

R.11204059

T.S.-240



**Universidad de Sevilla**  
Facultad de Física  
Dep. de Electrónica y Electromagnetismo  
Grupo de Microondas

$\mu\omega$   
Grupo de  
Microondas

# **Diseño, Análisis y Aplicaciones de Metamateriales Electromagnéticos**



Tesis doctoral realizada por  
**JUAN DOMINGO BAENA DOELLO**

12148816

  
Dirigida por

**RICARDO MARQUÉS SILLERO**



Sevilla, diciembre de 2005



***μω***  
Grupo de  
Microondas

**Ricardo Marqués Sillero**, Profesor Titular del Departamento de Electrónica y Electromagnetismo,

Certifica:

Que la memoria titulada “Diseño, análisis y aplicaciones de Metamateriales electromagnéticos”, presentada por D. Juan Domingo Baena Doello para optar al grado de Doctor en Física, ha sido realizada bajo mi dirección en el Departamento de Electrónica y Electromagnetismo de Universidad de Sevilla.

Y para autorizar su presentación y evaluación por el tribunal correspondiente, firmo este certificado en Sevilla a      de Diciembre de 2005.

UNIVERSIDAD DE SEVILLA  
SECRETARIA GENERAL

Queda registrada esta Tesis Doctoral  
al folio 018 número 226 del libro  
correspondiente.

Sevilla, 14-12-05.

El Jefe del Negociado de Tesis.

*Ricardo Marqués Sillero*

Fdo: Ricardo Marqués Sillero



UNIVERSIDAD DE SEVILLA  
Departamento de Electrónica y Electromagnetismo



Título de la tesis doctoral:

*Diseño, análisis y aplicaciones de metamateriales electromagnéticos*

Autor:

*Juan Domingo Baena Doello*

Director:

*Ricardo Marqués Sillero*

Tribunal nombrado para juzgar la tesis doctoral:

Presidente

.....

Vocales

.....

.....

.....

Secretario

.....

Acuerdan otorgarle la calificación de .....

En Sevilla a .....

# ***Agradecimientos***

La presente investigación ha sido realizada bajo la dirección del profesor **Ricardo Marqués Sillero** y ha contado con la financiación de una beca F.P.I. del Ministerio de Ciencia y Tecnología vinculada al proyecto TIC2001-3163.

Agradezco a los profesores Jesús Martel su colaboración en la formación sobre algunas técnicas experimentales básicas en el campo de las microondas, y a los profesores F. Medina y F. Mesa por sus discusiones. También agradezco a la auxiliar de laboratorio, Dña. Esperanza Rubio, y al maestro del taller mecánico, D. Enrique Rodríguez, su colaboración en la fabricación de algunos dispositivos experimentales muy relevantes para este trabajo.

Finalmente, la colaboración mantenida con los grupos de microondas de la Univ. Públ. de Navarra, dirigido por el catedrático Mario Sorolla, y de la Univ. Aut. de Barcelona, dirigido por el profesor Ferrán Martín, ha sido muy fructífera.



*A toda mi familia, andaluza y colombiana,  
a mi colombianita querida,  
y especialmente a la memoria de mi madre.*

# Índice

<b>I. Introducción general</b>	<b>1</b>
I.1. Medios artificiales y Metamateriales	1
I.2. Medio zurdo y algunas de sus propiedades	3
I.2.1. Índice de refracción negativo	3
I.2.2. La lente perfecta	5
I.3. Primeros experimentos con metamateriales zurdos	6
I.4. Objetivos y organización de la tesis	9
<b>1. Resonadores planos útiles en el diseño de metamateriales</b>	<b>11</b>
1.1. Introducción	11
1.2. Modelo cuasiestático del EC-SRR y del BC-SRR	13
1.3. Resonadores con distintas topologías	17
1.4. Resonadores complementarios	19
1.5. Experimento	24
1.5.1. Dispositivo experimental	24
1.5.2. Medida de la frecuencia de resonancia	24
1.5.3. Detección del acoplo magnetoeléctrico	27
1.6. Modelo de medio magnético resonante en 3D	29
1.7. Conclusiones	31
<b>2. Resonadores 3D útiles en el diseño de metamateriales isótropos</b>	<b>33</b>
2.1. Introducción	33
2.2. Grupos de simetría útiles para la isotropía	34
2.3. Experimentos con resonadores cúbicos	39
2.3.1. Resonadores cúbicos no isótropos	41
2.3.2. Resonadores cúbicos isótropos	43
2.4. Resonadores esféricos isótropos	45
2.4.1. Modelo de circuito	45
2.4.2. Análisis de la simetría	48
2.4.3. Validación numérica de la isotropía	51
2.5. Conclusiones	53
<b>3. Metamateriales 1D en guíaondas</b>	<b>55</b>
3.1. Introducción	55
3.2. Modelo de medio zurdo 1D en guíaondas	56
3.3. Experimento	59
3.3.1. Dispositivo experimental	59
3.3.2. Medida de bandas de paso y rechazo	59
3.3.3. Medida del coeficiente de atenuación	62
3.3.4. Medida de la velocidad de grupo	65
3.4. Conclusiones	67

---

<b>4. Túnel cuasi-perfecto en guías de ondas rellena de metamaterial</b>	<b>69</b>
4.1. Introducción	69
4.2. Efecto túnel en guía de ondas	71
4.3. Efectos de las pérdidas y de la dispersión	75
4.4. Estructura multicapa para mejorar el túnel	77
4.5. Efecto túnel en guía rellena con metamaterial magnético uniaxial	81
4.6. Experimento:	87
4.6.1. Dispositivo experimental	87
4.6.2. Caracterización del metamaterial	89
4.6.3. Detección del túnel perfecto	90
4.7. Simulación: Evidencia de la <i>amplificación de onda evanescente</i>	91
4.8. Conclusiones	94
<b>5. Aplicaciones en dispositivos de microondas</b>	<b>96</b>
5.1. Introducción	96
5.2. Contribución al estudio de la Lente Perfecta	97
5.2.1. Efectos de las pérdidas y de la dispersión	98
5.2.2. Super-resolución en 3D	100
5.3. Filtros en líneas de transmisión planas	102
5.4. Metasuperficies selectivas en frecuencia	105
5.5. Conclusiones	107
<b>Conclusiones generales y líneas futuras</b>	<b>108</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>112</b>
<b>Publicaciones</b>	<b>118</b>

# ***Introducción general***

## ***1.1 Medios artificiales y Metamateriales***

En este trabajo se estudiará, teórica y experimentalmente, la propagación de ondas electromagnéticas a través de metamateriales. Estos se definen como medios artificiales con propiedades electromagnéticas exóticas que no se encuentran en la naturaleza.

Los materiales artificiales están formados por una colección de elementos de fuerte respuesta a campos electromagnéticos, que pueden estar dispuestos periódica o aleatoriamente, y habitualmente insertados en una matriz inerte que los sostiene. Podemos considerar dichos elementos como los átomos artificiales que constituyen el material. Es usual utilizar partículas metálicas, ya que a frecuencias no muy elevadas los metales presentan respuestas fuertes a los campos aplicados.

Existe cierta confusión acerca del término metamaterial debido a la abundancia de trabajos recientes en campos muy afines. Para resolver dicha confusión podemos dividir los materiales artificiales en tres grandes grupos, comparando la longitud de onda utilizada con las escalas geométricas del material. Cuando la longitud de onda es mucho menor que el espaciado entre las partículas y su tamaño, hablamos de materiales estructurados. Estos son clásicos y se estudian aplicando directamente las ecuaciones de

Maxwell en cada región, con las correspondientes condiciones de frontera. Si el espaciado es periódico y del orden de la longitud de onda tenemos cristales fotónicos, donde las propiedades interesantes se derivan de su orden periódico que dan lugar a bandas de frecuencias prohibidas y permitidas para los fotones, similares a las bandas electrónicas de los semiconductores. Y en el límite de longitud de onda grande se tienen los medios artificiales. En este caso, la heterogeneidad del material se hace invisible frente a los campos, de manera que aproximadamente se comporta como un medio continuo, cuyos parámetros característicos son la permitividad eléctrica,  $\epsilon$ , y la permeabilidad magnética,  $\mu$ . Finalmente, si además el medio presenta alguna propiedad exótica, no encontrada antes en la naturaleza, es cuando hablamos de metamaterial, tal como se definió al principio.

Un ejemplo de medio artificial es el sistema de hilos metálicos dispuestos periódicamente en 2D o 3D que desde hace tiempo los ingenieros eléctricos utilizan para simular plasmas eléctricos a frecuencias de microondas [ROT62, PEN96]. Recordemos que un plasma se caracteriza por tener una permitividad eléctrica negativa por debajo de su frecuencia de plasma. Estos también se pueden simular utilizando placas metálicas, formando guías de ondas (Fig. I.1). Pero hay que resaltar que estos ejemplos no son metamateriales, porque no presentan propiedades exóticas, ya que es conocido que los metales a bajas frecuencias se comportan como plasmas.

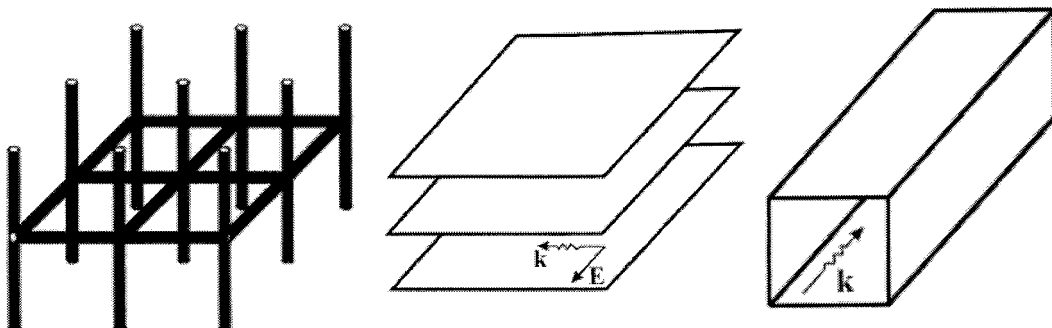


Fig. I.1 Ejemplos de plasmas eléctricos artificiales.

## **1.2 Medio zurdo y algunas de sus propiedades**

Durante los años 60 Victor Veselago [VES68] realizó un estudio sobre el comportamiento electromagnético de un medio hipotético de permitividad eléctrica,  $\epsilon$ , y permeabilidad magnética,  $\mu$ , simultáneamente negativas. Encontró que tal medio presentaría propiedades sorprendentes como la propagación de ondas de retroceso e índice de refracción negativo, que están íntimamente ligadas, y otras derivadas como la inversión de los efectos Cherenkov, Doppler o Goos-Hänchen [VES68, GRB02, BER02]. Sin embargo, aunque Veselago hizo esfuerzos razonables por encontrar este tipo de medios entre semiconductores magnéticos, no fue posible encontrarlos en la naturaleza y el estudio cayó en el olvido hasta fechas recientes, en las que gracias a los avances tecnológicos podemos plantearnos la posibilidad de fabricar medios artificiales con estas características. Antes de hablar de cómo se pueden conseguir, conviene introducir algunas de sus propiedades teóricas más importantes.

### **1.2.1 Índice de refracción negativo**

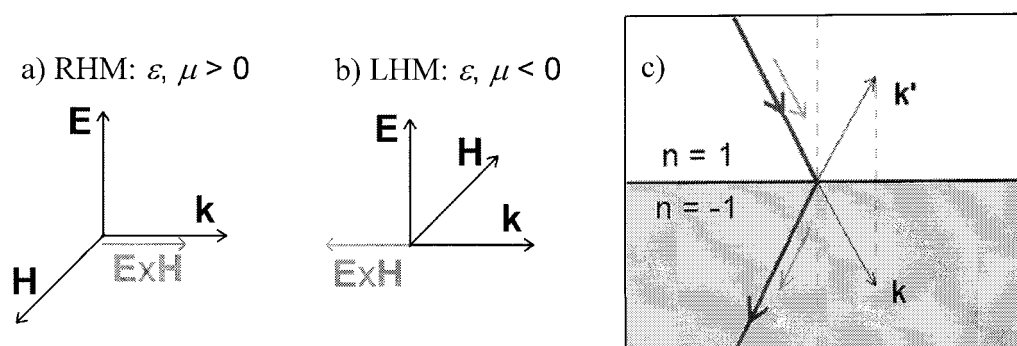
Las ecuaciones de Maxwell en un medio homogéneo sin fuentes llevan a la siguiente ecuación:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \epsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E} = 0 \quad (\text{I.1})$$

Normalmente se tiene  $\epsilon$  y  $\mu$  positivos, y sus soluciones son ondas propagativas. Si por el contrario uno de los dos parámetros fuese negativo la solución sería evanescente y no se propagaría por el medio. Pero si se cambia el signo de ambos a la vez el producto se conserva, por lo que aparentemente nada cambia, y son posibles soluciones de ondas propagativas. Sin embargo, un análisis más fino nos permite ver que algunas cosas sí cambian. Supongamos por simplicidad una onda plana que se propaga por un medio de  $\epsilon$  y  $\mu$  negativos, siendo las ecuaciones de Maxwell:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} &= 0 & \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \mu\omega\mathbf{H} \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{H} &= 0 & \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= -\epsilon\omega\mathbf{E} \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

A partir de (I.2) se deduce que la terna formada por el campo eléctrico,  $\mathbf{E}$ , el magnético,  $\mathbf{H}$ , y el vector de onda,  $\mathbf{k}$ , cumplen la regla de la mano izquierda (Fig. 1.2(a)), es decir el producto vectorial de  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  sería antiparalelo a  $\mathbf{k}$ , justamente lo contrario de lo que ocurre en medios convencionales de  $\epsilon$  y  $\mu$  positivas (Fig. 1.2(b)). Esta es la razón de la terminología introducida por D. R. Smith, que bautizó como “zurdos” (en inglés LHM de left-handed medium) a esos hipotéticos medios, para distinguirlos de los normales, que habitualmente son llamados diestros (en inglés RHM, de right-handed medium).



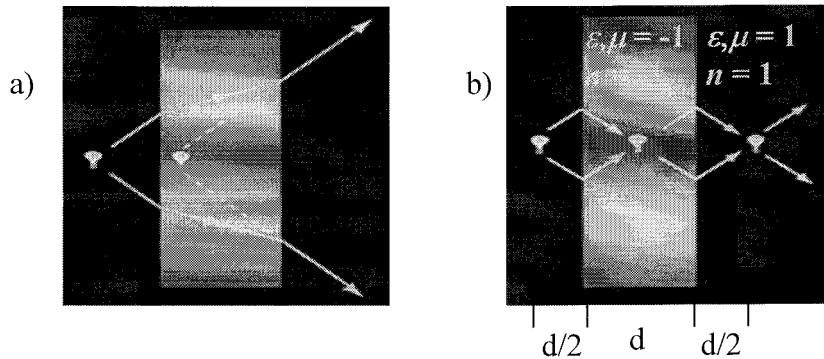
**Fig. 1.2** a) Onda plana de avance en medio diestro. b) Onda plana de retroceso en medio zurdo. c) Refracción de una onda en la interfase entre medio diestro, o vacío ( $n = 1$ ), y medio zurdo ( $n = -1$ ).

Debe observarse que el vector de Poynting,  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ , representa el flujo de energía por unidad de superficie atravesada. Por tanto en medios zurdos la energía y la fase de la onda avanzan en sentidos opuestos, lo que se conoce como onda de retroceso. Como consecuencia directa se tiene el curioso fenómeno de refracción negativa, que se deriva fácilmente si exigimos la continuidad de la componente tangencial de  $\mathbf{k}$  y de la componente normal del vector de Poynting. De esta manera, un rayo que pasa de medio diestro a medio zurdo se refracta con un ángulo negativo respecto a la normal de la superficie, tal como se ejemplifica en la figura 1.2(c). En virtud de la ley de Snell  $n_1 \text{sen}(\varphi_1) = n_2 \text{sen}(\varphi_2)$ , donde  $n_i = \sqrt{\epsilon_i \mu_i}$ , lo anterior significa que debemos elegir la raíz negativa para el medio zurdo.

## 1.2.2 La lente perfecta

El fenómeno de refracción negativa permitiría diseñar lentes con comportamientos novedosos, algo que ya señaló Veselago en [VES68]. Por ejemplo, en base a la conocida “*ecuación del constructor de lentes*” de la óptica lineal, la forma de las lentes divergentes y convergentes se intercambian al cambiar el signo del índice de refracción, ya que la distancia focal es proporcional al cociente de los índices del medio de la lente y del exterior. Otra propiedad muy interesante es que una simple lámina plana de medio zurdo es capaz de focalizar la luz, como se puede ver en el trazado de rayos de la figura I.3. Esto se puede interpretar desde el punto de vista del principio de Fermat [VES02], ya que el camino óptico recorrido desde la fuente hasta su imagen es cero para todos los rayos. Sin embargo, desde el punto de vista de la óptica ondulatoria, el espectro de radiación de la fuente contiene modos propagativos (campo lejano) y modos evanescentes (campo próximo). Los segundos se atenúan y no consiguen llegar a la imagen. Se puede demostrar que esto limita la resolución de la imagen, consiguiendo por cada punto de la fuente una mancha cuyo tamaño es del orden de la longitud de onda. Sin embargo, en el año 2000 Pendry [PEN00] hizo notar que si la permitividad eléctrica relativa y la permeabilidad magnética relativa son exactamente igual a -1, los modos evanescentes son amplificados dentro de la lámina lo suficiente como para compensar la caída fuera, con lo que la imagen se reconstruiría exactamente. Por esta propiedad llamó a dicha lámina de medio zurdo con  $\epsilon = \mu = -1$  “*lente perfecta*”. Esta propiedad podría tener muchas aplicaciones prácticas, como incrementar la capacidad de los sistemas ópticos de grabación de información. Sin embargo, existen varias limitaciones reales a tal comportamiento perfecto, como son las pérdidas del material, la dispersión o el tamaño finito de la lámina [GAR02, SMI03b, MAR04b], que podrían destruir completamente esa propiedad. La cuestión pendiente es ¿se puede conseguir al menos focalizar con un grado de resolución superior al que determina la longitud de onda de la señal?





**Fig. I.3** a) Una lámina de medio diestro y transparente produce una imagen del objeto localizada en su interior. b) La lámina de medio zurdo produce otra imagen fuera de ella, al lado opuesto.

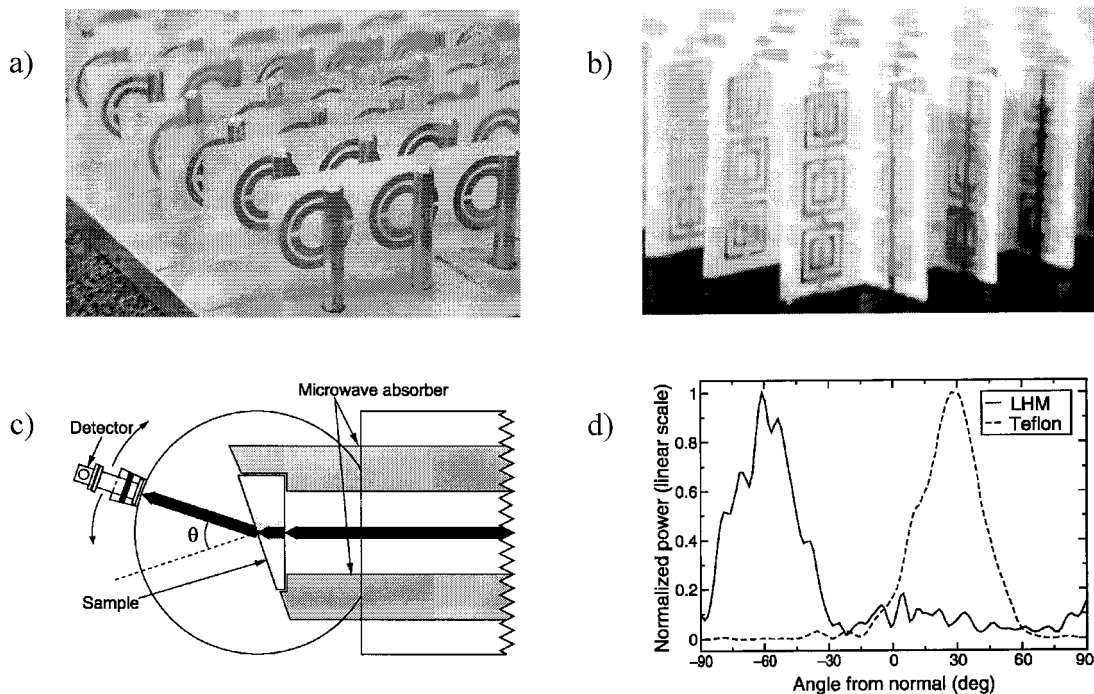
### 1.3 Primeros experimentos con metamateriales zurdos

En el año 2000, D. R. Smith y sus colaboradores [SMI00] fabricaron los primeros metamateriales zurdos que funcionaban en un estrecho rango de frecuencias microondas. Para ello superpusieron de forma conveniente los SRRs (Split Ring Resonators) ideados por Pendry en 1999 como “átomos” de medios de permeabilidad negativa, con un plasma artificial de hilos metálicos (Fig. I.6-a). Las características fundamentales del SRR son: comportamiento diamagnético fuerte en la resonancia, que hace posible obtener permeabilidad magnética negativa; y tamaño pequeño comparado con la longitud de onda ( $2r_{\text{ext}} \sim 1/10 \lambda$ , en los experimentos), que permite considerar válido un modelo de medio continuo.

En el año 2001, Shelby y colaboradores [SHE01a, SHE01b] demostraron experimentalmente el fenómeno de refracción negativa. Para ello construyeron un prisma de metamaterial zurdo 2D (Fig. I.6-b) y otro de teflón, y con el montaje de la figura (c) midieron el coeficiente de transmisión en función del ángulo. La respuesta que obtuvieron se muestra en la figura (d), donde se ve que la refracción con teflón se produce hacia ángulos positivos, como es natural, mientras que con el prisma metamaterial se produce en el sentido opuesto. Sin embargo, P. M. Valanju [VAL02] inició una controversia sobre el fenómeno de refracción negativa, al analizar la refracción de una onda plana modulada temporalmente. Esta dificultad fue resuelta en [SMI02], al considerar que una onda real, además de estar limitada en el tiempo, debe estarlo también en el espacio. Tomando como ejemplo un paquete de ondas gaussiano

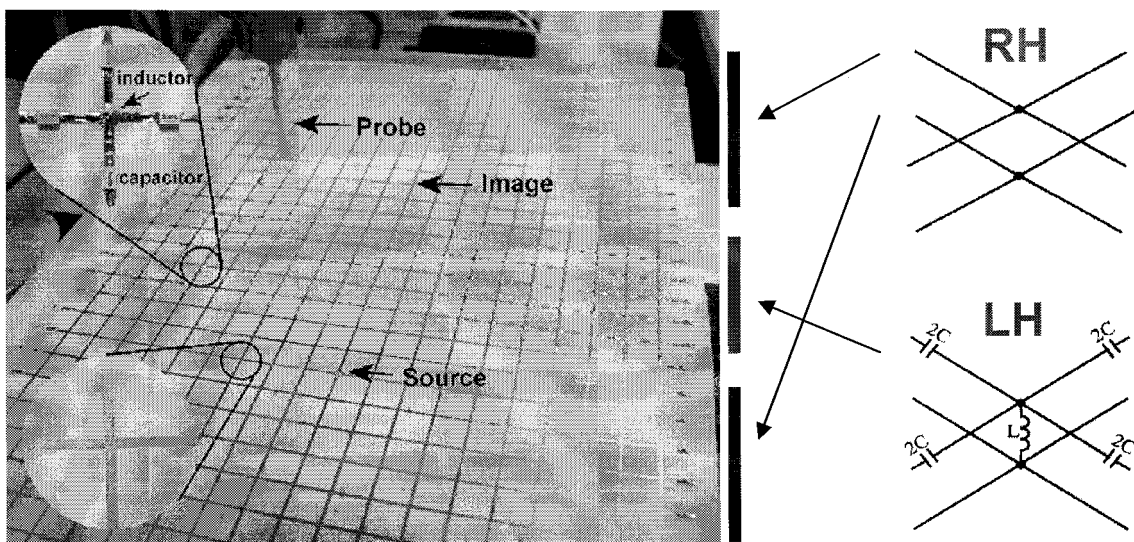
volvió a obtener la refracción negativa. Posteriormente otros investigadores consiguieron completar la demostración experimental del fenómeno en condiciones de campo lejano [PAR03, HOU03].

Es importante observar que los SRRs no funcionan exclusivamente a frecuencias de microondas. Simplemente, los experimentos iniciales fueron realizados en el rango de microondas, porque así la longitud de onda es del orden de los centímetros y las dimensiones de los SRRs del orden de los milímetros, de manera que se pueden fabricar fácilmente mediante técnicas ordinarias de fotolitografía de circuitos impresos. Actualmente se está estudiando la posibilidad de reducir el tamaño de los SRRs con el fin de que resuenen a mayores frecuencias, lo que implica el uso de técnicas de micro/nano-fabricación más complicadas (véase por ejemplo [YEN04,WU04]). No obstante hay un límite superior en frecuencia que lo establece el hecho de que los metales en el infrarrojo dejan de ser conductores y se comportan más bien como plasmas sólidos.



**Fig. 1.4** Primeros metamateriales zurdos fabricados por el equipo del profesor D. R. Smith. a) Medio zurdo 1D, b) medio zurdo 2D, c) esquema del experimento de refracción negativa (la cuña es el medio 2D de (b)), d) resultado del experimento de refracción negativa.

Alternativamente al uso de anillos del tipo SRR, Eleftheriades y sus colaboradores [ELE02] han propuesto el uso de un análogo circuital de medio zurdo, que se basa en el concepto de línea de transmisión dual. El modelo de dicha línea es básicamente como el modelo convencional, pero la inductancia en serie es sustituida por una capacidad y la capacidad en paralelo por una inductancia. De esta manera se consigue que los parámetros efectivos de esta línea sean negativos. La gran ventaja de este sistema frente al uso de resonadores SRR es que la estructura no es resonante, lo que permite simular el comportamiento zurdo en un ancho rango de frecuencias. Como una extensión de dicha idea, el mismo grupo demostró la posibilidad de conseguir focalización sub-lambda con una línea de transmisión dual en 2D [GRB04], la cual se muestra en la figura I.5. Básicamente, esta estructura consiste en una malla plana de líneas de transmisión, cuya región media ha sido cargada con capacidades en serie y autoinducciones en paralelo, de manera que a frecuencias suficientemente bajas estos elementos dominan frente a los de la línea base, provocando que esta se comporte como dual. Cualitativamente, la malla sin cargar soporta modos *forward* y se comportaría de forma similar al vacío, mientras que la región de malla que ha sido cargada soportará modos *backward*, comportándose como una lámina de medio zurdo. Por tanto, el



**Fig. I.5** Estructura utilizada en [GRB04] para conseguir demostrar experimentalmente la focalización sub-lambda. Se observan tres regiones dos que consisten en una malla de líneas de transmisión interconectadas, y otra región intermedia cargada con capacidades en serie y autoinducciones en paralelo.

fenómeno de focalización sub-lambda observado es similar al propuesto por Pendry. Sin embargo, hay que recordar que este sistema no es realmente un metamaterial y que no está claro que una onda exterior se acople satisfactoriamente con dicho sistema.

#### **1.4 Objetivos y organización de la tesis**

En el Capítulo 1 se estudian varios resonadores planos similares al SRR, útiles en el diseño de metamateriales. Uno de los objetivos fundamentales será la búsqueda de partículas que no presenten acoplamiento magnetoeléctrico, tal como le ocurre al SRR [MAR02]. También se desea encontrar topologías que ayuden a reducir el tamaño eléctrico de la celda unidad del metamaterial.

Seguidamente, en el Capítulo 2, trataremos de conseguir a partir de los resonadores planos nuevos elementos tridimensionales que permitan la fabricación de metamateriales isotrópicos. Esta es una cuestión clave, pues algunas de las propiedades más interesantes, como la de lente perfecta, sólo tienen sentido completo si el medio zurdo es isotrópico y, sin embargo, los elementos SRR utilizados en los experimentos hasta el momento son altamente anisótropos.

En el Capítulo 3 se tratará de caracterizar experimentalmente algunas estructuras metamateriales en guías de onda que proporcionan bandas de paso o de rechazo. Estamos interesados en estudiar el comportamiento zurdo de una guía al corte cargada con resonadores, pero también analizaremos el caso de una guía por encima del corte cargada con los anillos. Se tratará de medir algunos parámetros efectivos del metamaterial, como el coeficiente de atenuación y la velocidad de grupo, para posteriormente compararlos con los valores teóricos obtenidos a partir del modelo de los SRR expuesto en el Capítulo 1.

Como ya se dijo, una idea clave para la propiedad de lente perfecta es la amplificación de los modos evanescentes en la lámina de medio zurdo. Para facilitar la demostración experimental de tal fenómeno, nos hemos propuesto realizar un experimento en guías de onda, donde la señal es amplificada en una región rellena con el metamaterial. De esta manera el problema se simplifica, tanto a nivel teórico como

experimental, ya que se trabaja sólo con el modo fundamental de la guía. En el Capítulo 4 se muestra el análisis cuando se utiliza un medio zurdo isótropo, y también cuando la guía se carga con resonadores.

Una vez se haya demostrado experimentalmente la posibilidad de obtener amplificación de modos evanescentes (Capítulo 4), pasaremos a discutir más a fondo el problema de la lente perfecta. Para ello, en el Capítulo 5 analizaremos los efectos negativos que implican las pérdidas y la dispersión. En el mismo capítulo discutiremos la posibilidad de disminuir dichos efectos mediante el uso de estructuras multicapa. Por otro lado, ya que la mayoría de los trabajos realizados hasta el momento sólo se centran en el estudio de la focalización sub-lambda sobre un plano transversal, se tratará también de determinar si es posible conseguir la super-resolución en 3D, y en que circunstancias.

De forma paralela, aunque sin ser el objetivo central de esta tesis, se han utilizado los SRRs en el diseño de filtros y superficies selectivas en frecuencia. Dedicaremos las últimas secciones del Capítulo 5 a una exposición breve de los resultados obtenidos en estos temas.

## **Capítulo 1:**

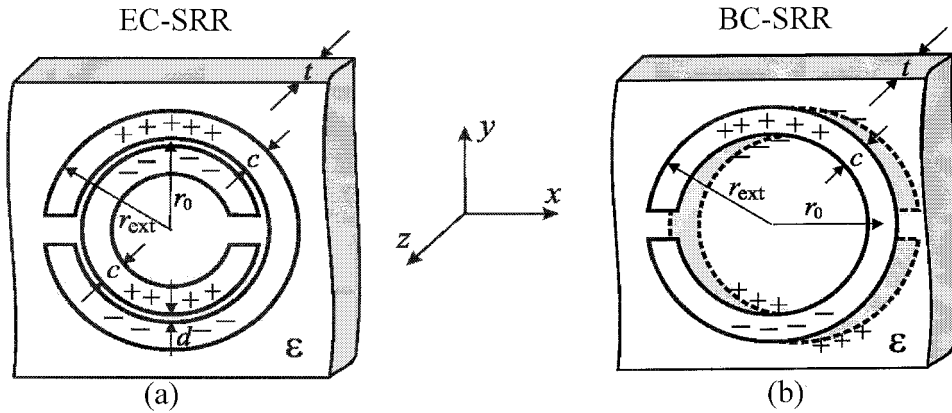
# ***Resonadores planos útiles en el diseño de metamateriales***

### **1.1 Introducción**

Este capítulo está dedicado al análisis de algunos tipos de resonadores electromagnéticos pequeños útiles para la fabricación de metamateriales. Para cada configuración se desarrollará un modelo simple de circuito LC, y luego se extenderá dicho modelo a sus configuraciones complementarias.

Dichos resonadores son modificaciones del SRR (Split Ring Resonator), el cual consiste en dos anillos metálicos de distintos radios, coplanares y concéntricos, que presentan cortes en orientaciones opuestas (ver Fig. 1.1-a). Esta partícula fue propuesta por J. B. Pendry en 1999 [PEN99], para jugar el papel de “átomo” en medios artificiales con permeabilidad magnética negativa. Poco después, D. R. Smith y sus colaboradores [SMI00] fabricaron los primeros medios zurdos artificiales que funcionaban en un estrecho rango de frecuencias microondas, superponiendo de forma conveniente los SRRs con un plasma artificial de hilos metálicos. Incluso, con este sistema consiguieron demostrar experimentalmente el fenómeno de refracción negativa [SHE01a, SHE01b]. Como ya se dijo en la introducción general, las características fundamentales del SRR son: comportamiento diamagnético fuerte en la resonancia, que hace posible obtener

permeabilidad magnética negativa; y tamaño pequeño comparado con la longitud de onda ( $2r_{\text{ext}} \sim 1/10 \lambda$ , en los experimentos), que permite considerar válido un modelo de medio continuo.



**Fig. 1.1** a) EC-SRR (edge coupled - split ring resonator) y b) BC-SRR (broadside coupled - split ring resonator).

Por otro lado, se ha demostrado que el SRR presenta acoplamiento magnetoeléctrico [MAR02], lo que explica que pueda ser excitado también por un campo eléctrico paralelo al eje  $y$ . En [MAR02] se hace notar que este fenómeno es un inconveniente si se pretende diseñar metamateriales isotrópicos, y se propone otra partícula que no lo presenta, la BC-SRR (Broadside Coupled - SRR), que se corresponde con la Fig. 1.1-b. Además esta nueva partícula puede alcanzar tamaños mucho más pequeños a la misma frecuencia de resonancia, lo que supone una ventaja para conseguir mejor resolución en lentes de metamaterial zurdo, según [SMI03b]. En lo que sigue, para referirnos al SRR propuesto por Pendry habitualmente utilizaremos el acrónimo EC-SRR (Edge Coupled - SRR).

Siguiendo en la línea anterior, a lo largo de este capítulo pondremos especial interés en conseguir partículas sin acoplamiento magnetoeléctrico y con tamaño eléctrico pequeño. Una vez establecido un conjunto de resonadores interesantes, analizaremos sus configuraciones complementarias (las zonas de metal se sustituyen por aire y viceversa), encontrando un comportamiento electromagnético dual. Finalmente expondremos una serie de experimentos que demuestran la validez de la teoría.

## 1.2 Modelo cuasiestático del EC-SRR y del BC-SRR

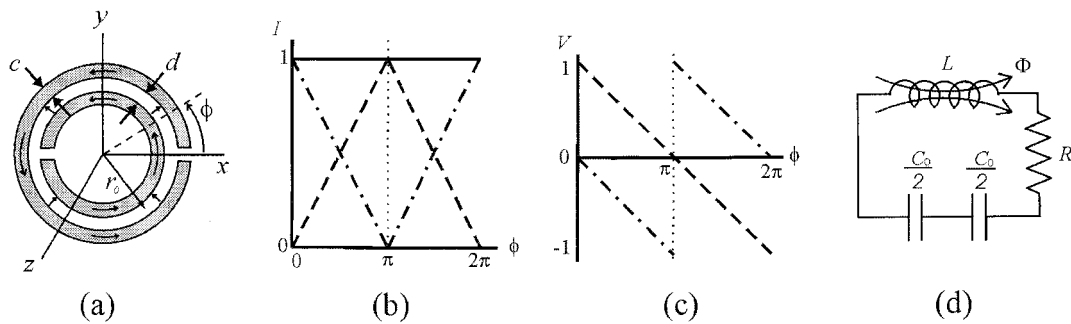
Asumiendo que el tamaño del EC-SRR es mucho menor que la longitud de onda de la radiación electromagnética que incide sobre él, podremos considerar válido un modelo cuasiestático y obtener un circuito equivalente [MAR02, MAR03b]. En una primera aproximación el EC-SRR puede ser visto como espiras circulares sobre las que se puede inducir una fuerza electromotriz mediante un flujo magnético externo variable ( $fem = -d \left( \int \mathbf{B} \cdot d^2 \mathbf{r} \right) / dt$ ), siendo la separación entre los anillos interpretada como un condensador distribuido. Así, las cargas eléctricas oscilan a lo largo de los anillos acumulándose en los extremos, dando lugar a corrientes de desplazamiento que cierran el circuito (Figs. 1.1-a y 1.2-a). Como se justifica en [MAR02], la suma de las corrientes eléctricas del anillo interior y el exterior será aproximadamente uniforme (Fig. 1.2-b). Entonces  $L$  puede ser calculada como la autoinducción de un único anillo promedio de ambos ( $r_0 - c/2 < r < r_0 + c/2$ ), por el cual circula dicha corriente total. Por otro lado, el potencial cuasiestático sobre cada anillo es una función lineal del ángulo  $\phi$ , pero la diferencia de potencial es constante y cambia de signo al pasar de una mitad del anillo a la otra (1.2-c). En base a esto, y si despreciamos la capacidad de los cortes de los anillos,  $C$  es la capacidad de dos condensadores en serie, siendo cada uno  $C_0 / 2 = \pi r_0 C_{pul}$ , donde  $C_{pul}$  es la capacidad estática por unidad de longitud entre dos tiras metálicas paralelas, de ancho  $c$  y distanciadas  $d$ . Finalmente se tiene el circuito LC de la Fig. 1.2-d. Aplicando las leyes de circuitos y suponiendo un campo magnético incidente de la forma  $\mathbf{B}^{inc} = B_z^{inc} \exp(i\omega t) \hat{\mathbf{z}}$ , se tiene la siguiente corriente eléctrica:

$$I = \frac{fem}{Z_L + Z_C} = \frac{i\omega\pi r_0^2 B_z^{inc}}{-i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\pi r_0^2}{L} \left( \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right)^{-1} \quad (1.1)$$

, donde  $\omega_0 = 1/LC$  es la frecuencia de resonancia. Si se diseña la partícula con una distancia entre tiras suficientemente pequeña, la capacidad  $C$  será grande, de modo que la frecuencia de resonancia será baja y la longitud de onda grande ( $\lambda = 2\pi c / \omega$ ), siendo válida la aproximación cuasiestática que hemos utilizado. Además, el efecto de las



pérdidas óhmicas en el metal se puede introducir añadiendo una parte imaginaria en la autoinducción, es decir  $L \rightarrow L + \frac{R}{i\omega}$ , donde  $R$  es la resistencia efectiva del anillo promedio. Conviene señalar que el presente análisis es aproximado y de validez restringida a SRRs de tamaño eléctrico pequeño y en los que las capacidades del “corte” en cada anillo se pueden despreciar (frente a las capacidades de las ranuras). Un análisis más detallado, no restringido a alguna de dichas limitaciones, ha sido recientemente presentado [SOL05]. Dicho análisis converge al propuesto en el límite de las aproximaciones señaladas, que resultan ser válidas para la práctica totalidad de los diseños de SRR útiles en la fabricación de metamateriales.



**Fig. 1.2** – Modelo cuasiestático del EC-SRR. a) Las flechas sobre las tiras de metal representan corrientes eléctricas y entre las tiras corrientes de desplazamiento. b) corriente eléctrica sobre la tira exterior (l. de trazos), sobre la tira interior (trazos y puntos), total (continua). c) Voltaje cuasiestático sobre la tira exterior (trazos) y la interior (trazos y puntos). d) Circuito equivalente del EC-SRR.

