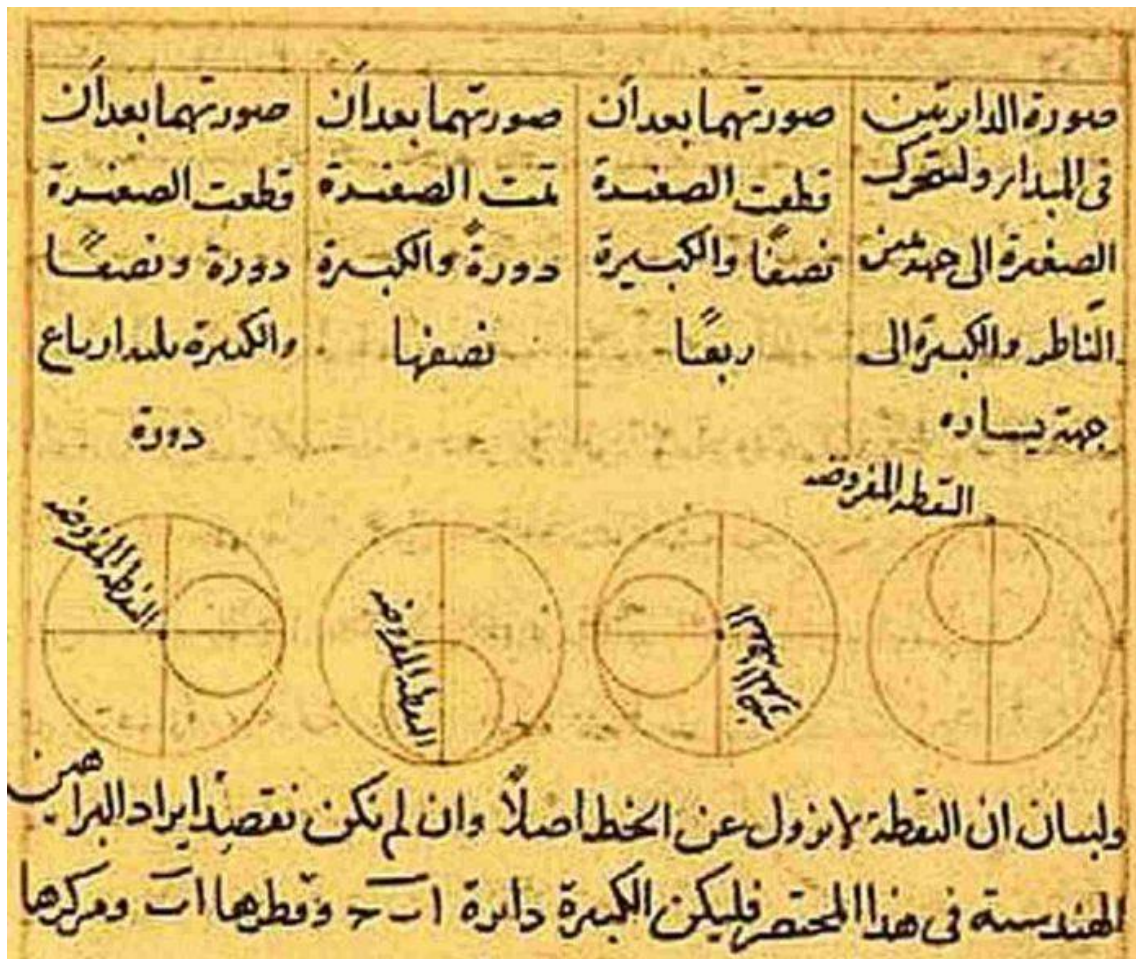


LAS MATEMÁTICAS ISLÁMICAS POR APRENDIZAJE POR PROYECTOS.



Departamento de Didáctica de las Matemáticas

María del Carmen Pérez Morales.



DEPÓSITO DEL TRABAJO FIN DE GRADO (TFG)
GRADO EN

Apellidos y Nombre	PÉREZ MORALES, MARÍA DEL CARMEN		
DNI / Pasaporte	48121298-P	Teléfono móvil	627079084
Correo electrónico	maria.delcarmen.perez97@hotmail.com		

Título del TFG	LAS MATEMÁTICAS ISLÁMICAS POR APRENDIZAJE POR PROYECTO		
Autoría	<input checked="" type="checkbox"/> Individual	<input type="checkbox"/> Grupo de 3	
Tipo de Trabajo	Indicar: Revisión bibliográfica, diseño investigación, investigación, intervención educativa, etc. INVESTIGACIÓN E INTERVENCIÓN EDUCATIVA		
Tutor/a del TFG	JUAN ANTONIO RIVERA BOZA		
Correo electrónico del Tutor/a	jarivboza@us.es		

El/la abajo firmante:

- Declara que es un TFG original e inédito, con las fuentes debidamente referenciadas.
- Entrega junto al presente, un CD con una versión digital del TFG arriba referenciado
- Entrega copia justificativa de la entrega telemática del TFG
- Autoriza, tras la evaluación, el depósito en la Biblioteca de la Facultad
- Autoriza, tras la evaluación, su integración en repositorios institucionales

En Sevilla, a 12 de JUNIO de 2019

VºBº Tutor/a

Firma del interesado/a

Fdo.: Juan Antonio Rivera Boza, Fdo.: María del Carmen Pérez Morales

SR. DECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ÍNDICE.

0. RESUMEN.....	pág 4-5.
1. INTRODUCCIÓN. JUSTIFICACIÓN.....	pág 5-6.
2. MARCO TEÓRICO.....	pág 6-25.
2.1 Origen de las matemáticas islámicas y fuentes de información.....	pág 6-10.
2.2 Componentes de las matemáticas islámicas.....	pág 10-25.
2.2.1 Álgebra.....	pág 10-11.
2.2.2 Geometría y trigonometría.....	pág 11-12.
2.2.3 Aritmética.....	pág 12-13.
2.3 Autores importantes.....	pág 13-14.
2.3.1 Al-Khawarizmi.....	pág 14-15.
2.3.2 Ibn Qurra.....	pág 15-16.
2.3.3 Omar Khayyam.....	pág 16-17.
2.3.4 Al Kashi y Abul Hassan Al-Uqlidisi.....	pág 18-19.
2.3.5 Abu Al-Wafa.....	pág 19-20.
2.4 Matemáticas islámicas en relación con el legado cultural en la península.....	pág 20-25.
3. OBJETIVOS.....	pág 25-29.
4. METODOLOGÍA.....	pág 29-43.
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN HALLAZGOS.....	pág 43-51.
6. CONCLUSIONES, IMPLICACIONES Y LIMITACIONES.....	pág 51-54.
7. ANEXOS.....	pág 55-58.
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	pág 59-60.

RESUMEN

El tema que desarrollaremos a continuación es “ las matemáticas islámicas por aprendizaje por proyectos”. Las matemáticas están presentes en nuestra vida cotidiana y hacemos uso de ellas continuamente de hay su importancia. Como toda época histórica que pasa, tiene su historia y su legado. Las matemáticas islámicas surgieron como su nombre indica en la época musulmana y son de origen musulmán que coincide con su expansión por la península ibérica. Descubrieron numerosos conceptos, conocimientos y elementos, además de, construir numerosos monumentos que actualmente utilizamos y visualizamos, pero no somos conscientes de ello y, por tanto, deberíamos de saber. Es un tema interesante para el ámbito educativo y debe de ser enseñado. Al ser un tema cercano a los alumnos no será difícil introducirles el tema y trabajar sobre ello. He optado por un aprendizaje basado en proyectos para que así los alumnos aprendan de forma cooperativa el tema en sí, además de favorecer y fomentar las habilidades y destrezas de cada uno de ellos.

Las familias tienen un papel importante en este proyecto ya que los alumnos realizarán las actividades planteadas de cara a presentarlo a sus familiares usando así a las familias como un recurso educativo más y desarrollando en los alumnos la autonomía.

RESUMEN TRADUCCIÓN EN INGLÉS

The theme that we will developed next is " The Islamic mathematics for project learning ". Mathematics are present in our daily life and we make use of them continuously, from there is its importance. As all historical phases, what happens, has its own history and legacy. The Islamic Mathematics emerged as its name indicates in the Muslim era and are from Muslim origin that coincides with its expansion into the Iberian Peninsula. They discovered numerous concepts, knowledge and elements, as well as, constructing numerous monuments that we currently use and visualize, but we are not aware of it and, therefore, we should know. It is an interesting topic for the educational field and should be taught. Being a subject close to the students will not be difficult to introduce and work on it. I have opted for a project-based learning so that students learn cooperatively the subject itself, as well as in favor and promoting skills and abilities of each of them.

Families play an important role in this project, since the students will carry out the organized activities in order to present them to their families, in that way using families as a further educational resource and developing autonomy in the students.

1.INTRODUCCIÓN. JUSTIFICACIÓN.

Las matemáticas al igual que la sociedad, evoluciona con el paso del tiempo y de manera constante. Ellas siempre están presentes en nuestra vida cotidiana desde la acción tan simple de coger un transporte público hasta el más complejo como construir un edificio. Por este motivo, son importantes y es necesario que toda la sociedad tenga conocimiento y conciencia de ello. En el ámbito educativo, estas deben de estar enfocadas en el desarrollo de aquellas destrezas y habilidades necesarias para poder resolver problemas que se plantean. Con la resolución de dichos problemas fomentaremos el pensamiento lógico, reflexivo, crítico y creativo del alumnado.

Por tanto, el pensamiento matemático crece y con ello las oportunidades de gestionar nuestro futuro. Aprender y enseñar matemáticas aporta resultados y cambios relevantes para la sociedad en su conjunto. Al igual que todo proceso de enseñanza-aprendizaje debe de estar actualizado para así dar igual de oportunidades tanto a los docentes como al alumnado. Todo aprendizaje debe de ser inclusivo y debe de aportar el mismo número de oportunidades para la sociedad en todos los ámbitos. Cuando hago referencia a que “todo aprendizaje debe de ser inclusivo”, me refiero a que la educación debe de adaptarse a la sociedad no la sociedad a la educación.

Haciendo hincapié en el tema a desarrollar sobre “las matemáticas islámicas”, es un tema que se puede adaptar a cualquier nivel educativo y académico siempre y cuando se tomen las estrategias adecuadas para desarrollar el tema en cuestión teniendo en cuenta no solo el curriculum sino las necesidades a cubrir de todos los alumnos.

He elegido el tema de las matemáticas islámicas porque me parece muy interesante indagar más sobre nuestra historia buscándole una lógica e interés en nuestros días. Los musulmanes estuvieron asentados en nuestra península durante muchos siglos quedando plasmados en nuestra historia además de dejar un legado cultural y religioso que actualmente perduran. La sociedad tal y como actualmente la conocemos esta construida en base a nuestros antepasados quedando vivas costumbres, comidas, rituales y monumentos. Los musulmanes han formado parte de nuestra historia y siguen formando

parte de ella y, por tanto, deben de tener el derecho de ser recordados y no olvidados. En relación con las matemáticas, gracias a las aportaciones de los musulmanes se descubrieron numerosos conceptos y conocimientos que actualmente los utilizamos de manera inconsciente sin saber su origen y procedencia y que sorprendentemente los musulmanes dan origen como el sistema de Pitágoras, los mosaicos, las cúpulas, etc. Elementos de nuestras casas como los arcos, los alicatados, ...que debemos su origen a las matemáticas islámicas que introdujeron y dejaron los musulmanes en nuestra península. Incluso monumentos que conocemos como la mezquita de Córdoba, la alhambra de granada o la giralda de Sevilla que sabemos que son de origen árabe pero no conocemos quien fue su creador. Todos los autores combinaron sus saberes para descubrir y crear tanto conceptos como monumentos y dejárnoslos como legado. Por estos aspectos y motivos, me parece de bastante interés hacerles llegar esta información al alumnado y hacerles conscientes de que las matemáticas son útiles y que gracias a ellas conocemos lo que vemos. Con este tema haremos que los alumnos no solo evolucionen académicamente sino personalmente aportándole valores y aspectos positivos de la sociedad que nos rodea. También les desarrollaremos el pensamiento lógico, creativo, crítico y reflexivo, además de poner en práctica sus destrezas y habilidades. Al ser un tema reciente en nuestra historia, es idóneo y fácil de enseñar y aprender.

