DIFRACCICN DE CNDAS DEBIDA A DISCCNI'INUIDADES 'IDPCGRAFICAS

Rair6n Abascal García y José Dc::rnlnguez Abascal

Cátedra de Estructuras
E.T.S. Ingenieros Industriales
Universidad de SEVILIA

Resurren. En esta canunicación se presenta una fonrulación.trediante el Método de los Elerrentos de Contorno, y en el daninio de la frecuencia, aplicable a los fen6renos de difracción - de ondas por sólidos de características no harogéneas. Presentandose la resolución de casos sinples que permiten nostrar la validez e idoneidad del rrétodo utilizado.

1. INTRODUCCION

Para el diseño de estructuras bajo la hip6 tesis de excitación sfsmica es fundarrental cono cer detalladarrente la naturaleza y cuantía de = las amplificaciones de los desplazamientos que se producen durante el terrenoto. Las observaciones realizadas, en seisnos producidos recien terrente, rruestran que las zonas en las que pr-6= ducen grandes daños son rruy localizadas. Dichas observaciones ponen de manifiesto que la intensidad de los novimientos producidos por un terrenoto puede variar muy significativamente en distancias pequeñas. Estos hechos han llevado a pensar que la existencia de hetereogenidades en el terreno e irregularidades en la topografía - de la zona, son factores fundarrentales a tener en cuenta en el cálculo de las amplificaciones que se van a producir. El conjunto de fen6renos de reflexión y refracción que se producen al - atravesar las ondas sísmicas estas irregularidades e inhonogeneidades, puede conducir a inter= ferencias constructivas o destructivas, pudiendo presentarse amplificaciones rrenores o mayores de las que existirían en el caso de no existencia de éstas.

La resolución de estos problemas es normal rrente rruy complejo, habiendo sido abordada re-= cienterrente por rrétodos nurréricos. En esta comunicaci6n se abordarán, trediante el Método de -= los Elerrentos de Contorno en el daninio de la - frecuencia (MOC) varios problemas, algunos pr6-xim:Js a situaciones reales, otros nás alejados, pero que sirven para validar la utilización del nétodo en este campo y arrojar luz sobre proble mas similares nás complejos. En priner lugar, = se analizará el canportamiento de una-cavidad - circular en el espacio infinito, cuando su contorno es flexible y cuando éste es infinitarrente rígido respecto del terreno, posteriorrrente, se obtendrá la respuesta de una inclusión circu lar rígida; todo ello cuando sobre ellas inci-= den trenes de onda P 6 SV. Los resultados campa radas con la solución exacta en forma de serie-; servirán para rrostrar la validez de la teoría. Posteriorrrente, se contercplará el problema de - la difracción de ondas por una inclusión semi-eliptica sobre el semiespacio elástico, realizandose un estudio en función de la rigiqez relativa de la inclusión e incluyendo caro caso - límite el del cañón semielíptico.

2. DIFRACCICN DE CNDAS EN EL ESPACIO CCMPLE'ro

En general los problemas de difracción se - plantean a partir del principio de superposi ción, expresando el Ca!ll)O de desplazamientos y tensiones en el daninio caro la suffi:l de un campo incidente $^{(i)}$, $^{(i)}]$, y del conjunto de - ca!ll)OS reflejados y refractados fu$^{(d)}$, $^{(d)}]$ - (que se nanbrarán por ca!ll)O refractado), es decir

$$
\begin{aligned}
( ) &= \mathrm{i}^{(i)}( ) + {}^{(d)}( ) \\
( ) &= {}_{(i)}( ) + {}^{(d)}( )
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

el cual, supuesta conocida la normal en el contorno, permite expresar el vector tensión sobre éste, caro

$$
!( ) = !^{(i)}( ) + !^{(d)}( ) \qquad (2)
$$

considerándose el carrpo incidente conocido para cada frecuencia.

De los dos carrpos en los que se ha desese puesto el carrpo total, el incidente no currpl las condiciones de radiación, ya que se considera proviene del infinito. ¡Esto es as! en - los problerras de origen sísmico, pero no genéricamente, considerese por ejerrplo, el produc.!_ do por una explosión subterránea localizada), mientras que el difractado s! las currple. Por tanto, coIIo los medios en estudio tendrán carácter infinito o semiinfinito, será preciso - plantear la representación integral

$$c\ (y)\ 1\backslash\ (y) = \int [\{\ (\ ;y)\ ti\ (\ )\ -$$

,m·

$$-\ T_k^i(\underline{x};\underline{y})\ u_i(\underline{x})]dA_x \qquad (3)$$

a que da lugar la fonrulación del MEX:; ver [1], sobre el carrpo difractado, de fon,ia que las integrales sobre el infinito se anulen.

