

EFECCO DE LA FLEXIBILIDAD DE LAS UNIONES Y LA PLASTIFICACION PARCIAL DE LAS SECCIONES SOBRE LA ESTABILIDAD GLOBAL DE ESTRUCTURAS APORTICIVAS

Luis Gutierrez Pando y José Danfuguez Abascal

Cátedra de Estructuras
E.T.S. Ingenieros Industriales
Universidad de SEVILLA

Resumen. Se presenta un estudio de la influencia de la flexibilidad de las uniones pilar-dintel y de la posible aparición de zonas plastificadas, sobre la capacidad portante de estructuras metálicas de barras ortogonales. Se obtienen conclusiones sobre el beneficio o perjuicio del sobredimensionamiento de las uniones más corrientes en estructuras metálicas.

1. INTRODUCCION

La mayor parte de las estructuras de barras no fallan debido a inestabilidades de tipo elástico, ya que, antes de llegar a las cargas de pandeo algunas secciones de barras han comenzado a plastificarse.

Por otra parte, en las estructuras metálicas se presentan conexiones pilar-dintel con soldaduras y/o tornillos. Para estos tipos de uniones debe aclararse cual es el efecto de la rigidez real de las conexiones sobre la capacidad portante de las estructuras. Al super-rigidizar las conexiones, podría pensarse que se está aumentando el coeficiente de seguridad del diseño, sin embargo, esto no tiene por que ser cierto. Por una parte, la rigidización provoca una restricción al giro del extremo del pilar, y aumenta su carga de pandeo, pero por otra, al impedir el giro relativo entre el pilar y el dintel se transfiere el momento entre ambos, por lo que las tensiones pueden provocar la plastificación de algunos puntos que no se plastificarían con una unión más flexible. Es decir, no está claro el efecto neto de una sobrerigidización de las conexiones sobre la capacidad portante última de las estructuras.

En base a lo enunciado anteriormente, un análisis del efecto de la flexibilidad de las conexiones en la capacidad portante de las estructuras debe incluir la posibilidad de aparición de zonas plastificadas en las secciones y un modelo, tan realista como sea posible, de la relación esfuerzo-deformación de las uniones. Es propósito de este trabajo, el análisis en segundo orden de estructuras retálicas de barras

ortogonales, con conexiones flexibles y material elastoplástico. Para ello se utilizarán los modelos de barras con nudos flexibles y zonas de plastificación parcial presentados por M. Ackroyd [1] en 1979.

2. MODELO DE LAS ZONAS DE PLASTIFICACION PARCIAL

En una barra parcialmente agotada, la rigidez a flexión varía desde un valor inicial $(EI)_e$ hasta un valor final $(EI)_r$ correspondiente a la rigidez a flexión del núcleo de sección que ha permanecido elástico. Este valor $(EI)_r$ para una sección determinada puede obtenerse en forma aproximada a través del cálculo de la curvatura debida a las cargas aplicadas y usando la relación momento-curvatura, obtener la rigidez a flexión:

$$(EI)_r = \frac{M}{\phi} \quad (1)$$

es decir, $(EI)_r$ es simplemente la rigidez secante obtenida de la curva $M-\phi$.

En general, la variación de rigidez a flexión no es lineal, dependiendo de factores tales como esfuerzos internos, geometría de la sección tensiones residuales, etcétera:

$$EI(x) = EI(P, M, A, I, \text{ or}) \quad (2)$$

pero para simplificar, se va a suponer lineal y restringida a una zona en cada extremo de la barra. En la Fig. 1 se representa una zona de plastificación de longitud L para el extremo derecho

de la barra, teniendo una expresión del tipo:

$$EI(x) = (1 - n \frac{x}{L}) EI \quad (3)$$

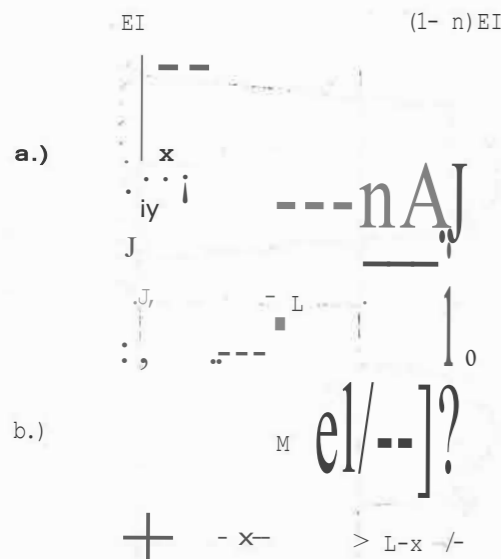


Fig. 1: Modelo de zona de plastificación parcial.

