RESPUESTA, ANI'E SOLICITACIOOES SISMICAS, DE CIMENTACIOOES RIGIDAS SOBRE SUEUJS ID HOM:X;ENIDS

Jos Domlnguez Abascal y Ram5n Abascal García

Cátedra de Estructuras E.T.S. de Ingenieros Industriales Universidad de SEVILLA

<u>Resumen</u>. La respuesta de cimentaciones rígidas ante trenes de cndas de origen sísmico se ve afectada por la forma del perfil del suelo en las inmediaciones y la deformabilidad de la base rocosa sobre la que se asienta el suelo. Se analiza en el articulo la influencia de estos factores mediante el uso del Método de los Elementos de Contorno en el dominio de la frecuencia. Se emplean elementos de tipo constante para un dominio formado por zonas viscoelásticas caa una de las cuales es harogenea.

1 • INI'ROCUX::ICN

La observación de los daños ocurridos a los edificios durante algunos terrenotos recientes, muestra que el Call)Ortamiento de el sistema sue lo-estructura se ve influenciado, no s6lo por= la geometría del cimiento y las característia s mecánicas del suelo inmed.iatarrente debajo de él, sino también por la tq:x:,grafía superficial y subterranea en las zonas próxinas a la construc cién.

El análisis de la respuesta sísmica de las estructuras, teniendo en cuenta los efectos de interacción con el suelo, se-realiza en la mayo ria de los casos mediante el uso del Método delos Elementos Finitos. Para poder representar el suelo sin que se produzcan falsas reflexio-nes de ondas en los límites del rrodelo, se desa rrollaron en los años setenta los "contornos ah sorventes" [7, 11] que, permiten rrodelar suelosestratificados que horizontalmente se extienden hasta el infinito. No obstante, el uso de contornos absorbentes i.rrplica: un rrodelo de suelo que debe estar limitado a una profundidad rroderada por una base rocosa que se supone rígida, y unos estratos en la parte superior, que deben ser paralelos, e infinitos en direccién horizon tal (Fig. 1). Dado que existen situaciones rea= les en las que no existe una base rocosa muy rí gida a poca profundidad o el perfil subterráneo del suelo dista mucho de ser un conjunto de estratos horizcntales, deben analizarse cuidadosa mente los efectos de la existencia de un mediodeformable que se extienda hasta gran profundidad y de un perfil subterráneo no estratificado.

Contornos absorbentes Zona discretizada : e.n fleme.ni-os \=',...,itos Base Rigida Fig. 1: t1::ldelo empleado en elerrentos finitos.

Hay en la bibliografía de los fil.t.ims>años. un cierto número de soluciones exactas a proble mas de difracción de endas por inclusiones o ca vidades y a problemas de respuesta de cimenta-= ciones ante ondas que inciden en ellas, propagándose desde el infinito. La mayor parte estudian el rrodelo antiplano para ondas SH suponien do un medio elástico horrogéneo [10, 121 · Tarnbi se ha empleado para este tipo de prob emas, par ticulannente para el estudio de difracción de= ondas por valles y depósitos de suelo, un método nur;13riqo conocido caro "M todo de las Fuentes" 1.2,13. En todos los estudios citados, o bien se supone un suelo horrogéneo para calcular la respuesta de un cimiento ante ondas incidentes, ó se estudia la difraccién de cndas debida a una inclusión o cavidad en un medio h géneo.

En el trabajo presente, se analiza la respuesta de una cimentación que descansa sobre un depósito de suelo que se halla sobre un o viscoelástico. De esta forma, puede estudiarse la influencia de la forma del depósito de suelo y de la rigidez de la base, sobre la respuesta de cimentaciones ante cndas incidentes. El rrode lo es bidimensional y el depósito de suelo es semielíptico o en forma de estrato horizontal -(Fig. 2) · Se suponen ondas SV 6 P que llegan desde zonas profundas con ángulos de incidencia diversos. Para tener en cuenta el efecto del -perfil del depósito de suelo, r cada excitación slamica, se supondrán serru.ell.paes con rel ción de diámetros que van desde la unidad (se.In! círculo) hasta infinito (estrato horizontal). Para cada geanetría, la rigidez del naterial de





Fig. 2: Tipos de pronlenas analizados.

la base tarará valores que van desde el misro del depósito de suelo (con lo cual el medio sería un semiespacio harogeneo) hasta infinito -(base rocosa rígida).

