

**TRABAJO FIN DE MÁSTER
MÁSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS
FINITOS DE ESTRUCTURAS DE ACERO
CON UNIONES SEMIRRÍGIDAS**

Autor: Martín Ros Martín
Tutor: Luis Rodriguez-Tembleque Solano

**Dpto. Mecánica de Medios Continuos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Master
Master en Ingeniería Industrial

ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS DE ESTRUCTURAS DE ACERO CON UNIONES SEMIRRÍGIDAS

Autor:
Martín Ros Martín

Tutor:
Luis Rodríguez-Tembleque Solano

Dpto. de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Trabajo Fin de Máster: ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS DE
ESTRUCTURAS DE ACERO CON UNIONES SEMIRRÍGIDAS

Autor: Martín Ros Martín
Tutor: Luis Rodríguez-Tembleque Solano

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

“Una cosa que he aprendido después de 21 años, es que nunca sabes lo que entrará por esa puerta”

- Rick Harrison -

Agradecimientos

*A mis padres,
por animarme a seguir estudiando.*

Resumen

El cálculo de uniones en estructuras metálicas es una parte fundamental en el diseño. Las uniones en estructuras metálicas son normalmente simplificadas considerando que su comportamiento es totalmente rígido o articulado según el caso, mientras en su comportamiento en realidad se encuentra entre estos dos extremos.

Comparado con las uniones rígidas, las semirrígidas reducen la rigidez de la estructura de acero y conllevan un aumento del desplazamiento lateral, causando efectos de segundo orden. Además, la rigidez de una unión semirrígida tiene un efecto significativo en la fuerza y desplazamiento de la estructura.

En este proyecto se realizarán modelos numéricos de geometría sencilla con el objetivo de determinar el comportamiento de dichas uniones mediante análisis estáticos y dinámicos. Para realizar los análisis requeridos utilizaremos el programa ANSYS, el cual está basado en el Método de los Elementos Finitos.

Índice

1.	Introducción	1
1.1.	Introducción	1
1.2.	Objeto del proyecto	1
1.3.	Estructura del proyecto	2
2.	Introducción al concepto de nudo semirrígido.	3
2.1.	Introducción	3
2.2.	El Eurocódigo 3	4
2.3.	El diagrama momento-rotación	5
2.4.	Clasificación de las uniones	6
2.4.1.	Clasificación según la rigidez	7
2.4.2.	Clasificación según la resistencia	9
2.4.3.	Clasificación según la ductilidad	10
2.4.4.	Tipos de uniones semirrígidas	11
2.5.	Ventajas de las uniones semirrígidas	13
2.5.1.	Ventajas en la ejecución	13
2.5.2.	Ventajas en el coste	14
2.5.3.	Ventajas estructurales	14
3.	El Método de los Elementos Finitos	17
3.1.	Introducción al MEF	17
3.2.	Formulación del MEF	18
3.2.1.	El PTV en elasticidad	18
3.2.2.	Formulación del MEF para el problema elástico	19
3.2.3.	Formulación para elemento viga de Timoshenko	22
3.3.	El nudo semirrígido en el MEF	24
4.	Tipos de análisis	25
4.1.	Introducción	25
4.2.	Análisis no lineal	25
4.2.1.	Causas de la no linealidad	25
4.2.1.	Metodos numéricos del análisis no lineal	27
4.2.1.1	El método de Newton-Raphson	27
4.2.1.2	Método de longitud de arco	30

4.3. Análisis dinámico transitorio	31
5. Modelos de uniones.....	33
5.1. Introducción	33
5.2. Modelos numéricos previos	34
5.3. Consideraciones generales de los modelos estudiados	36
5.3.1. Tipos de elementos.....	36
5.4.1.1. Elemento viga (BEAM3)	37
5.4.1.2. Elemento viga (BEAM188)	37
5.4.1.3. Elemento “spring” (COMBIN14)	38
5.4.1.4. Elemento masa (MASS21)	39
5.3.2. Tratamiento de los nudos.....	39
5.3.3. Observaciones del mallado	41
5.3.4. Consideraciones del material	42
5.4. Modelos numéricos de las uniones.....	43
5.4.1. Modelo 1	43
5.4.1.1. Descripción del modelo	43
5.4.1.2. Resultados de los análisis	45
5.4.2. Modelo 2	48
5.4.2.1. Descripción del modelo	48
5.4.2.2. Resultados de los análisis	49
5.4.3. Modelo 3	51
5.4.3.1. Descripción del modelo	51
5.4.3.2. Resultados de los análisis	53
5.4.4. Modelo 4	56
5.4.4.1. Descripción del modelo	56
5.4.4.2. Resultados de los análisis	57
5.4.5. Modelo 5	61
5.4.5.1. Descripción del modelo	61
5.4.5.2. Resultados de los análisis	66
5.4.6. Modelo 6	72
5.4.6.1. Descripción del modelo	72
5.4.6.2. Resultados de los análisis	75
6. Resultados. Análisis y conclusiones.....	79