Por otro lado, es bien conocido que para caracterizar el estado de excitación de una partícula causado por unos campos incidentes, suele ser suficiente sus dipolos eléctrico ( $\mathbf{p}$ ) y magnético ( $\mathbf{m}$ ); supuesto que su carga eléctrica neta es cero. En una situación estática,  $\mathbf{p}$  depende tan sólo del campo eléctrico incidente ( $\mathbf{E}^{inc}$ ) y  $\mathbf{m}$  del campo magnético incidente ( $\mathbf{B}^{inc}$ ), es decir, no existe polarización cruzada. Sin embargo, pueden existir términos de polarización cruzada (o acoplamiento magnetoeléctrico) cuando los campos electromagnéticos incidentes son variables en el tiempo. Además, las direcciones de los dipolos excitados podrían no coincidir con las de los campos incidentes. Por tanto, la polarizabilidad ( $\overline{\alpha}$ ) de la partícula es una magnitud tensorial, representada por la matriz de orden 6 x 6 de la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\alpha}_{ee} & \overline{\alpha}_{em} \\ \overline{\alpha}_{me} & \overline{\alpha}_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{inc} \\ \mathbf{B}^{inc} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

donde  $\overline{\alpha}_{ee}$  y  $\overline{\alpha}_{mm}$  son los tensores de polarizabilidad eléctrico y magnético, y  $\overline{\alpha}_{em}$  y  $\overline{\alpha}_{me}$  los tensores correspondientes al acoplamiento magnetoeléctrico (ME). Cuando la partícula está contenida en el plano  $xy$ , como el EC-SRR, sólo pueden existir las componentes de los dipolos  $p_x$ ,  $p_y$  y  $m_z$ , puesto que  $\mathbf{p} = \int \rho \mathbf{r} d^3\mathbf{r}$  y  $\mathbf{m} = 1/2 \int \mathbf{r} \times \mathbf{j} d^3\mathbf{r}$ . A partir de la ecuación (1.1) y teniendo en cuenta que el dipolo magnético de una espira pequeña es  $m = I * S$ , la polarizabilidad magnética en la dirección  $z$  es

$$\alpha_{zz}^{mm} = \frac{\pi^2 r_0^4}{L} \frac{1}{(\omega_0 / \omega)^2 - 1}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.3)$$

De esta ecuación se deriva la propiedad de fuerte diamagnetismo del EC-SRR, pues cuando la frecuencia angular  $\omega$  es un poco superior a  $\omega_0$ , la polarizabilidad es negativa y grande. Aunque esta respuesta magnética es la dominante en el EC-SRR, también aparecen otras componentes no nulas en el tensor de polarizabilidad. En [MAR02, MAR03b] se demuestran las siguientes expresiones aproximadas para los dipolos:

$$\begin{aligned} p_x &= \alpha_{xx}^{ee} E_x^{inc} \\ p_y &= (\alpha_{yy}^{ee} + \alpha_{yy}^{vee}) E_y^{inc} - i\alpha_{yz}^{em} B_z^{inc} \\ m_z &= \alpha_{zz}^{mm} B_z^{inc} + i\alpha_{yz}^{em} E_y^{inc} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Las expresiones teóricas de las restantes componentes de la polarizabilidad aparecen [MAR03b]. A continuación, si bien no será necesario tener repetir aquí dichas fórmulas, sí será conveniente recordar de una forma cualitativa cómo depende cada término respecto a la frecuencia. Las polarizabilidades  $\alpha_{xx}^{ee}$  y  $\alpha_{yy}^{ee}$  son pequeñas y no resonantes. Estas son aproximadamente las mismas que tendría un disco con el mismo radio externo ( $\alpha_{xx}^{ee} = \alpha_{yy}^{ee} \approx 1/3 \epsilon_0 r_{ext}^3$ ), pues un campo eléctrico en el plano del anillo apenas penetra en el metal, de manera que no lo distingue de un disco. Sin embargo, los términos  $\alpha_{yy}^{vee}$  y

$\alpha_{yz}^{em}$  sí son resonantes, ya que son proporcionales a  $(\omega_0^2 / \omega^2 - 1)^{-1}$ , y son consecuencia directa del acoplamiento magnetoeléctrico. Para justificar este efecto, imaginemos que el EC-SRR es excitado sólo por un campo magnético variable perpendicular  $B_z$ . La *fem* inducida provoca que las cargas oscilen y se distribuyan como se muestra en la Fig. 1.1, de manera que aparece un dipolo eléctrico paralelo al eje  $y$ , ya que las dos mitades del anillo están polarizadas en la misma dirección. Por tanto, vemos que un campo magnético  $B_z$  es capaz de generar un dipolo eléctrico  $p_y$ . Por otro lado, en base a la simetría de Onsager se deduce que también un campo eléctrico incidente  $E_y$  induciría un dipolo magnético  $m_z$ . Para eliminar dicho acoplamiento magnético se propuso en [MAR02] el BC-SRR (Fig. 1.1-b), donde los dipolos eléctricos de ambas mitades son opuestos, cancelándose así el dipolo neto. Por tanto, las ecuaciones (1.4) particularizadas para el BC-SRR se transforman en:

$$\begin{aligned} p_x &= \alpha_{xx}^{ee} E_x^{inc} \\ p_y &= \alpha_{yy}^{ee} E_y^{inc} \\ m_z &= \alpha_{zz}^{mm} B_z^{inc} \end{aligned} \quad (1.5)$$

donde el dipolo magnético es el único resonante. Además con esta configuración se pueden conseguir tamaños mucho menores, sin modificar la frecuencia de resonancia. Se debe a que la capacidad del EC-SRR depende logarítmicamente de  $1/d$ , mientras la del BC-SRR es lineal con  $1/t$ , de manera que es más fácil aumentar la capacidad  $C$  en el segundo caso. Esto es lógico, ya que el acoplamiento eléctrico entre ambos anillos es más intenso cara a cara (BC-SRR), que borde a borde (EC-SRR).

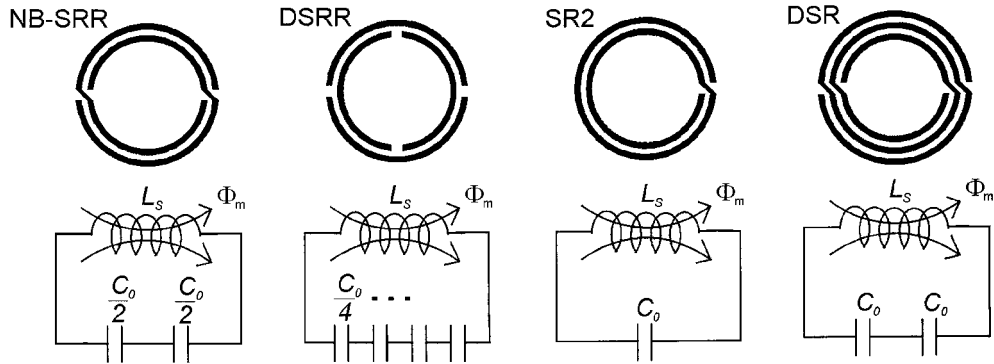
Sin necesidad de este modelo, las simetrías de estas partículas también determinan algunas propiedades interesantes que se cumplen fuera de la aproximación cuasiestática. Por ejemplo, tanto el BC-SRR con el EC-SRR son simétricos frente a una reflexión respecto al plano  $xz$  (ver Fig. 1.1). A partir de esta simetría, se puede demostrar fácilmente que si el campo incidente es de la forma  $(B_x^{inc}, E_y^{inc}, B_z^{inc})$ , entonces el plano  $xz$  se comporta como una pared eléctrica. Este hecho explica por qué en el metamaterial zurdo de la figura I.4(b) se puede desprestigiar la interacción entre los anillos SRR y los postes metálicos. La demostración de dicha pared eléctrica, es fácil si se

recuerda que  $\mathbf{E}^{\text{inc}}$  es un vector y  $\mathbf{B}^{\text{inc}}$  es un cuasivector. Al aplicar la reflexión los campos incidentes cambian a  $(-B_x^{\text{inc}}, -E_y^{\text{inc}}, -B_z^{\text{inc}})$ , mientras los anillos quedan invariantes, por lo que el cambio de signo de los campos incidentes debe implicar otro cambio en los campos dispersados. Por tanto, el campo eléctrico dispersado tampoco tiene componente en el plano  $xz$ , ya que la reflexión la dejaría invariante, contradiciendo el cambio de signo anterior. En definitiva, el plano  $xz$  se comporta como una pared eléctrica ( $\mathbf{E}_{\text{tangencial}} = 0$ ), siendo posible colocar metal en el plano sin modificar el comportamiento del resonador. Esto explica por qué en el metamaterial zurdo de la Fig. I.4-b es válida la hipótesis de no interacción entre los SRRs y los hilos metálicos, aunque estos estén muy próximos.

Por otro lado, el BC-SRR es simétrico frente a una inversión espacial respecto a su centro. Supongamos que el resonador es únicamente excitado por un campo magnético perpendicular ( $B_z^{\text{inc}}$ ), y que este induce la componente  $p_y$  del dipolo eléctrico. Considerando que los campos magnéticos son cuasivectores y los dipolos eléctricos vectores, al aplicar la inversión espacial  $B_z^{\text{inc}}$  no cambia de signo, mientras  $p_y$  sí. Pero según (1.2) ambas cantidades deben cambiar de signo a la vez. Por tanto,  $p_y = 0$  necesariamente y la partícula no presenta acoplamiento magnetoeléctrico.

### **1.3 Resonadores con distintas topologías**

En la sección anterior se ha explicado que el BC-SRR posee dos ventajas importantes frente al EC-SRR: no presenta acoplamiento magnetoeléctrico y tiene un tamaño menor. Sin embargo, su fabricación es más complicada, pues es necesario grabar los anillos por ambos lados del sustrato haciéndolos coincidir uno sobre otro. Un fallo de precisión implicaría un desplazamiento de la frecuencia de resonancia que puede afectar al diseño del metamaterial. En esta sección se expone un conjunto de resonadores que también presentan ventajas frente al EC-SRR y que al igual que este son fabricados sobre una cara del sustrato (Fig. 1.3) [MAR03].



**Fig. 1.3** – Arriba se muestran otros resonadores planos interesantes: NB-SRR (Non Bianisotropic - SRR), DSRR (Double slit - SRR), SR2 (Spiral Resonator, con 2 vueltas) y DSR (Double Spiral Resonator). En la fila de abajo se exponen sus correspondientes circuitos equivalentes.

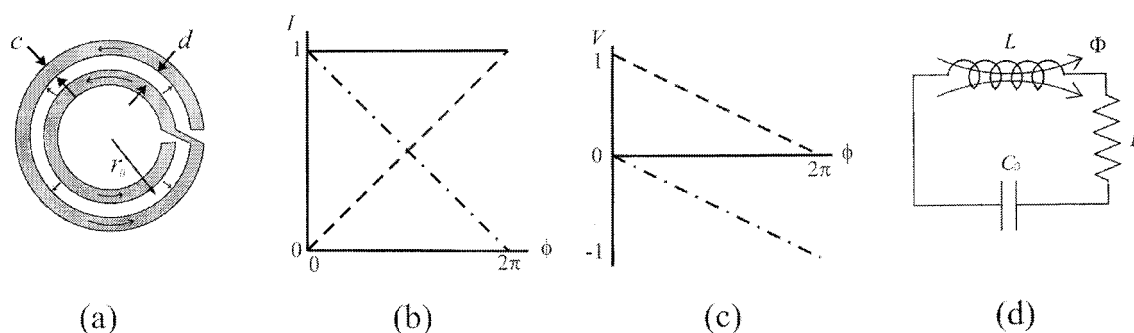
Mediante un razonamiento análogo al seguido para el EC-SRR en la sección anterior, se han desarrollado modelos cuasiestáticos y circuitos equivalentes para los nuevos resonadores. A partir de sus circuitos LC es fácil relacionar su frecuencia de resonancia con la del EC-SRR ( $f_0$ ), siendo

$$f_{NB-SRR} \approx f_0 ; f_{DSRR} \approx 2f_0 ; f_{SR2} \approx \frac{f_0}{2} ; f_{DSR} \approx \frac{f_0}{\sqrt{2}} \quad (1.6)$$

Como ejemplo explicaremos brevemente el modelo de la espiral de dos vueltas, que llamaremos SR2 (Spiral Resonator), del cual se puede encontrar más información en [BAE04]. Al igual que se explicó para el EC-SRR, en el límite cuasiestático la corriente eléctrica total ( $I$ ) y la diferencia de potencial ( $V$ ) no dependen del ángulo (Fig. 1.4-b,c). Si los parámetros geométricos,  $c$  y  $d$ , son los mismos, no hay razón para que cambien  $L$  o  $C_{pul}$ . Sin embargo, a diferencia de cómo ocurre en el EC-SRR, el voltaje del SR2 no cambia de signo al pasar de una mitad del resonador a la otra. Esto implica que los dos condensadores en serie de capacidad  $C_0/2$  son sustituidos por un único condensador  $C_0$ , es decir, la frecuencia de resonancia se reduce a la mitad y la longitud de onda se duplica. Por tanto, el SR2 tiene un tamaño eléctrico la mitad del EC-SRR. Además, la corriente de desplazamiento entre las tiras debe ser uniforme, por lo que no se excita ningún dipolo eléctrico neto, es decir, el SR2 no presenta acoplamiento magnetoeléctrico. Sin embargo, a diferencia de lo dicho para el BCSRR al final de la

Secc. 1.2, el SR2 no posee ninguna simetría que impida dicho fenómeno fuera del límite cuasiestático.

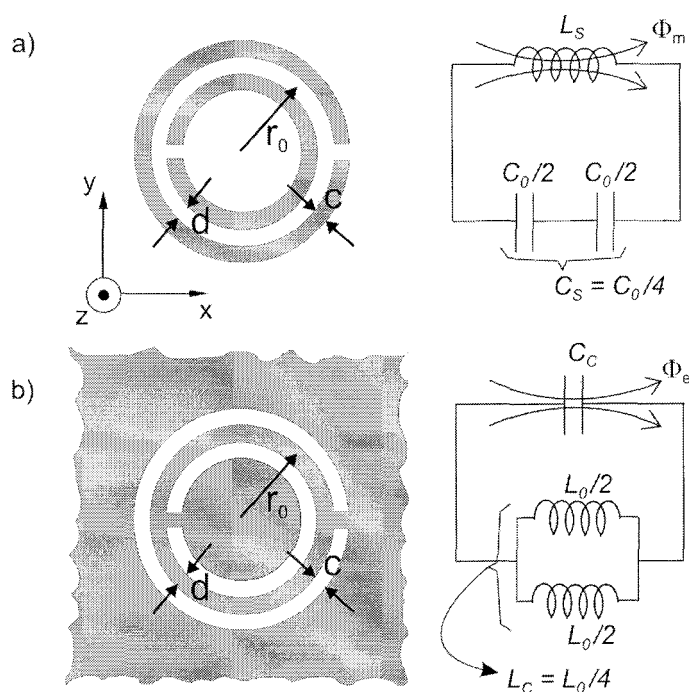
Si se pretende asegurar la cancelación de polarización cruzada fuera del límite cuasiestático, se puede utilizar cualquiera de las otras partículas que acompañan al SR2 en la Fig. 1.3, ya que todas son simétricas frente a la rotación de  $180^\circ$ . Para demostrar esto imaginemos que sólo son excitadas por un campo magnético perpendicular. Como este es invariante frente a la rotación, cualquier dipolo que se excite también debería serlo. Por tanto, es imposible que se excite un dipolo eléctrico con proyección sobre el plano del anillo, puesto que esta cambiaría de signo.



**Fig. 1.4** – Modelo cuasiestático del SR2. a) Las flechas sobre las tiras de metal representan corrientes eléctricas y entre las tiras corrientes de desplazamiento. b) corriente eléctrica sobre la tira exterior (l. de trazos), sobre la tira interior (trazos y puntos), total (continua). c) Voltaje cuasiestático sobre la tira exterior (trazos) y la interior (trazos y puntos). d) Circuito equivalente del SR2.

## 1.4 Resonadores complementarios

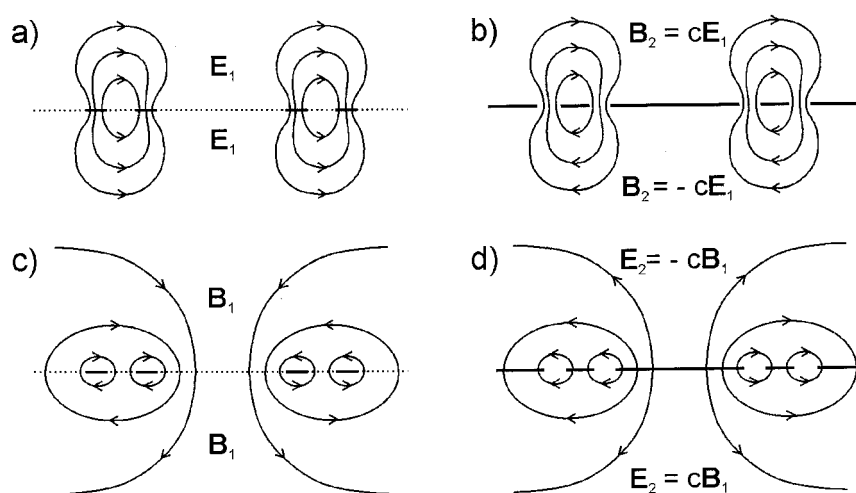
A continuación se estudia el comportamiento de las configuraciones complementarias de las anteriores. Estas se obtienen sustituyendo en el plano de la partícula las partes de metal por aire, y viceversa (ver Fig. 1.5). Para distinguir ambas configuraciones, añadiremos una C (complementaria) delante del nombre del resonador. Trabajaremos con partículas que sólo necesitan un plano de metalización, de modo que el BC-SRR queda excluido de este estudio y podemos referirnos al EC-SRR con su acrónimo original SRR.



**Fig. 1.5** – a) SRR normal y su circuito equivalente. b) CSRR, complementario del SRR, junto a su circuito equivalente.

Haciendo uso de la propiedad de dualidad de los campos electromagnéticos [COL91], se demuestra que ambas partículas son duales, siempre y cuando el metal sea conductor perfecto y de espesor infinitesimal. En la Fig. 1.6 se explica dicho fenómeno. Cuando el SRR está resonando, aparecen sobre el metal cargas y corrientes eléctricas oscilantes muy intensas. Estas dan lugar a campos a su alrededor mucho mayores que los campos externos que excitan a la partícula. Las líneas de campo a su alrededor son las mostrados en las figuras (a) y (c). Se observa que el plano del anillo se comporta como pared eléctrica donde hay metal (a) y pared magnética donde hay aire (c). Al sustituir en dicho plano el metal por aire, y viceversa, se intercambian las zonas de pared eléctrica y magnética. Esto, unido a la dualidad de las ecuaciones de Maxwell para las regiones vacías, implica la dualidad de ambas configuraciones. De hecho, como se muestra en Fig. 1.6, el campo magnético alrededor del CSRR tiene la misma forma que el eléctrico alrededor del SRR ((a) => (b)), y el eléctrico del CSRR la misma forma que el magnético del SRR ((c) => (d)). En virtud de esta dualidad podemos obtener las propiedades del CSRR a partir de las explicadas para el SRR en la Secc. 1.2.

Básicamente se mostró que el SRR se comporta como un dipolo magnético que puede ser excitado por un campo magnético variable que incide perpendicularmente. Entonces, por dualidad, el CSRR se comportará como un dipolo eléctrico, excitable mediante un campo eléctrico perpendicular a su plano. Sin embargo, en un análisis más riguroso hay que tener en cuenta el acoplamiento magnetoeléctrico del SRR. Según esto, el CSRR también puede ser excitado por un campo magnético tangencial al plano, cuya dirección sea perpendicular a la línea que pasa por los “puentes” metálicos (los cortes del SRR).



**Fig. 1.6** – Esquema de las líneas de campo para el SRR y el CSRR, mostrándose el corte transversal por el plano  $yz$ . Las líneas gruesas representan el metal. Se observa la dualidad entre (a) y (b), y (c) con (d).

En la Fig. 1.5 se muestra también el modelo de circuito equivalente del CSRR. En este circuito  $C_C$  juega el papel de  $L_S$  en el SRR, y las bobinas en paralelo  $L_0/2$  sustituyen a los condensadores  $C_0/2$  en serie del SRR. Ambos circuitos son duales y es fácil demostrar a partir de las definiciones de la capacidad y de la autoinducción, que

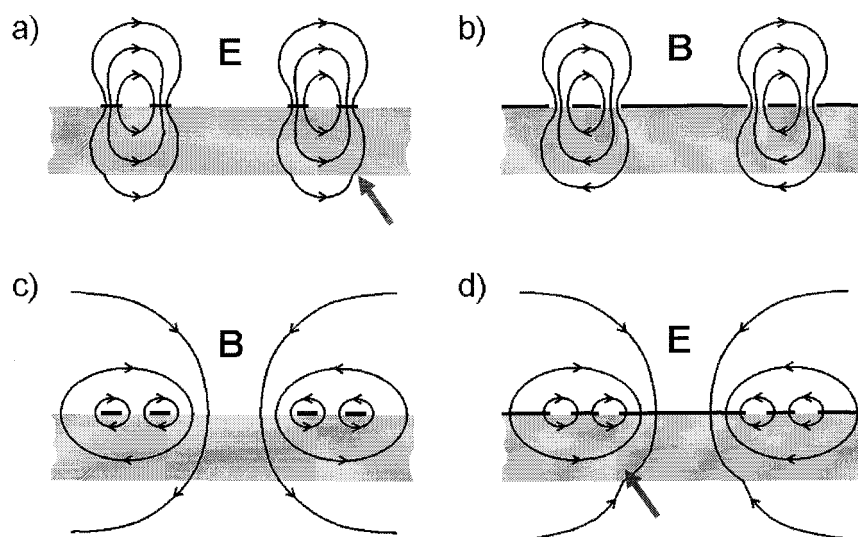
$$\begin{aligned}
 C_C &= 4 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} L_S \\
 C_0 &= 4 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} L_0
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

En una interpretación física, podemos imaginar que las cargas eléctricas oscilan entre el disco metálico central y el plano de metal circundante, viajando a través de las dos tiras de metal que quedan en medio. Cada una de las tiras es representada por las dos bobinas  $L_0/2$  del circuito de la Fig. 1.5, que estarán conectadas en paralelo, ya que la corriente



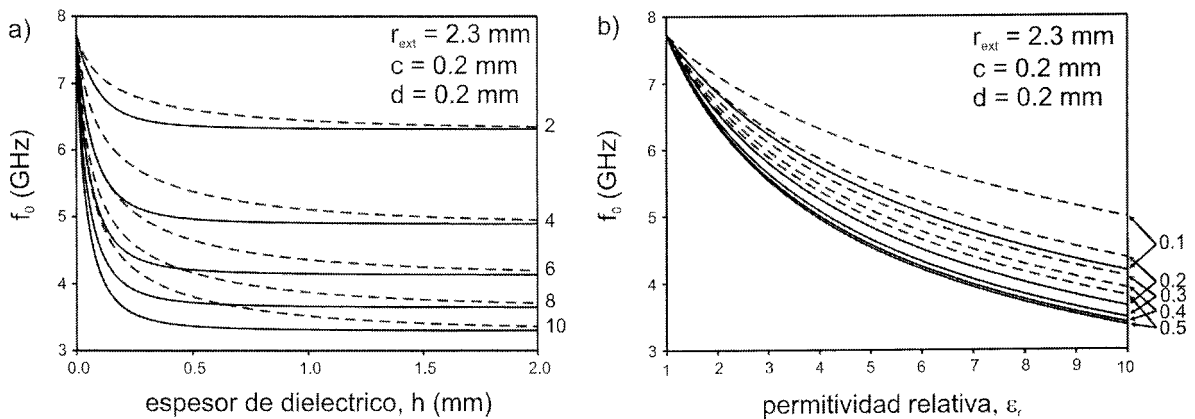
que entra o sale del disco se bifurca por ambos caminos en partes iguales. Por otro lado, la acumulación de carga en el disco y en los bordes del metal circundante, da lugar al condensador  $C_C$ .

Como ya se dijo, el comportamiento electromagnético de los SRRs y los CSRRs es rigurosamente dual cuando el metal es conductor perfecto, su espesor es nulo y está rodeado de espacio libre. Pero en realidad el metal tiene conductividad finita, su espesor no es cero y es necesaria la presencia de un sustrato dieléctrico para sostener al metal. Todo esto provoca una desviación de la dualidad, que se traduce en una diferencia entre las frecuencias de resonancia de ambas partículas complementarias. Es de esperar que la causa principal de esta desviación sea la presencia del dieléctrico, pues habitualmente los sustratos comerciales que se utilizan para fabricar circuitos de microondas utilizan buenos conductores, con espesores muy finos ( $\sim 35 \mu\text{m}$  o menor). La presencia del dieléctrico afecta a los campo eléctricos (Fig. 1.7-b,d), modificando los valores de las capacidades  $C_C$  y  $C_0$ , mientras que deja inalteradas las autoinducciones  $L_S$  y  $L_0$ , ya que la permeabilidad sigue siendo la del vacío.



**Fig. 1.7** – Esquema de las líneas de campo para el SRR y el CSRR, mostrándose el corte transversal por el plano  $yz$ ., cuando ambos están fabricados sobre el mismo tipo de sustrato dieléctrico (zona gris). Las líneas gruesas representan el metal. Se observa que la dualidad de (a) con (b) y de (c) con (d), vista en Fig. 1.6, es claramente destruida por la condición de contorno que impone el dieléctrico.

Para comparar las frecuencias de resonancia de los SRRs y los CSRRs necesitamos calcular los parámetros de los circuitos de la Fig. 1.5. Para el resonador SRR se utiliza el método explicado en [MAR03b]. Por otro lado, la autoinducción del CSRR se aproxima haciendo uso de una fórmula de diseño de líneas de transmisión del tipo CPW para la autoinducción por unidad de longitud. Y la capacidad se aproxima suponiendo que el disco central de metal tiene una densidad de carga superficial uniforme y el metal circundante se comporta como *masa*. De esta manera en [BAE05] se obtienen las gráficas de la Fig. 1.8. Se observa que la frecuencia de resonancia del CSRR siempre es mayor que la del SRR; aunque en los límites de dieléctrico muy fino o muy grueso, se vuelven a igualar las frecuencias.



**Fig. 1.8** – El sustrato dieléctrico soporte de los resonadores provoca la diferencia entre las frecuencias de resonancia del CSRR (líneas de trazos) y el SRR (líneas continuas). a) Frec. de resonancia en función del espesor del sustrato, para diferentes valores de la permitividad relativa ( $n^\circ$  a la derecha). b) Frecuencia de resonancia en función de la permitividad, para diferentes espesores de sustrato ( $n^\circ$  a la derecha, en mm).

Por último, todo lo dicho para el SRR y su complementario CSRR se puede generalizar a las otras topologías descritas en la Secc. 1.3, cumpliéndose igualmente la relación entre las frecuencias de resonancia de (1.6). Los anillos complementarios analizados en esta sección presentan polarizabilidades eléctricas resonantes perpendiculares al plano del resonador y, cuando hay acoplamiento magneto-eléctrico, y polarizabilidades magnéticas resonantes paralelas a dicho plano, según un esquema dual al descrito por las ecuaciones (1.4). No obstante, hay que tener en cuenta que dichas polarizabilidades cambian de signo a ambos lados del plano que contiene al elemento,

como puede deducirse de la Fig. 1.6. En realidad, esto tiene que ser así, pues ningún conductor plano puede tener polarizabilidad eléctrica neta perpendicular a su propio plano, ni polarizabilidad magnética neta paralela a dicho plano. Por tanto, las partículas complementarias sólo serán útiles en el diseño de metamateriales en una y dos dimensiones [FAL04], pero no en tres dimensiones.

## **1.5 Experimento**

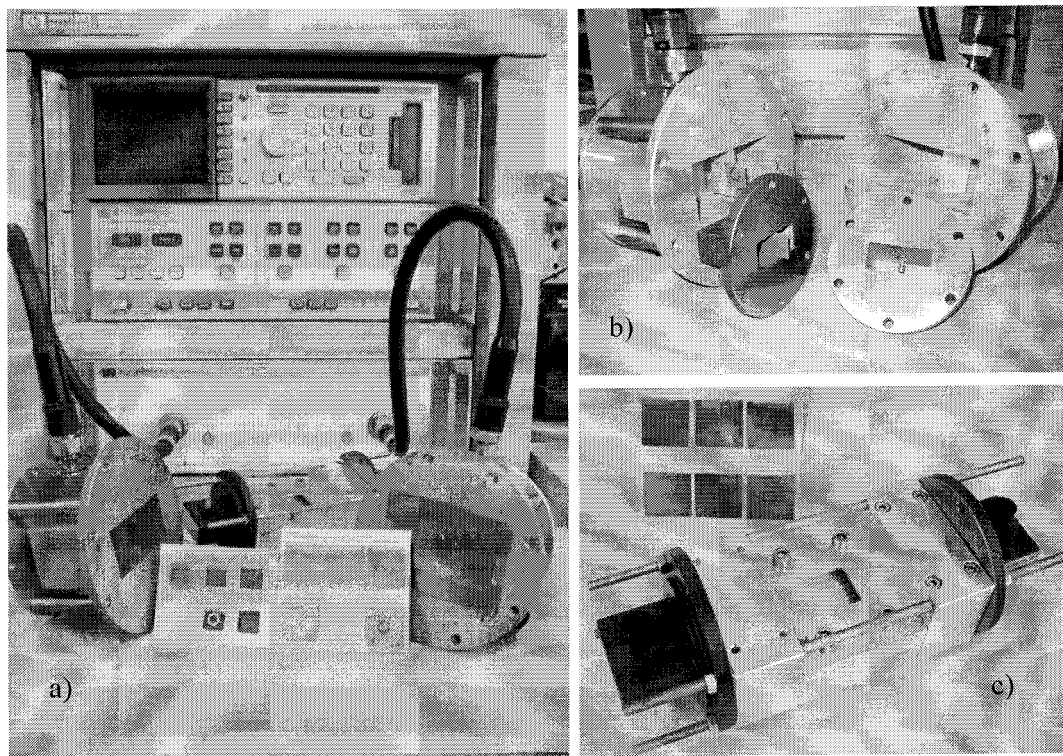
### **1.5.1 Dispositivo experimental**

Con el fin de comprobar la capacidad del modelo expuesto para predecir la frecuencia de resonancia, se ha montado el dispositivo que se muestra en la figura 1.9. Mediante técnica de fotograbado, se ha fabricado una serie de diferentes resonadores, normales y complementarios. Para medir los parámetros de scattering se usó un analizador de redes HP-8510. Este fue conectado mediante un par de cables coaxiales a diferentes transiciones coaxial-guía. Dependiendo de la frecuencia de resonancia esperada, se utilizaron las transiciones pequeñas (5.85-8.2 GHz) o las grandes (2.6-3.95 GHz). Cada anillo normal fue colocado en el plano central de la transición coaxial-guía (figura 1.9(b)), mientras los anillos complementarios fueron pegados sobre la ventana de la guía de aluminio (figura 1.9(c)).

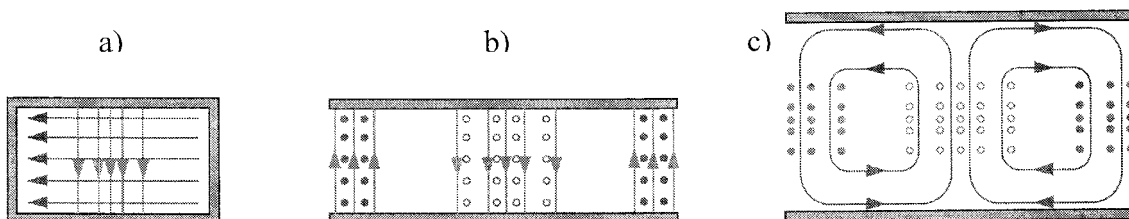
### **1.5.2 Medida de la frecuencia de resonancia**

En este punto y en el siguiente se utiliza como instrumento de excitación de los resonadores una guía funcionando en su modo fundamental, por lo que conviene tener en mente la forma de sus campos, los cuales se muestran en la Fig. 1.10. Para medir la frecuencia de resonancia de un anillo normal, lo colocamos en el plano central de una guía de ondas, tal como se muestra en la Fig. 1.11-a. En el experimento dicha guía es la una de las dos parejas de transiciones coaxial-guía de la Fig. 1.9. Mediante el cálculo cuasiestático de los parámetros del circuito equivalente de cada partícula hemos sido capaces de estimar su frecuencia de resonancia, de modo que estas han sido diseñadas

para resonar en el intervalo de frecuencias útiles de una de las dos parejas de transiciones coaxial-guía de las que disponemos. En tal rango de frecuencias sólo se propaga el modo fundamental de la guía ( $TE_{01}$ ). Esto implica que existe un flujo de campo magnético que atraviesa al resonador. Cuando la frecuencia de la señal que viaja por la guía es próxima a la de resonancia del anillo, este se excita, reflejando parte de la energía. Por tanto, observaremos un pico de rechazo en el coeficiente de transmisión, que nos proporciona con bastante aproximación la frecuencia de resonancia.

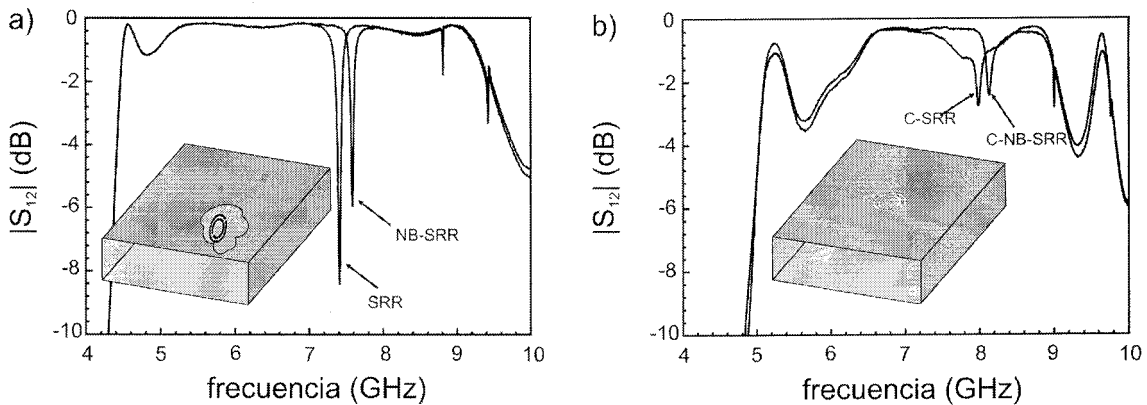


**Fig. 1.9** Foto del dispositivo experimental.



**Fig. 1.10** – Diagrama de los campos eléctrico (azul) y magnético (rojo) del modo fundamental  $TE_{01}$ . a) Vista frontal. b) Plano central vertical. c) Vista superior.

Por otro lado, para medir la frecuencia de resonancia del CSRR, este se graba sobre la pared superior de la guía (Fig. 1.11-b), siendo excitado por el campo eléctrico del modo fundamental. En la práctica disponemos de una sección de guía rectangular que posee una ventana o agujero sobre su pared superior, sobre el que se pega el anillo complementario. En la tabla 1.1 se muestran los valores experimentales de la frecuencia de resonancia para un conjunto de resonadores y sus complementarios, comparados con los valores teóricos. Se observa un acuerdo cualitativo bueno, con desviaciones que podemos atribuir a defectos en la fabricación de los anillos. Es destacable que se cumple la relación (1.6) entre las frecuencias de resonancia y que siempre los anillos complementarios resuenan por encima de los normales, algo que se predijo al final de la Secc. 1.4 como efecto del sustrato dieléctrico.



**Fig. 1.11** – Medidas de la frecuencia de resonancia en guía de ondas, para el SRR y el NB-SRR (a), y para sus complementarios (b).

**Tab. 1.1** Comparación entre frecuencias de resonancia experimental y teórica para los resonadores de la figura 1.3 y sus correspondientes configuraciones complementarias. Se ha utilizado un sustrato dieléctrico de permitividad  $\epsilon_r = 2.43$  y espesor  $h = 0.49$  mm. Dimensiones geométricas de los anillos: <sup>(1)</sup>  $r_0 = 1.7$  mm,  $c = d = 0.2$  mm; <sup>(2)</sup>  $r_0 = 3.55$  mm y  $c = d = 0.3$  mm.

	Anillos normales		Anillos complementarios	
	$f_0^{\text{teo}}$ (GHz)	$f_0^{\text{exp}}$ (GHz)	$f_0^{\text{teo}}$ (GHz)	$f_0^{\text{exp}}$ (GHz)
EC-SRR <sup>1</sup>	7.17	7.40	7.49	8.00
NB-SRR <sup>1</sup>	7.17	7.56	7.49	8.14
DSR <sup>1</sup>	5.07	5.05	5.30	5.49
SR2 <sup>1</sup>	3.59	3.78	3.75	4.07
SRR <sup>2</sup>	3.33	3.40	3.56	3.77
DSRR <sup>2</sup>	6.66	6.77	7.12	7.41

### 1.5.3 Detección del acoplo magnetoeléctrico

Aprovechando que conocemos la dirección de los campos en el interior de la guía de ondas (vease Fig. 1.12), podemos estudiar la excitación de las partículas en función de la polarización del campo incidente. De esta manera se ha comprobado que el SRR presenta el acoplamiento magnetoeléctrico mencionado en la Secc. 1.2, mientras que los NB-SRR, D-SRR y DSR (ver topologías en Fig. 1.3) no lo presentan. Como ejemplo, en la Fig. 1.12 se muestra la medida de la resonancia para el SRR (a) y el NB-SRR (b) para distintas orientaciones. Como ya vimos, la frecuencia de resonancia de ambos coincide aproximadamente, ya que sus circuitos equivalentes son los mismos. En las posiciones 3 y 4 es evidente que el flujo magnético neto sobre el anillo es cero. Sin embargo el SRR sí es excitado debido al acoplamiento ME, mientras que el NB-SRR no puede ser excitado. Esto confirma la teoría de la Secc. 1.3. Aunque no se muestra aquí, en el caso de la espiral SR2 sí se obtuvo una excitación en las posiciones 3 y 4, relativamente pequeña comparada con la del SRR. Esto ya se preveía en la teoría, donde se dijo que la cancelación del acoplamiento ME era sólo aproximado (modelo cuasiestático), ya que el SR2 no tiene la simetría apropiada para anular el acoplamiento magnetoeléctrico.

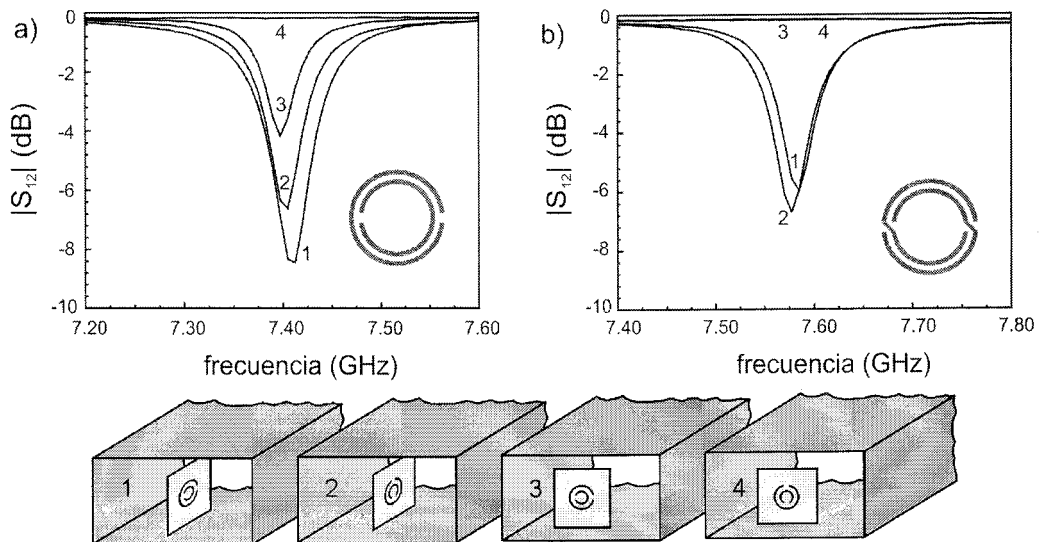


Fig. 1.12 – Test para determinar si un resonador “normal” presenta acoplamiento magnetoeléctrico.

Para detectar el acoplamiento ME en los anillos complementarios, colocamos estos sobre un agujero practicado en el centro de una lámina de cobre, que se coloca transversalmente entre las dos transiciones coaxial-guía. De esta manera, se tiene aproximadamente un corto, anulándose así el campo eléctrico en la posición del anillo y quedando sólo un campo magnético transversal. Por tanto, no es posible la excitación natural del anillo mediante un campo eléctrico. En la Fig. 1.13 se muestra como ejemplo la medida del CSRR. El campo magnético es tangencial y horizontal, y consigue excitar al CSRR cuando se coloca en la posición 4, lo que demuestra la presencia del acoplamiento ME. En este caso, a diferencia de lo anterior, se observa un pico de paso. Esto se interpreta fácilmente, pues cuando la frecuencia de la señal se aleja de la de resonancia, la placa de metal con el CSRR es un corto y no deja pasar la energía, pero cuando se aproxima éste se excita y se transmite la energía de un lado al otro. La pequeña excitación obtenida en la posición 3 es sólo un error, que se debe simplemente a la dificultad de orientar con exactitud el anillo. De la misma manera se ha medido los otros tipos de resonadores, obteniendo un resultado análogo al anterior para los anillos normales: C-NB-SRR, C-D-SRR y C-DSR no presentan acoplamiento ME y el C-SR2 sí, pero de bajo efecto.

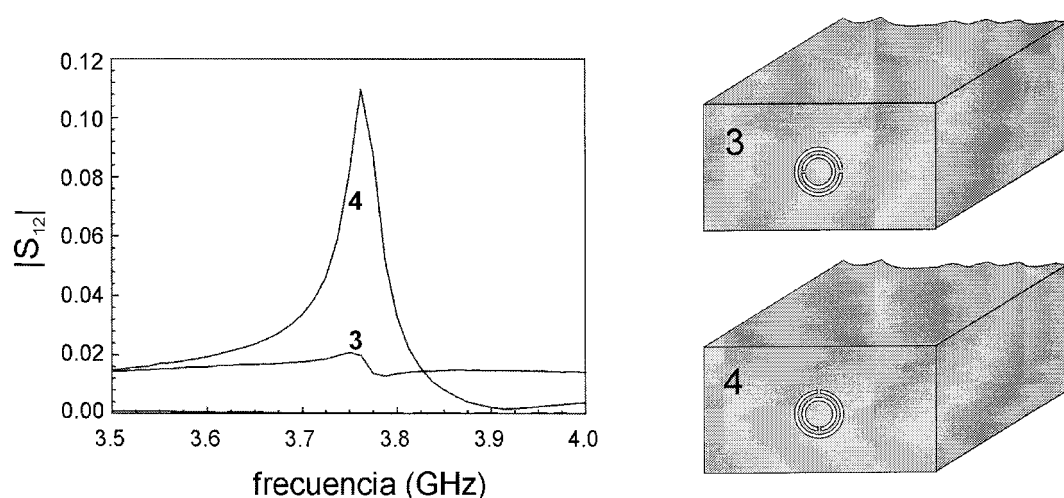


Fig. 1.13 – Test para determinar si un resonador “complementario” presenta acoplamiento magnetoeléctrico.

