EFECTOS DINAMICOS TRANSITORIOS EN FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSION

Francisco Chirino* y José Domínguez**

* E.T.S.I.I., Universidad Politécnica de Las Palmas
** E.T.S.I.I., Universidad de Sevilla

Resumen.- En esta comunicación se presenta, una forma de cálculo de la evolución de los Factores de Intensidad de Tensión a lo largo del tiempo cuando ondas que se propagan en un medio elástico inciden sobre una grieta que existe en el interior del mismo. Se emplea **para** ello el Método de los Elementos de Contorno con un elemento singular, desarrollado con anterioridad para problemas estacionarios, y el algoritmo de la transformada **rápida** de Fourier. Los resultados obtenidos, tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo son comparados con los de otros autores.

I. INTRODUCCION

La comprensión de los fenómenos de fractura y fatiga se ha revelado en los últimos años como un reto de gran interés dentro de la ingeniería mecánica, dado que la rotura por fatiga ha sido causa de fallo de muchos sistemas mecánicos y origen de importantes accidentes. Se han realizado numerosos estudios de la concentración de tensiones en las proximidades de los vértices de las grietas tanto cuando están sometidas a solicitaciones estáticas como dinámicas. Dado lo complejo del problema, existe mayor avance del conocimiento en el caso estático, sin embargo, el problema es en la mayoría de los casos dinámico, ya que la fatiga se encuentra asociada a cargas variables con el tiempo. Es pues necesario considerar los efectos dinámicos que se producen en las proximidades de los vértices de las grietas cuando las cargas actuantes varían con el tiempo, lo cual se traduce en ondas elásticas que se propagan a través del medio. Como se verá más adelante, y por otra parte ha sido ya puesto de manifiesto en numerosas ocasiones [1,2], los efectos dinámicos hacen que las tensiones que aparecen en las proximidades del vértice de una grieta sean sensiblemente mayores que las que se producirían ante cargas estáticas de igual amplitud. Es pues necesario determinar con precisión estos campos dinámicos de tensión.

Las tensiones en las inmediaciones de los vértices de una grieta en un medio plano cuando se encuentra sometida a cargas estáticas o dinámicas tienen la siguiente forma [3, 4].

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3}{2}\theta\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3}{2}\theta\right) + O(1)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3}{2}\theta\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3}{2}\theta + O(1)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3}{2}\theta + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3}{2}\theta\right) + O(1)$$

siendo r la distancia al vértice y θ el ángulo con respecto al eje de la grieta (figura 1). K_I y K_{II} son los factores de intensidad de tensión de los modos de apertura y deslizamiento, respectivamente. Los valores de K_I y K_{II} depen-

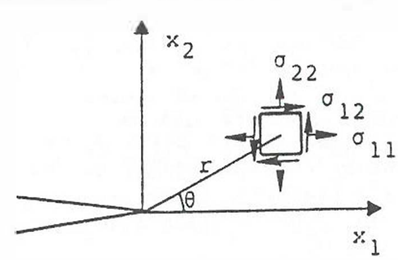

Figura 1. Vértice de la grieta.

den de la geometría y solicitación del problema en estudio.

Los desplazamientos en torno al vértice son,

$$u_1 = \frac{K_I}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-2\nu+\sin^2\frac{\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2-2\nu+\cos^2\frac{\theta}{2}\right) + O(r)$$

$$u_2 = \frac{K_I}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2-2\nu-\cos^2\frac{\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\frac{\theta}{2}\left(-1+2\nu+\sin^2\frac{\theta}{2}\right) + O(r)$$

donde μ representa el módulo de elasticidad transversal y ν' el módulo de Poisson, siendo $\nu = \nu'$ en deformación plana y $\nu = \nu'/(1+\nu')$ en tensión plana.

