

Proyecto de Fin de Grado  
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Análisis de la respuesta de estructuras reticulares  
planas auxéticas fabricadas con material  
piezoeléctrico

Autor: Antonio Luque Forastero

Tutores: Andrés Sáez Pérez y Federico Buroni Cuneo

**Dpto. Mecánica de Medios Continuos y T. de Estructuras**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2019





Proyecto de Fin de Grado  
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

# **Análisis de la respuesta de estructuras reticulares planas auxéticas fabricadas con material piezoeléctrico**

Autor:

Antonio Luque Forastero

Tutores:

Andrés Sáez Pérez

Catedrático de Universidad

Federico Carlos Buroni Cuneo

Profesor Contratado Doctor

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y T. de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Proyecto de Fin de Grado: Análisis de la respuesta de estructuras reticulares planas auxéticas fabricadas con material piezoeléctrico

Autor: Antonio Luque Forastero

Tutores: Andrés Sáez Pérez y Federico  
Buroni Cuneo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*



# Agradecimientos

---

*A toda mi familia, gracias a quienes he llegado hasta aquí, y a mis tutores, por su acompañamiento y apoyo durante estos meses de trabajo.*



Un material piezoeléctrico (del griego *piezein*, “estrujar”) se caracteriza porque genera una diferencia de potencial eléctrico entre sus superficies cuando es sometido a una tensión mecánica. El fenómeno, es denominado “directo” cuando la energía mecánica es convertida en energía eléctrica. Esta variante del fenómeno sirve de base para el desarrollo de sensores. De manera análoga, el material se deforma debido a tensiones mecánicas que aparecen en su dominio como consecuencia de estar expuesto a una diferencia de potencial eléctrico. Esta otra versión del efecto, denominada “indirecto”, y tiene utilidad como actuador.

El empleo de estructuras reticulares auxéticas fabricadas con material piezoeléctrico viene siendo objeto de estudio los últimos años, debido a la notable mejora que conlleva en las propiedades mecánicas y eléctricas del material. Varios artículos científicos apuntan a que esto es debido a su coeficiente de Poisson negativo.

En el presente Trabajo de Fin de Grado, se lleva a cabo el análisis del efecto del comportamiento de una configuración reticular auxética en las propiedades globales de una cerámica piezoeléctrica, empleando el software ANSYS, basado en el Método de los Elementos Finitos (MEF). Para ello, se someterá la celosía a un ensayo mecánico y a un ensayo piezoeléctrico, con la finalidad de cuantificar los acoplamientos mecánico y piezoeléctrico que provoca el empleo de la estructura, y comparar estos valores con resultados experimentales disponibles en la literatura.

Por último se justificaran los resultados obtenidos, exponiendo sus diferencias y semejanzas con los mostrados en diversos artículos.



Piezoelectric materials are known for generating an electrical potential when stressed. This phenomenon is named “direct effect” when mechanical energy is converted to electric energy. This variant of the phenomenon is useful for the development of sensing devices. Analogously, the application of an electric field generates mechanical strain in the piezoelectric ceramic, inducing a deformation in it. This other phenomenon’s version, denominated “indirect effect”, used as actuator.

The combination of this phenomenon and auxetic reticular structures has been studied for the last years, due to the notable improvement that entails in mechanical and piezoelectric material’s properties. Several scientific experiments assert this is due to their negative Poisson coefficient.

In this final degree Project, the analysis on the effect of an auxetic lattice behaviour in some ceramic’s piezoelectric properties is carried out. For this, it will be used the software ANSYS, based on the Finite Element Method (FEM). The lattice will be tested under mechanical stress and an electric field, with the aim of quantifying the mechanical and electrical coupling caused by the employment of the structure. Furthermore, these results will be compared with experimental results available in the literature.

By last, the results obtained will be justified, exhibiting their similarities and differences with the results shown in various articles.



|   |             |
|---|-------------|
| <b>AGRADECIMIENTOS</b>  | <b>IX</b>   |
| <b>RESUMEN</b>  | <b>XI</b>   |
| <b>ABSTRACT</b>   | <b>XIII</b> |
| <b>ÍNDICE</b>   | <b>XV</b>   |
| <b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>  | <b>XVII</b> |
| <b>1 INTRODUCCIÓN</b>   | <b>19</b>   |
| 1.1 INTRODUCCIÓN AL TRABAJO                                       | 19          |
| 1.2 MOTIVACIÓN  | 19          |
| 1.3 INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO Y EVOLUCIÓN EN EL TIEMPO             | 19          |
| 1.3.1 HISTORIA DE LA PIEZOELECTRICIDAD                            | 20          |
| 1.4 OBJETIVOS   | 21          |
| <b>2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>                                     | <b>23</b>   |
| 2.1 ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LA PIEZOELECTRICIDAD              | 23          |
| 2.1.1 SIMPLIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES                            | 24          |
| 2.2 LA CERÁMICA PIEZOELÉCTRICA, EL PZT                            | 25          |
| 2.2.1 BREVE DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE FABRICACIÓN                | 26          |
| 2.3 ESTRUCTURA AUXÉTICA   | 26          |
| <b>3 MÉTODOS</b>  | <b>29</b>   |
| 3.1 ESTRUCTURA PIEZOELÉCTRICA                                     | 29          |
| 3.2 INTRODUCCIÓN DE LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL EN ANSYS         | 29          |
| 3.2.1 MATRIZ DE FLEXIBILIDAD MECÁNICA, $S^E$ , [ $M^2/N$ ]        | 30          |
| 3.2.2 MATRIZ PIEZOELÉCTRICA, $D$ , [ $C/M^2$ ]                    | 30          |
| 3.2.3 MATRIZ DE PERMITIVIDAD ELÉCTRICA RELATIVA, $\epsilon$ , [-] | 30          |
| 3.3 IMPLEMENTACION DE LA ESTRUCTURA EN ANSYS                      | 32          |
| 3.4 MALLADO DE LA CELOSÍA   | 33          |
| 3.4.1 ESTUDIO DE CONVERGENCIA DE LA MALLA                         | 35          |
| 3.5 CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO EN LOS ENSAYOS               | 37          |
| 3.5.1 ENSAYO MECÁNICO   | 37          |
| 3.5.2 ENSAYO PIEZOELÉCTRICO                                       | 38          |
| <b>4 RESULTADOS</b>   | <b>39</b>   |

|            |                              |           |
|------------|------------------------------|-----------|
| <b>4.1</b> | <b>ENSAYO MECÁNICO</b>       | <b>39</b> |
| <b>4.2</b> | <b>ENSAYO PIEZOELÉCTRICO</b> | <b>41</b> |
| <b>5</b>   | <b>CONCLUSIONES</b>          | <b>47</b> |
| <b>6</b>   | <b>BIBLIOGRAFÍA</b>          | <b>49</b> |

# Índice de figuras

---

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 1.1: CUARZO.   | 20 |
| FIGURA 1.2: CERÁMICA PIEZOELÉCTRICA.  | 20 |
| FIGURA 1.3: SISTEMA DE IMÁGENES SUBMARINAS BASADO EN TRANSDUCTOR PIEZOELÉCTRICO.        | 21 |
| FIGURA 1.4: ENCENDEDOR PIEZOELÉCTRICO.  | 21 |
| FIGURA 2.1: SISTEMA DE REFERENCIA EMPLEADO.   | 23 |
| FIGURA 2.2: ECUACIONES CONSTITUTIVAS EXPRESADAS EN FORMA MATRICIAL.                     | 24 |
| FIGURA 2.3: ECUACIONES CONSTITUTIVAS SIMPLIFICADAS.                                     | 25 |
| FIGURA 2.4: CELDA UNIDAD DE LA PEROVSKITA.  | 25 |
| FIGURA 2.5: ETAPAS DEL PROCESO DE POLARIZACIÓN.   | 26 |
| FIGURA 2.6: COMPORTAMIENTO DE UNA ESTRUCTURA CON COEFICIENTE DE POISSON POSITIVO.       | 26 |
| FIGURA 3.1: GEOMETRÍA Y DIMENSIONES DE LA CELDA UNIDAD DE LA ESTRUCTURA.                | 29 |
| FIGURA 3.2: ALZADO DE LA ESTRUCTURA A ANALIZAR.   | 29 |
| FIGURA 3.4: DATOS DEL FABRICANTE, MATERIAL PZT PIC-255.                                 | 31 |
| FIGURA 3.5: ESQUEMA DEL ELEMENTO MESH200, KEYOPT=7.                                     | 32 |
| FIGURA 3.6: ESQUEMA DEL ELEMENTO SOLID226.  | 33 |
| FIGURA 3.7: SUBÁREAS DE LA CELDA UNIDAD.  | 34 |
| FIGURA 3.8: MALLADO 2D DE UNA CELDA UNIDAD. 520 ELEMENTOS MESH200, 1932 NODOS.          | 34 |
| FIGURA 3.9: ALZADO DE LA CELOSÍA 2D.  | 35 |
| FIGURA 3.10: DETALLE DE LA MALLA DE LA CELOSÍA 4X4 3D. 24000 ELEMENTOS SOLID226, 105682 |    |

|   |    |
|---|----|
| NODOS   | 35 |
| FIGURA 3.11: MALLADO 3D DE UNA CELDA UNIDAD. 1560 ELEMENTOS SOLID226, 7212 NODOS.   | 36 |
| FIGURA 3.12: MALLA REFINADA UTILIZADA EN EL ENSAYO DE CONVERGENCIA. 6240 ELEMENTOS SOLID226, 25844 NODOS  | 37 |
| TABLA 3.1: ERRORES RELATIVOS.   | 37 |
| FIGURA 3.13: DETALLE DEL POTENCIAL POTENCIAL APLICADO EN DIRECCIÓN DEL EJE 3 EXPRESADO EN VOLTS.  | 38 |
| FIGURA 4.1: DESPLAZAMIENTOS EN LA DIRECCIÓN DEL EJE 1 EXPRESADOS EN METROS.   | 39 |
| FIGURA 4.2: CELOSÍA DEFORMADA Y BORDE DE LA CELOSÍA INDEFORMADA.  | 40 |
| FIGURA 4.3: A) MAPA DE DESPLAZAMIENTOS EN LA DIRECCION DEL EJE X EXPRESADO EN METROS.<br>B) MAPA DE DESPLAZAMIENTOS EN LA DIRECCION DEL EJE Y EXPRESADO EN METROS.                | 42 |
| FIGURA 4.4: A) MAPA DE DEFORMACIONES DE LA CELOSÍA EN DIRECCIÓN DEL EJE X. B) MAPA DE DEFORMACIONES DE LA CELOSÍA EN DIRECCIÓN DEL EJE Y.   | 43 |
| FIGURA 4.5: A) CAMPO DE DESPLAZAMIENTOS $U_x$ , DEL SÓLIDO VOLUMÉTRICO EN EXPRESADO EN METROS.<br>B) CAMPO DE DESPLAZAMIENTOS $U_y$ , DEL SÓLIDO VOLUMÉTRICO EXPRESADO EN METROS. | 45 |

# 1 INTRODUCCIÓN

---

## 1.1 Introducción al trabajo

La piezoelectricidad (del griego ‘piezo’, que significa ‘presionar’) es un fenómeno cuyas propiedades vienen siendo utilizadas desde hace un siglo. Dispositivos como transductores ultrasónicos, ecógrafos, micrófonos o radares deben su funcionamiento a ella.

Las primeras investigaciones realizadas sobre los materiales piezoeléctricos fueron llevadas a cabo en 1880, por los hermanos Curie. Desde entonces, la optimización y aplicación tecnológica de las propiedades que presentan han sido objeto de estudio y desarrollo, lo que ha supuesto un gran avance en diversas industrias.

Las cerámicas piezoeléctricas PZT, creadas artificialmente, son las más utilizadas actualmente, presentando varias ventajas sobre otros cristales. El inconveniente que presentan es su alto contenido en plomo, dañino para el medio ambiente. Esto ha hecho plantear la disposición de estas cerámicas en estructuras elaboradas (celosías), que potencien las cualidades del PZT empleando una menor cantidad material.

## 1.2 Motivación

El desarrollo y modernización de los sensores y actuadores piezoeléctricos ha sido la principal motivación de la comunidad científica para no cesar en la tarea del diseño de un material óptimo que actualice, entre otras, las industrias automovilística, aeronáutica y de las telecomunicaciones. Durante años el cristal de cuarzo fue el material más empleado, siendo relegado a un segundo plano tras la aparición de las primeras cerámicas, PZT y derivados de esta, fabricadas mediante la sinterización de polvos metálicos por la URSS, Japón y EE.UU. durante la II Guerra Mundial.

La mejora de las propiedades piezoeléctricas de las cerámicas PZT frente a las de los cristales naturales y la relativa facilidad con la que se fabrican, son las responsables de que sigan en uso actualmente en multitud de aplicaciones. Sin embargo, el alto porcentaje de plomo que contienen (60%), las hace contaminantes durante su fabricación y posterior desecho. Como consecuencia, varios países crearon leyes que limitaran el empleo de plomo en la fabricación de cerámicas. La Unión Europea aprobó en 2003 la Ley de Restricción de Sustancias Peligrosas, mientras que Japón y China hicieron lo mismo tres años más tarde con la Ley de Reciclaje de Productos Electrónicos del Hogar y la Ley de Gestión del Control de la Contaminación de Productos Electrónicos, respectivamente.

Esto invita a pensar que, si bien la presencia del plomo en la tecnología piezoeléctrica sigue estando vigente, la industria debe centrarse en el diseño de estructuras que permitan mantener los niveles de acoplamiento piezoeléctrico actuales reduciendo el empleo de materiales con contenido en plomo.

El empleo estructuras reticulares auxéticas, presenta ventajas como el aumento de la resistencia al impacto, una mayor rigidez frente a cargas de cizalladura, mejoras en la resistencia a la indentación y mayor resistencia frente a un choque térmico. Esta optimización de las características mecánicas mejora las propiedades de los dispositivos piezoeléctricos, además de reducir la cantidad de cerámica empleada (Iyer et al, 2014).