Los rrodelos anteriormente indicados son lizados haciendo uso de la formulación dinámica en el dominio de la frecuencia del Método de los Elementos de Contorno, planteada sobre las distintas zonas harogeneas que conq:,onen el me-dio. Los elementos empleados son de tipo constante.

2. TRATAMIEN'ID NUMERICO

El todo de los Elementos de Contorno MOC, resulta muy apropiado para problemas de interacción suelo-estructura, por su capacidad de representar fácillrente dominios que se extienden hasta el infinito. La formulación dinámica del MOC fue presentada por Cruse y Rizzo -[2] en 1968. Desde entonces se ha empleado en numerosas aplicaciones utilizando la transfo da de Laplace, la transformada de Fourier ó la formulacién en el dominio del tiempo [a]. El uso del MOC en el carrpo de la interacción suelo -estructura ha recibido gran.i3tenc-4-ón tanto en el dominio de la frecuencia L1,3,4J CCl10 en el daninio del tiempo [6, 9].

En el presente trabajo se emplea la fo ul ción dinámica en el dominio de la frecuencia @ ra analizar la respuesta ante ondas de tipo SV y p de cimentaciones ubicadas sobre suelos que pueden ser representados por alguno de lo rrod los de la Fig. 2. En ella RI y son regiones

horrogéneas de propiedades viscoel sticas.

Los problenas de difracción de ondas en medios infinitos o semiinfinitos se formulan nornallrente descanponiendo tensiones y rrovimientos en dos partes: una, el campo de novimientos Y tensiones no perturbado ($^{(f)}$, $^{(f)}$) y otra, el carrpo difractado (u $^{(s)}$, o $^{(s)}$); es decir, 1as dificaciones que sobre el primero produce la presencia de discontinuid des en el medio distintas de la superficie libre horizontal. Para el caso de los rrodelos de las Figs. 2b y 2c, el carrpo no perturbado s6lo será, restado del to-tal en la zona R2, de nodo que:



Se presenta en primer lugar la formu ación para el rrodelo de la Fig. 2c. En él, haciendo.uso de la representación integral del campo difractado sobre R2, se tiene para puntos de los

contornos s2 ó s3:

(3)

$$c_{L}(\underline{y}) = u_{L}^{(s)}(A) = J[(A, \underline{z}) + U_{L}^{(s)}(\underline{x}) - S2$$

$$- (A, \underline{z}) = J[(A, \underline{z}) + U_{L}^{(s)}(\underline{z})] = ds(A) + \frac{1}{2} \int_{a}^{b} \left[U_{\underline{z}}^{k}(\underline{x};\underline{y}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{k}(\underline{x};\underline{y}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{k}(\underline{x};\underline{y}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{k}(\underline{z};\underline{y}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{k}(\underline{z};\underline{y}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{k}(\underline{z};\underline{z}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) - U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) + U_{\underline{z}}^{(s)}(\underline{z}) +$$

donde representa puntos del contorno; ui () y ti () son las Carp:)nentes del desplazamiento y tracción en los puntos ; (:i) y (:,l) representan las corrponentes del desplazamiento y tracción en cuando una carga amónica unidad es aplicada en y según la dirección k, c_l es un coeficiente que depende de la geanetría del con torno en \bigvee_{i} (ci = 0.5 ó_{ik}, si el contorno es sua ve).

la ecuación (3) puede escribirse corro

$$c_{i}^{k}(\underline{y}) u_{i}^{(s)}(\underline{y}) = I_{S_{2}}^{(s)} + I_{S_{3}}^{(s)}$$
 (4)

• ds(x)

Análogamente, el desplazamiento en puntos de sl ó s2 corro parte de Rl puede escribirse corro

$$ci^{k}(y) u_{1}(y) = Js_{1}^{+} Js_{2}$$
 (5)

donde $_{\rm J}$ representa integrales con el miErnO núcleo que I pero referidas a R1• Además en este caso $\underline{u}^{(s)}$ () = () y ./s) () = _!().

