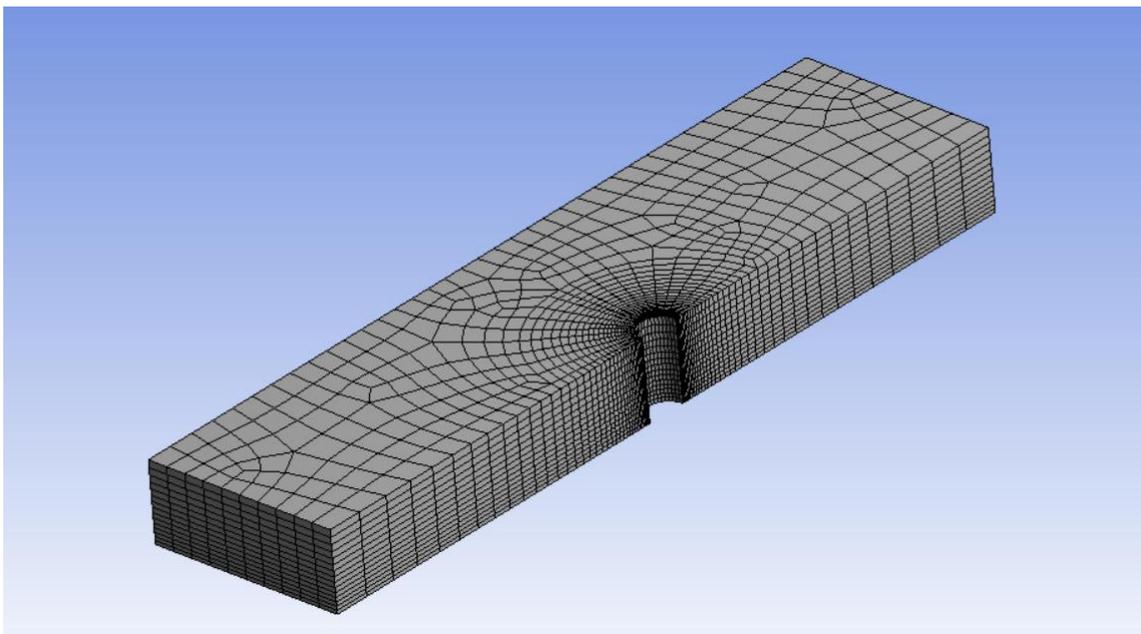


Figura 26: Mallado XYZ

Teniendo en cuenta el mallado que se acaba de mostrar, y las ecuaciones que rigen el modelo presentadas anteriormente, el siguiente paso es llevar toda esta información a Fluent para resolver el problema con este tercer método. Los principales pasos que hay que realizar en Fluent antes de estar en disposición de obtener los resultados son los siguientes:

- La selección del modelo viscoso para la resolución del problema. En este caso, como ya se ha comentado ha sido el modelo $k-\epsilon$, concretamente el *Realizable* (Shih, Liou, Shabbir, Yang, & Zhu, 1995).
- Es necesario definir los materiales que se van a emplear en el modelo. En este caso, al ser un modelo monofásico, sólo se emplea agua. Por otro lado, es necesario definir la difusividad del agua. Para definir la difusividad es necesario emplear una UDS. Su cálculo de muestra en el **Anexo D**.
- Para definir correctamente las '*cell zone conditions*' es necesario introducir cuatro términos fuente que son:
 - El momento en torno al eje Z.
 - La energía turbulenta cinética turbulenta.
 - La tasa de disipación viscosa.
 - La UDS empleada para el cálculo de la difusividad.

*El cálculo de estos términos fuente se muestra en el **Anexo D**.

- También se imponen las condiciones de contorno definidas anteriormente para cada una de las superficies que forman el dominio.
- Definir la malla dinámica que se va a emplear para la resolución del problema. Se ha empleado el método *smoothing* para resolver el mallado. Dependiendo de la superficie del dominio, se emplea un tipo diferente de mallado dinámico:
 - En la *parte superior*: se emplea la condición *stationary* ya que esa superficie debe quedarse fija durante la resolución del problema.
 - En la *entrada*, la *salida*, la *parte izquierda*, la *parte derecha* y el *cilindro*: se emplea el mallado dinámico tipo *deforming*, ya que estas cinco superficies se deformarán al ir modificándose el fondo del dominio al aparecer el proceso de socavación.
 - Por último, en el *fondo* del dominio se emplea la UDF que se ha creado para simular la formación de la socavación. Este proceso de socavación se define a partir de la *Ecuación 30* definida previamente. La UDF empleada es la mostrada en el **Anexo D**.

Es importante comentar que la UDF empleada para la resolución de este modelo (mostrada en el **Anexo D**) emplea 20 UDM y 4 UDS para poder definir los diferentes parámetros necesarios para la resolución del problema; además, se emplean dos DEFINE_ADJUST, los cuales se emplean para definir o modificar variables de Fluent, y un DEFINE_EXECUTE_AT_END que se emplea para calcular la velocidad vertical del fondo al final de cada iteración y a partir del mismo poder definir el desplazamiento vertical del fondo del dominio para poder actualizar la malla dinámica.

Antes de ejecutar el modelo es necesario especificar en Fluent el número de UDM y UDS que se van a emplear (en este caso 20 y 4 respectivamente), así como especificar que se van a emplear dos funciones DEFINE_ADJUST y una función DEFINE_EXECUTE_AT_END.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, ya sólo queda un paso para poder ejecutar el modelo y obtener los resultados. Este paso consiste en definir el paso de tiempo que se va a emplear para la resolución del modelo. La definición de este parámetro ha sido una de las principales dificultades a la hora de obtener unos buenos resultados con este modelo ya que son muy sensibles a este parámetro.

Antes de explicar cómo se ha determinado el valor correcto del paso de tiempo, es necesario calcular un parámetro muy importante para poder obtener dicho valor. Este parámetro es el área mínima de todas las caras de todos los elementos que forman el mallado mostrado previamente. Se muestra en las *Figuras 27 y 28* la posición del área mínima del mallado. Como era de esperar, este situada en la zona cercana al cilindro ya que es en esa zona donde se necesita una mallado más refinado para poder simular mejor la socavación que se produce en el dominio. Las dimensiones de la cara con área mínima son 0.0045×0.0031 m, por lo que se tiene un área mínima de $A_{\min} = 0.0001395 \text{ m}^2$. Una vez se tiene este parámetro, se está en disposición de calcular cual sería el paso de tiempo óptimo para ejecutar el modelo sin que los resultados diverjan.