6.1. Trabajos Realizados.....	79
6.2. Conclusiones	79
6.3. Trabajos futuros.....	80
Referencias Bibliográficas.....	81
Anexos.....	83
Anexo A. Script ANSYS Modelo 1	83
Anexo B. Script ANSYS Modelo 2.....	87
Anexo C. Script ANSYS Modelo 3	90
Anexo D. Script ANSYS Modelo 4	94
Anexo E. Script ANSYS Modelo 5.....	99
Anexo F. Script ANSYS Modelo 5 (transitorio 1)	105
Anexo G. Script ANSYS Modelo 5 (transitorio 2)	111
Anexo H. Script ANSYS Modelo 6	117
Anexo I. Script ANSYS Modelo 6 optimizado.....	128
Anexo J. Script ANSYS Modelo 6 (transitorio)	140
Anexo K. Script ANSYS Modelo 6 optimizado (transitorio)	152

Índice de figuras

Figura 2.1: Modelización del comportamiento de las uniones viga-pilar	5
Figura 2.2: Curva $M-\Phi$ elástica-perfectamente plástica (EN-1993-1-8, 2005).....	6
Figura 2.3: Clasificación de las uniones resistentes a flexión	8
Figura 2.4: Límites para la clasificación en función de la rigidez.....	8
Figura 2.5: Límites para la clasificación en función de la resistencia.....	9
Figura 2.6: Soportes continuo y no continuo (Guardiola Villora, 2006).....	10
Figura 2.7: Comportamiento momento-rotación de uniones semirrígidas genéricas (EN- 1993-1-8, 2005)	11
Figura 2.8: Uniones viga-pilar semirrígidas en estructuras de acero (Chen y otros, 1996)	12
Figura 2.9: Distribución de momentos óptima para una viga con carga uniformemente distribuida en el caso de una unión semirrígida, unión rígida y articulada	13
Figura 3.1: Dominio Físico de un elemento	18
Figura 3.2: Dominio Físico discretizado mediante elemento triangulares	19
Figura 3.3: Fuerzas actuando sobre un elemento tipo viga (beam).....	23
Figura 3.4: Elementos rigidizadores tipo spring	24
Figura 4.1: Iteraciones en el proceso de solución de Newton-Raphson.....	29
Figura 4.2: Comportamiento real pandeo “snap-through” vs Newton-Raphson.....	29
Figura 4.3: Método Newton-Raphson frente al Arc-Length Method.....	30
Figura 4.4: Representación de una fuerza tipo impulsiva	31
Figura 4.5: Stepped and Ramped loads (ANSYS)	32
Figura 5.1: Análisis elástico de un pórtico con varias uniones (Chan & Chui, 2000)	34
Figura 5.2: Curva característica de la unión (A.N.T. Ihaddoudènea y otros, 2009).....	35
Figura 5.3: Modelo MDEM de una estructura simple (Ye & Xu, 2017)	35
Figura 5.4: Comportamiento de histéresis de la unión (A. Silva, 2018)	36
Figura 5.5: Elemento BEAM3 (ANSYS).....	37
Figura 5.6: Elemento BEAM188 (ANSYS).....	38
Figura 5.7: Elemento BEAM189 (ANSYS).....	38
Figura 5.8: Elemento sólido COMBIN14 (ANSYS).....	38
Figura 5.9: Elemento MASS21 (ANSYS)	39
Figura 5.10: Grados de libertad de nuestros modelos	40
Figura 5.11: Detalle nudo semirrígido	40
Figura 5.12: Tipos de apoyos en función de la rigidez	41
Figura 5.13: Tamaño elementos modelo3 (a) y modelo 5 (b)	42
Figura 5.14: Curvas tensión-deformación	42
Figura 5.15: Geometría y cargas modelo 1	43
Figura 5.16: Diagrama momentos teóricos modelo 1	44
Figura 5.17: Diagrama de momentos modelo 1 (ANSYS).....	45
Figura 5.18: Curvas Carga-Deformación (ANSYS vs Chan & Chui, 2000).....	46
Figura 5.19: Curvas Carga-Deformación modelo 1	47
Figura 5.20: Geometría y cargas modelo 2	48
Figura 5.21: Curvas Carga-Deformación (ANSYS vs Ye & Xu, 2017)	49
Figura 5.22: Curvas Carga-Deformación modelo 2	50
Figura 5.23: Geometría y cargas modelo 3	51
Figura 5.24: Pandeo "Snap-through".....	52
Figura 5.25: Diagrama momentos modelo 3 (ANSYS)	53