## 1.6 Modelo de medio magnético resonante en 3D

En el caso más general, las relaciones constitutivas macroscópicas para los medios lineales tienen la forma:

$$\left. \begin{aligned} \bar{D} &= \varepsilon_0 \bar{\varepsilon} \cdot \bar{E} - i(1/c) \bar{\kappa} \cdot \bar{H} \\ \bar{B} &= i(1/c) (\bar{\kappa})^t \cdot \bar{E} + \mu_0 \bar{\mu} \cdot \bar{H} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz,  $\bar{\varepsilon}$  y  $\bar{\mu}$  son los tensores de permitividad eléctrica y permeabilidad magnética relativas, y el tensor  $\bar{\kappa}$  da cuenta de la polarización cruzada del material. Habitualmente los  $\bar{\varepsilon}$  y  $\bar{\mu}$  dominan y  $\bar{\kappa}$  es nulo o se puede despreciar. Sin embargo, se demuestra en [MAR02] que para los metamateriales fabricados mediante EC-SRRs  $\bar{\kappa}$  es importante debido a que estas partículas presentan acoplamiento magnetoeléctrico resonante. Entonces, una colección periódica de EC-SRRs paralelos, da lugar a un metamaterial bianisótropo; bi- por depender  $D$  y  $B$  de los dos campos  $E$  y  $H$ , y anisótropo por no ser  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\bar{\mu}$ ,  $\bar{\kappa}$  magnitudes escalares. En el caso de una colección periódica de BC-SRRs el análisis se simplifica al anularse  $\bar{\kappa}$ . Como ya se ha mencionado, solo las componentes  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\mu_{zz}$ , y  $\kappa_{yz} = -\kappa_{zy}$ , son diferentes de cero o uno para el caso estudiado. Por tanto éstas son las únicas que revisten interés.

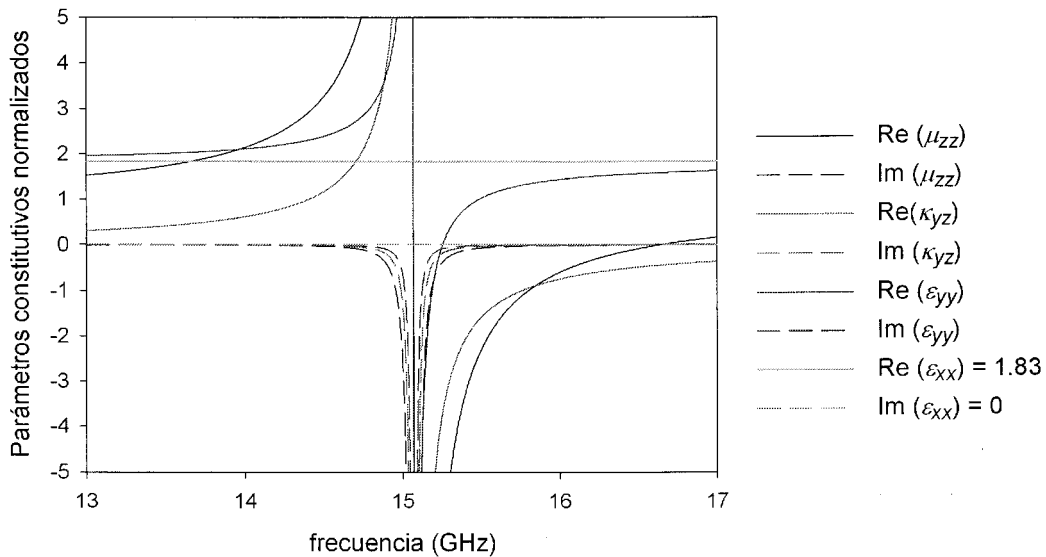
Una primera aproximación – de orden cero – para el cálculo de estas magnitudes sería partir de las ecuaciones (1.4) ó (1.5), definiendo las susceptibilidades eléctrica, magnética y magneto-eléctrica como el cociente entre la polarizabilidad correspondiente y el volumen de la celda unidad. Para mejorar esta aproximación se debe incluir el acoplamiento entre los resonadores. En una primera aproximación, podemos considerar que el sistema de resonadores es equivalente a una colección periódica de dipolos. Según la conocida aproximación del *campo local de Lorentz*, válida si la longitud de onda es grande comparada con el espaciado de la red, el campo magnético que actúa sobre cada dipolo es el macroscópico más un término relacionado con la polarización (eléctrica o magnética) del material, siendo para el caso magnético  $H_{loc} = H + M / 3$ . Con esta aproximación es fácil demostrar que



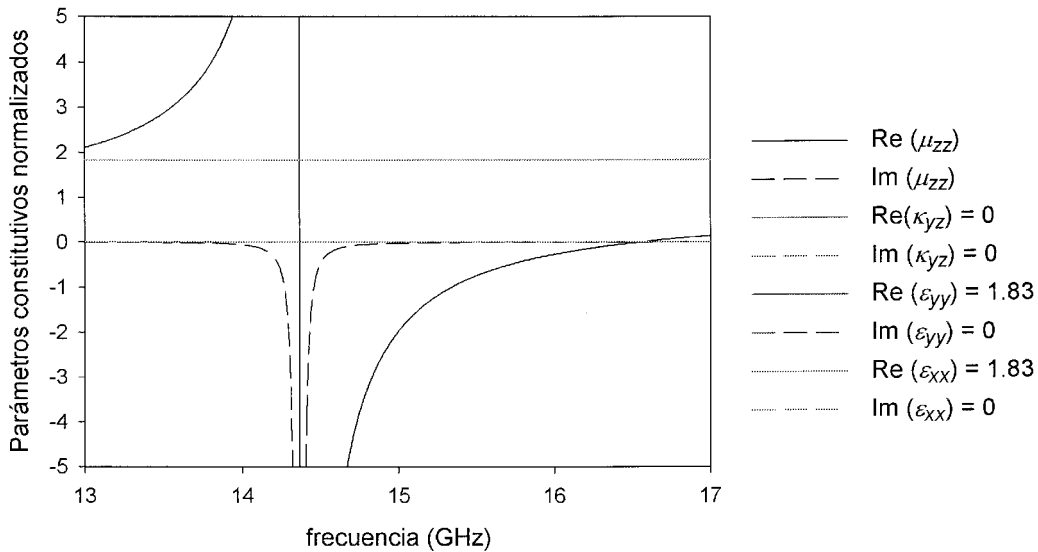
$$\mu_{ef} \approx \mu_0 \left( 1 + \frac{\mu_0 \alpha_{zz}^{mm}}{a^3} \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{\mu_0 \alpha_{zz}^{mm}}{a^3} \right)^{-1} \right) \quad (1.9)$$

donde  $a$  es la periodicidad de la red (supuesta una red cúbica). Expresiones similares se obtienen para el resto de los elementos a calcular.

Al objeto de ilustrar el procedimiento arriba indicado, se han evaluado los elementos  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{xx}$ ,  $\mu_{zz}$ , y  $\kappa_{yz} = -\kappa_{zy}$  de los tensores que aparecen en (1.8) para una red cúbica de EC-SRRs y de BC-SRRs paralelos. Los resultados se muestran en la figuras 1.14 y 1.15, donde puede observarse la importancia de los términos de polarización cruzada en el sistema de EC-SRRs. En la elaboración de dicha figura se ha utilizado la aproximación de campo local de Lorentz. Es importante señalar para lo que sigue que, cuando se utiliza la aproximación de orden cero (se desprecia completamente el acoplo entre SRRs), se obtienen resultados muy similares, que apenas difieren en un desplazamiento en la frecuencia del 2-3%.



**Fig. 1.14** – Parámetros constitutivos de una red cúbica de resonadores EC-SRR. Las dimensiones de las partículas utilizadas son:  $r_{ext} = 1.24$  mm,  $c = 0.2$  mm,  $d = 0.1$  mm. El metal utilizado es cobre con un espesor de 35  $\mu$ m. La periodicidad es  $a = 2.5$  mm.



**Fig. 1.15** – Parámetros constitutivos de una red cúbica de resonadores BC-SRR. Las dimensiones de las partículas utilizadas son:  $r_{ext} = 1.24$  mm,  $t = 0.3$  mm. El metal utilizado es cobre con un espesor de  $35 \mu\text{m}$ . La periodicidad es  $a = 2.5$  mm.

## 1.7 Conclusiones

Se han estudiado varios tipos de resonadores magnéticos que pueden ser útiles en la fabricación de metamateriales (ver Fig. 1.1 y 1.3), comparándose estos con el SRR (o EC-SRR) propuesto inicialmente por Pendry [PEN99]. Para todos ellos se ha propuesto un modelo cuasiestático que lleva a un circuito LC equivalente. A partir de dicho circuito hemos deducido que relación guardan sus frecuencias de resonancia (ec. 1.6). Por ejemplo, se demostró que una espiral de dos vueltas (SR2 en Fig. 1.3), con las mismas dimensiones que un SRR, resuena a una frecuencia que es el doble de la frecuencia de resonancia de dicho SRR. Como la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda, lo anterior significa que el SR2 es relativamente más pequeño que el SRR, la mitad. Esto es importante, porque en la teoría de metamateriales se supone que la matriz de resonadores se comporta como un medio continuo, algo que es verdad sólo si sus elementos y el espaciado entre ellos son pequeños comparados con la longitud de onda.

Por otro lado, se ha determinado que el EC-SRR presenta acoplamiento magnetoeléctrico que provoca bianisotropía en los metamateriales, que en muchas ocasiones se considera un inconveniente. Para cancelar este efecto se pueden utilizar resonadores con otra topología (BC-SRR, NB-SRR, D-SRR, DSR), que presentan simetrías de inversión espacial o rotaciones que impiden dicho acoplamiento magnetoeléctrico. De entre ellos, un resonador especialmente interesante es el BC-SRR, ya que éste puede ser diseñado con un tamaño eléctrico muy pequeño a la vez que no presenta acoplamiento magnetoeléctrico.

Finalmente se ha analizado el comportamiento electromagnético de las configuraciones complementarias a las anteriores (sustituyendo en el plano del resonador metal por aire, y viceversa), obteniéndose un comportamiento dual cuando están en el espacio libre y cuasi-dual si están fabricados sobre un dieléctrico. Como los resonadores anteriores eran básicamente magnéticos, estos son resonadores eléctricos, por dualidad. Sin embargo, debido a las propiedades fundamentales de la polarización de este tipo de resonadores, los resonadores complementarios estudiados solo resultarán útiles en el diseño de metamateriales en una o dos dimensiones, siendo inapropiados para el diseño de medios efectivos tridimensionales.

## **Capítulo 2:**

# **Resonadores 3D útiles en el diseño de metamateriales isótropos**

### **2.1 Introducción**

Después de la primera demostración experimental de un medio con permitividad y permeabilidad simultáneamente negativas [SMI00], conocido como medio zurdo, un gran interés se generó en la comunidad científica debido a las propiedades físicas únicas de tales medios. Una vez la viabilidad de dichos medios fue demostrada en 1D, rápidamente otros diseños isótropos en 2D fueron realizados, los cuales permitieron demostrar la propiedad de refracción negativa [SHE01]. Sin embargo, la implementación de un medio zurdo en 3D completamente isótropo es aún una cuestión abierta. Por un lado, un medio isótropo de permitividad negativa puede ser en principio fabricado mediante un ordenamiento tridimensional de hilos metálicos [ROT62, PEN96, SIL05]. Pero, por otro lado, no es fácil conseguir un medio artificial isótropo con permeabilidad negativa mediante el uso de resonadores SRR u otros similares. Algunas proposiciones en este sentido incluyen apilamientos en red cúbica de SRRs [PEN99, SIM01] o partículas Omega [SIM01b], así como combinación esférica de varios SRRs. En el caso de los apilamientos cúbicos de SRRs y partículas Omega, los acoplamientos entre los elementos de la celda unidad deberían ser investigados antes de postular la

isotropía. Por otro lado, es bien conocido que los resonadores esféricos propuestos en [GAY] sólo son isótropos en 2D. Más recientemente, un apilamiento de SRRs modificados e hilos metálicos ha sido propuesto para la implementación de un medio zurdo isótropo en 3D [KOS05]. En este caso la isotropía es impuesta por la simetría del sistema, ya que éste satisface claramente el grupo de simetría completo del cubo. Sin embargo, esta estructura es difícil de implementar en la práctica. Primero, porque se hace uso de un dieléctrico de permitividad muy alta. Y segundo, porque a diferencia de los primeros diseños de metamaterial zurdo, éste contiene partes metálicas volumétricas que no pueden ser fabricadas mediante tecnología estándar de circuitos impresos.

Alternativamente, una manera trivial de conseguir metamateriales homogéneos e isótropos podría consistir en colocar de forma aleatoria los elementos constitutivos, sin preocuparnos si estos son o no isótropos. Para garantizar la homogeneidad del material, este método requiere que se introduzca un número muy elevado de partículas por longitud de onda. Sin embargo, como ya se dijo en capítulo anterior el tamaño eléctrico típico de los resonadores SRR raramente es menor de  $1/10$  de la longitud de onda. Por esta razón descartamos por el momento la fabricación de metamateriales aleatorios.

El objetivo de este capítulo es investigar el camino más simple para diseñar medios artificiales de permeabilidad negativa que sean completamente isótropos en 3D, mediante el uso de SRRs modificados, y que a la vez sea suficiente para fabricarlos el uso de tecnología de circuitos impresos. Primero, analizamos cuál es el grupo puntual de menor simetría que debe satisfacer la estructura para que su comportamiento sea obligatoriamente isótropo. A continuación, se demuestra mediante experimentos que algunas de las proposiciones anteriores en las que se pierde esta simetría no producen una respuesta isótropa frente a la excitación. Finalmente, algunas proposiciones que poseen dicha simetría serán analizadas, tanto para elementos cúbicos como esféricos.

## **2.2 Grupos de simetría útiles para la isotropía**

Antes que nada, se debe tener en cuenta que ningún sistema periódico puede ser rigurosamente isótropo, pues su orden de largo alcance implica obviamente que no

todas las direcciones son equivalentes. Sin embargo, en muchos casos las propiedades del material pueden ser descritas a partir de tensores de segundo orden como la permitividad eléctrica ( $\epsilon$ ) y la permeabilidad magnética ( $\mu$ ), y cuasi-tensores de segundo orden, como la permitividades magneto-eléctricas ( $\kappa$ ). Estos podrían comportarse como magnitudes escalares si se exige a la estructura ciertas propiedades de simetría. Entonces, podremos decir que el metamaterial es isotrópico en el sentido de que dichas magnitudes características son invariantes frente a rotaciones, pero teniendo en cuenta que otras magnitudes dadas por tensores de orden superior podrían no ser invariantes.

En adelante, en vez de preocuparnos de la simetría del material completo, sólo estudiaremos las propiedades de simetría puntual de su base (o elemento constitutivo) a partir de la cual se genera toda la estructura. De esta manera, en vez de estudiar los efectos de la simetría sobre los tensores ( $\epsilon$  y  $\mu$ ) y cuasitensores ( $\kappa$ ), característicos del metamaterial, nos concentraremos en el estudio de la polarizabilidad de cada elemento constitutivo ( $\alpha_{ee}$ ,  $\alpha_{mm}$ ,  $\alpha_{em}$ ,  $\alpha_{me}$ ). A partir de estos, y haciendo uso de algún modelo de homogenización, podría deducirse los tensores del metamaterial completo.

Según se puede extraer de la literatura clásica sobre cristalografía [PHI71], o de física del estado sólido [ASH76], existen 32 grupos puntuales de simetría para los sistemas periódicos, que a su vez pueden ser clasificados en 7 diferentes sistemas cristalinos. También está bien establecido que el sistema cúbico es el único de ellos donde cualquier tensor o cuasi-tensor de segundo orden se reduce forzosamente a un escalar. Por tanto, si pretendemos diseñar materiales isotrópicos deberemos centrar nuestra atención en el sistema cristalino cúbico. En principio, nos restringiremos a bases que consistan en el agrupamiento de seis resonadores del tipo SRR colocados sobre las caras de un cubo. Estas inclusiones metálicas pueden en general romper la simetría del cubo, lo que podría implicar la pérdida de la isotropía. Como ya se vio en el capítulo anterior, son múltiples las variaciones del resonador SRR ideado por Pendry, de las cuales cada una satisface propiedades de simetría diferentes. La cuestión es estudiar cuáles de ellas son compatibles con el sistema cristalino cúbico. Dado que dichos resonadores planos están inscritos sobre las caras cuadradas del cubo, su grupo de simetría plana está limitado por el del cuadrado. En la tabla 2.1 se ha reproducido la tabla de multiplicar de todas las operaciones de simetría de un cuadrado, y de ella se han

extraído todos los subgrupos posibles. Estos están indicados en la tabla 2.2, donde a cada uno de los subgrupos le ha sido asignado un objeto simbólico (segunda columna) que podría representar a cualquiera de las partículas SRR que se pueden inscribir en el cuadrado (algunos ejemplos se indican en la tercera columna). A partir de ahora, el problema se reduce a seleccionar y ensamblar convenientemente los objetos planos, para obtener cubos que pertenezcan al sistema cúbico.































Puede comprobarse que cualquiera de los grupos del sistema cristalino cúbico contiene tres ejes de rotación de orden 2 paralelos a las aristas del cubo. Esto implica que sólo los cinco últimos subgrupos de la tabla 2.2 son útiles para fabricar resonadores cúbicos isótropos, lo que nos restringe al uso de resonadores planos pertenecientes a las clases  $C_2$ ,  $D_2$ ,  $C_4$  y  $D_4$ ; descartándose así el uso de resonadores EC-SRR o la partícula Omega. También se puede demostrar que estos subgrupos del cuadrado se corresponden, uno a uno, con las estructuras de la figura 2.1. Estas estructuras representan los cinco grupos de simetría del cubo, que según la nomenclatura de Schoenflies, y ordenándolos de menor a mayor nivel de simetría, son:

- $T$ : rotaciones del tetraedro regular (inscrito en el cubo)  
12 operaciones generadas por  $\{1, 4_x 4_y, 4_y 4_x\}$
- $T_h$ : rotaciones del tetraedro regular más la inversión  
24 operaciones generadas por  $\{1, \bar{1}, 4_x 4_y, 4_y 4_x\}$
- $T_d$ : rotaciones propias e impropias del tetraedro regular  
24 operaciones generadas por  $\{1, \bar{2}_x, 4_x 4_y, 4_y 4_x\}$
- $O$ : rotaciones del cubo o del octaedro regular (sin las rotaciones impropias)  
24 operaciones generadas por  $\{1, 4_x, 4_y\}$
- $O_h$ : grupo completo de simetrías del cubo o del octaedro regular  
48 operaciones generadas por  $\{1, \bar{1}, 4_x, 4_y\}$

**Tabla 2.1** Tabla de multiplicación del grupo de simetría del cuadrado.

$1^\circ \backslash 2^\circ$	1	4	2	$\bar{4}$	$m_x$	$m_y$	$m_{xy}$	$m_{xy}^-$
1	1	4	2	$\bar{4}$	$m_x$	$m_y$	$m_{xy}$	$m_{xy}^-$
4	4	2	$\bar{4}$	1	$m_{xy}$	$m_{xy}^-$	$m_y$	$m_x$
2	2	$\bar{4}$	1	4	$m_y$	$m_x$	$m_{xy}^-$	$m_{xy}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	1	4	2	$m_{xy}^-$	$m_{xy}$	$m_x$	$m_y$
$m_x^-$	$m_x$	$m_{xy}^-$	$m_y$	$m_{xy}$	1	2	$\bar{4}$	4
$m_y$	$m_y$	$m_{xy}$	$m_x$	$m_{xy}^-$	2	1	4	$\bar{4}$
$m_{xy}$	$m_{xy}$	$m_x$	$m_{xy}^-$	$m_y$	4	$\bar{4}$	1	2
$m_{xy}^-$	$m_{xy}^-$	$m_y$	$m_{xy}$	$m_x$	$\bar{4}$	4	2	1

**Tabla 2.2** Objetos planos con la simetría de cada uno de los subgrupos de simetría del cuadrado.

Subgrupos de simetría del cuadrado	Objeto	Ejemplos con resonadores
$C_1 = \{1\}$		 
$D_{1x} = \{1, m_x\}$		 
$D_{1y} = \{1, m_y\}$		 
$D_{1xy} = \{1, m_{xy}\}$		 
$D_{1xy}^- = \{1, m_{xy}^-\}$		 
$C_2 = \{1, 2\}$		 
$D_{2x} = D_{2y} = \{1, m_x, m_y, 2\}$		 
$D_{2xy} = D_{2xy}^- = \{1, m_{xy}, m_{xy}^-, 2\}$		 
$C_4 = \{1, 4, 2, \bar{4}\}$		 
$D_4 = \{1, 4, 2, \bar{4}, m_x, m_y, m_{xy}, m_{xy}^-\}$		 



Como ya se dijo, cualquiera de estos grupos de simetría es útil para la isotropía. Sin embargo, es obvio que la topología de los resonadores planos que se utilicen será más simple cuando se trabaje con el grupo de menor simetría. Además, una desventaja importante de los grupos octaédricos ( $O$  y  $O_h$ ) frente a los grupos tetraédricos ( $T$ ,  $T_h$  y  $T_d$ ) es que los primeros poseen rotaciones de orden 4, mientras los segundos sólo presentan rotaciones axiales de orden 2. Esto implica el doble de cortes en los anillos utilizados en las caras y, por tanto, la frecuencia de resonancia y el tamaño eléctrico de la partícula se duplican (ver apartado 1.3).

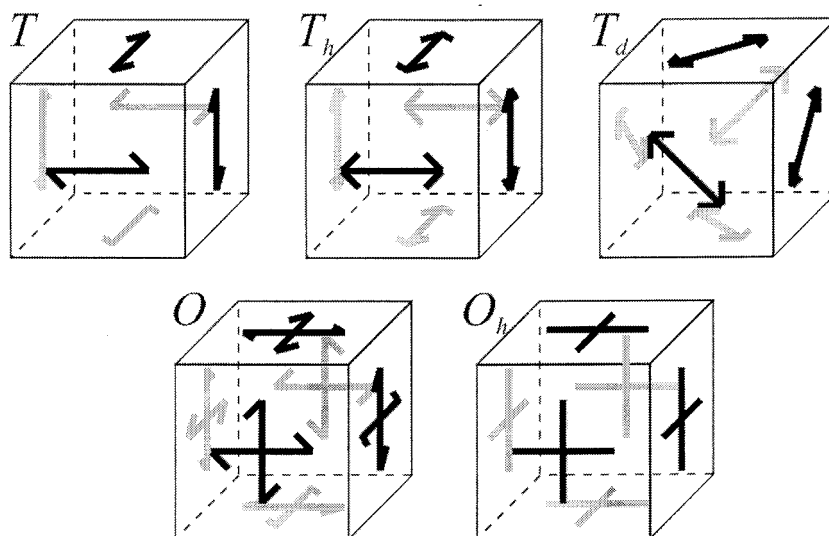


Fig. 2.1 Objetos con la simetría de los cinco grupos de simetría del sistema cúbico.

En base a los argumentos anteriores, consideraremos que el grupo de simetría cúbica ideal para conseguir la isotropía de la forma más fácil es el  $T$ , cuyas caras deberán ser rellenas con partículas de la clase  $C_2$  ( $\rightleftharpoons$ ), colocadas según el orden que se indica en la figura 2.1. Por ejemplo, podría utilizarse el anillo NB-SRR que se describió en el capítulo anterior, distribuyéndolo apropiadamente sobre un cubo soporte de material inerte. De esta manera, se espera que los tensores de polarizabilidad eléctrica ( $\alpha_{ee}$ ) y magnética ( $\alpha_{mm}$ ), y los cuasi-tensores de polarizabilidad magnetoeléctrica ( $\alpha_{em}$  y  $\alpha_{me}$ ), se reduzcan a escalares. No obstante, en muchas ocasiones se busca que la celda unidad del metamaterial no presente acoplamiento magnetoeléctrico ( $\alpha_{em} = \alpha_{me} = 0$ ), con el fin de evitar un comportamiento bi-isotropo en el metamaterial. Para ello es muy útil

introducir en el sistema la simetría de inversión, ya que entonces la polarizabilidad magnetoeléctrica deberá anularse por ser un cuasi-tensor de orden 2. En ese caso, se necesitará utilizar una partícula perteneciente a la clase  $D_2$  ( $\Leftrightarrow$ ), y distribuirla sobre el cubo soporte de modo que se satisfaga la simetría del grupo  $T_h$ . Por ejemplo, podría utilizarse el SRR simétrico propuesto en [OBR02], o una versión modificada del BC-SRR de la figura 1.1(b), a la que se añaden dos cortes adicionales en las posiciones opuestas a los ya existentes.

### **2.3 Experimentos con resonadores cúbicos**

En la figura 2.2 se muestran cuatro cubos hechos con resonadores planos. Todos los resonadores fueron impresos sobre sustrato ARLON 250-LX-0193-43-11, con constante dieléctrica 2.43 y espesor de 0.49 mm. En la tabla 2.3 se presentan las dimensiones geométricas utilizadas y las frecuencias de resonancia de cada resonador plano. Dichas medidas fueron realizadas de la misma manera que en el apartado 1.5, cada anillo fue colocado individualmente en el plano central de la guíaondas, obteniéndose un pico en el  $S_{21}$  justo en la resonancia. Se observó una desviación típica del 0.1% en la frecuencia de resonancia y que no hay diferencia apreciable en el factor de calidad, lo cual es suficiente para pensar que las caras del cubo son prácticamente iguales. Además, se comprobó que ninguna otra resonancia aparece en el rango monomodo  $TE_{10}$  de la guía utilizada, que va de 1.7 a 2.6 GHz. Posteriormente, cada cubo fue ensamblado sobre un trozo cúbico de gomaespuma (Rohacell 71 HF), cuya arista mide 2 cm, colocándose pequeñas tiras adhesivas en las esquinas. Se comprobó previamente que la gomaespuma y las tiras adhesivas son prácticamente invisibles en el rango de frecuencia de trabajo.

Finalmente, para determinar que cubos son isótropos y cuales no, cada uno de ellos se coloca en el interior de la guíaondas, tal como se muestra en la figura 2.3. Si el cubo es isótropo deberá observarse que los parámetros de scattering son invariables al cambiar la orientación del cubo.

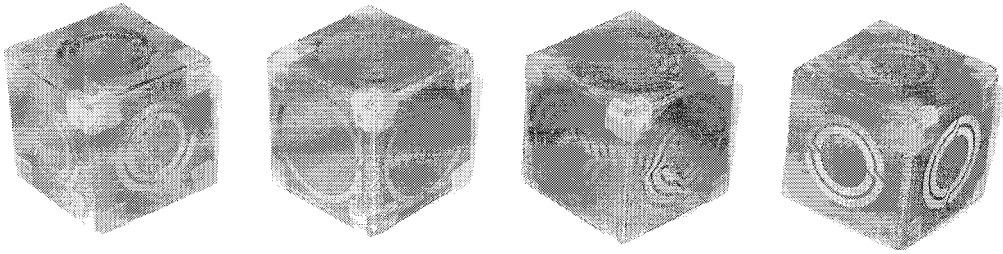


Fig. 2.2 Resonadores cúbicos fabricados con el resonador EC-SRR (SRR de Pendry), la partícula Omega (b), el C4-SRR (c) y el NB-SRR (d).

Tabla 2.3 Dimensiones geométricas y frecuencias de resonancia de los resonadores planos utilizados en los cubos de la figura 2.2.

	EC-SRR	Omega	C4-SRR	NB-SRR
Radio exterior (mm)	7	8.5	9.25	7
Ancho de tiras (mm)	1.25	1	1.25	1.25
Entre tiras, d (mm)	0.5	---	0.5	0.5
Corte, g (mm)	1	1	1.5	1
$f_0$ teórico (GHz)	2.35	---	2.45	2.35
$f_0$ experimental (GHz)	2.321±0.002	2.216±0.002	2.399±0.001	2.385±0.002

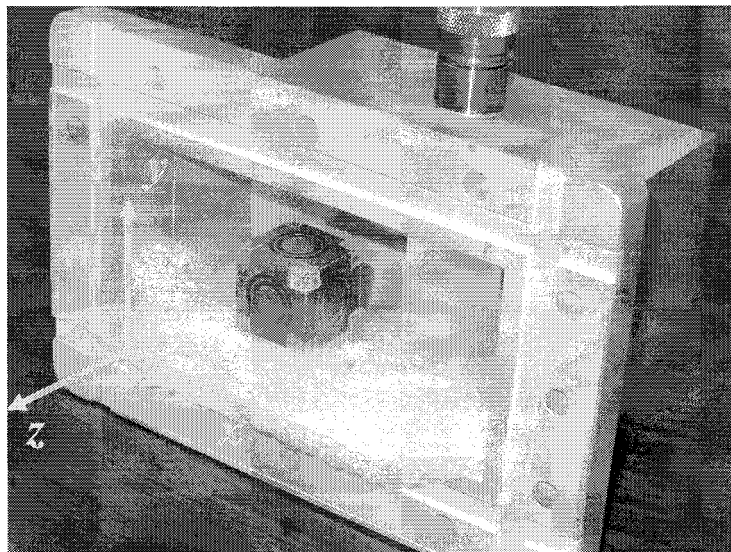
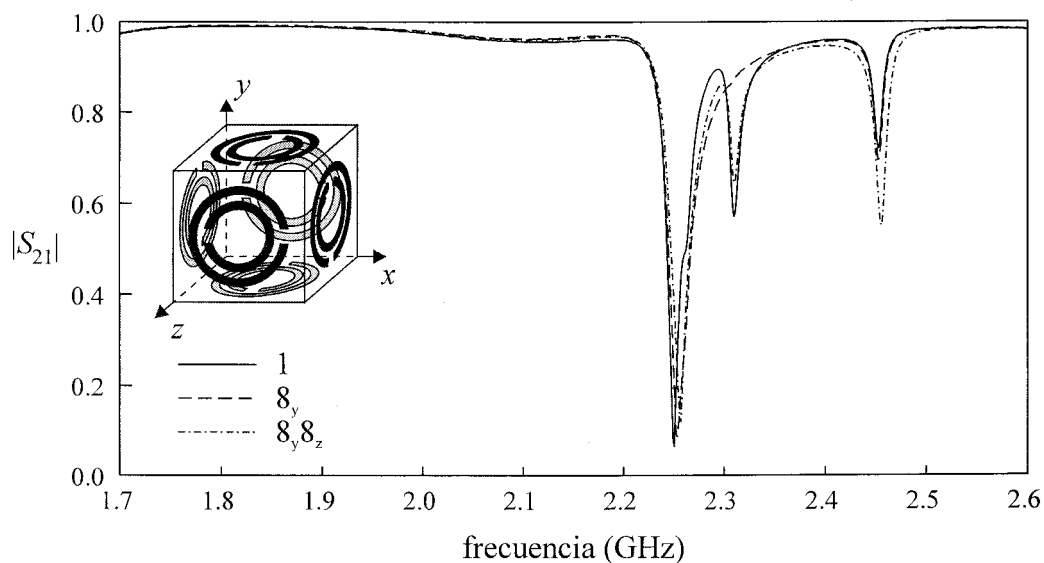


Fig. 2.3 Cada cubo es colocado en el centro de una guía de ondas R22, cuyas dimensiones transversales son 109 x 55 mm<sup>2</sup> y cuyo rango monomodo es 1.7-2.6 GHz.

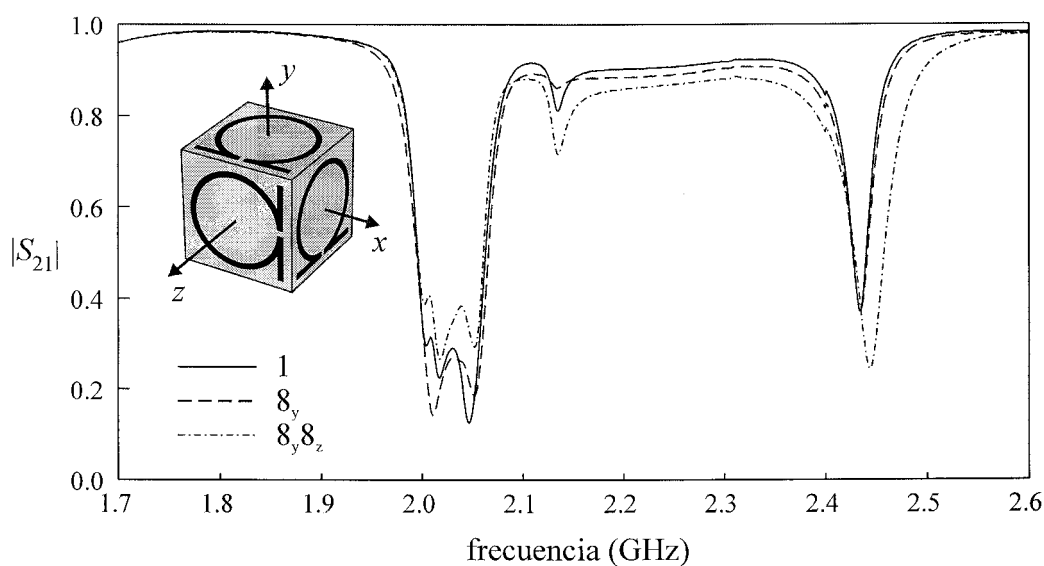
### **2.3.1 Resonadores cúbicos no isotropos**

Para ilustrar los efectos de la ruptura de las simetrías cúbicas, consideraremos primero el cubo formado con los EC-SRRs (figura 2.2). En este caso los EC-SRRs han sido colocados sobre las caras de manera que se satisface la simetría de inversión (ver figura 2.4), lo que prohíbe un comportamiento quiral. Además, en [SIM01] se demostró que si los acoplamientos entre los EC-SRRs son despreciados, entonces tal celda debería tener un comportamiento isotropo. Pero esta hipótesis de no acoplamiento es muy discutible, ya que los seis resonadores planos se encuentran realmente muy próximos entre sí. Por otro lado, este elemento no pertenece al sistema cristalino cúbico, ya que no se satisfacen las rotaciones de orden 2 respecto a los ejes cartesianos. Por tanto, no hay ninguna razón previa para estar seguro de que este elemento es isotropo.

De hecho, como se ve en la misma figura 2.4, dicho elemento unidad presenta una respuesta anisótropa cuando se mide el parámetro  $S_{21}$  variando la orientación del cubo dentro de la guiaondas. En la figura se observa que la resonancia original del resonador plano EC-SRR se ha dividido en varias, y que la amplitud de sus picos depende de la orientación. Este fenómeno es entendible sólo si se tiene en cuenta el acoplamiento entre las caras del cubo. Aparte, esta división del pico no puede ser justificada por errores en el proceso de fabricación, ya que la distancia entre los picos es mucho mayor que la desviación entre las frecuencia de resonancia que se midieron para los resonadores planos. Por tanto, este experimento demuestra que el acoplamiento entre los elementos adyacentes destruye la isotropía cuando la celda no tiene la simetría apropiada. A la misma conclusión se llega cuando se utiliza un cubo con partículas Omega (ver figura 2.5).



**Fig. 2.4** Coeficiente de transmisión ( $|S_{21}|$ ) de la guía de ondas cargada con un cubo de partículas SRR. El cubo ha sido colocado en distintas orientaciones: con sus ejes paralelos a los de la guía de ondas (1), aplicando una rotación de  $45^\circ$ -y ( $8_y$ ), y rotando  $45^\circ$ -x más  $45^\circ$ -y ( $8_y 8_x$ ).

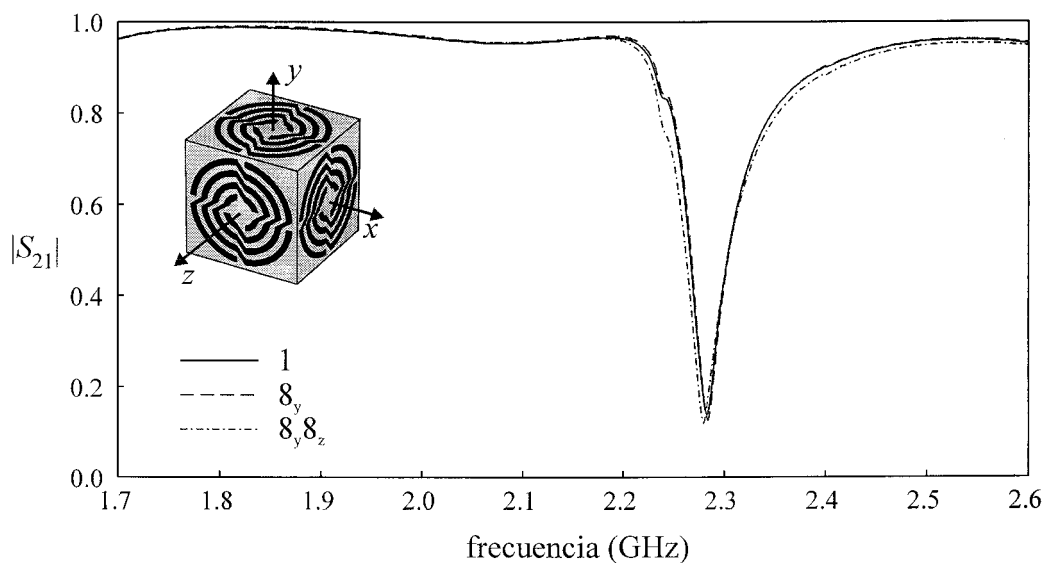


**Fig. 2.5** Coeficiente de transmisión ( $|S_{21}|$ ) de la guía de ondas cargada con un cubo de partículas Omega. El cubo ha sido colocado en distintas orientaciones: con sus ejes paralelos a los de la guía de ondas (1), aplicando una rotación de  $45^\circ$ -y ( $8_y$ ), y rotando  $45^\circ$ -x más  $45^\circ$ -y ( $8_y 8_x$ ).

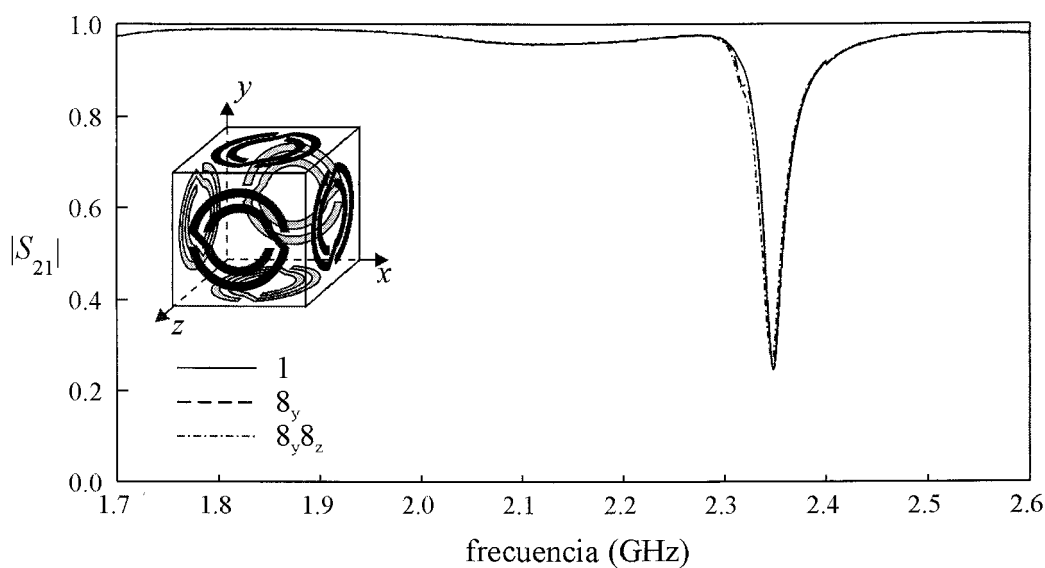
### 2.3.2 Resonadores cúbicos isotropos

Como ya se dijo en la teoría, para eliminar cualquier posibilidad de anisotropía es necesario diseñar el elemento constitutivo de acuerdo con alguno de los grupos de simetría cúbicos representados en la figura 2.1. Por ejemplo, en la figura 2.6 se muestra la medida del cubo fabricado con partículas del tipo C4-SRR. Este cubo se corresponde con el grupo de simetría  $O$ . Se aprecia que en la medida del  $S_{21}$  aparece un único pico, que permanece aproximadamente invariante cuando se cambia la orientación, lo cual está de acuerdo con la predicción teórica de la isotropía. Otra posibilidad interesante, como ya se mencionó, es el uso del grupo  $T$ , pues su nivel de simetría es menor al del grupo  $O$ , con lo que la estructura se simplifica. Este es el caso del cubo hecho con NB-SRR, que se muestra en la figura 2.7. Al igual que en el caso anterior, se observa un único pico en el  $S_{21}$  que es invariante respecto a los cambios de orientación.