Considerese en pr.irrer lugar, el caso de un dominio infinito del tipo rostrado en la Fig. 1, acotado entre las superficies S_1 y S_3, que se encuentra en el infinito, y constituido por dos subdominios Rl, acotado entre S_2 y S_3, Y R2, - acotado entre S_1 y S_2; y supongase se conocen.- nas determinadas condiciones de contorno sobre la superficie s1.

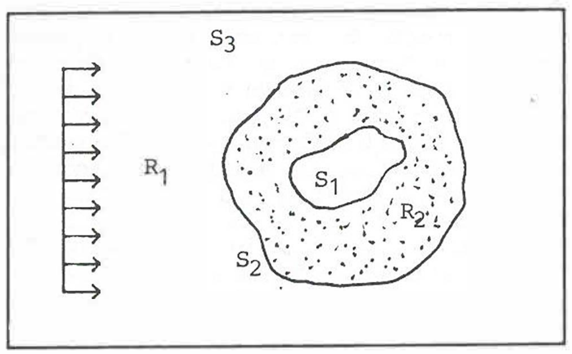

Figura 1

Planteando (3) para el carrpo total de desplazamientos en Rl en un punto y E: s2 se tendrá

$$c\ (y)\ 1\backslash(.Z) = \int_{S2+S3} [JI,\ ;.\underline{z})\ (x)\ -$$

$$-\ (\ ;y)\ \ ui\ (\ )dA \qquad (4)$$

que para sirrplificar se indicará por

$$c_i^k(\underline{y})\ u_k(\underline{y}) = I_{S_3} + I_{S_2} \qquad (5)$$

la cual una vez tenida en cuenta (1) se convierte en

$$c_i^k(\underline{y})\ u_k(\underline{y}) = I_{S_3}^{(i)} + I_{S_3}^{(d)} + I_{S_2} \qquad (6)$$

Si ahora se considera el carrpo incidente, - Fig. 1, en un daninio cuyo contorno es s3, el - desplazamiento de cualquier punto y s3 del i:!! terior de este dominio se podrá fonrular mediéi!! te (3), corco punto interno ($c_i^k(y) = 1$).

$$u_k^{(i)}(\underline{y}) = I_{S_3}^{(i)} \qquad (7)$$

esta ecuación substituida en (6) y teniendo en cuenta las condiciones de radiación, que hacen que $I_{S3}^{(d)}$ sea nula, permite obtener

$$c_i^k(\underline{y})\ u_k(\underline{y}) = I_{S_2} + u_i^{(i)}(\underline{y}) \qquad (8)$$

en la cual son incógnitas todos los desplazamientos y vectores tensión del carrpo total sobre s2.

En el planteamiento de la representación i:!! tegral (3) en R2 sólo será preciso considerar - el carrpo difractado, ya que el incidente no - existe

$$c_i^k(\underline{y})\ u_k(\underline{y}) = I_{S_1} + I_{S_2} \qquad (9)$$

definidas I_{S1} e I_{S2} coIIo se hizo en (5), y para todo punto y E S_1 ó y E S_2 considerados en R2, y supuestas unas determinadas condiciones de - contorno en S_1.

El acoplamiento de las ecuaciones (8) y (9) se realiza por medio de las ecuaciones de c tibilidad y equilibrio en s2, lo cual da lugar a un sisterra de ecuaciones cuya solución permite conocer el carrpo total de desplazamientos y tracciones sobre todos los contornos.

I.a generalización al caso en el que existan varios subdominios similares a R2 o bien subdominios interiores a él de propiedades distintas, no presenta complicaciones adicionales y puede ser planteado en forna análoga.