Las expresiones anteriores definen los factores de intensidad de tensión en casos estáticos y dinámicos. En estos últimos, si la solicitación es de tipo armónico, todas las variables también lo serán, y las expresiones anteriores definirán las amplitudes de los factores de intensidad de tensión en relación a las amplitudes de los movimientos y tensiones, siendo todas ellas funciones de la frecuencia del movimiento. En el caso dinámico general, tensiones, movimientos y factores de intensidad de tensión habrán de ser estudiados en su evolución temporal.

En lo que sigue, se revisan en primer lugar, en forma breve, como puede emplearse eficazmente el Método de los Elementos de Contorno (MEC) para el cálculo de factores de intensidad de tensión, estáticos y dinámicos. En segundo lugar, se estudia la difracción de ondas por una grieta que se encuentra en un plano infinito cuando las ondas son armónicas. Por último, se estudia la evolución en el dominio del tiempo del factor de intensidad de tensión K_I cuando una onda de tipo P y evolución en el tiempo en forma de escalón de Heavyside, incide sobre la grieta. Los resultados muestran la importancia de los efectos dinámicos.

2. EL METODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO EN EL CALCULO DE FACTORES DE INTENSIDAD DE TENSION

2.1. Problema Estático

La determinación del campo de tensiones en las proximidades del vértice de una grieta, puede ser abordado mediante el MEC siguiendo alguno de los procedimientos siguientes, (1) Incorporando las funciones de Green de un medio fisurado [5] 1 (2) Empleando una representación integral, con unos núcleos especiales, que sólo implique la discretización de la grieta como un único contorno, siendo las variables a determinar en su interior, diferencias de desplazamientos entre ambos bordes [6] 1 y (3) dividiendo el dominio en estudio en subregiones de manera que se haga pasar a través de la grieta un contorno y así ambos labios de la misma queden en subregiones diferentes [1].

Se emplea aquí un procedimiento de los indicados en tercer lugar. Además, la singularidad del tipo $1/\sqrt{r}$ que **existe** en las tensiones y el comportamiento $\sqrt{r}$ de los desplazamientos, son incorporados a la representación en el contorno haciendo uso de un elemento cuadrático, de geometría rectilínea, con el nodo central ubicado a un cuarto de su longitud y una función de forma singular para las tracciones [7, 8]. El uso de este elemento de contorno permite el cálculo de los factores de intensidad de tensión directamente a partir de una variable nodal con lo cual los resultados son precisos y poco dependientes de la discretización [1].

2.2. Problema Dinámico

La formulación del MEC para problemas dinámicos en régimen estacionario, conduce a las mismas ecuaciones del caso estático con la única diferencia de que las variables dependen de la frecuencia y la solución fundamental es la de la carga armónica concentrada [9]. Puede pues emplearse en los problemas dinámicos el elemento de contorno singular con nodo a un cuarto del mismo modo que se hace en el caso estático.

Los casos de solicitación de grietas por cargas dinámicas de tipo general, pueden ser analizados empleando el elemento singular en una formulación paso a paso en el dominio del tiempo, o como se hará aquí a continuación, mediante un análisis en el dominio de la frecuencia y una transformada integral.

3. DIFRACCION DE ONDAS POR UNA GRIETA EN EL PLANO INFINITO

Se trata a continuación el problema representado en la figura 2. En un medio plano infinito existe una grieta de longitud 2a y espesor nulo, situada a lo largo del eje x_1. Sobre la grieta inciden ondas con un ángulo γ. La difracción de estas ondas hace aparecer un campo de tensiones en torno a la grieta con singularidad en los vértices que es representada mediante los factores de intensidad de tensión.

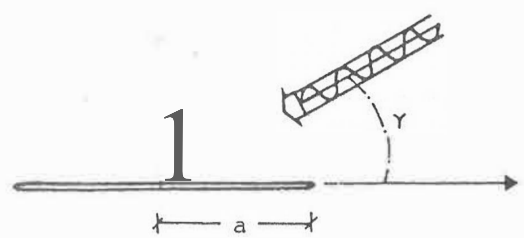

Figura 2. Difracción de ondas por una grieta.