Aparte de la isotropía de estos cubos, también hemos encontrado paralelamente una propiedad que no esperábamos: el pico inicial no se divide en varios. Esto no debe ser interpretado como la falta de acoplamiento entre los anillos de las caras, porque de hecho la frecuencia de resonancia de los cubos ( $f_{C4-SRR} = 2.27$  GHz,  $f_{NB-SRR} = 2.35$  GHz) es notablemente inferior a la de los anillos medidos independientemente ( $f_{C4-SRR} = 2.40$  GHz,  $f_{NB-SRR} = 2.39$  GHz). Este hecho parece indicar que sólo es posible excitar un modo cuasiestático del cubo, de manera que este se comporta como un único resonador  $LC$ . Sin embargo, es necesario realizar en el futuro un modelo de circuito donde se tenga en cuenta el acoplamiento entre los seis resonadores planos, para demostrar esta hipótesis.



**Fig. 2.6** Coeficiente de transmisión ( $|S_{21}|$ ) de la guía de ondas cargada con un cubo de partículas C4-EC-SRR. El cubo ha sido colocado en distintas orientaciones: con sus ejes paralelos a los de la guía de ondas (1), aplicando una rotación de  $45^\circ$ -y ( $8_y$ ), y rotando  $45^\circ$ -x más  $45^\circ$ -y ( $8_y 8_x$ ).



**Fig. 2.7** Coeficiente de transmisión ( $|S_{21}|$ ) de la guía de ondas cargada con un cubo de partículas NB-SRR. El cubo ha sido colocado en distintas orientaciones: con sus ejes paralelos a los de la guía de ondas (1), aplicando una rotación de  $45^\circ$ -y ( $8_y$ ), y rotando  $45^\circ$ -x más  $45^\circ$ -y ( $8_y 8_x$ ).

## 2.4 Resonadores esféricos isotropos

Anteriormente, todas las estructuras propuestas para la obtención de isotropía en 3D fueron cúbicas. A partir de ahora exploraremos la posibilidad que ofrece un diseño esférico de los resonadores. El primer objetivo de esta sección será obtener un modelo de circuito equivalente que explique el comportamiento del SRR esférico isotropo en 2D propuesto en [GAY02], cuya forma se muestra en la figura 2.8(a y b). El Segundo objetivo será analizar mediante criterios de simetría que modificación es necesaria para conseguir una nueva partícula isotropa en 3D (figura 2.8(c)).

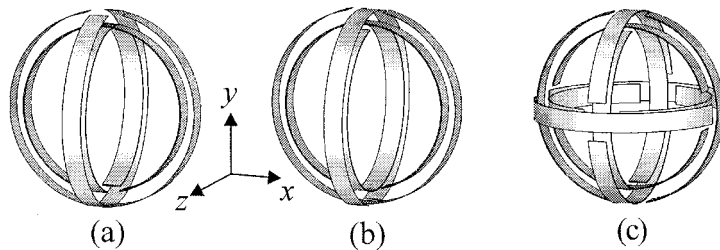


Fig. 2.8 Resonadores esféricos isotropos en 2D ((a) y (b)) y en 3D (c).

### 2.4.1 Modelo de circuito

Si la partícula es mucho más pequeña que la longitud de onda de resonancia, entonces será válida una aproximación cuasiestática y esta podrá ser descrita mediante el modelo de circuito equivalente  $LC$  que se muestra en la Fig. 2.9, análogos a los descritos en las referencias [MAR02, MAR03b]. También estos modelos de circuito dependen del número de cortes en los anillos, pero como se verá ambos circuitos son semejantes.

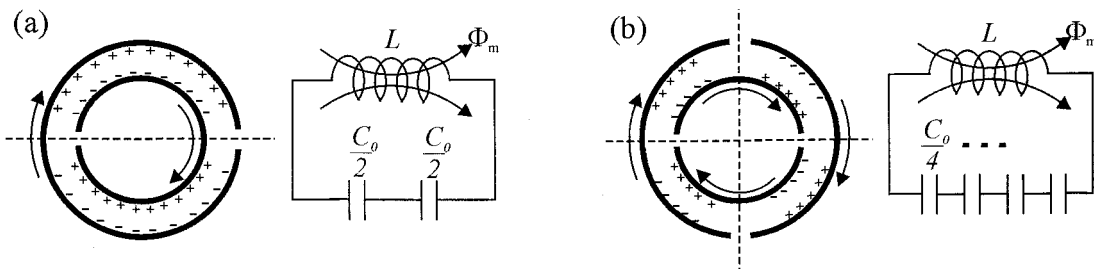


Fig. 2.9 Modelos de circuito para el SRR y el D-SRR. El SRR cilíndrico se utiliza en el diseño del 2D-SRR, mientras el D-SRR sirve para el 3D-SRR.



Supondremos que el coeficiente de autoinducción  $L$  es aproximadamente igual al de un cilindro imaginario de igual altura,  $w$ , y de radio intermedio,  $r = R - t / 2$ , que soporta para cada ángulo una corriente eléctrica superficial igual a la suma de la que fluye por ambos cilindros reales. De esta manera dicha corriente no dependerá de la posición angular. Utilizaremos la expresión variacional  $L = 2U_m / I^2$ , donde  $U_m$  es la energía magnetostática causada por la corriente eléctrica  $I$ . Esta energía se define como

$$U_m = \frac{1}{2} \int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{K} \, dS = \int_S A_\varphi K_\varphi \, dS, \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{A}$  es el potencial vectorial y  $\mathbf{K}$  es la densidad de corriente superficial sobre el cilindro. Por la simetría del problema elegimos un sistema de coordenadas cilíndrico  $(\rho, \varphi, z)$ . Se asumirá que la corriente sólo presenta componente angular  $K_\varphi$  y que esta no depende del ángulo  $\varphi$ . Es fácil demostrar que la componente  $A_\varphi$  del potencial vectorial debe satisfacer la siguiente ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\varphi) \right) = 0. \quad (2.2)$$

Se puede demostrar a partir de las condiciones para las componentes tangencial y normal del campo magnético sobre la superficie del cilindro ( $\rho = r_{+/-}$ ) que las condiciones de contorno para el potencial vectorial son

$$\begin{aligned} A_\varphi(\rho = r_+, z) &= A_\varphi(\rho = r_-, z) \\ \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=r_-} - \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=r_+} &= \mu_0 K_\varphi(z) r \end{aligned} \quad (2.3)$$

Para resolver la ecuación diferencial (2.2) con las condiciones de contorno (2.3) se puede aplicar una transformada de Fourier en  $z$ , consiguiendo una ecuación diferencial para la transformada  $\tilde{A}_\varphi(\rho = r, k_z)$ , cuya solución es cierta combinación de funciones de Bessel. Seguidamente, aplicando el teorema de Parseval sobre (2.1) y asumiendo que  $K_\varphi(z)$  satisface una distribución maxwelliana desde  $z = 0$  a  $z = w$ , se obtiene la siguiente fórmula para el coeficiente de autoinducción:

$$L = 2\mu_0 r \int_0^{\infty} \frac{J_0^2\left(\frac{xw}{2r}\right) dx}{x(I_0(x)I_1^{-1}(x) + K_0(x)K_1^{-1}(x))}, \quad (2.4)$$

donde  $J_0$ ,  $I_1$ ,  $K_0$  y  $K_1$  son funciones de Bessel.

Por otro lado, la capacidad del circuito de la figura 2.9(a) consiste en dos condensadores distribuidos entre las dos tiras metálicas, suponiéndose además que la capacidad en los cortes de los anillos es despreciable. Como se puede deducir de la distribución de cargas mostrada en la figura, estos condensadores  $C_0/2$  están conectados en serie, de modo que la capacidad total del circuito es  $C = C_0/4$ .  $C_0$  es la capacidad entre dos anillos concéntricos sin cortes que presentan las mismas dimensiones que el SRR cilíndrico, que puede ser aproximada por

$$C_0 = 2\pi r \left[ C_{pul} + \frac{w}{t} (\epsilon - \epsilon_0) \right], \quad (2.5)$$

donde  $C_{pul}$  es la capacidad por unidad de longitud entre dos tiras metálicas plano-paralelas de ancho  $w$  y separadas una distancia  $t$ , considerando que ambas están en vacío [BAH88]. El segundo sumando en (2.5) incorpora el efecto de un dieléctrico que podría ser insertado entre ambas tiras para servir de soporte de la estructura. Finalmente, la frecuencia de resonancia del SRR cilíndrico puede ser aproximada como la de su circuito equivalente, es decir,  $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$ .

Circuitos similares pueden ser utilizados para describir otros resonadores cilíndricos con mayor número de cortes. Un ejemplo importante es la estructura "Double gap - SRR" (D-SRR) mostrada en Fig. 2.9(b), ya que esta será utilizada en el diseño del 3D-SRR más adelante. En este caso las aproximaciones anteriores para  $L$  y  $C_0$  son claramente las mismas, pero la diferente distribución de cargas implica una capacidad total  $C = C_0/16$ . Entonces la frecuencia de resonancia del D-SRR es dos veces la del SRR, lo que podría considerarse una desventaja en el diseño de partículas eléctricamente pequeñas. Sin embargo, esto no es una limitación importante, ya que la capacidad del SRR cilíndrico puede ser muy grande si se utiliza una distancia  $t$  entre las tiras de metal muy pequeña o, alternativamente, se introduce un dieléctrico de alta permitividad entre ambas tiras.

Con el fin de comprobar el modelo de circuito propuesto anteriormente, se han realizado algunas simulaciones electromagnéticas del SRR cilíndrico de la Fig. 2.10 para diferentes parámetros, utilizando el software comercial *CST Microwave Studio*. La partícula fue colocada en el plano medio de una guíaondas rectangular de tipo TEM (dos paredes eléctricas y dos paredes magnéticas) de dimensiones transversales  $60 \times 60 \text{ mm}^2$ . El SRR cilíndrico fue orientado con su eje paralelo al campo magnético externo (el del modo TEM, cuando la guía está vacía), de modo que este pudiera ser excitado magnéticamente. A partir del coeficiente de transmisión  $|S_{21}|$  se obtuvieron las frecuencias de resonancia  $f_0$ , correspondiendo estas a picos de rechazo. En la Fig. 2.10 se comparan los valores obtenidos en simulación (símbolos) con la frecuencia de resonancia teórica obtenida con el modelo de circuito (líneas). La línea sólida y los cuadrados muestran la dependencia de  $f_0$  frente a la permitividad relativa  $\epsilon_r$  entre las tiras, para valores constantes de  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $w = 4 \text{ mm}$ ,  $t = 5 \text{ mm}$ . La influencia de la distancia entre las tiras  $t$  es mostrada por la línea de trazos y los círculos, para  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $w = 4 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_r = 1$ . Finalmente, la dependencia con la anchura  $w$  de las tiras está representada por la línea de puntos y los triángulos, para  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $t = 5 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_r = 1$ . Excepto por a las pequeñas desviaciones que se encuentran para valores extremos de los parámetros del SRR cilíndrico, se observa un buen acuerdo entre teoría y simulaciones. También esta claro a partir de estos resultados que el tamaño de las partículas analizadas son del orden  $1 / 10$  de la longitud de onda de resonancia, lo que justifica el uso de un modelo cuasiestático.

#### **2.4.2 Análisis de la simetría**

Mediante la combinación de dos SRR cilíndricos se puede obtener un resonador magnético isótropo en 2D (ver Fig. 2.8(a)), tal como fue demostrado experimentalmente en [GAY02]. Sin embargo, también fue demostrado en aquel trabajo que ningún resonador isótropo en 3D puede ser obtenido a partir de esta idea. En esta sección se discutirá la posibilidad de diseñar tal partícula 3D introduciendo previamente un corte adicional en cada anillo cilíndrico.



$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} m_y \\ m_z \end{pmatrix} &= \alpha^{mm} \begin{pmatrix} B_y^{ext} \\ B_z^{ext} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\alpha}^{me} \cdot \begin{pmatrix} E_y^{ext} \\ E_z^{ext} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} p_y \\ p_z \end{pmatrix} &= \alpha^{ee} \begin{pmatrix} E_y^{ext} \\ E_z^{ext} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\alpha}^{em} \cdot \begin{pmatrix} B_y^{ext} \\ B_z^{ext} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde los tensores de polarizabilidad magnético y eléctrico son escalares ( $\alpha^{mm}$  y  $\alpha^{ee}$ , respectivamente), y los tensores de acoplamiento magnetoeléctrico son

$$\boldsymbol{\alpha}^{me} = \boldsymbol{\alpha}^{em} = \begin{pmatrix} 0 & -i\alpha^{em} \\ i\alpha^{em} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Esta matriz es invariante frente a rotaciones respecto al eje  $x$ , por lo que la partícula es isotrópica en el plano  $yz$ , tal como fue experimentalmente demostrado en [GAY02]; aunque en realidad es bi-anisótropa en 3D.

En el caso de la partícula de la Fig. 2.8(b), la forma de las ecuaciones (2.7) para los dipolos se mantiene, pero el tensor de polarizabilidad magnetoeléctrica cambia a

$$\boldsymbol{\alpha}^{me} = -\boldsymbol{\alpha}^{em} = \begin{pmatrix} 0 & i\alpha^{em} \\ i\alpha^{em} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Al contrario que antes, esta matriz no es invariante frente a las rotaciones respecto al eje  $x$ , así que la partícula en realidad es anisótropa también en el plano  $yz$ . Sin embargo, esta anisotropía podría quedar enmascarada cuando la partícula es analizada a partir de los parámetros de scattering que produce al ser introducida en una guíaonda rectangular que funciona en su modo fundamental  $TE_{10}$ , como ocurrió en [GAY02]. Para entender esto, asumamos que el eje  $x$  del 2D-SRR es paralelo al campo eléctrico del modo  $TE_{10}$ . La contribución magnetoeléctrica a la primera ecuación de (2.7) desaparece. Por otro lado, el dipolo eléctrico de la segunda ecuación no se puede acoplar con el campo eléctrico del modo  $TE_{10}$ , puesto que son perpendiculares. Además, la componente no resonante del dipolo eléctrico ( $p_x$ , que no fue considerada en (2.7)) es obviamente invariante frente a las rotaciones respecto al eje  $x$ . Por tanto, la partícula podría parecer isotrópica en el plano  $yz$ , pero en realidad no lo es.

Un buen candidato como partícula completamente isotrópica es la estructura de la Fig. 2.8c. Su simetría de inversión espacial implica  $\boldsymbol{\alpha}^{em} = \boldsymbol{\alpha}^{me} = 0$ , dado que ambos son

pseudotensores. Seguidamente, a partir de la simetría respecto a rotaciones de  $180^\circ$  alrededor de cualquiera de los ejes coordenados mostrado en la figura, se deduce que los tensores de polarizabilidad magnética y eléctrica son ambos diagonales. Finalmente, la estructura es también simétrica respecto a dos giros consecutivos de  $90^\circ$  respecto a dos ejes diferentes, lo que implica que todas las componentes de la diagonal de  $\alpha^{mm}$  y  $\alpha^{ee}$  son iguales entre sí. En resumen, el 3D-SRR (Fig. 2.8(a)) no presenta acoplamiento magnetoeléctrico y sus polarizabilidades son escalares, siendo por tanto una partícula completamente isótropa.

### **2.4.3 Validación numérica de la isotropía**

Para confirmar la completa isotropía del 3D-SRR se han realizado algunas simulaciones con *CST Microwave Studio*, siendo dicha partícula colocada en el centro de una guía de ondas rectangular (estándar R9), operando en el modo fundamental  $TE_{10}$ , y utilizando diferentes orientaciones. En la Fig. 2.11 se muestra el coeficiente de transmisión obtenido para tres orientaciones concretas. La orientación 1 se corresponde con aquella en la que el eje x de la partícula (ver Fig. 2.8(c)) es paralelo al campo eléctrico del modo  $TE_{10}$ . La orientación 2 se obtiene girando el resonador  $90^\circ$  respecto a su eje x. Y finalmente la orientación 3 es la obtenida cuando se realizan dos rotaciones consecutivas de  $45^\circ$ , primero respecto al eje x y luego respecto al eje y primitivo (no el y' resultante de la 1ª rotación). Los resultados de la Fig. 2.11 muestran claramente la isotropía del 3D-SRR, ya que la curva de transmisión no depende de la orientación. Incluso si se utiliza una orientación oblicua como la 3, se obtiene la misma curva. Tan sólo se encuentra una pequeña desviación, típica en simulaciones numéricas, en el valor de la frecuencia de resonancia ( $< 0.5\%$ ).

Finalmente, en la Fig. 2.12 se muestra la distribución de corrientes sobre el 3D-SRR cuando es excitado en la orientación 1 a una frecuencia muy próxima a la de resonancia. Es evidente que sólo está excitado el anillo sobre el cual se aplica un flujo magnético externo no nulo, y que los otros dos no se acoplan con éste.

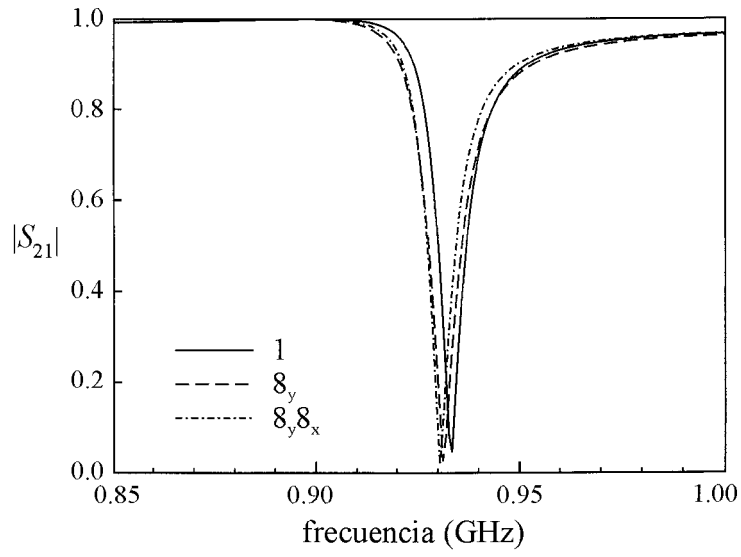


Fig. 2.11 Coeficiente de transmisión frente a frecuencia.

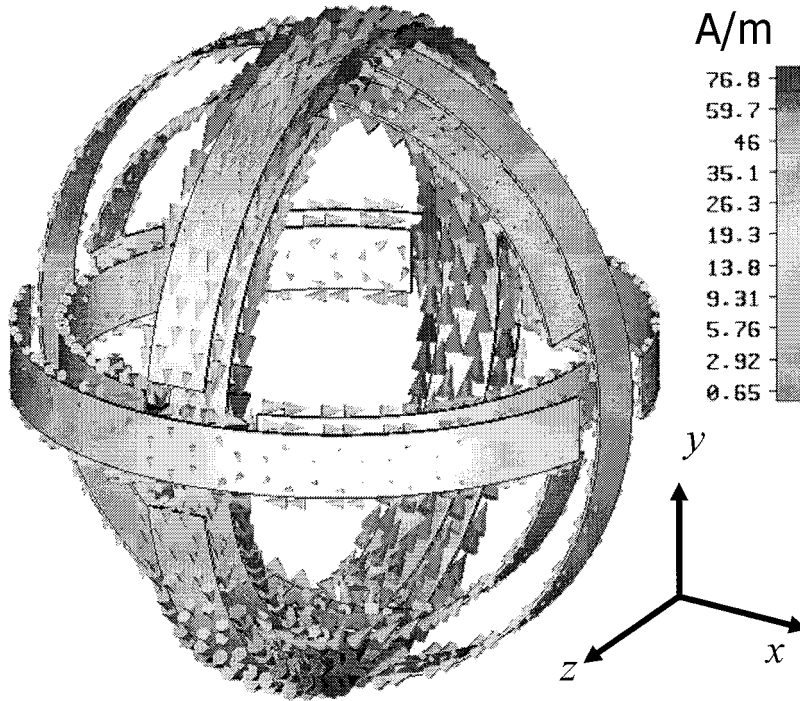


Fig. 2.12 Corriente eléctrica sobre el resonador isotrópico 3D-SRR

## **2.5 Conclusiones**

En la primera parte del capítulo se ha demostrado la posibilidad de fabricar resonadores isótropos en 3D mediante seis resonadores derivados del SRR, colocados sobre la cara de un cubo. Se demostró experimentalmente que los acoplamientos entre los anillos no pueden ser despreciados, y que éste hace que los cubos fabricados con EC-SRRs o partículas Omega no sean isótropos. Con el fin de forzar el comportamiento isótropo, se han diseñado varias estructuras cúbicas que satisfacen alguno de los cinco grupos de simetría del sistema cristalino cúbico. Por ejemplo, se ha demostrado experimentalmente que seis resonadores planos del tipo NB-SRR pueden ser dispuestos sobre las caras de un cubo respetando el grupo cúbico  $T$ , que es generado por las operaciones de rotación  $4_x4_y$  y  $4_y4_x$ . Sin embargo, con esta partícula no es posible satisfacer a la vez la simetría de inversión, así que no se puede descartar un comportamiento bi-isótropo. Con este fin se ha propuesto utilizar un resonador a dos caras, similar al BC-SRR pero con dos cortes por anillo, con el cual si se puede montar un cubo que satisfaga el grupo  $T_h$  (generado por  $I,-I, 4_x4_y$  y  $4_y4_x$ ).

En la segunda parte de este capítulo se he analizado el comportamiento de algunas partículas de tipo SRR que habían sido propuestas previamente por otros autores para el diseño de metamateriales isótropos en 2D. En este sentido se ha desarrollado un modelo de circuito equivalente para predecir el valor de la frecuencia de resonancia. Este modelo ha sido contrastado con resultados obtenidos mediante un simulador electromagnético comercial, obteniendo un buen acuerdo con la teoría. Por otro lado, una nueva partícula, la 3D-SRR esférica, ha sido propuesta. Esta satisface todas las operaciones de simetría del grupo  $T_h$ , por lo que debe ser completamente isótropa y además no presentar acoplamiento magnetoeléctrico, según el estudio del Apartado 2.2.

Finalmente, se debe resaltar que el verdadero interés de estos resonadores isótropos en 3D está en la posibilidad de construir metamateriales isótropos. Como todas las estructuras estudiadas están basadas en la combinación de SRRs, podemos suponer que la respuesta de los resonadores 3D propuestos es básicamente magnética, y que la polarizabilidad magnética depende de la frecuencia de una forma similar a (1.3), pero de igual forma en las tres direcciones del espacio. Un problema pendiente es conseguir una



celda unidad que presente a la vez polarizabilidad eléctrica negativa. En un futuro próximo estudiaremos si esto es posible mezclando el sistema de resonadores 3D con los plasmas de hilos metálicos.

## **Capítulo 3:**

# **Metamateriales 1D en guiaondas**

### **3.1 Introducción**

Como ya se dijo en la introducción (Secc. I.1.4), los primeros metamateriales zurdos [SMI00, SHE01a] fueron construidos mediante la superposición de una colección periódica de resonadores SRR, responsable de la permeabilidad efectiva negativa, y otra de postes metálicos, que proporciona la permitividad efectiva negativa. Otra configuración más simple fue propuesta en [MAR02b, MAR02c]. En este caso, el sistema de postes es sustituido por una guía de ondas cuadrada al corte, que se rellena con los SRRs tal como se muestra en la figura 3.1(a).

A lo largo de este capítulo se estudiarán algunos sistemas de guías de ondas similares al anterior, pero cargados con resonadores de distinta topología (BC-SRR y SR2). Cuando la guía sea suficientemente estrecha, se obtendrá una banda de paso cerca de la frecuencia de resonancia del anillo, lo cual se puede explicar mediante un modelo de medio zurdo 1D. También se extenderá el estudio al caso en que la guiaondas es lo suficiente ancha como para que la resonancia de los anillos se produzca por encima de la frecuencia de corte de la guía. En ese caso se obtendrá una banda de rechazo, que será interpretada como el efecto de rellenar la guía con un medio de permeabilidad negativa.

Se comprobará que tales modelos de medio efectivo son capaces de predecir con bastante precisión el ancho de banda y su posición. Aparte del estudio de las bandas de paso y rechazo, también se realizarán medidas del coeficiente de atenuación y de la velocidad de grupo a través de la guía al corte rellena de metamaterial (banda de paso). Estos resultados serán comparados con los del modelo de medio efectivo, encontrándose un buen acuerdo cualitativo. Finalmente se señalarán los límites del modelo y las posibles soluciones futuras.

### **3.2 Modelo de medio zurdo 1D en guíaondas**

Es conocido que dicha guía vacía puede soportar un modo transversal eléctrico fundamental ( $TE_{01}$ ), cuya relación de dispersión e impedancia son:

$$k_z^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right), \quad (2.1)$$

$$Z = \frac{\omega \mu_0}{k_z} \quad (2.2)$$

Con el fin de tener un modelo de medio efectivo monodimensional, se impone que la constante de propagación tome la forma  $k_z^2 = \omega^2 \mu_{ef} \varepsilon_{ef}$  y que la impedancia sea  $Z = \sqrt{\mu_{ef} / \varepsilon_{ef}}$ . De aquí se desprende que la permitividad y la permeabilidad efectiva son:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right), \quad \mu_{ef} = \mu_0 \quad (2.3)$$

Por tanto, la guía de ondas se comporta como un plasma de la misma manera que el sistema de postes metálicos; aunque a diferencia de éste, la guía es un plasma monodimensional, ya que sólo permite la propagación de la energía en la dirección  $z$ .

Por otro lado, sabemos que un apilamiento de SRRs orientados paralelamente, periódico en todas las direcciones del espacio e infinito, se comporta básicamente como un medio magnético uniaxial resonante. Este medio reacciona frente a una radiación incidente si la componente de campo magnético perpendicular a los anillos no es nula,

por eso tan sólo la componente  $\mu_{xx}$  del tensor de permeabilidad efectiva será resonante. Si obviamos la interacción con los anillos vecinos, dicha permeabilidad se expresa como:

$$\mu_{ef} \approx \mu_0 \left( 1 + \frac{\mu_0 \alpha_{xx}^{mm}}{a^3} \right), \quad (2.4)$$

donde el segundo sumando proviene de la densidad de dipolo magnético, siendo  $\alpha_{xx}^{mm}$  dado por (1.3) (téngase en cuenta que el convenio de ejes es diferente para dicha fórmula). Esta permeabilidad será negativa en un estrecho rango de frecuencia, debido a que la polarizabilidad magnética  $\alpha_{xx}^{mm}$  es resonante y toma valores negativos muy grandes justo encima de la frecuencia de resonancia. Un modelo más realista debería tener en consideración los acoplamientos entre los SRRs. Sin embargo, vimos en el apartado 1.6 que la corrección dada por el modelo de Drude-Lorentz no significa cambios cualitativos en el resultado, sino sólo un pequeño desplazamiento de la banda de permeabilidad negativa. Además, en el caso de la guía ni siquiera dicho modelo tiene sentido, ya que las paredes metálicas apantallarán la mayoría de interacciones entre dipolos. Aparte de la permeabilidad, los anillos SRR también proporcionan una contribución a la permitividad efectiva y al parámetro de quiralidad; aunque en muchas ocasiones estas pueden ser despreciadas en un primer orden de aproximación. Sus fórmulas son similares a (2.4), sustituyendo la polarizabilidad magnética por la que convenga.

A continuación se hace la hipótesis de que la guía cargada con resonadores SRR en su plano central (Fig. 2.1), se comporta como la superposición directa del sistema de anillos y la guía, sin interacciones entre ellos, de manera que el medio efectivo total se caracteriza por la permitividad efectiva de la guía (2.3), corregida por la susceptibilidad eléctrica de los SRRs, y la permeabilidad efectiva de los SRRs (2.4). Además, como el campo magnético macroscópico será paralelo al eje  $x$ , y el eléctrico paralelo al eje  $y$ , entonces el campo macroscópico es similar a una onda plana de vector de onda  $k_z$  (ver figura 3.1(b)). A partir de esta idea se puede calcular el vector de onda dentro del medio efectivo como  $k_z = \sqrt{\epsilon_{ef} \mu_{ef}}$ . Si el intervalo de frecuencias de permeabilidad negativa

está por debajo de la frecuencia de corte de la guía, entonces la permitividad también es negativa, y el vector de onda toma valores reales, es decir, la señal puede propagarse a través del sistema. En la Fig. 3.1(c) se muestra la relación de dispersión correspondiente, donde puede verse que la velocidad de grupo tiene sentido opuesto al vector de onda. Por tanto, queda justificado que dicho sistema simula un medio zurdo en el sentido de [MAR02b], pero en una dimensión, ya que sólo permite la propagación de la energía en la dirección axial de la guía.

El análisis anterior es muy simplificado y no incorpora el efecto de bi-anisotropía que se estudió en [MAR02]. Sin embargo, esto será suficiente, ya que en las siguientes secciones trabajaremos sólo con resonadores que no presentan acoplamiento magnetoeléctrico (BC-SRR) o para los cuales este es despreciable (SR2).

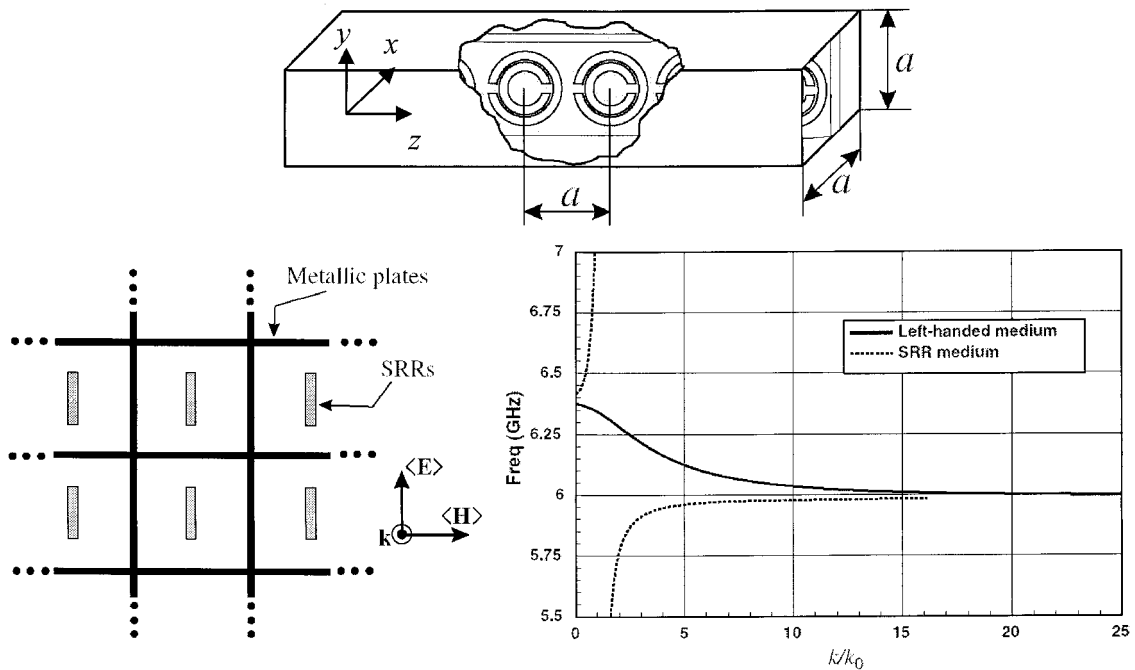


Fig. 3.1 – Guía de ondas cuadrada cargada con resonadores SRRs, medio zurdo 1D, y relación de dispersión teniendo en cuenta la bi-anisotropía [MAR02].

### 3.3 Experimento

#### 3.3.1 Dispositivo experimental

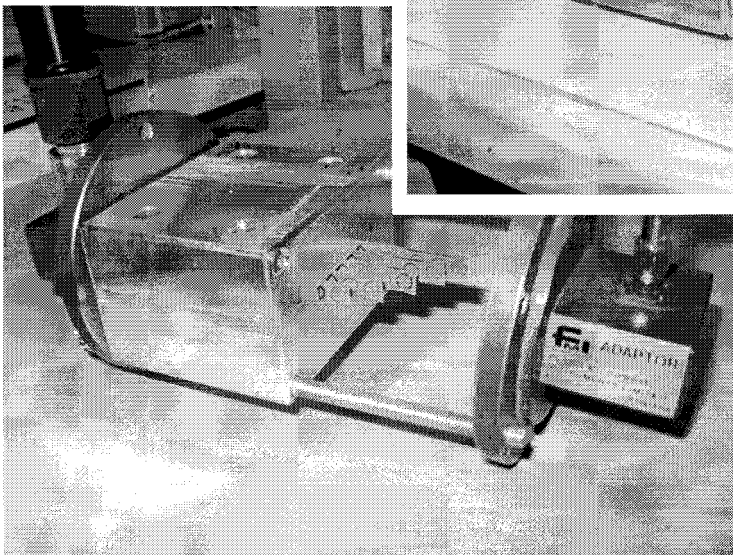
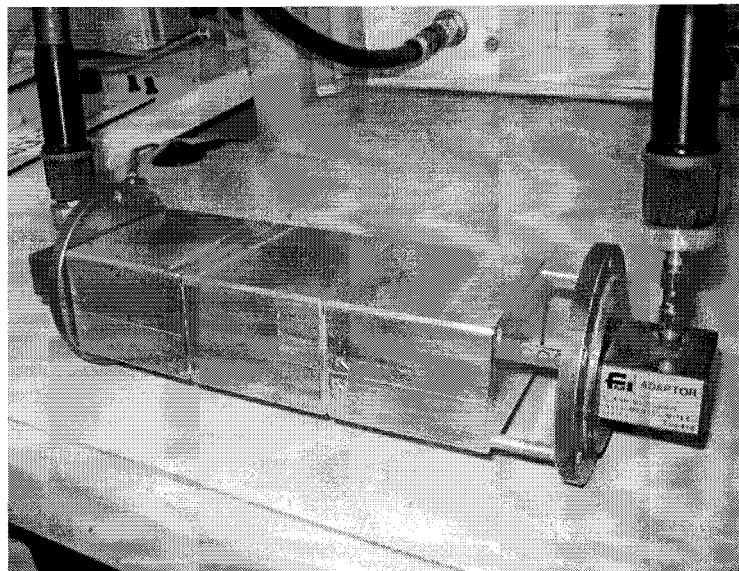
Con el fin de verificar experimentalmente el comportamiento metamaterial de la guía de ondas cargada con resonadores, se han fabricado varias tiras con 10 anillos del tipo BC-SRR y otras con 11 anillos del tipo SR2. En ambos casos, estos han sido grabados por fotolitografía convencional sobre un sustrato dieléctrico especial para microondas, cuyos parámetros son: permitividad relativa  $\epsilon_r = 2.43$ , espesor de cobre  $h = 35 \mu\text{m}$  y espesor de dieléctrico  $t = 0.49 \text{ mm}$ . Los parámetros geométricos del BC-SRR son  $r_{ext} = 2.28 \text{ mm}$  y  $c = 0.5 \text{ mm}$  (ver Fig. 1.1). Y los del SR2:  $r_{ext} = 2.1 \text{ mm}$ ,  $c = 0.5 \text{ mm}$  y  $d = 0.5 \text{ mm}$  (ver Fig. 1.4-a). La distancia entre los centros de dos resonadores vecinos es  $6 \text{ mm}$ . Estos anillos son colocados en el interior de varias guías de ondas (fabricadas en aluminio). Se utiliza tres trozos iguales de guía cuadrada (Fig. 2.4-a), de  $60 \text{ mm}$  de longitud y de sección transversal  $6 \times 6 \text{ mm}^2$ , y un trozo de guía rectangular (Fig. 2.4-b) de  $30 \text{ mm}$  de anchura e igual longitud y altura que los anteriores. Para medir la transmisión (o parámetro de *scattering*  $S_{21}$ ) a través de la guía cargada de resonadores, se conecta el sistema a un analizador de redes HP-8510, mediante unos cables coaxiales y unas transiciones comerciales coaxial-guía, cuyo rango útil de frecuencias es  $5.83 - 8.2 \text{ GHz}$ .

#### 3.3.2 Medida de bandas de paso y rechazo

Primero se ha introducido una tira de anillos BC-SRRs en el interior de una guía cuadrada de  $60 \text{ mm}$  de longitud, y al medir la transmisión se ha obtenido la curva continua de la Fig. 2.5-a. Se observa una banda de paso comprendida entre  $5.5$  y  $6 \text{ GHz}$ , que se puede justificar como el intervalo de frecuencias en el que la guía cargada simula un medio zurdo. Para asegurarnos, se ha medido la frecuencia de resonancia de un BCSRR independiente, de la misma forma que en la Secc. 1.5.2, resultando ser  $5.45 \text{ GHz}$ , que se aproxima bastante a los  $5.27 \text{ GHz}$  que predice el modelo de circuito de

[MAR03b]. Por tanto, debido al fuerte diamagnetismo del BCSRR en la resonancia, esperamos que aparezca una estrecha banda de permeabilidad efectiva negativa cercana a 5.45 GHz. Además, a una guía de 6 mm de ancho le corresponde una frecuencia de corte de 25 GHz, de modo que a las frecuencias de interés la permitividad efectiva también es negativa, según (1.1). Por tanto, el sistema simula el comportamiento de un medio zurdo, permitiendo que se propague la energía. Sin embargo, también observamos que el nivel de transmisión es muy bajo (-30 dB). Esto podría deberse al efecto combinado de la reflexión por desadaptación en las transiciones y la propia atenuación provocada por las pérdidas óhmicas en los resonadores.

- a) Dispositivo que simula un medio zurdo. Consiste en guías de ondas cuadradas cargadas con resonadores.



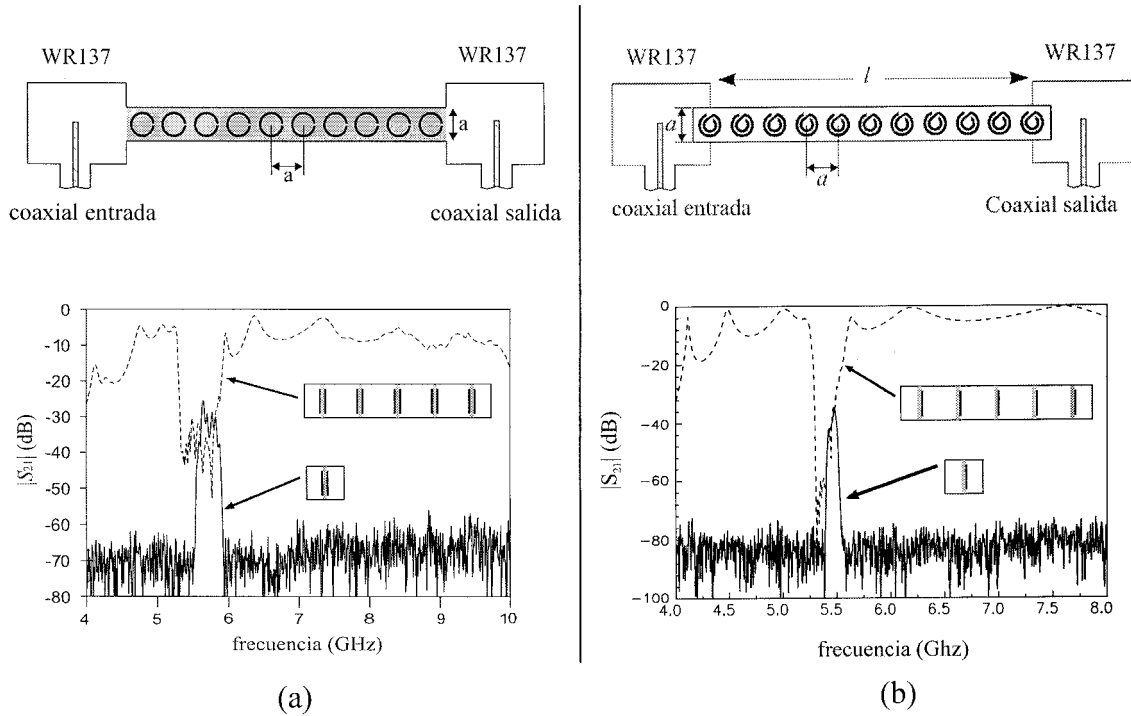
- b) Dispositivo que simula un medio de permeabilidad negativa dentro de una guía rectangular

Fig. 3.4 – Dispositivo experimental.

En segundo lugar, 5 tiras de BCSRRs, iguales a los anteriores, han sido colocadas paralelas y equiespaciadas 6 mm en el interior de la guía rectangular. En este caso, la medida de la transmisión presenta una banda de rechazo (curva discontinua en Fig. 2.5-a) que aproximadamente coincide con la banda de paso anterior. Los valles que se observan fuera de la banda de rechazo son típicos y se deben sólo a la desadaptación en las transiciones de entrada y salida. De hecho, si retiramos los anillos, desaparece la banda de rechazo, pero se mantienen dichos valles casi inalterados. Por otro lado, al ser la anchura de la guía 30 mm, su frecuencia de corte es 5 GHz, que se encuentra por debajo del intervalo de permeabilidad efectiva negativa (5.5 – 6 GHz). A estas frecuencias la longitud de onda (aprox. 5 cm) es grande comparada con el parámetro reticular (6 mm), pero del orden del ancho de la guía (3 cm), por tanto, no resulta adecuado incluir las paredes metálicas de la guía en la celda unidad del metamaterial; más bien el sistema de BC-SRRs se comporta como un medio continuo dentro de la guía de ondas. En [HRA03] se demuestra que tal sistema no transmite cuando  $\mu_{xx} < 0$ , lo que explica la banda de rechazo observada. Sin embargo, se aprecia que la banda de rechazo es un poco más ancha que la de paso; aunque sus límites superiores coinciden. Probablemente se debe a que la resonancia se corresponde con la frecuencia inferior de la banda, de modo que a frecuencias un poco inferiores a dicho límite, aunque en principio la señal podría propagarse, las corrientes en los anillos son tan altas que las elevadas pérdidas óhmicas destruyen dicha propagación.