## 1.3 Introducción al fenómeno y evolución en el tiempo

El fenómeno piezoeléctrico tiene lugar en determinados cristales que se polarizan eléctricamente al ser sometidos a cargas mecánicas. Aparece por tanto una diferencia de potencial entre sus superficies, que desaparece cuando las tensiones mecánicas cesan. Conocido como “efecto piezoeléctrico directo”, es la base para el desarrollo de sensores, que transmiten impulsos eléctricos al sufrir deformaciones.

Ocurre un efecto proporcional pero contrario, “efecto piezoeléctrico inverso”, cuando se aplica una diferencia de potencial entre las superficies del cristal, provocando una deformación en el mismo. El material recupera su

tamaño inicial al cesar el campo eléctrico al que está sometido. En esta propiedad se apoyan los actuadores piezoeléctricos, que transforman la energía eléctrica recibida en energía mecánica.

La piezoelectricidad está presente en materiales que microscópicamente son cristalinos, que pueden dividirse según su origen en:

**NATURALES:** El cuarzo ( $\text{SiO}_2$ ) es un mineral compuesto de sílice. Presente en rocas metamórficas, ígneas y sedimentarias (Encyclopedia Britannica, s.f), es muy común en la corteza terrestre. Presenta una estructura cristalina compuesta por un átomo de Silicio cargado positivamente rodeado por cuatro aniones de Oxígeno. Al ser presionados, los átomos se desplazan, creando un dipolo interno en cada celda unitaria, que se extiende a nivel macroscópico. Estos materiales son capaces de transmitir un alto número de impulsos por segundo, lo que supuso su implementación en sónares, micrófonos, acelerómetros durante la I Guerra Mundial (Piezo.com, 2019). Actualmente están presentes en radios, televisores y relojes.



*Figura 1.1: Cuarzo. (Vives de la Cortada, s.f)*

**ARTIFICIALES:** Los más destacados son los materiales con sistemas cristalinos ortorrómbicos, los cristales de perovskita, si bien con su átomo central ligeramente desviado, creando una celda unitaria asimétrica (Merson, 2015). Cuando sufren tensiones mecánicas, este átomo se desplaza, generando un dipolo, y por tanto una diferencia de potencial entre caras opuestas del material. El más común es el PZT, que será desarrollado posteriormente en el capítulo 2.

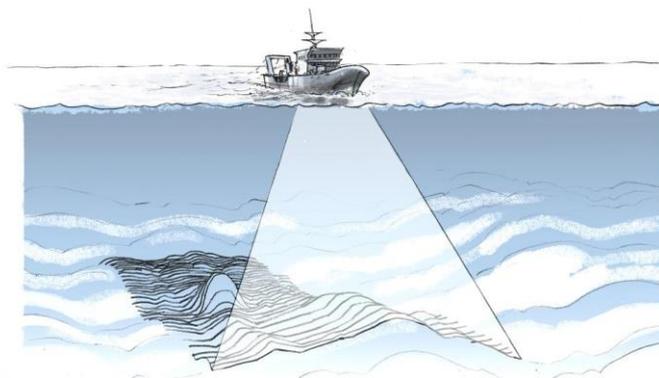


*Figura 1.2: Cerámica piezoeléctrica. (PZT de cerámica Electronic Co., Ltd., s.f)*

### 1.3.1 Historia de la piezoelectricidad

No es hasta 1880 cuando se escribe por primera vez sobre este fenómeno. Los hermanos Pierre y Jacques Curie llevaron a cabo una serie de experimentos en los que al aplicar tensiones mecánicas en cuarzo, cristal topaz, turmalina y sal de Rochelle, observaron la aparición de chispas, debido a la polarización de estos cristales. El efecto inverso fue desarrollado matemáticamente por Gabriel Lippman un año más tarde, lo que impulsó a los hermanos Curie a llevarlo a la práctica y corroborarlo.

La primera aplicación de estos materiales tuvo lugar durante la Primera Guerra Mundial, cuando en 1917, P. Langevin y su equipo de trabajo empezaron a desarrollar un transductor de señales hecho de cuarzo para un detector ultrasónico utilizado por los submarinos. Habiendo terminado la guerra, lograron emitir por primera vez una señal de alta frecuencia bajo el agua, lo que suponía conocer la profundidad del fondo oceánico cronometrando el tiempo que tardaba la señal emitida en volver (Mokry, 2016).



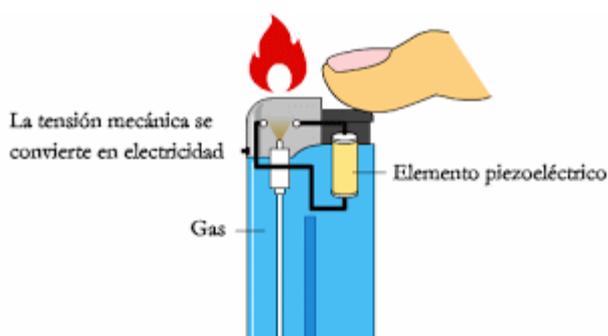
*Figura 1.3: Sistema de imágenes submarinas basado en transductor piezoeléctrico. (Noliac, (s.f))*

La aparición del sónar, motivó el estudio de las propiedades de los materiales piezoeléctricos durante las décadas de 1930 y 1940, dando lugar a la mayoría de los dispositivos que conocemos en día y su puesta en práctica, como auriculares, acelerómetros, transductores ultrasónicos... Aun así, su rendimiento estaba limitado por la baja calidad de los materiales empleados y su compleja fabricación.

Fue durante la Segunda Guerra Mundial cuando la Unión Soviética, EE.UU. y Japón descubrieron ciertos materiales cerámicos creados artificialmente cuyos coeficientes piezoeléctricos eran muy superiores a los del cuarzo. Eran el resultado de mezclar y sinterizar polvo de distintos metales. Esto permitió rediseñar los instrumentos anteriores, optimizando sus propiedades, además de encontrar nuevas aplicaciones para estas cerámicas, desde 1940 hasta 1970.

Mientras que los estadounidenses desarrollaron sus investigaciones en secreto y bajo la supervisión del gobierno, en Japón fue algo llevado a cabo por Universidades y agrupaciones de empresas de diversos sectores. Esto permitió emplear esta tecnología en mejorar la vida de la población, así como innovar en los procesos de fabricación en industrias. Con ello llegó la aparición de instrumentos como filtradores de señal para la TV, detectores de humo anti-incendios y encendedores para termos de gas butano (Piezo.com, 2019).

Desde finales del siglo XX hasta la actualidad la investigación, desarrollo y comercialización de productos basados en la piezoelectricidad ha aumentado globalmente. El objetivo es crear productos responsables con el medio ambiente, accesibles económicamente y con alta sensibilidad piezoeléctrica. Actualmente las normativas europeas permiten únicamente el uso de Plomo en estas aplicaciones, pues no existe una alternativa clara a estos materiales. Esto aparece indicar que gran parte de las investigaciones futuras se centrarán en la reducir los niveles de Plomo de los piezoeléctricos.



*Figura 1.4: Encendedor piezoeléctrico. (Blog Universitario Física, s.f.)*

## 1.4 Objetivos

Este Trabajo se centrará en analizar el efecto del comportamiento auxético de una estructura sobre las propiedades piezoeléctricas de un material PZT. Las figuras de mérito  $d_{31}$  y  $d_{32}$ , coeficientes piezoeléctricos, serán el principal objeto de estudio.

A lo largo del documento se expone la implementación de una estructura reticular auxética fabricada con material piezoeléctrico en el software ANSYS, basado en el Método de los Elementos Finitos, así como su

ensayo y los resultados obtenidos.

Se ensayará la estructura reticular planteada en el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015), bajo las condiciones de contorno impuestas en los ensayos mostrados en el mismo, con la finalidad de obtener una solución comparable con los resultados expuestos en dicho artículo.

# 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

## 2.1 Ecuaciones constitutivas de la piezoelectricidad

El sistema de referencia utilizado para el desarrollo de las ecuaciones (1) y (2) es el mostrado en la figura 2.1.

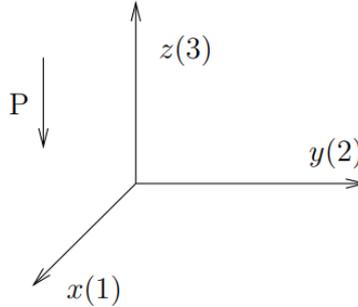


Figura 2.1: Sistema de referencia empleado. (Moheimani y Fleming, 2006)

El IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineers, asume un comportamiento lineal de los materiales piezoeléctricos. Esto es debido a la linealidad que presentan al ser sometidos a bajos campos eléctricos y bajas tensiones mecánicas. En la práctica real, las condiciones de trabajo permiten asumir ese carácter lineal por lo que ecuaciones establecidas son las siguientes (Moheimani y Fleming, 2006):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}^E \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{d} \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{e}^\sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

Donde  $\boldsymbol{\varepsilon}$  es el vector columna que recoge las deformaciones en las tres direcciones normales ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ) y de cizalladura entorno a las tres direcciones respectivamente ( $\varepsilon_{23}, \varepsilon_{31}, \varepsilon_{12}$ ), y  $\mathbf{D}$  es el vector columna que contiene el desplazamiento del campo eléctrico en las tres direcciones normales.

$\mathbf{S}^E$  representa la matriz 6x6 de flexibilidad mecánica, cuyos coeficientes han sido medidos bajo un campo eléctrico constante;  $\mathbf{d}$  es la matriz 6x3 que contiene los coeficientes de acoplamiento piezoeléctrico, que relacionan el campo eléctrico con la deformación y la tensión mecánica con el desplazamiento eléctrico.  $\mathbf{e}^\sigma$  representa a la matriz 3x3 de coeficientes de permitividad bajo tensión constante, que relacionan el campo eléctrico aplicado con el desplazamiento eléctrico generado en el material.

$\boldsymbol{\sigma}$  representa el vector 6x1 de tensiones aplicado al material en las tres direcciones normales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) y de cizalladura entorno a las tres direcciones respectivamente ( $\sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}$ ).  $\mathbf{E}$  es el vector 3x1 que recoge el campo eléctrico aplicado en las tres direcciones normales.

Esto indica que cuando un material piezoeléctrico se somete a la acción de un campo eléctrico, se crea un desplazamiento eléctrico en el material que lleva la dirección y sentido de la diferencia de potencial,  $\mathbf{D} = \mathbf{e}^\sigma \mathbf{E}$  y una deformación  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{d} \mathbf{E}$ .

Así mismo, al aplicar tensiones en las caras del piezoeléctrico aparecen deformaciones, como  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}^E \boldsymbol{\sigma}$ , y un desplazamiento eléctrico fruto del dipolo que se crea debido a esas deformaciones  $\mathbf{D} = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\sigma}$ .

Se concluye que, tanto el fenómeno directo como el inverso están acoplados, es decir, no puede haber deformaciones sin que se generen voltajes en el material y viceversa, no se puede aplicar un campo eléctrico sin que éste deforme la estructura.

Desarrollando las ecuaciones (1) y (2) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^\sigma & e_{12}^\sigma & e_{13}^\sigma \\ e_{21}^\sigma & e_{22}^\sigma & e_{23}^\sigma \\ e_{31}^\sigma & e_{32}^\sigma & e_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Figura 2.2: Ecuaciones constitutivas expresadas en forma matricial. (Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J., 2006)

## 2.1.1 Simplificación de las ecuaciones

### 2.1.1.1 Matriz de flexibilidad mecánica, S

Teniendo en consideración que en numerosas aplicaciones de interés tecnológico las cerámicas piezoeléctricas son transversalmente isotropas y la dirección de polarización es la del eje 3, varios términos de las matrices se simplifican (Pérez y Sánchez, 2014):

$$S_{11} = S_{22}$$

$$S_{12} = S_{21}$$

$$S_{13} = S_{31} = S_{23} = S_{32}$$

$$S_{44} = S_{55}$$

$$S_{66} = 2(S_{11} - S_{22})$$

Además, debido a la inexistencia de acoplamiento entre las tensiones axiales y deformaciones por cizalladura se cumple:

$$S_{14} = S_{15} = S_{16} = S_{24} = S_{25} = S_{26} = S_{34} = S_{35} = S_{36} = S_{45} = S_{46} = S_{56} = 0$$

### 2.1.1.2 Matriz piezoeléctrica, d

Los subíndices en “ $d_{ij}$ ” significan, respectivamente, dirección del campo eléctrico aplicado y dirección de la deformación producida por dicho campo eléctrico. La polarización de la cerámica es en la dirección del eje 3, lo que anula los coeficientes referidos a deformaciones axiales que no tengan un subíndice  $i=3$ .

$$d_{11} = d_{21} = d_{12} = d_{22} = d_{13} = d_{23} = 0$$

$$d_{31} \neq 0; d_{32} \neq 0; d_{33} \neq 0$$

Al ser el material isotropo transversalmente, la polarización en el eje 3 genera la misma deformación en las direcciones 1 y 2, lo que permite afirmar que  $d_{31} = d_{32}$ .

En cuanto a los coeficientes de las filas 4 y 5, referidos a los esfuerzos de cizalladura que aparecen debido a la presencia de campos eléctricos, se observa que son nulos excepto aquellos que relacionan la polarización (eje 3) con un campo eléctrico perpendicular a ella, produciendo cizalladura entorno a alguna de las tres direcciones principales. Estos son  $d_{24}$  y  $d_{15}$ , pues la existencia de polarización en las direcciones de los ejes 2 y 3, genera cizalladura entorno al eje 1. El efecto equivalente ocurre en el caso de  $d_{15}$ . Debido a la isotropía del material estos dos coeficientes son iguales, teniendo por tanto  $d_{24} = d_{15}$ .

Los coeficientes de la última fila son nulos, pues no se produce cizalladura en torno al eje 3 debido a que el material esta polarizado en dicha dirección, independientemente de la dirección del campo eléctrico al que se someta la cerámica.