Para poder establecer con facilidad las condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de s2 la ecuación (4) puede escribirse de nuevo corro

$$\begin{array}{c} \overset{k}{c_{1}} (y) \quad [ui(y) - u?) < t1] = I_{S2} - I_{S2}^{(f)} + \\ + I_{S3} - I_{S3}^{(f)} \qquad (6) \end{array}$$

donde $\underline{u}^{(f)} \underbrace{t}_{2}^{(f)} e I(\underbrace{s}_{2}^{f)}$ son conocidos. $I(\underbrace{s}_{3}^{s})$ por parte es:

$$\mathbf{r} (\mathbf{s}) = \mathbf{I}_{S3} - \mathbf{I}_{S3}^{(f)} = \mathbf{J} (\mathbf{s})$$
 [ui - u1^f] ds (7)
S3

Debe notarse que el contorno s3, sobre el que se realiza la integral de la ecuación (7), se extiende hasta el infinito. Sin embargo, cuando la distancia del punto de integración a la región RI amnenta, el novimiento total tiende a hacerse igual al irrperturbado $u_1 - u_1 l^{f} > 0$. Este hecho, además de las condiciones de regula ridad de ' hace que las partes de s3 alejada de R1 tengan poca influencia sobre la ecuación

(6) cuando es escrita para puntos próxinos a la cimentación. De acuerdo con estas características de las integrales, la discretización del contorno s3 se extenderá únicamente a una dis-

tancia noderada del depósito semielíptico de..:_ suelo.

El problema del cálculo del novimiento de la cimentación de la Fig,2c ante un tren de ondas quedará resuelto, una vez discretizados los contor nos s1, s2 y s3, mediante el uso de las ecuaci

nes $_{(5)}$ y $_{(6)}$, de las condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de s2, y de las c

diciones de contorno a lo largo de s1 y s3, pa_!:

te de las cuales han sido tenidas en cuenta al establecer la forma de Is indicado en (7) · So-3

bre la forma de establecer las condiciones de - contorno se hablará rás adelante.

Cuando el perfil del suelo corresp::nde al estrato horizontal de la Fig. 3b, la fo:mulación es análoga al caso anterior. Para los puntos de R2 en el contorno s2 puede escribirse:

$$C_{1}(Y) = [u_{1}(Y) - u_{1}(Y)] = Is - Is^{f}$$

y para los puntos de s1 ó s2 corro parte de R1

$$c1_{(y)} u_{1}(y) = Js_{2}^{+} Js_{1}$$

(8)

(9)

Todo es igual que en el caso previo can la única diferencia que las integrales a lo largo de sl y s2 deben ser también truncadas y despre-

ciar en ellas la contribución de las partes más alejadas del cimiento sobre los puntos próxinos a éste, de acuerdo can las condiciones de regularidad y radiación.

En el caso de un semie?pacio horrogéneo caro el de la Fig. 2a, únicamente habrá que establecer ecuaciones del tipo

$$e_{1:}^{k} \stackrel{i}{\amalg}_{i} (\mathbf{y}) - u_{1:}^{(\mathbf{f})} (\mathbf{y}) J = Is_{1} - I_{s_{1}}^{(\mathbf{f})}$$
(10)

para los puntos a lo largo de s1.

Una vez establecido el sistema de ecuacio-nes, el novimiento de la cimentación se obtiene aplicando las condiciones de contorno según los dos pasos siguientes.

1. Para unos valores conocidos de u^(f) y t^(f), correspondientes a un tren de ondas, se prescri ben condiciones de tracción nula en la superfi= *cie* libre del suelo y desplazamiento nulo debajo del cimiento. Así, se calculan las traccio-nes debajo del cimiento y su resultante R según las tres Carp:)nentes corro sólido rígido.-