Finalmente, con el fin de generalizar estos resultados a resonadores con topología diferente, hemos repetido los experimentos con espirales SR2, cuya frecuencia de resonancia experimental es 5.4 GHz. Los resultados que se muestran en la Fig. 2.5-b son similares a los obtenidos con los BCSRRs, reafirmando así la comprobación del modelo teórico.

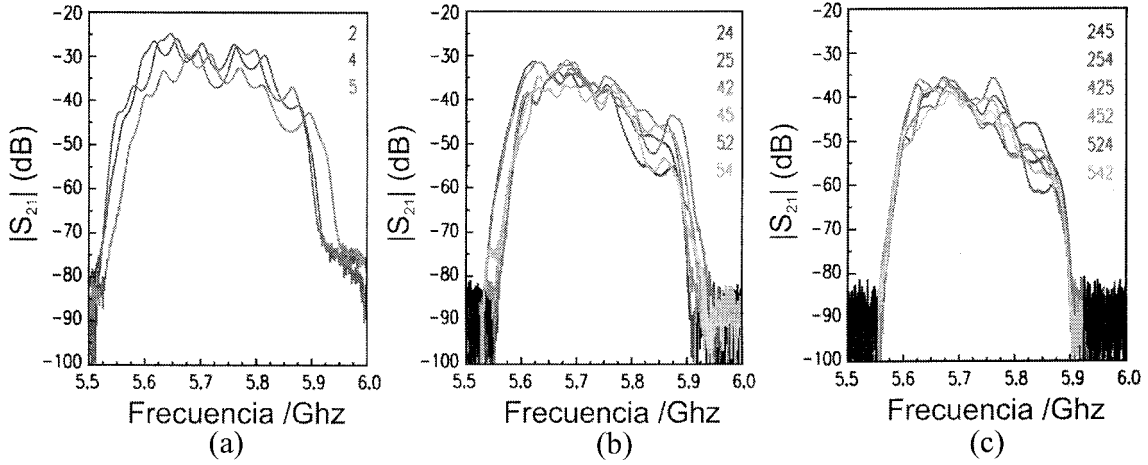




**Fig. 3.5** – Medida de las bandas de paso y rechazo, cargando las guías con BCSRR (a) y SR2 (b). El sistema de guía rectangular simula un medio de permeabilidad negativa dentro de la guía, mientras el sistema de la guía cuadrada simula un medio zurdo.

### 3.3.3 Medida del coeficiente de atenuación

Con el fin de estudiar la atenuación en la simulación de metamaterial zurdo, hemos medido la banda de paso para tres longitudes de guía diferentes,  $l = 60, 120$  y  $180$  mm, correspondientes a 10, 20 y 30 anillos BCSRRs (Fig. 2.4-a). Los resultados se muestran en la Fig. 2.6. Como se ve en (a) las tres filas utilizadas presentan respuestas levemente diferentes, debido a defectos en la fabricación difíciles de controlar. Por eso, para los casos  $l = 120$  mm (b) y  $l = 180$  mm (c), las tiras han sido permutadas de posición, esperando que dicho error quede minimizado al promediar las distintas curvas obtenidas. Se observa que aproximadamente, por cada 60 mm que se añaden a la longitud del sistema, la transmisión decrece aproximadamente 5 dB. Esto se ve más fácilmente en Fig. 2.7-a, donde se muestra el resultado del promedio.



**Fig. 3.6** – Medidas de la banda de paso para diferentes longitudes de la guía: a) 60 mm y 10 resonadores BCSRRs; b) 120 mm y 20 resonadores BCSRRs; c) 180 mm y 30 resonadores BCSRRs. Los números en color son etiquetas para identificar cada una de las tiras de resonadores.

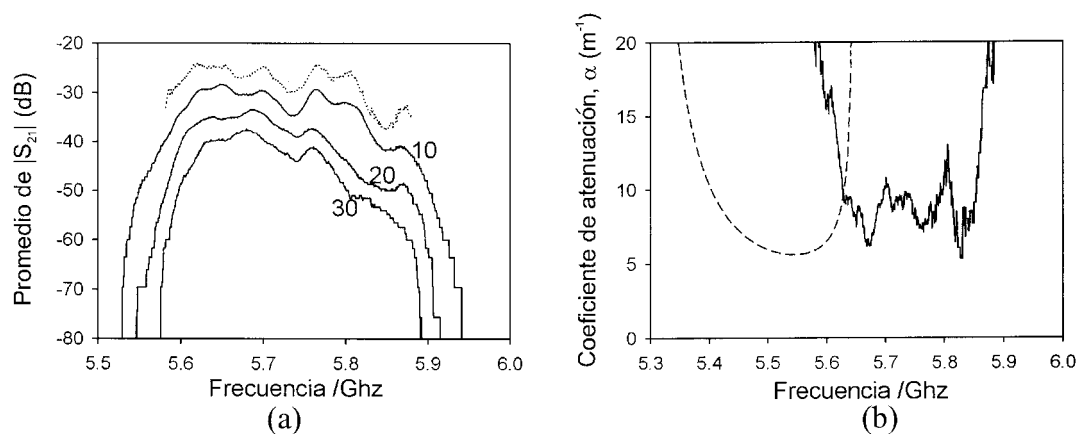
Un punto clave en la teoría de la Secc. 3.2 es el cálculo de la relación de dispersión, es decir, el número de onda  $k_x$  en función de la frecuencia  $\omega$ . En general  $k_x$  es complejo, siendo  $\beta = \text{Re}(k_x)$  la constante de propagación y  $\alpha = \text{Im}(k_x)$  la constante de atenuación. En este punto se pretende demostrar el acuerdo entre teoría y experimento sobre la constante de atenuación. Sin embargo, su medida exacta no resulta trivial, debido a que la señal incidente sufre reflexión parcial al atravesar cada transición. Por esta razón, la señal transmitida no es simplemente la incidente multiplicada por el correspondiente factor  $\exp(ikl)$ , sino la superposición de un número infinito de ondas, resultado de las múltiples reflexiones entre la entrada y la salida de la guía cargada. Entonces el coeficiente de transmisión es

$$S_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+} \Big|_{V_2^+=0} = tt' e^{ikl} \sum_{j=0}^{\infty} (r'e^{ikl})^{2j} = \frac{tt' e^{ikl}}{1 - (r'e^{ikl})^2} \quad (2.5)$$

, donde  $t$ ,  $t'$  y  $r'$  son los coeficientes de transmisión y reflexión en las transiciones, los cuales son difíciles de calcular exactamente. Si  $\alpha l$  es suficientemente grande podremos despreciar la exponencial del denominador, es decir

$$S_{21} \approx tt' e^{ikl}; \quad |S_{21}| \approx tt' e^{-\alpha l} \\ |S_{21}|_{(\text{en dB})} \approx |tt'|_{(\text{en dB})} - (20 \log_{10} e) \alpha l \quad (2.6)$$

Y según la segunda expresión en (1.8), la constante de atenuación puede ser calculada a partir de un ajuste lineal del  $|S_{21}|$  (expresado en decibelios) frente a la longitud de la guía, para cada frecuencia. Como por cada 60 mm la transmisión baja unos 5 dB, el término  $(\exp(-\alpha l))^2$  es aproximadamente 0.3, 0.1 y 0.03 cuando  $l$  es 60 mm, 120 mm y 180 mm, respectivamente, por lo que la aproximación (1.8) no es muy buena para el caso  $l = 60$  mm. A partir de las bandas de paso promediadas (Fig. 2.7-a) para las dos longitudes mayores, se aproximan los valores experimentales de la atenuación (Fig. 2.7-b). Se ve que el modelo teórico de la Secc. 3.2 predice bien los valores experimentales, salvo un leve corrimiento en frecuencia esperado, dado que el modelo no considera los acoplamientos entre resonadores. Además, al calcular la ordenada en el origen de esta regresión lineal, obtenemos una aproximación del término  $|t t'|$  (línea de puntos en Fig. 2.7-a), que nos permite afirmar que la baja transmisión observada en los experimentos se debe en gran parte a las reflexiones en las transiciones, más que a la atenuación a lo largo de la guía.



**Fig. 3.7** – a) Promedio de la transmisión para las bandas de paso de la Fig. 3.6, para las tres longitudes diferentes del sistema, con 10, 20 y 30 BCSRRs. La curva de puntos es la extrapolación para el caso de longitud cero. La curva continua de (b) es el coeficiente de atenuación experimental, mientras la línea discontinua en (b) se corresponde con el modelo de medio zurdo monodimensional.

### 3.3.4 Medida de la velocidad de grupo

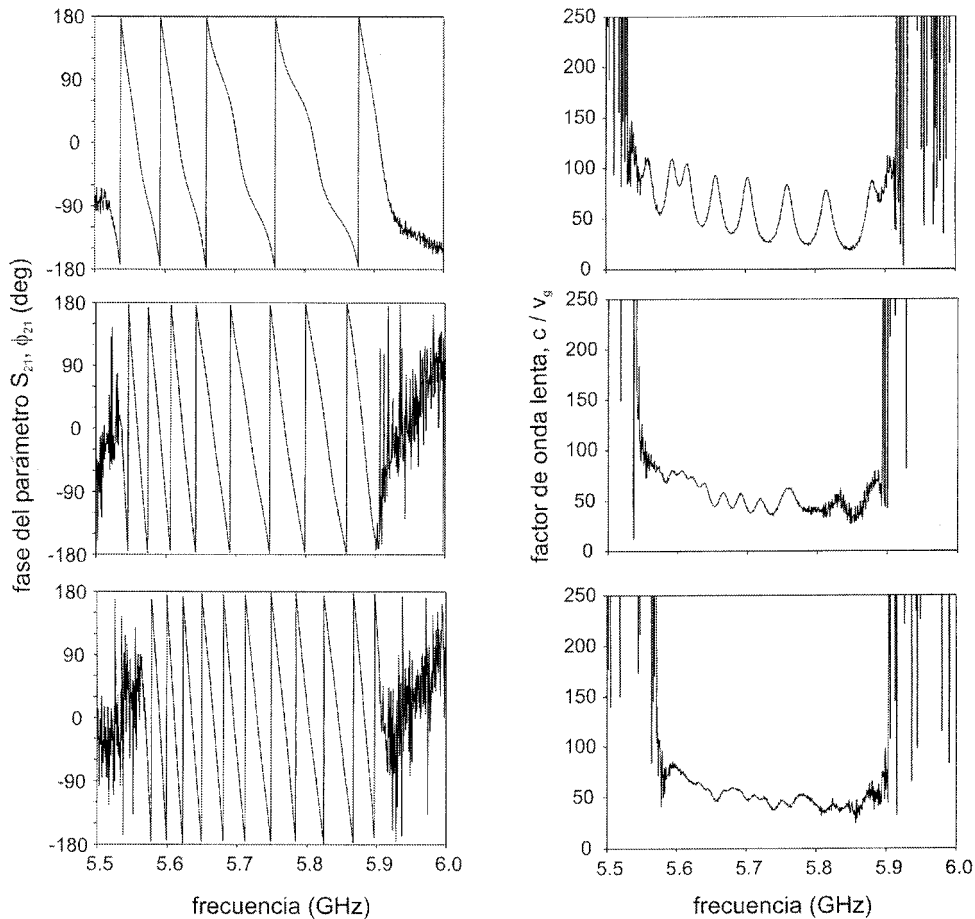
En el punto anterior se ha medido aproximadamente el coeficiente de atenuación experimental, para poder compararlo con la parte imaginaria del  $n^\circ$  de onda teórico. Ahora nos proponemos hacer lo mismo con su parte real, que representa la constante de propagación teórica ( $\beta = \text{Re}(k_x)$ ). A partir de (2.7), vemos que la fase del coeficiente de transmisión es

$$\phi_{21} = \beta l + \phi(tt') + \phi\left(\sum_{j=0}^{\infty} (r'e^{ikl})^{2j}\right) \approx \beta l, \quad (2.7)$$

siendo la aproximación válida para longitudes  $l$  suficientemente grandes, ya que  $\phi(tt')$  no depende de  $l$  y el término con sumatorio tiende a 1. Sin embargo, sabemos que la  $\phi_{21}$  medida está acotada entre  $-\pi$  y  $\pi$ , y que su signo está indeterminado, ya que en realidad el analizador de redes no compara las amplitudes de los campos incidente y transmitido, sino sus potencias medias asociadas. Para eliminar esta indeterminación derivamos  $\phi_{21}$  respecto a la frecuencia y tomamos su valor absoluto. De esta manera se obtiene el *factor de onda lenta (fol)*:

$$\frac{c}{|v_g|} = c \frac{d|\beta|}{d\omega} \approx \frac{c}{l} \frac{d|\phi_{21}|}{d\omega} \quad (2.8)$$

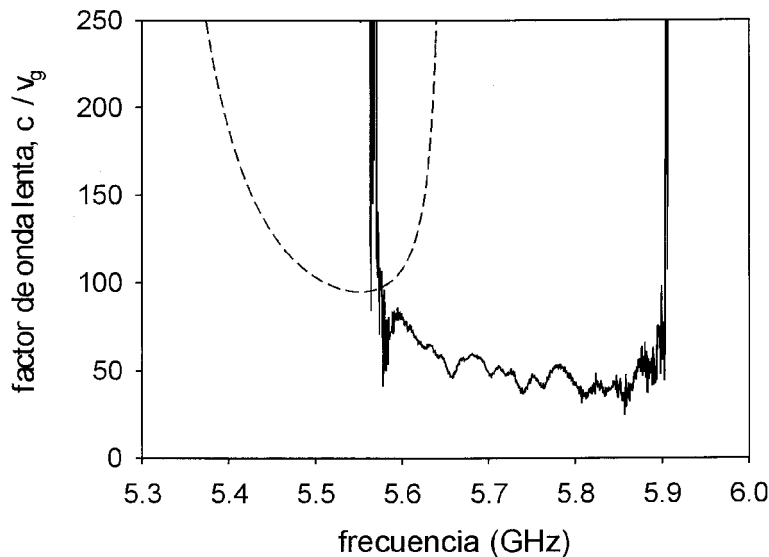
que es simplemente la inversa de la velocidad de grupo normalizada por la velocidad de la luz en el vacío, y guarda una relación estrecha con la constante de propagación. En la Fig. 2.8, a la izquierda se muestran las medidas de la fase del coeficiente de transmisión las tres longitudes de la guía,  $l = 60$  mm,  $120$  mm y  $180$  mm, y a la derecha los correspondientes factores de onda lenta calculados según (2.10). Se observa que aparecen unas crestas, asociadas a las múltiples reflexiones, que se suavizan al aumentar la longitud del sistema. Esto se debe a que cuanto mayor es  $l$ , mejor es la aproximación realizada en (2.9).



**Fig. 3.8** – En la columna de la izquierda se representa la medida de la fase del coeficiente de transmisión ( $S_{21}$ ) de la guía cuadrada cargada con los BCSRRs. En la columna de la derecha se muestra la *fol* deducido de (2.12). De arriba abajo, para guía de 60 mm, 120 mm y 180 mm.

En la Fig. 2.9 se compara el factor de onda lenta medido para el caso  $l = 180$  mm (con 30 anillos BCSRRs) y la predicción teórica basada en la teoría de metamaterial expuesta en el apartado 3.2. En este caso, coincide el ancho de la banda y el orden de magnitud, pero el *fol* teórico es el doble. Aún no tenemos una explicación definitiva para esta desviación, pero pensamos que es una limitación natural del modelo de medio continuo que hemos utilizado, ya que realmente tenemos un sistema discreto periódico. Una mejor aproximación, aunque al precio de complicar el modelo, se obtendría mediante un modelo de ondas magnetoinductivas [SHA02], que si tendría en cuenta la naturaleza discreta del metamaterial. Recientemente se han realizado algunos esfuerzos en este sentido [BEL05]. No obstante, nuestra opinión es que estamos ante un problema

abierto que requiere la formulación de una teoría completa de la homogenización de estos metamateriales.



**Fig. 3.9** – Comparación del factor de onda lenta experimental (línea continua) con los teóricos para la guía de 180 mm que contiene 30 BCSRRs. La línea discontinua se corresponde con el modelo de medio zurdo monodimensional.

### 3.4 Conclusiones

Algunos experimentos en guías de ondas cargadas con resonadores BC-SRR y SR2 han sido llevados a cabo. Se ha demostrado que cuando la frecuencia de resonancia de dichos resonadores es inferior a la frecuencia de corte de la guía, se obtiene una banda de paso, que se puede interpretar mediante una teoría de metamaterial zurdo. Luego ha sido medida la atenuación de la señal y la velocidad de grupo, obteniendo un buen acuerdo cualitativo con la predicción teórica. Este fenómeno podría tener aplicaciones futuras en la fabricación de filtros en guía de baja potencia, o en la miniaturización de guías.

Por otro lado, al rellenar con los mismos resonadores una guía rectangular cuya frecuencia de corte es inferior a la de resonancia de los anillos, se ha obtenido una banda de rechazo. Este hecho se ha explicado también con la teoría de metamateriales,

considerando que el sistema de anillos se comporta como un medio uniaxial de permeabilidad negativa dentro de la guía.

No obstante, se han detectado algunas discrepancias cuantitativas entre el modelo de medio efectivo y los resultados experimentales, que en nuestra opinión ponen de manifiesto la necesidad de una teoría de homogenización más completa para este tipo de metamateriales.

## **Capítulo 4:**

# ***Túnel cuasi-perfecto en guiondas rellena de metamaterial***

### **4.1 Introducción**

En este capítulo se estudiará como realizar la transmisión a través de una guionda rectangular al corte rellenándola parcialmente con algún metamaterial (ver figura 4.1). Se demostrará que si se satisfacen ciertas condiciones, entonces se produce un efecto de túnel perfecto, en el sentido de que la señal a la salida de la estructura es la misma que a la entrada. En realidad, se verá que dicho túnel nunca puede ser perfecto, debido a las pérdidas del material y a su naturaleza fuertemente dispersiva. Sin embargo, dicho túnel puede ser considerado cuasi-perfecto si se minimizan los efectos de las pérdidas y la dispersión.

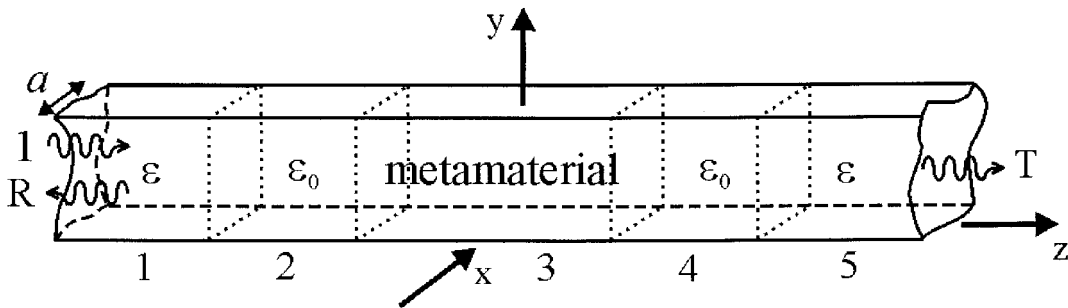
También se demostrará que dicho fenómeno de túnel perfecto está muy relacionado con el concepto de *amplificación de ondas evanescentes*. Esta idea es una cuestión clave en la comprensión de la lente perfecta propuesta por Pendry [PEN00], de la cual ya se habló en la introducción general de esta memoria. En este caso el sistema parece completamente diferente a la estructura en guía, puesto que consiste en una lámina de material zurdo rodeada de aire. Sin embargo, como el modo fundamental en la guía de ondas es la superposición de dos ondas planas simétricas con  $k_x = \pm\sqrt{\pi/a}$ , el



resultado en guía podría generalizarse al comportamiento de una lámina en el vacío. Esto supone una gran ventaja, ya que puede excitarse un único modo evanescente, correspondiente con el modo fundamental de la guía, mientras que en los experimentos de focalización con lámina de metamaterial la fuente puntual radia infinitos modos. Aunque la incidencia de la onda es sólo con polarización S (en el modo TE<sub>10</sub>:  $\mathbf{E} = E_y \mathbf{y}$ ), sabemos que los resultados se mantienen cualitativamente inalterados para la polarización P [PEN00].

Dicho fenómeno de *amplificación* ha sido igualmente predicho para un sistema de láminas intercaladas de  $\varepsilon < 0$  ( $\mu = \mu_0$ ) y  $\mu < 0$  ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ) [ALU03], y también para una lámina de medio con tensores de permitividad y permeabilidad indefinidos [SMI03]. Por otro lado, este fenómeno ha sido demostrado experimentalmente en un análogo circuital plano de medio zurdo [ELE02, GRB04]. Sin embargo, esto no había sido demostrado claramente en medios volumétricos. De hecho, algunos investigadores [GAR02] han puesto en duda la posibilidad física de observar dicha amplificación en metamateriales, debido a la presencia de pérdidas y a la naturaleza dispersiva del metamaterial.

El objetivo de este capítulo es demostrar que se puede conseguir un efecto de túnel cuasi-perfecto y que éste es consistente con la idea de amplificación de onda evanescente, incluso cuando existen pérdidas y dispersión en el metamaterial.



**Fig. 4.1** Guía de ondas rellena de metamaterial en la zona 3. Las regiones 1 y 5 son infinitas y permiten la entrada y salida de energía electromagnética. Las longitudes de las regiones 2, 3 y 4,  $l_i$ , son variables. Para los Apartados 4.2-4.4 se utilizarán las siguientes dimensiones:  $a = 24$  mm,  $l_2 = l_4 = 15$  mm,  $l_3 = 30$  mm; aunque en ocasiones se variará la relación entre las  $l_i$  manteniendo constante la longitud total. La frecuencia de trabajo es 5 GHz. La permitividad en las regiones 1 y 5 es  $\varepsilon = 2\varepsilon_0$ .

## 4.2 Análisis del efecto túnel en guía de ondas

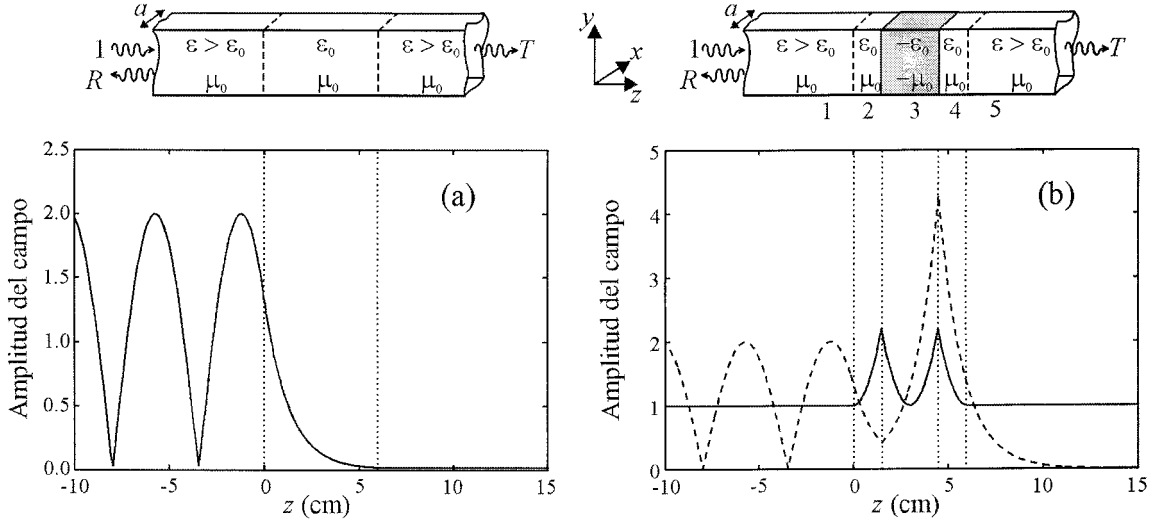
En la figura 4.2(a) se muestra un ejemplo de estructura de guías que exhibe un fenómeno de túnel. La estructura presenta una sección intermedia vacía cuya dimensión transversal es menor que media longitud de onda ( $a < \lambda_0 / 2$ ), de tal modo que sólo permite la existencia de modos evanescentes, lo que habitualmente se conoce como guía al corte. Dicha sección está rodeada por otras dos guías semi-infinitas, que serán llamadas entrada y salida, las cuales están rellenas de un material dieléctrico de constante dieléctrica mayor a la del vacío para que permitan la propagación de la señal. Como es bien sabido, parte de la señal puede transmitirse a través de la región que está al corte, gracias a que la cola de la onda evanescente puede extenderse hasta la salida. Sin embargo, el nivel de esta transmisión decrece rápidamente cuando se aumenta la longitud de la sección intermedia que está al corte. La figura 4.2(a) también muestra el cálculo de la amplitud del campo en el interior de la estructura. Este ha sido obtenido resolviendo directamente las ecuaciones de Maxwell con las correspondientes condiciones de contorno en las interfases. Además, se ha supuesto que la señal incidente es monomodo (modo fundamental  $TE_{10}$ ) y que no se excitan otros modos en las interfases, ya que la sección transversal de la guía es constante. Entonces, el campo en el interior de cada sección es de la forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_y^0 \sin(\pi x / a) \exp(\pm i k_z z) \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{H} &= \left( H_x^0 \sin(\pi x / a) \hat{\mathbf{x}} + H_z^0 \cos(\pi x / a) \hat{\mathbf{z}} \right) \exp(\pm i k_z z), \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde la constante de propagación es

$$k_z = \sqrt{(\omega / c_0)^2 \varepsilon_r \mu_r - (\pi / a)^2}. \quad (4.2)$$

Como se puede observar, la transmisión a través de la estructura de la figura 4.2(a) es muy baja. Sin embargo, se puede demostrar que el nivel de la transmisión se mejora notablemente cuando se rellena parcialmente el trozo de guía al corte con material zurdo. De hecho, tal como se muestra en la figura 4.2(b), si la permitividad es exactamente  $\varepsilon = -\varepsilon_0$ , la permeabilidad  $\mu = -\mu_0$ , y las longitudes de la sección al corte satisfacen  $l_2 - l_3 + l_4 = 0$ , entonces se obtiene transmisión total de la señal, puesto que la amplitud del campo a la salida es la misma que en la entrada.



**Fig. 4.2** Distribución de la amplitud del campo en el interior de la guiondas, para el caso de guía vacía (a) y cuando se rellena parcialmente con medio zurdo de  $\epsilon / \epsilon_0 = \mu / \mu_0 = -1$  (b). La línea discontinua de (b) se obtiene cuando se retira el dieléctrico de la región 5. Los parámetros de la estructura se indican en Fig. 4.1.

Con el fin de esclarecer de una forma general las condiciones para que se de dicha transmisión total, resulta muy útil el cálculo de los coeficientes de reflexión,  $R$ , y de transmisión,  $T$ , de la estructura de la figura 4.2(b). Estos se extraen fácilmente a través del siguiente producto en cascada de las correspondientes matrices de transmisión [COL91]:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ R \end{pmatrix} = \overline{\overline{Z}}_{1,2} \cdot \overline{\overline{T}}_2 \cdot \overline{\overline{Z}}_{2,3} \cdot \overline{\overline{T}}_3 \cdot \overline{\overline{Z}}_{3,4} \cdot \overline{\overline{T}}_4 \cdot \overline{\overline{Z}}_{4,5} \cdot \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

donde las matrices  $\overline{\overline{Z}}_{i,j}$  representan a las transiciones entre las regiones  $i$  y  $j$ , mientras las  $\overline{\overline{T}}_i$  dan cuenta de la atenuación de la señal dentro de la región  $i$ . Sus expresiones son:

$$\overline{\overline{Z}}_{i,j} = \frac{1}{2Z_i} \begin{pmatrix} Z_j + Z_i & Z_j - Z_i \\ Z_j - Z_i & Z_j + Z_i \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$$\overline{\overline{T}}_i = \begin{pmatrix} \exp(\alpha_i l_i) & 0 \\ 0 & \exp(-\alpha_i l_i) \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

siendo  $\alpha_i$  el coeficiente de atenuación y  $Z_i$  la impedancia del modo fundamental evanescente  $TE_{01}$  en la región  $i$ . Finalmente, resulta evidente a partir de (4.3) que si se cumple

$$\text{adaptación de impedancias:} \quad Z_2 = Z_3 = Z_4, \quad (4.6)$$

$$\text{camino óptico nulo:} \quad l_2\alpha_2 + l_3\alpha_3 + l_4\alpha_4 = 0, \quad (4.7)$$

entonces  $T = 1$  y  $R = 0$ , es decir, la señal en la salida de estructura coincide con la de la entrada. Por tanto, se puede decir que las fórmulas (4.6) y (4.7) son verdaderamente las condiciones de túnel perfecto, como si las regiones intermedias entre la entrada y la salida no existieran.

A continuación, a partir de dichas condiciones se puede deducir como debe ser el medio que se coloque en la sección 3. Como la guía está vacía o rellena con algún medio isótropo, los coeficientes de atenuación y las impedancias para el modo fundamental son

$$\alpha_i = \sqrt{(\pi/a)^2 - \omega^2 \epsilon_i \mu_i} \quad \text{y} \quad Z_i = -i\omega \frac{\mu_i}{\alpha_i} \quad (4.8)$$

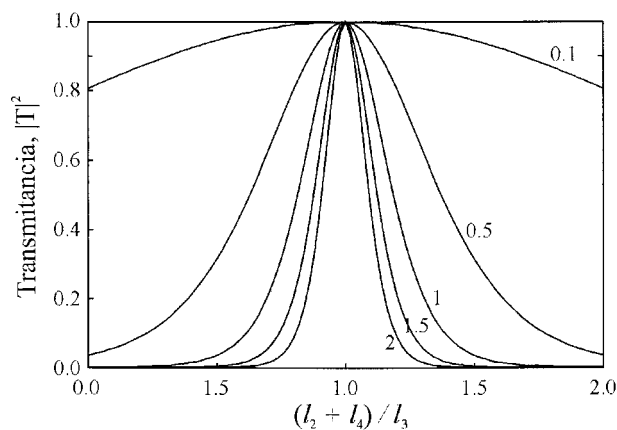
Debido a la simetría de la estructura,  $\alpha_2$  y  $\alpha_4$  tomarán el mismo valor, pero  $\alpha_3$  deberá ser de signo opuesto para que se pueda satisfacer la condición de *camino óptico nulo* (4.7). Finalmente, es fácil comprobar que las condiciones de túnel perfecto, (4.6) y (4.7) se reducen a la conocida condición del fenómeno lente perfecta [PEN00]:

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &= -\epsilon_3 = \epsilon_4 \\ \mu_2 &= -\mu_3 = \mu_4 \\ l_2 + l_4 &= l_3. \end{aligned} \quad (4.9)$$

La interpretación física del túnel perfecto es simple. Primero veamos que pasa en ausencia de dieléctrico en la región 5. La onda evanescente generada en la transición de entrada decrece en la región 2, se amplifica en la 3 debido al cambio de signo del coeficiente de atenuación, y vuelve a decrecer en 4. Esta amplificación contrarresta exactamente a la caída de las zonas 2 y 4. Además, ya que las tres zonas tienen la misma impedancia, no habrá reflexiones en las interfaces 2-3 y 3-4. Este fenómeno de

amplificación se ilustra en la figura 4.2(b), donde se ha representado el campo en el interior de la guía cuando se elimina el dieléctrico de la región 5 (línea a trazos). Es importante observar que un modo evanescente solitario no soportaría el transporte de energía. Sin embargo la presencia de la transición 4-5 hace que se genere una onda evanescente en el sentido opuesto. La superposición de ambas ondas evanescentes es lo que hace posible el flujo de energía de la entrada a la salida (línea continua en la figura 4.2(b)). Debido a la simetría de la estructura, la onda evanescente *reflejada* será de la misma amplitud que la *incidente*, pero siguiendo el esquema inverso de amplificación/atenuación. Por tanto, el campo total valdrá lo mismo en la entrada que en la salida, dando lugar al fenómeno de *túnel perfecto*.

Cabe considerar hasta qué punto es estable este comportamiento de túnel perfecto cuando las condiciones del sistema se alejan ligeramente de (4.9). En las siguientes dos secciones se tratará de la desviación en  $\epsilon_3$  y  $\mu_3$  (pérdidas y dispersión), pero por ahora consideraremos que estas se cumplen con exactitud a la frecuencia de trabajo. En la figura 4.3 se ha representado la transmitancia en función del cociente entre longitudes. Se observa claramente transmisión total cuando  $l_2 + l_4 = l_3$ . Además, cuando la longitud  $l_3$  es grande en comparación con la longitud de onda en vacío,  $\lambda_0 = c/f$ , esta condición es muy restrictiva, siendo entonces la curva muy estrecha. Sin embargo cuando  $l_3 / \lambda_0$  es pequeño, entonces la curva se ensancha y, por tanto, la transmisión total es más estable.



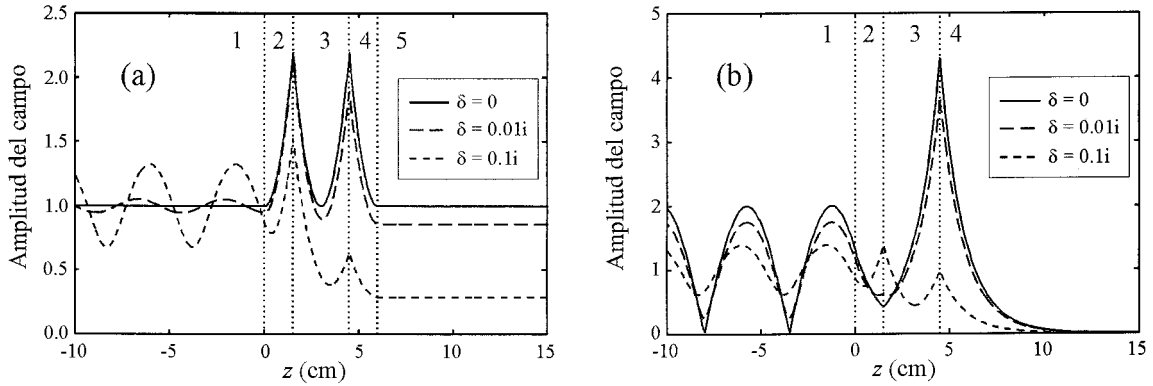
**Fig. 4.3** Transmitancia a través de la estructura de la figura 4.1 frente a la razón  $(l_2 + l_4) / l_3$ , para diferentes valores de  $l_3 / \lambda_0$ .

### **4.3 Efectos de las pérdidas y de la dispersión**

En la sección anterior sólo se consideró la guía rellena con material zurdo sin pérdidas ( $\varepsilon_3 = -\varepsilon_0$ ,  $\mu_3 = -\mu_0$ ), pero cualquier modelo realista de un medio material debe incluir las pérdidas. Por otro lado, cualquier excitación física debe ser un pulso de duración finita, con lo que este se descompone en un espectro de frecuencias, de manera que  $\varepsilon_3$  y  $\mu_3$  será diferente para cada una de las componentes espectrales, y en general distintos de  $-\varepsilon_0$  y  $-\mu_0$ . Ambos efectos pueden ser estudiados en una forma trivial si se considera

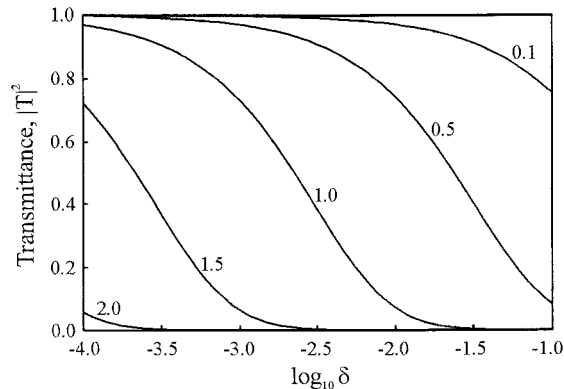
$$\begin{aligned}\varepsilon_3 &= \varepsilon_3(-1 + \delta_e) \\ \mu_3 &= \mu_3(-1 + \delta_m),\end{aligned}\tag{4.10}$$

donde  $\delta_e$  y  $\delta_m$  dan cuenta de las pérdidas y la dispersión, siendo exactamente la parte imaginaria las tangentes de pérdidas eléctrica y magnética. Por simplicidad, en lo que sigue supondremos que  $\delta_e = \delta_m = \delta$ . La figura 4.4(a) muestra el efecto de las pérdidas sobre la distribución del campo dentro de la estructura, para distintos valores imaginarios puros de  $\delta$ . La primera conclusión obvia es que la transmisión decrece cuando las pérdidas son mayores. Sin embargo, en comparación con el túnel a través de la guía vacía (ver figura 4.2(a)), la transmisión es realizada en más de un orden de magnitud, incluso para tangentes de pérdidas tan altas como 0.1. Además, cuando la transición de salida es eliminada, aún se observa claramente el esquema de amplificación para tangentes de pérdidas típicas de 0.01 (ver figura 4.4(b)). Por tanto, aunque las pérdidas impiden la transmisión total, el efecto de túnel mejorado se sigue observando, y si las pérdidas son suficientemente bajas el túnel es cuasi-perfecto. Estos resultados son consistentes con otros obtenidos por [RAO03], los cuales fueron obtenidos para una lámina de LHM en espacio libre mediante simulaciones basadas en FDTD. Aunque no se muestran, resultados similares a los de la figura 4.4 fueron obtenidos al introducir desviaciones reales en la permitividad  $\varepsilon_3$  y la permeabilidad  $\mu_3$ .



**Fig. 4.4** Comparación entre la distribución de campo el interior de la guiaondas cuando el medio zurdo es ideal sin pérdidas (línea continua) y cuando sí las presenta (líneas discontinuas). En (a) se muestra la configuración de túnel y en (b) la configuración sin dieléctrico en la última región. Los parámetros de la estructura se indican en Fig. 4.1.

Por último, resulta obvio que la longitud de la sección rellena del medio zurdo,  $l_3$ , es crítica a la hora de evaluar los anteriores efectos destructivos sobre el túnel perfecto. Cuando la longitud  $l_3$  sea grande o comparable a  $\lambda_0$ , entonces será muy difícil obtener el túnel cuasi-perfecto, siendo necesario valores extremadamente pequeños de  $\delta_e$  y  $\delta_m$ . Por ejemplo, en la figura 4.5 se ve que si  $l_3 = \lambda_0$  la tangente de pérdidas debería ser inferior a 0.001. Sin embargo, si  $l_3 = 0.1\lambda_0$ , entonces el túnel es cuasi-perfecto para valores razonables de las pérdidas. El mismo resultado se obtuvo cuando la desviación  $\delta$  es real. Estos resultados están en acuerdo con lo predicho en [MAR04b] para el fenómeno de super-focalización por una lámina de LHM, los cuales serán comentados en el siguiente capítulo.



**Fig. 4.5** Efecto de la razón  $l_3/\lambda_0$  ( $n^\circ$  próximo a cada curva) sobre la transmitancia de la estructura de la Fig. 4.1 para diferentes valores de la tangente de pérdidas del medio zurdo (por simplicidad  $\delta_e = \delta_m$ ).

#### **4.4 Estructura multicapa para mejorar el túnel**

En el apartado anterior se ha demostrado que unas pequeñas pérdidas en el material zurdo y la dispersión pueden ser suficientes para destruir el fenómeno de túnel perfecto. Con el fin de reducir tales efectos negativos, una estructura multicapa similar a la propuesta primero en [SHA01] para láminas de LHM será analizada a continuación en detalle para la configuración en guías. Previamente se resolverá el problema en el caso ideal sin pérdidas.

Dicha estructura multicapa se ilustra en la figura 4.6, donde las regiones rayadas simbolizan los trozos de guía rellenos con medio zurdo de  $\mu/\mu_0 = \varepsilon/\varepsilon_0 = -1$ , mientras que las regiones blancas representan los trozos vacíos. Todas estas guías tienen las mismas dimensiones laterales y estarán al corte a la frecuencia de trabajo. Sólo las guías de entrada y salida (en gris) permiten la propagación, gracias a que están rellenas con un dieléctrico (en el ejemplo de constante  $\varepsilon/\varepsilon_0 = 2$ ). Para identificar cada una de las estructuras de la figura 4.6 se define el *orden de la estructura*. La estructura de *orden cero* sólo presenta dos regiones al corte, ambas de igual longitud, una rellena del LHM y otra vacía. La configuración de *primer orden* se obtiene a partir de la anterior desdoblado la interfase vacío-LHM y relleno la guía de forma simétrica. Y así sucesivamente. De esta manera, en general la estructura de orden  $m$  presenta  $2^m$  interfases vacío-LHM y  $N = 2^m + 1$  regiones al corte. La longitud total de la estructura,  $l$ , es constante, de modo que para orden  $m > 0$  la longitud de las secciones  $S_2, S_3, \dots, S_{N-1}$  es  $l_i = d = l / (N-1)$ , mientras que las regiones  $S_1$  y  $S_N$  miden  $d/2$ .