donde EI representa la rigidez a flexión elástica y n es una medida de la disminución de rigidez en la sección más extrema:

$$n = \frac{EI - (EI)_p}{EI} \quad (4)$$

Efectuando el equilibrio de esfuerzos en un trozo (Fig. 1.b) de la viga de la Fig. 1.a,

$$M = -V_0(L-x) \quad (5)$$

expresión del momento que puede relacionarse con la curvatura en la fibra:

$$M = -EI(x) y''(x) \quad (6)$$

y obtener la ecuación de la deformada:

$$y(x) = \frac{1}{EI} \{ [M_0 - V_0 L (1-n)] [(1 - \frac{x}{L}) \log(1 - \frac{x}{L}) + \frac{x}{L}] + V_0 \frac{x^2}{2L} \} \quad (7)$$

siendo l = L/n. La pendiente se obtendrá derivando la (7):

$$y'(x) = \frac{1}{EI} \{ [M_0 - V_0 L (1-n)] [-\log(1 - \frac{x}{L}) + V_0 l x] \} \quad (8)$$

Evaluando estas expresiones en el extremo, del voladizo (x=L)

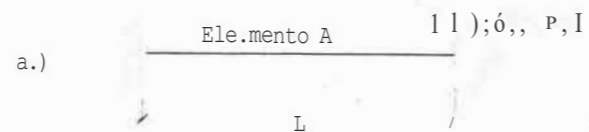
$$\{y(L)\} = [a_1 l^3 \quad a_2 l^2] \{V_0\}; \quad \{e\} = \begin{matrix} y'(L) \\ a_2 l^2 \\ a_3 l \\ M_0 \end{matrix} = [a] \{P\} \quad (9)$$

siendo:

$$a_1 = \left[\frac{1}{(1-n)^2} - (1-n) \right] \log(1-n) \quad (10)$$

$$a_2 = [n + (1-n) \log(1-n)] \quad (11)$$

$$a_3 = [-\log(1-n)] \quad (12)$$



$$\{P\} = [K] \{e\}$$

$$\{F\} = [k] \{u\}$$

Fig. 2: Relaciones de rigidez en la zona de plastificación parcial a la derecha.

La matriz de rigidez del elemento A se obtendrá invirtiendo la matriz de flexibilidad [a]

$$[K] = \frac{EI}{l^4} \frac{1}{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2^2} \begin{bmatrix} \alpha_3 l & -\alpha_2 l^2 \\ -\alpha_2 l^2 & \alpha_1 l^3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\{P\} = [K] \{e\} \quad (14)$$

La matriz de rigidez del elemento B (Fig. 2) se obtendrá a partir de la del elemento A mediante una matriz cinemática [s].

$$\{e\} = [s] \{u\} \quad (15)$$

$$[k] = [s]^T [K] [s] \quad (16)$$

Efectuando la operación (16) se obtendrá la matriz de rigidez de una barra con grado de plastificación variable a lo largo de su longitud.

$$[K] = EI \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & -B_1 & B_3 \\ a_2 & B_4 & -B_2 & B_5 \\ -B_1 & -B_2 & a_1 & -B_3 \\ B_3 & B_5 & -B_3 & B_6 \end{bmatrix} \quad (17)$$

siendo:

$$a_1 = \frac{a_3}{a_1 a_3 - a_2^2} \cdot \frac{1}{l^3} \quad B_4 = \frac{n^2 a_3 - 2n a_2 + a_1}{a_1 a_3 - a_2^2} \cdot \frac{1}{l} \\ a_2 = \frac{n a_3 - a_2}{a_1 a_3 - a_2^2} \cdot \frac{1}{l^2} \quad B_5 = \frac{n a_2 - a_1}{a_1 a_3 - a_2^2} \cdot \frac{1}{l} \\ B_3 = \frac{a_2}{a_1 a_3 - a_2^2} \cdot \frac{1}{l^2} \quad B_6 = \frac{1}{a_1 a_3 - a_2^2} \cdot \frac{1}{l}$$

Una vez obtenidas las matrices de rigidez de los extremos plastificados de una barra, ha de obtenerse la matriz de rigidez de la porción de la barra que ha permanecido elástica. Esta matriz no será más que la conocida matriz de rigidez de 2Q orden.

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EI}{L^3} c_4 & \frac{EI}{L} c_2 & -\frac{EI}{L^3} c_4 & \frac{EI}{L^2} c_1 \\ \frac{EI}{L^2} c_1 & \frac{EI}{L} c_2 & -\frac{EI}{L^2} c_1 & -\frac{EI}{L} c_3 \\ \frac{EI}{L^3} c_4 & -\frac{EI}{L^2} c_1 & \frac{EI}{L} c_4 & -\frac{EI}{L^2} c_1 \\ \frac{EI}{L^2} c_1 & \frac{EI}{L} c_3 & -\frac{EI}{L^2} c_1 & \frac{EI}{L} c_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

siendo c1, c2, c3 y c4 las funciones de estabilidad.

Lo siguiente ha de ser necesariamente acordar matrices de rigidez de los tipos (17) y (18) para obtener el elemento híbrido de la Fig. 3.