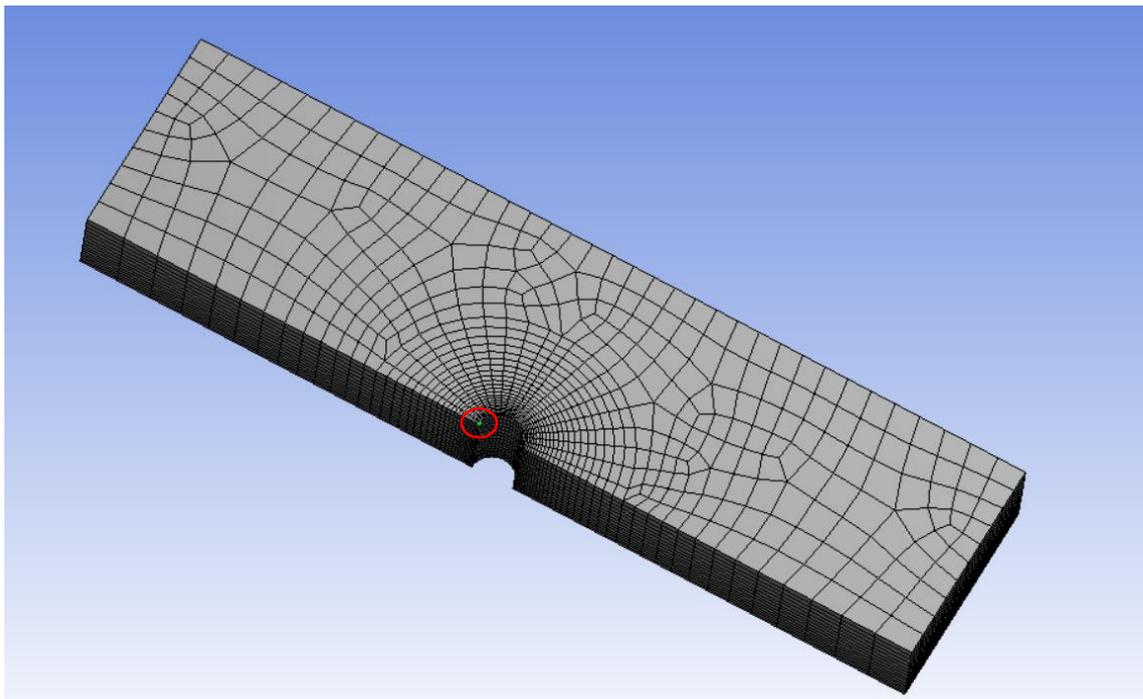


Figura 27: Área mínima del mallado

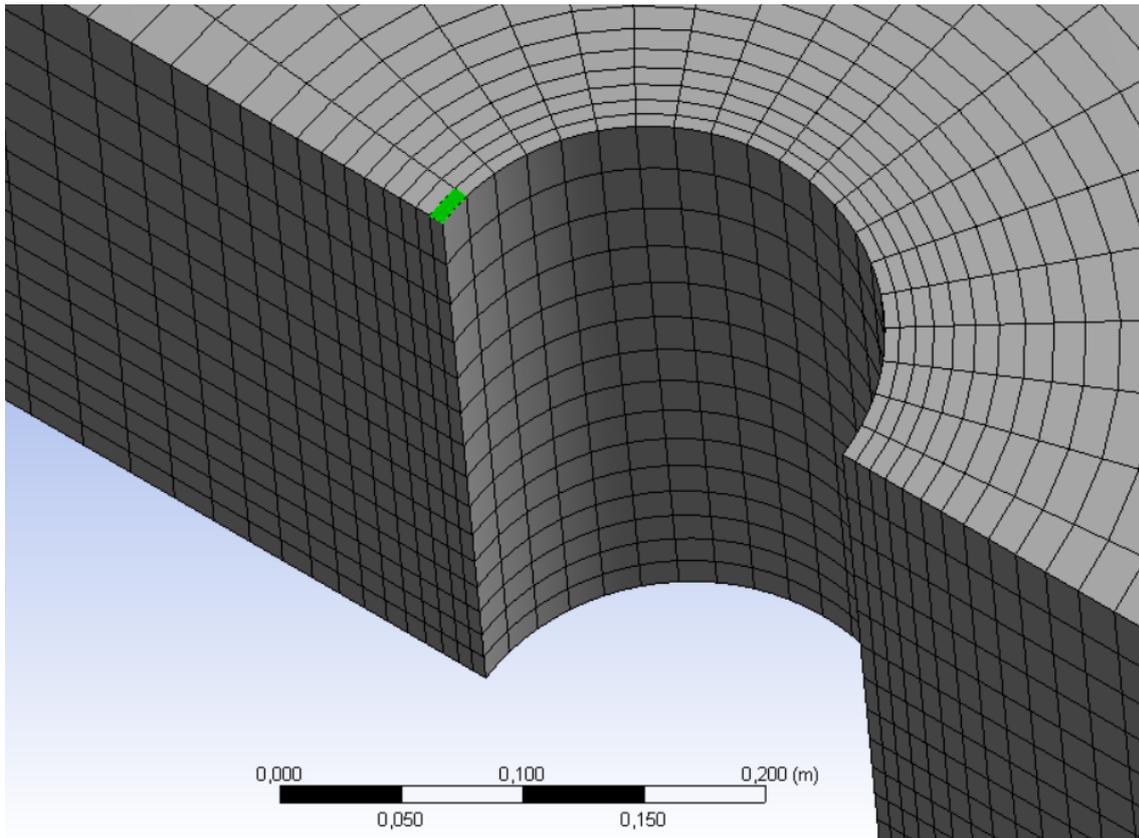


Figura 28: Detalle del área mínima del mallado

En primer lugar, se intentó calcular el paso de tiempo a partir del número de Courant (Courant, Friedrichs, & Lewy, 1967 [1928]) pero en este caso, teniendo en cuenta que el dominio es tridimensional es necesario hace algún cambio a la *Ecuación 9* presentada en el primer modelo. Dicho cálculo es el que se muestra en la *Ecuación 35*.

$$\Delta t_{m\acute{a}x} = \frac{\sqrt{A_{m\acute{i}n}}}{u} = \frac{\sqrt{0.0002356}}{0.5} = 0.0307 \text{ s}$$

Ecuación 35: Cálculo del tiempo de paso a partir del número de Courant para el caso tridimensional

Teniendo en cuenta este resultado, se ejecutó el modelo con un paso de tiempo $\Delta t = 0.025 \text{ s}$, un valor un 20% menor que el $\Delta t_{m\acute{a}x}$, para evitar problemas de divergencia en los resultados.

Los resultados obtenidos con este método no fueron los esperados ya que, aunque en un principio los resultados parecían correctos, según iba aumentando la deformación, estos comenzaban a presentar una mayor divergencia hasta un punto en el que la ejecución se detenía debido a la presencia de errores en la malla dinámica. Se puede ver en la *Figura 29* el comienzo de la aparición de dicha divergencia especialmente en la zona cercana al cilindro, donde los resultados son más sensibles.

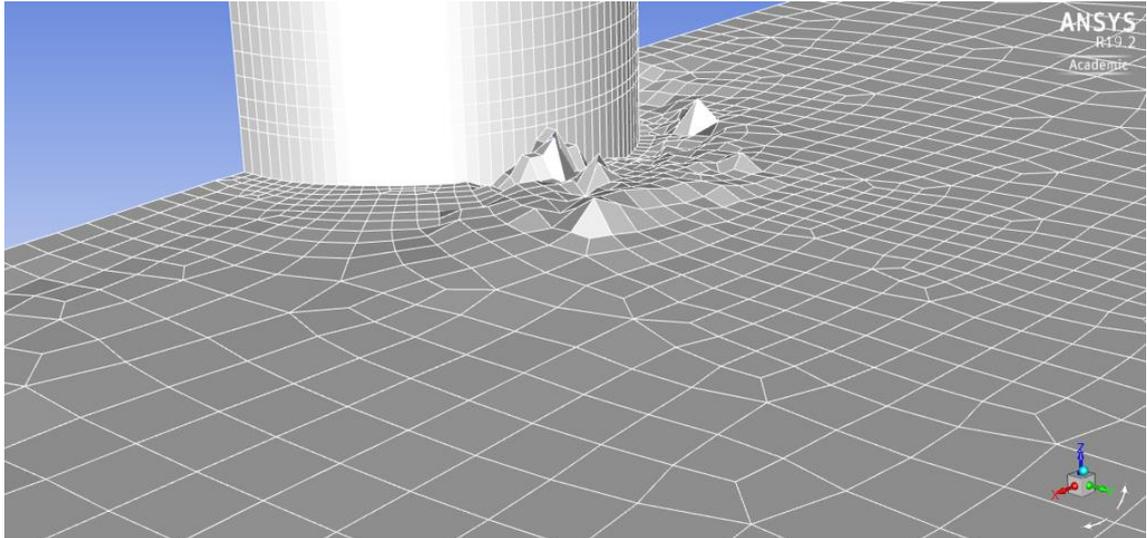


Figura 29: Aparición de la divergencia en la malla dinámica

A la vista de estos resultados, se pensó en primer lugar que el error podría estar en el mallado empleado ya que podría ser demasiado simple, o no estar lo suficientemente refinado en la zona cercana al obstáculo. Para intentar solucionar dicho problema se definieron varios mallados con los que se pudiera evitar la aparición de dichas discontinuidades en los resultados del mallado dinámico.

En primer lugar, se intentó obtener unos mejores resultados empleando un mallado mucho más estructurado que el empleado en la primera prueba. El mallado estructurado se muestra en las Figuras 30 y 31 y como se puede ver, es bastante más complejo y más refinado que el empleado previamente.

Para realizar este mallado se ha dividido el dominio en tres partes para poder realizar un mallado estructurado. Este mallado está formado por 54000 elementos, cinco veces más que el mallado empleado en la primera ejecución, por lo que la ejecución del modelo será considerablemente más lenta. Por ejemplo, realizar 1000 iteraciones con el primer modelo requería unos 45 minutos; mientras que ejecutar 1000 iteraciones con este segundo mallado necesita aproximadamente 70 minutos, por lo que el tiempo total de ejecución aumenta notablemente.

Además del problema evidente del tiempo, los resultados con este segundo mallado fueron muy similares a los obtenidos con el mallado anterior, es decir, llegaba un momento en el que la divergencia en los resultados provocaba un fallo en el mallado dinámico. Por lo tanto, se llegó a la conclusión de que el empleo de un mallado estructurado no era la solución del problema.