Al igual que en los puntos anteriores tan sólo se tendrá en cuenta el modo fundamental  $TE_{10}$ . Entonces los coeficientes de transmisión  $T$  y reflexión  $R$  se calculan mediante una cascada de matrices similar a (4.3):

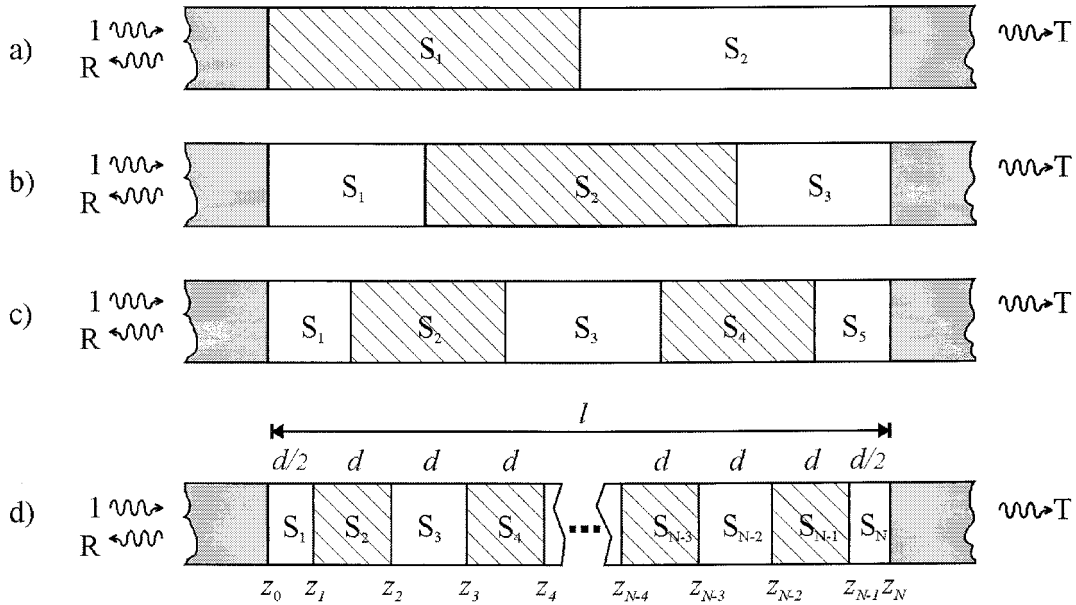
$$\begin{pmatrix} 1 \\ R \end{pmatrix} = \mathbf{Z}_{0,1} \cdot \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{Z}_{1,2} \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \dots \cdot \mathbf{T}_N \cdot \mathbf{Z}_{N,N+1} \cdot \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

donde las matrices se corresponden con las definiciones (4.4) y (4.5). Y las condiciones de túnel perfecto (4.6) y (4.7) pasan a ser



$$\text{adaptación de impedancias: } Z_1 = Z_2 = \dots = Z_N, \quad (4.12)$$

$$\text{camino óptico nulo: } \sum_{i=1}^N l_i \alpha_i = 0, \quad (4.13)$$



**Fig. 4.6** Estructuras multicapa. Los valores de la permitividad y la permeabilidad son:  $\epsilon = 2\epsilon_0, \mu = \mu_0$  (zonas grises);  $\epsilon = \epsilon_0, \mu = \mu_0$  (zonas blancas);  $\epsilon = -\epsilon_0, \mu = -\mu_0$  (zonas rayadas). Se muestran las estructuras de orden 0, 1, 2, ... m-ésimo, donde  $2^m$  es igual al número de interfases vacío-metamaterial. El ancho de la guiaondas utilizado fue  $a = 24$  mm, su longitud total  $l = 60$  mm, y la frecuencia de trabajo 5 GHz.

Estas condiciones son trivialmente satisfechas por cada una de las configuraciones de la figura 4.6, con independencia del orden que se trate. Por tanto cualquiera de las estructuras multicapas soporta túnel perfecto, por lo que todas son equivalentes desde este punto de vista. Sin embargo, la distribución del campo dentro de estas estructuras dependerá fuertemente del número de interfases, tal como se muestra a continuación.

El campo dentro de cada trozo de la estructura de orden  $m$  es una combinación lineal de modos fundamentales  $TE_{10}$ :

$$\begin{aligned} E_y &= \left( C_1^i \exp[-\alpha(z - z_i)] + C_2^i \exp[\alpha(z - z_i)] \right) \sin(\pi x / a) \\ H_x &= \pm \left( C_1^i \exp[-\alpha(z - z_i)] - C_2^i \exp[\alpha(z - z_i)] \right) \sin(\pi x / a) / Z, \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde  $\alpha^2 = (\pi/a)^2 - (\omega/c_0)^2$  es el cuadrado de la constante de atenuación en cada sección,  $Z = -i\omega\mu_0/\alpha$  es la impedancia del modo TE<sub>10</sub>, y el índice  $i = 1..N$  se refiere a la sección de guía considerada. En la segunda ecuación de (4.14) el signo positivo se utiliza para las regiones vacías y el menos para las rellenas con el LHM ( $\varepsilon/\varepsilon_0 = \mu/\mu_0 = -1$ ). Nótese que como todas las regiones internas están al corte, entonces la constante de atenuación es un número real puro. Por otro lado, el campo en la guía de entrada debe incorporar la onda propagativa incidente y su reflejada ( $R$ ), siendo expresado como:

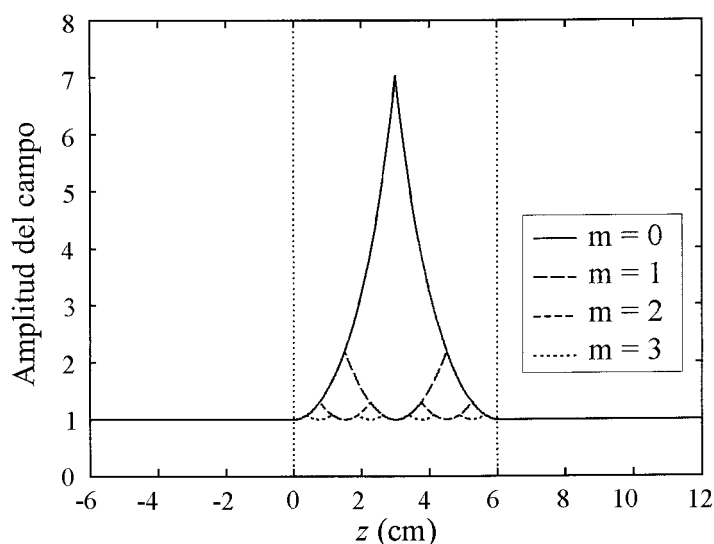
$$\begin{aligned} E_y &= (\exp[i\beta(z-z_0)] + R \exp[-i\beta(z-z_0)]) \sin(\pi x/a) \\ H_x &= (\exp[i\beta(z-z_0)] - R \exp[-i\beta(z-z_0)]) \sin(\pi x/a) / Z_0, \end{aligned} \quad (4.15)$$

donde  $\beta^2 = \omega^2\varepsilon\mu - (\pi/a)^2$  es el cuadrado de la constante de propagación y  $Z_0 = \omega\mu_0/\beta$  la impedancia de la guía. De forma similar, la distribución de campo dentro de la guía de salida se asume como:

$$\begin{aligned} E_y &= T \exp[i\beta(z-l_N)] \sin(\pi x/a) \\ H_x &= T \exp[i\beta(z-l_N)] \sin(\pi x/a) / Z_0, \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde  $T$  es el coeficiente de transmisión. Las constantes en las ecuaciones (4.14)-(4.16) se determinan a partir de las condiciones de frontera en las interfaces. Se demuestra fácilmente que valen  $C_1^i = B \exp(-\alpha d/2)$  y  $C_2^i = A \exp(\alpha d/2)$  para las regiones cargadas con el medio zurdo. Para los trozos vacíos se cumplen las mismas fórmulas, pero con  $A$  y  $B$  permutadas, excepto en la última región  $S_N$ , donde  $C_1^N = A$  y  $C_2^N = B$ . Finalmente, las constantes  $A$  y  $B$  vienen dadas por  $A = T(Z + Z_0)/(2Z_0)$ , y  $B = T(Z_0 - Z)/(2Z_0)$ . Sustituyendo estos coeficientes en las expresiones anteriores se llega a la conclusión obtenida anteriormente de que  $R = 0$  y  $T = 1$ . Además en el límite de un número infinito de capas ( $d \rightarrow 0$ ), está claro que el campo en las regiones al corte pierde su dependencia con  $z$ , siendo  $E_y \rightarrow \sin(\pi x/a)$ . En la figura 4.7 se ilustra la distribución de los campos dentro de la guía para las estructuras multicapas de  $m = 0, 1, 2$  y  $3$ . Se observa como el campo es máximo en cada una de las interfases vacío-LHM. La figura también muestra que la amplitud de esos picos disminuye al aumentar el

número de interfases de la estructura. De hecho, se observa como las distribuciones del campo forman un objeto fractal que converge hacia un valor mínimo y constante cuando el número de interfases tiende a infinito.

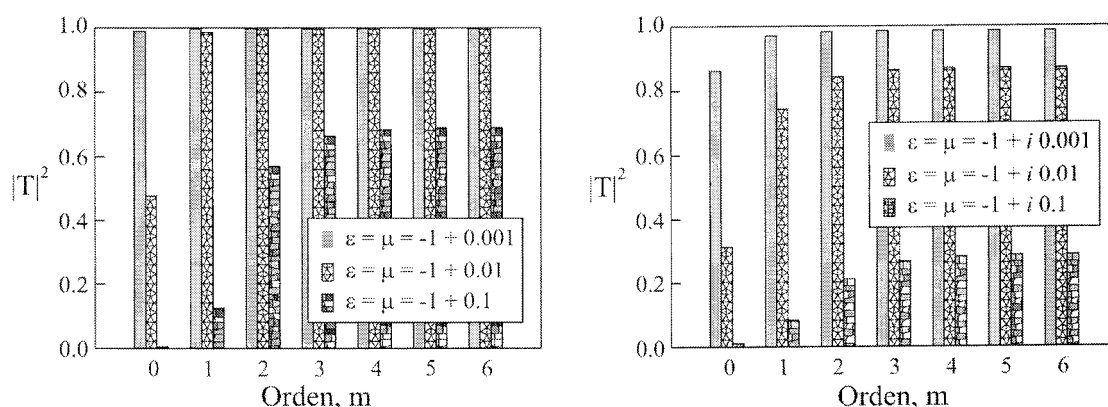


**Fig. 4.7** Amplitud del campo a lo largo de las cuatro primeras estructuras multicapa de la figura 4.6. En el enlace <http://ej.iop.org/links/q53/BQQLohohL2JtCsb97wtGFA/> se muestran animaciones que incluyen la dependencia temporal del campo.

Acercarse a ese valor mínimo del campo es una cuestión clave para reducir los efectos de las pérdidas y la dispersión sobre el efecto túnel. Esto se puede entender cualitativamente mediante dos argumentos básicos. Por un lado, la parte imaginaria de  $\epsilon$  y  $\mu$  del medio zurdo significan unas pérdidas en el material que son proporcionales a la amplitud del campo al cuadrado. Por otro lado, una señal incidente física se descompone en infinitas componentes espectrales que en general no pueden satisfacer exactamente la adaptación de impedancias, lo que da lugar a reflexiones en las interfases que se magnifican cuando el campo es muy grande. Entonces, estos efectos negativos son menos importantes cuando el medio zurdo es dividido en múltiples regiones. Sin embargo, existe un límite inferior en las pérdidas y en la reflexión diferente de cero.

Con el fin de estudiar este hecho cuantitativamente se han realizado unos cálculos (ecuación (4.11)) de la potencia transmitida a través de las estructuras de la figura 4.6 que se exponen en la figura 4.8. Se ha supuesto que la permitividad y la

permeabilidad del medio zurdo son  $\varepsilon/\varepsilon_0 = \mu/\mu_0 = -1 + \delta$ , siendo  $\delta = \delta' + i \delta''$  un número complejo, donde  $\delta'' > 0$  representa las pérdidas en el material. Dos resultados importantes se observan en dicha figura. El primero es que dividiendo la región de LHM se consigue aumentar la transmisión, llegando rápidamente a ser cuasi-perfecta en pocos pasos si el valor de  $\delta$  es pequeño. El segundo es que la transmitancia siempre converge a un valor menor que 1, y que cuando  $\delta$  es grande ( $|\delta| = 0.1$ ) este límite es pequeño en comparación con 1, de modo que ya no se puede hablar de túnel cuasi-perfecto.



**Fig. 4.8** Potencia transmitida a través de las estructuras de la figura 4.6, frente al orden de la estructura. En (a) se muestra el efecto de una variación en la parte real de los parámetros característicos de medio zurdo para dar cuenta de la dispersión. En (b) se ha introducido el efecto de las pérdidas del material zurdo (b).

#### 4.5 Efecto túnel en guía rellena con metamaterial magnético uniaxial

En todo el texto anterior de este capítulo se estudio el túnel a través de la guía cargada con trozos de medio zurdo isótropo. A partir de ahora se analizará el mismo problema, pero relleno la guía con un metamaterial magnético uniaxial. Esto permitirá el estudio de un sistema más realista basado en partículas BC-SRRs propuestas por [MAR02, MAR03b], y que ya fueron explicadas en el capítulo 1, las cuales serán colocadas paralelas al plano  $yz$  de la guía. Además, también se estudiará el efecto positivo del uso de estructuras multicapa en la reducción de los efectos de las pérdidas y la dispersión.

En este punto, asumamos que el medio anisótropo que rellena la guía es caracterizado por un tensor de permeabilidad diagonal, cuyos elementos son  $\mu_{yy} = \mu_{zz} = \mu_0$  y  $\mu_{xx} < 0$ , y por un tensor de permitividad también diagonal  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = \epsilon_0$ ,  $\epsilon_{yy} > \epsilon_0$ . Es importante notar que sólo  $\mu_{xx}$  se supondrá resonante, ya que se relacionará con la polarizabilidad magnética del BC-SRR, mientras que  $\epsilon_{yy}$  es una componente no resonante que dará cuenta de la polarizabilidad eléctrica de cualquier disco de metal sobre el plano  $yz$ . La solución de las ecuaciones de Maxwell para una guía rellena de medio anisótropo es similar a la del medio isótropo (véase por ejemplo [HRA05]), pero cambiando las expresiones de la constante de atenuación y de la impedancia del modo fundamental por:

$$\begin{aligned}\alpha^2 &= (\pi/a)^2 \mu_{xx} / \mu_0 - \omega^2 \epsilon_{yy} \mu_{xx} \\ Z &= \omega \mu_{xx} / k_z\end{aligned}\quad (4.17)$$

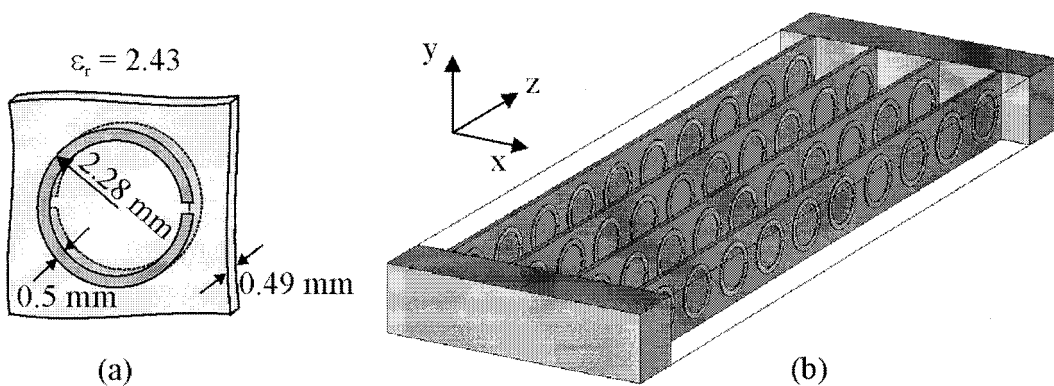
Si  $\mu_{xx} < 0$ , la primera ecuación de (4.17) muestra que la onda es evanescente solamente cuando la frecuencia es superior a la de corte, es decir,  $\omega > \omega_c = \pi / (a \sqrt{\epsilon_{yy} \mu_0})$ . Este comportamiento es exactamente el contrario del esperado para una guía rellena de medio isótropo, por lo que se podría utilizar más bien el término *anti-corte*, al igual que en [SMI03]. Por otro lado, los trozos de guía vacía estarán al corte sólo para frecuencias  $\omega < \omega_c^0 = \pi / (a \sqrt{\epsilon_0 \mu_0})$ . Por tanto, siempre que  $\epsilon_{yy} > \epsilon_0$ , la onda será evanescente simultáneamente en las regiones vacías y de material en el intervalo de frecuencia comprendido entre ambas frecuencias de corte, es decir:

$$\frac{\pi}{a \sqrt{\epsilon_{yy} \mu_0}} < \omega < \frac{\pi}{a \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (4.18)$$

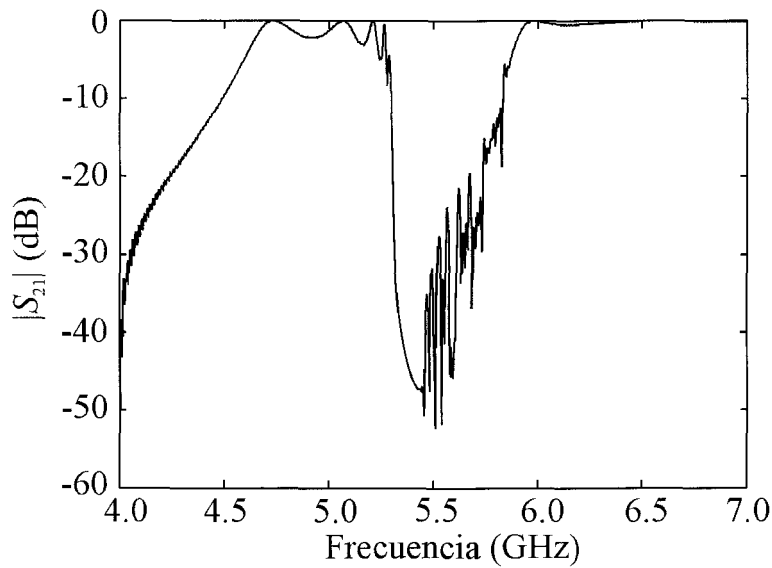
Para fabricar tal metamaterial magnético se ha utilizado como elemento unidad el BC-SRR, cuyos parámetros que se muestran en la figura 4.9(a). Como ya se explicó en el capítulo 3, en buena aproximación se puede suponer que el metamaterial se comporta como un medio efectivo que satisface el modelo de Drude-Lorentz. Asumiendo dicha aproximación, la componente axial de la permeabilidad será:

$$\frac{\mu_{xx}}{\mu_0} = 1 - \frac{\delta f (2f_0 + \delta f)}{f^2 - f_0^2}, \quad (4.19)$$

donde  $\delta f$  es el ancho de la banda de  $\mu_{xx}$  negativa y  $f_0$  es la frecuencia de resonancia del medio. Para estimar los parámetros del modelo se ha simulado la configuración de la figura 4.9(b), haciendo uso del simulador comercial *CST Microwave Studio*. La figura muestra una guíaondas cargada con partículas BC-SRRs, dispuestas en cuatro tiras de diez elementos cada una. Además, dicha sección de guía está rodeada por otras dos rellenas de dieléctrico de constante dieléctrica 2, las cuales permiten llevar o extraer la energía de la estructura cuando la frecuencia es superior a 4 GHz. En la figura 4.10 se muestra el coeficiente de transmisión,  $|S_{21}|$ , obtenido en la simulación. Se observa una frecuencia de corte en 4.5 GHz que pertenece a la sección rellena de metamaterial, que es inferior a la de la guíaondas vacía (6.3 GHz). Esto puede ser explicado introduciendo una permitividad efectiva  $\epsilon_{yy} \approx 1.93\epsilon_0$  que está relacionada con la polarizabilidad eléctrica no resonante de cada BC-SRR. Por otro lado, la curva de transmisión muestra una banda de rechazo justo entre 5.3 and 5.9 GHz. Este rango de frecuencia debe ser interpretado como aquel en el que la permeabilidad  $\mu_{xx}$  es negativa y se presente el comportamiento de *anti-corte*. A partir de esta banda de rechazo se obtienen los parámetros de la ecuación (4.19), correspondiente a un modelo de Drude-Lorentz. Estos son  $\delta f = 0.5$  GHz y  $f_0 = 5.3$  GHz.



**Fig. 4.9** (a) Celda unidad del metamaterial utilizado (BC-SRR). (b) Guiaondas rellena con el metamaterial. Las dimensiones de la guía son: ancho  $a = 24$  mm, alto  $b = 6$  mm, longitud  $l = 60$  mm. Las guías de entrada y salida están rellenas con un dieléctrico de  $\epsilon_r = 2.43\epsilon_0$ .



**Fig. 4.10** Coeficiente de transmisión de la estructura de la figura 4.9, el cual fue obtenido mediante simulación numérica.

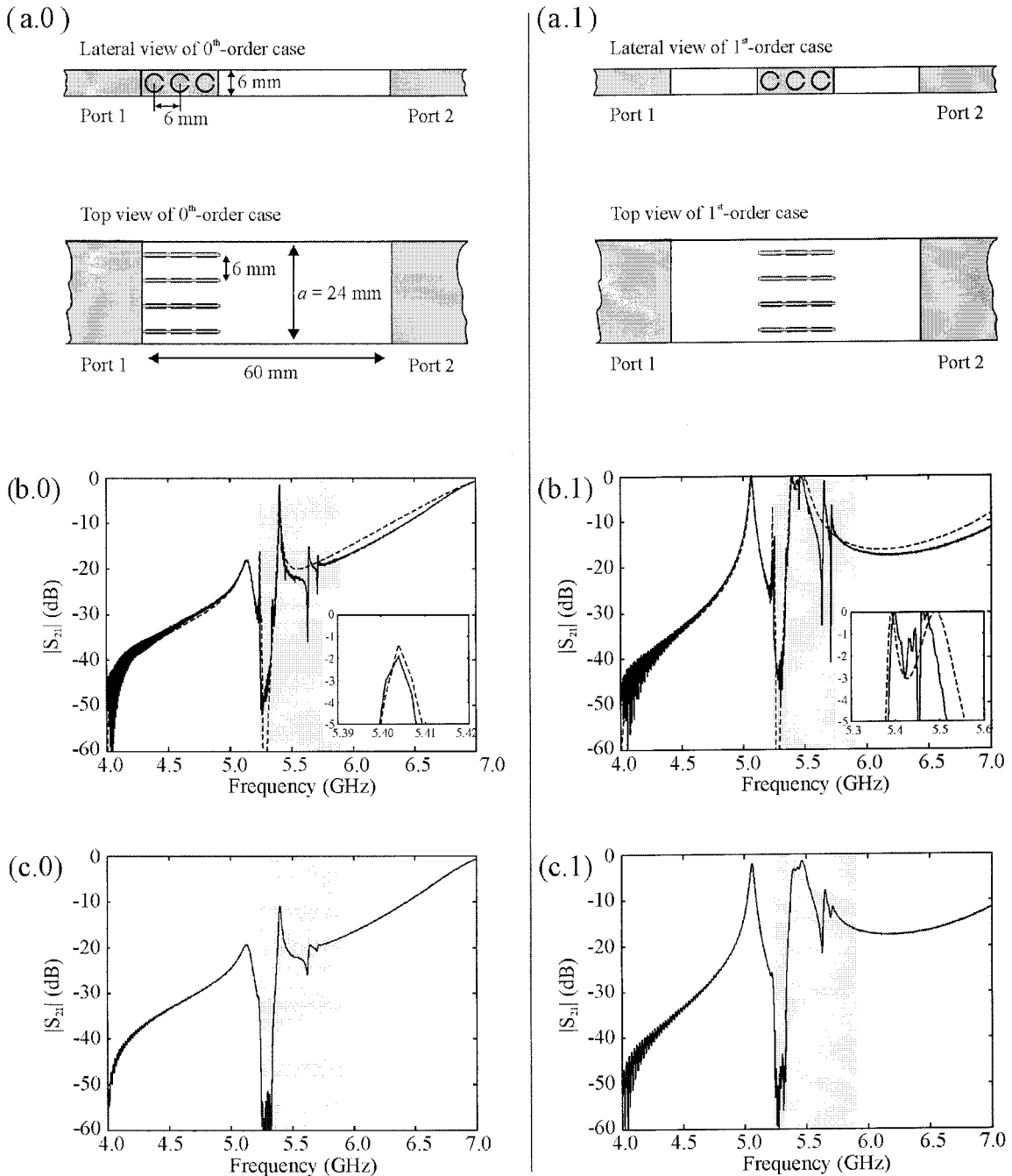
Una vez se han obtenido los parámetros efectivos del metamaterial, estamos en disposición de calcular la relación óptima entre la longitud de guía vacía y la llena de metamaterial para que la transmisión sea máxima, utilizando para ello las condiciones de túnel perfecto (4.6) y (4.7). Primero, se obtiene que la adaptación de impedancias se presenta sólo a 5.5 GHz. Luego, la condición de camino óptico nulo lleva a que a esa frecuencia la longitud de la región vacía debe ser aproximadamente 2 veces la del trozo con metamaterial. Sin embargo, como el metamaterial es realmente discreto, nos vemos forzados a elegir como óptima una longitud del metamaterial equivalente a 3 celdas unidad, cumpliéndose la relación  $7/3$ . Entonces, debemos guardar en la mente que las condiciones de túnel perfecto son sólo aproximadamente satisfechas.

En la figura 4.11(a) se muestran las estructuras de orden 0 y 1, análogas a las de la figura 4.6, pero sustituyendo ahora el medio zurdo continuo por el metamaterial magnético de BC-SRRs. Los parámetros del metamaterial son iguales a los utilizados anteriormente para obtener la banda de rechazo de la figura 4.10, por lo que podremos suponer que el trozo de  $4 \times 3$  resonadores se describe aproximadamente con los mismos parámetros de medio efectivo. En las gráficas de la figura 4.11(b) se muestra el coeficiente de transmisión para dichas estructuras libres de pérdidas óhmicas, comparando el resultado del simulador *CST Microwave Studio* con el modelo teórico.

Este cálculo teórico se basa simplemente en la asunción del modelo de medio efectivo para el metamaterial y en el uso de la cascada de matrices de transmisión (4.11). Con ambos métodos se obtiene un pico principal dentro de la banda de  $\mu_{xx} < 0$ , cercano a la frecuencia 5.5 GHz, el cual se corresponde con la situación de túnel cuasi-perfecto. Sin embargo, el modelo de medio efectivo no puede predecir las dos resonancias secundarias que aparecen en la simulación alrededor de 5.7 GHz. Para dar cuenta de esas resonancias sería necesario considerar la naturaleza discreta del metamaterial, que explicaría la ruptura de la resonancia debido a los distintos tipos de acoplamientos entre partículas. De todos modos, teniendo en cuenta que estas resonancias secundarias no empañan el éxito en la predicción de la resonancia principal, y que un refinamiento para tener en cuenta que el metamaterial es discreto complicaría bastante la teoría, queda justificado seguir adelante con este modelo de medio efectivo. Volviendo a la discusión del pico principal, se observa que en la estructura de orden 0 no se alcanza exactamente la transmisión total, lo que se debe a la imposibilidad de satisfacer la condición de camino óptico nulo mediante un número discreto de celdas. Sin embargo, el efecto de esta imprecisión en las longitudes para la estructura de orden 1 es que el pico aparece levemente desdoblado. En realidad ninguno de los dos sub-picos es exactamente de túnel perfecto, porque aunque la transmisión es total en ambos, existe un desfase entre la señal a la entrada y la salida, pero ambos están muy próximos a cumplir las condiciones de túnel perfecto.

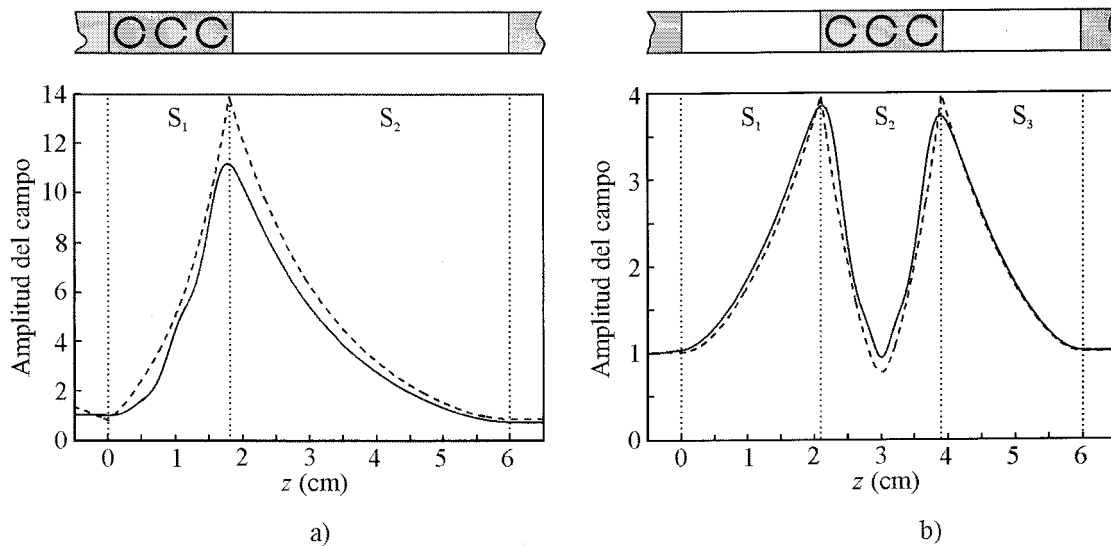
Tal como se demostró en la sección anterior, las estructuras con mayor número de interfases deben soportar mejor los efectos de las pérdidas y de la dispersión, debido básicamente a que los campos en las interfases disminuyen bruscamente al aumentar el número de interfases, de modo que las pérdidas y las reflexiones se minimizan. Este hecho, que fue en principio estudiado para guías rellenas con medio zurdo isótropo, ha sido comprobado también cuando se utiliza el metamaterial compuesto de BC-SRRs. Los resultados se muestran en la figura 4.11(c). En este caso se han simulado las mismas estructuras suponiendo que los anillos poseen la conductividad del cobre. Se observa que la transmisión para la estructura de orden 1 es al menos 10 dB superior a la de orden 0.





**Fig. 4.11** Estructuras de orden  $m = 0$  (a.0) y  $m = 1$  (a.1), utilizando anillos BC-SRR iguales a los de la figura 4.9. La longitud de la región de metamaterial es de tres celdas unidad, que se corresponde con la que mejor satisface las condiciones de túnel perfecto. En la segunda fila se muestra el coeficiente de transmisión para ambas estructuras cuando se suponen libres de pérdidas óhmicas. En la tercera fila se muestra lo mismo, pero suponiendo que los anillos tienen la conductividad del cobre. Es importante observar como el nivel del pico de túnel perfecta para la estructura de orden  $m = 1$  es unos 10 dB mayor que el de la estructura  $m = 0$ .

En la figura 4.12 se muestra la amplitud del campo en el plano central  $yz$  de las estructuras de orden  $m = 0$  y  $m = 1$ , suponiendo conductores perfectos. La curva de la simulación ha sido obtenida promediando respecto a  $y$ . Se observa un magnífico ajuste entre la simulación y el modelo de medio efectivo. Además se comprueba que la amplitud del campo en las interfases de la estructura  $m = 1$  es bastante menor que en la  $m = 0$ , como ya se había anticipado.



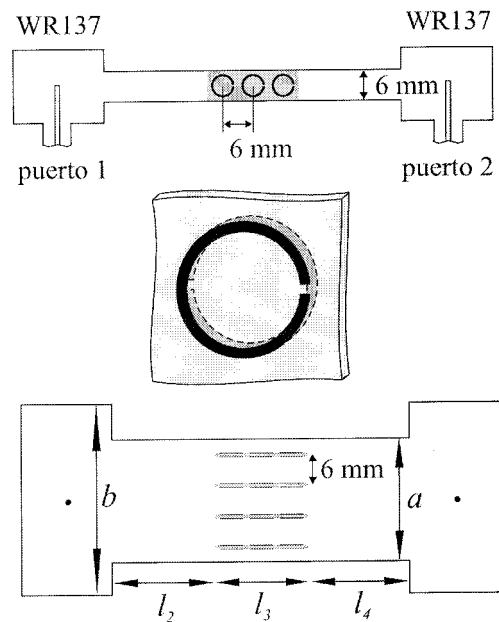
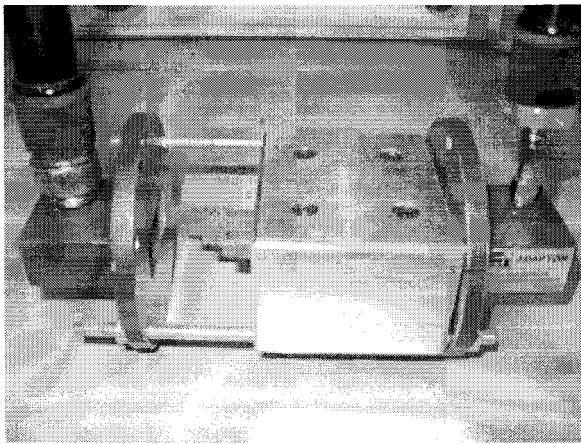
**Fig. 4.12** Amplitud del campo en el interior de las estructuras de orden 0 (a) y 1 (b). Resultados de simulación (línea continua) y obtenidos a partir del modelo de medio magnético uniaxial (línea discontinua). Se ha simulado suponiendo conductores perfectos, y fijando la frecuencia en 5.45 GHz, que se corresponde con la frecuencia a la que se produce la adaptación de impedancias (4.6).

## 4.6 Experimento

### 4.6.1 Dispositivo experimental

Con la finalidad de comprobar experimentalmente el efecto de túnel cuasi-perfecto, se ha montado el sistema de la figura 4.13, que es similar al estudiado el apartado anterior mediante simulación. Una guíaondas rectangular, fabricada en aluminio, es colocada entre dos transiciones comerciales de guía rectangular a coaxial (WR137). Ambos cables coaxiales están conectados a un analizador de redes HP-8510,

que se utiliza para medir los coeficientes de reflexión y transmisión de la estructura. Previamente al proceso de medidas se ha realizado una calibración *full two-port* de los cables coaxiales. Por razones de sencillez experimental, a diferencia de todas las estructuras analizadas anteriormente, en este caso las guías de entrada y salida tienen dimensiones transversales mayores que las de la guía al corte, hasta el punto de que es innecesario rellenarlas con algún dieléctrico para bajar su frecuencia de corte. Aunque esto implica que en las transiciones se generan modos superiores, como las diferencias no son muy importantes y además decaen muy rápidamente, estos se pueden despreciar. La zona central de la guía de ondas se carga con un metamaterial, consistente en 4 tiras paralelas con anillos BC-SRRs, de iguales parámetros que los indicados en la figura 4.9. Como ya se dijo, estos simulan un medio de  $\mu_{xx} < 0$  en un intervalo aproximado de 5.3 a 6 GHz. El número de anillos en cada tira variará progresivamente de 10 a 0, para poder estudiar el efecto del cambio de longitud de la zona rellena de metamaterial.



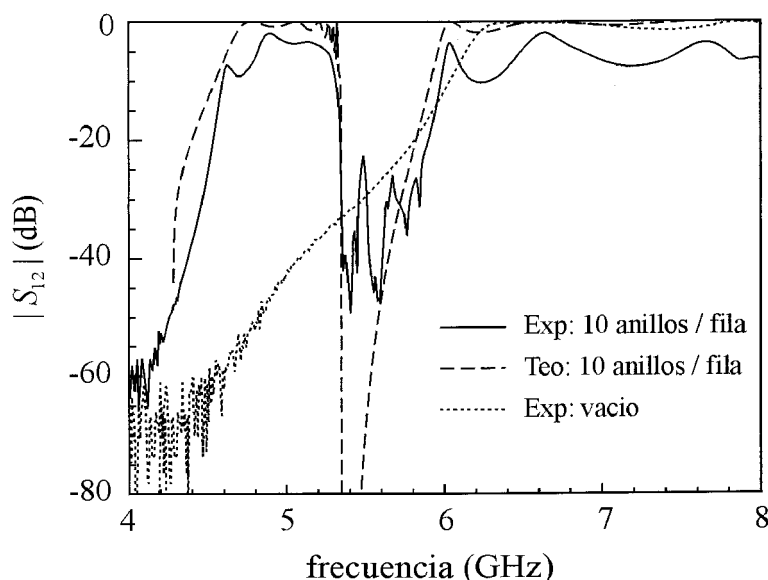
**Fig. 4.13** – Dispositivo experimental para la observación del túnel perfecto. A la derecha: a) vista de un corte vertical de la guía, b) detalle de uno de los resonadores BC-SRR, y c) vista de un corte horizontal. El número de anillos en cada fila es variable, desde 10 hasta 0. Las anchuras de las guías son  $a = 24$  mm y  $b = 35$  mm, y la longitud del trozo de guía es  $l_1 + l_2 + l_3 = 60$  mm.

#### **4.6.2 Caracterización del metamaterial**

Primero caracterizamos experimentalmente el metamaterial. En la figura 4.14 se muestra la medida del coeficiente de transmisión cuando la guía está vacía y cuando está completamente rellena (10 anillos/fila). En el caso vacío, sólo se observa una frecuencia de corte en 6.25 GHz. Para la guía completamente rellena se tiene una frecuencia de corte inferior, en 4.6 GHz, seguida de una banda de rechazo entre 5.35 y 6 GHz. La bajada en la frecuencia de corte, desde 6.25 GHz hasta 4.6 GHz, se debe a que el sistema de anillos tiene una permitividad eléctrica efectiva superior a la del vacío, debido a la polarizabilidad eléctrica no resonante  $\alpha_{yy}^{ee}$  de cada BC-SRR (véase cap. 1). Un rápido cálculo a partir de la expresión de la frecuencia de corte de una guía rectangular,  $\omega_{c,i} = \pi / (a \sqrt{\epsilon \mu_0})$ , nos conduce a una permitividad efectiva  $\epsilon = 1.85 \epsilon_0$ . La banda de rechazo en la curva correspondiente a la guía rellena con metamaterial (con 10 anillos/fila) se debe a que  $\mu_{xx} < 0$  en dicho intervalo de frecuencias. Para caracterizar la permeabilidad del metamaterial en función de la frecuencia utilizamos el modelo de Drude-Lorentz sin pérdidas, al igual que se hizo en el apartado anterior con la ecuación (4.19), obteniendo sus parámetros a partir de la banda de rechazo. De este modo se encuentra los valores  $f_0 = 5.35$  GHz y  $\delta f = 0.55$  GHz, que se aproximan bastante a los obtenidos en el apartado anterior. Introduciendo esta aproximación de la permeabilidad en el cálculo de la transmisión, se ha obtenido un resultado (línea a trazos) que está en buen acuerdo con la medida (línea continua).

El rizado que se observa fuera de la banda de rechazo se debe a la interferencia de las múltiples reflexiones entre las transiciones WR137, las cuales no pudieron ser calibradas. Estos valles son más profundos en la curva experimental que en la teórica, debido a que la reflexión real entre la transición WR137 y la guía de aluminio debe ser mayor que la calculada por un modelo de metamaterial continuo, ya que realmente los BC-SRRs son elementos de metal que dificultan fuertemente la entrada del modo  $TE_{10}$  a la guía de aluminio. De todos modos, dicho rizado no afecta en nada a la posición de la banda ni a la de las resonancias que aparezcan. Por otro lado, los picos de baja transmisión que se observan dentro de la banda de rechazo los podemos interpretar

como frecuencias de resonancia secundarias del medio que no han sido tenidas en cuenta en el modelo, y que se deberían a diferentes tipos de acoplamientos entre los BC-SRRs. Por simplicidad, en lo que sigue obviaremos estos desacuerdos, ya que estos podrían ser confundidos con simple *ruido* en la medida.



**Fig. 4.14** – Coeficiente de transmisión en función de la frecuencia. Medidas experimentales con la guía completamente rellena de anillos (10 anillos/fila) y vacía (0 anillos). La línea a trazos representa el cálculo teórico a partir de la ecuación (3.1) y la caracterización del metamaterial de la Secc. 3.3.2.