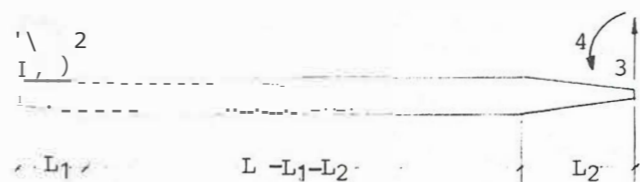


Fig. 3: Barra con zonas de plastificación parcial a izquierda y derecha.

3. MATRIZ DE RIGIDEZ DE BARRAS con NUOVOS FLEXIBLES

El comportamiento de la mayor parte de las conexiones pilar-dintel no es lineal, incluso para pequeños momentos. Esta afirmación está documentada experimentalmente por varios autores. Entre estos, Frye y Morris [3] proponen unas curvas momento-giro, para siete tipos de con-

exiones (Fig. 4). Estas ecuaciones son de la forma:

$$\theta = a_1 (KM) + a_2 (KM)^3 + a_3 (KM)^5 \quad (19)$$

siendo a1, a2, a3 y K los coeficientes de normalización del momento, obtenidos empíricamente. Una vez conocidas las curvas momento-giro, la rigidez secante de la conexión es fácilmente deducible de la expresión:

$$K_s = \frac{M}{\theta} \quad (20)$$

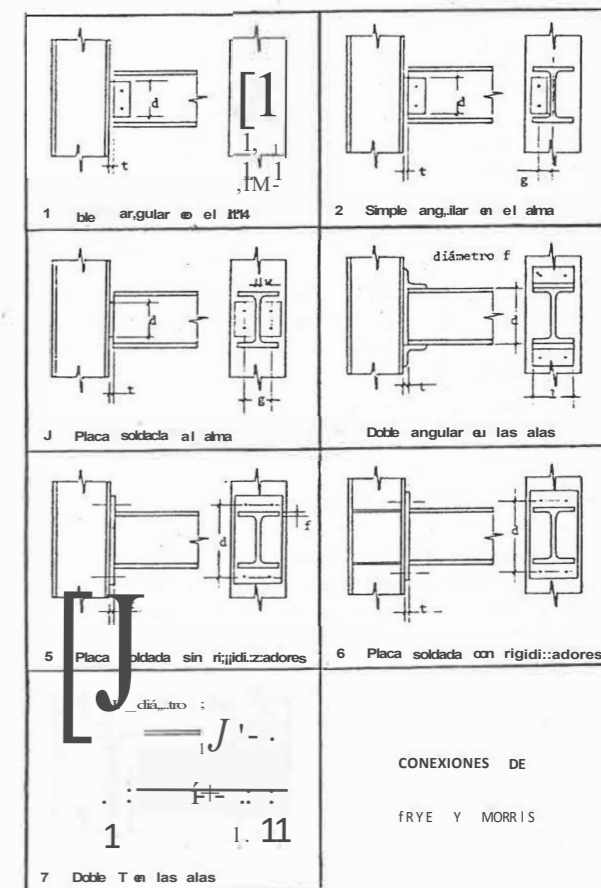


Fig. 4: conexiones tipo.

Puesto que Ks relaciona el momento con la distorsión angular de la conexión, ésta puede ser representada como un muelle a torsión con los g.d.l. y matriz de rigidez de la Fig. 5.

El proceso para la obtención de la matriz de rigidez del elemento estructural será idéntico al efectuado en la sección anterior.

El último paso en la síntesis de la matriz de rigidez elemental de una barra será, incluir los g.d.l. correspondientes a la dirección longitudinal de la barra. Las deformaciones longitudinales son consecuencia del esfuerzo axial sobre la barra y de la reducción efectiva de la longitud de la barra debida a la curvatura de la deformada. En un análisis plástico de 2Q or-

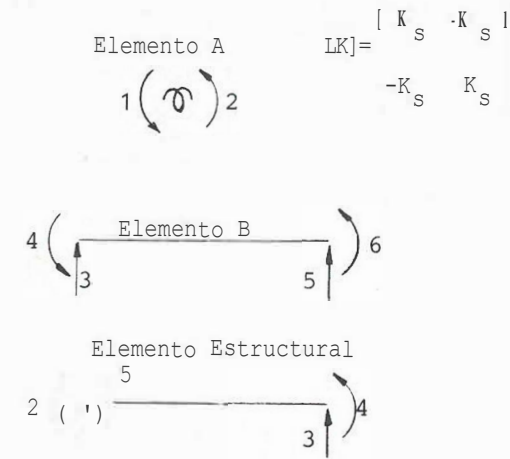


Fig. 5: Modelo de barra con nudo flexible.

den, este segundo hecho es de apreciable frente al primero y sólo se considerarán los efectos de la deformación longitudinal de la barra debidas al axil:

$$\Delta L = \frac{P}{EA} L$$

4. ANALISIS DE UN PÓRICO SIMPLE

Con objeto de analizar la influencia de la rigidez de las conexiones sobre la capacidad portante de las estructuras aporticadas, va a calcularse esta capacidad portante para una estructura simple considerando una gama amplia de conexiones cuyas curvas momento-giro sean diferentes.

