

FACTORES DINAMICOS DE INTENSIDAD DE TENSION EN MODO MIXTO

Gallego Sevilla, Rafael, Dominguez Abascal, José
Dpto. de Mecánica de Medios Continuos, Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla
Avda. Reina Mercedes s/n. 41012 SEVILLA

Resumen.— En el este trabajo se utiliza la formulación dinámica en el dominio del tiempo del Método de los Elementos de Contorno, junto a elementos singulares a un cuarto que representa el comportamiento de las tensiones y desplazamientos cerca del vértice de la grieta. Se presentan graficas de los factores de intensidad de tensión dinámicos, frente al tiempo, calculados directamente a partir del valor nodal de la tensión en el vértice. Los resultados se comparan con los obtenidos por otros autores, con otros procedimientos. Las diferencias son pequeñas, con la ventaja de que los resultados del método presentado aquí muestran menor dependencia frente a las discretizaciones en tiempo y espacio.

Abstract.— The time domain dynamic formulation of the Boundary Element Method is used in combination with quadratic spatial discretization and with singular quarter-point elements that represent the behavior of stresses and displacement near the crack tip. Transient dynamic stress intensity factors, computed directly from the traction nodal values at the tip, are plotted versus time for two cracked plates. The obtained results are compared with those due to other authors computed by different procedures. The results are shown very accurate and present little dependency on the space and time discretization.

1. INTRODUCCION

El cálculo de Factores de Intensidad de Tensión (FIT) dinámicos es un apartado muy importante en la mecánica de la fractura y ha sido abordado por un cierto número de autores en los últimos años. El Método de los Elementos de Contorno (M.E.C.) es muy adecuado para este tipo de problemas y fue usado por Blandford et al. [1], en combinación con elementos singulares a un cuarto (SQP), que incluyen la singularidad $r^{-1/2}$ de las tensiones, para calcular el FIT estático a partir de los desplazamientos de apertura de la grieta (COD). Martínez y Domínguez usaron el mismo elemento de contorno singular y mostraron que el valor nodal de la tensión en el vértice de la grieta daba resultados muy precisos y menos sensibles a la discretización. El mismo procedimiento usaron Domínguez y Chirino [2,3] para calcular el FIT dinámico en el dominio de la frecuencia.

En la comunicación presente se usa la formulación del MEC en el dominio del tiempo en combinación con aproximaciones

cuadráticas de la variación espacial de las tensiones y desplazamientos en los elementos del contorno. Se utilizan elementos SQP para modelar las tensiones y desplazamientos cerca de los vértices de las grietas.

Los FIT calculados en este trabajo se comparan con los obtenidos por otros autores usando procedimientos distintos. Los resultados obtenidos son muy precisos, no presentan oscilaciones en el tiempo, y muestran muy poca dependencia de la discretización en el espacio y el tiempo.

2. EL M.E.C. EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

Se ha adoptado una discretización en el tiempo lineal a trozos para los desplazamientos y constante a trozos para las tensiones. Las variables en el contorno pueden aproximarse como:

$$u_j = \sum_q \sum_m \varphi^q(r) \eta^m(\tau) u_j^{mq}$$

$$p_j = \sum_q \sum_m \psi^q(r) \mu^m(\tau) p_j^{mq}$$

donde "q" indica el nodo del contorno y "m" el paso de tiempo, φ^q y ψ^q son las funciones de interpolación en el espacio, y η^m y μ^m son las funciones de interpolación en el tiempo.

Una vez que la representación integral has sido discretizada puede escribirse como:

$$c_{ij} u_j = \sum_{m=1}^M \sum_{q=1}^Q \left[\left[\int_{\Gamma_q} U_{ij}^m d\Gamma \right] \psi^q p_j^{mq} - \left[\int_{\Gamma_q} T_{ij}^m d\Gamma \right] \varphi^q u_j^{mq} \right]$$

donde U_{ij}^m y T_{ij}^m se obtienen por integración analítica a lo largo del tiempo de la solución fundamental multiplicada por la función de forma en el tiempo correspondiente [4].