2. MARCO TEÓRICO.

2.1 Origen de las matemáticas islámicas y fuentes de información.

Las matemáticas del islam surgieron posterior a las matemáticas de la época medieval. Este tipo de matemáticas estuvieron implantadas durante muchos siglos en nuestra península debido a la influencia religiosa y cultural dominante de ese momento. El periodo histórico involucrado en el que se ubica es 750 a 1450 aunque no se obtuvo escritos hasta alrededor del año 825. Geográficamente, el islam se extendió desde la península ibérica a través del norte de África y Oriente Medio, hasta las repúblicas del centro de Asia, Unión Soviética, Afganistán, Irán e incluso partes de la India. Si bien los tratados matemáticos se escribieron en varios idiomas, incluidos el persa y el turco, el idioma principal utilizado fue el árabe y, por esa razón, en ocasiones se denominó matemáticas árabes.

Sabemos de ellas principalmente a través de documentos escritos en el idioma árabe con pluma y tinta sobre papel. Los chinos tomados prisioneros en la batalla de Talas (ca.750) enseñaron a los musulmanes a hacer papel, y este conocimiento pronto se extendió por todo el mundo islámico. Los tratados matemáticos del Islam se encuentran en bibliotecas y colecciones privadas de todo el mundo, pero las colecciones más grandes son las de los países que alguna vez constituyeron el mundo islámico. Colecciones significativas, pero secundarias, se encuentran en países como Inglaterra, Francia, Alemania y Rusia que alguna vez fueron poderes coloniales en el mundo islámico.

Estos tratados son a menudo composiciones en prosa, como se puede encontrar en libros y documentos matemáticos en la actualidad. Sin embargo, también hay innumerables tablas de números, algunas con cientos de miles de entradas, que se calcularon de acuerdo con los principios y métodos matemáticos. Estas casi nunca tienen explicaciones de cómo se calcularon los números, pero el trabajo del paciente por parte de los académicos puede proporcionar esta información sobre la historia de las matemáticas.

Sin embargo, no todas nuestras fuentes son de carácter literario. Los artefactos físicos también pueden proporcionar fuentes importantes que, con el trabajo de detective y el conocimiento de las fuentes literarias, se pueden hacer para contar sus propias historias. Tales artefactos son a menudo instrumentos matemáticos o astronómicos, siendo ejemplos tres mapas mundiales en forma de discos circulares. Estos están diseñados para permitir a los usuarios encontrar la dirección de la ciudad santa de la meca desde una localidad determinada simplemente girando una regla alrededor del centro del disco.

"Islam" es una palabra árabe que significa "sumisión". En un contexto religioso, significa "sumisión" a la voluntad del único dios, Alá, tal como lo reveló a su profeta Muhammad y tal como se registró más adelante en el libro sagrado del Islam, el Corán árabe. Muhammad recibió estas revelaciones por primera vez a principios del siglo VII, y en 645 este mensaje, dirigido primero a sus compañeros árabes, había inspirado a los ejércitos y misioneros a difundir el islam en las tierras vecinas y, finalmente, desde España hasta China. El Islam en su expansión conquistó tierras que habían sido parte de la civilización bizantina o persa, y confinó tierras como la India y China con sus propias altas civilizaciones. Por lo tanto, no es sorprendente que, por una variedad o por razones,

las elites islámicas emergentes comenzaran a interesarse en algo de este aprendizaje. Lo que siguió, de aproximadamente 750 a 900, fue la adquisición por parte de los musulmanes de áreas enteras de aprendizaje antiguo, incluidas las matemáticas. La palabra "adquisición" significa aquí la participación de los musulmanes en el proceso, no solo como patrocinadores de académicos de otras religiones sino también como estudiantes interesados y, cada vez más, ellos mismos.

Las matemáticas islámicas provienen principalmente de tres tradiciones. La primera fue la matemática griega, que forma los grandes clásicos geométricos de Euclides, Apolonio y Arquímedes, a través de las soluciones numéricas de problemas indeterminados en la Aritmética de Diofanto, a los manuales prácticos de Heron. Pero, como señaló el obispo Severus Sebokht a mediados del siglo VII, "también hay otros que saben algo".

Sebokht se refería a los hindúes, con su ingenioso sistema aritmético basado en solo nueve cantos y un punto por un lugar vacío. Pero también contribuyeron con métodos algebraicos, una trigonometría naciente y métodos de geometría sólida para resolver problemas en astronomía. La tercera tradición era lo que podríamos llamar las matemáticas de los practicantes. Sus números incluían topógrafos, constructores, artesanos en diseño geométrico, funcionarios fiscales y de tesorería, y algunos marchantes. Como parte de una tradición, esta matemática trascendió las divisiones étnicas y fue un patrimonio común de muchas de las tierras incorporadas en el mundo islámico.

El esfuerzo de los eruditos musulmanes por dominar las tres tradiciones que acabamos de mencionar se insinúa en el prefacio de Banu Musa a su traducción de las Cónicas de Apollonius y la introducción de Ibn al-Haytham a su restauración del Libro 8 de esa obra. Solo de sus fuentes, pero, como en la aplicación del álgebra a la ley de herencia de al-khwarizmi, la sociedad musulmana, recurrió a las matemáticas indias tanto para su breve tratado sobre el cálculo hindú, que introdujo a los matemáticos islámicos en el sistema posicional de base-10 del hindú, y para la función sinusoidal en sus tablas astronómicas. Al mismo tiempo, en su Álgebra, recurrió a métodos generalizados de los practicantes para resolver ecuaciones de primer y segundo grado, así como a métodos de "pegar y pegar" igualmente amplios para demostrar la validez de las soluciones.

Más tarde, en el siglo IX, los tres hermanos Muhammad, Ahmad y al-Hassan ibn Musa colaboraron en Bagdad con el taludista lingüista y matemático Thabit ibn Qurra para poner a disposición, en árabe, obras de Apolonio de Perga y Arquímedes. A fines del siglo IX, no solo los elementos básicos de Euclides, sino también libros como el de Arquímedes sobre la medición del círculo, se difundieron ampliamente en árabe. También disponibles, en buenas traducciones árabes con comentarios informados, estaban obras avanzadas como En la esfera y el cilindro de Arquímedes, la Cónica de Apolinio y el clásico de astronomía matemática de Ptolomeo, el Almagesto. Y el dominio musulmán de estas obras condujo, por ejemplo, al teorema de Ibn al-Haytham sobre el volumen de un paraboloides, el uso de una hipérbola por Abu Shal al-Kuhi para inscribir un pentágono equilátero en cuadratura, y Ahmad al-Saghani describió nuevas proyecciones de la superficie de una esfera sobre un plano.

Dado que surgieron problemas cónicos en los problemas teóricos y en el diseño de relojes de sol y formas especiales de astrolabios, no es sorprendente que los matemáticos musulmanes hayan centrado su atención en el diseño de un instrumento, conocido como "la brújula perfecta", que le permitió a que las personas dibujasen secciones cónicas como si fueran círculos con la brújula tradicional. Sin embargo, aparte de estos temas avanzados, los elementos plantearon una serie de desafíos para los matemáticos islámicos, por ejemplo, la extensión de sus resultados. Y aquí, Abu al-Wafa al-Buzjani construye un pentágono regular con una brújula de apertura fija, pero es un ejemplo de muchos posibles. Además, van más allá de los métodos de Euclides en su solución, pero aún se enfrentan a problemas del tipo que se encuentra en los Elementos, están Abu Shal al-Kuhi está inscribiendo un pentágono equilátero en un tratado escueto y anónimo sobre la construcción de un nueve-gon regular.

El instrumento matemático conocido como astrolabio utilizó la propiedad de preservación del círculo de la proyección estereográfica para crear una computadora analógica para resolver problemas de astronomía esférica y trigonometría. Aunque el astrolabio fue un invento griego, los musulmanes agregaron círculos que indicaban acimuts en el horizonte. Por un lado, tal paso fue sin duda útil en una sociedad donde una dirección, la de La Meca, era sagrada, pero, por otro lado, la construcción de tales círculos estimuló la imaginación geométrica de varios científicos musulmanes, como Habash Al. Hasib, al-Saghani, y al-Zarqali.

El desafío de resolver problemas geométricos simuló que varios matemáticos escribieran tratados generales sobre lo que ahora se conoce como heurística, o "Cómo resolverlo". Entre los musulmanes que escribieron tales tratados estaban al-Sijzi e Ibrahim Ibn Sinan.

Otro desafío que los Elementos plantearon se refería al estado del postulado paralelo con la estructura deductiva de la obra. Esta pregunta fue planteada por primera vez por escritos griegos que sospechaban que Euclides había hecho un postulado de lo que era realmente un teorema. Y los intentos de probar el postulado continuaron a través del Islam medieval, atrayendo los esfuerzos de matemáticos tan notables como Omar Khayyam en los siglos XI y XII y Nasir al-Din al-Tusi en el siglo XIII.

Un tercer desafío planteado por los Elementos fue el de comprender la clasificación de Euclides de las magnitudes irracionales que se encuentran en el Libro X de sus Elementos. Para los griegos, éstas eran magnitudes geométricas no medibles por una unidad de magnitud del mismo tipo. Pero en el tratamiento de al-Karaji, escrito a fines del siglo X, podemos ver los inicios de un concepto extendido de números reales dentro de un marco deductivo.

Pasamos a comentar los distintos componentes generales de las matemáticas haciendo hincapié en las matemáticas islámicas.

2.2 Componentes de las matemáticas islámicas.

2.2.1 Álgebra.

El álgebra, como una rama del área general de cómputo, también se desarrolló notablemente durante los siglos noveno y décimo. En su Álgebra, Abu Kamil muestra su experiencia en el área con la solución de un problema computacionalmente complicado de resolver tres ecuaciones ahora lineales en tres incógnitas. A finales del siglo x, al-Karaji conoció el teorema del binomio y la tabla de coeficientes que lo acompaña, ahora conocido como el Triángulo de Pascal. Este teorema llevó a Omar Khayyam al descubrimiento de cómo extraer raíces numéricas de números enteros arbitrarios. Aunque el tratado de Omar se perdió, el conocimiento que contenía llevó a una verdadera fuerza de fuerza en una obra del matemático de Samarcanda del siglo XV, al-Kashi, en la que

mostró cómo extraer la quinta raíz de un número del orden de diez. trillón Al-Kashi no solo tenía habilidades computacionales consumadas, sino también un comando de fracciones decimales, que según afirmó había descubierto. Sin embargo, al-Kashi se equivocó en esto, ya que tales fracciones se habían utilizado cinco siglos antes por el matemático de Bagdad al-Uqlidisi.

El primer libro de texto existente sobre álgebra es el Compendio sobre el cálculo por finalización y reducción, por Muhammad ibn-Musa al-Khwarizmi. Este trabajo fue dedicado al Califa al-Ma'mun, que gobernó de 813 a 833 y estableció en Bagdad un centro de investigación llamado la Casa de la Sabiduría. Incluimos varios extractos de este texto, que incluyen partes del prefacio, la introducción, los métodos de solución de dos tipos de ecuaciones cuadráticas mixtas, la justificación geométrica de uno de los métodos de solución, una discusión de la multiplicación de expresiones algebraicas de grado uno, y algunos problemas en los legados de la última sección del trabajo.

2.2.2. Geometría y trigonometría.

Tanto la geometría euclidiana como la avanzada se unieron fructíferamente con el álgebra en el Islam medieval. A finales del siglo IX, Thabit ibn Qurra hizo una demostración geométrica rigurosa de la validez de los métodos de los algebraistas para resolver ecuaciones cuadráticas. A principios del siglo X Abu Kamil mostró cómo usar el álgebra para construir el lado de un pentágono equilátero inscrito en un cuadrado. Como ejemplo final, en algún lugar a fines del siglo XI o principios del XII, Omar Khayyam escribió sobre la construcción de raíces de ecuaciones cúbicas mediante cónicas que se cruzan. Pero las tradiciones geométricas y computacionales de las matemáticas islámicas también se unieron en la trigonometría, que avanzó notablemente a fines del siglo X con la introducción de las seis funciones trigonométricas, el cálculo de tablas con precisión equivalente al de 8 decimales y el descubrimiento de teoremas tales como el teorema de seno para triángulos planos y esféricos y el teorema de tangente para triángulos esféricos. Este trabajo culminó con el trabajo de Nasir al-Din del siglo trece, *On the Sector Figure*, en el que presenta varias pruebas de estos y otros teoremas, así como una discusión sistemática de cómo resolver triángulos planos y esféricos. Antes de su trabajo, la trigonometría había sido discutida como un accesorio de la astronomía, y uno encuentra aplicaciones de ese tema en el cronometraje del sol o las estrellas, de Abu al-Wafa, y de

la geodesia, de al-Biruni, pero el tratado de Nasir al-Din Es el primer tratamiento del tema por derecho propio, independiente de la astronomía.