El pórtico va a consistir en barras fabricadas con perfiles HFA-320 de acero con un límite elástico de 2.6 ton/cm². La nurreración de nudos y barras, longitudes en cm. y cargas se representan en la Fig. 6.

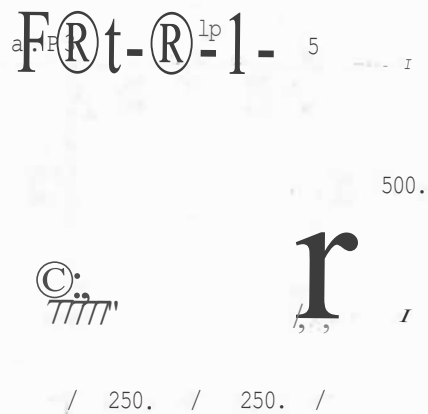


Fig. 6: Pórtico ensayado.

Se van a considerar 9 tipos diferentes de conexiones:

- Una conexión lineal, de valor $K = 10 \text{ tcm/rad}$, para nodelar un errpotrami to.
- Tres ccnexiones tipo 6, según Frye y M:orris, cuyas dirrensiones están representadas a. la Fig. 1 del APENDICE I.
- Cuatro conexiones tipo 4, seg(in Frye y M:orris cuyas dimensiones están representadas en la Fig. 2 del APENDICE I.
- Una conexión lineal, de valor $K_s = 100 \text{ tcm/rad}$, para representar una unión simplemente a;:x,yada.

Las curvas momento-giro de estas ccnexianes pua den verse en las Figs. 3 y 4 del APENDICE I.

Se van a considerar dos hipótesis de carga en función del valor de a:

- Hipótesis de carga 1; $a = 0.01$
- Hipótesis de carga 2; $a = 1$

4.1. Hipótesis de carga 1

Quando la carga lateral es de apreciable frente a la carga vertical ($a = 0.01$), el mamen to flector máximo se produce en el punto de aplicación de la carga vertical (nudo 4) y la inestabilidad se produce al agotarse completamente la sección en ese punto.

La respuesta en desplazamiento para los distintos tipos de conexiones está representada en la Fig. 5 del APENDICE I, para conexiones del tipo 6 y errpotrami to y en la Fig. 6 del APENDICE I, para las conexiones tipo 4 y simplenente a;:x,yadas. Puesto que estas curvas incluyen las respuestas de 1Q y 2Q orden elásticas, el efecto de la no linealidad de las conexiones y el efecto de la plastificación de las barras, la respuesta de 2Q orden puede obtenerse restando la respuesta de 1er orden a la respuesta total (Figs. 7 y 8 del APENDICE I). Los puntos de estas curvas rotulados con un pequeño círculo representan la máxima carga, para la cual, en ninguna barra se detectó plastificación. Por tanto, los trozos de curvas debajo de estos puntos representan el efecto de la no linealidad, suma de la no linealidad de las conexiones y la no linealidad geométrica debida a las deformaciones de la estructura. Los trozos encima de los puntos indicados representan el efecto adicional de la plastificación de las barras. En la Fig. 8 del APENDICE I se observa caro, en el caso de una unión con carportamiento lineal ($K_s = 100$), el efecto de la no linealidad, debido únicamente a las variaciones de geanetría, es muy pequeño; sin embargo, en el resto de las conexiones el efecto de la no linealidad, que es suma de la no linealidad de las conexiones y de la geanetría es mucho mayor (del orden de 7 veces más para las conexiones ensayadas).

La dete:anización de la carga última en los distintos casos, puede obtenerse, ya sea a partir de las CUIVas anterioronente carentadas, o bien dibujando las curvas detenninante-:arga máxima (Figs. 9 y 10 del APENDICE I). De estas

curvas puede obtenerse el tipo de conexión que va a hacer más "rígida" la estructura, simplemente observando cual va a proporcionar una mayor capacidad portante.

En la Fig. 9 del APENDICE I puede apreciarse la magnitud del error que se cometería al considerar una conexión muy rígida, caro un errpotrami to. (Error del orden de un 11% en el caso de la conexión nQ 3 del tipo 6).

4.2. Hipótesis de carga 2

quando la carga lateral sea del misro orden de masnitud que la carga vertical ($a=1$), la primera sección en agotarse será la base del pilar (a), y dependiendo de la rigidez de las conexiones, la siguiente puede ser la base del pilar (G) (conexiones muy flexibles) ó el nudo 5 (conexiones muy rígidas). Esto se debe al hecho, ya car-entado anteriormente, de que a medida que la conexión se hace más rígida, su capacidad de transferir momento es mayor, que junto con el gran desplazamiento lateral provocado por la carga lateral actuante y teniendo en cuenta que el axil sobre el pilar (a) viene a ser del orden de unas 15 veces mayor que el axil sobre el pilar (G), el momento flector necesario a cmenzar a agotar una sección del pilar es bastante menor que el necesario para carenzar a agotar una sección del pilar (G). En definitiva la inestabilidad del pórtico, en esta hipótesis de carga se produce por la progresiva pérdida de rigidez de las secciones correspondientes a los nudos 2, en cualquier caso, y 5 ó 1 dependiendo de la rigidez de las conexiones. En el caso de uniones pilar-dintel consideradas como errpotrami to ($K_s = 109$) la inestabilidad se produce al agotarse completamente las secciones correspondientes a los nudos 2, 5 y 1, y por ese orden.