Un dominio con una grieta se divide en dos subregiones mediante un contorno interno que deja un labio de la grieta en el contorno de cada subregión. Los dos elementos adyacentes a un vértice de una grieta son elementos SQP (Fig. 1). El FIT se calcula mediante las fórmulas:

$$K_I = p_2^k \sqrt{2\pi l}$$

$$K_{II} = p_1^k \sqrt{2\pi l}$$

donde p_1^k y p_2^k son los valores nodales de las tensiones en el nodo que se encuentra en el vértice de la grieta y en elemento que parte del mismo y se adentra en el interior del dominio. El

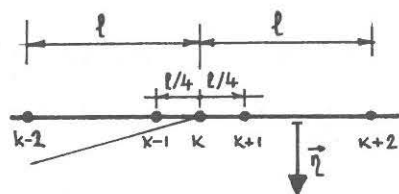


Figura 1. Elementos a un cuarto en el vértice de la grieta

FIT puede también calcularse a partir del COD del nodo k-1 o de los nodos k-1 y k-2 (Fig. 1) usando las mismas expresiones que en elastostática [1,2].

3. LAMINA CON GRIETA CENTRADA

La figura 2(a) muestra la geometría y condiciones de contorno de una lámina con una grieta central. La carga aplicada, varía en el tiempo como una función escalón o de Heaviside. Este problema lo resolvió Chen [5] mediante diferencias finitas mediante una malla muy fina de alrededor de 5000 puntos, y se usa frecuentemente su solución para validar las obtenidas por otros métodos. Las propiedades del material son: módulo de rigidez transversal $\mu = 76923$ GPa, módulo de Poisson $\nu = 0.3$, y densidad $\rho = 5000$ kg/m³.

Debido a la simetría del problema, sólo se discretizó un cuarto de la lámina, como se muestra en la figura 2(b). Para discretizar la semi-grieta se usaron dos elementos de igual longitud ($l/a = 0.5$), siendo el elemento más cercano al vértice singular a un cuarto. El paso de tiempo que se empleó, $\Delta t = 32 \mu s$ es tal que las ondas P, avanzan 2.4 mm por intervalo. Este paso de tiempo se eligió en relación con el tamaño de los elementos de la discretización espacial. Puede encontrarse un análisis esta relación entre las discretizaciones espacial y temporal en la referencia [4].

En la figura 2(c) se muestra el FIT del modo I, K_I , normalizado con $\sigma \sqrt{l/a}$, calculado directamente del valor de la 'tensión' nodal en el vértice, frente al tiempo.

La concordancia entre el resultado del MEC usando este procedimiento (K_t) y los obtenidos por Chen es muy buena. Las figuras 2(c) y 2(d) muestran el FIT calculado igual con discretización y dos puntos y un punto, respectivamente. El acuerdo con los resultados de Chen es también muy bueno.

A fin de evaluar la sensibilidad a la discretización espacial de las diferentes aproximaciones, la longitud l , de los elementos adyacentes al vértice de la grieta se varió entre 0.2a hasta 0.9a, mientras que el elemento próximo se varió, entre 0.8a y 0.1a. La figura 2(f) representa la raíz cuadrada de la integral de la diferencia al cuadrado, entre las curvas calculadas por cada uno de los tres procedimientos explicados anteriormente y la de Chen, dividida entre el tiempo total considerado. Este valor se representa frente al cociente l/a . Puede apreciarse de la gráfica, que la aproximación que usa el valor nodal de

