

DISEÑO DE UN CONTROLADOR PI NO LINEAL PARA EL SUMINISTRO DE AIRE DE UNA PILA DE COMBUSTIBLE

J. K. Gruber y C. Bordons

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática, Escuela Técnica Superior de Ingenieros
Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos, s/n., 41092 Sevilla
jgruber@cartuja.us.es, bordons@esi.us.es

R. Talj y R. Ortega

Laboratoire des Signaux et Systèmes
Plateau de Moulon, 91192 Gif-Sur-Yvette, CEDEX, Francia
talj@lss.supelec.fr, romeo.ortega@lss.supelec.fr

Resumen

El presente documento muestra el diseño de un controlador jerárquico para regular la tasa de exceso de oxígeno de una pila de combustible. El controlador esclavo, un PI no lineal, estabiliza el flujo de aire en el compresor y permite un seguimiento de referencia. Un segundo controlador, el maestro, calcula la referencia del flujo de aire que utiliza el controlador esclavo para estabilizar la tasa de exceso de oxígeno en un valor de 2. Éste está compuesto por un control de prealimentación dinámica más un PI lineal para evitar errores en régimen estacionario. La estrategia de control se aplica a un modelo matemático de una pila de combustible y se presentan resultados de las simulaciones.

Palabras clave: control jerárquico, PI no lineal, prealimentación dinámica, pila de combustible.

1 INTRODUCCIÓN

Las pilas de combustible representan el modo más eficiente y limpio de convertir energía químicamente almacenada en un combustible a energía eléctrica [3]. Además, ofrecen la posibilidad de generación energética descentralizada y permiten aplicaciones móviles [4]. Debido al crecimiento continuo de la demanda energética y las regularizaciones estatales de emisiones, se ha aumentado el interés en las pilas de combustible. De especial interés son las pilas de combustibles con membrana intercambiadora de protones (*PEM*, *Proton Exchange Membrane*) por su alta densidad de potencia y la baja temperatura de operación en comparación con otros tipos de pilas [7].

Para una utilización eficiente de las pilas de combustible, es necesario controlar la alimentación de aire y de hidrógeno, los caudales y las presiones, así como el agua y el calor producidos en la

reacción. Durante los transitorios, el control de la alimentación de la pila de combustible es necesario para mantener unas temperaturas, hidratación de membrana y presión parcial de los reactivos adecuadas, para evitar así la degradación de las membranas y mantener la eficiencia del sistema.

El principal objetivo de control es mantener la alimentación de aire y combustible, que es lo que se plantea en este trabajo. Para ello, se actúa sobre los caudales de alimentación de oxígeno e hidrógeno de forma que se pueda producir la reacción química para suministrar la intensidad demandada a la pila. Numerosas estrategias de control han sido propuestas en la literatura para abordar este problema, presentando desde control por prealimentación [10], LQR [10],[11], redes neuronales [2], [5] o Control Predictivo [12]. Diversas configuraciones de control para este lazo se muestran en [9].

Este documento presenta el diseño de un control jerárquico para regular la tasa de exceso de oxígeno en una pila de combustible. El controlador maestro es una prealimentación dinámica más un PI lineal tal como se propone en [9]. El controlador maestro calcula el flujo de aire necesario en el compresor, que, a su vez, sirve como referencia para el controlador esclavo. El controlador esclavo consiste en un PI no lineal que permite el seguimiento de la referencia calculada por el maestro. El documento está distribuido de la siguiente manera: en el apartado 2 se presentan el funcionamiento general de una pila de combustible y el modelo matemático utilizado para realizar las simulaciones. En el apartado 3 se muestra el diseño del controlador PI no lineal y de la prealimentación dinámica. En el apartado 4 se muestra la aplicación del controlador jerárquico al modelo matemático de la pila de combustible, así como algunos resultados de las simulaciones realizadas. Finalmente, en el apartado 5 se presentan las conclusiones derivadas de la aplicación de este tipo de controlador.

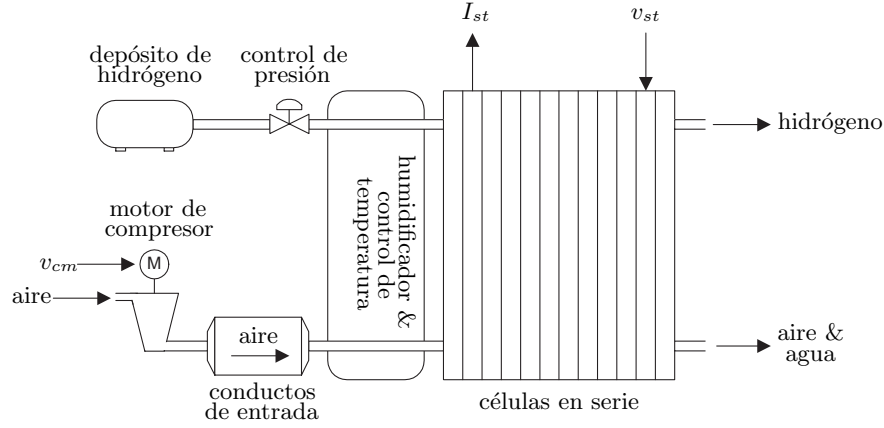
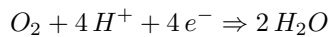


Figura 1: Esquema general de una pila de combustible con las células en serie y los componentes auxiliares.