El medio fisurado de la figura 2, será estudiado introduciendo un contorno que, siguiendo x_1, lo divide en dos partes. El contorno, por tanto, se extiende hasta el infinito. Sin embargo, la discretización ha de ser truncada en algún punto o deberá introducirse algún elemento de tipo especial. En este trabajo se ha truncado la discretización a una distancia del vértice igual a diez veces la semi-longitud de la grieta. Este hecho no introduce mayores errores dado que tanto el campo difractado como las soluciones fundamentales cumplen las condiciones de regularidad. En la figura 3 puede verse la discretización de la mitad del problema mediante elementos cuadráticos, siendo los adyacentes al vértice de tipo singular con nodo a un cuarto.

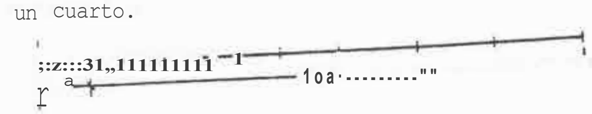

Figura 3. Discretización del contorno,

3.1. Análisis en el dominio de la frecuencia

Se ha realizado el estudio de los factores K_I y K_{II} para ondas armónicas de tipo P y SV. haciendo un barrido de frecuencias. En la figura 4 se representan los valores obtenidos para el módulo de los factores de intensidad de tensión en función de la frecuencia adimensional normalizada respecto a la velocidad de propagación de las ondas P. las ondas incidentes son de tipo SV. Los resultados se comparan con los obtenidos por Chen y Sih [4] y como se aprecia en la figura ambas concuerdan a lo largo de todo el dominio de frecuencias representado.

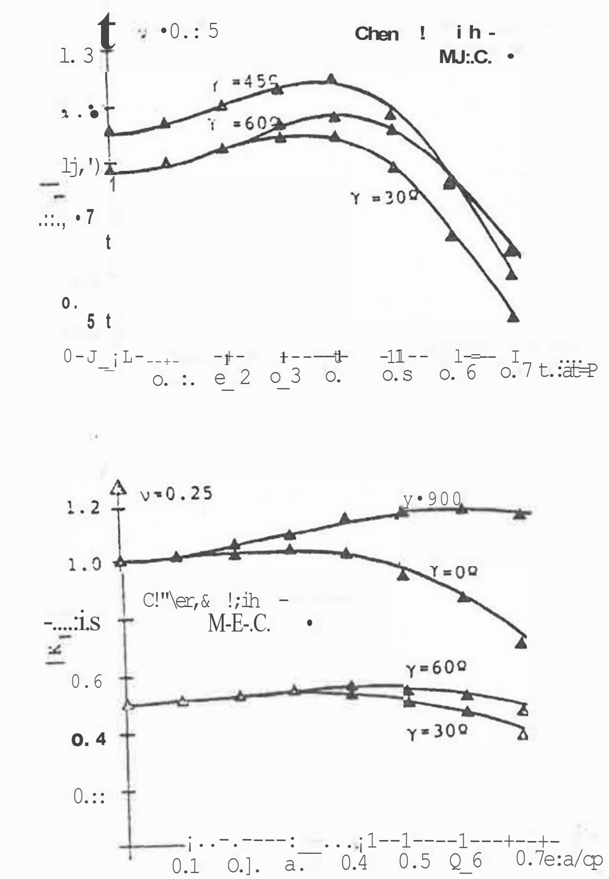

Figura 4. Variación de los factores de intensidad de tensión con la frecuencia en el caso de ondas incidentes de tipo SV.