3. ESPACIO a:MPLEID. RESULTArOS

A lo largo de la exposición de los resultados obtenidos, se denominará ángulo de incidencia del tren de ondas, al comprendido entre el - eje z y la dirección de dicho tren, habiéndose fijado la arrplitud de los desplazamientos en el origen de coordenadas. los potenciales elásticos de las ondas utilizados para definir el carrpo incidente tienen la siguiente forma

$$\varphi_p^{(i)} = A\ /\ _p\ \cdot\ \exp\{-i\ [k_p\ (x\ \mathrm{sen}\ e_p^{(i)} - z\cos e_p^{(i)})\ -\ \}$$

$$\varphi^{(i)} = A\ \frac{i}{k_p}\exp\{-i\ [k_s\ (x\ \mathrm{sen}\ e_s^{(i)} - z\cos e_s^{(i)}) - \cdot{}_{"}J\} \qquad (10)$$

donde

$$A = \text{Amplitud} = 1\ ;\ k_s = \frac{w}{c_s}\ ;\ k_p = \frac{w}{c_p}$$

A continua.ci6n se presentan tres problana.s sirrples: cavidad circular flexible, cavidad ci!_ cular rígida e inclusifu circular, cuyas soluciones exactas, en forna de serie, se conocen - en el caso del esp'!cio infinito y ondas incide!:_ tes p ó SV, (Ref. [2] 6 [3]). Para su cálculo - mediante el MEC se discretizará la circunferencia que las delimitan en segmentos rectos y se carparará la evoluci6n del m5dulo de los despl **zamientos con la frecuencia adinensional a0** = - wR/c_s para dos discretizaciones distintas, - Fig. 2, de 14 y 42 elementos, y un o exterior con densidad 1, mSdulo de elasticidad -- transversal 4 y m5dulo de Poisson 1/4, habiénd2 se elegido para el radio de la circunferencia - el valor unidad.

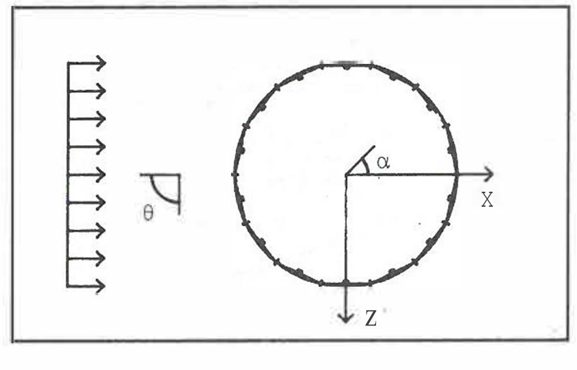

Figura 2.- Discretización

3.1. Cavidad circular flexible

En la Fig. 3 se muestra la evoluci6n del Iré dulo de los desplazamientos horizontales, en el caso de ondas P, y verticales, ondas SV, de dos puntos del contorno circular situados a ex= = 12,87Q y 90Q, respectivamente, a medida que - varía la frecuencia adimensional a_0 en un rango entre rr/4 y 2rr. En cada gráfica se dibujan los valores obtenidos numéricamente y la solucl.6n - exacta pudiendo carprobarse la convergencia de los valores numéricos hacia la soluci6n exacta a medida que el número de elerrentosaurnenta.

3.2. cavidad ci.rcul;,ir rfqida_

los desplazamientos cαIO sólido rígido que se producen en una cavidad circular cuyo contoE. no está rigidizado, ante la acción de un frente de ondas, pueden ser calculados resolvien o tro hip6tesis distintas: una de desplazamientos nulos dos de desplazamientos unitarios en las dos direcciones x, z y una última de giro unidad respecto del centro de la cavidad, calculadas las resultantes de las tracciones y el m:rrento producido por ellas respecto del centro, se resuelve la ecuaci6n

$$[R_2 : R_3 : R_4]\{u\} = -\ \{R_1\} \qquad (11)$$

y se cbtienen los desplazamientos buscados.

En la Fig. 4 se muestran los prcducidos en las direcciones horizcntal y vertical, ante la incidencia de ondas **P y SV**, respectivamente, - frente a la soluci6n exacta, cbservándose excelente ccncordancia.

3.3. Jnclusién circular

Una última carparacién con soluciones exactas se realiza con la inclusi6n en el espacio - infinito. Para dicha carparaci6n se ha elegido una gecmetría idéntica a la utilizada en los - dos casos anteriores ccn un rnadio exterior de - propiedades idénticas y un medio interior, la - inclusi6n, en el que sólo se ha variado el m5d lo de elasticidad transversal dándole **el** valor 16. los rr6dulos de los desplazamientos horizontal y vertical de un punto de la interfase cav.!_ dad-ioodio externo, situado a e= 90°, prcducidos por ondas P y **SV**, respectivamente, se dibujan en la Fig. 5 frente a la solucién exacta. - Asimisno, se ooserva caro los resultados n r.!_ cos convergen hacia el exacto a medida que el - número de elementos aUITe1lta.