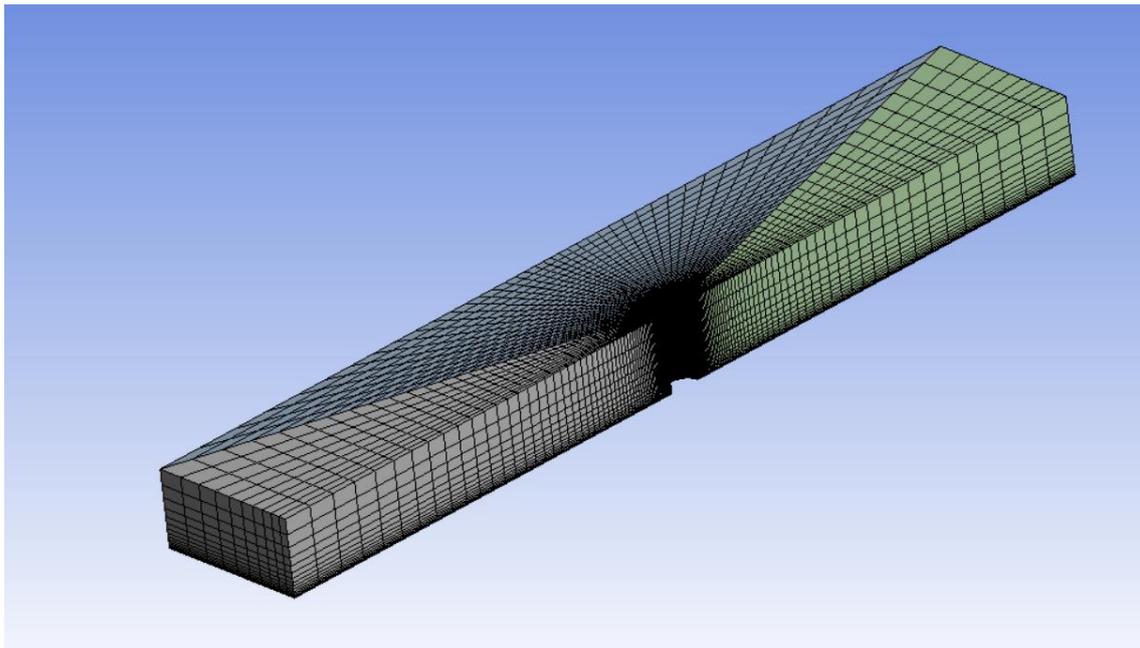


Figura 30: Mallado estructurado 3D

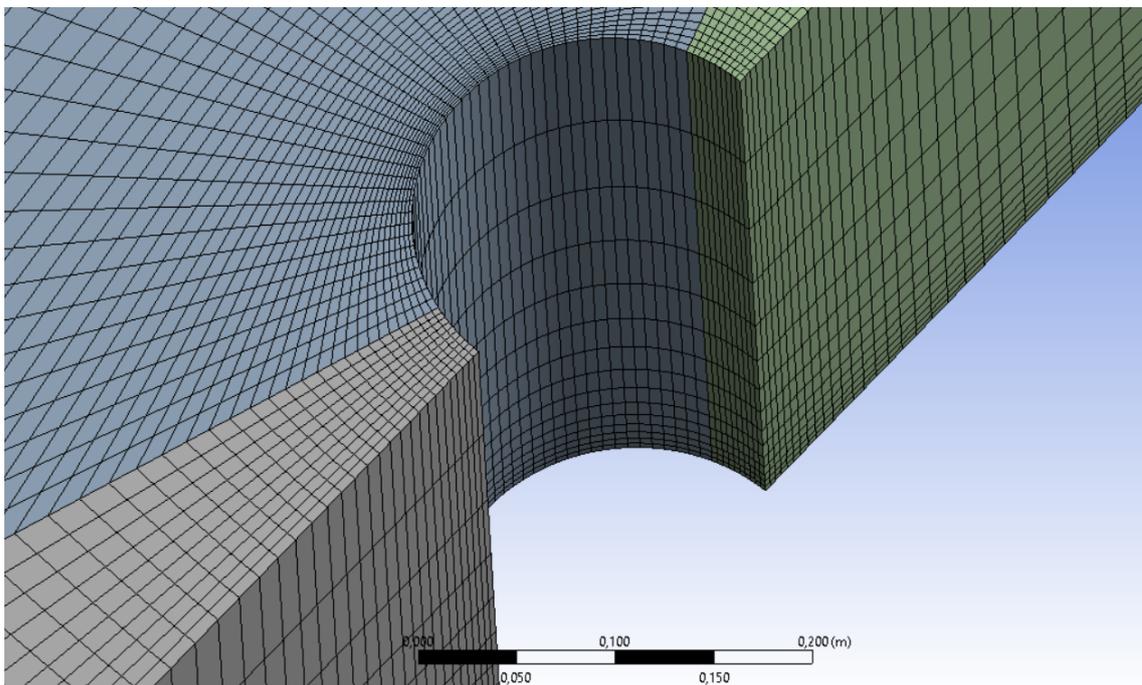


Figura 31: Detalle mallado estructurado 3D

A la vista de estos resultados, se optó por el empleo de un mallado formado por tetraedros. La intención del empleo de este mallado es poder utilizar el método *remeshing* para resolver el modelo. La ventaja de este método es que cada vez que se actualiza el mallado dinámico, la malla se adapta. Se muestra en la

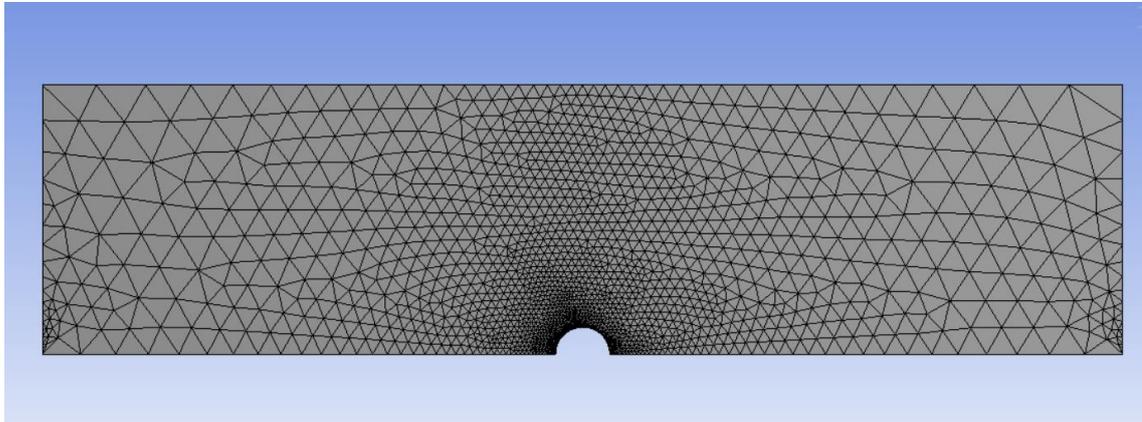


Figura 32: Mallado tetraédrico

De nuevo, los resultados obtenidos empleando el mallado formado por tetraedros no fue el esperado ya que el mallado volvía a dar errores al ejecutarse.

Teniendo en cuenta que el cambio de mallado no es la solución para el problema, se ha de afrontar la resolución de los problemas de resolución del mismo desde otro punto de vista. Se decidió que la solución al problema podría ser una reducción en el paso de tiempo. Para ello se emplea un criterio en el que se calcula un '*tiempo difusivo*', este criterio es el que se conoce como '*diffusive time stepping criteria*'. Este criterio aparece recomendado en un artículo en el que se calcula un modelo similar (Solberg, Hjertager, & Bove, 2006).

$$\Delta t_{m\acute{a}x} = \frac{(1-n)g(s-1)A_{min}}{24Cu_0^3} = \frac{(1-0.4) * 9.81 * \left(\frac{2650}{998.2} - 1\right) * 0.0001395}{24 * 1.5 * 0.5^3} = 0.000302 \text{ s}$$

Ecuación 36: Definición del nuevo parámetro para definir el tiempo de paso máximo

El valor obtenido para el paso de tiempo con esta segunda ecuación es $\Delta t_{m\acute{a}x} = 0.000302 \text{ s}$. Teniendo en cuenta este valor, se ha decidido utilizar $\Delta t = 0.00029 \text{ s} = 0.29 \text{ ms}$ como paso de tiempo. Este paso de tiempo es de dos órdenes de magnitud menor que el obtenido a partir del número de Courant. Con el paso de tiempo obtenido y teniendo en cuenta que los procesos de socavación tardan horas, se puede prever que la ejecución de un modelo que necesite de varias horas de simulación y con un paso de tiempo tan pequeño, va a requerir mucho tiempo para obtener los resultados.

3.3 RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados obtenidos con este último modelo.

En primer lugar, se muestran en la *Figura 33* los resultados obtenidos para la coordenada z a los 0.5 segundos de simulación. En esta imagen se puede ver como la socavación se va formando de la forma esperada, es decir, en la zona del cilindro con la que choca la corriente incidente se va creando la socavación; mientras que en la zona lateral y aguas abajo del cilindro es donde comienzan a acumularse los sedimentos que han sido removidos de la zona delantera.