Al igual que para la hipótesis 1, en la Fig. 11 del APENDICE I, se representan las respuestas en desplazamiento para uniones errpotradas y conexiones tipo 6 y en la Fig. 12 del APENDICE I para las conexiones tipo 4 y uniones simplemente apoyadas. Caro puede observarse las diferencias de desplazamiento lateral entre esta y la hipótesis 1 son notables (del orden de 50 veces más de desplazamiento lateral en la hipótesis 2). Debido a que estas curvas incluyen todos los efectos de 1Q y 2Q orden, no linealidad de las conexiones y plastificación parcial de las barras, las respuestas de 2Q orden pueden deducirse restando la respuesta de 1er orden a la respuesta total, caro ya se hizo para la hipótesis de carga 1. Las respuestas de 2Q orden elástica están representadas en las Figs. 13 y 14 del APENDICE I, estando rotulados con un pequeño círculo los puntos en los que se detectó la primera fibra plastificada. En estas figuras puede observarse que hasta que se detecta la primera fibra plastificada, en las conexiones flexibles, el 25% de la respuesta total es debida a la no linealidad geonétrica y a la no linealidad de las conexiones, mientras que, en uniones simplemente apoyadas y errpotradas, que responden a un modelo lineal, sólo un 3% de la respuesta es debida a los efectos no lineales (únicamente geonétricos).

A partir de que alguna fibra comienza a plastificar, la contribución conjunta de la no linealidad y de la pérdida de rigidez por plastificación de las barras, puede llegar a ser, de un 50% de la respuesta total del pórtico.

Para la determinación de la carga última, se han representado en las Figs. 15 y 16 del APENDICE I las curvas determinante de la matriz de rigidez estructural-carga máxima. A partir de la Fig. 15 del APENDICE I puede deducirse que el error que se caretería al considerar una conexión, tal y caro la nQ 3 del tipo 6, caro una conexión errpotrada y lineal, sería del orden del 20%, en esta hipótesis de carga.

5. COOCLUSIOOES

A partir de los resultados y curvas obtenidas en el análisis de este pórtico y de otro pórtico analizado (ver referencia [4]) para probar la fiabilidad del procedimiento, comparándolo con ensayos experimentales, pueden obtenerse las siguientes conclusiones:

1. La conexión que va a proporcionar una mayor capacidad portante a la estructura, va a ser aquella que posea una mayor pendiente inicial de la curva momento-giro.
2. En conexiones de un mismo tipo, el hecho de rigidizarla, aurrentando sus dimensiones características (d, t, f, etc.) hasta el límite de lo permisible en espesores de chapas y perfiles en L, va a suponer un aumento de la capacidad portante del pórtico entre un 10 y un 15%.
3. El aurrento de la carga lateral va a suponer una disminución de la capacidad portante del pórtico entre un 45 y un 55%.
4. Suponer que alguno de los tipos de conexiones enpleados, puede considerarse un errpotrami to lineal, puede llegar a inducir errores en la estimación de la capacidad portante del pórtico, hasta del 20% en el peor de los casos.
5. En los tipos de uniones lineales, enpleadas para nodelar errpotrami tos y apoyos simples, los efectos de 2Q orden son de apreciables.
6. El efecto de no linealidad de las conexiones, puede suponer una contribución de hasta el 40% de la respuesta total en desplazamientos.
7. La pérdida total de rigidez, en algún punto de una barra, con el consiguiente deterioro de la estructura, puede suponer hasta un 30% de la respuesta total en desplazamientos.

Las afirmaciones anteriores, acerca de la influencia de la flexibilidad de las conexiones en la capacidad portante de las estructuras, están basadas en el análisis de un único pórtico y no deben considerarse como literallrente ciertas para cualquier estructura. No obstante, dan una idea de la importancia que, en lo que respecta a capacidad portante de las estructuras, pueden tener factores cuya influencia es frecuentemente de apreciada. Aunque no se ha intentado aquí la generalización, este ha sido un primer paso en la investigación del efecto de la no lineal

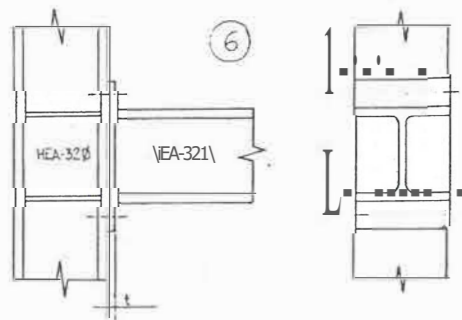
dad de las conexiones sobre la estabilidad de las estructuras y un ensayo preliminar del estudio de la respuesta elasto-plástica de las estructuras considerando las zonas plastificadas, no caro puntos localizados, sino con dirrensi--nes más próximas a la realidad.