2. El novimiento de sólido rígido del cimiento (^r) es obtenido resolviendo el sistema K u^(r) =





= -R, donde K es la Itl3.triz de rigidez del cimiento. Esta-Itl£riz de rigidez, se obtiene simultáneamente con el paso 1 resolviendo el misno problema pero con condiciones de rrovimiento de sólido rígido en la parte del contorno debajo del cimiento. Se prescriben suces ivamente no vimientos unidad según los tres grados de liber tad del cimiento rígido. Sólo se necesita un = pequeño esfuerzo extra, ya que únicamente se trata de resolver simultaneamente el misrro sistema con cmdiciones de contorno de rrovimiento nulo y de rrovimientos unidad según los tres gra dos de libertad del cimiento supuestamente rígI

3. SUELO HOMXENEO DE .MATERIAL VISCOELASTICO

Se analiza en primer lugar el caso de una ci mentación superficial sobre un suelo viscoelás= tico honogeneo. En la Fig. 3.a se representa la discretización de elementos de contorno anpleada que consta de 36 elementos constantes. la ex citación consistirá en una onda P incidente y = las correspondientes SV y P reflejadas. Se obtienen resultados para frecuencias adimensionales a0 = w B/c emprendidas entre 0 y 2.5 -

(w = frecuencia angular, B = semiancho del c i - miento y e = velocidad de propagación de las -

ondas S). Se sup::ne un mSdulo de Poisson u = 0.4y un arror tiguamiento viscoso de un 5%. Los desplazamientos del cimiento serful referidos al desplazamiento en el origen del carrpo no pertur bado.

La Fig. 4 muestra los nódulos del desplazamiento horizontal, vertical y de giro para ondas incidentes de tipo P can varios fulgulos de llegada de las ondas. Corro puede apreciarse, los desplazamientos horizontales y verticales disminuyen su arrplitud de forma semejante según atnnenta la frecuencia (Figs. 4a y 4b). Asimisrro, se aprecia una reducción de la anplitud de los desplazamientos del cimiento cuando el fulgu lo de incidencia 8 se separa de la vertical. Es te hecho es congruente con los anteriores, yaque un aumento de 8 implica un aumento de la frecuencia aparente de las ondas proyectadas so bre la superficie libre del suelo. El rrovimien= to de giro (Fig. 4c) presenta un crecimiento con la frecuencia en toda la galt13.presentada. -Cabe esperar que se alcanzará un máxirro cuando la longitud de las ondas del carrpo imperturbado alcancen un valor doble del ancho del cimiento. El estudio de la respuesta entre ondas de tipo SV, puede ra lizarse de igual manera, errpleando la misma discretización y nodificando únicamente las condiciones prescritas para el CollIX) imperturbado.

3. ESI'RATO HORIZCNTAL DE SUELO SOBRE BASE DEFOR MABLE

Para analizar el efecto de la existencia de una base deforltl3.De sobre la respuesta de cimen taciones ante ondas incidentes, se estudia el= nodelo de la Fig. 2b errpleando la diséretización mediante elemEll'ltø de contorno de tipo -



Fig. 4: Anplitudes de desplazamientos de cinentaciones en el semi.espacio viscoelastico.

constante que se ha representado en la Fig. 3b y que incluye un total de 60 eleirentos.

Se ha realizado un estudio pararrétrico del efecto de la flexibilidad de la base en la respuesta del cimiento. La relación entre velocida des de propagación de las ondas S del estrato Y la base (RC = es /c8) se ha supuesto con val s 2 1

res 2, 4 y 50 (roca rígida). El nódulo de – Poissoo es v = 0.4 y el arrortiguanúento del 5% para ambas zonas. La profundidad del estrato es de cuatro veces el semiancho del cimiento —



Fig. 5: Anplitudes de desplazamientos de cimentaciones en estrato horizontal sobre base viscoelastica.

(H/B = 4). La excitación será la de un tren de ondas P con ángulo de incidencia que tana sucesivamente valores de OQ, 30Q y 60Q respecto a la vertical. Los valores del campo irrperturbado corresponden a un serniplano harogeneo que se ob tendría suponiendo que el estrato de suelo **UC**ne también las propiedades de la base visco---elástica. El desplazamiento imperturbado en el origen de coordenadas será tarado caro referencia para medir los desplazamientos de la cimentación.