2 PILA DE COMBUSTIBLE

Una pila de combustible consiste en las células en serie, donde transcurre la reacción química, y diferentes componentes auxiliares (ver la figura 1). La periferia suministra constantemente el combustible y un medio de oxidación a las células de la pila, donde se genera energía eléctrica mediante la reacción química de los dos medios.

El modelo de la pila de combustible, que se utiliza en este documento, es una pila con membrana intercambiadora de protones que utiliza hidrógeno y oxígeno del aire ambiental como combustible y medio de oxidación, respectivamente. El hidrógeno, almacenado en un depósito, entra a las células por el lado del ánodo con una presión constante. Al otro lado, un compresor aspira aire ambiental y suministra este medio por los conductos de entrada a las células por el lado del cátodo. El hidrógeno que llega al ánodo catalizador se divide en protones y electrones de los cuales los protones atraviesan la membrana en dirección al cátodo. A causa del aislamiento eléctrico de la membrana, los electrones no pueden traspasar la membrana y están forzados por un circuito externo generando energía eléctrica. En el cátodo, las moléculas de oxígeno, los electrones y los protones reaccionan y forman agua como residuo [10]:



Uno de los objetivos de control de pilas de combustible es la regulación de la tasa de exceso de oxígeno que, en general, viene definida como:

$$\lambda_{O_2} = \frac{W_{O_2, suministro}}{W_{O_2, reaccion}}$$

donde $W_{O_2, suministro}$ es el oxígeno suministrado a las células de la pila a través del flujo de aire y $W_{O_2, reaccion}$ es el oxígeno consumido por la

reacción química. Un $\lambda_{O_2} < 1$ puede dañar físicamente la pila de combustible por insuficiencia de oxígeno (*starvation*). Otro objetivo de control de pilas de combustible es la obtención de una alta potencia neta. Ambos objetivos se pueden conseguir con la regulación del suministro de aire al cátodo. En el modelo utilizado, la única entrada de sistema es la tensión del motor que permite la manipulación del flujo de aire en el compresor y, como consecuencia, el suministro de oxígeno al cátodo. La corriente en las células en serie, dependiendo de los consumidores externos, tiene gran influencia sobre la tasa de exceso de oxígeno y representa una perturbación medible.

2.1 Modelo matemático

El modelo matemático de la pila de combustible utilizado en este trabajo es el modelo no lineal de 4 estados presentado en [13, 14]. No se consideran efectos de temperatura y de humedad por su dinámica lenta en comparación con la dinámica del flujo de aire y de la reacción de oxígeno. Además, se supone un controlador ideal de la presión del hidrógeno que permite el suministro de combustible con una presión constante.

Los cuatro estados $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$ son las presiones parciales del oxígeno y nitrógeno en el cátodo, la velocidad angular del compresor y la presión del aire en los conductos de entrada, respectivamente. La entrada $u = v_{cm}$ del sistema es la tensión de motor del compresor que permite manipular el suministro de aire y, como consecuencia, de oxígeno. La perturbación $w = I_{st}$ del sistema es la corriente en las células de la pila. La salida $y = [y_1, y_2, y_3, y_4]$ es la tensión en las células $y_1 = h_{y_1}$, la presión de aire en los conductos de entrada $y_2 = x_4$, el flujo de aire en el compresor $y_3 = h_{y_3}$ y la velocidad angular del motor de compresor $y_4 = x_3$, respectivamente. Las funciones

Tabla 1: Las ecuaciones del modelo matemático utilizado [13].

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= c_1 (-x_1 - x_2 + x_4 - c_2) - \frac{c_3 x_1 \alpha(x_1, x_2)}{c_4 x_1 + c_5 x_2 + c_6} - c_7 w \\
 \dot{x}_2 &= c_8 (-x_1 - x_2 + x_4 - c_2) - \frac{c_3 x_2 \alpha(x_1, x_2)}{c_4 x_1 + c_5 x_2 + c_6} \\
 \dot{x}_3 &= -c_9 x_3 - \frac{c_{10}}{x_3} \left(\left(\frac{x_4}{c_{11}} \right)^{c_{12}} - 1 \right) h_{y_3}(x_3, x_4) + c_{13} u \\
 \dot{x}_4 &= c_{14} \left(1 + c_{15} \left(\left(\frac{x_4}{c_{11}} \right)^{c_{12}} - 1 \right) \right) (h_{y_3}(x_3, x_4) - c_{16} (-x_1 - x_2 + x_4 - c_2)) \\
 \alpha &= \begin{cases} c_{17}(x_1 + x_2 + c_2) \frac{c_{11}}{x_1 + x_2 + c_2} c_{18} \sqrt{1 - \frac{c_{11}}{x_1 + x_2 + c_2} c_{12}}, & \text{si } \frac{c_{11}}{x_1 + x_2 + c_2} > c_{19} \\ c_{20}(x_1 + x_2 + c_2), & \text{si } \frac{c_{11}}{x_1 + x_2 + c_2} \leq c_{19} \end{cases} \\
 z_1 &= h_{y_1}(x_1, x_2) u_1 - c_{21} u_2 (u_2 - c_{22} x_3) \\
 z_2 &= \frac{c_{23}(x_4 - x_1 - x_2 - c_2)}{c_{24} u_1} \\
 c_i &= cte. \forall i = 1, \dots, 24
 \end{aligned}$$