6. REFERENCIAS

1. Ackroyd M. "Non linear Inelastic Stability of Flexibly-Connected Plane Steel Frames". University of Colorado at Boulder, PH. D., 1979.
2. Danínguez Abascal, José "Elementos para el cálculo de Estructuras Metálicas". E.T.S.I.I. de la Universidad Politécnica de Las Palmas, 1982.
3. Frye M.J. y .tl:rris G.A. "Analysis of Flexibly-Connected Steel Frames", canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 2, 280, 1975.
4. Gutierrez Pando, Luis A. "Análisis No lineal y Plástico de Estructuras Metálicas de Barras Ortogonales con Conexiones Flexibles No Lineales". E.T. s. I. I. de la Universidad de Sevilla, 1984.
5. Johnston B.G. "Guide to Stability Design. Criteras far Metal Structures", 3rd Edition. A Whiley Interscience Publication. 1976.

APENDICE I

Tablas y resultados correspondientes al análisis del pórtico simple.

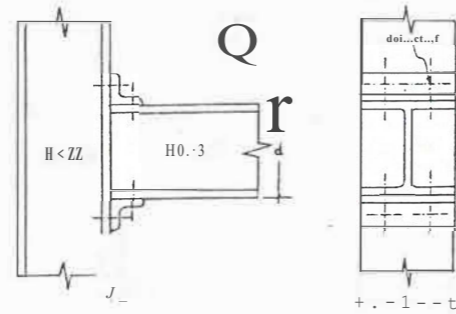


(en cm.)

	d	t
1	38.	1.
2	38.	2.
3	38.	4.

$a_1 = 0.02546$
 $a_2 = 0.50643$
 $a_3 = 118.75$
 $K = d-2.4 t-0.6$

Fig. 1.



(en cm.)

	d	t	f	1
1	31.	0.7	2,1	30.
2	31.	1.0	2.5	20.
3	31.	1.5	2.8	30.
4	31.	2.0	2.8	30.

$a_1 = 0.02536$
 $a_2 = 2.7223$
 $a_3 = 0.30045$
 $K = d-1.5t-0.5 f-1.1 1-0.7$

Fig. 2

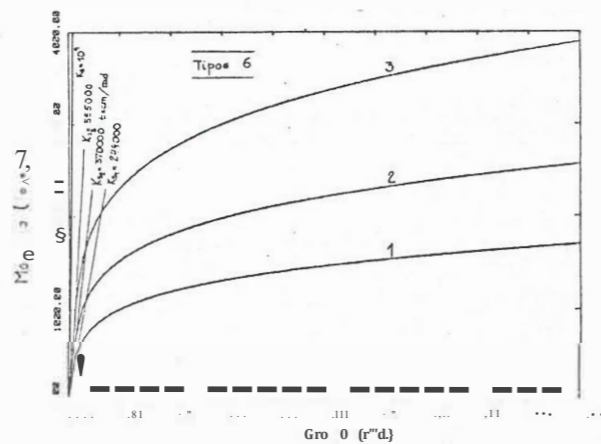


Fig. 3

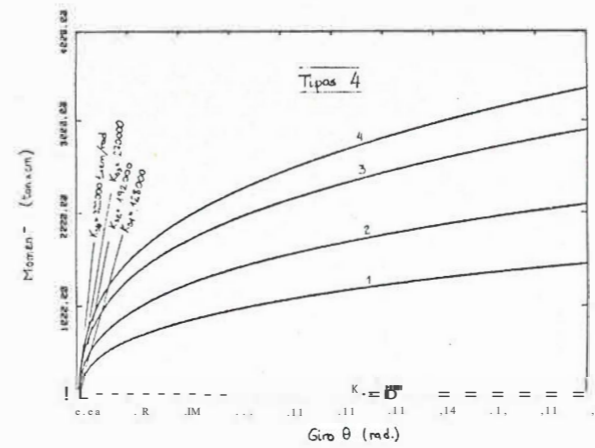


Fig. 4.

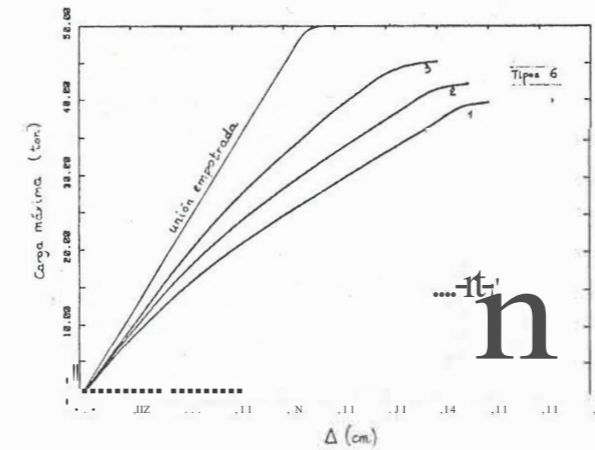


Fig. 5.