En la Fig. 5 se muestran los desplazamientos

verticales y horizontales de una cimentación superficial cuando trenes de ondas P inciden so bre el nódulo. En todos los casos, se represen= tan los rrovirnientos para tres grados distintos de rigidez de la zona inferior del modelo (RCS = es /Cs con valores de 2, 4 y 50). En la 2 2

Fig. Sa se representan los rrovirnientos verticales para una onda incidente también vertical. -En ella, para RCS = 50 aparece un pico situado

en un valor de a $_{\Omega}$ que coincide con la primera -

frecuencia de resonancia del estrato que puede predecirse con la teoría rronodirnensional (apl =

= 0.96) • A medida que la base del rrodelo se hace más flexible, la amplitud de los desplazamientos, en la zona próxima a la frecuencia indicada, va decreciendo. Cuando el ángulo de incidencia de las ondas se establece en e = 60Q -(Fig. Sb), la respuesta de la cimentación para RC8 = 50 coincide prácticamente con la del caso

e= Q, lo cual es fácilmente explicable ya que las ondas refractadas en el estrato para una re lación de rigideces tal alta, serán prácticarneñ te verticales. Para valores menores de la rela= ción RC, el rráxirro de las curvas se ve despla-

zado, lo cual hace que para ciertos valores de la frecuencia, y con ángulos de incidencia bastante alejados de la vertical, los desplazarnien tos del cimiento para base flexible sean nayo-= res que para base rígida. En la figura Se ser presentan las arrplitudes de los desplazamientos horizontales con ondas P incidiendo en el modelo con un ángulo de 30Q-: En esta figura se apre cia αm :> para RC = 50 se presentan unos pioos-

de resonancia, que coinciden con las frecuencias naturales del estrato predichas por la teo ría rronodimensional para el caso de ondas SV. = Este hecho es totalmente explicable ya que con RC muy grande, se producirá una onda SV refra taaa en el estrato que se propaga prácticamente en dirección vertical y que es la causante del rrovimiento horizontal del cimiento. En la Fig. Se se aprecia además corro la respuesta del cimiento se va haciendo más pequeña según aumenta la flexibilidad de la base; esto es, segful decrece RC.

4. DEPOSITO DE SUELO DE GIDMETRIA SEMIELIPTICA SOBRE BASE DEFORMABLE

Para analizar el efecto de la topografía sub terránea en la respuesta de cimentaciones supe!: ficiales ante un tren de ondas incidentes, se ha supuesto un depósito sernielíptico de suelo -(Fig. 2c) de anchura variable, que está incluido en una base cuya rigidez será también un parámetro que tonará distintos valores. La prof didad del depósito de suelo en su punto máxirro es del doble del ancho del cimiento. Las propig dades del depósito de suelo y de la base serán las mismas del problara del estrato antes estudiado. La excitación está constituida por ondas P ó SV; en ambos casos propagandose en dirección vertical. La relación D/H entre los serniejes de la elipse tona los valores de " (estrato horizontal), 4, 2 y 1. La rigidez relativa de la base tana de nuevo los valores RCs = 50, 4 Y

2 sucesivarrente. La arrplitud de referencia es también en este caso la del desplazamiento del origen de coordenadas supuesto que el depósito de suelo tuviera las misrras propiedades de la base sobre la que se asialta. En la Fig. 3c se puede ver la discretización enpleada para el ca so en que D/H = 2, la cual consta de 51 elanen= tos. En los demás casos se ha utilizado discretizaciones con un refinamiento de la nalla simi lar.

En la Fig. 6 se representa el desplazamiento vertical de la cimentación producido por ondas P que inciden en dirección vertical. Cuando



Fig. 6: Anplitudes de desplazamientos verticales de cimentaciones en deposito de suelo sernieliptico sobre base viscoelastica. la base es muy rígida (Fig. 6a), todos los an-. chos de depósito (D/H) I!Rlestran un canportamien to semejante hasta la frecuencia ^apl correspon=

diente al estrato recto de igual profundidad. -Se aprecia igualmente en la Fig. 6a que el mayor de los picos se produce para el valle más estrecho, esto es D/H = 1. Las Figs. 6b y 6c muestran la respuesta para los casos de base de forma.ble (OC $_{\rm S}$ = 4 y re $_{\rm S}$ = 2) • En ambos casos se aprecia para un rango anplio de frecuencias, un

aumento de la respuesta según el dep6sito de suelo se hace más estrecho. Canp3.rando las tres



Fig. 7: Amplitudes de desplazamientos horizontales de cimentaciones en dep::,sito de suelo semieliptico sobre base viscoelastica.

partes de la Fig. 6, puede apreciarse que a medida que la base se hace más flexible, disminuye el desplazamiento del cimiento.