4. DIFRAO'.:ICN DE OODAS EN EL SEMIESPACIO

En el caso de la difraccifu de ondas en el semi.espacio se van a considerar dos gecmetrías tipo, representadas en las Figs. 6 y 7. En este caso el carrpo incidente estará fonnado por el - conjunto de mdas incidentes y reflejadas en la superficie libre de tracciones del sem.j.espacio considerado con las propiedades del subdcminio R1.

Si se considera en pr.irrer lugar la gecmetría de la Fig. 6 y se escribe la representaci6n in gral (3) para el carrpo difractado de desplazamientos en el subdominio R1, se tendrá, para un punto y perteneciente a S_2 6 S_3

$$c_{1:}^k(y)\ 1\backslash^{d)}(y) = I_2^{d)} + I_{S3}^{(d)}\ ;\ y\ \mathrm{E}\ (S_2 \cup S3)\ \mathrm{E}\ R2 \qquad (12)$$

donde $I_{S2}^{(d)}$ y $I_{S3}^{(d)}$ tienen idéntica expresi6n que en **(5)**, pero referidas al carrpo difractado. Com:> el carrpo incidente de desplazamientos y tensiones es conocido y las tracciones del carrpo - total son nulas sobre s3, las inc6gnitas en - (12) serán las componentes de los desplazamientós sobre S_2 y S_3 y las de los vectores tensi6n sobre s2• Si se formula la representaci6n integral para un punto cualquiera del contorno del subdcminio R2, se obtiene

$$c\ (y)\ 1\backslash^{d)}(y) = J_1^{d)} + J_2^{d}\backslash\ \ Y\in (S_1 \cup S2)E\ Rl \qquad (13)$$

teniendo J la misma expresión que I pero referida a R2• Ahora bien, en R2 s6lo existe carrpo difractado y por lo tanto de (12) se tiene

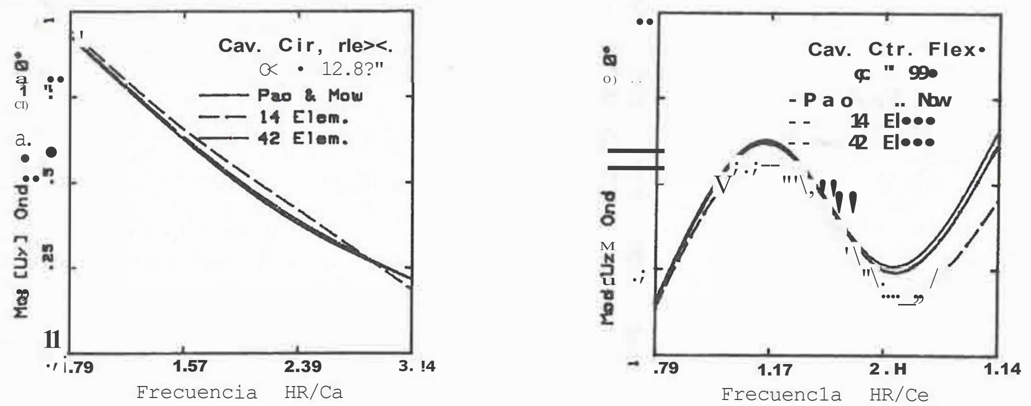

Figura 3.- Resultados Cavidad flexible.

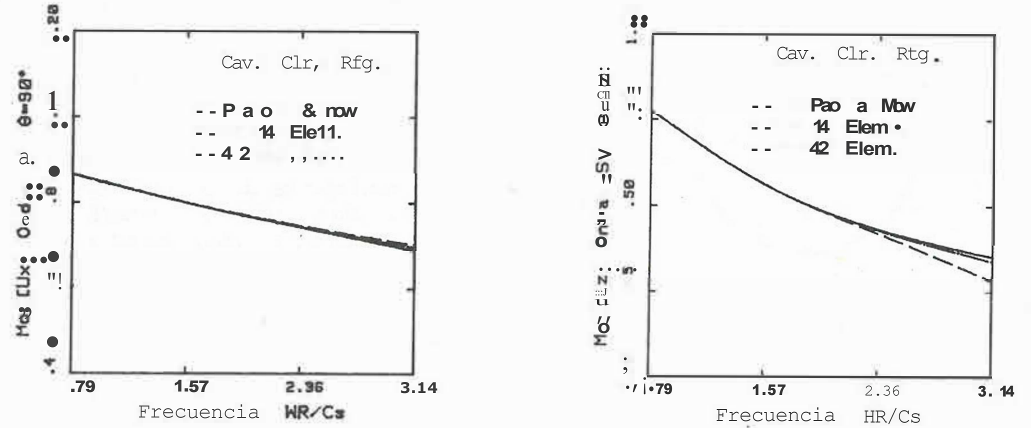

Figura 4.- Resultados Cavidad rigidizada.