Parte de la Figura Sectorial de Nasir al-Din también tenía conexiones con otras áreas de las matemáticas, como su enumeración de configuraciones de ciertos tipos que surgen de cuatro grandes círculos en una esfera, de los cuales tres no pasan por el mismo punto. Aquí se pueden ver los argumentos de conteo encontrados en muchas áreas de la combinatoria de hoy y siglos antes del tiempo de Nasir a-Din en los problemas combinatorios que surgieron en el Islam a partir de preguntas relacionadas con la prosodia y la lexicografía. Y, en la parte occidental del mundo musulmán, para el tiempo de Nasir al-Din, el escritor norteafricano, Ibn Mun'im, había ido más allá de la enumeración para usar las matemáticas y las reglas de formación de palabras en árabe para contar el número de palabras posibles en árabe. tener a lo sumo diez letras. En la actualidad, tales problemas son parte de las matemáticas discretas, y otras partes de esta amplia área se desarrollaron considerablemente en el Islam medieval. Por ejemplo, un matemático Baghdadi del siglo X generalizó los resultados griegos en sumas de divisores de números enteros a la noción de números balanceados, es decir, pares de números que tienen la misma suma para sus divisores apropiados. Sin embargo, aún más impresionantes fueron los logros de los matemáticos islámicos, como Ibn al-Haytham y al-Buzjani, en la creación de métodos para formar lo que conocemos como "cuadrados mágicos".

2.2.3. Aritmética.

En cuanto a la aritmética, el sistema de valor posicional de la base hindú diez llegó a Bagdad en el siglo IX. Muchos autores islámicos escribieron descripciones de este sistema y los nuevos algoritmos que necesitaba para hacer cálculos dentro de él. El tratado islámico más antiguo conocido sobre este sistema fue *The Short Treatise on Hindu Reckoning*, escrito por Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (c. 780-850) alrededor de 825. Este texto ya no existe en árabe, pero hay varias versiones en latín que fueron realizadas en el siglo XII y posteriores. Las siguientes selecciones están traducidas de un manuscrito latino del siglo trece en la biblioteca de la Universidad de Cambridge. El primer extracto es una descripción general del sistema hindú, mientras que el segundo trata de la multiplicación de fracciones y el tercero con la división.

Algorizmi teniendo en cuenta el sistema universal de numeración que era el siguiente descubrió que el sistema de los IX símbolos se podían duplicar y triplicar y de esta manera surgieron las unidades, decenas y centenas. Cada número ocupaba su posición y tendría el valor en el lugar que ocupa. Partía de los números mas simples a los más complejos. También Al-Khwarizmi descubrió que toda fracción al dividirla da números enteros y que las fracciones pueden combinarse entre si para obtener el mismo resultado.

Por tanto, podemos destacar algunos autores que tuvieron relevancia dentro de las matemáticas islámicas.

2. 3 AUTORES RELEVANTES.

2.3.1 Al-Khwarizmi



Mastin, L. (2010). Islamic mathematics - al-khwarizmi. (Mensaje de un blog). Recuperado de https://www.storyofmathematics.com/islamic_alkhwarizmi.html

Vamos a empezar por Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (c. 825). Escribió sobre aritmética, álgebra, astronomía y geografía.

Escribió en el 830 el libro: Hisab Al-jabr w'al-muqabala, que se traduce como Cálculo por restauración y reducción. También: Algorithmi de numero indorum (Cálculo con números indios). Al traducirse al latín en el siglo XII, el primer libro quedó con el título de Ludus algebrae et almucgrabalaeque. Y aquí se redujo a álgebra. Este libro integra las tradiciones babilónicas, griegas e indias.

Los trabajos algebraicos de al-Khwarizmi se basaron en los resultados de Brahmagupta pero reflejan, también, influencias babilónicas y griegas directamente (por ejemplo, de Diofanto).

El segundo libro, Aritmética, sirvió para introducir a los europeos en el sistema numérico posicional de la India. Incluye un tratamiento sistemático de las operaciones de la aritmética. Fue el primer libro traducido del árabe, y hay un detalle interesante: popularizó la palabra "algoritmo", que proviene del apellido del autor, para referirse a procedimientos sistemáticos de cálculo. Y se quedó para la historia. Se afirma que los números indios llegaron a Bagdad en el 773 por medio de una misión diplomática hindú.

El documento más antiguo en Europa con la numeración india se llama Codex Vigilanus y entró por España en el año 976. De hecho, está hoy en un museo de Madrid.

Al-Khwarizmi construyó tablas astronómicas que tuvieron influencia por 500 años, con base en las tradiciones babilónicas, indias y helenísticas.

Su obra Imagen de la Tierra se considera la más importante de la geografía desde la obra de Ptolomeo. Al-Khwarizmi señaló 6 tipos de ecuaciones:

$$bx = ax^2$$

$$bx = c$$

$$ax^2 = c$$

$$ax^2 + bx = c$$

$$bx + c = ax^2$$

$$ax^2 + c = bx,$$

con a , b , c números enteros positivos.

Ofreció en todos los tipos de ecuaciones procedimientos para resolverlas; algunas veces, dio algún fundamento lógico. Por ejemplo, en el caso del tipo 4, ofreció el método que normalmente se llama "completar cuadrados".

A la par de las consideraciones algebraicas, al-Khwarizmi buscó su fundamento teórico en la geometría. Es decir, construía figuras geométricas para mostrar la evidencia del aserto algebraico. Eso sí, usaba ejemplos específicos en su demostración

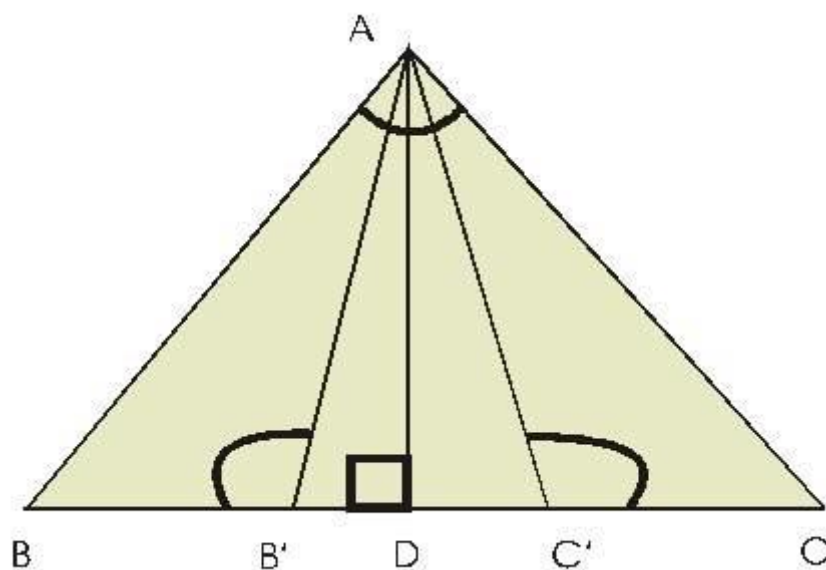
2.3.2 Ibn Qurra.



Wiki Culturalia. (17 de noviembre del 2015). Biografía de Thabit ibn Qurra | Científicos famosos. (Mensaje en un blog). Recuperado de <https://edukavital.blogspot.com/2015/10/biografia-de-thabit-ibn-qurra.html>

Abul Hassan Thabit ibn Qurra Marwan al-Harrani hizo trabajos en trigonometría esférica, una prueba del teorema de Pitágoras, medidas de parábolas y paraboloides, y sobre números "amigos". Se considera el mejor geómetra del mundo islámico.

La generalización del teorema de Pitágoras es un resultado interesante que no se descubrió sino hasta el año 1953 en Turquía.



Generalización del Teorema de Pitágoras, por ibn Qurra.

Los ángulos $AB'B$ y $AC'C$ y BAC son iguales por construcción. Entonces:

$$AB^2 + AC^2 = BC \times (BB' + CC')$$

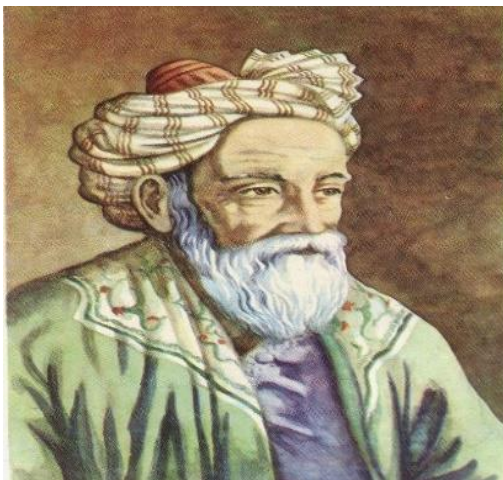
Aunque no aparece una prueba por ibn Qurra en el texto que se conserva, no es difícil demostrar el resultado usando las propiedades de los triángulos semejantes. ¿Cómo?

Aquí hay un asunto polémico. Se especula que John Wallis pudo haber estado al tanto de este resultado árabe cuando, en el año 1685, publicó este mismo teorema como suyo en el libro *Treatise on angular Sections*.

A diferencia de al-Khwarizmi, volvemos al uso de la geometría en el álgebra; ibn Qurra hizo una demostración general en la que introdujo dos teoremas de Euclides.

Esta integración de álgebra y geometría unificaba las dos tradiciones del pensamiento matemático, y abrían el camino al álgebra moderna.

2.3.3 Omar Khayyam



Wikipedia. (31 de mayo del 2019). Omar Khayyam. Recuperado de https://en.wikipedia.org/wiki/Omar_Khayyam

Existe consenso entre los historiadores de las matemáticas en que la figura en este terreno más importante fue Abdul-Fath Umar ibn Ibrahim al-Kayyami, Omar Khayyam. Dio reglas para resolver ecuaciones cuadráticas y un método para la resolución de ecuaciones cúbicas con raíces reales, en la tradición de al-Kwarizmi. Ofreció algo parecido al triángulo de Pascal para los coeficientes del binomio. También, intentó una demostración del postulado de las paralelas de Euclides.

Ahora bien, una de sus más importantes contribuciones en la geometría fue una extensión de la teoría de las proporciones de Euclides. Trabajó la dimensión algebraica de esta teoría para extender el concepto de número de tal manera que pudiera incluir a los números irracionales positivos.

En lo que se refiere a la resolución de las cúbicas, usó un método geométrico para resolver ecuaciones de tercer grado con raíces positivas. Estudió 19 tipos de ecuaciones cúbicas, algunas de las cuales las pudo reducir a cuadráticas. Las restantes 14 las resolvió por medio de secciones cónicas. Un ejemplo de esto último:

Consideremos:

$x^3 + ax^2 + b^2x + c = 0$, con a , b y c mayores que 0. Procedamos a usar la sustitución $x^2 = 2dy$.

La ecuación queda:

$$2dyx + a2dy + b^2x + c = 0$$

Esta es la ecuación de una hipérbola. Como la ecuación con la que hicimos la sustitución es una parábola, la solución de la cúbica es la intersección de la hipérbola y la parábola.

Debe entenderse, sin embargo, que todo esto se hacía sin el arsenal de simbolismo que posee el álgebra moderna.

La utilización de las secciones cónicas y de la geometría para encontrar soluciones fue el gran aporte de este matemático insigne.