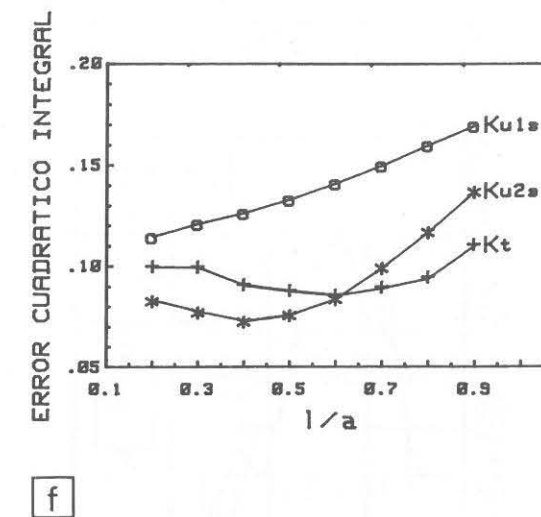
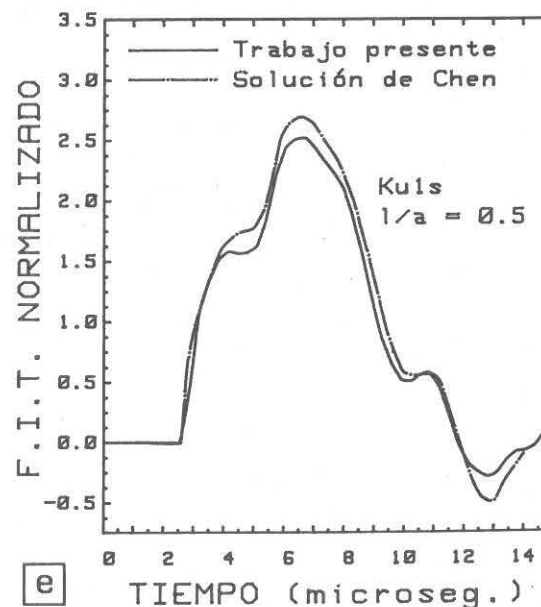
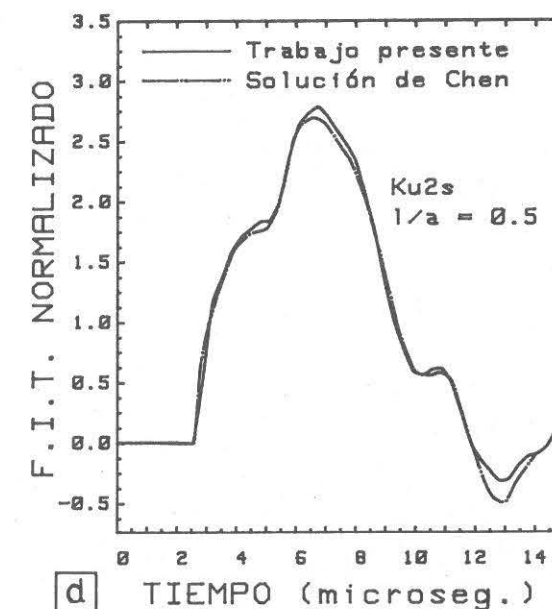
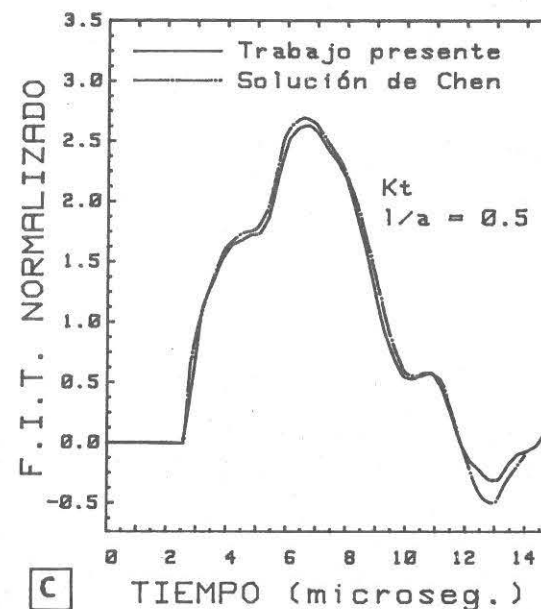
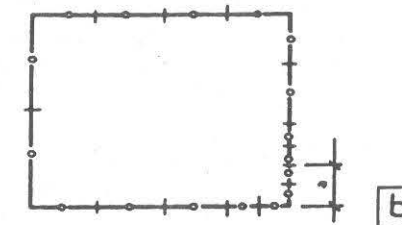
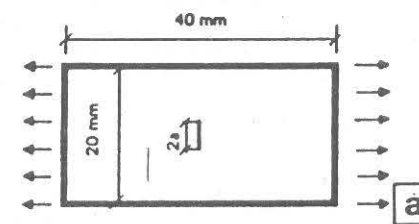
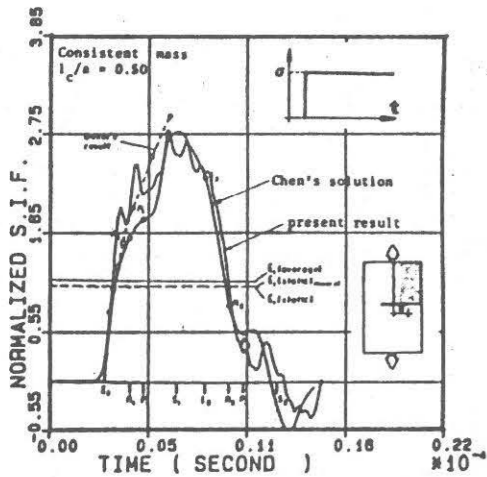