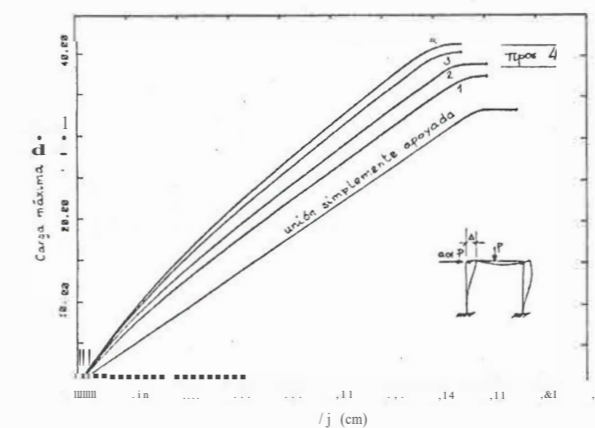


Fig. 6.

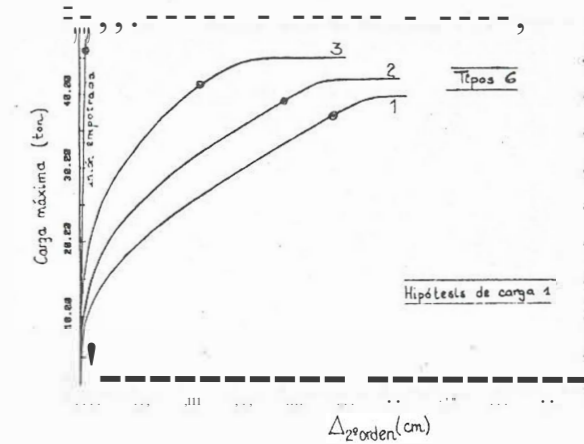


Fig. 7.

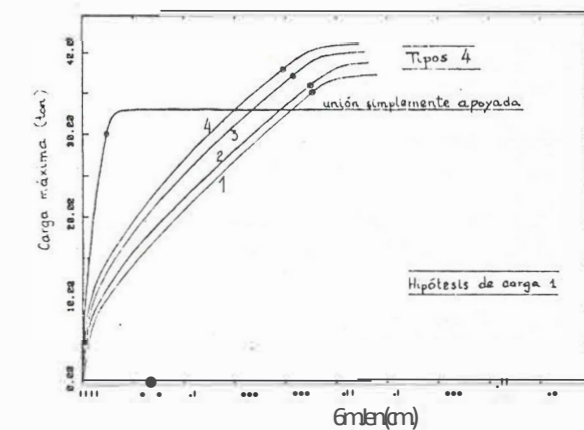


Fig. 8.

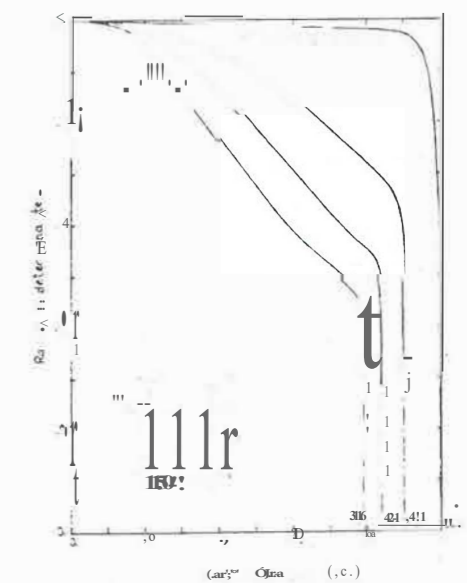


Fig. 9.

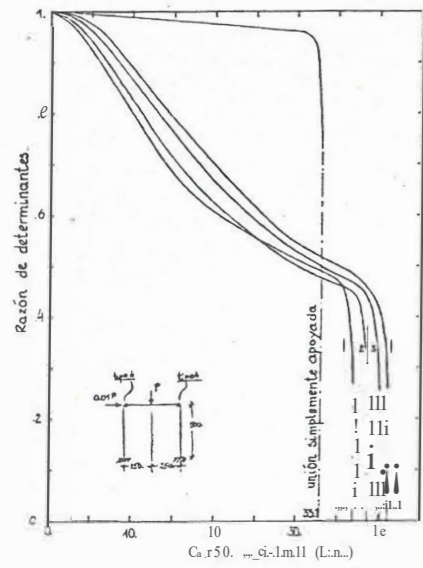


Fig. 10.