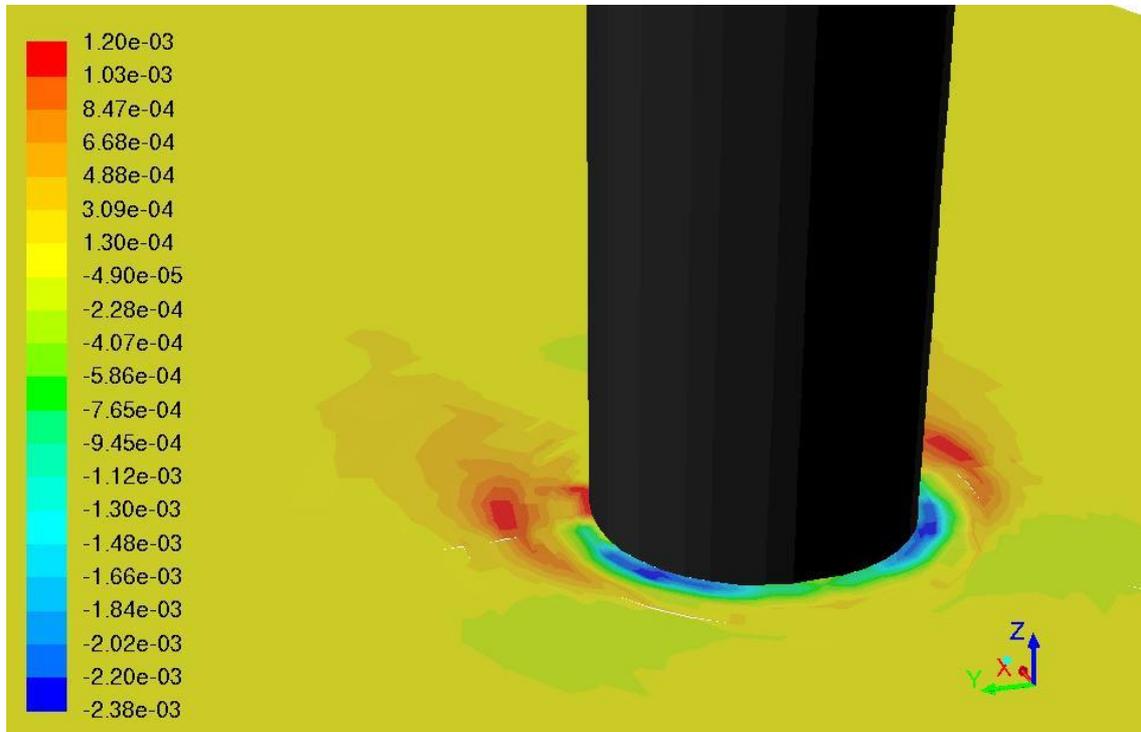


Figura 33: Resultados para la coordenada z (vertical) a los 0.5 seg

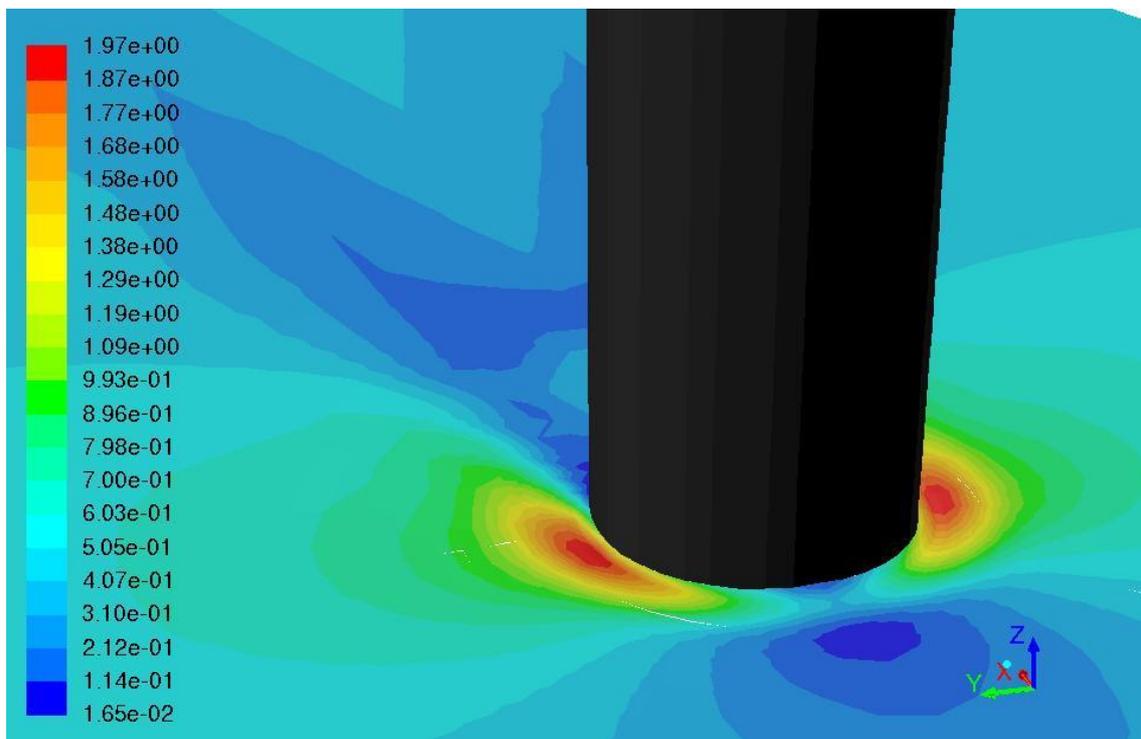


Figura 34: Resultados para los esfuerzos a los 0.5 seg

En la *Figura 34* se muestran, para el mismo instante de tiempo, los esfuerzos en el fondo del dominio. Los esfuerzos mínimos aparecen en las zonas delantera y trasera del cilindro, como era de esperar; mientras que los esfuerzos máximos aparecen en los laterales del mismo.

Otro parámetro interesante para reforzar las conclusiones obtenidas de las figuras anteriores es la velocidad de desarrollo de la socavación definida en la *Ecuación 30*. En la *Figura 35* se puede observar que en la zona delantera (zona azul) la velocidad es negativa, lo cual indica que se está produciendo una socavación en esa zona. Por otro lado, la parte del dominio en la que aparecen colores rojos y amarillos se está produciendo un aumento en la cota del fondo del dominio, es decir, en esas zonas se está produciendo una acumulación de los sedimentos que se van retirando de la zona delantera.

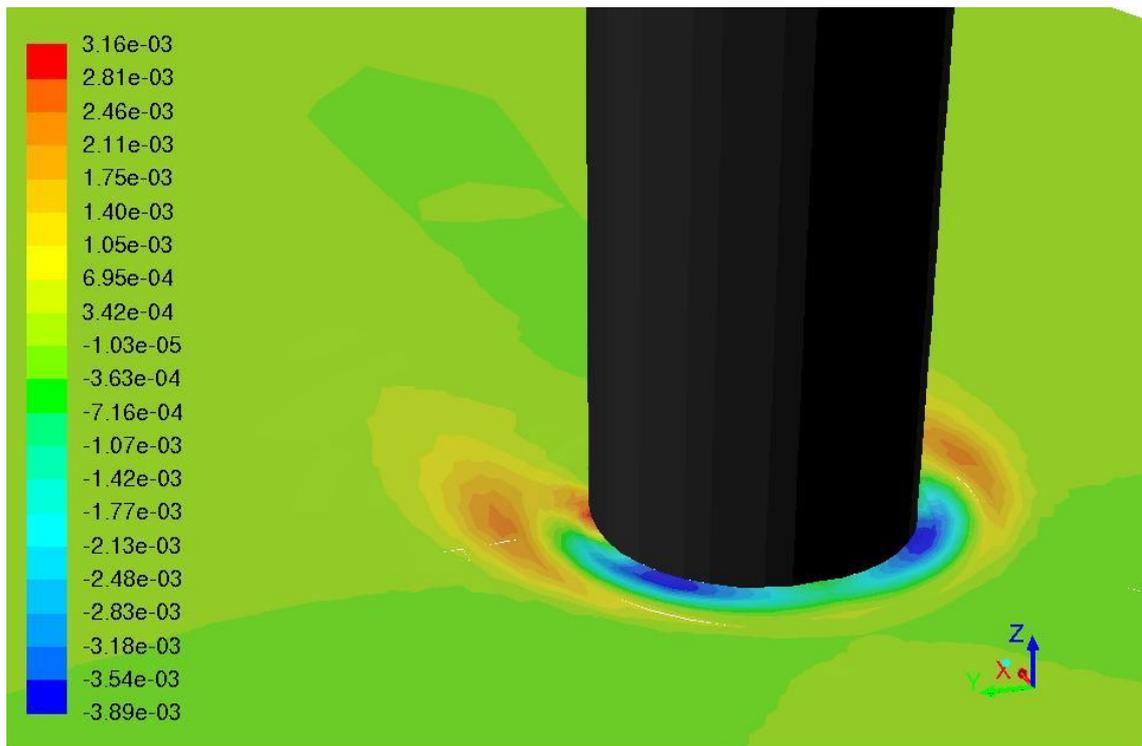


Figura 35: Resultados para la velocidad de desarrollo de la socavación a los 0.5 seg

Por último, y para poder ver de una forma más clara la formación de la socavación y de la acumulación de sedimentos en torno al cilindro, se muestran en la *Figura 36* las cotas de la coordenado z del fondo del dominio. Al igual que se mostró previamente, es en la zona delantera del cilindro donde se produce la socavación; mientras que aguas abajo y en los laterales del obstáculo comienzan a acumularse los sedimentos.

Debido a que el tiempo de simulación es muy pequeño, el proceso de socavación no es demasiado grande en términos numéricos, aunque si se puede ver que la simulación es correcta. El máximo de la coordenada z que se obtiene a los 0.5 segundos de socavación es de $z_{m\acute{a}x} = -1.2 \text{ mm}$; mientras que el mínimo es $z_{m\acute{i}n} = -2.38 \text{ mm}$.