### 2.1.1.3 Matriz de permitividad eléctrica, e

El desplazamiento eléctrico tan solo aparece en la dirección en la que se aplica el campo eléctrico, es decir, un campo eléctrico aplicado en el eje 1 no induce desplazamiento eléctrico en las direcciones de los ejes 2 y 3, por lo que la matriz de coeficientes dieléctricos tendrá únicamente términos no nulos en su diagonal principal. Además debido al carácter isótropo del piezoelectrico en el plano perpendicular al eje 3, se cumple:

$$e_{11} = e_{22}$$

Finalmente, las ecuaciones (3) y (4) simplificadas tras estas suposiciones tienen el siguiente aspecto

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^\sigma & 0 & 0 \\ 0 & e_{11}^\sigma & 0 \\ 0 & 0 & e_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Figura 2.3: Ecuaciones constitutivas simplificadas. (Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J., 2006)

Los valores de los elementos de estas tres matrices dependen del tipo de material utilizado. Éstos son obtenidos de forma experimental por el fabricante y se muestran en el siguiente apartado.

## 2.2 La cerámica piezoelectrica, el PZT

Desarrollada en 1952 en Tokio, Japón, es la cerámica más utilizada en la actualidad. Es una solución sinterizada de titanato de plomo con zirconato de plomo. Su temperatura de funcionamiento es relativamente baja (200 °C), lo que junto con su alta sensibilidad piezoelectrica y bajo coste de producción, favorece su aplicación en un sinfín de productos.

La cerámica es un cuerpo macizo que se estructura como cristales asimétricos de perovskita, que tienen iones de Zirconio o Titanio incrustados en el interior de las estructuras formadas por oxígeno e iones metálicos. En la figura 2.4, se representa la celda unitaria de este cristal; en las esquinas del cubo se encuentran los átomos de plomo (0, 0, 0), las moléculas de oxígeno diatómicas están situados en el centro de las caras (1/2, 1/2, 0) y en el centro de la celda (1/2, 1/2, 1/2) se ubica el átomo de metal tetravalente, zirconio o titanio, ligeramente desviado del centro geométrico de la celda, dando lugar a un dipolo constante en la estructura (Diego, 2008).

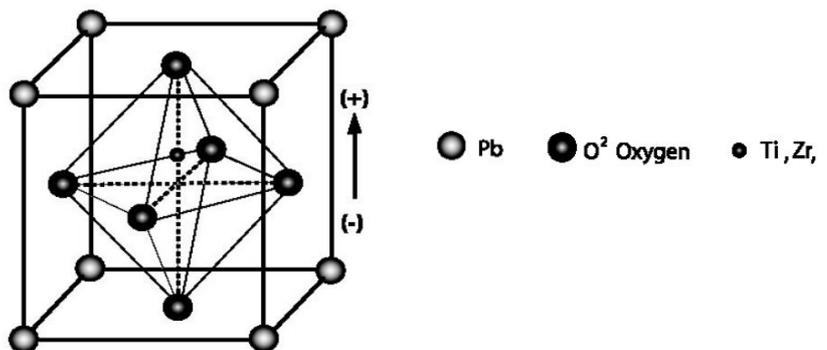


Figura 2.4: Celda unidad de la perovskita. (Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J., 2006)

### 2.2.1 Breve descripción del proceso de fabricación

Estos materiales son artificiales, fabricados mediante la mezcla de polvos metálicos en proporciones específicas, a la que posteriormente se añade un aglutinante y se calienta, para sinterizarla.

Tras un determinado tiempo sometido al efecto de la temperatura se enfría la cerámica, dando lugar a una densa estructura cristalina que no presenta una polarización definida. Para polarizar el elemento, se somete a un campo eléctrico alto, aplicado en una dirección específica, con el objetivo de dirigir los dipolos en una misma dirección. Esto es conocido como “Proceso de polarización”. Cuando se retira esta diferencia de potencial, gran parte de los dipolos quedan alineados con la dirección en la que se ha aplicado el campo eléctrico, pues el átomo central de la celda se encuentra ligeramente desplazado del centro geométrico de la misma (Moheimani y Fleming, 2006). Las etapas del proceso se observan en la figura 2.5, donde el PZT pasa de no tener polarización a tener gran parte de sus dipolos orientados en la misma dirección.

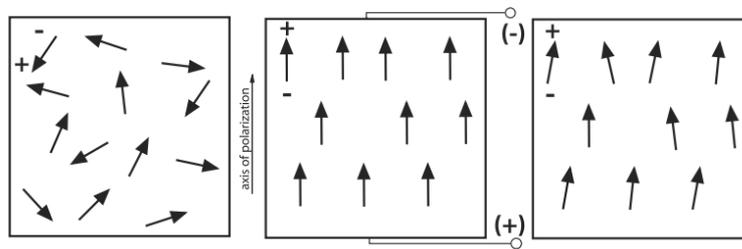


Figura 2.5: Etapas del proceso de polarización. (Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J., 2006)

Una vez polarizado el elemento, este podrá aplicarse en:

**-Sensores:** El elemento recibe un estímulo mecánico externo, que se traduce en una diferencia de potencia entre las superficies del material, en la dirección de la polarización. Esto es, la energía mecánica aportada al sensor es convertida en energía eléctrica.

**-Actuadores:** En este caso, se genera una diferencia de potencial con dos electrodos que mantienen un voltaje entre dos superficies del actuador, produciendo tensiones internas en el mismo, que lo deforman. En este trabajo esta será la aplicación a estudiar, analizando las deformaciones inducidas en una estructura que se somete a una diferencia de potencial eléctrico.

### 2.3 Estructura auxética

Una estructura es denominada auxética cuando su coeficiente de Poisson es negativo a nivel estructural. El comportamiento normal de un material o estructura cuando se tracciona longitudinalmente, es acortarse en la dirección transversal. Del mismo modo, se alarga en dirección perpendicular a la dirección comprimida, como se observa en la figura 2.6.

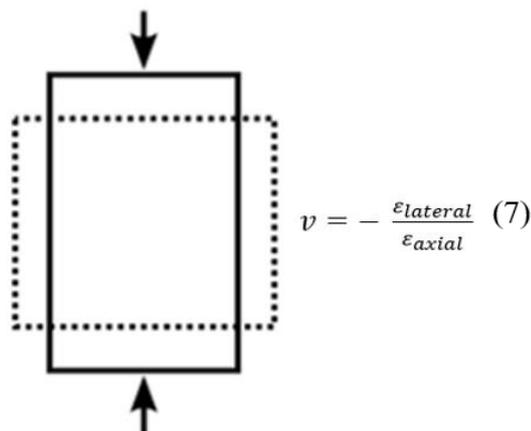


Figura 2.6: Comportamiento de una estructura con coeficiente de Poisson positivo. (Kozicki, J., 2007)

Sin embargo, las estructuras auxéticas reaccionan al contrario. Esta propiedad aumenta el acoplamiento

piezoeléctrico y elástico a nivel estructural, permitiendo una mayor sensibilidad a campos eléctricos y tensiones por parte de la estructura, que se deformará en mayor medida que una estructura con coeficiente de Poisson positivo, sometidas ambas a una misma excitación eléctrica. Igualmente, genera un voltaje superior que una estructura no auxética, expuestas ambas a la misma tensión mecánica (Fey et al, 2015).

Diversos estudios científicos parecen indicar que el empleo estructuras reticulares auxéticas, presenta ventajas como el aumento de la resistencia al impacto, una mayor rigidez frente a cargas de cizalladura, mejoras en la resistencia a la indentación y mayor resistencia frente a un choque térmico. Esta optimización de las características mecánicas mejora las propiedades de los dispositivos piezoeléctricos, además de reducir la cantidad de cerámica empleada (Iyer et al, 2014).



# 3 MÉTODOS

## 3.1 Estructura piezoeléctrica a ensayar

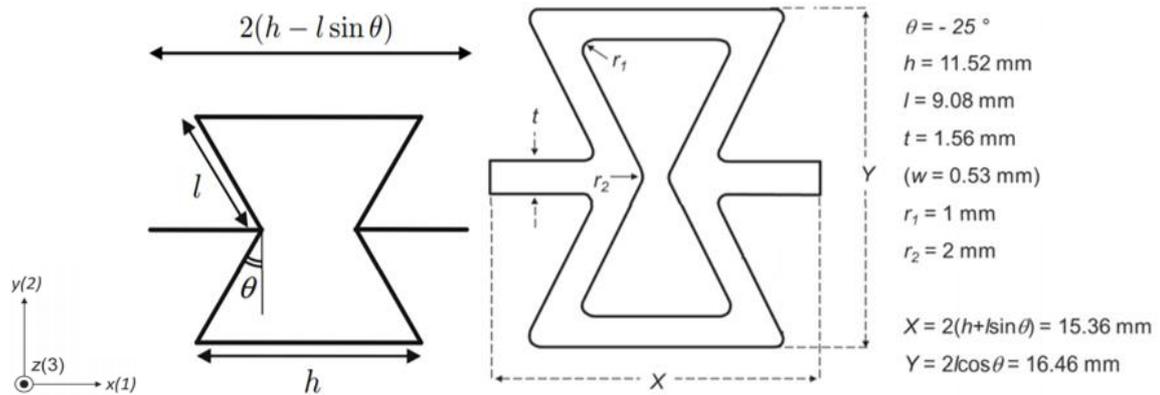


Figura 3.1: Geometría y dimensiones de la celda unidad de la estructura. (Fey et al, 2015)

La celosía a analizar es tridimensional y es la propuesta en el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015), con el fin de poder comparar los resultados obtenidos con los expuestos en dicho artículo y sacar conclusiones al respecto.

La geometría de la celosía se asemeja a la de un panal de abeja, “honeycomb”. La celda unidad de la estructura es un hexágono irregular, con cuatro aristas reentrantes que forman un ángulo de  $-25^\circ$  con la vertical, como se muestra en la figura 3.1. La estructura se compone de dieciséis celdas unidad dispuestas como se observa en la figura 3.2, y está contenida en el plano perpendicular al eje 3.

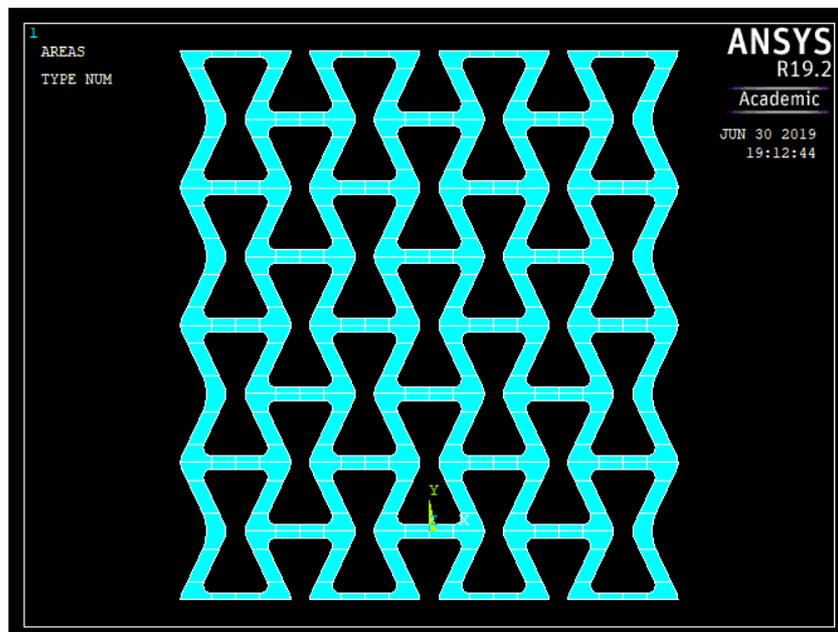


Figura 3.2: Alzado de la estructura a analizar.

## 3.2 Introducción de las propiedades del material en ANSYS

La cerámica PZT utilizada en este trabajo será la PIC-255, del fabricante Physik Instrumente (PI) GmbH & Co,

que aporta el valor de los coeficientes de las matrices necesarias para realizar el ensayo, mostrados en la figura 3.4. La polarización del PZT tiene la dirección del eje 3, y es perpendicular a la celosía. En esta misma dirección será aplicado el campo eléctrico.

En este caso se ha decidido emplear este material por tener coeficientes piezoeléctricos del orden de magnitud de los del material empleado en el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015).

A continuación se detallan los valores de las matrices de acoplamiento elástico, de permitividad y de coeficientes piezoeléctricos.

### 3.2.1 Matriz de flexibilidad mecánica, $S^E$ , [ $m^2/N$ ]

$$\begin{bmatrix} 1.59e-11 & -5.69e-12 & -7.38e-12 & 0 & 0 & 0 \\ -5.69e-12 & 1.59e-11 & -7.38e-12 & 0 & 0 & 0 \\ -7.38e-12 & -7.38e-12 & 2.09e-11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.49e-11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.49e-11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.32e-11 \end{bmatrix}$$

### 3.2.2 Matriz piezoeléctrica, $d$ , [ $C/m^2$ ]

La magnitud de los coeficientes se expresa en  $C/m^2$  ó  $N/Vm$ ;

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -7.15 \\ 0 & 0 & -7.15 \\ 0 & 0 & 13.70 \\ 0 & 11.90 & 0 \\ 11.90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hay un factor a tener en cuenta a la hora de introducir la matriz  $d$  y es que ANSYS ordena las tres últimas filas de forma distinta a como estipula el IEEE. En la figura 3.3 se observa la diferencia entre la disposición de los coeficientes de la matriz según el IEEE y según ANSYS.

$$\text{IEEE } [d] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \quad \text{ANSYS } [d] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \end{bmatrix}$$

Figura 3.3: Sistema de referencia IEEE y sistema que utiliza ANSYS. (Sharqnet, s.f.)

Por tanto, la matriz de coeficientes piezoeléctricos, tal y como hay que introducirla en ANSYS, luce así:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -7.15 \\ 0 & 0 & -7.15 \\ 0 & 0 & 13.70 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11.90 & 0 \\ 11.90 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.2.3 Matriz de permitividad eléctrica relativa, $e$ , [-]

La matriz de permitividad eléctrica expresada en  $F/m$  es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1.459e-8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.459e-8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.548e-8 \end{bmatrix}$$

Sin embargo, en ANSYS se introduce la matriz de permitividad eléctrica relativa al valor de la permitividad en el vacío,  $8.8541878176e-12 C^2/(N \cdot m^2)$ , quedando ésta de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 1649 & 0 & 0 \\ 0 & 1649 & 0 \\ 0 & 0 & 1750 \end{bmatrix}$$

Para introducir estas matrices en ANSYS, se siguen los pasos **Preprocessor-Material Props-Material Models**. Una vez ahí, para la matriz  $S$ , se procede: **Structural-Linear-Elastic-Anisotropic-Flexibility Matrix**. En el caso de la matriz  $d$ , sería **Piezoelectrics-Piezoelectric matrix-Stress Matrix**. Como se ha indicado antes, ANSYS requiere la matriz  $e$  relativa, que se introduce **Electromagnetics-Relative Permittivity-Orthotropic**.