### 4.6.3 Detección del túnel cuasi-perfecto

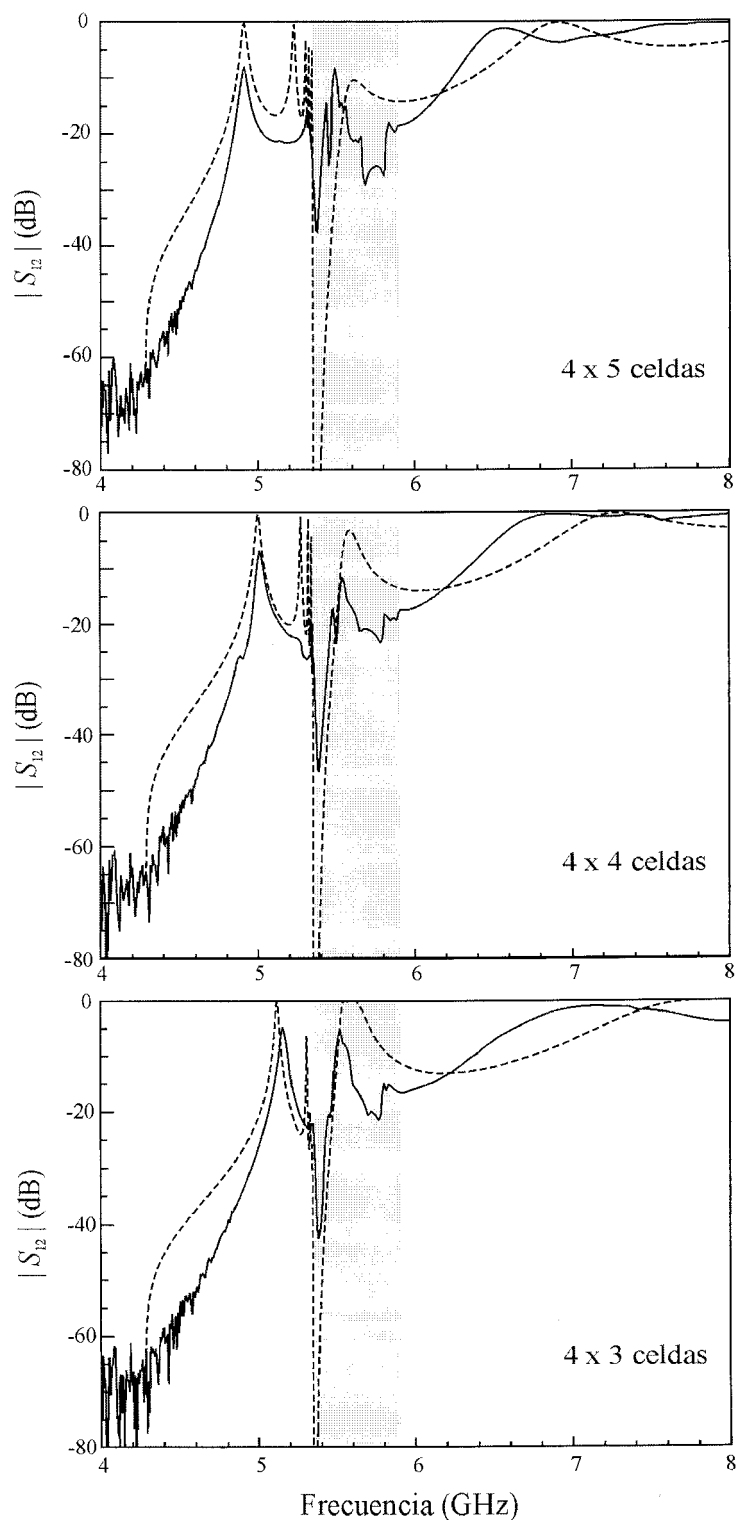
Una vez que tenemos caracterizado el metamaterial, intentamos observar alguna evidencia de túnel cuasi-perfecto. Para ello se fue retirando anillos del metamaterial, tomándose medidas del coeficiente de transmisión para distintas longitudes de metamaterial,  $l_3 / 6\text{mm} = 9, 8, 7 \dots$  y 1. Estos eran colocados de manera simétrica dentro de la guía, de manera que la longitud de guía vacía a ambos lados fuera igual (estructura de orden 1). Se observó que progresivamente iba apareciendo un estrecho pico de transmisión dentro de la banda de rechazo, próximo a 5.5 GHz, que llega a su altura máxima cuando se la longitud del metamaterial es de tres celdas unidad. En la figura 4.15 se muestran dichas medidas para  $l_3 / 6\text{mm} = 5, 4, \text{ y } 3$ . Estos resultados sugieren

claramente que la región de metamaterial ayuda a mejorar la transmisión a través de la estructura. Sin embargo, no se consigue transmisión total, debido fundamentalmente a las pérdidas óhmicas del metamaterial. De todos modos, la transmisión a 5.5 GHz es varios órdenes de magnitud superior que cuando se retira el metamaterial, siendo por ejemplo 25 dB cuando se utiliza un trozo de metamaterial de 3 celdas de longitud. Por tanto, parece claro que se ha obtenido el efecto de túnel cuasi-perfecto.

Además de los resultados experimentales, en la figura 4.15 se muestran también las curvas teóricas obtenidas con el modelo de medio efectivo. Se observa una correspondencia aceptable en la posición de los picos. Los dos picos primeros están fuera de la banda de  $\mu_{zz} < 0$ , y se pueden interpretar como simples resonancias del tipo Fabry-Perot dentro del metamaterial. Dentro de la banda de  $\mu_{zz} < 0$  siempre aparece un pico fuerte que no puede ser interpretado como un simple efecto de Fabry-Perot, pues la zona de metamaterial soporta sólo modos evanescentes en esa banda. Más bien, este pico se debe a que las condiciones de túnel perfecto (4.6) y (4.7) se cumplen aproximadamente. De hecho, su frecuencia es muy próxima a la de adaptación de impedancias ( $Z_2 = Z_3 = Z_4$  a 5.53 GHz). El pico alcanza su máximo valor cuando la longitud del metamaterial es de 3 celdas, ya que esta es la longitud que mejor se ajusta a la condición de camino óptico nulo para esa frecuencia, como ya se vio en el apartado anterior. La discrepancia en la altura de los picos se debe tan sólo a que se utilizó un modelo sin pérdidas y a que no se hizo una calibración perfecta de las transiciones.

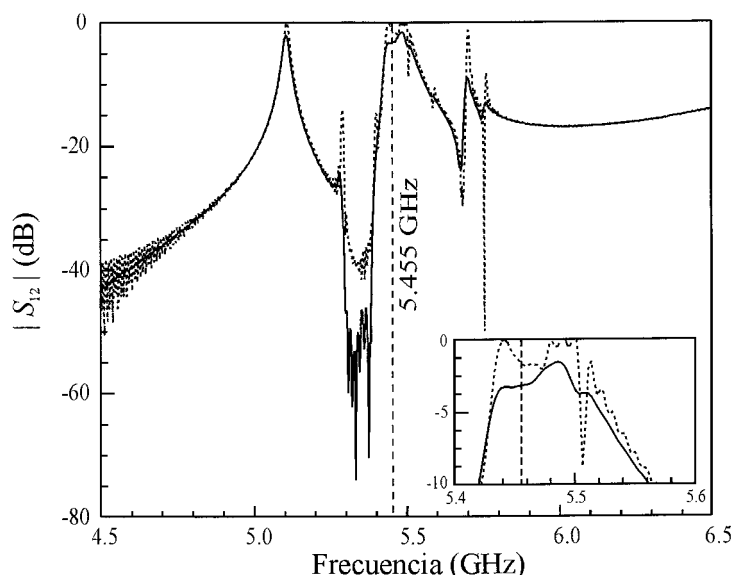
#### **4.7 Simulación: Evidencia de la amplificación**

En el punto anterior ha quedado demostrada experimentalmente la posibilidad de conseguir un túnel cuasi-perfecto al rellenar un trozo de guía al corte con metamaterial, pero no fue posible mostrar gráficamente la típica sucesión de ondas evanescentes decreciente-creciente-decreciente. Para ello recurrimos a la ayuda del simulador comercial *CST Microwave Studio*, que trabaja con un algoritmo de FDTD. Se simuló varias estructuras, de las cuales la más interesante es la de la figura 4.13, con 3 anillos por fila, utilizando conductores perfectos y sustrato dieléctrico igual al del experimento.



**Fig. 4.15** Coeficientes de transmisión experimentales (líneas continuas) y teóricos (líneas discontinuas) a través de la estructura de la figura 4.13. Se muestran resultados para longitud de la región de metamaterial  $l_3$  igual 5, 4 y 3 celdas unidad. Las zonas sombreadas marcan la banda de frecuencia donde la componente de la permeabilidad  $\mu_{xx}$  toma valores negativos.

Primero se hizo un barrido del coeficiente de transmisión,  $|S_{21}|$ , en un rango amplio de frecuencias, cuyo resultado se muestra en la figura 4.16. Estas simulaciones fueron realizadas suponiendo conductores perfectos y también utilizando la conductividad del cobre. Como se puede ver, las pérdidas óhmicas del metamaterial implican una reducción en la transmisión, pero no destruyen la forma de la curva. Se observa en ambas curvas un leve desplazamiento a frecuencias inferiores respecto al resultado experimental, lo que podría deberse a una falta de precisión en el mallado de la simulación; aunque esto no afecta a la forma cualitativa de la curva. En estas condiciones el pico de túnel perfecto aparece a una frecuencia cercana a 5.445 GHz.

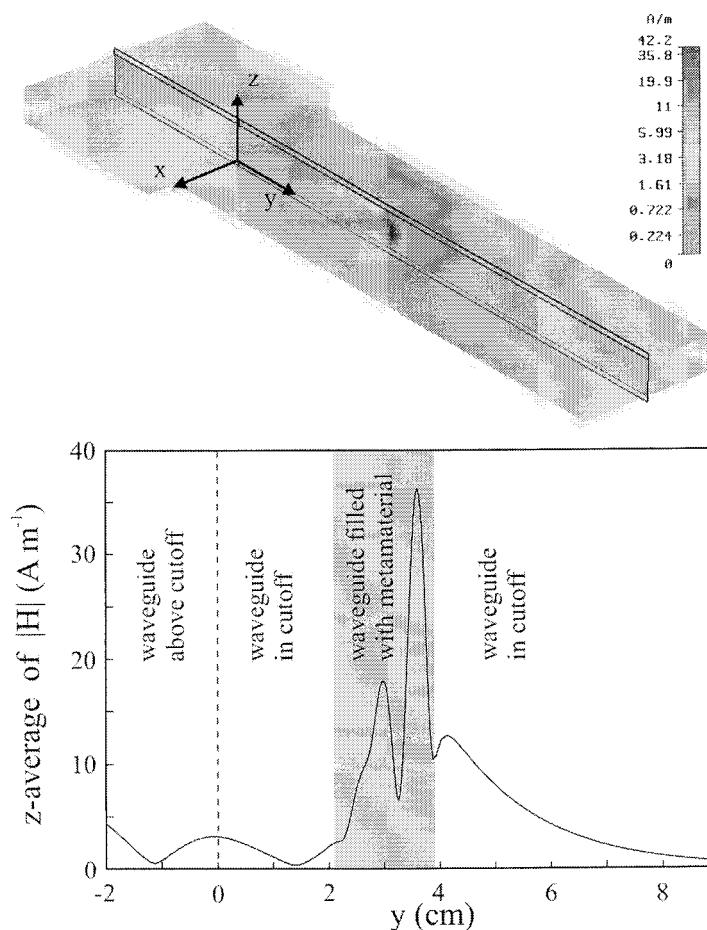


**Fig. 4.16** Resultado de simulación numérica para el coeficiente de transmisión de la estructura de la figura 4.13. Se compara el caso de conductores perfectos (línea de puntos) con el caso en que se supone la conductividad del cobre para los metales (línea continua). La frecuencia 5.455 GHz se corresponde con la condición de adaptación de impedancia (4.6).

Una vez conseguida la frecuencia de túnel cuasi-perfecto, se volvió a simular en búsqueda de la distribución del campo magnético en el plano central de la guía. Sin embargo, en esta ocasión fue eliminada la transición de salida, prolongando infinitamente el último trozo de la guía al corte, con lo que toda la potencia es reflejada. De esta manera no se excitan modos evanescentes reflejados en la salida. Así se consigue que sólo haya modos evanescentes en un único sentido dentro de cada región,



observándose claramente el comportamiento decreciente-creciente-decreciente, característico del fenómeno de amplificación de onda evanescente. El resultado cuando se consideran las pérdidas óhmicas del material se muestra en la figura 4.17.



**Fig. 4.17** – Distribución de campo magnético dentro de la guía obtenida mediante el simulador comercial CST Microwave Studio. La frecuencia de simulación es 5.455 GHz, superior a la frecuencia de corte de la guía ancha que es la que se utilizó para excitar. Distribución del módulo del campo magnético promediado respecto a la altura  $y$ .

## 4.8 Conclusiones

Se ha demostrado que la transmisión a través de una guía de onda al corte puede ser mejorada en varios órdenes de magnitud relleno un trozo central de esta guía con un medio zurdo. Este fenómeno, que hemos llamado túnel cuasi-perfecto, ha sido explicado adecuadamente mediante un modelo de medio efectivo de dicho metamaterial. Según

este modelo, la onda evanescente que se excita en la entrada de la estructura sufre primero un decaimiento en la región vacía, pero en el material se amplifica, para finalmente volver a decaer en la última región vacía. Además, debido a la discontinuidad en la salida, también aparece una onda evanescente reflejada que posee un esquema similar pero invertido al anterior. La superposición de ambas ondas evanescentes es lo que permite el flujo de energía. Es importante notar que en el caso ideal sin pérdidas y para ciertas dimensiones de la estructura se puede incluso obtener un túnel perfecto (transmisión total y desfase nulo), ya que la amplificación en la zona de metamaterial puede compensar el decaimiento en las regiones vacías.

Aunque en principio este fenómeno fue estudiado para guía rellena con medio zurdo isótropo, luego el estudio se extendió al uso de medios magnéticos negativos con anisotropía uniaxial. En particular, el túnel cuasi-perfecto ha sido experimentalmente demostrado para un metamaterial consistente en partículas BC-SRR, cuya polarizabilidad magnética es anisótropa uniaxial (recuérdese que sólo la componente perpendicular al plano de la partícula es resonante). Posteriormente se ha comprobado que existe un buen acuerdo entre la teoría y los experimentos.

También se ha llegado a la conclusión de que las inevitables pérdidas del metamaterial (fundamentalmente de tipo óhmico) y la dispersión son factores decisivos que limitan el nivel de transmisión, pudiendo incluso eliminar toda evidencia de túnel perfecto o cuasi-perfecto. En la práctica esto significa que no se pueden utilizar trozos de metamaterial muy espesos. De forma paralela, se ha demostrado que utilizar una estructura en multicapa es una buena estrategia para reducir dichos efectos, ya que así se disminuye la intensidad de los campos.

Finalmente, es importante resaltar dos conclusiones. La primera, de tipo básico, es que la demostración experimental del túnel cuasi-perfecto es a su vez una demostración indirecta de la amplificación de modos evanescentes en el metamaterial, idea que ha sido muy discutida en los últimos años (véase también figura 4.17). La segunda, dirigida al campo de las aplicaciones, es que estas estructuras podrían ser optimizadas para ser utilizadas como adaptadores entre guías, puesto que se intenta obtener a la salida la misma señal que a la entrada, tanto en amplitud como en fase.

## **Capítulo 5:**

# **Aplicaciones en dispositivos de microondas**

### **5.1 Introducción**

Los capítulos anteriores sólo se han dirigido al estudio del funcionamiento de los metamateriales y el de sus elementos constitutivos, desde un punto de vista de la investigación básica. No obstante, durante el desarrollo de esta tesis las conexiones con el mundo aplicado de la ingeniería de microondas han sido múltiples y muy fructíferas. Por ese motivo, dedicaremos este último capítulo a resumir brevemente las contribuciones principales realizadas en el diseño de aplicaciones.

Primero describiremos las conclusiones más importantes relativas a la aplicación que probablemente más ha interesado a los físicos e ingenieros que se dedican al estudio de los metamateriales. Se trata de la posibilidad de fabricar una lente perfecta [PEN00] que sea capaz de producir imágenes con una resolución perfecta, venciendo así el límite de difracción. El interés práctico de dicha idea es claro, con aplicaciones en áreas como la microscopía de campo cercano, los sensores de microondas, el calentamiento mediante aplicación localizada microondas para aplicaciones médicas y/o industriales, la grabación de información, etc... En este sentido, se ha hecho un esfuerzo importante para comprender las limitaciones reales de la “lente perfecta”.

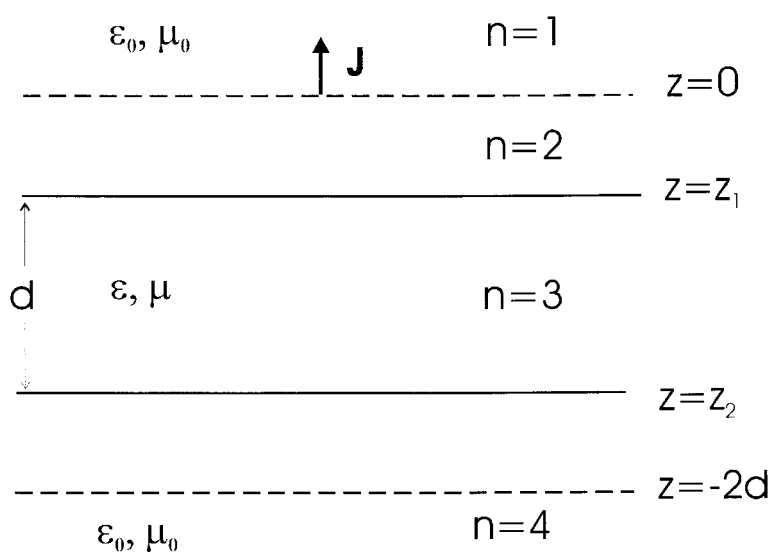
Por otro lado, las características bandas de rechazo ( $\mu < 0$  o  $\varepsilon < 0$ ) y paso ( $\varepsilon, \mu < 0$  simultáneamente) que se presentan en los metamateriales, han sugerido la posibilidad de aplicarlos en el diseño de filtros. Las propiedades de filtrado provienen básicamente del comportamiento resonante de los anillos del tipo SRR que forman parte de la celda unidad. El hecho de que dichos resonadores posean un tamaño muy pequeño comparado con la longitud de onda a la frecuencia de resonancia, sugiere que podrían ser útiles en el diseño de filtros de microondas de tamaño muy reducido. Las principales contribuciones al diseño de filtros de microondas derivadas de este trabajo pueden clasificarse en filtros en tecnología plana y superficies selectivas en frecuencia.

## **5.2 Contribución al estudio de la Lente Perfecta**

Como es bien conocido, a finales de los 60 Veselago [VES68] predijo que los medios zurdos (LHM) presentarían índice de refracción negativa, y que este hecho implicaría que una lámina plana de este material podría focalizar la luz proveniente de una fuente puntual, sin necesidad de utilizar superficies curvas como ocurre con lentes convencionales. Además, recientemente Pendry [PEN00] demostró que si la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética son exactamente iguales a las del vacío pero de signo opuesto, entonces se obtendría la imagen con una resolución perfecta, sin la típica limitación de difracción que impone la longitud de onda utilizada. Sin embargo, desde entonces han sido varios los autores [GAR02, VAL02, ZIO01] que han destacado que tal propiedad no es posible si se considera que cualquier medio debe presentar ciertas pérdidas y, además, que los medios zurdos deben ser dispersivos. Otros trabajos posteriores [SMI03b, MAR04b] han demostrado que, si bien la resolución perfecta es imposible, al menos podrían conseguirse imágenes de tamaño sub-lambda en determinadas circunstancias.

### 5.2.1 Efectos de las pérdidas y de la dispersión

A continuación resumiremos algunos de los resultados que obtuvimos en [MAR04b] sobre el estudio de los efectos de las pérdidas y la dispersión. Se plantea el problema simplificado que se muestra en la figura 5.1, para el cual existe solución analítica. Se trata de una fuente puntual monocromática  $\mathbf{J} = I_0 \delta(x) \delta(y) \delta(z) \exp(-i\omega t) \mathbf{z}$  que está colocada sobre la lámina de medio isótropo de permitividad  $\varepsilon$  y permeabilidad  $\mu$ . Debido a la simetría del problema, el campo radiado puede ser expresado en términos de un potencial escalar  $\phi(x, y, z; \omega)$ , el cual satisface la ecuación de ondas de Helmholtz. Como estamos interesados en el análisis de la resolución transversal de la imagen, se pasa a la transformada de Fourier 2D  $\tilde{\phi}(k_x, k_y, z; \omega)$ . Primero se comprobó que en el caso ideal de una lámina de medio zurdo sin pérdidas con  $\varepsilon/\varepsilon_0 = \mu/\mu_0 = -1$ , el potencial escalar sobre el plano  $z = -2d$  reproduce a la perfección el potencial en el plano de objeto  $z = 0$ , tal como se esperaba. Sin embargo, esta solución no puede ser física porque también se llega a que el potencial entre el plano imagen y la lámina de LHM diverge para  $k_t^2 = k_x^2 + k_y^2 \rightarrow \infty$ .



**Fig. 5.1** – Estructura bajo análisis: una fuente puntual está colocada sobre una lámina isótropa de permitividad  $\varepsilon$  y permeabilidad  $\mu$ . También se muestra el plano imagen,  $z = -2d$ , para el caso en que  $\varepsilon = -\varepsilon_0$  y  $\mu = -\mu_0$ .

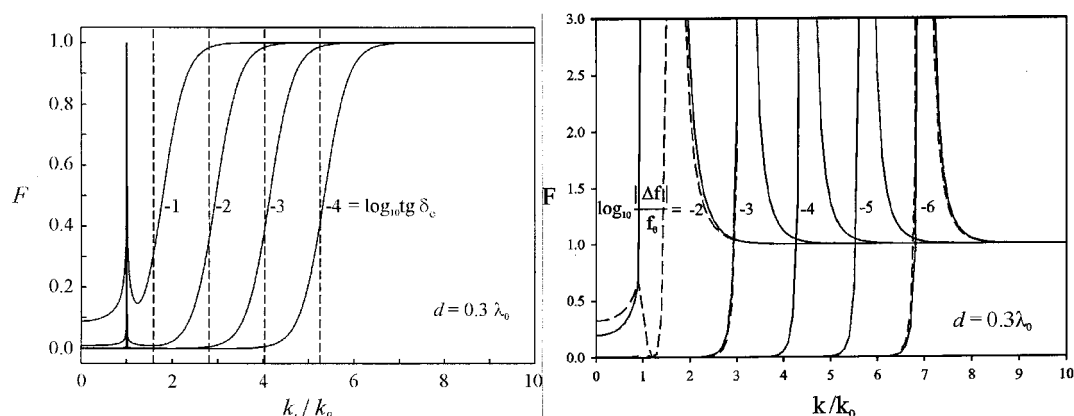
Esta dificultad se supera al considerar que el medio presenta pérdidas, siendo entonces  $\varepsilon = -\varepsilon_0 + i\varepsilon''$  y  $\mu = -\mu_0 + i\mu''$ , pero al precio de perder el fenómeno de focalización perfecta. Aún así, se demostró que los modos evanescentes que satisfacen las siguientes condiciones aproximadas de corte

$$k_t d < \ln\left(2 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon''}\right), \quad k_t d < \ln\left(2 \frac{\mu_0}{\mu''}\right) \quad (1.1)$$

donde  $k_t$  es el vector de onda paralelo al plano de la lente ( $k_t > k_0$ ) son reconstruidos en el plano imagen. Este límite superior en  $k_t$  nos da la resolución, ya que  $\Delta l \approx 2\pi / k_{t,\max}$ . Por tanto, cabe la posibilidad de obtener al menos imágenes de tamaño sub-lambda si las pérdidas son muy bajas o si la lámina de medio zurdo es muy fina. Este hecho se ilustra en la figura 5.2(a) para una lámina fina de  $d = 0.3\lambda_0$  y considerando varios valores de la tangente de pérdidas eléctrica (suponiendo  $\mu'' = 0$ ). En este caso se observa que para una tangente de pérdidas de  $10^{-4}$  la imagen será una mancha de tamaño aproximado  $\lambda_0/5$ . Pero la resolución empeora rápidamente al subir las pérdidas.

Aparte, también se ha estudiado el efecto de la dispersión temporal. Es importante observar que cualquier fuente física radia durante un tiempo finito o a pulsos. Por tanto, ésta no radia a una única frecuencia, sino en un ancho de frecuencia que será más ancho cuanto más corto sea el pulso. Esto podría evitar la focalización sub-lambda, puesto que, al ser necesariamente el medio zurdo dispersivo, será imposible satisfacer la condición  $\varepsilon / \varepsilon_0 = \mu / \mu_0 = -1$  para todas las componentes. Con el fin de ilustrar dicha limitación se ha realizado el cálculo de la figura 5.2(b), donde se ha supuesto que los parámetros característicos son descritos por un modelo usual de Drude-Lorentz (ver [MAR04b]). Se observa sobre la figura como aparece un valor de corte para  $k_t$  que limita la resolución.

Finalmente, la conclusión que se puede extraer es que la producción de imágenes sub-lambda es posible, pero que se necesita fabricar un medio zurdo con muy pocas pérdidas y utilizar una radiación muy monocromática. Estos requisitos son menos exigentes cuando el espesor de la lámina es pequeño, por lo que podemos esperar creación de imágenes sub-lambda sólo si operamos en campo cercano.

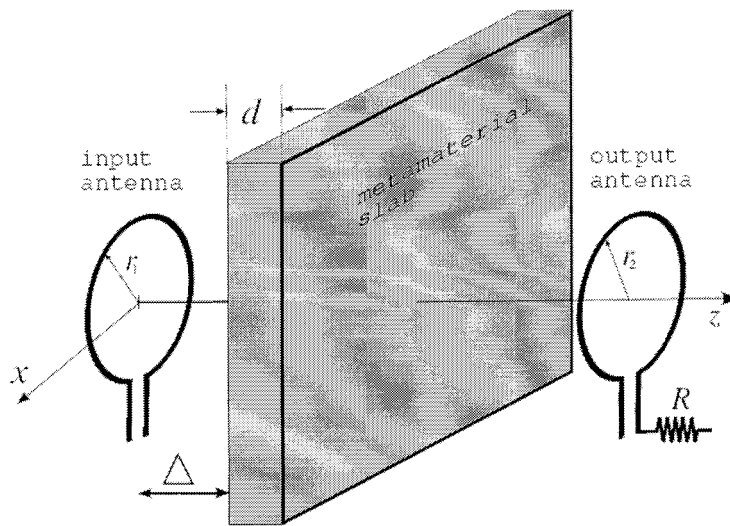


**Fig. 5.2** Factor de desviación  $F$  cuando se consideran pérdidas eléctricas (a) y cuando se considera un medio dispersivo del tipo Drude-Lorentz. La función  $F$  se define como  $|1-T|$ , siendo  $T$  la función de transferencia.

### 5.2.2 Super-resolución en 3D

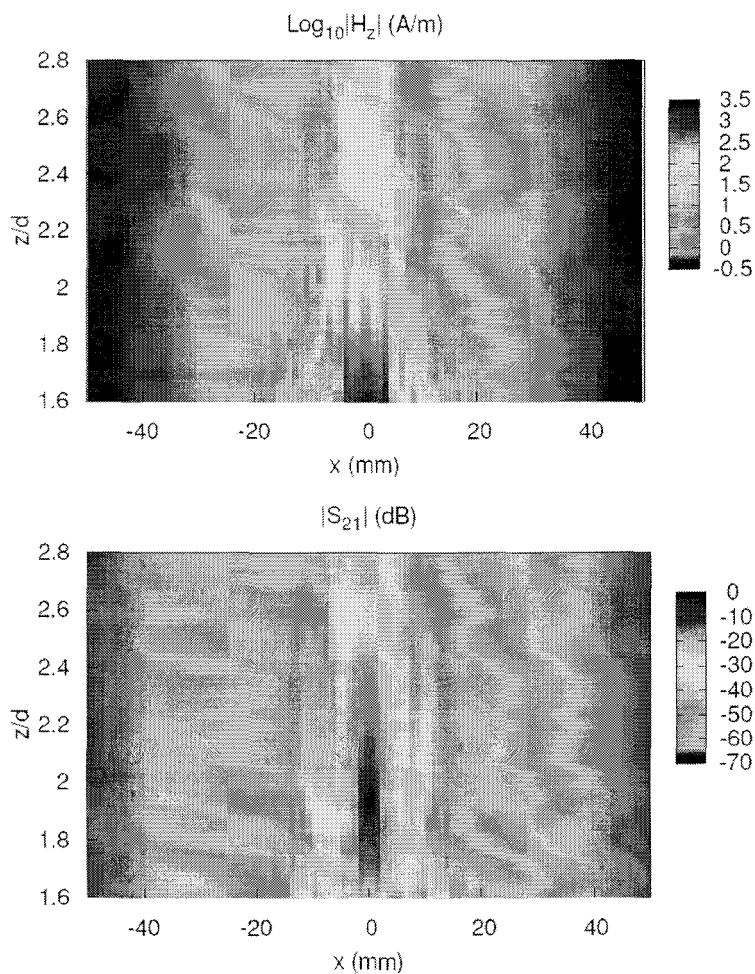
Hasta ahora sólo hemos hablado de la resolución sobre el plano imagen transversal, sin preocuparnos de que ocurre sobre el eje  $z$  del sistema de la figura 5.1. Esta cuestión ha sido estudiada en otro de nuestros trabajos [MES05]. En vez de suponer la fuente puntual del apartado anterior, ahora tenemos como fuente una espira de corriente, como se muestra en la figura 5.3. Para satisfacer la focalización sub-lambda sobre el plano transversal, se supuso una tangente de pérdidas muy baja, del orden de 0.001, y se utilizó un espesor muy fino  $d = 0.4\lambda_0$ . De hecho, se demostró numéricamente que en ausencia del receptor, el campo de la espira se reconstruye al otro lado de la lámina. Sin embargo, el campo no está concentrado sobre un punto, sino que crece fuertemente hacia la lámina, como se ve en la figura 5.4(a). Este hecho es entendible, puesto que en campo cercano prácticamente sólo los modos evanescentes contribuyen, y todos ellos deben decrecer en fase desde la lámina hacia el plano imagen. Sin embargo, en la figura 5.4(b) se muestra lo que ocurre cuando se intenta medir la posición de la imagen utilizando una antena receptora idéntica a la fuente, y midiendo la potencia transmitida (es decir, el módulo del coeficiente de transmisión  $|S_{12}|$ ). En ese caso se obtiene claramente una imagen sub-lambda de la fuente en 3D. Dado que se ha demostrado (ver Fig. 5.4(a)) que esta focalización no se corresponde con una concentración real de energía electromagnética, debemos explicarla como un fenómeno

de adaptación [VES05] o túnel cuasi-perfecto (ver capítulo anterior) entre las antenas emisoras y receptoras. Esta cuestión se trata en detalle en [MES05], llegándose a la siguiente conclusión general: si bien no es posible obtener concentraciones de energía en un foco de tamaño inferior a la longitud de onda, es posible, utilizando lentes planas fabricadas con metamateriales, adaptar una fuente y un receptor de propiedades conocidas, de modo que se obtenga una imagen tri-dimensional (o una “focalización aparente”) de la fuente, con una resolución sub-lambda, tal y como se muestra en la Fig. 5.4(b). El valor del  $|S_{12}|$  ha sido deducido del valor del campo mostrado en (a) y de las fórmulas estándar para su determinación a partir de la matriz de impedancias del sistema [POZ98].



**Fig. 5.3** – Dispositivo para la medida de imágenes en una “lente perfecta”. Los parámetros del sistema son:  $d = 4$  mm,  $D = d/2$ ,  $r_1 = 5$  mm, el radio del alambre es 0.2 mm. Los parámetros característicos de la lámina son  $\epsilon/\epsilon_0 = \mu/\mu_0 = -1$ . La frecuencia de operación es 3 GHz.

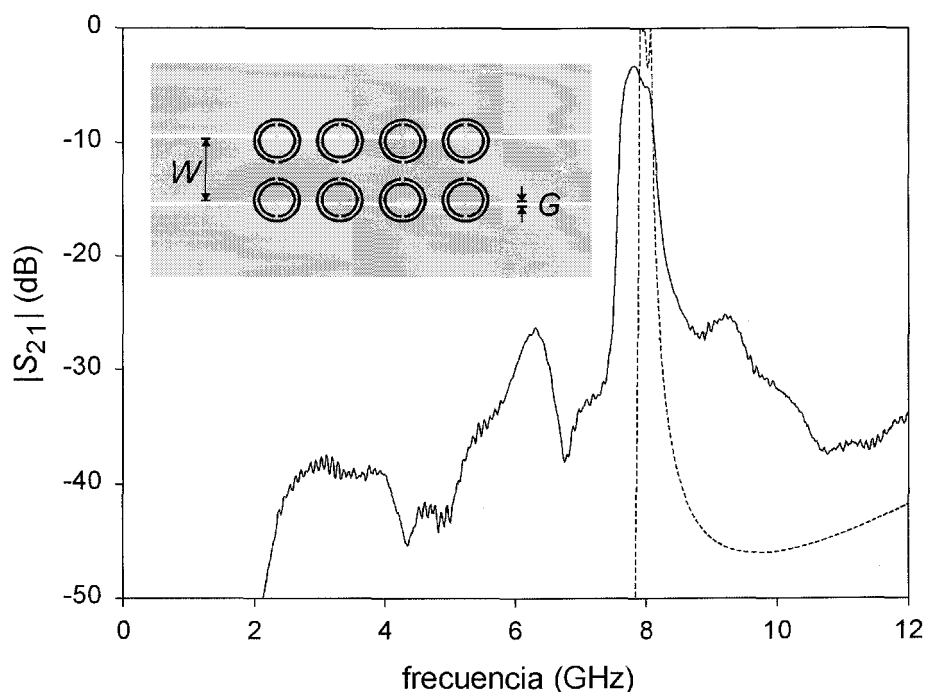




**Fig. 5.4** – Intensidad del campo (concretamente la componente  $H_z$ ) a la derecha de la lente en el dispositivo de la Fig. 5.3 (a) y valor del  $|S_{21}|$  medido por la antena receptora de la Fig. 5.3 cuando  $R=0$  y cuando el radio de ambas antenas es idéntico.

### 5.3 Filtros en líneas de transmisión planas

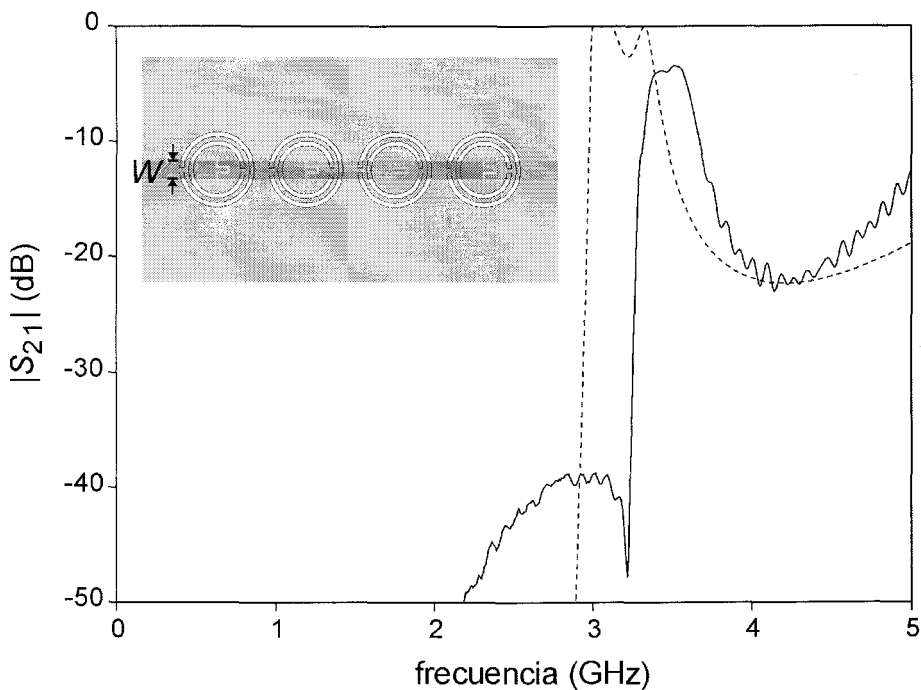
Tanto la estructura original propuesta por Smith [Smith 2000] como las estructuras en guía de onda de la Fig. 3.5 son ya en cierta medida proto-filtros con magníficas propiedades de tamaño y selectividad, aunque gravemente empañadas por unas inaceptables pérdidas. Ya se mencionó sin embargo que dichas pérdidas son en gran parte achacables a la desadaptación a la entrada de los dispositivos, más que a las pérdidas óhmicas en los SRRs propiamente dichas. Ello sugiere la aplicación de ideas similares al diseño de filtros de microondas.



**Fig. 5.5** – Prototipo de filtro de microondas basado en SRRs y medida del coeficiente de transmisión (línea continua) y resultado teórico a partir del modelo de circuito equivalente de [BAE05]. Los parámetros de la línea CPW ( $Z_0 = 50 \Omega$ ) son:  $W = 5.4$  mm,  $G = 0.3$  mm, espesor del sustrato  $h = 0.49$  mm, constante dieléctrica del sustrato  $\epsilon_r = 2.43$ . La anchura de los puentes inductivos es 0.2 mm. Las dimensiones de los resonadores son:  $r_{ext} = 1.9$  mm,  $c = d = 0.2$  mm. La celda unidad es de 5 mm.

En tecnología planar, la de mas amplia utilización hoy en día, se demostró con antelación al comienzo de esta tesis [Martin – App. Phys Lett] que era posible generalizar la propuesta original en [Smith – 2000] al diseño de una estructura con propiedades similares en tecnología de guía coplanar. El dispositivo se esquematiza en la Fig. 5.5, donde también se presentan la banda de paso obtenida y la respuesta teórica del dispositivo, obtenida a partir del circuito equivalente propuesto en [Baena – IEEE-MTT]. El dispositivo consiste básicamente en una guía coplanar, que es el sistema básico de guiado, cargada con SRRs grabados en el plano inferior del sustrato que sirve de soporte a la guía coplanar, a lo que se añaden tiras conductoras que conectan periódicamente el conductor central de la guía coplanar con los planos de masa laterales. Una primera interpretación heurística del dispositivo asociaría una cierta permeabilidad negativa a la presencia de los SRRs y una cierta permitividad negativa a las tiras

conductoras, con lo que se obtendría un medio “zurdo” equivalente unidimensional, en una cierta banda de paso por encima de la resonancia de los SRRs. El modelo de circuito de la estructura [Baena – MTT] incluye, además del modelo asociado a la guía coplanar, unos resonadores LC acoplados magnéticamente a la línea de transmisión (los SRRs) y unas inductancias en paralelo asociadas a las tiras conductoras. Cuando en dicho modelo de circuito se incluyen los parámetros apropiados (ver Capítulo 1), se obtiene la línea de trazos de la Fig. 5.5.



**Fig. 5.6** – Prototipo de filtro de microondas basado en CSRRs y medida del coeficiente de transmisión (línea continua) y el resultado teórico obtenido mediante un modelo de circuito equivalente [BAE05]. Los parámetros de la línea de transmisión *microstrip* ( $Z_0 = 50 \Omega$ ) son:  $W = 1.2$  mm, espesor del sustrato  $h = 1.27$  mm, constante dieléctrica del sustrato  $\epsilon_r = 10.2$ . Las dimensiones de los resonadores son:  $r_{ext} = 2.5$  mm,  $c = d = 0.3$  mm. La celda unidad es de 6 mm.

La aplicación de los conceptos de dualidad expuestos en el Cap. 1 a la estructura de la Fig. 5.5 lleva a la estructura de la Fig. 5.6. En dicha figura se ha sustituido la línea coplanar por una línea *microstrip*, los SRRs por CSRRs grabados en el plano de masa, y las tiras conductoras por ranuras capacitivas grabadas en el *microstrip*. Una interpretación heurística del comportamiento del dispositivo [Falcone PRL] asocia la banda de paso a la generación de un medio “zurdo” monodimensional con una

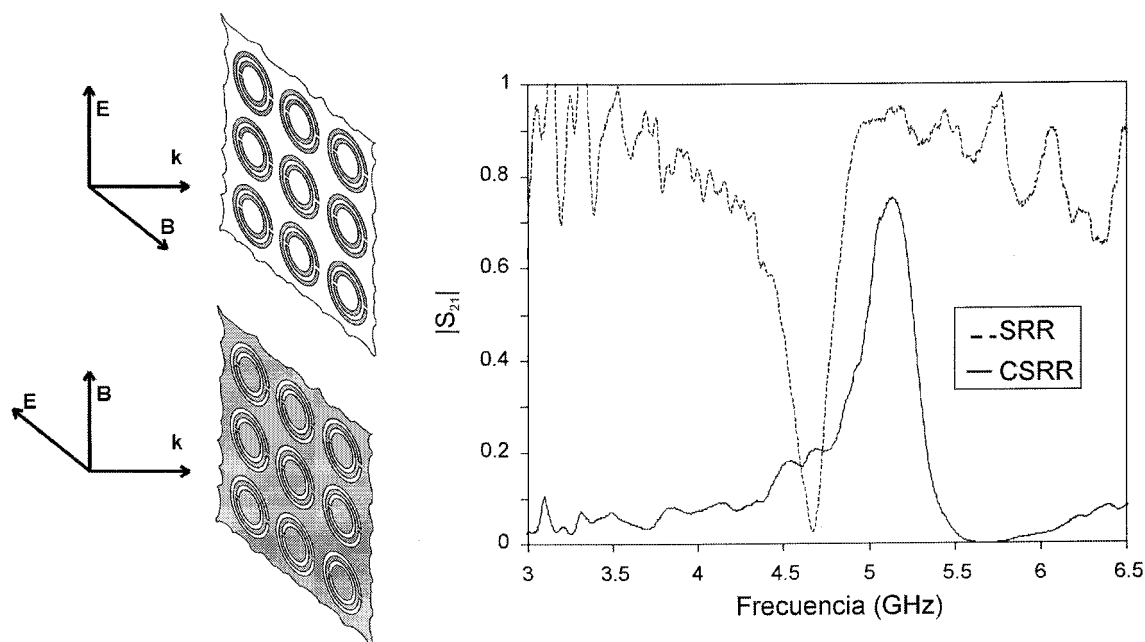
permitividad efectiva negativa (asociada a los CSRR) y una permeabilidad magnética negativa (asociada a las ranuras capacitivas). El modelo circuital equivalente [Baena – IEEE-MTT] asocia a cada CSRR un resonador LC conectado entre el plano de masa y la capacidad en paralelo de la línea *microstrip*, y a las tiras capacitivas una capacidad adicional conectada en serie con la autoinducción del *microstrip*. Cuando en dicho modelo se introducen los parámetros apropiados (ver Cap. 1), se obtiene la curva de trazos de la Fig. 5.6.