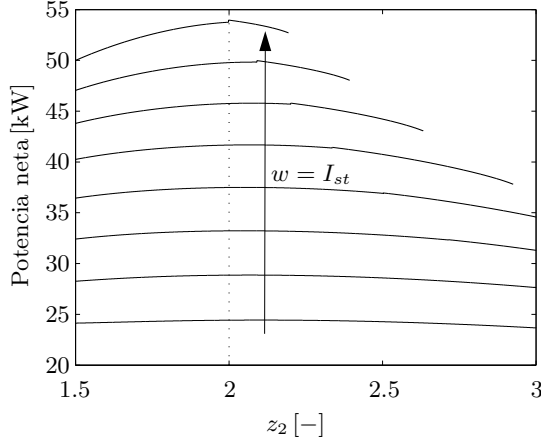


Figura 2: Potencia neta del sistema en regimen estacionario para diferentes tasas de exceso de oxígeno y corrientes en las células en serie.

h_{y_1} y h_{y_3} están descritas en detalle en [10, 4]. Además se utilizan las variables de rendimiento $z = [z_1, z_2]$ donde z_1 es la potencia neta y z_2 la tasa de exceso de oxígeno. La tabla 1 muestra las ecuaciones del modelo matemático [13], las constantes se pueden ver en la tabla 2 en el apéndice. Los parámetros físicos de la pila de combustible de 75 kW son de las publicaciones [1, 8] y se pueden ver en la tabla 3 en el apéndice.

El objetivo de control en este documento es la estabilización de la tasa de exceso de oxígeno en un valor $z_2^{ref} = 2$ para garantizar una alta potencia neta y evitar daños en la pila de combustible por insuficiencia de oxígeno. Con $u = v_{cm}$, siendo la única entrada manipulable, se estabiliza la variable de rendimiento z_2 mediante la tensión de motor del compresor. Como la potencia neta tiene su máximo cerca de $z_2 = 2$ (ver la figura 2) no se controla la potencia neta por separado.

3 DISEÑO DE CONTROL

En este apartado se diseña un control jerárquico de tipo maestro-esclavo en cual el controlador maestro calcula el flujo de aire necesario y_3^{ref} para conseguir una tasa de exceso de oxígeno de $z_2 = z_2^{ref} = 2$. El controlador esclavo manipula la tensión del motor del compresor $u = v_{cm}$ con el objetivo de obtener un flujo de aire en el compresor de $y_3 = y_3^{ref}$. Como controlador esclavo se utiliza un PI no lineal y para el controlador maestro una prealimentación dinámica más PI lineal. En los siguientes apartados se explica el diseño de los diferentes controladores.

3.1 Controlador esclavo – PI no lineal

En primer lugar, para controlar el flujo de aire en el compresor y_3 se diseña el controlador esclavo que manipula la tensión del motor de compresor v_{cm} . El flujo de aire $y_3(x_3, x_4)$ posee una fuerte no linealidad y depende de la presión en los conductos de entrada ($y_2 = x_4$) y de la velocidad angular del motor ($y_4 = x_3$). Para garantizar estabilidad y considerar el carácter no lineal del flujo de aire se ha elegido un controlador PI no lineal presentado en [6] (ver la figura 3).

Para aplicar este tipo de controlador, la derivada de la salida controlada tiene que tener la forma

$$\dot{y} = \phi(y) + u \quad (1)$$

cumpliendo la condición $0 \leq \phi(y) < 1$. La acción de control y la parte integral del controlador PI no lineal tienen la siguiente forma general [6]:

$$\begin{aligned}
 u &= \beta(\beta_P(y) + \beta_I(y)) \\
 \dot{\beta}_I &= w_I(y)
 \end{aligned} \quad (2)$$

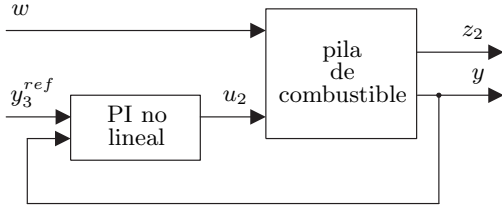


Figura 3: Diagrama de bloques del sistema con el controlador PI no lineal.

Para el desarrollo de un controlador adecuado se elige en primer lugar la dinámica deseada $\dot{y} = -\lambda y$ con $\lambda > 0$. Definiendo la señal

$$\chi = \beta_P(y) + \beta_I(y) \quad (3)$$

el sistema tiene la siguiente dinámica en bucle cerrado:

$$\dot{y} = -\lambda y + (\phi(y) + \beta(\chi, y) + \lambda y) \quad (4)$$

Con la dinámica (4) en bucle cerrado, hay que buscar las funciones β_P , w_I y β para garantizar las dos condiciones:

- (I) para cada y existe (al menos) una solución $\bar{\chi}_y$ de la ecuación algebraica

$$\phi(y) + \beta(\bar{\chi}_y, y) + \lambda y = 0$$

- (II) $\chi(t)$ converge asintóticamente a $\bar{\chi}_y$.