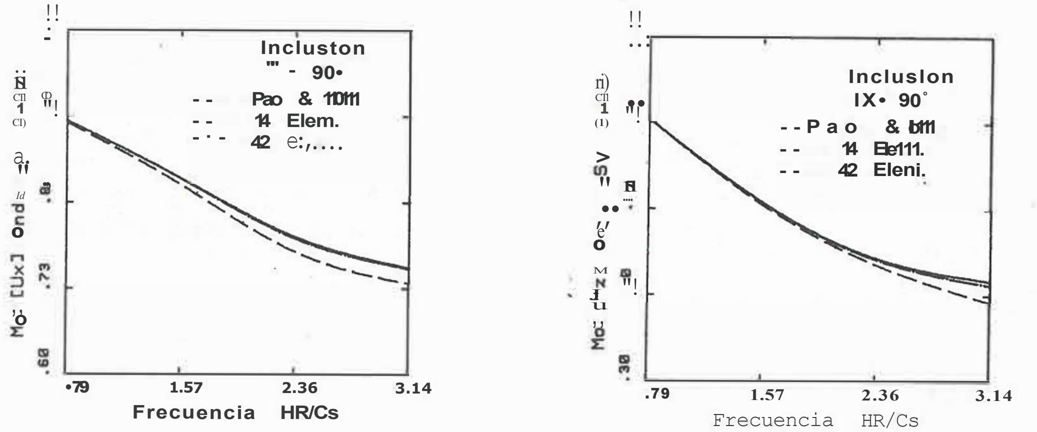

Figura 5.- Resultados Inclusion flexible.

ANALES DE INGENIERIA MECANICA - AÑO 2 - N.° 1 - 1984

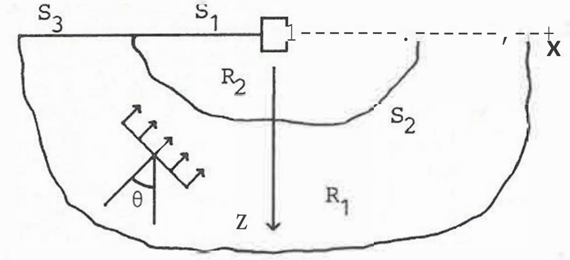

Figura 6

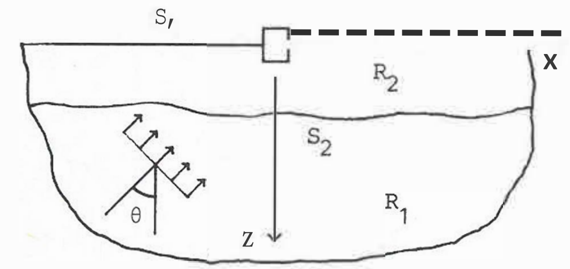

Figura 7

c ₁ (y) (,;f = I S2 + r8. - r8(i) - r5(i) + c ₁ (y) u (i) K (y)
3 2 3

(14)

donde Iii), (i) y !(i) son conocidos.
2

Si se considera ahora que a partir de un - cierto punto de s3, el carcpo incidente es idén- tico al total, lo cual es equivalente a despre- ciar la contribuci6n del carrpo difractado, s6lo será preciso discretizar parte de la superficie s_3• Esta aproximaci6n es similar a la que se - efectua en el cálculo de rigideces de cirrenta- ción (ver [1]).

Para carpletar la soluci6n del problema bas ta acoplar las ecuaciones (13) y (14) por medio de las ecuaciones de conpatibilidad y equili-- brio en la interfase s_2 de los dos subdaninios.