**Material coefficients PIC255**

| Coefficient | Unit              | Value      | Coefficient | Unit             | Value     |
|-------------|-------------------|------------|-------------|------------------|-----------|
| Density     | kg/m <sup>3</sup> | 7,80E+03   | N1          | Hzm              | 1420      |
| Qm          |                   | 80         | N3          | Hzm              | 1710      |
|             |                   |            | N5          | Hzm              | 1125      |
| ε 11Tr      |                   | 1649       | Np          | Hzm              | 2000      |
| ε 33Tr      |                   | 1750       | Nt          | Hzm              | 2000      |
| ε 11Sr      |                   | 930        |             |                  |           |
| ε 33Sr      |                   | 857        | d31         | m/V              | -1,74E-10 |
|             |                   |            | d33         | m/V              | 3,94E-10  |
| β 11T       | Vm/As             | 6,85E+07   | d15         | m/V              | 5,35E-10  |
| β 33T       | Vm/As             | 6,45E+07   |             |                  |           |
| β 11S       | Vm/As             | 1,21E+08   | g31         | Vm/N             | -1,13E-02 |
| β 33S       | Vm/As             | 1,32E+08   | g33         | Vm/N             | 2,54E-02  |
|             |                   |            | g15         | Vm/N             | 3,66E-02  |
| tan δ       |                   | 20,0E-3    |             |                  |           |
|             |                   |            | e31         | N/Vm             | -7,15     |
| k31         |                   | 0,351      | e33         | N/Vm             | 13,70     |
| k33         |                   | 0,691      | e15         | N/Vm             | 11,90     |
| k15         |                   | 0,661      |             |                  |           |
| kp          |                   | 0,620      | h31         | N/As             | -9,43E+08 |
| kt          |                   | 0,471      | h33         | N/As             | 1,81E+09  |
|             |                   |            | h15         | N/As             | 1,45E+09  |
| Poisson (σ) |                   | 0,36       |             |                  |           |
|             |                   |            |             |                  |           |
| s11E        | m <sup>2</sup> /N | 1,590E-11  | c11E        | N/m <sup>2</sup> | 1,230E+11 |
| s33E        | m <sup>2</sup> /N | 2,097E-11  | c33E        | N/m <sup>2</sup> | 9,711E+10 |
| s55E        | m <sup>2</sup> /N | 4,492E-11  | c55E        | N/m <sup>2</sup> | 2,226E+10 |
| s12E        | m <sup>2</sup> /N | -5,699E-12 | c12E        | N/m <sup>2</sup> | 7,670E+10 |
| s13E        | m <sup>2</sup> /N | -7,376E-12 | c13E        | N/m <sup>2</sup> | 7,025E+10 |
| s44E        | m <sup>2</sup> /N | 4,492E-11  | c44E        | N/m <sup>2</sup> | 2,226E+10 |
| s66E        | m <sup>2</sup> /N | 4,319E-11  | c66E        | N/m <sup>2</sup> | 2,315E+10 |
|             |                   |            |             |                  |           |
| s11D        | m <sup>2</sup> /N | 1,393E-11  | c11D        | N/m <sup>2</sup> | 1,298E+11 |
| s33D        | m <sup>2</sup> /N | 1,096E-11  | c33D        | N/m <sup>2</sup> | 1,220E+11 |
| s55D        | m <sup>2</sup> /N | 2,532E-11  | c55D        | N/m <sup>2</sup> | 3,949E+10 |
| s12D        | m <sup>2</sup> /N | -7,660E-12 | c12D        | N/m <sup>2</sup> | 8,345E+10 |
| s13D        | m <sup>2</sup> /N | -2,945E-12 | c13D        | N/m <sup>2</sup> | 5,729E+10 |
| s44D        | m <sup>2</sup> /N | 2,532E-11  | c44D        | N/m <sup>2</sup> | 3,949E+10 |
| s66D        | m <sup>2</sup> /N | 4,319E-11  | c66D        | N/m <sup>2</sup> | 2,315E+10 |

Figura 3.4: Datos del fabricante, material PZT PIC-255. (Physik Instrumente (PI) GmbH & Co, s.f.)

### 3.3 Implementación de la estructura en ANSYS

La implementación en ANSYS de la estructura se hace como indica el siguiente proceso. Lo primero es crear un modelo 2D de la estructura en el plano perpendicular al eje 3, utilizando el elemento MESH200, que se mallará y que posteriormente servirá de base para generar el modelo 3D. El modelo 3D se genera extruyendo el modelo 2D mallado en la dirección positiva del eje 3 haciendo uso del elemento SOLID226, es decir, la malla 2D hace la función de “guía” para el mallado volumétrico. Los elementos MESH200 no intervienen en el ensayo, no siendo necesario eliminarlos una vez se haga la extrusión. Los dos tipos de elementos de ANSYS usados se describen a continuación:

#### 1. **MESH200**

Este elemento se ha empleado para generar la malla 2D a partir de la cual se extruirá el posterior mallado volumétrico. Es un elemento diseñado específicamente para este cometido, pues no contribuye a la solución del problema. En este caso, se ha seleccionado un elemento 2D de 8 nodos. La geometría del elemento y la disposición de los nodos son idóneos para emplear el elemento SOLID226 en la extrusión (ANSYS Help, s.f.).

Para seleccionarlo en ANSYS, las instrucciones son **Preprocessor-Element Type-Add** y seleccionar el elemento. Además, habrá que indicar la KEYOPT=7 siguiendo los pasos: **Preprocessor-Element Type-Edit**.

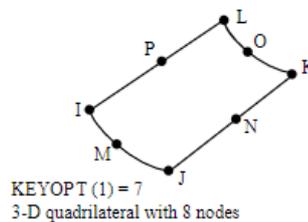


Figura 3.5: Esquema del elemento MESH200, KEYOPT=7. (ANSYS Help, s.f.)

#### 2. **SOLID226**

Es un elemento sólido 3D de 20 nodos apto para el análisis multicampo, en este caso nos permitirá simular el efecto piezoeléctrico. Tiene 4 grados de libertad por nodo, siendo estos las traslaciones en las direcciones de los ejes 1, 2 y 3 y potencial eléctrico en el nodo (ANSYS Help, s.f.).

Para hacer uso de este elemento en ANSYS, los pasos a seguir son **Preprocessor-Element Type-Add/Edit/Delete** y selección del elemento SOLID226. Es necesario indicar la función que va a desempeñar el elemento, para ello se procede **Preprocessor-Element Type-Edit**, indicando en las distintas pestañas las características del ensayo.

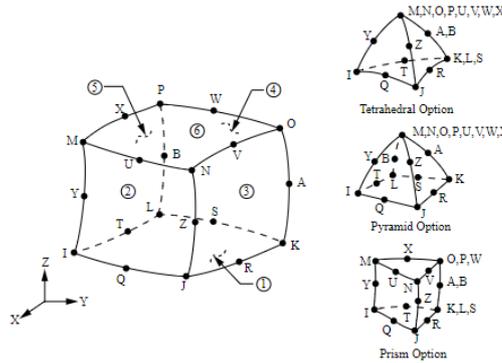


Figura 3.6: Esquema del elemento SOLID226. (ANSYS Help, s.f.)

La geometría 2D se divide en subáreas, con el fin de facilitar el mallado de la misma, necesario para obtener valores de desplazamientos, deformaciones y tensiones que representen con fidelidad la realidad. Estas subdivisiones deben realizarse con criterio, de manera no sean angulosas y su mallado sea relativamente sencillo.

Las etapas del proceso de mallado son las siguientes:

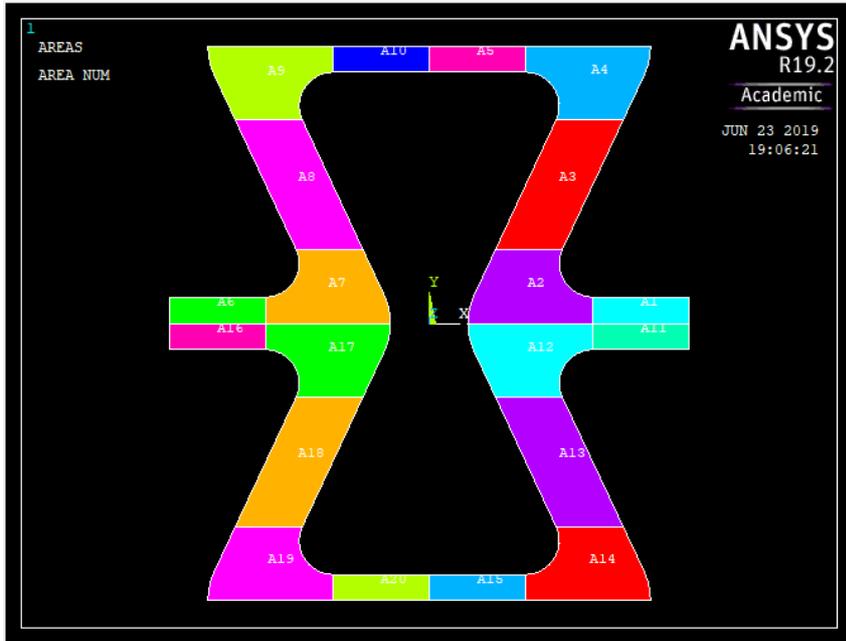
1. Mallado de un cuarto de celda unidad.
2. Mediante simetría, se genera la celda unidad completa.
3. Se desplaza la celda unidad a la derecha y mediante la función “copy” se copia la celda, generando una cadena de dos estructuras. A continuación, se hace simetría respecto del plano perpendicular al eje 1.
4. Se copia cuatro veces en dirección vertical la fila generada en el paso 2, obteniendo la estructura 4x4 mallada.
5. Por último, se eliminan los apéndices externos de las celdas de las columnas 1 y 4.

Para mallar un área, ANSYS ofrece dos formas de hacerlo, “Mapped” y “Free”.

- El método *Mapped*, está indicado para mallar áreas similares a cuadriláteros. Se utilizan elementos rectangulares. En este caso, este método se ha empleado para mallar los apéndices, así como las divisiones en forma de rectángulo que hay en las bases y aristas reentrantes.
- El método *Free*, se utiliza para mallar áreas irregulares, como las cuatro esquinas de la estructura mostrada en la figura 3.4 y las cuatro divisiones centrales de la misma. Dentro de la opción “Mallado Free” los elementos finitos usados pueden ser triángulos o cuadriláteros, siendo estos últimos los empleados en este caso.

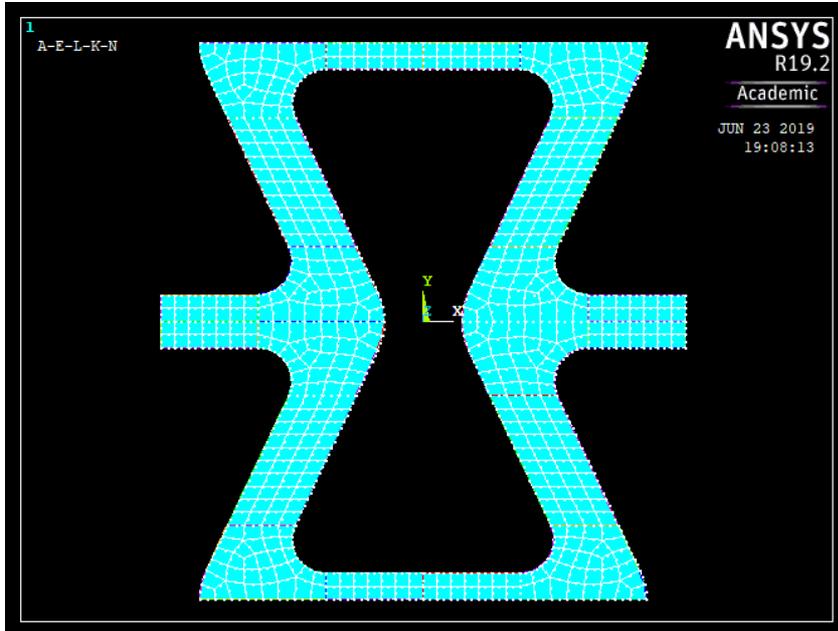
### 3.4 Mallado de la estructura

Tal y como se ha indicado previamente, lo primero es realizar la división de una celda unidad en subareas y mallarlas. En este caso y aprovechando la simetría entorno a los ejes 1 y 2 el resultado ha sido el que se muestra en la figura 3.7:

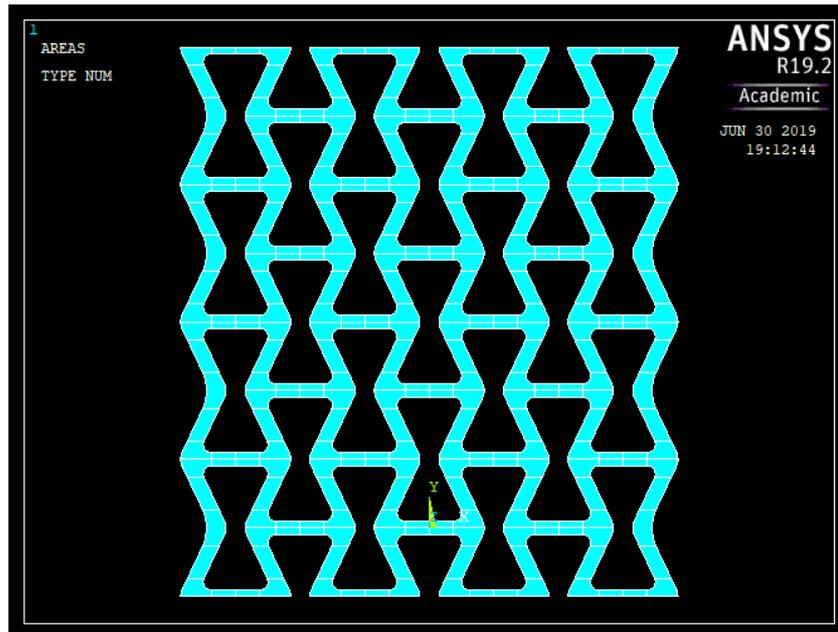


*Figura 3.7: Subáreas de la celda unidad.*

Una vez hecha la división de la celda, se malla cada subdivisión con una de las dos opciones de mallado previamente descritas, según su geometría. El mallado 2D de una celda unidad y la mitad de los dos apéndices laterales se muestran en la figura 3.8. Este mallado se compone de 520 elementos MESH200 y 1932 nodos.