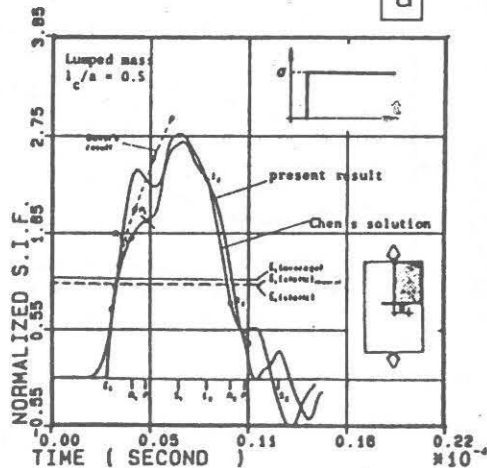
Fig. 2. (a) Lámina con grieta central; (b) Discretización; (c) FIT calculado con el valor nodal de la tensión en el vértice; (d) FIT calculado con el COD de dos puntos; (e) FIT calculado con el COD de un punto; (f) Diferencia cuadrática integral entre los resultados del MEC y los de Chen.

la tensión en el vértice de la grieta para calcular el FIT (K_I), es la menos sensible a la discretización espacial y por tanto, la más fiable para problemas donde la solución es desconocida.

Como referencia para comparación, se incluyen en las figuras 3(a) y 3(b), los resultados obtenidos con elementos finitos, por Murti y Valliappan [6] para el mismo problema, utilizando una discretización similar sobre los contornos y los labios de la grieta, y utilizando también elementos a un cuarto, rodeando el vértice de la misma. La figura 3(b) corresponde al resultado obtenido utilizando una matriz de masa concentrada y la figura 3(a) matriz de masa consistente. Los resultados de la figura 3, son probablemente los mejores mostrados por estos autores en la referencia [6]. Otras discretizaciones producen oscilaciones aún mayores de la solución.



a



b

4. LAMINA CON GRIETA INCLINADA

La lámina mostrada en la figura 4(a) tiene una grieta inclinada 45° . El

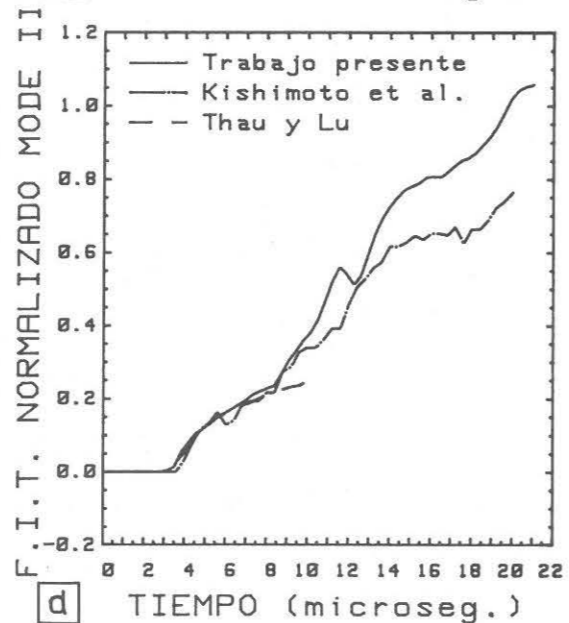
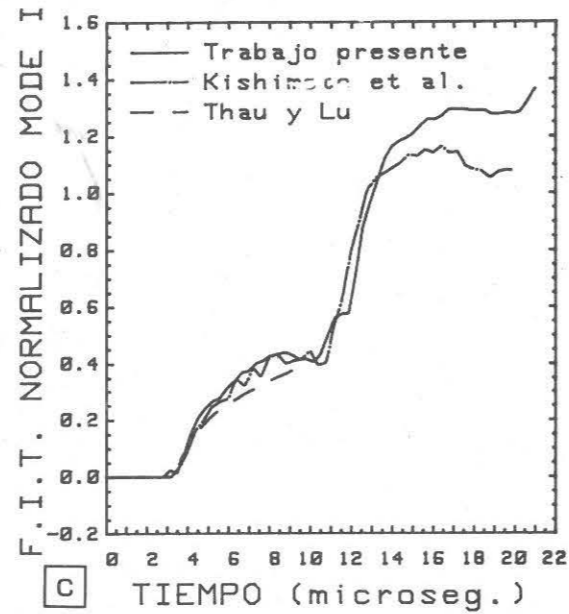
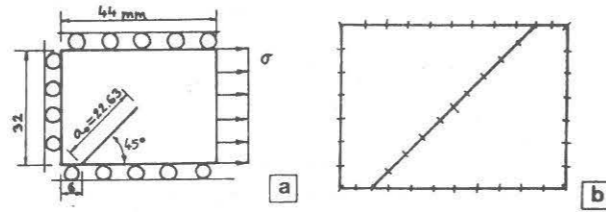