Para cumplir las dos condiciones, se estudia la dinámica de z :

$$\dot{\chi} = w_I(y) + \frac{\partial \beta_P}{\partial y} (\phi(y) + \beta(\chi, y))$$

Con el fin de cumplir la condición (II), se define la raíz de la perturbación, $\bar{\chi}_y$, como equilibrio de la dinámica de z . Eligiendo la parte integral del controlador como:

$$w_I(y) = \frac{\partial \beta_P}{\partial y} \lambda y \quad (5)$$

la dinámica en bucle cerrado resulta en:

$$\dot{\chi} = \frac{\partial \beta_P}{\partial y} (\phi(y) + \beta(\chi, y) + \lambda y) \quad (6)$$

Finalmente, hay que definir las funciones $\beta_P(y)$ y $\beta(\chi, y)$ para esforzar las condiciones (I) y (II) a las trayectorias del sistema en bucle cerrado (4) y (6). Por ello se define la dinámica de χ (6) como sistema, parametrizado en y , de la forma $\dot{\chi} = f_y(\chi)$ con

$$f_y(\chi) = \frac{\partial \beta_P}{\partial y} (\phi(y) + \beta(\chi, y) + \lambda y)$$

Para estabilizar el sistema en bucle cerrado hay que demostrar que, uniformemente en y , existe una $M > 0$ así que

$$\chi f_y(\chi) < 0 \quad (7)$$

para $|\chi| > M$. Una solución a este problema es la función definida como [6]:

$$\beta = -\lambda y - \frac{1}{1 + e^{-\chi/y}} \quad (8)$$

Con la expresión

$$\frac{d}{dt} \chi^2 = 2\chi f_y(\chi)$$

se obtiene como un posible parámetro proporcional:

$$\beta_P = \frac{1}{2} y^2 \quad (9)$$

y utilizando (9) en la expresión (5) se obtiene para la parte integral integral:

$$w_I(y) = \lambda y^2 \quad (10)$$

Para garantizar estabilización global con $\phi_m \leq \phi(y) \leq \phi_M$ se realiza un escalamiento y desplazamiento de la expresión (8). Además, en el caso de seguimiento de trayectoria se sustituye y por el error de seguimiento $\tilde{y} = y - y^{ref}$ y se añade un término diferencial. Entonces, el controlador PI no lineal viene definido como:

$$\beta = \tilde{y}^{ref} - \lambda \tilde{y} - \phi_m - \frac{\phi_M - \phi_m}{1 + e^{-(\beta_P + \beta_I)/\tilde{y}}} \quad (11)$$

con el parámetro proporcional β_P (9) y integral $\beta_I = w_I(y)$ (10).

Utilizando la definición de $y_3 = h_{y_3}(x_3, x_4) = h_{y_3}(y_4, y_2)$ [4] no se puede expresar la derivada en la forma necesaria de (1). Por ello se ha aproximado el flujo de aire h_{y_3} con la siguiente ecuación:

$$h_{y_3}^{apr} = \frac{y_3^{max} y_4}{y_4^{max}} \left(1 - \exp \left(\frac{-r \left(s + \frac{y_4^2}{q} - y_2 \right)}{s + \frac{y_4^2}{q} - y_2^{min}} \right) \right) \quad (12)$$

con $r = 15$, $q = 462.25$ Pa, $y_4^{max} = 11500$ Pa, $y_2^{min} = 50000$ Pa, $s = 100000$ Pa y $y_3^{max} = 0.0975$ kg/s. Las figuras 4 y 5 muestran la función original y la aproximación del flujo de aire en el compresor, respectivamente.

Entonces la derivada resulta en:

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 &= \phi(y) + m(y)u \\ &= \phi(y) + \nu \end{aligned} \quad (13)$$

donde $0 \leq \phi(y) < \infty$ y $m(y) > 0$. De esta manera, la forma de (13) permite el diseño de un controlador PI no lineal como se ha descrito en [6]. Para

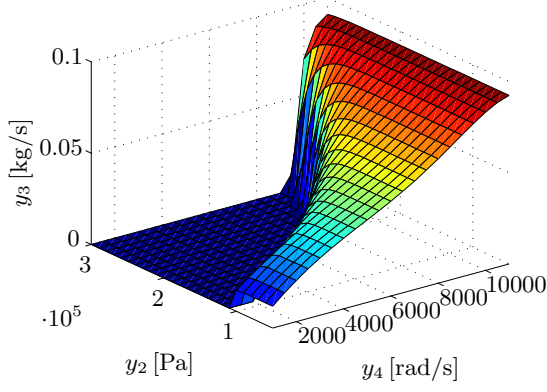


Figura 4: Gráfica de la función original del flujo de aire en el compresor.