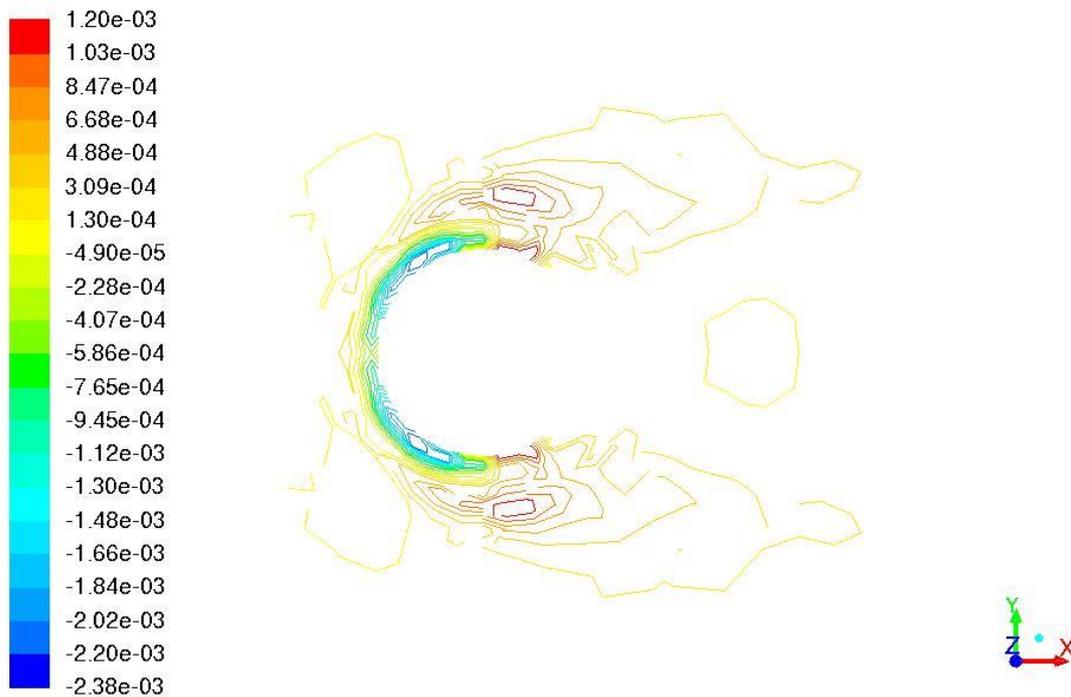


Figura 36: Cotas para la coordenada z en el fondo del dominio a los 0.5 seg

Como conclusión a los resultados obtenidos con este último modelo se puede decir que, a pesar de que la simulación está todavía en una etapa primaria, los resultados que se obtienen tienen sentido físico y son lo que se podía esperar antes de realizar la simulación. Por lo tanto, se tiene un modelo robusto para la simulación de la socavación que era el principal objetivo del presente documento. El principal inconveniente que presenta este modelo es claramente el gran coste de tiempo que requiere su simulación, aunque este tiempo depende en gran medida del mallado elegido, de las condiciones del problema y sobre todo del equipo informático empleado para su resolución. Por lo que la gran cantidad de tiempo necesaria para su ejecución en este primer cálculo podría reducirse.

Una vez se refine el funcionamiento de este modelo, se podría aplicar a distintos casos y con distintas geometrías realizando pequeños cambios en el mismo. El poder aplicar este mismo método para distintos casos realizando simplemente pequeños cambios, es decir, su flexibilidad, una de las principales ventajas de este modelo. Otra de las principales ventajas de este modelo es que, a diferencia del primer modelo desarrollado, simula la acumulación de sedimentos en torno al obstáculo debido a que tiene en cuenta el transporte, el arrastre y la deposición de los sedimentos.

4. CONCLUSIONES

Una vez realizados análisis de los procesos de socavación para distintos casos empleando para ellos distintos modelos, se ha llegado a una serie de conclusiones sobre el tema estudiado las cuales van a ser expuestas en esta sección.

Tras todos los análisis realizados queda claro que la creación de un modelo robusto y eficiente para el estudio de los procesos erosivos y el análisis de la formación de la socavación es una tarea compleja debido a la dificultad a la hora de elegir un modelo adecuado para su resolución. Tanto si se decide resolver el problema con un modelo monofásico como con un modelo bifásico, es importante decidir que modelo de cierre se va a emplear o que paso de tiempo es el adecuado para obtener unos buenos resultados sin que el tiempo total de la simulación sea demasiado grande.

En primer lugar, se van a comentar las principales conclusiones alcanzadas tras el desarrollo del modelo bifásico para la resolución de problemas bidimensionales. La principal ventaja de este método frente al resto de métodos estudiados es su velocidad, ya que la cantidad de tiempo requerida para la simulación es mucho menor que la requerida con los otros métodos. Por otro lado, los resultados obtenidos son bastante buenos en términos de predicción de la socavación que se forma bajo el obstáculo, ya que son bastante similares a los obtenidos en la literatura. La principal desventaja del método empleado es que no predice el transporte y la deposición de sedimentos y, por lo tanto, no predice la acumulación de arena que se produce aguas abajo del obstáculo. Esto se debe a que el modelo desarrollado no tiene en cuenta este tipo de efectos y por lo tanto no puede simularlos. El otro inconveniente de este modelo es la dependencia del resultado con el tamaño de la perturbación inicial que se impone en el problema. Esto provoca que cuando se analiza un caso hay que tener mucho cuidado en la elección de esa perturbación inicial ya que el resultado dependerá de ese valor.

En cuanto al modelo bifásico desarrollado para el análisis de casos bidimensionales, no se ha conseguido llegar a un modelo que prediga correctamente la formación de la socavación. Aunque no se haya llegado a una solución correcta, es evidente que un problema importante de este tipo de modelos es el tiempo de ejecución debido principalmente a tres motivos:

- El bajo paso de tiempo ($\Delta t = 0.001 \text{ s}$) que hay que emplear para la resolución del modelo debido al bajo número de Stokes obtenido.

- El proceso de socavación es lento por lo que hay que analizar al menos 50 minutos para obtener una buena aproximación del máximo valor que alcanza el proceso. Si se quisiera analizar el proceso completo, hasta alcanzar el valor de equilibrio, habría que analizar varias horas del proceso erosivo.
- Al emplear un modelo bifásico con un modelo viscoso *por fase* la resolución del problema se ralentiza.

Por otro lado, los principales problemas del modelo están en la definición de las propiedades de la fase secundaria, la fase de arena, así como la elección las interacciones entre ambas fases, especialmente que métodos se emplean para definirlos.

Por último, se van a comentar las principales conclusiones alcanzadas sobre el último modelo empleado. Este último modelo es similar al primero ya que basa su funcionamiento en el empleo de una malla dinámica para simular el proceso erosivo. A diferencia del primer modelo, este último se emplea para simular casos tridimensionales y tiene en cuenta los procesos de arrastre y deposición de sedimentos, por lo que simula la acumulación de sedimentos que se produce aguas abajo del obstáculo, en este caso, un cilindro. Aunque este modelo también necesita una gran cantidad de tiempo para su ejecución, los resultados son bastante buenos y simulan tanto la socavación como la acumulación de la arena.

Para terminar con esta sección se puede decir que se han obtenido dos herramientas para analizar los procesos erosivos, ambas basadas en el empleo de una malla dinámica:

- La primera de ellas sirve para el análisis de casos bidimensionales, su principal ventaja es el tiempo de resolución; mientras que el principal inconveniente es que no predice la acumulación de sedimentos aguas abajo del cilindro.
- La segunda herramienta se emplea para el análisis de casos tridimensionales, su principal ventaja es la calidad de los resultados; mientras que el principal inconveniente es que necesita mucho más tiempo para ejecutarse.

De forma general, podría ser interesante emplear el primer modelo para realizar una primera aproximación para un caso bidimensional ya que, aunque no se tenga en cuenta el arrastre y la deposición de sedimentos, es una herramienta bastante rápida. Una vez que se tengan estos resultados y se vea que es interesante seguir con los análisis, se podría realizar un estudio de un problema tridimensional con el último método desarrollado en el que ya si se prediga tanto la socavación en torno al obstáculo como la acumulación de sedimentos.

5. LÍNEAS DE ESTUDIO FUTURAS

Debido a la gran amplitud de este cambio de estudio, quedan muchas líneas de estudio abiertas para ser estudiadas posteriormente las cuales se van a tratar en esta sección.

En cuanto al primer método analizado queda abierta la posibilidad de analizar casos con distintas geometrías, aunque quizás no se demasiado interesante ya que no tiene en cuenta el arrastre y la deposición de sedimentos.

El segundo método empleado es la línea de estudio que evidentemente más queda por desarrollar en un futuro ya que no se ha conseguido en el actual estudio que este modelo obtenga unos resultados correctos. El error de este modelo podría estar en algunos de los métodos empleados para definir la fase de arena; o en alguno de los métodos empleados para definir las interacciones entre ambas fases. El error podría estar también en el paso de tiempo empleado, aunque esto parece menos probable porque el paso de tiempo que se ha utilizado ya es bastante pequeño y se han tenido en cuenta tanto el número de Courant como el número de Stokes para su cálculo. Además, es un tiempo análogo al empleado en estudios similares.

En cuanto al tercer método sería interesante, ya que se ha obtenido una herramienta que obtiene buenos resultados, analizar casos para distintas geometrías del obstáculo (más complejas que la analizada en este documento) y para distintas condiciones de entrada al dominio.

En definitiva, aunque se han conseguido dos buenos métodos para predecir la socavación, todavía queda bastante por analizar en este campo. Además de todo lo comentado previamente en esta sección, queda abierto para un análisis futuro, el estudio de nuevos métodos para predecir este tipo de procesos.