En cuanto al problerra de difracción de on- das en el semiespacio con gearetría de la Fig• 7, el planteamiento es similar. la representa- ción integral (3) en el contorno del daninio Rl tiene la forma:

$$c_i^k(y)\ u_k(y) = I_{S_2} - I_{S_2}^{(i)} - I_{S_2}^{(i)} + c_i^k(y)\ u_k^{(i)}(y) \quad (15)$$

y en el R2

$$c_i^k(;f)\ 1\<'i..> = Js_2 + Js_1 \quad \text{f16)}$$

las expresimes de las integrales I(d) = I - S2 S2 - Iii), J5 Y J5 una vez discretizadas y supue
2 2 1
to que sobre S_1 y S_2 la contribuciál del carrpo difractado a la representacién integral, se hace rrenor a medida que se avanza hacia el infinito, se puede llegar, una vez ill'puestas las condicio- nes de contorno sobre sl y efectuado el acopla- miento de (15) y (16) mediante las ecuaciones de carpatibilidad y equilibrio s_2, a tm sisterra de ecuacicnes cuya soluciál proporcicna una aproxi- maciál al carrpo total de desplazamientos y trac- cimes sobre sl y s2•

5. SEMIESPlCIO. RESULTADOS

Caco ejerrplo tipo de difracción de cndas en un semiespacio se ha elegido un valle de aluvión de fonria semielíptica sobre el cual inciden on- das P 6 SV con un dete:rminado ángulo de inciden- cia, Fig. 8.

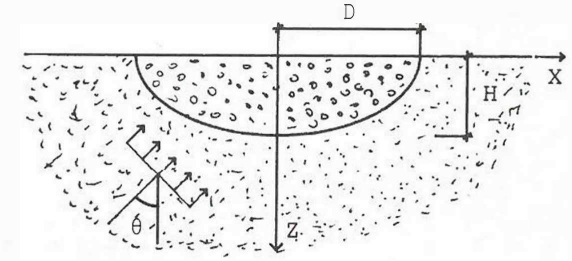

Figura 8.- Valle de aluvion semieliptico.

Los potenciales elegidos para la representa- ción de los trenes de ondas indicentes son idé-1- ticos a los descritos en (10), pudiáldose obte- ner fácilrrente a partir de ellos el carrpo "inci- dente" fornado por estas cndas incidentes y las reflejadas en el superficie Libre del semiespa- cio (ver por ejarplo [4]).

Las características del ejerrplo utilizado - hqn sido: relacién entre los semiejes de la eliE se D/H = 2, densidad 1, m5dulo de Poisson 1/3, - porcentaje de anortiguarniento de las ondas S = 0, siendo el rródulo de elasticidad transversal del semiespacio de valor unidad, y habi&dose obten_! do los resultados para una frecuencia adimensio- nal a_o = w D/c8 = TI/5 (c_{8_1} = velocidad de las - cndas S en el semiespacio.

En la Fig. 9 se nruestran los resultados obte nidos para los nódulos de los desplazamientos ...= verticales (cndas P, e= 30Q) y horizontales - (ondas SV, e= 15Q) de la interfase valle-semies pacio, cuando las cndas inciden scbre valles de- idáltica geanetría a la descrita, pero cuya rig_! dez varía. Caro índice de rigidez relativa se ha