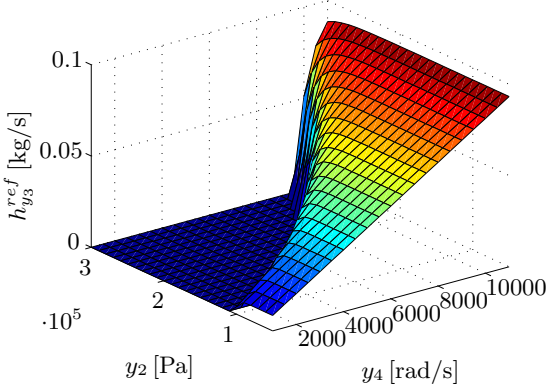


Figura 5: Gráfica de la función aproximada (12) del flujo de aire en el compresor.

evitar *chattering* se incluye en la ley de control (11) el parámetro δ :

$$\nu = \dot{y}_3^{ref} - \lambda \tilde{y}_3 - \phi_m - \frac{\phi_M - \phi_m}{1 + e^{-(\beta_P + \beta_I)/(\tilde{y}_3 + \delta)}} \quad (14)$$

donde

$$\delta = \begin{cases} \varepsilon & \text{si } \tilde{y}_3(t) > -\varepsilon, \exists t_0 < t \text{ asi que} \\ & \tilde{y}_3(t_0) \leq -\varepsilon \text{ y } \tilde{y}_3(\tau) < \varepsilon, \forall \tau \in [t_0, t] \\ -\varepsilon & \text{si } \tilde{y}_3(t) \leq \varepsilon, \exists t_0 < t \text{ asi que} \\ & \tilde{y}_3(t_0) \geq \varepsilon \text{ y } \tilde{y}_3(\tau) > -\varepsilon, \forall \tau \in [t_0, t] \end{cases} \quad (15)$$

con la tolerancia de error de regulación $\varepsilon > 0$. Entonces, según (14) la acción de control se queda como:

$$u = \frac{\nu}{m(y)} \quad (16)$$

3.2 Controlador maestro – Prealimentación dinámica

En segundo lugar, se diseña el controlador maestro que calcula la referencia y_3^{ref} del flujo de aire necesario para obtener una la tasa de exceso de oxígeno $z_2 = 2$. Para cancelar los efectos de la perturbación w sobre la variable de rendimiento z_2 se

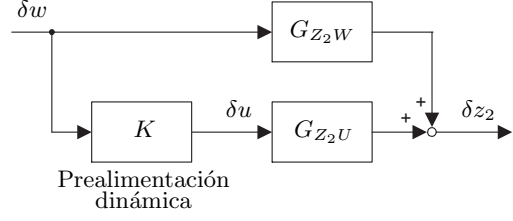


Figura 6: Diagrama de bloques de la prealimentación dinámica basada en el modelo linealizado de la pila de combustible.

utiliza una prealimentación dinámica descrita en [9, 4]. Nótese que en el apartado actual la entrada u del sistema corresponde al flujo de aire deseado en el compresor $h_{y_3} = y_3$. Como consecuencia, la entrada necesaria para cancelar los efectos de las perturbaciones es la referencia y_3^{ref} .

Para diseñar una prealimentación dinámica se linealiza el sistema no lineal en su punto de operación. El sistema linealizado tiene la forma:

$$\begin{aligned} \delta \dot{x} &= A \delta x + B_u \delta u + B_w \delta w \\ \delta y &= C_y \delta x + D_{yu} \delta u + D_{yw} \delta w \\ \delta z &= C_z \delta x + D_{zu} \delta u + D_{zw} \delta w \end{aligned} \quad (17)$$

Transformando el sistema linealizado (17), la influencia de la entrada u y de la perturbación w sobre la tasa de exceso de oxígeno z_2 queda como:

$$\Delta Z_2 = G_{Z_2U} \Delta U + G_{Z_2W} \Delta W \quad (18)$$

con

$$G_{Z_2U} = \frac{637.28}{s + 19.55} \quad (19)$$

$$G_{Z_2W} = \frac{0.0343}{s + 6.52} - 0.01053 \quad (20)$$

Definiendo la acción de control de la prealimentación dinámica como $\Delta U = K \Delta W$ (ver la figura 6) se puede expresar la influencia de la perturbación sobre la tasa de exceso de oxígeno como:

$$T_{Z_2W} = \frac{\Delta Z_2}{\Delta W} = G_{Z_2U} K + G_{Z_2W} \quad (21)$$

Para cancelar el efecto de la perturbación, es decir $T_{Z_2W} = 0$, la prealimentación dinámica viene definida como:

$$\begin{aligned} K^{teor} &= -G_{Z_2U}^{-1} G_{Z_2W} \\ &= 1.65 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{(s + 3.26) \cdot (s + 19.54)}{s + 6.52} \end{aligned}$$

Por la no causalidad del controlador se ha introducido un segundo polo para cancelar uno de los

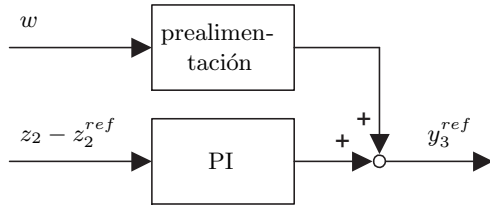


Figura 7: Diagrama de bloques del controlador maestro.