2.2.4 Al-Kashi y Abul Hassan Al-Uqlidisi.



Al-Kashi

J.D (2014). *Glogster*. Biografía de Al-Kashi. Recuperado de <https://edu.glogster.com/glog/biografia-de-al-kashi/1nc1rlo2ipx>



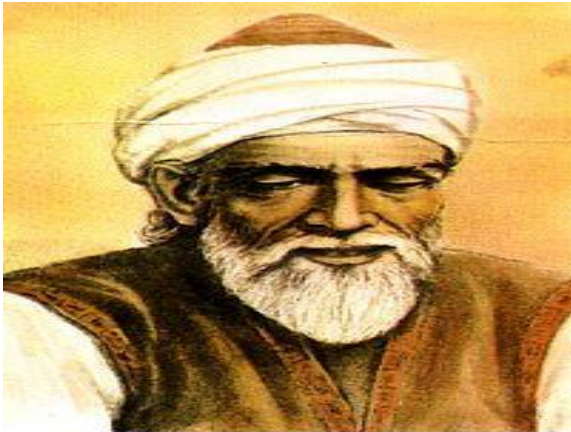
Abul Hassan Al-Uqlidisi.

Upclosed. Abul Hassan Al-Uqlidisi. Recuperado de <https://upclosed.com/people/abul-hasan-al-uqlidisi/>

Al-Kashi en la segunda mitad del siglo XIV dio una aproximación para π con 16 decimales correctos por medio de circunscribir en un círculo un polígono con 3×2^{28} lados. Su libro Miftah al-hisab, 1 427, se dice que es uno de los mejores compendios de la aritmética y el álgebra árabes hasta su tiempo. En esta La clave del calculista hace un tratamiento completo de los métodos aritméticos, incluso con fracciones decimales.

Las fracciones decimales habían aparecido por primera vez en una obra de Abul Hassan al-Uqlidisi del año 952 o 953: El libro de los capítulos sobre la aritmética india. Este conocía el método para multiplicarlas por enteros. Sin embargo, al-Kashi en el siglo XV dio el tratamiento completo a las operaciones con decimales.

2.3.5 Abu Al-Wafa.



Wikipedia. (7 de enero del 2018). Abu Al-Wafa. Recuperado de <https://es.wikipedia.org/wiki/Abu%27l-Wafa>

La contribución árabe a la trigonometría nos la reseña Bell de la siguiente forma:

"Los árabes adoptaron y desarrollaron la trigonometría hindú. El primer progreso notable se debió al astrónomo Al-Battani (muerto en el 929), en el siglo IX. Si bien en realidad no fue el primero que aplicó el álgebra en lugar de la sola geometría a la trigonometría, este astrónomo matemático fue el primero que dio un gran paso en esa dirección. Usó además del seno hindú, la tangente y la cotangente. En el siglo X se calcularon tablas de estas dos últimas, y también hicieron su aparición la secante y la cosecante como razones trigonométricas. Por estar el concepto de función todavía unos 600 años en el futuro, nada en su obra se parece mucho a la trigonometría elemental de hoy día." [Bell, E.T.: Historia de las matemáticas, p. 112.]

De hecho, la función seno fue traída de la matemática india se supone que a través de un texto de astronomía india Surya Siddhanta. También $r \operatorname{sen} \alpha$ y $r-r \operatorname{sen} \alpha$ fueron incorporadas de los hindúes. Las funciones tangente y cotangente sí son de origen árabe.

Abul Wafa había realizado un estudio sistemático de las 6 funciones trigonométricas, y en particular dio las relaciones:

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \text{sen}\beta.$$

El interés en la trigonometría por parte de los árabes se vio potenciado cuando entraron en contacto con las tablas de los hindúes. De hecho, la finalidad básica era mejorar la exactitud de éstas. Un ejemplo notable es el de al-Kashi que calculó el valor 60 de $\text{sen } 1^\circ$ con una exactitud de 16 decimales, usando un método iterativo que aparece en su libro *Risala al-watar wa'l-jaib* (se traduce como Tratado sobre la cuerda y el seno), y que suponía la resolución de ecuaciones de tercer grado.

2.4 Matemáticas islámicas en relación con el legado cultural en la península.

Gracias al empleo de las matemáticas, los islámicos dejaron un legado cultural en nuestra península, es decir, una arquitectura digna de admirar. Pusieron en práctica todos los conceptos y conocimientos anteriores mencionados para la construcción y decoración de monumentos que actualmente conservamos en nuestra tierra, un mundo imaginativo lleno de diseños decorativos. Se centraron sobre todo en la geometría.

La geometría es un concepto clave en el arte islámico pues no solo actúa como un elemento estilístico más, sino que está presente en todo el desarrollo arquitectónico y ornamental como principio rector.

Los diseños geométricos del arte nazarí se repiten en distintos formatos y superficies, pero quizá sean los alicatados una de las principales manifestaciones de este tipo de ornamentación. Los alicatados están formados por pequeñas piezas de cerámica vidriada de diferentes formas y colores que se agrupan entre sí para generar tramas geométricas de gran complejidad. El alicatado cumplía una doble función, decorativa, por un lado, y de protección de la superficie arquitectónica por otro.



Los artesanos realizaban estos alicatados en función del sitio concreto que fueran a ocupar, eligiendo los grupos ornamentales que más se adecuaban a cada espacio. En la Alhambra se crearon gran variedad de tramas geométricas que fueron evolucionando en diseño y maestría a lo largo del tiempo. En el arte nazarí existen así composiciones simples, basadas en la repetición de uno o dos figuras; y composiciones complejas, en las que diferentes motivos se desplazan y rotan para generar a su vez nuevas formas geométricas a un nivel superior.



Composición simple



Composición compleja

Los entramados geométricos de la decoración del arte hispanomusulmán se basan en tres elementos claves para teselar el plano, es decir para cubrir una superficie usando polígonos sin dejar huecos. En concreto:

1. Un motivo poligonal como base de las composiciones.
2. La creación de composiciones a través de isometrías, es decir, de movimientos del plano de dichos motivos conservando sus proporciones. Esto se lleva a cabo mediante:
 - Traslación: desplazamiento a una nueva posición fijo sin cambiar la orientación.
 - Rotación: giro directo del motivo sobre un punto fijo.
 - Simetría: reflexión o imagen especular inversa del motivo.
 - Simetría deslizada: traslación de la reflexión en el mismo eje sin un punto fijo.

	Con punto fijo	Sin punto fijo
Directos	Rotación	Traslación
Inversos	Simetría	Simetría deslizada

3. El crecimiento lineal de dichas composiciones que se podría continuar hasta el infinito.

Estas teselaciones pueden hacerse a través de motivos poligonales, más sencillas de realizar los que más abundan en los alicatados de la Alhambra; o de motivos no poligonales. Estas segundas implican una mayor maestría pues supone un proceso más laborioso de creación para conseguir formas no poligonales que encajen entre sí. Como ejemplo de formas no poligonales la más popular es la forma de trisquel o “pajarita”, creada a través de la transformación de un triángulo equilátero.



Teselación poligonal



Teselación no poligonal

En geometría solo hay 17 grupos cristalográficos planos, es decir 17 formas de teselar un plano. Estos grupos cristalográficos fueron demostrados por el cristalógrafo ruso E.S. Fedorov en 1891, sin embargo, todos ellos habían sido representadas con anterioridad en la Alhambra. Los artesanos nazaríes trazaron con tal maestría las representaciones geométricas que llegaron a generar todos los grupos de simetría posibles dejando un legado no solo ornamental, sino también matemático pues es el único monumento antiguo en el cual están presentes los 17 diseños.

Estos grupos pueden ser agrupados en función del orden máximo de giros, así se generan:

- Grupos de simetría sin giros: existiendo 4 grupos (en concreto, según la nomenclatura del sistema internacional abreviado: P1, cm, pg y pm)
- Grupos de simetría con giros de 180 grados: existiendo 5 tipos de simetría (P2, cmm, pmm, pmg, pgg)
- Grupos de simetría con giros de 120 grados: con 3 grupos de simetrías (P3, P31m, P3m1)
- Grupos de simetría con giros 90 grados: con 3 grupos (P4, P4m, P4g)

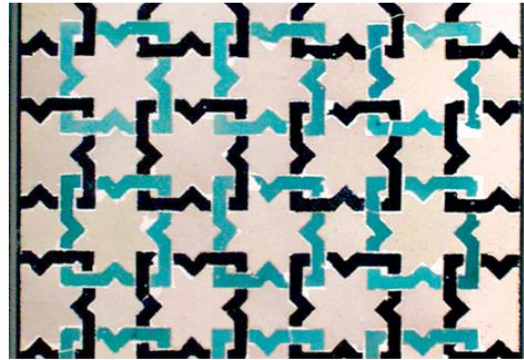
- Grupos de simetría con giros de 60 grados: con 2 grupos (P6, P6m)

En el arte nazarí las composiciones más populares son las de giros de 90°, aunque en la Alhambra todos los grupos se encuentran representados.

Entre los alicatados del Museo de la Alhambra se encuentran ejemplos de estas formas de teselar un plano.



P6. Simetría central y un giro de 120°



P4. Una simetría central (o giro de 180°) y un giro de 90°



Cmm. Dos simetrías axiales perpendiculares y una simetría central



pmm. Cuatro simetrías axiales en los lados de un rectángulo

3. OBJETIVOS.

Paso a comentar los objetivos de este proyecto.

OBJETIVOS GENERALES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN PRIMARIA.

O.MAT.1. Plantear y resolver de manera individual o en grupo problemas extraídos de la vida cotidiana, de otras ciencias o de las propias matemáticas, eligiendo y utilizando diferentes estrategias, justificando el proceso de resolución, interpretando resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder actuar de manera más eficiente en el medio social.

O.MAT.2. Emplear el conocimiento matemático para comprender, valorar y reproducir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana, en un ambiente creativo, de investigación y proyectos cooperativos y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.

O.MAT.3. Usar los números en distintos contextos, identificar las relaciones básicas entre ellos, las diferentes formas de representarlas, desarrollando estrategias de cálculo mental y aproximativo, que lleven a realizar estimaciones razonables, alcanzando así la capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones reales que requieren operaciones elementales.

O.MAT.4. Reconocer los atributos que se pueden medir de los objetos y las unidades, sistema y procesos de medida; escoger los instrumentos de medida más pertinentes en cada caso, haciendo previsiones razonables, expresar los resultados en las unidades de medida más adecuada, explicando oralmente y por escrito el proceso seguido y aplicándolo a la resolución de problemas.

O.MAT.5. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural y analizar sus características y propiedades, utilizando los datos obtenidos para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

O.MAT.6. Interpretar, individualmente o en equipo, los fenómenos ambientales y sociales del entorno más cercano, utilizando técnicas elementales de recogida de datos, representarlas de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

O.MAT.7. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la posibilidad de aportar nuestros propios criterios y razonamientos.

O.MAT.8. Utilizar los medios tecnológicos, en todo el proceso de aprendizaje, tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas; buscando, analizando y seleccionando información y elaborando documentos propios con exposiciones argumentativas de los mismos.

Al estar relacionado el tema con la historia de los musulmanes, también cabe destacar los objetivos que se encuentran dentro del área de las ciencias sociales.

OBJETIVOS DEL ÁREA CIENCIAS SOCIALES.

O.CS.1. Desarrollar hábitos que favorezcan o potencien el uso de estrategias para el trabajo individual y de grupo de forma cooperativa, en contextos próximos, presentando una actitud responsable, de esfuerzo y constancia, de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en la construcción del conocimiento y espíritu emprendedor, con la finalidad de planificar y gestionar proyectos relacionados con la vida cotidiana.

O.CS.2. Iniciarse en el conocimiento y puesta en práctica de las estrategias para la información y la comunicación, desarrollando estrategias de tratamiento de la información para la puesta en práctica de las competencias implícitas en el desempeño de tareas cotidianas, mediante diferentes métodos, fuentes y textos.

O.CS.3. Conocer, valorar y respetar los derechos humanos y valores democráticos que otorgan idiosincrasia propia a los diferentes grupos humanos, poniendo en práctica habilidades y estrategias para la prevención y resolución pacífica y tolerante de conflictos en el ámbito familiar y social en los que vive y se desarrolla como persona.

O.CS.4. Saber definir situaciones problemáticas en el entorno próximo a su realidad, así como en medios más lejanos, estimando soluciones posibles para alcanzar un adecuado conocimiento y aplicación de los elementos del paisaje, el universo, clima y diversidad geográfica propia de la comunidad de Andalucía, España y Unión Europea, donde el alumnado diseñe pequeñas investigaciones, analice y comunique resultados usando herramientas de medida, escalas, tablas o representaciones gráficas.