6. REFERENCIAS

- Brennen, C. (2005). *Fundamentals of Multiphase Flow. Chapter 13.6*. Pasadena, CA, Estados Unidos: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511807169
- Brørs, B. (1999). Numerical modeling of flow and scour at. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(5), 511–523.
- C. van Rijn, L. (1984). Sediment Pick-Up Functions. *Journal of Hydraulic Engineering. Holanda*, 1494-1502. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(1984)110:10(1494)
- Cheng, L., Yeow, K., Zhang, Z., & Teng, B. (2009). Three-dimensional scour below pipelines in steady currents. *Coastal Engineering*, 56(5-6), 577-590. doi:10.1016/j.coastaleng.2008.12.004
- Courant, R., Friedrichs, K., & Lewy, H. (1967 [1928]). *On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics*. Berlin: IBM Journal of Research and Development. doi:10.1147/rd.112.0215
- Dalla Valle, J. (1948). *Micromeritics: the technology of fine particles*. Londres, Inglaterra: Pitman Publishing Corporation.
- Ding, J., & Gidaspow, D. (1990). A Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow. *AIChE Journal*, 36 (4), 523-538. doi:10.1002/aic.690360404
- Drew, D., & Lahey, R. (1993). *In Particulate Two-Phase Flow*. Boston, MA, Estados Unidos: Butterworth-Heinemann.
- Ganesh Elapolu, P., Majumdar, P., Lottes, S., & Kostic, M. (2012). Development of a Three-Dimensional Iterative Methodology Using a Commercial CFD Code for Flow Scouring Around Bridge Piers. *ASME 2012 Heat Transfer Summer Conference* (págs. 1073-1085). Rio Grande, Puerto Rico, Estados Unidos: ASME. doi:10.1115/HT2012-58491
- Gidaspow, D., Bezburuah, R., & Ding, J. (1992). Hydrodynamics of Circulating Fluidized Beds, Kinetic Theory Approach. *In Fluidization VII, Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization*, (págs. 75-82). Birsbane, Australia. doi:5896246
- Guo, J. (2002). *Advances in Hydraulics and Water Engineering* (Vol. 2). Singapur: Hunter Rouse and Shields Diagram. doi:doi.org/10.1142/5041

- Guo, J., & Pierre, Y. (2005). Shear Stress in Smooth Rectangular Open-Channel Flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(1), 30-37. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:1(30)
- Kazaminezhad, M., & Yeganeh-Bakhtiary, A. (2011). Two-Phase Simulation of Coastal Current-Induced Scour around Submarine Pipelines. *Journal of Coastal Research*, 542-546. Obtenido de //www.jstor.org/stable/26482230
- Lauder, B., & Spalding, D. (1972). Lectures in Mathematical Models of Turbulence. *Academic Press. Londres, Inglaterra*. doi:org/10.1002/zamm.19730530619
- Leeuwenstein, W., & Wind, H. (1985). The Computation of Bed Shear in a Numerical Model. *19th International Conference on Coastal Engineering*. 2, págs. 1685– 1702. Houston, TX, Estados Unidos: ASCE. doi:10.1061/9780872624382.115
- Li, F., & Cheng, L. (1999). A numerical model for local scour under offshore pipelines. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(4), 400-406. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:4(400)
- Li, F., & Cheng, L. (2000). Numerical simulation of pipeline local scour with lee-wake effects. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 10(3), 195-199.
- Liang, D., Cheng, L., & Li, F. (2005). Numerical modeling of flow and scour below a pipeline in currents: Part II. Scour simulation. *Coastal Engineering*, 52(1), 43-62. doi:10.1016/j.coastaleng.2004.09.001
- Mao, Y. (1986). *The interaction between a pipeline and an erodible bed*. Lyngby, Dinamarca: Technical University of Denmark.
- Reid, I., Bathurst, J., Carling, P., Walling, D., & Webb, B. (1997). Sediment erosion, transport, and deposition. En C. Thorne, R. Hey, & M. Newson, *Applied fluvial geomorphology for river engineering and management* (págs. 95-135). John Wiley and Sons.
- Schaeffer, D. (1987). Instability in the Evolution Equations Describing Incompressible Granular Flow. *Journal of Differential Equations*, 66, 19-50. doi:10.1016/0022-0396(87)90038-6
- Shields, A. (1936). *Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement*. Berlin: Soil Conservation Service. Obtenido de //resolver.tudelft.nl/uuid:a66ea380-ffa3-449b-b59f-38a35b2c6658
- Shih, T., Liou, W., Shabbir, A., Yang, Z., & Zhu, J. (1995). A New k-ε Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation. *Computers Fluids*, 24(3), 227-238. doi:10.1016/0045-7930(94)00032-T
- Simonin, C., & Viollet, P. (1990). Predictions of an oxygen droplet pulverization in a compressible subsonic coflowing hydrogen flow. *Numerical Methods for Multiphase Flows*, 91, 65-82. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/291871259_Predictions_of_an_oxygen_droplet_pulverization_in_a_compressible_subsonic_coflowing_hydrogen_flow
- Simón-Talero Muñoz, J., & Sánchez Martínez-Falero, P. (2007). Evaluación del riesgo potencial de socavación en puentes sobre cursos de agua. *XXIII Congreso Mundial de Carreteras de la AIPCR*. Paris.

- Smith, H. D., & Foster, D. L. (2007). Three-Dimensional Flow around a Bottom-Mounted Short Cylinder. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(5), 534-544. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2007)133:5(534)
- Solberg, T., Hjertager, H., & Bove, S. (2006). CFD Modelling of Scour Around Offshore Wind Turbines in Areas With Strong Currents. En *Offshore Wind Turbines Situated in Areas with Strong Currents* (págs. 128-155). Offshore Center Denmark.
- Sumer, B., & Fredsøe, J. (2002). *The mechanics of scour in the marine environment*. Singapur: World Scientific. doi:10.1142/4942
- Sumer, B., René, J., & Mao, Y. (1988). Effect of Lee-Wake on Scour Below Pipelines in Current. *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering-asce*, 114(5). doi:10.1061/(ASCE)0733-950X(1988)114:5(599)
- Syamlal, M., Rogers, W., & O'Brien, T. (1993). *MFIX Documentation: Volume1, Theory Guide*. Springfield, VA, Estados Unidos. doi:10.2172/10145548
- Toapaxi, J., Galiano, L., Castro, M., Hidalgo, X., & Valencia, N. (2015). Análisis de la Socavación en Cauces Naturales. *Revista Politécnica*, 35(3), 83-93. Obtenido de <http://www.revistapolitecnica.epn.edu.ec/images/revista/volumen35/tomo3/Analisis delaSocavacionenCaucesNaturales.pdf>
- Whitehouse, R. (1998). *Scour at Marine Structures: A Manual for Practical Applications*. Thomas Telford Publications. doi:10.1680/sams.26551
- Yeganeh-Bakhtiary, A., Kazaminezhad, M., Etemad-Shahidi, A., Baas, J., & Chieng, L. (2011). Euler–Euler two-phase flow simulation of tunnel erosion beneath marine. *ELSEVIER*, 33, 137-146. doi:10.1016/j.apor.2011.01.001
- Zhao, Z., & Fernando, H. (2007). Numerical simulation of scour around pipelines using an Euler–Euler coupled two-phase model. *Environmental Fluid Mechanics*, 7, 121–142. doi:10.1007/s10652-007-9017-8

ANEXO A: CONDICIÓN DE VELOCIDAD DE ENTRADA DEL AGUA AL DOMINIO

En este anexo se muestra el código empleado para la realización de la UDF empleada durante la resolución de alguno de los problemas tratados en este documento. El objetivo de esta función es la imposición de una velocidad de entrada no uniforme al dominio fluido. El valor numérico parámetro '*velocidad*' que aparece en esta función no está especificado, ya que depende del caso que se esté estudiando. Este parámetro hace referencia a la velocidad máxima del perfil de velocidades que se introduce como condición de entrada al fluido.

```
#include "udf.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "mem.h"

DEFINE_PROFILE(perfil_velocidad_x, thread, position)
{
    real x[ND_ND];
    real y, aux1;
    face_t f;

    begin_f_loop(f, thread)

    {
        F_CENTROID(x,f,thread);
        y = x[1];
        aux1 = pow((y/0.4),(1/7));
        F_PROFILE(f, thread, position) = velocidad*aux1; /* el parámetro velocidad depende
        del caso bajo estudio */
    }

    end_f_loop(f, thread)
}
```