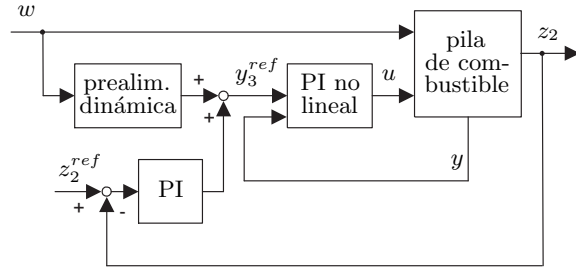


Figura 8: Diagrama de bloques del sistema con el controlador jerárquico diseñado consistiendo del maestro (prealimentación más PI lineal) y el esclavo (PI no lineal).

polos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} K &= 3.23 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{(s + 3.26) \cdot (s + 19.54)}{(s + 6.52) \cdot (s + 19.54)} \\ &= 3.23 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{s + 3.26}{s + 6.52} \end{aligned} \quad (22)$$

Como consecuencia, la prealimentación tiene la forma

$$Y_3^{ref,pa} = K (W - W^0) \quad (23)$$

Para evitar errores de la tasa de exceso de oxígeno en régimen estacionario se diseña un controlador PI adicional. La acción de control calculada por este controlador tiene la forma:

$$Y_3^{ref,PI} = \left(k_P + \frac{k_I}{s} \right) (Z_2^{ref} - Z_2) \quad (24)$$

Finalmente, el controlador maestro para calcular la referencia del flujo de aire en el compresor (Y_3^{ref}) viene definido como (ver la figura 7):

$$\begin{aligned} Y_3^{ref} &= Y_3^{ref,pa} + Y_3^{ref,PI} \\ &= K (W - W^0) + \left(k_P + \frac{k_I}{s} \right) (Z_2^{ref} - Z_2) \end{aligned} \quad (25)$$

4 Resultados

El controlador jerárquico que consta del control PI no lineal (ver el apartado 3.1) y de la prealimentación dinámica (ver el apartado 3.2) se implementó en *Simulink*. El diagrama de bloques

en la figura 8 muestra la pila de combustible y el esquema de control.

En primer lugar, se han realizado simulaciones con el fin de ajustar los parámetros del controlador PI no lineal (ver la figura 3). En este caso, la referencia para el flujo de aire en el compresor y_3^{ref} no ha sido calculada por el controlador de prealimentación, sino fijada manualmente a los valores deseados. La figura 9 muestra algunos resultados del flujo de aire con cambios en la referencia. Como se puede ver en los resultados, y_3 sigue bien la referencia y en los cambios de la referencia, el controlador compensa el error de forma rápida.

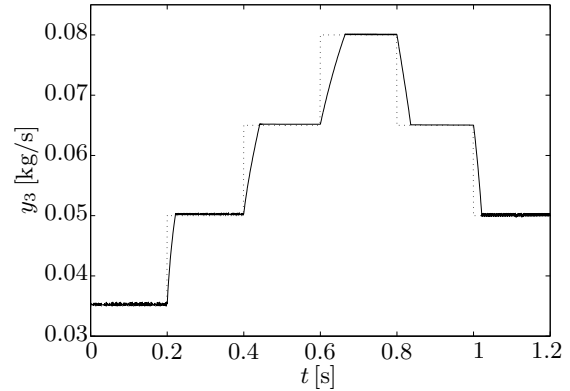


Figura 9: Resultados del flujo de aire en el compresor controlado por el PI no lineal.

Finalmente y después de fijar los parámetros de los distintos controladores, se han realizado simulaciones del modelo de la pila de combustible con el esquema de control diseñado (ver la figura 8). La figura 10 muestra la reacción del modelo a cambios súbitos en la perturbación. Se puede ver que el controlador jerárquico puede compensar los errores en la tasa de exceso de oxígeno z_2 de forma rápida y eficiente. En la gráfica se puede observar que el controlador requiere más tiempo para compensar el error en la tasa de exceso de oxígeno en los últimos dos cambios en la perturbación. Este comportamiento resulta de las limitaciones físicas de la pila de combustible, en concreto, del límite en el flujo de aire en el compresor. En estos casos, el flujo de aire y_3 no puede seguir la referencia y_3^{ref} calculada por el controlador de prealimentación.

5 Conclusiones

En este documento se ha mostrado el diseño de un controlador jerárquico con el fin de controlar la tasa de exceso de oxígeno en una pila de combustible. Como controlador esclavo se ha utilizado un PI no lineal [6] para permitir un seguimiento de referencia del flujo de aire en el compresor. El controlador maestro, una prealimentación dinámica, calcula la referencia para el controlador subordi-