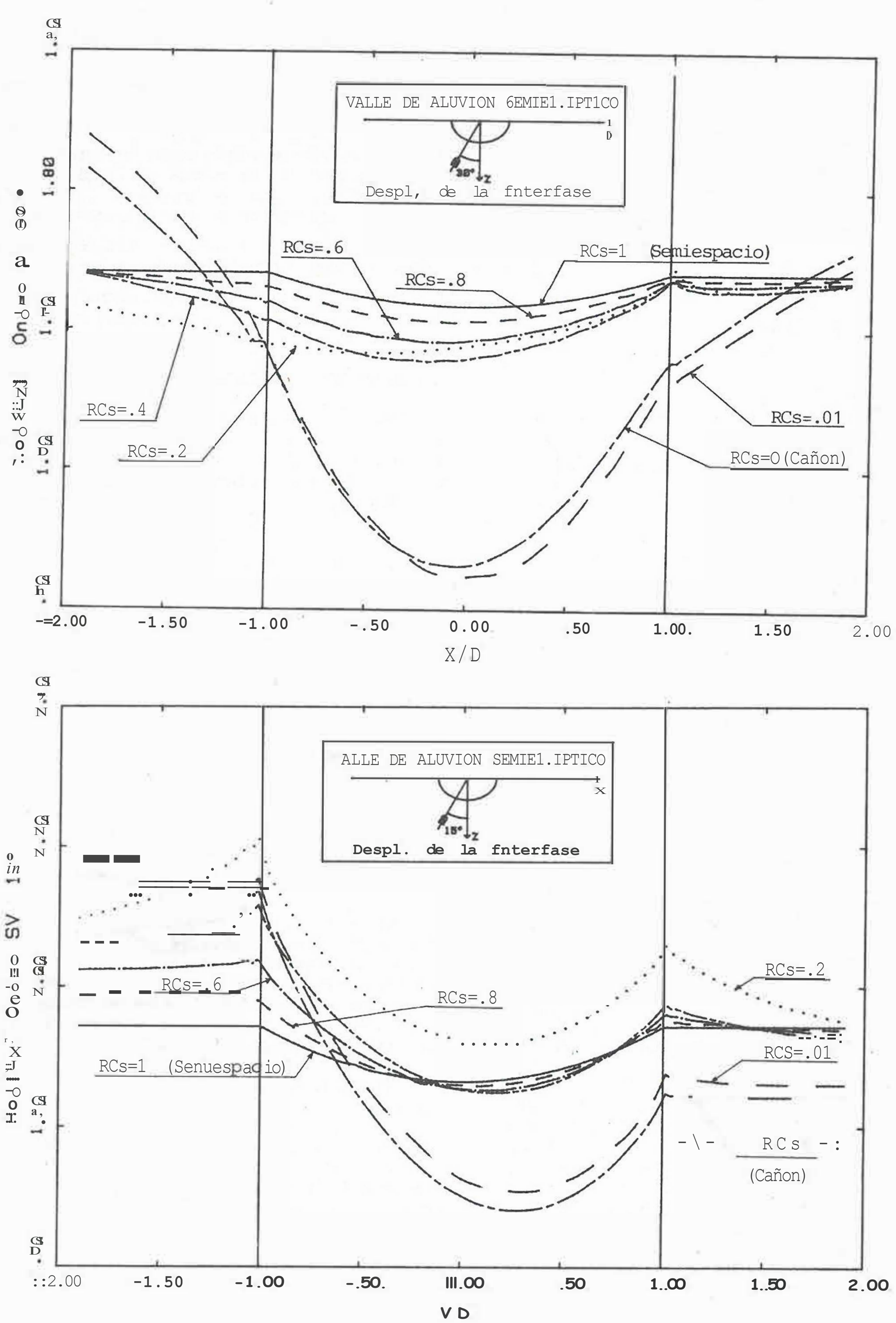

Figura 9.- Desplazamientos en la interfase Valle de aluvión-Senuespacio. Ondas P y SV.

elegido el par tro $RC_s = es_2/es_1$ (es_2 = velocidad de las ondas S en el valle), el cual se ha hecho variar entre 1 (correspcndimte al serrú.espacio) y 0 (correspondiente al cañ6n), lo cual perrrú.te observar la influencia de la rigidez de los sedirrentos de aluvim sobre la respuesta ante trenes de c:ndas tales como las descritas.

6. CCN:LUSICNES

En esta canunicaci6n se ha presentado la fonnulaci6n del todo de los Elerentos de Contomo en el daninio de la frecuencia, para el estudio de fenánenos de difracci6n de ondas en rredios infinitos y serrú.infinitos, de características no hacog-é-leas.

Se han presentado asimisrro, los resultados obtenidos para el caso de ondas incidentes sobre cavidades circulares, rígidas o flexibles, inclusiones y valles de aluvión.

Todo ello perrrú.te el estudio de una gama arrplia de problenas relacic:nados con la Dinám.ica de Sólidos y en particular, con los fen&-ne::nos de Interacci6n Suelo-Estructura.

7. REFERENCIAS

1• Abascal R. "Estudio de Problenas. Dinámicos en Interaccién Suelo-Estructura por el Método de los Elerentos de Cc:ntomo".
Tesis Doctoral, E.T.S. Ingenieros Industriales Sevilla, A;bril 1984.

2. Pao Y.H. y Mow e.e. "Difractic:n of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentratic:n".
Crane Russak, New York, 1971.

3. Eringer A.C. y Suhubi E. "Elastodynarrú.cs" Vol. II, Linear Theory. Academic Press, 1975.

4. Pilant W.L. "Elastic Waves in the Earth" • Elsevier Scientific Publishing Corrpany. Develo;::mants in Solid Ea_rth Geq,hysics, 11, 1979.