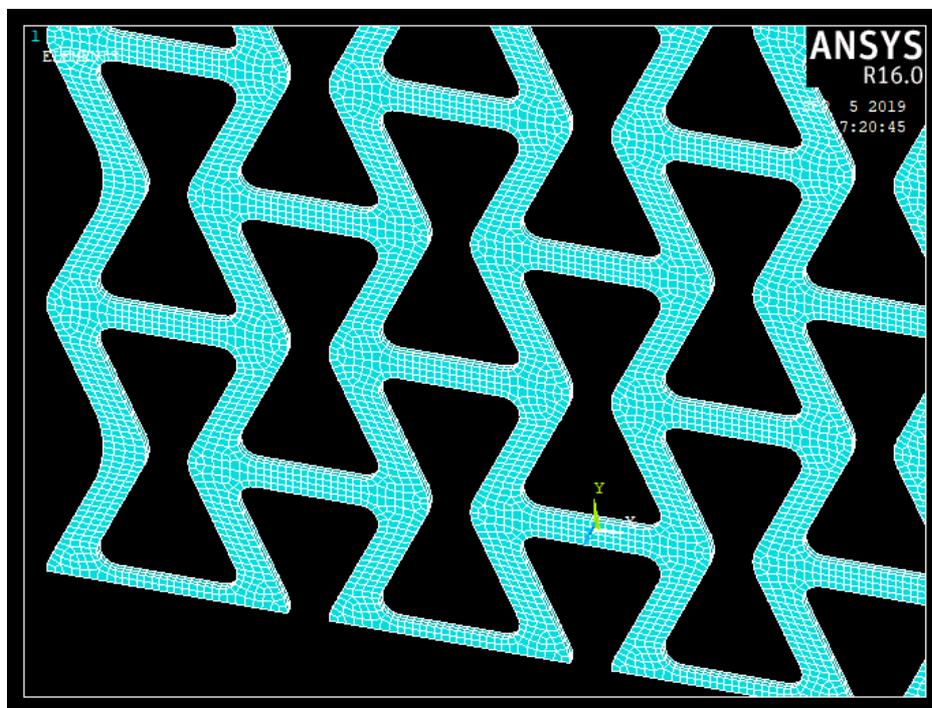
*Figura 3.8: Mallado 2D de una celda unidad. 520 elementos MESH200, 1932 nodos.*



*Figura 3.9: Alzado de la celosía 2D.*

La vista frontal de la estructura 2D se muestra en la figura 3.9. El siguiente paso consiste en extrudir en la dirección del eje 3 la estructura mallada en 2D. El espesor indicado es de 0.53 mm. En el espesor se introducen dos elementos SOLID226, que se adaptan al mallado del modelo 2D, como se explicó anteriormente. El comando de ANSYS que realiza esta operación es **VEXT**.

La estructura 3D es la que se empleará en los análisis. La malla de esta estructura consta de 24000 elementos SOLID226 y 105682 nodos y puede observarse en la figura 3.10.

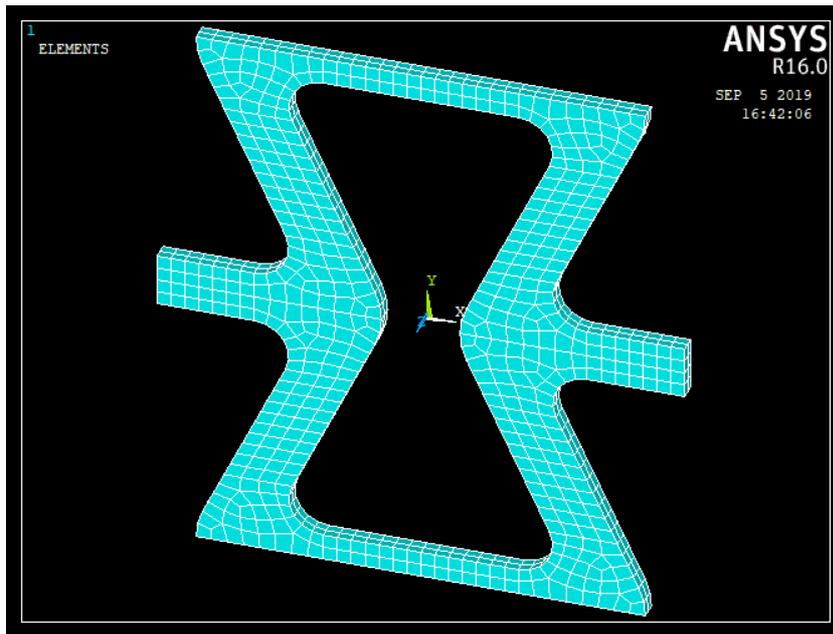


*Figura 3.10: Detalle de la malla de la celosía 4x4 3D. 24000 elementos SOLID226, 105682 nodos*

### 3.4.1 Estudio de convergencia de la malla

Una vez diseñada la malla, es necesario hacerle un análisis de convergencia. Para ello, se ensayará una celda unidad mallada, como la que se muestra en la figura 3.11, y se tomarán datos de desplazamientos en las

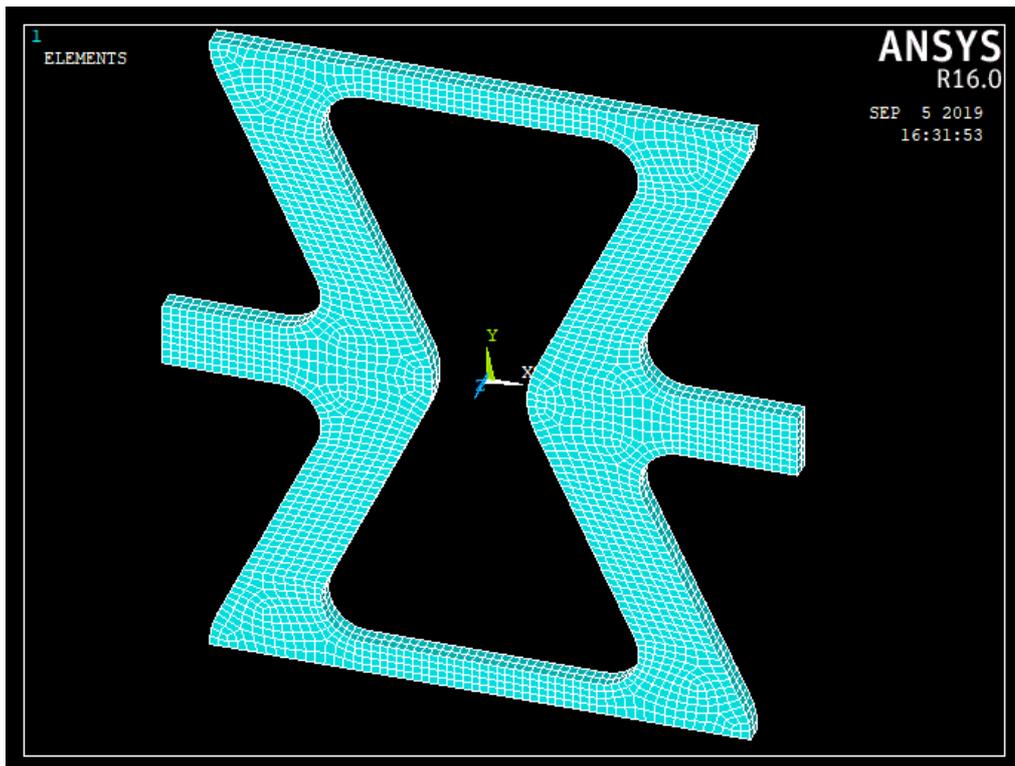
direcciones de los ejes 1 y 2 de cuatro nodos, así como la energía de deformación de la celda.



*Figura 3.11: Mallado 3D de una celda unidad. 1560 elementos SOLID226, 7212 nodos.*

Para el análisis se realiza un ensayo a compresión de la celda unidad. En primer lugar se restringe el desplazamiento de los nodos de la base inferior en dirección del eje 2, el desplazamiento un nodo en la esquina derecha inferior de la celda en dirección del eje 1 y el desplazamiento en dirección del eje 3 de todos los nodos con cota nula en dirección de dicho eje ( $z=0$ ). A continuación se impone un desplazamiento en dirección negativa del eje 2 de los nodos de la base superior de la celda. En este caso el desplazamiento de la base superior ha dado lugar a una compresión longitudinal del 0.23%.

Los nodos pertenecen a la esquina superior derecha (1), al extremo del apéndice izquierdo (2) y a los puntos interiores de la estrechez central (3) y (4), respectivamente.



**Figura 3.12: Malla refinada utilizada en el ensayo de convergencia. 6240 elementos SOLID226, 25844 nodos**

A continuación se refinará la malla diseñada (figura 3.11), obteniendo una malla con un mayor número de elementos y que se muestra en la figura 3.12, que servirá de comparativa para el estudio de convergencia. Una vez que se tiene esta nueva malla, se realiza el ensayo descrito anteriormente y se recopilan los mismos datos de los mismos nodos que en el ensayo anterior. Los errores relativos que hay entre las magnitudes se muestran en la siguiente tabla.

| NODOS | UX    | UY    |
|-------|-------|-------|
| 1     | 2.6 % | 2.0 % |
| 2     | 1.8 % | 2.0 % |
| 3     | 2.8 % | 2.0 % |
| 4     | 2.7 % | 2.0 % |

**Tabla 3.1: Errores relativos.**

El error relativo entre las dos medidas de la energía de deformación en la celda es del 2.8 %.

Al observar los resultados anteriores, se puede deducir que la malla converge, pues aunque se ha refinado la misma, los resultados obtenidos con la malla refinada apenas han variado respecto a los obtenidos con la malla propuesta.

Teniendo en consideración la convergencia de la malla, se emplea la malla diseñada (1560 elementos) para los análisis, pues los resultados son muy similares a los resultados obtenidos mediante el empleo de la malla diseñada refinada (6240 elementos) y supone un menor coste operacional.

### 3.5 Cargas y condiciones de contorno en los ensayos

#### 3.5.1 Ensayo mecánico

Para el ensayo mecánico se ha aplicado una compresión en dirección longitudinal (dirección del eje 2) del 0.23%, y se ha calculado el coeficiente de Poisson de la celosía. Se ha tomado el mismo valor de deformación que el aplicado en el ensayo mecánico del artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015), con el objetivo de poder comparar los resultados que se obtengan. El problema a resolver tiene cuatro grados de libertad: desplazamientos en la dirección de los tres ejes y voltaje, que deben estar bien definidos para operar sobre la celosía. Las condiciones de contorno impuestas son las siguientes:

- Restricción del desplazamiento en la dirección del eje 2 de los nodos que componen la base de la estructura.
- Restricción del desplazamiento en la dirección del eje 1 en el nodo del extremo derecho de la base inferior de la estructura con cota  $Z=0$  m.
- Restricción del desplazamiento en la dirección del eje 3 en todos los nodos cuya cota es  $Z=0$  m.

Para la aplicación de la deformación del -0.23%, se impone un desplazamiento en los nodos de la base superior de la estructura, en dirección del eje 2 y en sentido negativo de 0.0001514186 metros, provocando la deformación de -0.23% deseada.

Para introducir las restricciones, se procede de la siguiente manera: se seleccionan los nodos que estén a una determinada cota  $H$  con referencia a un eje principal, **NSEL, S, LOC, Z, H**, y en la siguiente línea de código, se indica la dirección del desplazamiento (UX,UY,UZ) que se quiere imponer y su magnitud **DESP; D, ALL, UZ, DESP**.

Además, se ha impuesto un voltaje de 0 voltios en las caras de la celosía con cota  $Z=0$  mm y  $Z=0.53$  mm, con

la finalidad de asegurar que no hay un campo eléctrico aplicado a la estructura en la dirección del eje 3, dirección en la cual se encuentra polarizado el material PZT que se está empleando, y que induciría deformaciones y desplazamientos, falseando los resultados. Para ello, se sigue el mismo procedimiento explicado previamente para seleccionar un conjunto de nodos y acto seguido imponer una restricción de voltaje  $V$ ; **D, ALL, VOLT, V**.

### 3.5.2 Ensayo piezoeléctrico

Tomando la misma geometría y material que en el apartado anterior, se somete la estructura a un campo eléctrico en la dirección de polarización del material, el eje 3. Esto se traduce en el software ANSYS como la imposición de un voltaje en los nodos de una cara y mantener los nodos de la otra cara a 0 voltios. Con esto se consigue una diferencia de potencial que inducirá deformaciones en la celosía, por medio del efecto piezoeléctrico inverso.

La estructura se somete a un campo eléctrico de 566000 V/m, lo que supone imponer en la cara con cota  $Z=0$  mm un voltaje nulo y en la cara con  $Z=0.53$  mm imponer 299.98 V. Para determinar la magnitud del campo eléctrico generado (566000 V/m), se ha tomado como referencia el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015).

Además de la diferencia de potencial aplicada, se imponen en la celosía las mismas condiciones de contorno en desplazamientos que en el ensayo mecánico.

La finalidad de este ensayo es cuantificar las deformaciones producidas en la estructura piezoeléctrica y compararlas con las sufridas por un sólido volumétrico piezoeléctrico de las dimensiones de la celosía, ambas bajo las mismas condiciones. Con ello se pretende determinar la influencia de la estructura auxética en las propiedades piezoeléctricas del material, concretamente en los coeficientes piezoeléctricos  $d_{31}$  y  $d_{32}$ , que relacionan el campo eléctrico aplicado  $E$  con las deformaciones  $\epsilon$ .