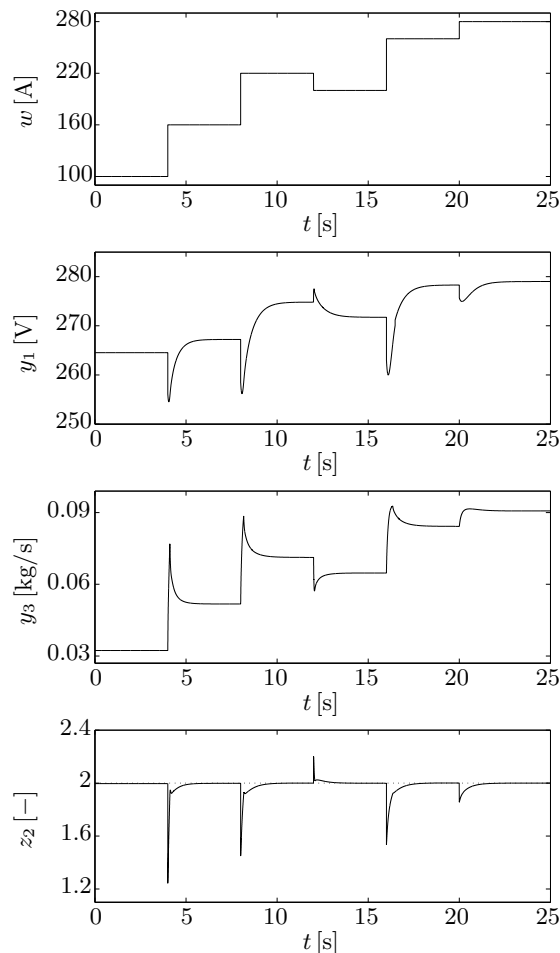


Figura 10: Resultados de simulaciones del modelo con el controlador jerárquico. Desde arriba a abajo: la corriente $w = I_{st}$ (perturbación) en las células en serie, la tensión $y_1 = v_{st}$ en las células, el flujo de aire en el compresor y la tasa de exceso de oxígeno.

nado con el objetivo de cancelar los efectos de las perturbaciones. Además se ha utilizado un controlador PI lineal, en paralelo a la prealimentación dinámica, para evitar errores en régimen estacionario.

Mediante un modelo matemático de una pila de combustible se ha comprobado el comportamiento del controlador jerárquico en simulaciones. En los resultados se ha podido ver que el controlador jerárquico estabiliza la tasa de exceso de oxígeno en el valor deseado y que reacciona de forma rápida y eficiente a errores debido a las perturbaciones. Los resultados han mostrado que el PI no lineal es una buena elección para controlar sistemas fuertemente no lineales y permite un seguimiento de referencia rápido.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Ministerio de Educación y Ciencia a través del

proyecto de investigación DPI-2004-07444-C04-01.

Referencias

- [1] Adams, J.A., Yang, W.C., Oglesby, K.A., Osborne, K.D., (2000) "The development of Ford's P2000 fuel cell vehicle", *SAE Paper*, Código: 2000-01-1061.
- [2] Almeida, P.E.M., Godoy Simoes, M., (2005) "Neural optimal control of PEM fuel cells with parametric CMAC networks", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 41, No. 1, pp 237-245.
- [3] Famouri, P., Gemmen, R.S., (2003) "Electrochemical circuit model of a PEM fuel cell", *Power Engineering Society General Meeting*, Vol. 3, pp 1436-1440.
- [4] Grujicic, M., Chittajallu, K.M., Law, E.H., Pukrushpan, J.T., (2004) "Model-based strategies in the dynamic interaction of air supply and fuel cell", *Proceedings of the IMECH E Part A Journal of Power and Energy*, Vol. 218, No. 7, pp 487-499.
- [5] El-Sharkh, M.Y., Rahman, A., Alam, M.S., (2005) "Neural networks-based control of active and reactive power of a stand-alone PEM fuel cell plant", *Journal of Power Sources*, Vol. 135, No. 1-2, pp 88-94.
- [6] Ortega, R., Astolfi, A., Barabanov, N.E., (2002) "Nonlinear PI control of uncertain systems: an alternative to parameter adaption", *Systems & Control Letters*, Vol. 47, No. 3, pp 259-278.
- [7] Pathapati, P.R., Xue, X., Tang, J., (2005) "A new dynamic model for predicting transient phenomena in a PEM fuel cell system", *Renewable Energy*, Vol. 30, No. 1, pp 1-22.
- [8] Pukrushpan, J.T., Peng, H., Stefanopoulou, A.G., (2004) "Control-Oriented Modeling and Analysis for Automotive Fuel Cell Systems", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 126, No. 1, pp 14-25.
- [9] Pukrushpan, J.T., Stefanopoulou, A.G., Peng, H., (2004) "Control of Fuel Cell Breathing", *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 24, No. 2, pp 30-46.
- [10] Pukrushpan, J.T., Stefanopoulou, A.G., Peng, H., (2004) "Control of Fuel Cell Power Systems: Principles, Modeling and Analysis and Feedback Design", *Springer*, London.

- [11] Rodatz, P., Paganelli, G., Guzzella, L., (2003) "Optimization air supply control of a PEM Fuel Cell system", *IEEE Proceedings of American Control Conference*, Vol. 3, pp 2043 - 2048.
- [12] Vahidi, A., Stefanopoulou, A.G., Peng, H. (2004) "Model Predictive Control for Starvation Prevention in a Hybrid Fuel Cell System", *IEEE proceedings of American Control Conference*, Vol. 1, pp 834 - 839.
- [13] Won Suh, K., (2006) *Modelling, Analysis and Control of Fuel Cell Power Systems*, Tesis doctoral, Department of Mechanical Engineering, University of Michigan.
- [14] Won Suh, K., Stefanopoulou, A.G., (2005) "Coordination of Converter and Fuel Cell Controllers", *Proceedings of the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Limassol, Chipre, pp 563-568.