Por últim::l, se presenta en la Fig. 7 el des plazamiento horizontal del cimiento para ondas-SV propagandose verticalmente. Para todas las -rigideces de la base, OC $_{\rm S}$ = 50, 4 y 2, se apre-

cia un desplazamiento del primer pico de resonancia según se va estrechando el dep6sito de suelo. Despu s del primer pico, el comportamien to está muy condicionado p::,rel ancho del dep6= sito, aunque no se aprecia una ley de variación clara. Ccrrparando las Figs. 7a, 7b y 7c se apre cia una notable reducción de la respuesta según res tona valores más bajos (nótense las escalas

de las figuras).

5. CCNCLUSICNES

Los resultados presentados muestran, en primer lugar, una p::, sibilidad de aplicación de la fonnulación dinámica en el dcminio de la frecuen cia del Método de los Elementos de Contorno. Por otra parte, se puede decir que la defo:rnabilidad de la base del rrodelo y la topografia subterránea afectan de manera apreciable a la respuesta de cimentaciones ante ondas incidentes. Estos factores no pueden ser tenidos en cuenta en los rrodelos de elerrentos finitos. Por últim::1, debe indicarse que para la mayor parte de las situaciones, la mayor deformabilidad de la base repre senta una disminución en la arrplitud de los des= plazamientos; sin embargo, el efecto del ángulo de incidencia se ve incranentado según se hace la base más flexible.

6. REFERENCIAS

1. Abascal R. "Estudio de Problemas Dinámicos en Interacción SUel Estructura p::,rel Mét do de los Elementos de Contorno". Tesis. E. T.S.I.I., Sevilla, Abril,1984.

2. Cruse T.A. y Rizzo F.J. "A Direct Fonnulation of the General Transient Elastc.dynamic Problem I". International Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 22, 1968, pp. 244-259.

3. Dcminguez J. "Response of Embedded Foundations to Travelling Waves". Research Rep::,rt R78-24, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, carnbrigde, Mass, Agosto 1978.

4. Danínguez J., Alarcón E. y Abascal R•
"The Boundary Elanent Method in Elastodynamics".
10th IM1\CS World Congress, funtreal, Canadá, 1982•

5. Dravinski M. "Scattering of SH Waves by Subsur face Topography". J. of the Engineering Mech. Div. ASCF., Vol. 108, No. EM1, Feb, 1982, pp. 1-7.

6. Karabalis D.L. y Beskos D.E. "Dynamic Response of 3-D Rigid Surface Foundations by Time main Boundary Elanent Method". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 12, No. 1, 1984, pp. 73-94.

7. Kausel E. "Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media", Research Rep::,rt R74-11, Department of Civil Engineering, Mas chusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., 1974.

8. Manolis G.D. "A corrparative Study of three Boundary Elanent Method Approaches to Prci:>lems in Elastodynamics". International Journal for Nunerical Methods in Engineering, Vol. 19, 1983, pp. 73-91.

9. Spyrakos e.e. "Dynamic Resp::nse of Two-Dirrensional Foundations". Tesis presentada en Univ. of Minnesota, Minneap::,lis, 1984.

10. Trifunac M.D. "Scattering of Plane SH Waves by a Semicylindrical Canyon",. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, 1973, pp. 267-281.

11. Wass G. "Linear 'Iwo-Dimensional Analysis of Soil Dynamics Problems in Semi-Infinite Layered Media", Tesis presentada en Univ. of california, Berkeley, 1972.

12. Wong H.L. y Trifunac M.D. "Scattering of Plane SH Waves by a Semi-Elliptical Canyon", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 3, 1974, pp. 157-169.

13. Wong H.L. "Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by Surface Topographies". Rep::,rt No. 79-05, Departnent of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, calif., 1979.