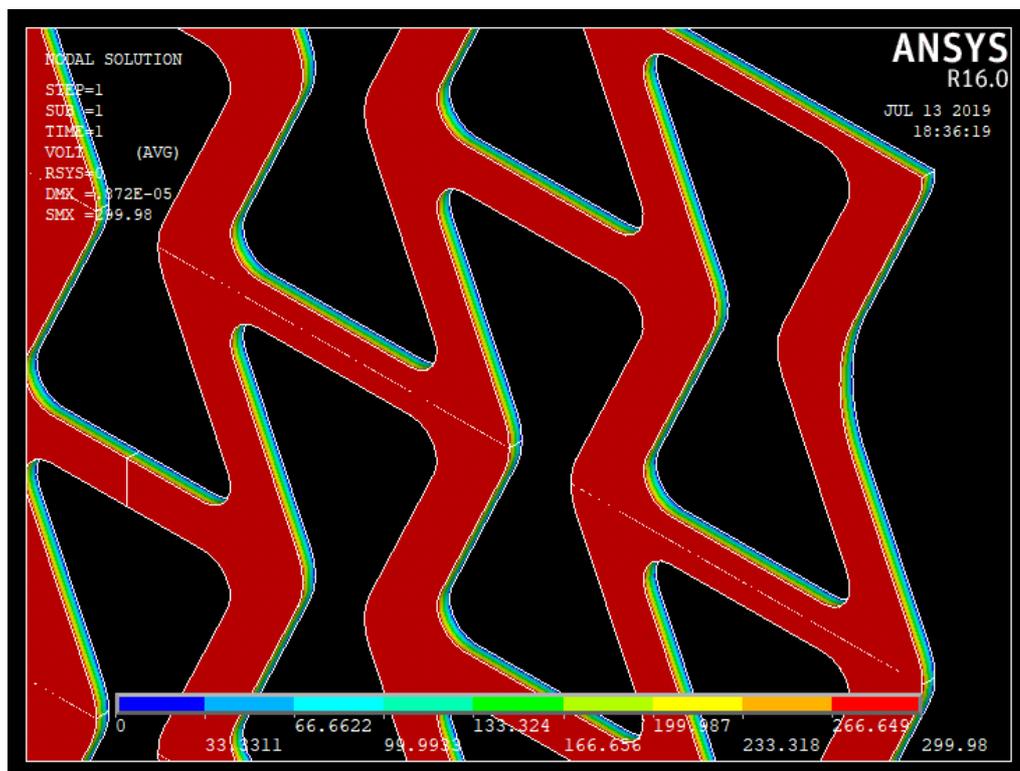


Figura 3.13: Detalle del potencial potencial aplicado en dirección del eje 3 expresado en volts.

# 4 RESULTADOS

Para ensayar la estructura auxética piezoeléctrica, se implementa en ANSYS con el material PZT descrito anteriormente. La estructura es ensayada dos veces, sometida primero a una carga mecánica y posteriormente a la acción de un potencial eléctrico.

## 4.1 Ensayo mecánico

Se ha procedido a calcular el coeficiente de Poisson, que sirve de referencia para estimar el acoplamiento mecánico que se produce debido al empleo de una estructura reticular auxética en lugar de un sólido volumétrico de las mismas dimensiones. Para ello, conociendo la deformación impuesta longitudinalmente, se ha calculado la deformación transversal que aparece en la celosía.

La deformación se ha calculado en base a la ecuación (8), tomando los datos de desplazamiento de dos nodos de la celosía y de la distancia que los separa.

$$\varepsilon_x^{al} = - \frac{U_{izq} - U_{der}}{L} \quad (8)$$

siendo  $U_{der}$  y  $U_{izq}$  los desplazamientos de los nodos (marcados con un punto blanco en la figura 4.1) situados en los extremos derecho e izquierdo de la estructura respectivamente, y  $L$  la distancia que hay entre los nodos cuando la estructura no está sometida a ningún efecto externo.

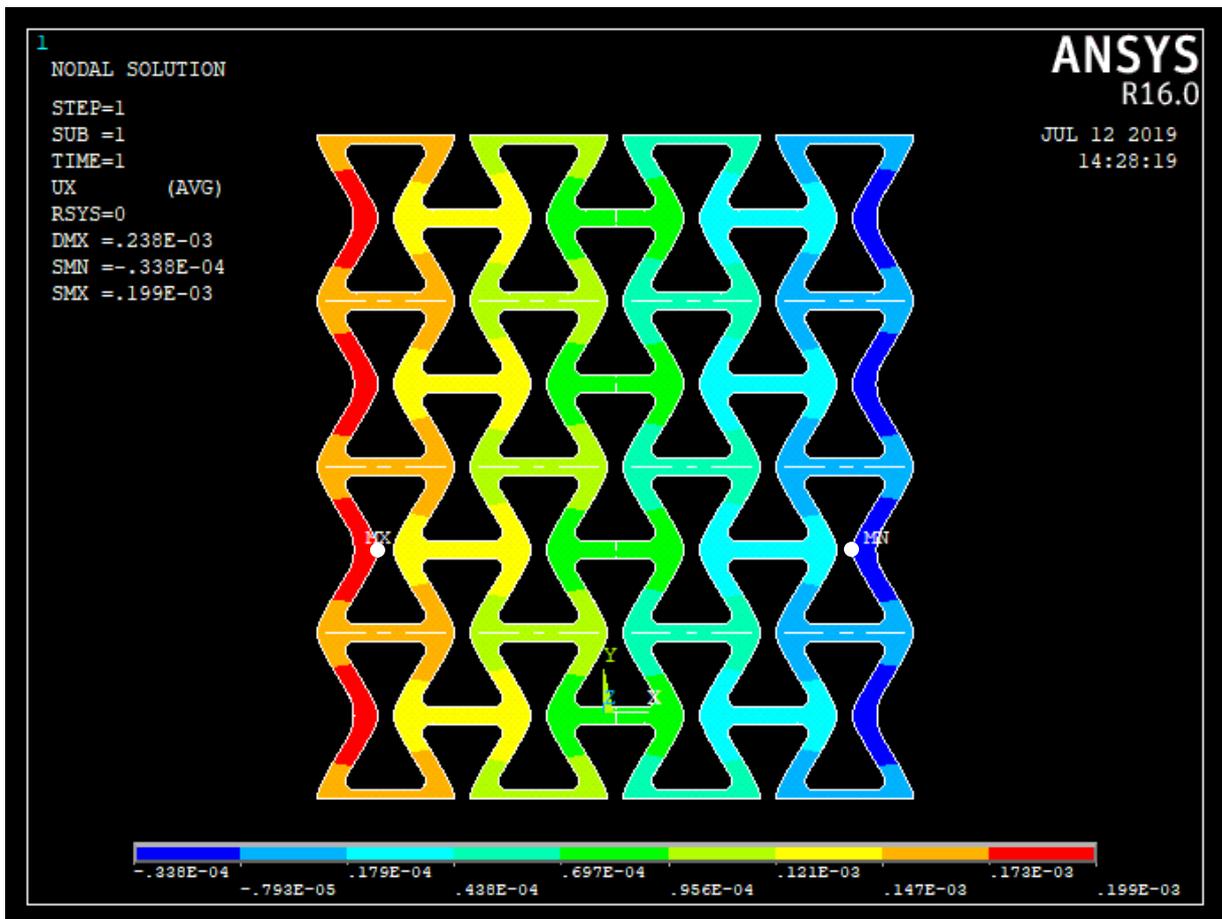


Figura 4.1: Desplazamientos en la dirección del eje 1 expresados en metros.

La distancia  $L=4.838e-2$  metros separa a los nodos ubicados en el lado interno de los ligamentos externos (izquierdo y derecho) de la celosía, siendo aquí donde se alcanzan los mayores desplazamientos transversales, y por tanto, una mayor contracción. Esto es debido al número de ligamentos horizontales que hay entre los dos nodos. Entre los nodos escogidos para calcular la contracción horizontal, tan solo hay tres ligamentos, lo que provoca un mayor grado de deformación que si se escogieran nodos separados por cuatro ligamentos.

Los desplazamientos obtenidos en el ensayo fueron:

$$U_{izq} = 0.167e-3 \text{ m}$$

$$U_{der} = -0.222e-5 \text{ m}$$

Al aplicar la ecuación (8), se obtiene una deformación negativa, lo que indica una contracción transversal

$$\varepsilon_x^{al} = -\frac{(0.000167) - (-0.00000222)}{0.04838} = -0.474\%$$

Siendo conocidos los valores de las deformaciones longitudinal y transversal y sustituyendo en la fórmula del coeficiente de Poisson resulta:

$$\nu_{21} = -\frac{\varepsilon_x^{al}}{\varepsilon_y^{al}} = -\frac{(-0.474)}{(-0.230)} = -2.059$$

El valor obtenido refleja el comportamiento auxético de la estructura, e indica que al aplicar una contracción longitudinal de un cierto valor a la celosía, se induce en ésta una contracción transversal dos veces mayor a la sufrida longitudinalmente. Este efecto se aprecia con claridad en la figura 4.2, donde se representa la celosía deformada y la silueta de la celosía sin deformar.

En el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015), se calcula el coeficiente de Poisson de la estructura mediante el Método de los Elementos Finitos, utilizando el software Marc/Mentat 2015R2, y se obtiene de resultado  $\nu_{21} = -2.06$ , lo que corrobora que la estructura ha sido implementada correctamente en ANSYS.

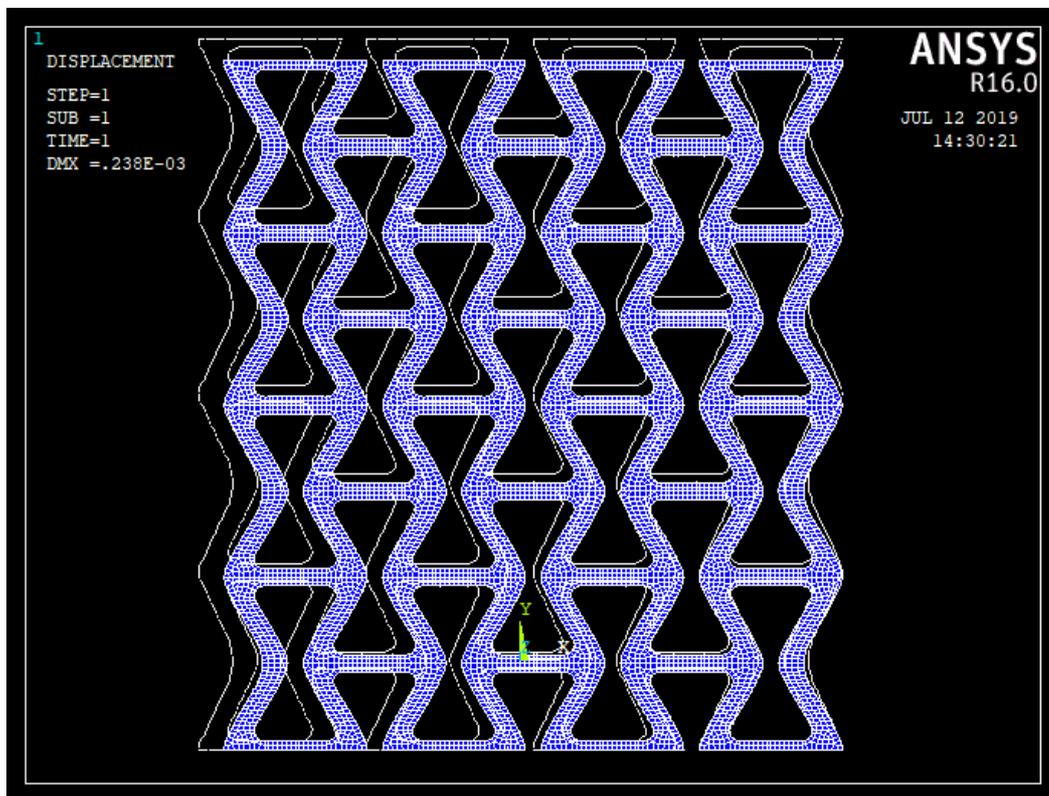


Figura 4.2: Celosía deformada y borde de la celosía indeformada.

El coeficiente de Poisson que se ha obtenido numéricamente mediante el software ANSYS, puede ser obtenido también de forma teórica con la siguiente fórmula basada en los atributos geométricos, extraída del artículo “A novel mechanism for generating auxetic behaviour in reticulated foams: missing rib foam model” (Smith et al, 2000), sustituyendo en ella los datos de la celosía en cuestión. La notación las dimensiones (h, l,  $\theta$ ) se corresponde con la mostrada en la figura 3.1 del apartado 3.1.

$$v_{21} = \frac{\cos^2(\theta)}{\sin(\theta) \left[ \frac{h}{l} + \sin \theta \right]} = \frac{\cos^2(-25^\circ)}{\sin(-25^\circ) \left[ \frac{11.52}{9.08} + \sin(-25^\circ) \right]} = -2.297$$

El resultado obtenido numéricamente es ligeramente menor que el teórico. Esto es debido a que la fórmula teórica está desarrollada asumiendo condiciones ideales, suponiendo una estructura cuyos ligamentos tienen un espesor mucho menor que el espesor  $t$  de la celosía. Además, esta fórmula no contempla los radios de acuerdo que tiene la estructura, necesarios para evitar concentradores de tensiones, lo que también introduce cierto error en el cálculo.

La similitud entre el valor numérico obtenido con ANSYS, el valor numérico obtenido por Fey et al y el valor teórico calculado mediante la fórmula de Smith et al, confirma que la implementación de la estructura en ANSYS es adecuada, lo que garantiza que puede emplearse en el ensayo piezoeléctrico y obtener resultados correctos.

Por último se ha calculado el cociente entre la deformación transversal a nivel estructural,  $\varepsilon_x^{al}$ , y la deformación transversal inducida en una pieza maciza con las mismas dimensiones que la celosía de material PZT,  $\varepsilon_x^b$ , al ser sometida a una deformación longitudinal del 0.23%.