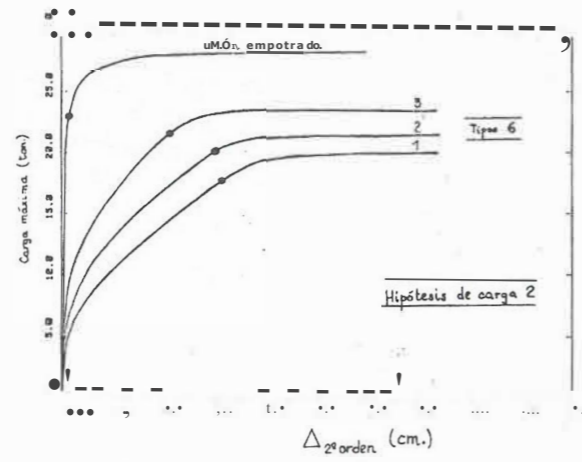


Fig. 13.

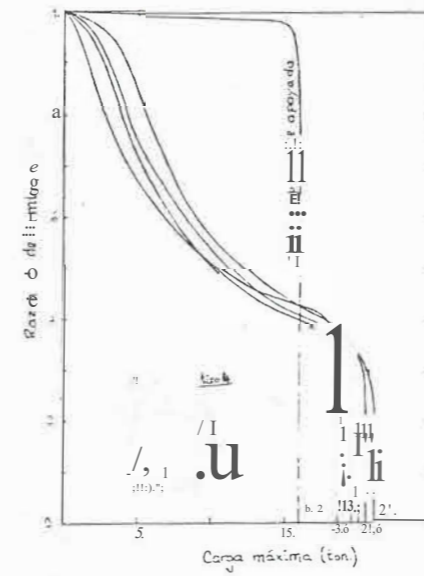


Fig. 16.

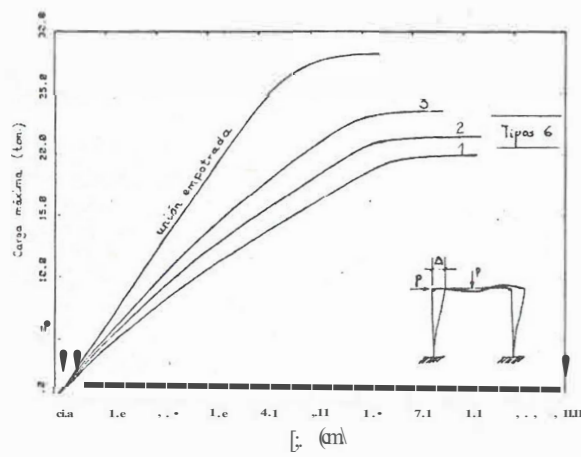


Fig. 11.

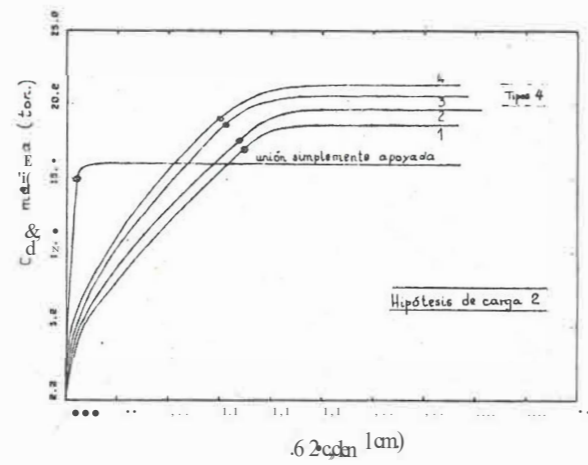


Fig. 14.

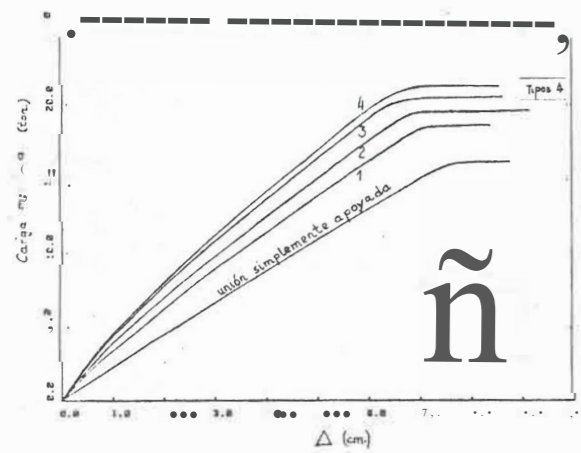


Fig. 12.

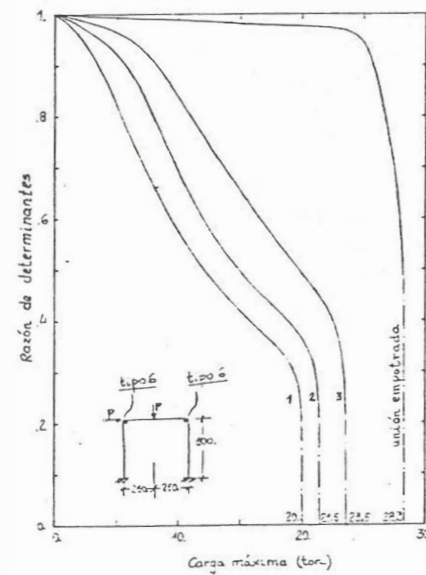


Fig. 15.