O.CS.5. Conocer y valorar el patrimonio natural y cultural de Andalucía y España y contribuir activamente a su conservación y mejora, mostrando un comportamiento humano responsable y cívico, colaborando en la disminución de las causas que generan la contaminación, el cambio climático, en el desarrollo sostenible y el consumo responsable, mediante la búsqueda de alternativas para prevenirlos y reducirlos.

O.CS.6. Aprender hábitos democráticos y de convivencia favoreciendo el conocimiento de entidades territoriales, órganos de gobierno y mecanismos esenciales, que rigen el funcionamiento y la organización social, política y territorial de Andalucía, España y Unión Europea, respetando los derechos, deberes, libertades y valores que se recogen en la Constitución Española y el Estatuto de Autonomía para Andalucía.

O.CS.7. Comprender, valorar y disfrutar las diferentes manifestaciones culturales y lingüísticas de nuestra comunidad autónoma, así como de España y la Unión Europea, reconociendo y respetando las diferencias entre personas, a partir del conocimiento de la diversidad de factores geográficos, sociales económicos o culturales que definen los rasgos propios de cada población y sus variables demográficas; para ello será de gran ayuda el estudio de la realidad de Andalucía como lugar de encuentro de culturas.

O.CS.8. Identificar las actividades de cada uno de los sectores económicos y de producción de Andalucía, España y Europa, desarrollando la capacidad emprendedora y el estudio de empresas de su entorno, tomando una actitud responsable hacia el consumo, el ahorro, la salud laboral y la educación vial.

O.CS.9. Descubrir y construir la propia identidad histórica, social y cultural a través de hechos relevantes de la historia de Andalucía y España en los diferentes periodos y etapas históricas: Prehistórica, Clásica y Medieval, de los Descubrimientos, del desarrollo industrial y del mundo contemporáneo, situándolos en el contexto en el que se han producido y describiendo las principales características de cada época.

O.CS.10. Despertar la curiosidad y el interés por aprender y conocer las formas de vida del pasado valorando la importancia de monumentos, museos y restos históricos como fuentes y espacios, mostrando una actitud de respeto con su entorno y cultura, adoptando responsabilidades de conservación de su herencia cultural a nivel de localidad, de comunidad Autónoma, de España y de Europa.

OBJETIVOS GENERALES:

O.G.1 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia de comunicación lingüística, es decir, que sepa interactuar con otras personas expresando sus ideas de forma adecuada tanto escrita como oralmente, haciendo un buen uso de la lengua.

O.G.2 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia digital, haciendo un buen uso de las TIC para obtener, producir, analizar e intercambiar información.

O.G.3 Conseguir que el alumno consiga la competencia de aprender a aprender, haciendo que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje, siendo capaz de

organizar las tareas y el tiempo ya sea de forma individual o cooperativa, con el fin de conseguir un objetivo.

O.G.4 Conseguir que el alumno consiga la competencia social y cívica, es decir, que sepa relacionarse adecuadamente con el entorno que le rodea, participando de forma activa y democrática.

O.G.5 Conseguir que el alumno consiga la competencia de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, es decir, hacer que el alumno sea capaz de convertir las ideas en actos, asumiendo riesgos y siendo capaz de planificar y gestionar proyectos.

OBJETIVO FINAL:

El objetivo final del proyecto será que los alumnos conozcan la importancia de las matemáticas islámicas y el legado que dejaron en nuestra península a la vez que consigan a través del trabajo cooperativo del proyecto desarrollar sus destrezas y habilidades.

A continuación, paso a comentar los conceptos del tema a desarrollar que son trasladables al aula de Primaria. Los conceptos son los siguientes:

- Valor posicional en base 10.
- Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado.
- Calcular el volumen de un paraboloides, hipérbola y triángulo equilátero.
- Cálculo de la superficie de una esfera sobre un plano.
- Figuras geométricas.
- Problemas geométricos.
- Resolución de ecuaciones lineales de tres incógnitas.
- Multiplicaciones de fracciones con números decimales.

4. METODOLOGÍA.

Para llevar a cabo el desarrollo de este tema en cualquier centro educativo, primero debemos de fijar la metodología a utilizar para su correcta ejecución.

La metodología utilizada será un aprendizaje por proyectos, esto quiere decir que, estará basada en un conjunto de actividades significativas correlacionadas y secuenciadas en

niveles progresivos de dificultad, es decir, partirán desde lo más simple a lo más complejo. Además, estarán adaptadas en relación con sus propias experiencias del alumnado lo que promoverá su autonomía siendo ellos mismos protagonistas en el proceso de aprendizaje donde darán solución al interrogante haciendo uso de diferentes recursos según su propio estilo personal de aprender. Estas actividades se desarrollarán de manera cooperativa evaluando así el trabajo de cada alumno y el de su conjunto. Por tanto, el profesor/a impartirá solo el conocimiento necesario para su elaboración del proyecto y facilitará el aprendizaje de cada grupo sirviéndoles de guía en su proceso de enseñanza-aprendizaje ofreciéndoles feedback.

Estas actividades están basadas en un aprendizaje cooperativo formal dentro del aprendizaje basado en proyectos donde estas contribuyen a la realización de tareas concretas encaminadas a la elaboración de un producto final.

Los alumnos son protagonistas de su propio aprendizaje dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje como antes he hecho mención. Investigan a la vez que aprenden, es decir, experimentan que su trabajo beneficia a los demás miembros del grupo y así mismos. De esta forma, se tienen en cuenta las capacidades y habilidades de cada miembro del grupo que son necesarias para el éxito colectivo desde lo individual evaluando las responsabilidades de cada uno.

Por tanto, las actividades están encaminadas por un aprendizaje por proyectos basado en una metodología activa donde se trabaja el aprendizaje cooperativo en su elaboración. Trabajando de forma cooperativa se establecen vínculos de participación tanto por parte de los alumnos como de las familias haciéndoles partícipes en el proyecto y el cumplimiento del objetivo común final. Además, ofrece la oportunidad de conocer a cada miembro del grupo.

Con esta metodología, se fomentará la interacción social entre alumnos y alumnos-profesor. Esta interacción va a facilitar el desarrollo cognitivo y socioafectivo del alumnado. El alumno pasa a ser activo en su proceso de aprendizaje y el profesor se limitará a ser facilitador de dicho proceso. Diseñará actividades que potencien la resolución de problemas, la utilidad de los conocimientos aprendidos y promuevan la comunicación efectiva entre iguales con el objetivo de conseguir un aprendizaje

significativo y motivador para los alumnos ya que la adquisición de los conocimientos es gracias a la interacción y cooperación entre iguales.

La elaboración del proyecto se hará por grupos y en equipos de manera cooperativa, donde se tendrá en cuenta los valores y fortalezas de todo el alumnado, ya que todos tendrán algo que aportar. Aunque todos tengan diferentes formas de aprender, todos tendrán la oportunidad de entenderlo de la manera que les resulte más sencilla. El aprendizaje no es el mismo para todos los miembros, cada uno alcanzará su éxito en relación con su nivel y capacidad, pero dentro del grupo. La cooperación supone que cada miembro superará los objetivos marcados si todos sus componentes superan y alcanzan los suyos. De tal forma, que los éxitos individuales coayudan al éxito del equipo-grupo.

Al trabajar por grupos y en equipo, los alumnos trabajan de manera coordinada construyendo su propio aprendizaje. Con esto, mejoran su comprensión, expresión oral y favorece la contraposición de diferentes puntos de vista.

Dentro de esta estrategia basada en proyectos las familias tendrán un importante papel, ya que nos ofrecerán sus conocimientos e información que tengan del exterior. Las presentaciones innovadoras hacen crecer el interés y la curiosidad de los alumnos.

A continuación, describiremos cómo llevaremos a cabo este proyecto en un aula de 25 alumnos teniendo en cuenta las necesidades de todo el alumnado. El proyecto está basado en una metodología activa y aprendizaje cooperativo. Este se llevará a cabo durante una semana que constará de cuatro sesiones de 45 minutos. Contará de actividades a realizar por grupos cooperativos de cinco alumnos por grupo. Estas actividades estarán encaminadas a conseguir que los alumnos alcancen el objetivo final común. Estos grupos serán formados acorde a nuestra elección, pero los roles que se llevarán a cabo dentro del grupo serán establecidos por el propio grupo.

Durante el desarrollo del proyecto con sus respectivas actividades, realizaré un diario de observación y análisis de resultados que posterior comentaré en el siguiente apartado.

Antes de la realización de las actividades de las que se compone el proyecto, les daremos a conocer la organización y planificación de ellas, es decir, una agenda de organización.

Dentro de cada actividad constaran las instrucciones y pautas que el alumno deberá de seguir para su realización. Además, al finalizar cada sesión, los alumnos deberán de anotar lo que se ha hecho en cada sesión y se va a hacer en la siguiente. Estas sesiones se llevarán a cabo durante una semana en las horas de la asignatura de matemáticas además usaremos también la hora de tutoría que será la última sesión para su presentación. En total un número de cinco sesiones en una semana.

<u>SESIÓN 1:</u>	<u>SESIÓN 2:</u>	<u>SESIÓN 3:</u>	<u>SESIÓN 4:</u>	<u>SESIÓN 5:</u>
Presentación del proyecto e investigación de personajes.	Trabajar sobre los componentes de las matemáticas islámicas y su origen.	Teniendo en cuenta las matemáticas islámicas, trabajaremos la importancia de la geometría dentro de ellas y los distintos diseños.	Teniendo en cuenta la sesión anterior, diseñarán sus propios monumentos acordes a la información revelada.	Presentación y exposición del proyecto. Entrega dossier.

Por tanto, los contenidos a trabajar en este proyecto serían los siguientes:

- Origen de las matemáticas islámicas y su influencia.
- Componentes de las matemáticas islámicas y sus respectivos creadores.
- La importancia de la geometría y sus diseños geométricos.
- Importancia historia nazarí-andalusí.

El nombre que he elegido para el proyecto es ‘‘Nuestro Origen’’. Paso a desarrollar las sesiones con sus correspondientes actividades a realizar dentro del proyecto.

SESIÓN 1: Esta primera sesión servirá como toma de contacto con los alumnos, introduciendo la investigación en nuestra aula.

Nombre de la actividad: Investigamos

En qué consiste: El profesor dividirá al grupo clase en cinco subgrupos de trabajo, repartiendo a su vez las agendas de organización anteriormente mencionadas y explicando al grupo clase cuál es su función. Posteriormente se presentarán los personajes (Al-Khwarizmi, Ibn Qurra, Abu Al-Wafa, Omar Khayyam, Al-Kashi y Abul Hassan Al-Uqlidisi) a través de los cuales vamos a trabajar los diferentes contenidos anteriormente especificados. La asignación de los personajes a los diferentes grupos se realizará de forma aleatoria. A continuación, les pedirá que a través de la investigación realicen un pequeño esquema donde aparezca la información más relevante sobre dicho personaje. Se repartirá un portátil por grupo para que puedan trabajar y realizar dicho esquema en lo que queda de clase, para poder exponerlo en la siguiente sesión.

Contenido:

- Origen de las matemáticas islámicas y su influencia.
- Componentes de las matemáticas islámicas y sus respectivos creadores.

Material:

- Pizarra digital
- Rotuladores
- Bolígrafos
- Lápices de colores
- Ceras de colores
- Folios
- Cartulinas

Objetivos:

O.G.1 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia de comunicación lingüística, es decir, que sepa interactuar con otras personas expresando sus ideas de forma adecuada tanto escrita como oralmente, haciendo un buen uso de la lengua.

O.G.2 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia digital, haciendo un buen uso de las TIC para obtener, producir, analizar e intercambiar información.

O.G.3 Conseguir que el alumno consiga la competencia de aprender a aprender, haciendo que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje, siendo capaz de organizar las tareas y el

<ul style="list-style-type: none"> • Goma de borrar. • Sacapuntas • Tijeras. • Pegamento. • Ordenadores. 	<p>tiempo ya sea de forma individual o cooperativa, con el fin de conseguir un objetivo.</p> <p>O.G.4 Conseguir que el alumno consiga la competencia social y cívica, es decir, que sepa relacionarse adecuadamente con el entorno que le rodea, participando de forma activa y democrática.</p>
<p>Duración: 45 minutos donde 10 minutos serán destinados a las anotaciones en la agenda.</p>	<p>Tiempo: 45 minutos.</p>

SESIÓN 2: En esta sesión y siguiendo el hilo conductor de los personajes introduciremos el concepto de las matemáticas islámicas y su origen. Con esto despertaremos la motivación del alumnado y fomentaremos la concentración.