Las estructuras analizadas en las Figs. 5.5 y 5.6 están aún lejos de ser filtros competitivos. Constituyen sin embargo el punto de partida para diseños mas sofisticados (ver Apéndice de publicaciones) cuya descripción va mas allá de los objetivos de esta Tesis.

#### **5.4 Metasuperficies selectivas en frecuencia**

Una aplicación potencialmente importante de los conceptos de bi-anisotropía del EC-SRR y de dualidad SRR-CSRR desarrollados en el Cap. 1 es en el diseño de superficies selectivas en frecuencia [Falcone PRL] [Marques JOA] como las que se muestran en la Fig. 5.7. La bi-anisotropía del EC-SRR puede resultar de utilidad en el diseño de superficies de rechazo de banda. En efecto, como ya se vio en el Cap. 1, los EC-SRR pueden ser excitados por campos eléctricos tangenciales dirigidos en la dirección del eje  $y$  de la Fig. 1.1. Ello implica que una superficie periódica de EC-SRRs podría ser excitada por una onda plana en incidencia normal, siempre que su polarización fuera la adecuada (tal y como se muestra en la Fig. 5.7). Por tanto, una superficie periódica de EC-SRRs posee a la vez propiedades de rechazo de banda y de polarizador para ondas planas en incidencia normal. La aplicación del principio de Babinet permite predecir sin más que la superficie complementaria compuesta por CSRRs presentará propiedades duales de paso de banda y de polarizador (ver Fig. 5.7). Tales propiedades han sido comprobadas experimentalmente [Falcone PRL], tal y como se muestra en la Fig. 5.7 (la pequeña desviación entre las bandas de paso y de rechazo

es debida a la presencia de un sustrato dieléctrico en el dispositivo experimental, que hace que el principio de Babinet se cumpla sólo de forma aproximada).



**Fig. 5.7** – Superficies selectivas en frecuencia basadas en SRRs (izquierda arriba) y en CSRRs (izquierda abajo), con ilustración de la polarización necesaria para excitarlas en incidencia normal. Resultados experimentales para el coeficiente de transmisión (derecha). Los anillos fueron grabados sobre sustrato de permitividad 2.43 y espesor 0.49 mm, recubierto con 35  $\mu\text{m}$  de cobre. Las dimensiones de los anillos:  $r_{ext} = 3.5$  mm,  $c = d = 0.4$  mm . La periodicidad es 8 mm.

Una propiedad interesante de las superficies selectivas en frecuencia diseñadas a partir de EC-SRRs y/o sus complementarios es que, a diferencia de los diseños habituales, sus resonancias no están asociadas a la periodicidad, sino de que dependen principalmente de las características intrínsecas de los resonadores (EC-SRRs o CSRRs) que las componen. Entre las implicaciones prácticas de esta propiedad está el hecho de que, si bien su respuesta es obviamente dependiente del ángulo de incidencia y de la polarización, su “banda útil” de frecuencias no depende de una manera importante del ángulo de incidencia, como ocurre en los diseños habituales.

## **5.5 Conclusiones**

En el presente capítulo se han descrito brevemente las principales aplicaciones potenciales de los conceptos desarrollados durante la elaboración de la presente Tesis al diseño de dispositivos prácticos de microondas.

Se han analizado las principales limitaciones y características de la “lente perfecta” propuesta por Pendry [PEN00]. Se ha demostrado que si bien este concepto no es realizable de modo ideal debido a las pérdidas, sí puede conducir al diseño de dispositivos de campo cercano capaces de crear de imágenes de fuentes bi-dimensionales con una resolución inferior a la longitud de onda. En lo que respecta a la creación de focos e imágenes tridimensionales se ha demostrado que no es posible la focalización de la energía electromagnética en focos de tamaño inferior a la longitud de onda. No obstante, sí que parece posible crear bajo ciertas condiciones imágenes tridimensionales de tamaño inferior a la longitud de onda aprovechando el efecto túnel entre una fuente y un receptor apropiados. En ese caso la “lente perfecta” actúa como un adaptador entre la fuente y el detector, que maximiza el flujo de potencia cuando el receptor se coloca en la posición adecuada (que es, por definición, la posición de la imagen).

Asimismo se han descrito brevemente las aplicaciones potenciales de los SRRs en el diseño de filtros de microondas y superficies selectivas en frecuencia. Estas aplicaciones hacen uso de los conceptos de medio zurdo unidimensional, de los circuitos equivalentes para los SRRs, y de los conceptos de bi-anisotropía, dualidad y complementariedad desarrollados en los capítulos precedentes.

## **Conclusiones**

Este trabajo de tesis se ha dirigido al diseño y estudio de estructuras metamateriales. Aparte de la investigación básica, también se ha colaborado en el diseño de algunas aplicaciones prácticas en dispositivos de microondas. Las conclusiones completas se pueden encontrar al final de cada capítulo. Sin embargo, con el fin de mostrar el fruto este trabajo como un *todo*, se presentará aquí un breve esquema con las conclusiones fundamentales. Al final haremos referencia a algunas de las líneas de trabajo futuras.

### ***En el capítulo 1 (resonadores planos):***

- Se ha desarrollado un modelo de circuito LRC para caracterizar la primera resonancia de las partículas SRR. Dicho modelo permite la obtención de la frecuencia de resonancia de una forma cuasi-analítica con un error inferior al 10% en la mayoría de los casos. Asimismo, permite la obtención de las polarizabilidades de dichos elementos.
- Se ha demostrado que el SRR diseñado por Pendry (EC-SRR) presenta acoplamiento magnetoeléctrico, lo que lleva a un comportamiento bi-anisótropo del metamaterial.

- Se han propuesto varias partículas derivadas del EC-SRR cuyo tamaño comparado con la longitud de onda es menor, por lo que la aproximación de medio efectivo para el metamaterial tendrá más sentido.
- Se han propuesto nuevos diseños de resonadores planos con simetría de rotación o inversión elimina el acoplamiento magnetoeléctrico.
- Se ha aplicado el principio de dualidad para describir el comportamiento de las configuraciones complementarias de los resonadores SRR (C-SRR), y se han establecido también modelos circuitales para la caracterización de los mismos.

### ***En el capítulo 2 (resonadores tridimensionales):***

- Se ha demostrado que los arreglos cúbicos de seis resonadores EC-SRR, o partículas Omega, son en cualquier caso anisótropos, debido a los acoplamientos entre los resonadores individuales.
- Las configuraciones esféricas basadas en tres SRRs cilíndricos, de topología similar al EC-SRR, tampoco presentan un comportamiento isótropo en 3D.
- En base a un estudio de grupos de simetría, se han propuesto nuevos diseños cúbicos formados con otros resonadores SRR que sí son completamente isótropos. Esto ha sido demostrado experimentalmente.
- También se ha propuesto un resonador isótropo esférico basado en SRRs cilíndricos modificados.
- Los resonadores isótropos propuestos podrían ser útiles para el diseño de metamateriales isótropos.

### ***En el capítulo 3 (metamaterial 1D en guiaondas):***

- Se ha demostrado que una guiaondas cargada con resonadores SRR se comporta como un medio zurdo efectivo monodimensional, cuando la frecuencia de resonancia es muy inferior a la de corte de la guía.
- La demostración experimental de las bandas de paso se ha realizado utilizando partículas BC-SRR y también SR2.



- El coeficiente de atenuación y la velocidad de grupo obtenidos a partir del modelo de medio zurdo efectivo concuerdan razonablemente con los datos experimentales.
- Cuando la guíaonda se ensancha de manera que la frecuencia de corte queda por debajo de la de resonancia de los anillos y se introducen más filas paralelas de anillos, se obtiene una banda de rechazo. Se interpretó que en este caso el sistema de se comporta como una guía de onda rellena con un medio uniaxial de permeabilidad negativa.

#### ***En el capítulo 4 (túnel perfecto en guíaondas):***

- Se ha llevado a cabo un análisis del túnel perfecto en guíaondas al corte parcialmente rellenas con medio zurdo. Este fenómeno está muy relacionado con el concepto de amplificación de modos evanescentes, que es de extrema importancia en la comprensión de la *lente perfecta* [PEN00].
- Las pérdidas y la dispersión hacen imposible que se obtenga un túnel perfecto, pero si estos efectos se minimizan puede hablarse de túnel cuasi-perfecto.
- Estas ideas fueron generalizadas a un sistema de guía rellena con un medio uniaxial de permeabilidad negativa.
- Se diseñó un experimento en guíaondas utilizando anillos del tipo BC-SRR con el que se demostró el fenómeno de túnel cuasi-perfecto.
- Mediante simulación numérica, e incluyendo las pérdidas óhmicas, se consiguió mostrar el fenómeno de amplificación para un modo evanescente.

#### ***En el capítulo 5 (aplicaciones):***

- Se ha analizado las limitaciones físicas a la fabricación de una lente perfecta (lámina de  $\epsilon/\epsilon_0 = \mu/\mu_0 = -1$ ), llegando a las siguientes conclusiones:
  - la resolución sub-lambda está limitada fuertemente por las pérdidas y la dispersión, lo que nos restringe al diseño de lentes en campo cercano.
  - no se produce focalización sub-lambda 3D del campo, puesto que los modos evanescentes crecen desde el plano imagen hacia la lente.

- en el proceso de medida con una antena receptora sí se puede obtener una imagen 3D sub-lambda.
- Las ideas de medio efectivo unidimensional han sido extendidas al diseño de filtros de microondas en tecnología plana. Se han obtenido filtros de banda de paso y rechazo asociadas a un modelo de medio efectivo de  $\varepsilon < 0$  o  $\mu < 0$ .
- El fenómeno de acoplamiento magnetoeléctrico del SRR y del C-SRR ha sugerido su aplicación al diseño de superficies selectivas en frecuencia y polarizadores.

### ***Líneas Futuras:***

- Afinar el cálculo de las pérdidas óhmicas en el SRR. Y explorar a nivel teórico la posibilidad de utilizar superconductor en lugar de metal, con el fin de reducir las pérdidas en el metamaterial.
- Estudiar el comportamiento del SRR cuando se coloca un sustrato no lineal. Esto puede ser interesante, ya que los campo cerca de las tiras metálicas del SRR son muy intensos en la resonancia.
- Mejorar el modelo de homogenización de los metamateriales. Para ello será necesario modelar de una forma más precisa el acoplamiento entre resonadores vecinos. Se buscarán los puntos de encuentro con el modelo de ondas magnetoinductivas [SHA01].
- Diseñar y fabricar un metamaterial magnético isótropo en 3D, basándonos en los resonadores isótropos que hemos propuesto.
- Estudiar el acoplamiento entre un plasma de hilos metálicos y los resonadores 3D, con el fin de ser diseñar metamateriales zurdos isótropos.

# Bibliografía

- ALU03 A. Alu, N. Engheta, "Pairing an epsilon-negative slab with a mu-negative slab: Resonance, tunneling and transparency", *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 51, nº 10, pp. 2558-71, 2003.
- BAE04 J. D. Baena, R. Marqués, F. Medina, J. Martel, "Artificial magnetic metamaterial design by using spiral resonators", *Physical Review B*, vol. 69, pp. 014402 (1-5), enero 2004.
- BAE05 J. D. Baena, J. Bonache, F. Martín, R. Marqués, F. Falcone, T. Lopetegui, M. A. G. Laso, J. García-García, I. Gil, M. Flores and M. Sorolla, "Equivalent Circuit Models for Split Rings Resonators and Complementary Split Rings Resonators Coupled to Planar Transmission Lines", *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 53, no. 4, pp. 1451-61, 2005
- BAL02 K. G. Balmain, A. A. E. Lüttgen, P. C. Kremer, "Resonance cone formation, reflection, refraction, and focusing in a planar anisotropic metamaterial", *IEEE Transactions on Antennas & Wireless Propagation Letters*, vol. 1, nº 7, pp. 146-149, noviembre 2002.
- BER02 P. R. Berman, "Goos-Hänchen shift in negative refractive media", *Physical Review E*, vol. 66, pp. 067603(1-3), diciembre 2002.
- CAL02 C. Caloz, H. Okave, H. Iwai, T. Itoh, "Transmission line approach of left-handed metamaterials", *Proc. of USNC/URSI National Radio Science Meeting*, pp. 39-40, San Antonio, Texas, junio 2002.
- CHU02 S. T. Chui, H. Liangbin, "Theoretical investigation on the possibility of preparing left-handed materials in metallic magnetic granular composites", *Physical Review B*, vol. 65, pp. 144407(1-6), marzo 2002.
- COL91 R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2ª ed., IEEE Press, New York, 1991.
- ELE02 G. V. Eleftheriades, A. K. Iyer, P. C. Kremer, "Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines", *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 50, nº 12, pp. 2702-12, 2002.

- FAL04 F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, R. Marqués, M. Sorolla, “Coplanar waveguide structures loaded with split ring resonators”, *Microwave Optical Technology Letters*, vol. 40, pp. 3-6, 2004.
- GAR02 N. García, M. Nieto-Vesperinas, “Left-handed materials do not make perfect lens”, *Physical Review Letters*, vol. 88, pp. 207403, 2002.
- GAY02 P. Gay-Balmaz, O. J. F. Martin, “Efficient isotropic magnetic resonator”, *Applied Physics Letters*, vol. 81, nº 1, pp. 939-941, 2002.
- GAY02 P. Gay-Balmaz, O. J. F. Martin, “Electromagnetic resonances in individual and coupled split ring resonators”, *Journal of Applied Physics*, vol. 92, nº 5, pp. 2929-36, 2002.
- GOM03 G. Gómez-Santos, “Universal features of the time evolution of evanescent modes in a left-handed perfect lens”, *Physical Review Letters*, vol. 90, nº 7, pp. 077401(1-4), febrero 2003.
- GRB02 A. Grbic, G. Eleftheriades, “Experimental verification of backward-wave radiation from a negative refractive index metamaterial”, *Journal of Applied Physics*, vol. 92, nº 10, pp. 5930-5935, noviembre 2002.
- GRB03 A. Grbic, G. V. Eleftheriades, “Negative refraction, growing evanescent waves, and sub-diffraction imaging in loaded transmission-line metamaterials”, *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 51, nº 12, pp. 2297-2305, diciembre 2003.
- GRB04 A. Grbic, G. V. Eleftheriades, “Overcoming the Diffraction Limit with a Planar Left-Handed Transmission-Line Lens”, *Physical Review Letters*, vol. 92, pp. 117403, 2004.
- HRA03 S. Hrbar, J. Bartolic, Z. Sipus, “Waveguide Miniaturization Using Uniaxial Negative Permeability Metamaterial”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 53, nº 1, pp. 110-9, 2005.
- HOU03 A. A. Houck, J. B. Brock, I. L. Chuang, “Experimental observations of a left-handed material that obeys Snell's law”, *Physical Review Letters*, vol. 90, nº 13, pp. 137401(1-4), abril 2003.
- KON03 I. G. Kondrat'ev, A. I. Smirnov, “Comments on Left-handed media simulation and transmission of EM waves in subwavelength split-ring-resonator-loaded metallic waveguides”, *Physical Review Letters*, vol. 91, nº 24, p. 2494011, diciembre 2003.

- LAG04 A. N. Lagarkov, V. N. Kissel, "Near-Perfect Imaging in a Focusing System Based on a Left-Handed-Material Plate", *Physical Review Letters*, vol. 92, pp. 077401, 2004.
- LAK02 A. Lakhtakia, "On perfect lenses and nihility", *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 23, n° 3, pp. 339-43, 2002.
- LAK02b A. Lakhtakia, "An electromagnetic trinity from negative permittivity and negative permeability", *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 23, n° 6, pp. 813-8, 2002.
- MAR02 R. Marqués, F. Medina, R. Rafii-El-Idrissi, "Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials", *Physical Review B*, vol. 65, pp. 144440(1-6), 2002.
- MAR02b R. Marqués, J. Martel, F. Mesa, F. Medina, "Left-handed-media simulation and transmission of EM waves in subwavelength split-ring-resonator-loaded metallic waveguides", *Physical Review Letters*, vol. 89, n° 18, pp. 183901(1-4), octubre 2002.
- MAR02c R. Marqués, J. Martel, F. Mesa, F. Medina, "A new 2D isotropic left-handed metamaterial design: theory and experiment", *Microwave & Optical Technology Letters*, vol. 35, n° 5, pp. 405-8, 2002.
- MAR03 R. Marqués, J. D. Baena, J. Martel, F. Medina, F. Falcone, M. Sorolla, F. Martín, "Novel small resonant electromagnetics particles for metamaterial and filter design", *Proc. of Int. Conf. on Electromagnetics in Advanced Applications*, pp. 439-442, Turín, Italia, septiembre 2003.
- MAR03b R. Marqués, F. Mesa, J. Martel, F. Medina, "Comparative analysis of edge- and broadside-coupled split ring resonators for metamaterial design: theory and experiments", *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 51, n° 10, pp. 2572-81, 2003.
- MAR03c F. Martín, J. Bonache, F. Falcone, M. Sorolla, R. Marqués, "Split ring resonator-based left-handed coplanar waveguide", *Applied Physics Letters*, vol. 83, n° 22, pp. 4652-4654, diciembre 2003.
- MAR04 R. Marqués, D. R. Smith, "Comments on Electrodynamics of metallic photonic crystals and the problem of left-handed metamaterials", *Physical Review Letters*, vol. 92, n° 5, p. 59401, febrero 2004.
- MAR04b R. Marqués, J. D. Baena, "Effect of losses and the dispersion on the focusing properties of left-handed media", *Microwave & Optical Technology Letters*, vol. 41, n° 4, pp. 290-4, 2004.

- MAR04c R. Marqués, J. D. Baena, F. Medina, “Enhanced tunneling and amplification of evanescent waves in a waveguide environment”, *Proc. of URSI International Symposium on Electromagnetic Theory*, pp. 376-378, Pisa, Italia, mayo 2004.
- MAS04 S. Maslovski, S. Tretyakov, P. Alitalo, “Near-field enhancement and imaging in double planar polariton-resonant structures”, *Journal of Applied Physics*, vol. 96, pp. 1293-1300, 2004.
- MET03 “Metamaterial Special Issue”, *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 51”, n° 10, octubre 2003.
- OLI02 A. A. Oliner, “A periodic-structure negative-refractive-index medium without resonant elements”, *Proc. of USNC/URSI National Radio Science Meeting*, pp. 41-42, San Antonio, Texas, junio 2002.
- PAR03 C. G. Parazzoli, R. B. Gregor, K. Li, B. E. C. Koltenbah, and M. Tanielian, “Experimental verification and simulation of negative index of refraction using Snell's law”, *Physical Review Letters*, vol. 90, n° 10, pp. 107401(1-4), marzo 2003.
- PEN00 J. B. Pendry, “Negative refraction makes perfect lens”, *Physical Review Letters*, vol. 85, n° 18, pp. 3966-3969, 2000.
- PEN J. B. Pendry, Reply to a comment on PEN00, *Physical Review Letters*, vol. 85, n° 18, pp. 3966-3969, 2001.
- PEN03 J. B. Pendry, S. A. Ramakrishna, “Refining the perfect lens”, *Physica B*, vol. 338, pp. 329-32, 2003.
- PEN96 J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, I. Youngs, “Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures”, *Physical Review Letters*, vol. 76, n° 25, pp. 4773-4776, junio 1996.
- PEN99 J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robins, W. J. Stewart, “Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena”, *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol. 47, n° 11, pp. 2075-2084, 1999.
- POK02 A. L. Pokovsky, A. L. Efros, “Electrodynamics of metallic photonic crystals and the problem of left-handed materials”, *Physical Review Letters*, vol. 89, n° 9, pp. 093901(1-4), agosto 2002.
- RAM03 S. A. Ramakrishna, J. B. Pendry, M. C. K. Wiltshire, W. J. Stewart, “Imaging the near field”, *Journal of Modern Optics*, vol. 50, n° 9, pp. 1419-30, 2003.

- RAO03 X. S. Rao, C. K. Ong, "Amplification of evanescent waves in a lossy left-handed material slab", *Physical Review B*, vol. 68, pp. 113103, 2003.
- ROT62 W. Rotman, "Plasma simulation by artificial dielectrics and parallel-plate media", *IRE Transactions on Antennas & Propagation*, vol. 10, n° 1, pp. 82-95, enero 1962.
- SHA01 E. Shamonina, V. A. Kalinin, K. H. Ringhofer, L. Solymar, "Imaging, compression and Poynting vector stream lines for negative permittivity materials", *Electronics Letters*, vol. 37, n° 20, pp. 1243-4, 2001.
- SHE01 R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, "Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial", *Applied Physics Letters*, vol. 78, pp. 489-491, 2001.
- SHE01b R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, "Experimental verification of a negative index of refraction", *Science*, vol. 292, pp. 77-79, 2001.
- SIL05 M. G. Silveirinha, C. A. Fernandes, "Homogenization of 3-D-connected and non connected wire metamaterials", *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, vol.53, no. 4, pp. 1418-30, 2005
- SIM01 C. R. Simovski, B. Sauviac, *Radio Science*, vol. 39, RS2014, 2004.
- SIM01b C. R. Simovski, S. He, *Physics Letters A*, vol. 311, 254, 2003.
- SMI00 D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Wier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity", *Physical Review Letters*, vol. 84, pp. 4184-4187, 2000.
- SMI02 D. R. Smith, D. Schurig, J. B. Pendry, "Negative refraction of modulated electromagnetic waves", *Applied Physics Letters*, vol. 81, n° 15, pp. 2713-2715, agosto 2002.
- SMI03 D. R. Smith, D. Schurig, "Electromagnetic wave propagation in media with indefinite permittivity and permeability tensors", *Physical Review Letters*, vol. 90, pp. 077405, 2003.
- SMI03b D. R. Smith, D. Schurig, M. Rosenbluth, S. Schultz, S. A. Ramakrishna, J. B. Pendry, "Limitations on subdiffraction imaging with a negative refractive index slab", *Applied Physics Letters*, vol. 82, pp. 1506-8, 2003.
- VAL02 P. M. Valanju, R. M. Walser, A. P. Valanju, "Wave refraction in negative-index media: always positive and very inhomogeneous", *Physical Review Letters*, vol. 88, n° 18, pp. 187401(1-4), mayo 2002.

- VES02 V. G. Veselago, "About the wording of Fermat's principle for light propagation in media with negative refraction index", *ArXiv Condensed Matter e-prints*, <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0203451>, marzo 2002.
- VES68 V. G. Veselago, "Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ", *Sov. Phys. Uspekhi*, vol. 10, pp. 509-514, 1968.
- VES05 V. G. Veselago, "Superlens as matching device", <http://xxx.lanl.gov/ftp/cond-mat/papers/0501/0501438.pdf>



# Publicaciones

## PUBLICACIONES EN REVISTAS INTERNACIONALES:

1. F. Mesa, M. Freire, R. Marques, **J. D. Baena**, “Three-dimensional superresolution in metamaterial slab lenses: Experiment and theory”, *Physical Review B* (aceptado)
2. M. Beruete, R. Marqués, **J. D. Baena**, M. Freire, M. Sorolla, “Resonance and Cross-Polarization Effects in Conventional and Complementary Split Rings Resonators Periodic Screens”, *Electromagnetics* (aceptado)
3. J. Bonache, F. Martín, F. Falcone, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, J. Garcia-García, M. A. G. Laso, I. Gil, A. Marcotegui, R. Marqués, M. Sorolla, “Application of Complementary Split Rings Resonators to the Design of Compact Narrow Band Pass Structures in Microstrip Technology”, *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 46, no. 5, pp. 508-512, 2005
4. J. García-García, F. Martín, **J. D. Baena**, R. Marqués, L. Jelinek, “On the resonances and polarizabilities of split rings resonators”, *Journal of Applied Physics*, vol. 98, pp. 033103 (1-9), 2005.
5. **J. D. Baena**, L. Jelinek, R. Marqués and F. Medina, “Near-Perfect Tunneling and Amplification of Evanescent EM Waves in a Waveguide Filled by a Metamaterial: Theory and Experiments”, *Physical Review B*, vol. 72, pp. 075116 (1-8), 2005.
6. **J. D. Baena**, L. Jelinek, R. Marqués, “Reducing losses and dispersion effects in multilayer metamaterial tunneling devices”, *New Journal of Physics*, vol. 7, pp. 166, 2005.
7. N. Ortiz, **J. D. Baena**, M. Beruete, F. Falcone, M.A.G.Laso, T. Lopetegi, R. Marqués, F. Martín, J.García, M. Sorolla, “Complementary Split Ring Resonator for Design of Compact Waveguide Filter”, *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 46, no. 1, pp. 88-92, 2005.
8. J. García-García, F. Martín, F. Falcone, J. Bonache, **J. D. Baena**, I. Gil, E. Amat, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, A. Marcotegui, M. Sorolla and R. Marqués, “Microwave Filters with Improved Stop Band based on Sub-wavelength Resonators”, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, issue 6, pp. 1997-2006, 2005.
9. **J. D. Baena**, J. Bonache, F. Martín, R. Marqués, F. Falcone, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, J. García-García, I.Gil, M. Flores and M. Sorolla, “Equivalent Circuit Models for Split Rings Resonators and Complementary Split Rings Resonators Coupled to Planar Transmission Lines”, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol.53, no. 4, pp. 1451-1461, 2005.
10. R. Marqués, **J.D. Baena**, M. Beruete, F. Falcone, T. Lopetegi, M. Sorolla, F. Martín and J. García, “Ab initio analysis of frequency selective surfaces based on conventional and complementary split ring resonators”, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, vol. 7, pp. S38-S43, 2005.

11. F. Falcone, T. Lopetegi, M.A.G. Laso, **J.D. Baena**, J. Bonache, R. Marqués, F. Martín, M. Sorolla, "Babinet's principle applied to the design of metasurfaces and metamaterials", *Physical Review Letters*, vol. 93, pp. 197401(1-4), 2004.
12. J. García-García, J. Bonache, F. Falcone, **J. D. Baena**, F. Martín, I. Gil, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, A. Marcotegui, R. Marqués and M. Sorolla, "Stepped-impedance low pass filters with spurious passband suppression", *Electronics Letters*, vol. 40, issue 14, pp. 881-882, 2004.
13. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, M.A.G. Laso, J. García-García, **J.D. Baena**, R. Marqués, M. Sorolla, "Stop band and band pass characteristics in coplanar waveguide coupled to spiral resonators", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 42, pp. 386-388, 2004.
14. F. Falcone, T. Lopetegi, **J.D. Baena**, R. Marqués, F. Martín, M. Sorolla, "Effective negative- $\epsilon$  stop-band microstrip lines based on complementary split ring resonators", *IEEE Transactions on Microwave Components Letters*, vol. 14, pp. 280-282, 2004.
15. J. Martel, R. Marqués, F. Falcone, **J.D. Baena**, F. Medina, F. Martín, M. Sorolla, "A new LC series element for compact bandpass filter design", *IEEE Transactions on Microwave Components Letters*, vol. 14, pp. 210-212, 2004.
16. R. Marqués, **J.D. Baena**, "Effect of losses and the dispersion on the focusing properties of left-handed media", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 41, pp. 290-294, 2004.
17. **J.D. Baena**, R. Marqués, F. Medina, J. Martel, "Artificial magnetic metamaterial design by using spiral resonators", *Physical Review B*, vol. 69, pp. 014402(1-5), 2004.

#### PUBLICACIONES EN CONGRESOS INTERNACIONALES:

1. L. Jelinek, **J. D. Baena**, R. Marqués, J. Zehentner, "How to make a fully isotropic magnetic metamaterial?", International Student Seminar on Microwave Application of Novel Physical Phenomena, St. Petersburg, Russia, October 17 – 19, 2005.
2. **J. D. Baena**, L. Jelinek, R. Marqués, J. Zehentner, "Analysis of 2D- and 3D-isotropic split ring resonators", 18th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications (ICECom), Dubrovnik, Croatia, October 12-14, 2005.
3. R. Marqués, F. Mesa, M. J. Freire, **J. D. Baena**, "Image formation and detection in metamaterial super-lenses", 18th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications (ICECom), Dubrovnik, Croatia, October 12-14, 2005.
4. M. Freire, R. Marqués, **J. D. Baena**, "Three dimensional subdiffraction imaging by a planar metamaterial lens", European Microwave Conference, París, Francia, 3-7 October 2005.
5. **J. D. Baena**, M. J. Freire, L. Jelinek, F. Mesa, R. Marqués, F. Medina, "Túnel perfecto y super-resolución en sistemas de Split Ring Resonators", IV Encuentro

- Ibérico de Electromagnetismo Computacional, Seia, Portugal, 7 – 9 septiembre, 2005.
6. **J. D. Baena**, L. Jelinek, R. Marqués, F. Medina, “Near-perfect Tunneling in a Waveguide Filled by a Metamaterial Due to the Amplification of Evanescent Waves”, PIERS, Hangzhou, China, August 22-26, 2005.
  7. M. A. G. Laso, T. Lopetegi, F. Falcone, E. Jarauta, **J. D. Baena**, J. Bonache, J. García-García, J. Illescas, A. Marcotegui, F. Martín, R. Marqués, M. Sorolla, “Split Ring Resonators and Complementary Split Ring Resonators: Left-handed Lines and Applications in Microwave Planar Technology”, PIERS, Hangzhou, China, August 22-26, 2005.
  8. M. Sorolla, M. Beruete, **J. D. Baena**, R. Marqués, “Resonance and Cross-Polarization Effects in Conventional and Complementary Split Ring Resonators Periodic Screens”, IEEE AP-S International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting, Washington, DC, EEUU, July 3-8, 2005.
  9. M. Beruete, M. J. Freire, R. Marqués, **J. D. Baena** and M. Sorolla, “Electroinductive wave propagation in CSRR arrays”, PECS-VI: International Symposium on Photonic and Electromagnetic Crystal Structures, Aghia Pelaghia, Crete, Greece, June 19-24, 2005.
  10. **J. D. Baena**, L. Jelinek, R. Marqués and F. Medina, “Quasi-perfect tunneling in waveguide filled by lossy and dispersive metamaterial”, Seminar on Metamaterials and Circuit Design Based on SRRs, Barcelona, Spain, April 22, 2005.
  11. R. Marqués, **J. D. Baena**, M. Freire, “SRR based tunneling and focusing devices”, Seminar on Metamaterials and Circuit Design Based on SRRs, Barcelona, Spain, April 22, 2005.
  12. J. García-García, J. Bonache, F. Falcone, I. Gil, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, F. Martín, R. Marqués, A. Marcotegui, M. Sorolla, “Spurious passband suppression in microwave filters by means of sub-wavelength resonant structures”, 34th European Microwave Conference, Amsterdam, October 2004.
  13. M. Beruete, **J. D. Baena**, F. Falcone, I. Campillo, J. S. Dolado, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, J. Bonache, J. García-García, A. Marcotegui, F. Martín, R. Marqués, M. Sorolla, “Subwavelength hole arrays and split ring resonators based metasurfaces for frequency selective surfaces”, 29th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Karlsruhe, September 27 - October 1, 2004.
  14. E. Jarauta, M. A. G. Laso, T. Lopetegi, F. Falcone, M. Beruete, **J. D. Baena**, J. Bonache, I. Gil, J. García-García, A. Marcotegui, F. Martín, R. Marqués, M. Sorolla, “Metamaterial microstrip backward couplers for fully planar fabrication techniques”, 29th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Karlsruhe, September 27 - October 1, 2004.
  15. **J. D. Baena**, J. Bonache, F. Martín, R. Marqués, F. Falcone, T. Lopetegi, M. Beruete, M. A. G. Laso, J. García-García, F. Medina, and M. Sorolla, “Modified and Complementary SRRs for Metasurface and Metamaterial Design”, Bianisotropics, Ghent, Belgium, September 22-24, 2004.
  16. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. Baena**, T. Lopetegi, M.A. Gómez Laso, J. García García, I. Gil, J.A. Marcotegui, R. Marqués and M. Sorolla, “Split Ring Resonator-based Metamaterials in Microwave Planar Circuits”, Bianisotropics, Ghent, Belgium, September 22-24, 2004.

17. J. Bonache, F. Martín, F. Falcone, **J.D. Baena**, T. Lopetegi, J. García-García, I. Gil, M.A.G. Laso, M. Sorolla, R. Marqués and A. Marcotegui, "Miniaturization of planar microwave filters by means of sub-wavelength resonators," International Workshop on Microwave Filters (ESA and CNES), (Toulouse, Francia), 13-15 September 2004.
18. M. Flores, F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J.D. Baena**, T. Lopetegi, M.A.G. Laso, M. Beruete, J.A. Marcotegui, J. García-García, R. Marqués, M. Sorolla, "Radiation phenomena in left-handed materials implemented in coplanar waveguide technology", International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP), Sendai, Japan, August 2004.
19. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J.D. Baena**, T. Lopetegi, M.A.G. Laso, J. García-García, I. Gil, J.A. Marcotegui, R. Marqués, M. Sorolla, "Metamaterial structures in coplanar waveguide technology", International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP), Sendai, Japan, August 2004.
20. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, J. García, I. Gil, R. Marqués, M. Sorolla, "Metamaterial configurations in coplanar waveguides", IEEE AP-S International Symposium and USCN/URSI Meeting, Monterey, CA, June 20-26, 2004.
21. R. Marqués, **J. D. Baena**, F. Medina, "Enhanced tunneling and amplification of evanescent waves in a waveguide environment", URSI Symposium, Pisa, Italy, May 23-27, 2004.
22. R. Marqués, **J. D. Baena**, F. Martín, J. Bonache, F. Falcone, T. Lopetegi, M. Beruete, M. Sorolla, "Left-handed metamaterial based on dual split ring resonators microstrip technology", URSI Symposium, Pisa, Italy, May 23-27, 2004.
23. F. Martín, F. Falcone, T. Lopetegi, J. Bonache, M.A.G. Laso, **J.D. Baena**, J. García-García, R. Marqués, M. Sorolla, "Applications of split rings resonators and related structures to the miniaturization of planar microwave circuits", ESA Microwave Technology and Techniques Workshop Noordwijk, Netherlands, May 2004.
24. F. Martín, F. Falcone, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, R. Marqués, M. Sorolla, "Demonstration of left-handedness in coplanar waveguide technology" , Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Pisa, Italy, March 28-31, 2004.
25. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, R. Marqués, M. Sorolla, "Negative magnetic permeability media in planar microwave circuits" , Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Pisa, Italy, March 28-31, 2004.
26. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, J. García-García, R. Marqués, M. Sorolla, "Implementetion of bandpass filters based on left-handed structures in coplanar waveguide technology", 27th ESA Antenna Technology Workshop on Innovative Periodic Antennas, Santiago de Compostela, Spain, March 9-11, 2004.
27. M. Flores, F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, M. Beruete, J. A. Marcotegui, J. García, R. Marqués, M. Sorolla, "Radiation phenomena in coplanar waveguide metamaterial structures", 27th ESA Antenna Technology Workshop on Innovative Periodic Antennas, Santiago de Compostela, Spain, March 9-11, 2004.

28. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. D. Baena**, M. Beruete, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, J. García, R. Marqués, M. Sorolla, "Application of Split Ring Resonators particles in planar circuit technology", 27th ESA Antenna Technology Workshop on Innovative Periodic Antennas, Santiago de Compostela, Spain, March 9-11, 2004.
29. R. Marqués, **J. D. Baena**, F. Medina, "Analysis of the Focusing of a Point Source by a Physical Left-Handed Slab", PIERS, Honolulu, Hawaii, USA, 13-16 October, 2003.
30. **J. D. Baena**, R. Marqués, F. Medina, J. Martel, "Analysis of Spiral Resonators for Metamaterial Design", PIERS, Honolulu, Hawaii, USA, October 13-16, 2003.
31. J. Martel, R. Marqués, **J. D. Baena**, F. Medina, F. Falcone, M. Sorolla, F. Martín, "Application of Modified Split-Ring Resonators to the Design of Small Microstrip and CPW Filters", PIERS, Honolulu, Hawaii, USA, October 13-16, 2003.
32. **J. D. Baena**, R. Marqués, F. Medina, J. Martel, "Double-Split-Ring-Resonators: towards an efficient isotropic magnetic resonant particle for metamaterial design", PIERS, Honolulu, Hawaii, USA, October 13-16, 2003.
33. R. Marqués, **J. D. Baena**, J. Martel, F. Medina, F. Falcone, M. Sorolla, F. Martín, "Novel small resonant electromagnetic particles for metamaterial and filter design", ICEAA, Torino, Italy, September 8-12, 2003.
34. R. Marqués, F. Medina, **J. D. Baena**, "Amplification of evanescent waves and subwavelength focusing in feasible simple physical systems", DIPC - Int. Workshop on Optical Properties of Complex Materials, San Sebastian, Spain, July 7-11, 2003.
35. **J.D. Baena**, R. Marqués, J. Martel, F. Medina, "Experimental results on metamaterial simulation using SRR-loaded waveguides", IEEE AP-S Int. Symp. and USNC/CNC/URSI North American Radio Science Meeting Columbus, Ohio, June 22-27, 2003.

#### **PUBLICACIONES EN CONGRESOS NACIONALES:**

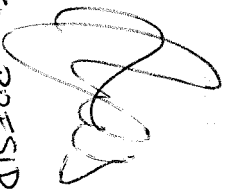
1. **J. D. Baena**, R. Marqués, L. Jelinek, J. Zehentner, "Análisis de resonadores tipo SRR que presentan isotropía en 2D y 3D", URSI, Gandía, 14-16 Septiembre 2005.
2. F. Falcone, F. Martín, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, J. García, M. Beruete, R. Marqués, M. Sorolla, "Estructuras metamateriales en tecnología plana basadas en partículas SRR y CSRR", URSI, Gandía, 14-16 Septiembre 2005.
3. J. Bonache, I. Gil, J. Garcia-Garcia, F. Falcone, T. Lopetegi, M.A.G. Laso, J. D. Baena, F. Martín, M. Sorolla, R. Marqués, "Split rings resonators: key particles for microwave device design," Spanish Conference on Electron Devices, 2-4 Febrero 2005, pp. 135-138.
4. F. Falcone, T. Lopetegui, M. A. G. Laso, **J. D. Baena**, M. Beruete, J. Bonache, R. Marqués, F. Martín, M. Sorolla, "El Principio de Babinet aplicado al diseño de Metamateriales y Metasuperficies", URSI, Barcelona, 8-10 Septiembre 2004.
5. E. Jarauta, M.A.G. Laso, F. Falcone, T. Lopetegi, **J. D. Baena**, J. Bonache, J. García-García, F. Martín, R. Marqués, M. Sorolla, "Diseño de acopladores

backward a partir de acopladores forward mediante el uso de una línea metamaterial en microstrip”, URSI, Barcelona, 8-10 Septiembre 2004.

6. M. Flores, F. Falcone, F. Martin, J. Bonache, **J. D. Baena**, T. Lopetegi, M. A. G. Laso, M. Beruete, J.A. Marcotegui, J. Garcia, R. Marqués, M. Sorolla, “Fenómenos de radiación en metamateriales basados en tecnología coplanar”, URSI, Barcelona, 8-10 September 2004.
7. **J. D. Baena**, R. Marqués, J. Martel, F. Medina, “Diseño de Metamateriales con  $\epsilon$  y  $\mu$  Negativos. Aplicación como filtros en guías de onda”, III Reunión Red de Nanociencia, Oviedo, 26-28 Noviembre 2003.
8. **J. D. Baena**, R. Marqués, J. Martel, F. Medina, “Simulación de medios  $\epsilon$ ,  $\mu$ - y  $\mu$ -negativos en guías de ondas cargadas con resonadores”, URSI, La Coruña, 10-12 Septiembre 2003.

JUAN DOMINGO BAENA DUTELD  
DISEÑO, ANÁLISIS Y ARMAZONES DE  
METAMATERIALES ELECTROMAGNÉTICOS

CON LA MENCIÓN DE SOBRESALIENTE  
9 MARZO DE 2012



EL PRESIDENTE,