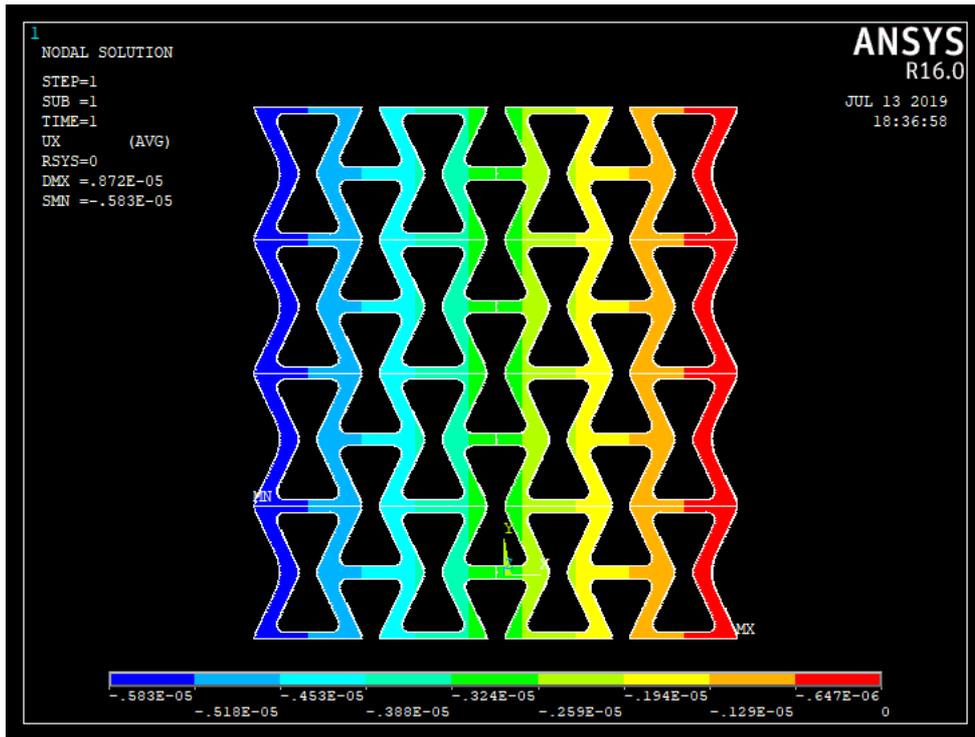
$$\text{Factor de amplificación de deformación} = \frac{\varepsilon_x^{al}}{\varepsilon_x^b} \quad (9)$$

Tras realizar los ensayos pertinentes para averiguar el valor de deformación del material,  $\varepsilon_x^b = 0.0584\%$ , se obtiene que el factor de amplificación es de 8.106. Esto muestra la ventaja que presenta disponer el material como una celosía reticular auxética frente al empleo de una pieza maciza de material, cuando el objetivo es aumentar el acoplamiento mecánico.

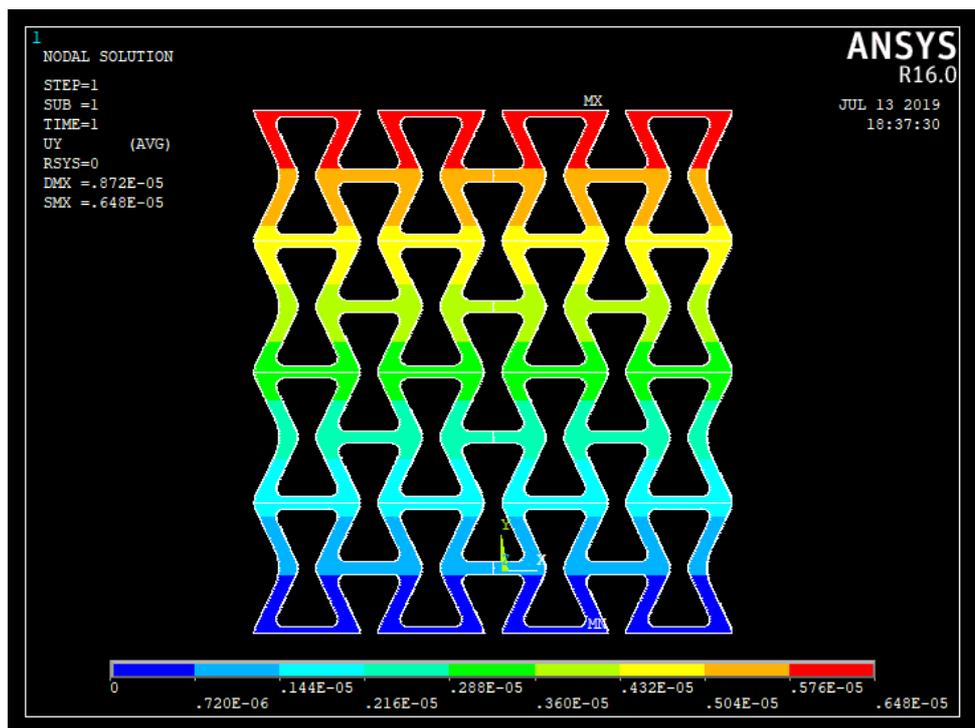
## 4.2 Ensayo piezoeléctrico

Una vez aplicado el campo eléctrico de 566000 V/m, se procede a calcular las deformaciones alcanzadas en la celosía en las direcciones de los ejes 1 y 2. Estas deformaciones serán comparadas con las sufridas por un taco macizo de material PZT (bulk) de las dimensiones de la estructura al igual que se ha hecho en el ensayo mecánico, con el objetivo de calcular el acoplamiento piezoeléctrico que se produce al combinar la piezoelectricidad con una celosía auxética y las ventajas que esto supone.

La evolución de los desplazamientos UX de un extremo a otro de la celosía que se observa en la figura 4.3 a), es lineal. Esto indica que cada punto de la geometría está deformándose lo mismo. Aunque los nodos de las celdas del extremo izquierdo tienen mayores desplazamientos, estos proceden de la suma de los desplazamientos producidos por la deformación de las propias celdas y los desplazamientos de las celdas situadas a la derecha de estas.



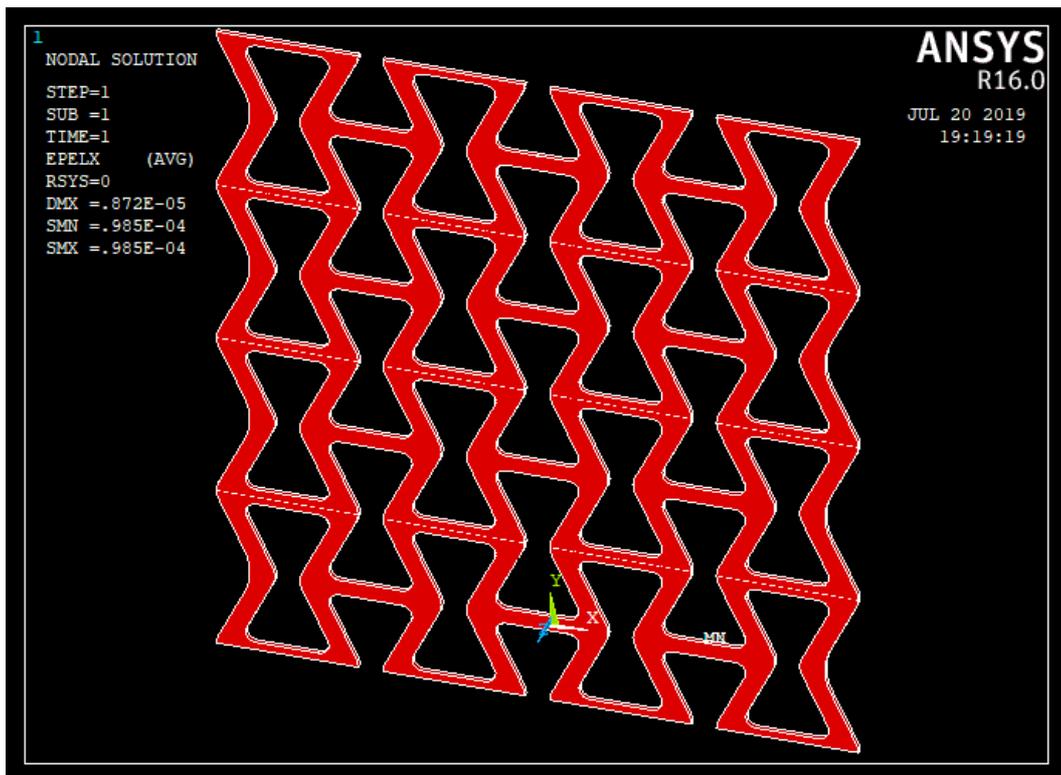
a)



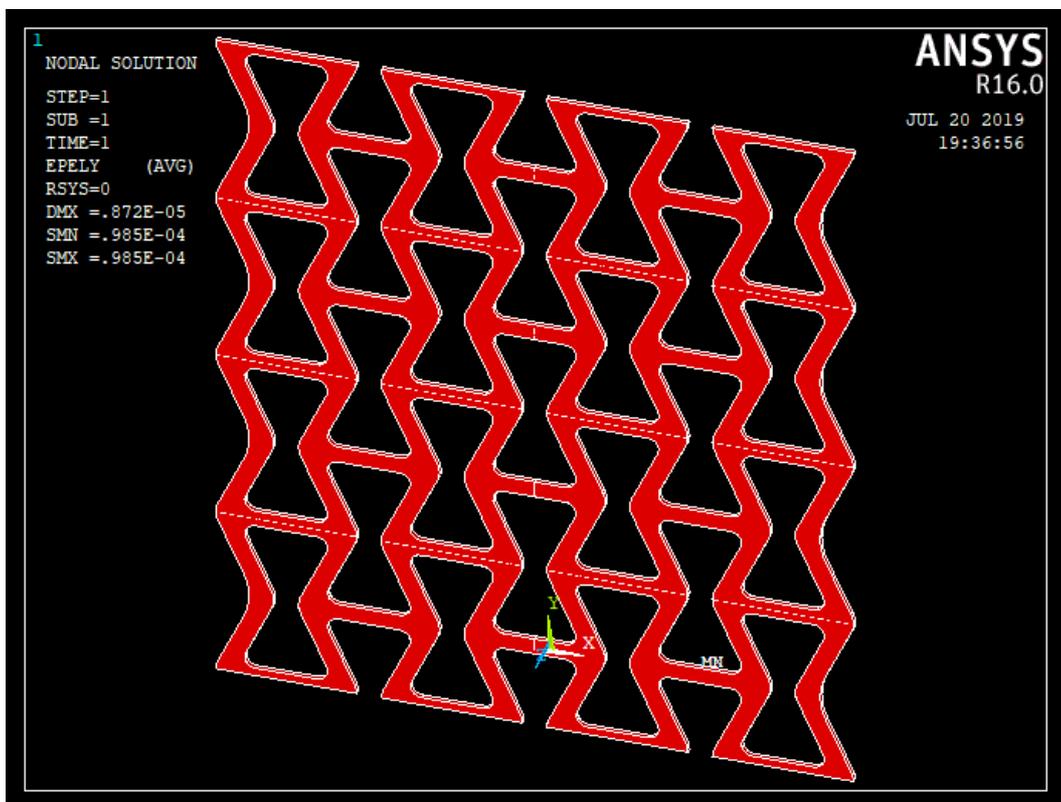
b)

**Figura 4.3:** a) Mapa de desplazamientos en la dirección del eje X expresado en metros. b) Mapa de desplazamientos en la dirección del eje Y expresado en metros.

Esta linealidad también se aprecia en los desplazamientos UY, figura 4.3 b). En ambas figuras se aprecia que esta linealidad no se ve alterada en ninguna zona de la celosía, lo que invita a pensar dos cosas: en primer lugar, que la relación entre la deformación inducida y el voltaje aplicado no depende de la geometría del sólido; y por otro lado, que la deformación es constante a lo largo de las direcciones de los ejes 1 y 2. Las deformaciones uniformes de la estructura en dirección del eje 1 y en dirección del eje 2 se muestran en las figuras 4.4 a) y 4.4 b), respectivamente.



a)



b)

Figura 4.4: a) Mapa de deformaciones de la celosía en dirección del eje X. b) Mapa de deformaciones de la celosía en dirección del eje Y.

Para comprobarlo, se recupera la ecuación (5) descrita en el capítulo 2 y suponiendo que no hay aplicadas

cargas mecánicas, se simplifica:

$$\varepsilon_x = d_{31} E_3$$

$$\varepsilon_y = d_{32} E_3$$

Estas ecuaciones junto con los datos del material y el campo eléctrico aplicado dan como resultado una deformación teórica:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = (1.74e - 10) * 566000 = 0.00985 \%$$

Teniendo en cuenta que las deformaciones transversal y longitudinal del sólido en cuestión son de la misma magnitud, se obtiene el ratio:

$$R = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = -1 \quad (10)$$

Este ratio, no debe confundirse con el coeficiente de Poisson. El ratio  $R$ , ha sido calculado a partir de las deformaciones inducidas en la estructura debido a la presencia de un campo eléctrico, mientras que el coeficiente de Poisson, está relacionado únicamente con el comportamiento mecánico de la celosía.