Nombre de la actividad: Personajes matemáticos.

<p>En qué consiste: Se realizarán las exposiciones por grupo de los diferentes personajes para que el resto de los compañeros los conozcan. 20 minutos. Posteriormente preguntaremos a los alumnos si hay alguna característica común a todos los personajes, esto nos servirá para introducir las matemáticas islámicas y su origen. Posteriormente por grupos se les pedirá que busquen en los ordenadores o diccionarios que busquen información sobre que descubrieron sus autores, poniendo en común toda la información encontrada y dando el profesor una explicación. A continuación, les pasaremos una ficha que de manera individual y por grupos deberán de realizar sobre la clasificación de los componentes de las matemáticas islámicas correspondientes a su autor.</p>	<p>Objetivos:</p> <p>O.G.1 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia de comunicación lingüística, es decir, que sepa interactuar con otras personas expresando sus ideas de forma adecuada tanto escrita como oralmente, haciendo un buen uso de la lengua.</p> <p>O.G.2 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia digital, haciendo un buen uso de las TIC para obtener, producir, analizar e intercambiar información.</p> <p>O.G.3 Conseguir que el alumno consiga la competencia de aprender a aprender, haciendo que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje, siendo capaz de organizar las tareas y el tiempo ya sea de forma individual o cooperativa, con el fin de conseguir un objetivo.</p> <p>O.G.4 Conseguir que el alumno consiga la competencia social y cívica, es decir, que sepa relacionarse adecuadamente con el entorno que le rodea, participando de forma activa y democrática.</p>
<p>Contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Origen de las matemáticas islámicas y su influencia. • Componentes de las matemáticas islámicas y sus respectivos creadores. 	
<p>Material:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ordenadores. • Diccionarios. • Lápices. • Bolígrafos. 	

Duración: 45 minutos donde 10 minutos serán destinados a las anotaciones en la agenda.

Tiempo: 20 minutos de exposición y 20 minutos de explicación y búsqueda de información.

SESIÓN 3: En esta sesión, desarrollaremos el trabajo cooperativo y el pensamiento crítico y reflexivo de los alumnos además de fomentar las relaciones entre sus iguales.

Nombre de la actividad: Alicatados.

En qué consiste: Teniendo en cuenta las explicaciones de la sesión anterior. Los alumnos seguirán agrupados de la misma forma y por grupos. Buscarán información sobre los diferentes monumentos Alhambra de Granada, Mezquita de Córdoba y Giralda de Sevilla. Tras esto les pasaremos una ficha donde ellos deberán de responder de manera conjunta, las preguntas son las siguientes:

- ¿Qué tienen en común ambos monumentos? Decid al menos tres aspectos comunes.
- ¿Con que concepto antes explicado en la sesión anterior esta relacionado estos monumentos? (geometría, álgebra, aritmética, trigonometría).

Una vez realizada las preguntas, el portavoz de cada grupo expondrá lo que ha respondido todos sus miembros y lo pondremos en común. Tras esto, introdujéremos la importancia de la

Objetivos:

O.G.1 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia de comunicación lingüística, es decir, que sepa interactuar con otras personas expresando sus ideas de forma adecuada tanto escrita como oralmente, haciendo un buen uso de la lengua.

O.G.2 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia digital, haciendo un buen uso de las TIC para obtener, producir, analizar e intercambiar información.

O.G.4 Conseguir que el alumno consiga la competencia social y cívica, es decir, que sepa relacionarse adecuadamente con el entorno que le rodea,

<p>geometría, las diferentes combinaciones entre las figuras geométricas y los alicatados en nuestra península.</p>	<p>participando de forma activa y democrática.</p> <p>O.G.5 Conseguir que el alumno consiga la competencia de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, es decir, hacer que el alumno sea capaz de convertir las ideas en actos, asumiendo riesgos y siendo capaz de planificar y gestionar proyectos.</p>
<p>Contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La importancia de la geometría y sus diseños geométricos. • Importancia historia nazarí-andalusí. 	
<p>Material:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pizarra digital • Rotuladores • Bolígrafos • Lápices de colores • Ceras de colores • Folios • Cartulinas • Goma de borrar. • Sacapuntas • Tijeras. • Pegamento. • Ordenadores. 	
<p>Duración: 45 minutos donde 10 minutos serán destinados a las anotaciones en la agenda.</p>	<p>Tiempo: 45 minutos.</p>

SESIÓN 4: Para continuar el proyecto y teniendo en cuenta las reflexiones de la anterior sesión, les daremos libertad de expresión en la elaboración de sus monumentos. Con esto

desarrollaremos el pensamiento crítico, reflexivo y creativo además de, fomentar las relaciones sociales.

Nombre de la actividad: Mi monumento.	
En qué consiste: De manera individual, elaboraran su propio alicatado teniendo en cuenta las explicaciones de la sesión anterior, para ello les orientaremos con imágenes de los diferentes alicatados explicados con anterioridad. Por grupos, elegirán de entre los tres monumentos de la sesión anterior (alhambra, giralda, mezquita) uno para el diseño de su alicatado. Lo realizaran mediante cartulinas de colores y folios.	Objetivos: O.G.1 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia de comunicación lingüística, es decir, que sepa interactuar con otras personas expresando sus ideas de forma adecuada tanto escrita como oralmente, haciendo un buen uso de la lengua. O.G.3 Conseguir que el alumno consiga la competencia de aprender a aprender, haciendo que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje, siendo capaz de organizar las tareas y el tiempo ya sea de forma individual o cooperativa, con el fin de conseguir un objetivo. O.G.5 Conseguir que el alumno consiga la competencia de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, es decir, hacer que el alumno sea capaz de convertir las ideas en actos, asumiendo riesgos y
Contenido: <ul style="list-style-type: none">• La importancia de la geometría y sus diseños geométricos.• Importancia historia nazarí-andalusí.	
Material: <ul style="list-style-type: none">• Pizarra digital• Rotuladores• Bolígrafos• Lápices de colores• Ceras de colores• Folios• Cartulinas• Goma de borrar.• Sacapuntas• Tijeras.• Pegamento.	

<ul style="list-style-type: none"> • Ordenadores. 	siendo capaz de planificar y gestionar proyectos.
<p>Duración: 45 minutos donde 10 minutos serán destinados a las anotaciones en la agenda.</p>	<p>Tiempo: 45 minutos.</p>

SESIÓN 5: Entrega de documentos y presentación del proyecto.

<p>Nombre de la actividad: Nuestro.</p>	
<p>En qué consiste: Cada miembro del grupo deberá de elaborar el dossier que tendrán que entregar al profesor/a. En él debe de constar con las actividades realizadas en clase junto con las reflexiones tanto junta como individual de las sesiones. Además de esto, presentarán y expondrán sus personajes y tareas a los padres, madres y familiares que quieran asistir a la presentación de sus proyectos. Se ayudarán de presentaciones digitales y manuales.</p>	<p>Objetivos:</p> <p>O.G.1 Conseguir que el alumno/a adquiera la competencia de comunicación lingüística, es decir, que sepa interactuar con otras personas expresando sus ideas de forma adecuada tanto escrita como oralmente, haciendo un buen uso de la lengua.</p> <p>O.G.4 Conseguir que el alumno consiga la competencia social y cívica, es decir, que sepa relacionarse adecuadamente con el entorno que le rodea, participando de forma activa y democrática.</p>
<p>Contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Origen de las matemáticas islámicas y su influencia. • Componentes de las matemáticas islámicas y sus respectivos creadores. • La importancia de la geometría y sus diseños geométricos. • Importancia historia nazarí-andalusí. 	
<p>Material:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Colores. 	

<ul style="list-style-type: none"> • Fichas. • Pizarra digital. • Ordenadores. 	<p>O.G.5 Conseguir que el alumno consiga la competencia de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, es decir, hacer que el alumno sea capaz de convertir las ideas en actos, asumiendo riesgos y siendo capaz de planificar y gestionar proyectos.</p>
<p>Duración: 45 minutos.</p>	<p>Tiempo: 45 minutos.</p>

Tras las sesiones, evaluaremos la metodología empleada a través de una evaluación interna del trabajo, donde hemos hecho dos cauces de evaluación del proceso. Una evaluación individual donde valoramos a cada participante su implicación en el proceso de trabajo en el grupo y una valoración grupal donde hemos valorado el proceso de trabajo y el producto final obtenido. El producto final obtenido hemos optado por la elaboración de un dossier de las tareas realizadas y una exposición a los familiares haciéndoles así también participes en el proceso. En la elaboración de este dossier los alumnos podrán usar los medios y recursos que consideren necesarios y el profesor se encargará de supervisar y comprobar el acceso a los mismos.

En esta evaluación, hará también el alumno una autoevaluación propia de su aprendizaje y el profesor de él mediante una tabla de competencias, dónde con esto podemos evaluar los contenidos y objetivos, para comprobar si el alumno ha conseguido alcanzar el objetivo común final.

Para evaluar su organización y seguimiento del proceso lo haremos a través de la agenda de organización donde ellos han tenido que anotar los aspectos de cada sesión.

A continuación, describiremos la tabla que seguiremos para autoevaluar al alumno y evaluarlo por nuestra parte no solo de manera individual sino de forma conjunta como grupo.

La autoevaluación del alumnado se llevará a cabo a través de una tabla con ítems, el alumnado deberá señalar con una cruz el parámetro que mejor le corresponda según el haya sentido.

Tabla 1:

TABLA DE AUTOEVALUCACIÓN

ITEMS	POCO	SUFICIENTE	BASTANTE	MUCHO
<ul style="list-style-type: none"> • He trabajado cooperativamente con mis compañeros. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He utilizado todas las herramientas que la profesor/a me ofrecía en cada actividad. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He conocido mejor a mis compañeros. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He respetado a mis compañeros y normas del aula. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He sabido identificar los contenidos y llevarlos a la práctica. 				

<ul style="list-style-type: none"> • He conocido la importancia de las matemáticas. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He mejorado mi capacidad de concentración. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He comprendido todas las actividades. 				

Autoevaluación realizada por los alumnos donde marcaron con una X en la casilla correspondiente según sus propios criterios.

Para evaluar el proceso, utilicé una tabla que rellené a través de la observación directa del grupo. Primero lo realizaremos a nivel individual teniendo en cuenta la tabla anterior y después a nivel de grupo.

Tabla 2:

TABLA DE EVALUACIÓN DEL DOCENTE.

ITEMS	POCO	SUFICIENTE	BASTANTE	MUCHO
<ul style="list-style-type: none"> • Ha sabido identificar los contenidos y llevarlos a la práctica. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha mejorado su capacidad de concentración. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha comprendido todas las actividades. 				

<ul style="list-style-type: none"> • Ha respetado las normas del aula y a sus compañeros. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha conocido la importancia de las matemáticas islámicas. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha conocido mejor a sus compañeros. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha utilizado todas las herramientas que el docente ha ofrecido. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha trabajado cooperativamente con sus compañeros. 				

Evaluación realizada por el docente.

Por tanto, los instrumentos utilizados en la elaboración de este proyecto será un dossier elaborado por el propio alumno donde quedarán recogidas las diferentes sesiones, un diario de campo por parte del profesor en la elaboración del proyecto y unas tablas de ítems para la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE HALLAZGOS.

Para comenzar este apartado, hare una descripción de lo diseñado. Para abordar el tema de ‘‘las matemáticas islámicas’’ he optado por una metodología activa basada en un aprendizaje por proyectos que cuenta con una serie de actividades divididas en cinco sesiones que tienen como objetivo final la elaboración de un producto, este producto es un trabajo final donde quedaran plasmados el proceso de enseñanza-aprendizaje en su conjunto. Al abordar el tema basándonos en un aprendizaje por proyectos, damos la oportunidad de ir de lo mas simple a lo mas complejo donde los alumnos ponen en

practica sus habilidades y trabajan de forma conjunta favoreciendo el trabajo cooperativo. Los títulos de las actividades son cortos y llamativos para así despertar la motivación en su realización por parte del alumnado. Todas las actividades de las que se compone el proyecto están relacionadas entre sí. Al ser un tema cercano a los alumnos hacemos despertar la motivación y la concentración de cada uno de ellos. Estas tareas están adaptadas al nivel grupo-clase.