ANEXO B: DEFINICIÓN DE LA MALLA DINÁMICA

En este anexo se muestra la UDF empleada para la definición de la malla dinámica empleada para la resolución del primer método para la validación del modelo. Esta función se emplea para actualizar el mallado del fondo del dominio ($id=7$), para así simular la deformación en la interfase entre las fases de agua y arena. La UDF realiza este proceso a partir del cálculo de τ y su comparación con τ_{cr} descrita en el presente documento. Hay que destacar también que en esta UDF se ha impuesto que, una pequeña parte del fondo cerca de la entrada no pueda deformarse. El propósito de esta imposición es evitar perturbaciones que provoquen una deformación esa zona que no se correspondería con los resultados de la literatura. Concretamente, esta zona de no perturbación se corresponde con los cinco primeros milímetros del fondo del dominio.

```
#include "udf.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "mem.h"

static int wall_id=7; /* enter the wall id from the reference panel */

DEFINE_EXECUTE_AT_END(tau)
{
    Domain *domain = Get_Domain(1);
    Thread *ft, *ct;
    face_t f;
    cell_t c;
    real aux1;
    real tau, taucr, vel;
    real ts_force[ND_ND];
    real area[ND_ND];

    ft=Lookup_Thread(domain,wall_id);
    begin_f_loop(f,ft)
```

```

{
  F_AREA(area,f,ft);/*area of the face*/
  N3V_V(ts_force,=,F_STORAGE_R_N3V(f,ft,SV_WALL_SHEAR));

tau=sqrt(ts_force[0]*ts_force[0]+ts_force[1]*ts_force[1])/sqrt(area[0]*area[0]+area[1]
*area[1]);

  taucr = 0.098;

  aux1=tau/taucr;

  if (aux1>1)
    {
      vel=0.0000195*pow((aux1-1),1.5);
    }
  else
    {
      vel=0;
    }
  c=F_CO(f,ft);
  ct=THREAD_TO(ft);
  C_UDMI(c,ct,0)=vel;
}
end_f_loop(f,ft)
}

DEFINE_GRID_MOTION(cambio_malla,domain,dt,time,dtime)
{
  Thread *tf = DT_THREAD(dt);
  face_t f;
  cell_t c0;
  Thread *ct0;
  Node *v;
  real vel;
  real NV_VEC(dz);
  int n;
  SET_DEFORMING_THREAD_FLAG(THREAD_TO(tf));
  NV_S(dz,=,0);
  begin_f_loop(f,tf)
  {
    f_node_loop(f,tf,n)
    {
      v = F_NODE(f,tf,n);
      if (NODE_POS_NEED_UPDATE(v) && NODE_X(v)>0.005)
        {
          NODE_POS_UPDATED (v);
          vel=0;
          dz[1]=0;
          c0=F_CO(f,tf);
          ct0=THREAD_TO(tf);
          vel = C_UDMI(c0,ct0,0);
        }
    }
  }
}

```

```
        dz[1]=vel;  
        NV_S(dz,*=,dtime);  
        NV_V(NODE_COORD(v), -=,dz);  
    }  
}  
end_f_loop(f,tf);  
}  
}
```

ANEXO C: CÁLCULO DEL NÚMERO DE STOKES

En este anexo se muestra el proceso iterativo realizado en MATLAB para el cálculo del número de Stokes. En primer lugar, se definen las variables necesarias para realizar el cálculo. Tras esto se calcula el tiempo de residencia como la longitud característica entre la velocidad característica del problema, y ese valor es el que se toma como condición inicial para el proceso iterativo. Una vez hecho esto, se realiza el proceso iterativo en el que, en primer lugar, se calcula el número de Reynolds a partir del tiempo de relajación, tras esto se calcula la constante k_T y por último se calcula el nuevo valor del tiempo de relajación a partir de ese número de Reynolds. El proceso iterativo sigue hasta que la tolerancia (definida como la diferencia entre el tiempo de relajación de una iteración y el de la anterior) sea menor que un cierto valor, concretamente, $TOL = 1e^{-15}$. Una vez se consigue un valor que cumpla con la tolerancia especificada, se calcula el número de Stokes a partir de la definición mostrada en el documento.

```
%Definición de las variables
rho_water=998.2;
rho_sand=2650;
beta=rho_sand/rho_water;
mu=0.001003;
nu=mu/rho_water;
g=9.81;
dp=0.00036;
U=0.31;
L=0.1;

%Cálculo del tiempo de residencia
tr=L/U;
tp_aux=tr;
TOL=1;

%Proceso iterativo
while TOL>1e-15
VT=tp_aux*g;
```

```
ReT=VT*dp/nu;  
kT=1+0.15*ReT^(2/3);  
tp=(beta-1)*dp^2/kT/18/nu;  
TOL=abs(tp_aux-tp);  
tp_aux=tp;  
end  
  
tp;  
VT=tp*g;  
ReT=VT*dp/nu;  
  
%Cálculo del número de Stokes  
St=tp/tr
```

ANEXO D: UDF EMPLEADA PARA EL MODELO 3D

En este anexo se muestra la UDF empleada para la resolución del modelo tridimensional. Esta UDF se ha dividido en cuatro partes para simplificar la explicación de la misma. A continuación, se van a explicar cada una de las partes:

- En la primera parte (la enmarcada en color azul) es en la que se calculan los perfiles necesarios para definir las condiciones de entrada al dominio a partir de las *Ecuaciones 31, 32 y 34*. En primer lugar, se calcula el perfil de velocidades a la entrada del dominio, tras lo cual se calculan los perfiles de energía cinética turbulenta y la tasa de disipación turbulenta necesarios para definir el modelo viscoso que se va a emplear.
- En la segunda parte (la enmarcada en color rojo) se definen los cuatro términos fuentes necesarios para la definición de las condiciones del fluido que son: el término fuente para la UDS-0, el momento en torno al eje z, la energía cinética turbulenta y la tasa de disipación turbulenta. En esta parte también se define la difusividad de la fase de agua.
- En la tercera parte (la enmarcada en color verde) se definen los dos DEFINE_ADJUST necesarios para la definición de los distintos parámetros necesarios para la correcta ejecución de Fluent. En esta parte, también se define (mediante un DEFINE_PROFILE) la concentración de sedimentos cerca del fondo del dominio.
- Por último, en la cuarta parte (la enmarcada en color amarillo) se calcula la velocidad vertical del fondo del dominio (*dhdz*) la cual se utiliza posteriormente para la definición del movimiento de la malla dinámica (utilizando el DEFINE_GRID_MOTION).

```
/* Perfil de velocidades a la entrada */  
  
DEFINE_PROFILE(Ux_inlet,thread,position)  
  
{  
  real x[ND_ND];  
  real z;  
  real aux1v;
```

```

face_t f;

begin_f_loop(f, thread)
{
  F_CENTROID(x,f,thread);
  z = x[2];
  aux1v = 0.0488*log(48008.0*z);
  if (aux1v <= 0.50)
    F_PROFILE(f,thread,position) = aux1v;
  else
    F_PROFILE(f,thread,position) = 0.50;
}
end_f_loop(f,thread)
}

/* Perfil de energía cinética turbulenta a la entrada */

DEFINE_PROFILE(K_inlet,thread,position)

{
  real x[ND_ND];
  real z;
  real aux1k;
  real aux2k;
  face_t f;

  begin_f_loop(f, thread)
  {
    F_CENTROID(x,f,thread);
    z = x[2];
    aux1k = 0.00133*(1.0 - 2.0*z)*(1.0 - 2.0*z);
    aux2k = 0.00015;

    if (aux1k >= aux2k)
      F_PROFILE(f,thread,position) = aux1k;
    else
      F_PROFILE(f,thread,position) = aux2k;

  }
  end_f_loop(f,thread)
}

/* Perfil de tasa de disipación turbulenta a la entrada */

DEFINE_PROFILE(EPS_inlet,thread,position)

{
  real x[ND_ND];
  real z;
  real aux1l;
  real aux2l;
  real aux1k;

```

```

real aux2k;
real l;
real k;
face_t f;

begin_f_loop(f, thread)
{
  F_CENTROID(x,f,thread);
  z = x[2];
  aux1l = 0.41*z/(1.0+3.0*z);
  aux2l = 0.045;

  aux1k = 0.00133*(1.0 - 2.0*z)*(1.0 - 2.0*z);
  aux2k = 0.00015;

  if (aux1k >= aux2k)
    k = aux1k;
  else
    k = aux2k;

  if (aux1l <= aux2l)
    l = aux1l;
  else
    l = aux2l;

  F_PROFILE(f,thread,position) = 0.164*pow(k,1.5)/l;
}
end_f_loop(f,thread)
}

```

/* Definición del término fuente para la UDS-0 */

```

DEFINE_SOURCE(Ceq_src,c,t,dS,eqn)
{
  real source;
  real x[ND_ND];

  C_CENTROID(x,c,t);

  source = 0.035*C_R(c,t)*C_UDSI_G(c,t,0)[2];
  dS[eqn] = 0;

  /* UDM-0: fuente de la UDS-0 */
  C_UDMI(c,t,0) = 0.035*C_R(c,t)*C_UDSI_G(c,t,0)[2];

  return source;
}

```

/* Definición de la difusividad */

```

DEFINE_DIFFUSIVITY(Ceq_diff,c,t,i)

{
  return C_MU_T(c,t) / 1.0;
}

/* Definición del término fuente para el momento en torno al eje z */

DEFINE_SOURCE(Zmom_src,c,t,dS,eqn)
{
  real source;
  real x[ND_ND];

  C_CENTROID(x,c,t);

  source = -C_R(c,t)*C_UDSI(c,t,0)*9.81*(2.66-1.00);
  dS[eqn] = 0;

  /* UDM-1: fuente de para el momento en torno al eje z */
  C_UDMI(c,t,1) = -C_R(c,t)*C_UDSI(c,t,0)*9.81*(2.66-1.00);

  return source;
}

/* Definición del término fuente para la energía cinética turbulenta */

DEFINE_SOURCE(Keq_src,c,t,dS,eqn)
{
  real k_sc;
  real x[ND_ND];

  C_CENTROID(x,c,t);

  k_sc = 9.81*(2.66 - 1.00)*(C_MU_T(c,t)/1.0)*C_UDSI_G(c,t,0)[2];
  dS[eqn] = 0;

  /* UDM-2: fuente de para la energía cinética turbulenta */
  C_UDMI(c,t,2) = 9.81*(2.66 - 1.00)*(C_MU_T(c,t)/1.0)*C_UDSI_G(c,t,0)[2];

  return k_sc;
}

/* Definición del término fuente para la tasa de disipación turbulenta */

DEFINE_SOURCE(EPSeq_src,c,t,dS,eqn)
{
  real G;
  real aux1;
  real aux2;
  real c_3eps;
  real eps_sc;
  real x[ND_ND];