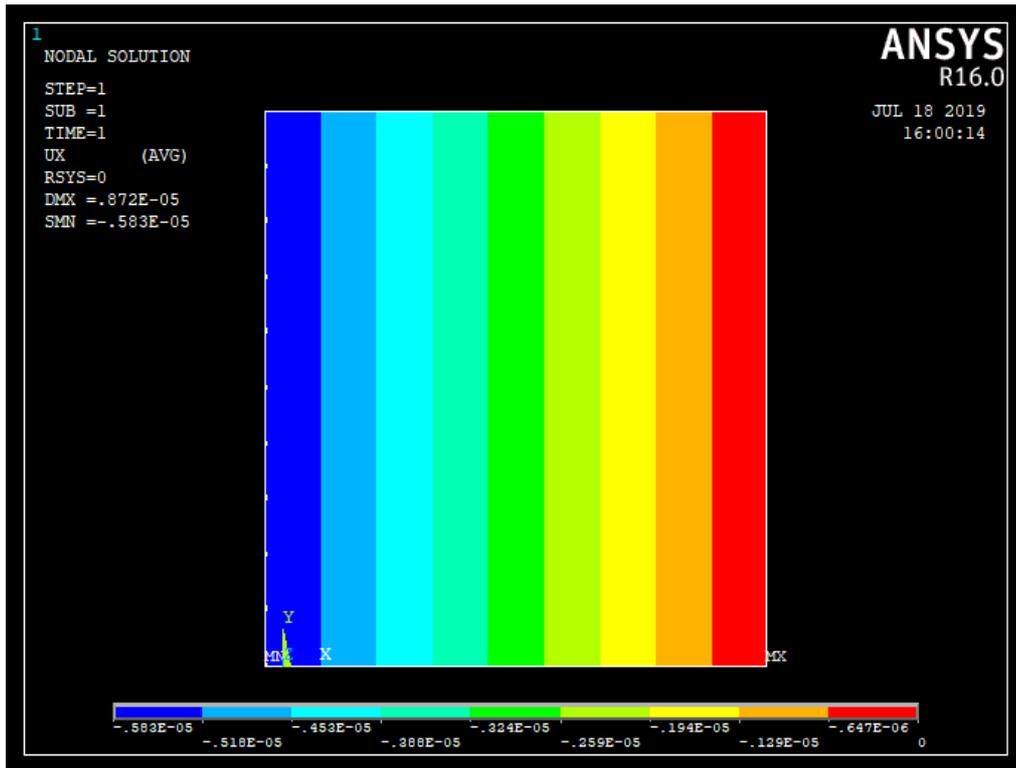
Este ratio depende únicamente de los coeficientes piezoeléctricos  $d_{31}$  y  $d_{32}$ , y del campo eléctrico aplicado, independientemente de la geometría del sólido en cuestión. Teniendo en cuenta esto, se cumple la igualdad:

$$\varepsilon_x^{al} = \varepsilon_y^{al} = \varepsilon_x^b = \varepsilon_y^b$$

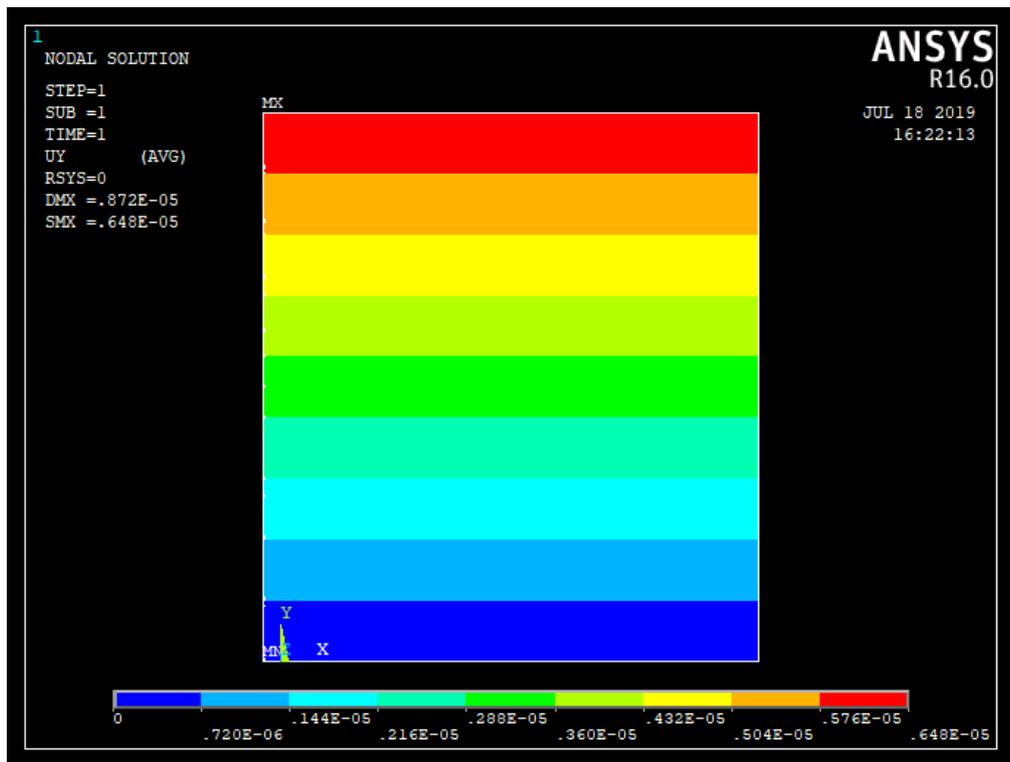
Además de la justificación teórica, esto se corrobora numéricamente sometiendo la estructura auxética y el sólido volumétrico al mismo potencial eléctrico y calculando sus respectivas deformaciones. Los desplazamientos UX y UY obtenidos tanto en la estructura como en el sólido son iguales, como se comprueba al comparar las figuras 4.4 y 4.5. Aplicando la ecuación (8) se obtiene:

$$\varepsilon_x^{al} = \varepsilon_x^b = \frac{0.583e - 5}{5.917e - 2} = 0.00985 \%$$

$$\varepsilon_y^{al} = \varepsilon_y^b = \frac{0.648e - 5}{6.583e - 2} = 0.00985 \%$$



a)



b)

Figura 4.5: a) Campo de desplazamientos UX, del sólido volumétrico en expresado en metros. b) Campo de desplazamientos UY, del sólido volumétrico expresado en metros.

Las deformaciones que salen de aplicar las ecuaciones constitutivas y las obtenidas mediante métodos numéricos coinciden. Además, el ratio es  $R = -1$  en ambos casos. Esto supone que no se produce un aumento en el acoplamiento piezoeléctrico al emplear una celosía reticular auxética en vez de un sólido volumétrico del material.

$$\text{Factor de amplificación de deformación} = \frac{\varepsilon_x^{al}}{\varepsilon_x^b}$$

El factor de amplificación de deformación, desarrollado anteriormente en la ecuación (9) es unitario, a diferencia del resultado obtenido en el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015), donde se expone que dicho factor es 30. Este hecho demuestra que el incremento del coeficiente  $d_{31}$  no es una de las ventajas que supone combinar una estructura auxética con un material piezoeléctrico.

# 5 CONCLUSIONES

---

Tras el ensayo mecánico se concluye que la celosía implementada provoca un aumento en el acoplamiento mecánico de hasta 8 veces en comparación con el sólido volumétrico piezoeléctrico, sometidos ambos a las mismas condiciones de carga y contorno. Además, se confirma el comportamiento auxético de la misma, habiendo obtenido un valor del coeficiente de Poisson de la estructura,  $\nu_{21} = -2.05$ . Este resultado es muy parecido al mostrado en el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015). Los ligamentos se deforman permitiendo que los entrantes de la celosía se acentúen, produciendo una contracción transversal que alcanza valores que duplican a las deformaciones del 0.23% aplicadas longitudinalmente.

En el ensayo piezoeléctrico se ha podido observar que el potencial eléctrico afecta de la misma manera a cualquier punto de la estructura reticular, deformando cada uno de ellos por igual. La linealidad de los valores de desplazamiento en los mapas de colores de la celosía, indica que la deformación es constante a lo largo de las direcciones de los ejes 1 y 2.

Este hecho confirma que el empleo de una estructura auxética, no supone una mejora en los coeficientes  $d_{31}$  y  $d_{32}$  del material, como cabía esperar tras el ensayo mostrado en el artículo “Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure” (Fey et al, 2015). Esto se ha demostrado en el presente documento mediante la réplica de dicho ensayo con el software ANSYS, basado en el Método de los Elementos Finitos y la posterior comparación entre los resultados obtenidos con los mostrados en dicho artículo.

Una ventaja que sí puede suponer el empleo de una estructura auxética piezoeléctrica en vez de un sólido volumétrico piezoeléctrico es la menor cantidad de material necesaria. Además, el artículo “A novel mechanism for generating auxetic behaviour in reticulated foams: missing rib foam mode” (Smith et al, 2000) muestra la mejora en las propiedades mecánicas que supone el empleo de estas estructuras. Estas dos ventajas suponen por tanto, una disminución del carácter contaminante del piezoeléctrico al mismo tiempo que se mejoran sus propiedades mecánicas.

Este TFG abre una vía para futuros estudios sobre el efecto del comportamiento auxético en otras propiedades de los materiales piezoeléctricos, distintas de las que aquí se han estudiado. Estas podrían ser el módulo de Young equivalente y la permitividad eléctrica de la cerámica. Esto puede plantearse modificando ciertos parámetros geométricos (variar el ángulo interno, disminuir el ancho de los ligamentos...) o ensayando una celosía auxética con una geometría distinta a la desarrollada en este trabajo.



# 6 BIBLIOGRAFÍA

## DOCUMENTACION

- Cúphich Rodríguez, M. y Elizondo Garza, F.J. (2000). Actuadores piezoeléctricos. *Ingenierías*. 3(6), pp 22-28.
- Diego, J.P.d. (2008). Tema 6. Materiales metálicos, cerámicos y polímeros (II). Recuperado el 23 Junio 2019, de [http://ocw.uc3m.es/ciencia-e-oin/quimica-de-los-materiales/Material-de-clase/tema-6.-materiales-metalicos-ceramicos-y-polimeros-ii/skinless\\_view](http://ocw.uc3m.es/ciencia-e-oin/quimica-de-los-materiales/Material-de-clase/tema-6.-materiales-metalicos-ceramicos-y-polimeros-ii/skinless_view)
- Encyclopedia Britannica. (s.f.). Quartz. Recuperado el 23 Junio 2019, de <https://www.britannica.com/science/quartz>
- Fey, T. et al. (2015). Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure. *IOP Publishing*. 25(1), 1-9. doi: 10.1088/0964-1726/25/1/015017
- Giannakopoulos, A.E. y Suresh, S. (1999). Theory of indentation of piezoelectric materials. *Elsevier Science Ltd*. 47(7), pp 2153-2164. doi: 10.1016/S1359-6454(99)00076-2
- IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineers. (1963). Asociación Profesional.
- Iyer, S., Alkhader, M. y Venkatesh, T.A. (2014). Electromechanical behaviour of auxetic piezoelectric cellular solids. *Scripta Materialia*. 99 (2015), 65-68.
- Merson, D. (2015). Perovskite. Recuperado el el 23 Junio 2019, de <https://www.mindat.org/min-3166.html>
- Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J. (2006). *Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping*. Londres: Springer-Verlag.
- Mokrý, P. (2016). 100 years of piezoelectric materials in acoustics: From a sonar to active metasurfaces. *Acoustical Society of America*. 28, 045008 (2016).
- Pérez. M. A. y Sánchez M. (2014). *Fundamentos de la mecánica de los materiales compuestos*. Recuperado el 23 Junio 2019, de <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/23648/200-663-1-PB.pdf>
- Physik Instrumente (2011). Piezo Material Data, Specific Parameters of the standard materials. Recuperado el 23 Junio 2019, de <https://es.scribd.com/document/413108158/Piezo-Material-Datasheet-Coefficients-Temperature-Measurements-pdf>
- Piezo.com. (2019). The History of Piezoelectricity. Recuperado el 23 Junio 2019, de <https://piezo.com/pages/history-of-piezoelectricity#menu-modal>
- ANSYS Help. (s.f.). MESH200. Recuperado el 7 Septiembre 2019, de [help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_MESH200.html](help/ans_elem/Hlp_E_MESH200.html)
- ANSYS Help. (s.f.). SOLID226. Recuperado el 7 Septiembre 2019, de [help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SOLID226.html](help/ans_elem/Hlp_E_SOLID226.html)
- Smith, C.W., Grima, J.N. y Evans, K.E. (2000). A novel mechanism for generating auxetic behaviour in reticulated foams: missing rib foam model. *Acta Materialia*. 48(2000), 4349-4356.

## **FIGURAS**

- [1.1] Vives de la Cortada. (s.f.). Cuarzo. [Figura]. Recuperado el 17 Julio 2019, de <http://vivescortadaimport.com/blog-tienda-minerales/apartados/el-cuarzo/index.php>
- [1.2] PZT de cerámica Electronic Co., Ltd. (s.f.). Cerámica Piezoeléctrica Para Soldadura Ultrasónica De Plástico. [Figura]. Recuperado el 17 Julio 2019, de <http://es.piezodisc.com/piezo-ceramic/piezo-ring/piezo-ceramic-for-ultrasonic-plastic-welding.html>
- [1.3] Noliac. (s.f.). Underwater imaging. [Figura]. Recuperado el 17 Julio 2019, de <http://www.noliac.com/applications/sonar-systems/>
- [1.4] Blog Universitario Física. (s.f.). Encendedor piezoeléctrico. [Figura]. Recuperado el 17 Julio 2019, de <https://sites.google.com/site/bloguniversitariofisica/>
- [2.1] Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J. (2006). Sistema de referencia. [Figura]. Recuperado de “Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping”.
- [2.2] Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J. (2006). Ecuaciones constitutivas expresadas en forma matricial. [Figura]. Recuperado de “Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping”.
- [2.3] Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J. (2006). Ecuaciones constitutivas simplificadas. [Figura]. Recuperado de “Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping”.
- [2.4] Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J. (2006). Celda unidad de la perovskita. [Figura]. Recuperado de “Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping”.
- [2.5] Moheimani, S.O.R. y Fleming, A.J. (2006). Crystalline structure of a piezoelectric ceramic, before and after polarization. [Figura]. Recuperado de “Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping”.
- [2.6] Kozicki, J. (2007). Rectangular specimen subject to compression, with Poisson's ratio circa 0.5. [Figura]. Recuperado el 17 Julio 2019, de [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Poisson\\_ratio\\_compression\\_example.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Poisson_ratio_compression_example.svg)
- [3.1] Fey, T. et al. (2015). Geometría de la celda unidad. [Figura]. Mechanical and electrical strain response of a piezoelectric auxetic PZT lattice structure. IOP Publishing. 25(1), 1-9.
- [3.4] Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. (s.f.). Material coefficients PIC255. [Figura]. Recuperado el 17 Julio 2019, de <https://www.physikinstrumente.com/en/>
- [3.5] ANSYS Help. (s.f.). MESH200. [Figura]. Recuperado el 7 Septiembre 2019, de [help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_MESH200.html](help/ans_elem/Hlp_E_MESH200.html)
- [3.6] ANSYS Help. (s.f.). SOLID226. [Figura]. Recuperado el 7 Septiembre 2019, de [help/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_SOLID226.html](help/ans_elem/Hlp_E_SOLID226.html)