Figura 4. (a) Lámina con grieta inclinada; (b) Discretización; (c) FIT modo-I; (d) FIT modo-II.

dominio se divide en dos partes como muestra la figura 4(b) en la cual se representa también la discretización espacial que se usó. La carga es de nuevo una tracción uniforme aplicada como una función escalón. Las propiedades del material usadas para este problema son: módulo de rigidez transversal $\mu = 29.4$ GPa; módulo de Poisson $\nu = 0.286$; $\rho = 2450$ kg/m³. El paso tiempo escogido fue de $3.5 \mu s$. Los FIT del modo-I y modo-II, se calcularon usando el valor nodal de la tracción en el vértice de la grieta. Las Figuras 4(c) y 4(d) muestran los dos FIT normalizados con $\sigma \cdot \sqrt{(\pi a_0)}$. Los resultados se comparan con los obtenidos por Kishimoto et al. [7], usando elementos finitos, e integrales invariantes J, para calcular el FIT. También se representan los resultados analíticos obtenidos por Thau y Lu [8], los cuales son válidos solamente en un corto periodo de tiempo. El acuerdo entre los resultados del MEC y los otros métodos puede considerarse muy bueno, más, teniendo en cuenta el poco refinamiento de la malla y la complejidad del problema.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su gratitud a la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología por su apoyo financiero a este trabajo a través del Proyecto de Investigación nº PB86-0139.

6. REFERENCIAS

- [1] Blandford, G.E., Ingraffea, A.R. y Liggett, J.A., (1981), "Two-dimensional Stress Intensity Factor Computations Using the Boundary Element Method," Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 17, pp.387-404.
- [2] Martínez, J. and Domínguez, J., (1984), "On the Use of Quarter-point Boundary Elements for Stress Intensity Factor Computations," Int. J. Num. Meth. Eng. Vol. 20, pp. 1941-1950.
- [3] Domínguez, J. y Chirino, F. (1986), "B.E.M. for Dynamic Crack Problems in Two Dimensions" BETECH 86, J.J.Connor and C.A. Brebbia Ed., Computational Mechanics Publications Southampton - Boston.
- [4] Domínguez J. and Gallego R. (1989), "On the Time Domain Boundary Element Method for Elastodynamic Problems",

Computer & Mathematics with Appl., en prensa.

- [5] Chen, Y.M., (1975), "Numerical computation of Dynamic Stress Intensity Factor by Lagrangian Finite-difference Method," Eng. Fract. Mech., Vol. 7, pp. 653-660.
- [6] Murti, V., and Valliappan, S., (1986), "The Use of Quarter Point Element in Dynamic Crack Analysis," Eng. Fract. Mech., Vol. 23, pp. 585-614.
- [7] Kishimoto, K., Aoki, S., y Sakata, M., (1978), "Dynamic Stress Intensity Factors Using J-Integral and Finite Element Method", Eng. Fract. Mechanics, Vol.13. pp.387-394.
- [8] Thau, S.A., and Lu, T.H., (1971), "Transient Stress Intensity Factors for a Finite Crack in an Elastic Solid Caused by a Dilatational Wave." Int. J. Solids and Structures, Vol. 7, pp. 731-750.