Este proyecto fue llevado a cabo en un centro de Sevilla, CEIP Federico García Lorca, (San Jerónimo) a finales del mes de abril. Es un centro de diversidad cultural y funcional. Los alumnos a los que se realizó este proyecto son alumnos de cuarto de primaria, por tanto, estas actividades están adaptadas a su nivel académico, pero, sin embargo, el tema con sus respectivas actividades se puede adaptar a cualquier curso.

Para obtener conclusiones de los resultados del proyecto y verificar lo diseñado, realice un diario de observación de cada sesión. Paso a comentar los resultados obtenidos de las sesiones.

Durante las sesiones del proyecto, los alumnos estaban sentados por grupos de cinco alumnos por lo que no tuve dificultad a la hora de organizarlos por grupos cooperativos. Estos grupos fueron organizados por parte de la profesora a principio de curso. Optó por esta forma de trabajo para así tener en cuenta las habilidades y destrezas de cada alumno y que aportan al grupo. Al comenzar las actividades, los alumnos no presentaban dificultad de comprensión de ellas porque gracias a las anotaciones iniciales y finales de cada sesión los alumnos tenían un control y organización adecuados. Al presentar un aprendizaje por proyectos, favoreció aun mas las relaciones entre ellos y fomento el sentimiento de pertenencia a un grupo de cada uno de los alumnos. Dentro de cada grupo, un alumno diferente cada día se encargaba de repartir el material y organizar el tiempo de actividad de cada una de las sesiones. Para tener en cuenta el tiempo de realización, lo hacían a través de un cronómetro. Las actividades manuales llamaban más la atención a los alumnos y hacían que se concentrasen más. Observe en ellos un nivel de creatividad increíble, eran capaz de elaborar los alicatados y los respectivos esquemas de manera original combinando todos los tipos de formas geométricas y ninguno tanto de los alicatados como los esquemas eran iguales de utilizaban los mismos colores. En la elaboración de los esquemas, participaban cada uno de ellos de manera individual plasmando un esquema final realizado de manera conjunta. Observe por tanto que tienen en cuenta las habilidades y destrezas de cada uno de sus componentes y respetan los

diferentes puntos de vista de los demás llegando a una conclusión tomada de forma conjunta y dialogada. Para llamar la atención de ellos en las explicaciones más teóricas, presente imágenes de los autores, monumentos y alicatados en la pizarra digital para así captar su atención visual. No tuvieron dificultad a la hora de comprender los contenidos a enseñar.

La elaboración del dossier final y la participación de las familias hizo que los alumnos estuvieran más ilusionados en presentar el proyecto haciéndoles partícipes de su propio aprendizaje. Tras la entrega del proyecto final, realizaron las autoevaluaciones de manera individual. Los resultados obtenidos en la autoevaluación por parte del alumnado fue la siguiente:

- Para el primer ítem: “ He trabajado cooperativamente con mis compañeros”.

20 alumnos respondieron “bastante” y cinco respondieron “mucho”.

- Para el segundo ítem: “ He utilizado todas las herramientas que la profesor/a me ofrecía en cada actividad”.

Los 25 alumnos respondieron “mucho”.

- Para el tercer ítem: “ He conocido mejor a mis compañeros”.

Los 25 alumnos respondieron “bastante”.

- Para el cuarto ítem: “ He respetado a mis compañeros y normas del aula”.

19 alumnos respondieron “mucho” y seis alumnos respondieron “bastante”

- Para el quinto ítem: “ He sabido identificar los contenidos y llevarlos a la práctica”.

18 alumnos respondieron “bastante” y siete respondieron “suficiente”.

- Para el sexto ítem: “ He conocido la importancia de las matemáticas”.

Los 25 alumnos respondieron “mucho”.

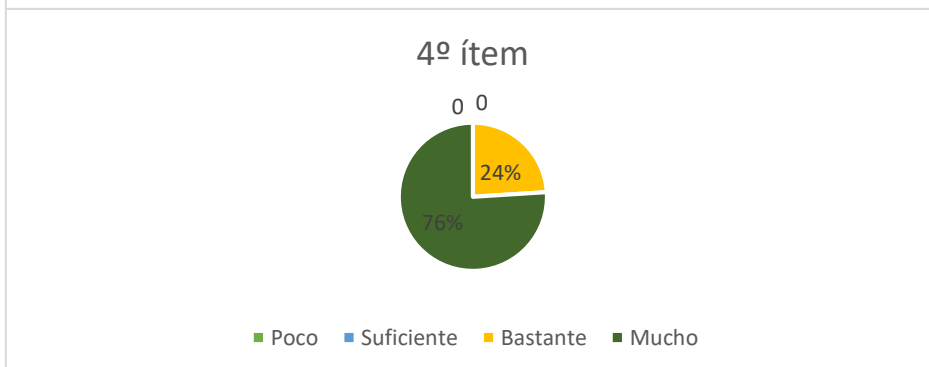
- Para el séptimo ítem: “He mejorado mi capacidad de concentración”.

20 alumnos respondieron “bastante” y cinco alumnos respondieron “suficiente”.

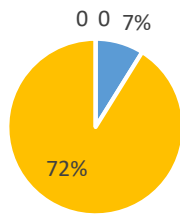
- Para el octavo ítem: “ He comprendido todas las actividades”.

Los 25 alumnos respondieron ‘mucho’.

Por tanto, según estas respuestas obtenemos los siguientes resultados:



5º ítem



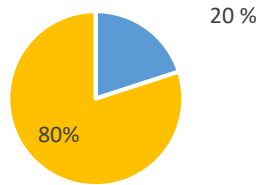
■ Poco ■ Suficiente ■ Bastante ■ Mucho

6º ítem



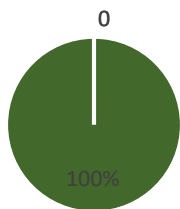
■ Poco ■ Suficiente ■ Bastante ■ 4º trim.

7º ítem



■ Poco ■ Suficiente ■ Bastante ■ Mucho

8º ítem



■ Poco ■ Suficiente ■ Bastante ■ Mucho

A continuación presento cada ítem con su respectiva gráfica para si resultar facil su visualización:

- Para el primer ítem: “ He trabajado cooperativamente con mis compañeros”.

20 alumnos respondieron “bastante” y cinco respondieron “mucho”.



- Para el segundo ítem: “ He utilizado todas las herramientas que la profesor/a me ofrecía en cada actividad”.

Los 25 alumnos respondieron “mucho”.



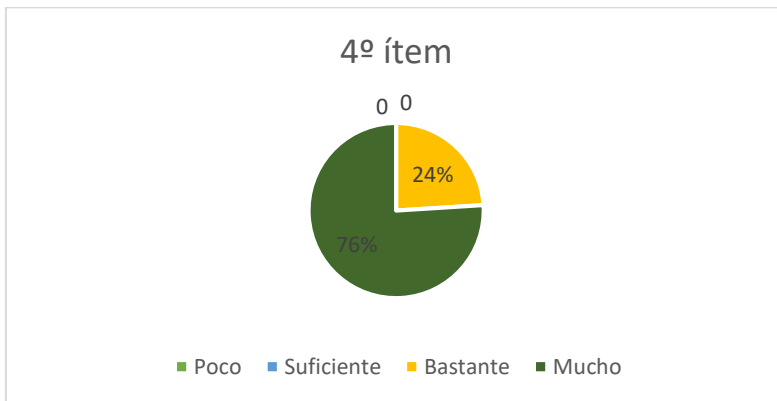
- Para el tercer ítem: “ He conocido mejor a mis compañeros”.

Los 25 alumnos respondieron ‘‘bastante’’.



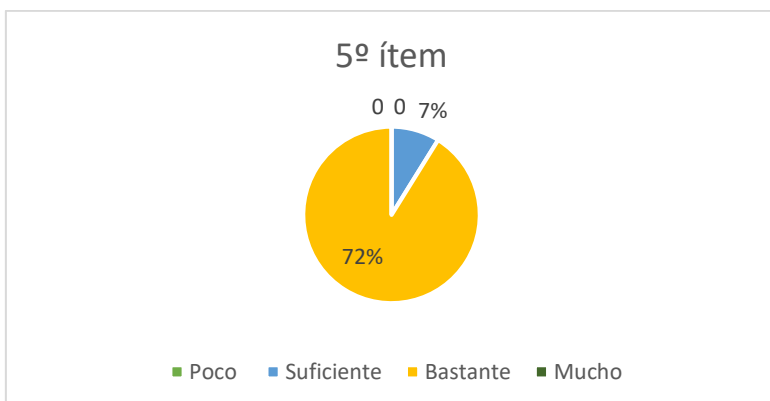
- Para el cuarto ítem: ‘‘ He respetado a mis compañeros y normas del aula’’.

19 alumnos respondieron ‘‘mucho’’ y seis alumnos respondieron ‘‘bastante’’



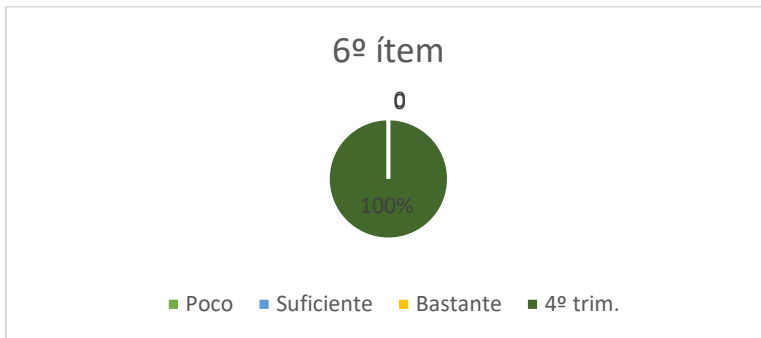
- Para el quinto ítem: ‘‘ He sabido identificar los contenidos y llevarlos a la práctica’’.

18 alumnos respondieron ‘‘bastante’’ y siete respondieron ‘‘suficiente’’.



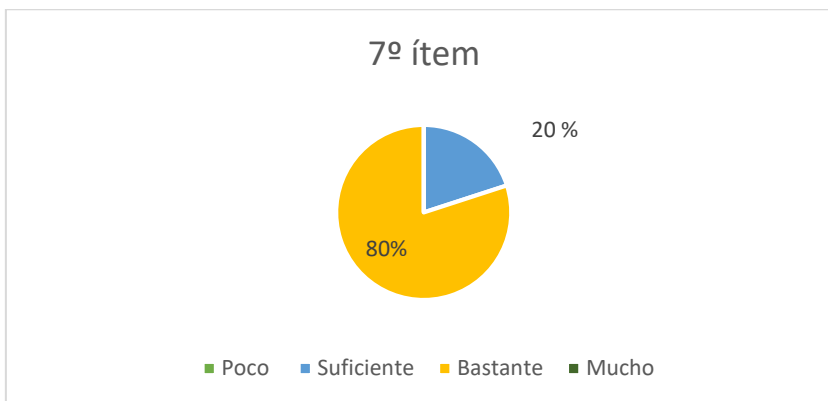
- Para el sexto ítem: “ He conocido la importancia de las matemáticas”.

Los 25 alumnos respondieron “mucho”.



- Para el séptimo ítem: “He mejorado mi capacidad de concentración”.

20 alumnos respondieron “bastante” y cinco alumnos respondieron “suficiente”.