3.2. Análisis de la respuesta en el tiempo

A continuación se analiza el caso de una onda incidente de tipo P con un ángulo $\gamma = 90º$ una evolución en el tiempo de la amplitud de la onda incidente del tipo P(t) • H(t) donde H(t) es la función de Heavyside. Para el estudio de este problema, se ha analizado un rango de frecuencias comprendido entre 0 y 12,8 rad/s. Estos resultados han sido discretizados en frecuencias y mediante la transformada rápida de Fourier se ha calculado el factor de intensidad de tensión KI a lo largo del tiempo.

Como puede apreciarse en la figura 5, el factor de intensidad de tensión alcanza, poco después de la llegada a la grieta de la onda, un valor que supera en un 30% el valor estático. Este resultado es ratificado por los estudios de otros autores [1,2, 4].

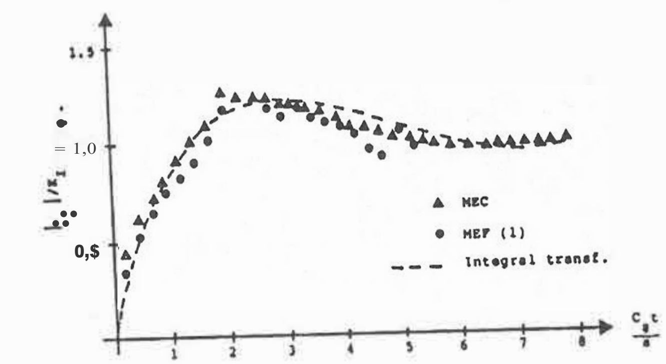

Figura 5. Evolución temporal del F.I.T, para una onda incidente de tipo escalón.

4. CONCLUSIONES

Se ha mostrado como el uso del MEC en combinación con un elemento singular y la transformada de Fourier permite el análisis de problemas de concentración de tensiones en torno a grietas cuando la excitación es una onda con evolución temporal arbitraria,

Aún cuando los problemas analizados corresponden a geometrías sencillas, debido a que no **existen** resultados **para** comparar en otros casos, problemas particulares con geometrías más complejas pueden ser fácilmente tratados con el tipo de elemento que aquí se emplea.

5. REFERENCIAS

1. Aberson, J.A., Anderson, J,M, y King, W.W. "Dynamic analysis of cracked structures using singularity finite elements" Cap. lo 5, Elastodynamic Crack Problems, Editor, G.C. Sih, Noordhoff, Leyden, 1977.

2. Thau, S.A. y Lu T.H. "Transient Stress Intensity Factors for Finite Crack in an Elastic Solid caused by Dilatational Wave" Int. J. Sol. and Struc., 7, pp, 731-750, 1971.

3. I win, G.R. "Fracture", Encyclopedia of Physics, Editor, S. Flugge, Springer-Verlag' Berlin, 1958.

4. Chen, E. P. Y Sih, G.C. "Scattering waves about stationary and moving cracks", capitulo 3 en Elastodynamic Crack Problems, Editor, G.C. Sih, Noordhoff, Leyden, 1977•

S. Cruse, T.A. "Two dimensional boundary-integral equation fracture mechanics analysis" Applied Mathematical Modelling' 2' PP. 287 292, 1978.

6. Niwa, Y. Y Hirose, s. "Application of the BEM to Elastodynamics in Three Dimensional Half pace". En Recent Applications in Computat1onal Mechanics. ASCE, 1986.

7. Martinez, J. Y Dominguez, J. •on the use of uarte -point boundary elements for stress intensity factor computations•, Int. Journ. Num. Meth. Eng., Vol. 20, **1984.**

8. Chirino, F. y Dominguez, J. "Cálculo de Factores Dinámicos de Intensidad de Tensión m; diante un elemento de contorno singular•- Anales de Ingenieria Mecánica' 3-2' PP• 77- 81, 1985.

9. Dominguez, J. y Alarc6n, E. •Elastoddynamics•, Capitulo 7 en Progress in Boundary Element Methods, Vol. 1, Ed1tor, C.A. Brebb'ia, Pentech Press, Plymouth, 1981.