Apéndice: Constantes del modelo

La siguiente tabla 2 muestra las constantes del modelo presentado en el apartado 2.1 [13, 14].

Tabla 2: Constantes del modelo

$c_1 = \frac{RT_{st}k_{ca,in}}{M_{O_2}V_{ca}} \left(\frac{x_{O_2,atm}}{1+w_{atm}} \right)$	$c_{13} = \frac{\eta_{cm}k_t}{J_{cp}R_{cm}}$
$c_2 = p_{sat}$	$c_{14} = \frac{RT_{atm}k_{ca,in}}{M_{a,atm}V_{sm}}$
$c_3 = \frac{RT_{st}}{V_{ca}}$	$c_{15} = \frac{1}{\eta_{cp}}$
$c_4 = M_{O_2}$	$c_{16} = k_{ca,in}$
$c_5 = M_{N_2}$	$c_{17} = \frac{C_D A_T}{\sqrt{RT_{st}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$
$c_6 = M_v p_{sat}$	$c_{18} = \frac{1}{\gamma}$
$c_7 = \frac{RT_{st}n}{4V_{ca}F}$	$c_{19} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$
$c_8 = \frac{RT_{st}k_{ca,in}}{M_{N_2}V_{ca}} \left(\frac{1-x_{O_2,atm}}{1+w_{atm}} \right)$	$c_{21} = \frac{1}{R_{cm}}$
$c_9 = \frac{\eta_{cm}k_t k_v}{J_{cp}R_{cm}}$	$c_{22} = k_v$
$c_{10} = \frac{C_p T_{atm}}{J_{cp} \eta_{cp}}$	$c_{23} = k_{ca,in} \frac{x_{O_2,atm}}{1+w_{atm}}$
$c_{11} = p_{atm}$	$c_{24} = \frac{nM_{O_2}}{4F}$
$c_{20} = \frac{C_D A_T}{\sqrt{RT_{st}}} \gamma^{\frac{1}{2}} \frac{2}{\gamma-1} \frac{\gamma+1}{2\gamma-2}$	$c_{12} = \frac{\gamma-1}{\gamma}$
$x_{O_2,atm} = \frac{y_{O_2,atm}M_{O_2}}{y_{O_2,atm}M_{O_2} + (1-y_{O_2,atm})M_{N_2}}$	
$w_{atm} = \frac{\dot{M}_v}{y_{O_2,atm}M_{O_2} + (1-y_{O_2,atm})M_{N_2}} \frac{\phi_{atm}p_{sat}}{p_{atm} - \phi_{atm}p_{sat}}$	

La tabla 3 recoge los parámetros de la pila de combustible de 75 kW [1, 8] cuyo modelo matemático se utiliza en esta publicación.

Tabla 3: Parámetros del modelo

Símbolo	Valor	Parámetro
R	$8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$	constante de gases
p_{atm}	101325 Pa	presión atmosférica
p_{sat}	47394.7 Pa	presión de saturación
T_{atm}	298.15 K	temp. atmosférica
T_{st}	353.15 K	temp. de la pila
M_{O_2}	$0.032 \frac{kg}{mol}$	masa molar oxígeno
M_{N_2}	$0.0028 \frac{kg}{mol}$	masa molar nitrógeno
M_v	$0.01802 \frac{kg}{mol}$	masa molar vapor
$M_{a,atm}$	$0.02897 \frac{kg}{mol}$	masa molar aire
γ	1.4	relación capacidades caloríficas
C_p	$1004 \frac{J}{kg \cdot K}$	cap. calorífica aire
F	$96487 \frac{A \cdot s}{mol}$	constante de Faraday
k_t	$0.0153 \frac{N \cdot m}{A}$	constante del motor
k_v	$0.0153 \frac{V}{rad/s}$	constante del motor
R_{cm}	0.82 Ohm	constante del motor
J_{cp}	$5 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^2$	inercia motor de compresor
η_{cp}	0.8	eficiencia compresor
η_{cm}	0.98	eficiencia mecánica motor de compresor
n	381	número células
A_{fc}	$0.0280 m^2$	área activo pila
V_{sm}	$0.02 m^3$	volumen conductos de entrada
V_{ca}	$0.01 m^3$	volumen cátodo
$k_{ca,in}$	$0.003629 \frac{g}{s \cdot Pa}$	orificio de entrada del cátodo
t_m	0.1275 mm	grosor membrana
C_D	0.0124	coef. descarga salida cátodo
A_T	$0.02 m^2$	área de salida cátodo
ϕ_{atm}	0.5	humedad relativa aire ambiental
$y_{O_2,atm}$	0.21	tasa molar de oxígeno en entrada de cátodo
d_{cp}	0.2286 m	diámetro compresor
ρ_a	$1.23 \frac{kg}{m^3}$	densidad aire