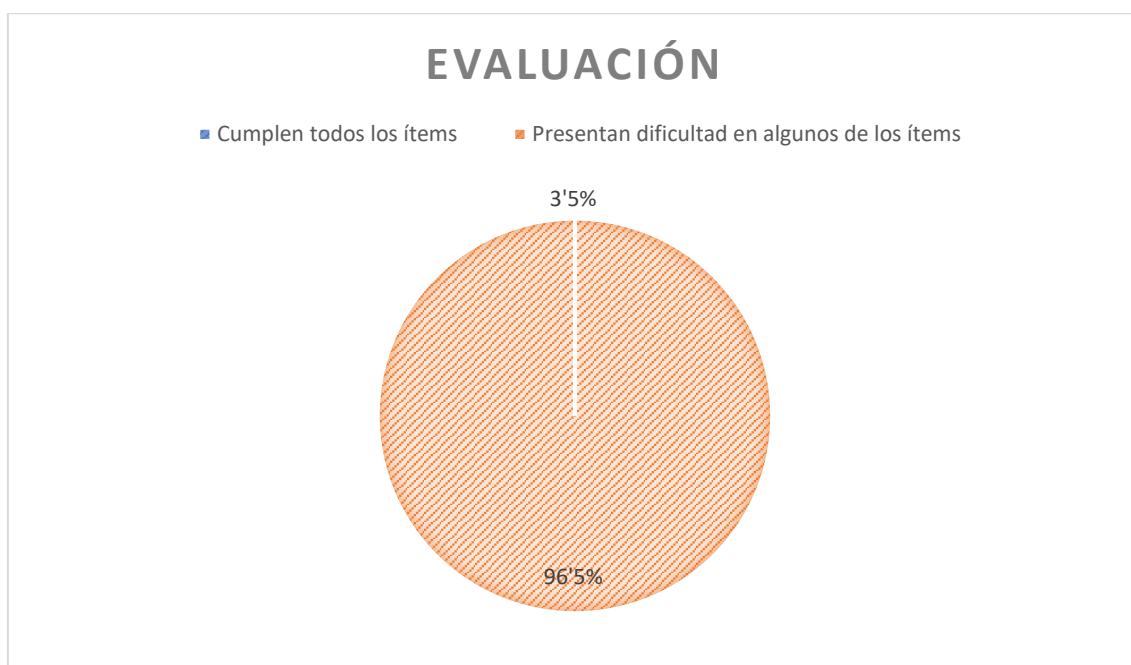
- Para el octavo ítem: “ He comprendido todas las actividades”.

Los 25 alumnos respondieron “mucho”.



Tras esto, podemos observar que el 44'5% han respondido bastante, el 52% han respondido mucho, el 3'5% han respondido suficiente y el 0% han respondido poco. Por tanto, podemos decir que el 96'5% han realizado correctamente el proyecto y han cumplido con los objetivos y que un 3'5% también ha realizado correctamente el proyecto pero presenta carencias de concentración y comprensión del contenido que se puede mejorar adaptando el tiempo a la hora de las explicaciones y hacer de ellas mas visuales para su adecuada comprensión y concentración para poder elaborar el proyecto sin ninguna dificultad.

A continuación presento la gráfica de los resultados generales del proyecto:



Por tanto, el proyecto ha sido realizado con éxito con un tantos por ciento elevado.

6. CONCLUSIONES, IMPLICACIONES Y LIMITACIONES.

A continuación, paso a comentar las conclusiones extraídas del trabajo en general. Las matemáticas como ya hemos comprobado son importantes en nuestro día a día y nos ayudan a resolver cualquier problema que se nos plantea en nuestra vida cotidiana. Todo lo que conocemos esta constituido y ha sido construido gracias a las matemáticas. También sabemos que en cada continente existe un tipo de matemáticas y que todas están relacionadas entre sí, es decir, están constituidas unas gracias a las otras. Por ejemplo, las

matemáticas islámicas están influidas por las matemáticas griegas e hindúes y con la combinación de ambas constituyen ‘‘las matemáticas islámicas’’

Referente a las matemáticas islámicas, ellas dejaron un legado en nuestra península debido a que estuvieron asentados durante mucho tiempo haciendo que se extendieran por toda la península ibérica. Tras su extensión, implantaron en nuestra historia aspectos muy relevantes que gracias a ellos construyeron los monumentos que actualmente conocemos recayendo la importancia en la cultura y la influencia de la geometría en sus diseños. Además de esto, introdujeron el álgebra, aritmética, geometría y la trigonometría. También, descubrieron las ecuaciones cuadráticas, la resolución cúbica real, la generalización del teorema de Pitágoras mediante las medidas de las parábolas y paraboloides dentro de la forma esférica, tablas astronómicas, el valor posicional en base diez, el teorema de triángulos planos, el teorema de triángulos esféricos y la tangente, la tabla de coeficientes y el teorema binomio.

Para abordar el tema de ‘‘las matemáticas islámicas’’ he elegido trabajarlas mediante una metodología activa basada en el aprendizaje por proyecto ya que el tema a abordar es cercano a ellos. Además de esto, los alumnos trabajan de manera cooperativa fomentando así sus habilidades y destrezas dentro del grupo, construyendo a la vez un conocimiento conjunto gracias a los conocimientos de los demás, es decir, el conocimiento individual se construye a través del conocimiento colectivo y de manera social, de esta forma se tienen en cuenta las perspectivas de los demás y las diferentes formas de aprender dando la oportunidad de aportar al grupo su capacidad favoreciendo el desarrollo personal. Con las actividades planteadas, los alumnos mejoran su capacidad de concentración, desarrollan la empatía, fomentan las relaciones entre iguales, mejoran su conducta, aprenden a trabajar cooperativamente y desarrolla la autonomía. Esta es desarrollada, gracias a la elaboración de un dossier final construido a través del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En cuanto a los objetivos y materiales utilizados, están adaptados al nivel de los alumnos. Ellos mediante la realización del proyecto, cumplen todos los objetivos siendo un 96’5% el porcentaje de acierto del proyecto en sí. Los materiales también están adaptados a las actividades y a los alumnos y los alumnos hacen de ellos un uso adecuado.

Paso a comentar las implicaciones del trabajo, ha sido un trabajo complejo en su realización al estar la mayoría de la información en inglés. Por parte del profesorado del centro, se ha implicado en la realización del proyecto poniendo interés en la temática y su afán de impartir esas clases en su aula.

Las limitaciones que me he encontrado a lo largo del trabajo es que por ejemplo las actividades se han tenido que adaptar al curso que tenía autorización para su realización. Al ser un centro que su minoría son personas con necesidades especiales, estas actividades no se han podido poner en práctica con ellos, aunque estas se podrían adaptar sin dificultad a sus necesidades. Además, a la hora de la realización de las actividades también me encontré limitaciones. A los alumnos les costaba identificar las imágenes de los autores ya que entre ellos tenían parecido, por tanto, opte por ponerles los atuendos de diferentes colores para que así fuera más fácil su identificación por parte del alumnado. A continuación, paso a comentar las líneas de actuación.

El Plan de Formación del Profesorado tiene como objetivos principales impulsar la calidad del sistema educativo navarro, responder a las necesidades detectadas por los centros y el profesorado, y mejorar las competencias docentes.

A través de estas Líneas Estratégicas se pretende que el profesorado adquiera las competencias necesarias para el desarrollo de la profesión docente:

L1. Implementación de metodologías que propicien el aprendizaje activo y colaborativo del alumnado, y que atiendan a la diversidad de ritmos, estilos y necesidades educativas, desde un enfoque competencial e inclusivo.

L2. Integración de las tecnologías educativas en el proceso de aprendizaje-enseñanza.

L3. Fomento de la innovación, investigación, difusión e intercambio de experiencias educativas, así como de la organización y gestión escolar de éxito.

L4. Compromiso con la coeducación y desarrollo de la conciencia crítica: igualdad de género, convivencia y buen trato, responsabilidad y justicia social, ciudadanía global, sostenibilidad y medio ambiente.

L5. Impulso del plurilingüismo partiendo de las lenguas propias de Navarra y atendiendo al tratamiento integrado de las lenguas.

L6. Prevención de riesgos laborales y mejora de la salud integral.

7. ANEXOS.

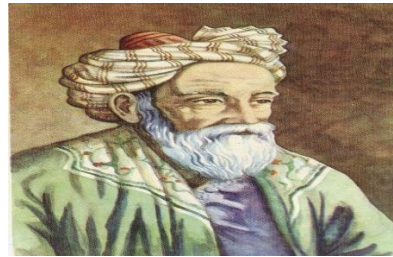
Anexo 1.

Nombres y apellidos de los componentes del grupo: _____

Une los diferentes componentes de “las matemáticas islámicas” con sus respectivos autores:

ÁLGEBRA

OMAR KHAYYAM



GEOMETRÍA

IB QURRA

ABU AL-WAFA



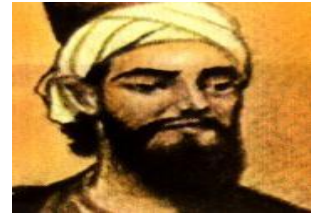
TRIGONOMETRÍA

AL-KHAWARIZMI



ARITMÉTICA

AL-KASHI ABUL HASSAN AL-UQLIDISI



Anexo 2.

Tabla 1.

TABLA DE AUTOEVALUACIÓN

ITEMS	POCO	SUFICIENTE	BASTANTE	MUCHO
<ul style="list-style-type: none">• He trabajado cooperativamente con mis compañeros.				
<ul style="list-style-type: none">• He utilizado todas las herramientas que la profesor/a me ofrecía en cada actividad.				
<ul style="list-style-type: none">• He conocido mejor a mis compañeros.				
<ul style="list-style-type: none">• He respetado a mis compañeros y normas del aula.				
<ul style="list-style-type: none">• He sabido identificar los contenidos y llevarlos a la práctica.				
<ul style="list-style-type: none">• He conocido la importancia de las matemáticas.				

<ul style="list-style-type: none"> • He mejorado mi capacidad de concentración. 				
<ul style="list-style-type: none"> • He comprendido todas las actividades. 				

Anexo 3.

Tabla 2.

TABLA DE EVALUACIÓN DEL DOCENTE.

ITEMS	POCO	SUFICIENTE	BASTANTE	MUCHO
<ul style="list-style-type: none"> • Ha sabido identificar los contenidos y llevarlos a la práctica. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha mejorado su capacidad de concentración. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha comprendido todas las actividades. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha respetado las normas del aula y a sus compañeros. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha conocido la importancia de las matemáticas islámicas. 				
<ul style="list-style-type: none"> • Ha conocido mejor a sus compañeros. 				

<ul style="list-style-type: none">• Ha utilizado todas las herramientas que el docente ha ofrecido.				
<ul style="list-style-type: none">• Ha trabajado cooperativamente con sus compañeros.				

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Departamento de educación (2012-2013). Plan de formación del profesorado. *Líneas de actuación*. Recuperado de <https://www.educacion.navarra.es/web/dpto/plan-de-formacion-2012-2013/lineas-de-actuacion>

Islám y Al-Andalus (2019). Web de la yama'a islámica de al-andalus-liga morisca. Cultura islámica. *Las matemáticas islámicas*. Recuperado de <http://islamyandalus.es/2/index.php/cultura/8201-las-matematicas-arabes>

J.D (2014). *Glogster*. Biografía de Al-Kashi. Recuperado de <https://edu.glogster.com/glog/biografia-de-al-kashi/1nc1rlo2ipx>

Katz, V.J., y Lennart Berggren, J. (2007). Mathematics in Medieval Islam. Princeton University Press. (Ed). *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam A Sourcebok*.(pp.515-674). New Jersey. United Kingdom. Princeton University Press.

Mastin, L. (2010). Islamic mathematics - al-khwarizmi. (Mensaje de un blog). Recuperado de https://www.storyofmathematics.com/islamic_alkhwarizmi.html

Museo Alhambra (15 de abril del 2017). La geometría matemática de los alicatados. (Mensaje en un blog). Recuperado de <http://www.alhambra-patronato.es/elblogdelmuseo/index.php/geometria-matematica-alicatados/>

Objetivos del área de las ciencias sociales. Recuperado de <http://www.juntadeandalucia.es/educacion/descargasrecursos/curriculo-primaria/pdf/PDF/textocompleto.pdf>

Objetivos de las áreas de las matemáticas. Recuperado de <http://www.juntadeandalucia.es/educacion/descargasrecursos/curriculo-primaria/pdf/PDF/Matem%C3%A1ticas/04%20-2-%20matematicas.pdf>

Upclosed. Abul Hassan Al-Uqilidisi. Recuperado de <https://upclosed.com/people/abul-hasan-al-uqlidisi/>

Wiki Culturalia. (17 de noviembre del 2015). Biografía de Thabit ibn Qurra | Científicos famosos. (Mensaje en un blog). Recuperado de <https://edukavital.blogspot.com/2015/10/biografia-de-thabit-ibn-qurra.html>

Wikipedia. (7 de enero del 2018). Abu Al-Wafa. Recuperado de <https://es.wikipedia.org/wiki/Abu%27l-Wafa>

Wikipedia. (31 de mayo del 2019). Omar Khayyam. Recuperado de https://en.wikipedia.org/wiki/Omar_Khayyam