```

```

C_CENTROID(x,c,t);

G = 9.81*(2.66 - 1.00)*(C_MU_T(c,t)/1.0)*C_UDSI_G(c,t,0)[2];
aux1 = (C_W(c,t)*C_W(c,t))/(C_U(c,t)*C_U(c,t) + C_V(c,t)*C_V(c,t) + 0.00001);
aux2 = pow(aux1,0.5);
c_3eps = tanh(aux2);

eps_sc = G*c_3eps;
dS[eqn] = 0;

/* UDM-3: fuente de para la tasa de disipación turbulenta */
C_UDMI(c,t,3) = G*c_3eps;

/* UDM-4:  $C_{3\varepsilon}$  */
C_UDMI(c,t,4) = c_3eps;

return eps_sc;
}

```

```

DEFINE_ADJUST(parametros_adjust,dom)

{
Domain *domain = Get_Domain(1);
Thread *ft, *ct;
face_t f;
cell_t c;

real ts_force[ND_ND];
real area[ND_ND];

real PI=3.14159265;

real tau, shields_sce, shields_be;

real alpha, beta, gamma;
real omega_x, omega_y, omega_z;

real aux1, aux2, aux3, qb;
real qb_x, qb_y, qb_z;

int wall_id=9;

ft = Lookup_Thread(domain,wall_id);

begin_f_loop(f,ft)
{
    c=F_C0(f,ft);
    ct=THREAD_T0(ft);

```

```

F_AREA(area,f,ft);
N3V_V(ts_force,=,F_STORAGE_R_N3V(f,ft,SV_WALL_SHEAR));

tau=NV_MAG(ts_force)/NV_MAG(area);

alpha=acos(-area[0]/NV_MAG(area))*180.0/PI;
beta=acos(-area[1]/NV_MAG(area))*180.0/PI;
gamma=acos(-area[2]/NV_MAG(area))*180.0/PI;

omega_x=acos(-ts_force[0]/NV_MAG(ts_force))*180.0/PI;
omega_y=acos(-ts_force[1]/NV_MAG(ts_force))*180.0/PI;
omega_z=acos(-ts_force[2]/NV_MAG(ts_force))*180.0/PI;

shields_sce=0.2456*0.1890*cos(gamma*PI/180.0);

/*En las aux_i aparece el ángulo de fricción interna*/

aux1=pow((0.1890/tau)*sin(gamma*PI/180.0)/tan(25.0*PI/180.0),2);
aux2=2.0*0.1890*cos(omega_z*PI/180.0)/tau;
aux3 = (1 + aux1 - aux2)/tan(25.0*PI/180.0);

shields_be = 0.2456*tau*pow(aux3,0.50);

if (shields_be < shields_sce)
qb = 0;
else
qb=0.0001914*(shields_be-shields_sce)*pow(shields_be,0.5);

/*qb_x=qb*cos(omega_x*PI/180.0) - qb_x*1.5*tan((90-alpha)*PI/180.0);*/
/*qb_y=qb*cos(omega_y*PI/180.0) - qb_y*1.5*tan((90-beta)*PI/180.0);*/
/*qb_z=qb*cos(omega_z*PI/180.0) - qb_z*1.5*tan(gamma*PI/180.0);*/

qb_x=qb*cos(omega_x*PI/180.0);
qb_y=qb*cos(omega_y*PI/180.0);
qb_z=qb*cos(omega_z*PI/180.0);

/* UDM-5: esfuerzo cortante*/
C_UDMI(c,ct,5)=tau;
/* UDM-6: ángulo entre la normal al suelo y el eje X*/
C_UDMI(c,ct,6)=alpha;
/* UDM-7: ángulo entre la normal al suelo y el eje Y*/
C_UDMI(c,ct,7)=beta;
/* UDM-8: ángulo entre la normal al suelo y el eje Z*/
C_UDMI(c,ct,8)=gamma;
/* UDM-9: ángulo entre el cortante y el eje X*/
C_UDMI(c,ct,9)=omega_x;
/* UDM-10: ángulo entre el cortante y el eje Y*/
C_UDMI(c,ct,10)=omega_y;
/* UDM-11: ángulo entre el cortante y el eje Z*/
C_UDMI(c,ct,11)=omega_z;
/* UDM-12: cortante crítico*/
C_UDMI(c,ct,12)=shields_sce;

```

```

/* UDM-13: exceso de cortante sobre el crítico*/
    C_UDMI(c,ct,13)=shields_be;
/* UDM-14: flujo de sedimentos*/
    C_UDMI(c,ct,14)=qb;
/* UDM-15: flujo de sedimentos en la dirección del eje X*/
    C_UDMI(c,ct,15)=qb_x;
/* UDM-16: flujo de sedimentos en la dirección del eje Y*/
    C_UDMI(c,ct,16)=qb_y;
/* UDM-17: flujo de sedimentos en la dirección del eje Z*/
    C_UDMI(c,ct,17)=qb_z;

}
end_f_loop(f,ft);
}

/* Concentración de sedimentos cerca del fondo*/

DEFINE_PROFILE(CO_bed,thread,position)

{
Domain *domain = Get_Domain(1);
Thread *ft, *ct;
face_t f;
cell_t c;
real tau_bed;
real shields;
int wall_id=9;

ft = Lookup_Thread(domain,wall_id);

begin_f_loop(f,ft)
{
    c=F_CO(f,ft);
    ct=THREAD_T0(ft);
    tau_bed=C_UDMI(c,ct,5);
    shields = tau_bed/(1000.0*9.81*1.66*0.00025);

    if (shields < 0.25)
        F_PROFILE(f,thread,position) = 0.0;
    else if (shields < 0.75)
        F_PROFILE(f,thread,position) = 0.60*(shields - 0.25);
    else
        F_PROFILE(f,thread,position) = 0.30;

}
end_f_loop(f,ft);
}

DEFINE_ADJUST(dqi_adjust,dom)
{
Domain *domain = Get_Domain(1);
Thread *t;

```

```

cell_t c;
face_t f;
domain = Get_Domain(1);
thread_loop_c (t,domain)
    {
        begin_c_loop (c,t)
            {
/* UDS-1: flujo de sedimentos en la dirección del eje X*/
                C_UDSI(c,t,1) = C_UDMI(c,t,15);
/* UDS-2: flujo de sedimentos en la dirección del eje Y*/
                C_UDSI(c,t,2) = C_UDMI(c,t,16);
/* UDS-3: flujo de sedimentos en la dirección del eje Z*/
                C_UDSI(c,t,3) = C_UDMI(c,t,17);
            }
        end_c_loop (c,t)
    }
}

```

```

/*Cálculo de la velocidad vertical del fondo*/

DEFINE_EXECUTE_AT_END(dhdt_calc)
{
Domain *domain = Get_Domain(1);
Thread *ft, *ct;
face_t f;
cell_t c;
real D;
real E;
real DmE;
real dqxdx;
real dqydy;
real dqzdz;
real dhdt;
int wall_id=9;

ft = Lookup_Thread(domain,wall_id);

begin_f_loop(f,ft)
{
    c=F_C0(f,ft);
    ct=THREAD_T0(ft);

    D = 0.035*C_UDSI(c,ct,0);
    E = (C_MU_T(c,ct)/1.0)*C_UDSI_G(c,ct,0)[2]/C_R(c,ct);
    DmE = D - E;

/* UDM-18: deposición menos arrastre de sedimentos*/
    C_UDMI(c,ct,18)=DmE;

    dqxdx = C_UDSI_G(c,ct,1)[0];
    dqydy = C_UDSI_G(c,ct,2)[1];
}
}

```

```

    dqzdz = C_UDSI_G(c,ct,3)[2];

    dhdt = -(dqxdx + dqydy + DmE)/(1.0-0.4);

/* UDM-19: velocidad vertical del fondo*/
    C_UDMI(c,ct,19) = dhdt;

}
end_f_loop(f,ft);
}

/*Definición de la malla dinámica*/

DEFINE_GRID_MOTION(cambio_malla,domain,dt,time,dtime)
{
    Thread *tf = DT_THREAD(dt);
    face_t f;
    cell_t c0;
    Thread *ct0;
    Node *v;
    real vel;
    real NV_VEC(dz);
    int n;
    SET_DEFORMING_THREAD_FLAG(THREAD_T0(tf));
    NV_S(dz,=,0);
    begin_f_loop(f,tf)
    {
        f_node_loop(f,tf,n)
        {
            v = F_NODE(f,tf,n);
            if (NODE_POS_NEED_UPDATE(v) && abs(NODE_X(v))<0.75 && abs(NODE_Y(v))<0.75)
            {
                NODE_POS_UPDATED(v);
                vel=0;
                dz[2]=0;
                c0=F_C0(f,tf);
                ct0=THREAD_T0(tf);
                vel = C_UDMI(c0,ct0,19);
                dz[2]=vel;
                NV_S(dz,*=,dtime);
                NV_V(NODE_COORD(v), +=,dz);
            }
        }
    }
    end_f_loop(f,tf);
}
}

```