Figura 5.26: Curvas Carga-Deformación modelo 3 (ANSYS vs Ye & Xu, 2017)	54
Figura 5.27: Curvas Carga-Deformación modelo 3	55
Figura 5.28: Geometría y cargas modelo 4	56
Figura 5.29: Diagrama momentos modelo 4	58
Figura 5.30. Disposición nodos modelo 4	59
Figura 5.31: Curvas Carga-Deformación modelo 4 (ANSYS)	60
Figura 5.32: Geometría y cargas modelo 5 (análisis no lineal).....	61
Figura 5.33: Mallado modelo 5	62
Figura 5.34: Geometría sección tipo H	62
Figura 5.35: Distribución cargas modelo 5 (análisis transitorio.....	64
Figura 5.36: Carga impulsiva (análisis transitorio 1)	64
Figura 5.37: Carga impulsiva (análisis transitorio 2)	65
Figura 5.38: Curvas Carga-Deformación modelo 5 (ANSYS vs Ye & Xu, 2017)	66
Figura 5.39: Curvas Carga-Deformación modelo 4 (análisis no lineal).....	67
Figura 5.40: Curvas Carga-Deformación Casos 1 y 5 (análisis no lineal)	68
Figura 5.41: Curvas u-t análisis transitorio 1 (ANSYS vs Chan & Chui, 2000).....	69
Figura 5.42: Figura 5.41: Curvas u-t análisis transitorio 1.....	70
Figura 5.43: Figura 5.41: Curvas u-t análisis transitorio 2 (ANSYS vs Chan & Chui, 2000)	71
Figura 5.44: Geometría y cargas modelo 6 (análisis estático).....	72
Figura 5.45: : Visualización secciones originales (a) vs optimizadas (b) . Factor de ampliación	73
Figura 5.46: Numeración columnas modelo 6	74
Figura 5.47: Carga impulsiva modelo 6	75
Figura 5.48: Curvas Carga-Deformación modelo 6 configuración original (a)	76
Figura 5.49: Curvas Carga-Deformación modelo 6 configuración optimizada (b).....	76
Figura 5.50: Curvas Carga-Deformación (C. original rígida (a.1) vs C. optimizada semirrígida (b.2)).....	77
Figura 5.51: Curvas u-t (C. original rígida (a.1) vs C. optimizada semirrígida (b.2))	78
Figura 5.52: Curvas u-t (Configuración original)	78

Índice de tablas

Tabla 2.1: Modelización de las uniones y análisis de la estructura	7
Tabla 2.2: Clasificación de las uniones	7
Tabla 5.1: Datos generales modelo 1	43
Tabla 5.2: Rigideces consideradas modelo 1	43
Tabla 5.3: Comparativa resultados momentos (Modelo Teórico vs ANSYS)	46
Tabla 5.4: Deformación verticales máximas modelo 1	47
Tabla 5.5: Datos generales modelo 2	48
Tabla 5.6: Rigideces consideradas modelo 2	48
Tabla 5.7: Datos generales modelo 3	52
Tabla 5.8: Rigideces consideradas modelo 3	52
Tabla 5.9: Momentos flectores obtenidos en ansys.....	54
Tabla 5.10: Datos secciones modelo 4	56
Tabla 5.11: Datos generales modelo 4	56
Tabla 5.12: Rigideces consideradas modelo 4	57
Tabla 5.13: Momentos modelo 4 (A.N.T. Ihaddoudène y otros , 2009)	57
Tabla 5.14: Momentos modelo 4 (ANSYS).....	57
Tabla 5.15: Diferencia resultados (ANSYS vs A.N.T. Ihaddoudènea y otros, 2009).....	59
Tabla 5.16: Deformaciones máximas modelo 4	59
Tabla 5.17: Datos sección modelo 5 (análisis no lineal)	62
Tabla 5.18: Datos generales modelo 5 (análisis no lineal)	63
Tabla 5.19: Rigideces consideradas modelo 5	63
Tabla 5.20: Datos generales modelo 5 (análisis transitorio 1)	63
Tabla 5.21: Rigideces consideradas análisis transitorio (Chan & Chui, 2000)	65
Tabla 5.22: Datos sección modelo 3 (análisis transitorio 2)	65
Tabla 5.23: Datos generales modelo 3 (análisis transitorio 2)	65
Tabla 5.24: Rigideces consideradas análisis transitorio 2 (Chan & Chui, 2000)	66
Tabla 5.25: Datos generales modelo 6 (análisis estático)	73
Tabla 5.26: Secciones configuración original (a).....	74
Tabla 5.27: Rigideces consideradas configuración original (a)	74
Tabla 5.28: Secciones configuración optimizada (b)	74
Tabla 5.29: Rigideces consideradas configuración optimizada (b).....	75

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

Las fases para la consecución del objetivo global del proyecto son las siguientes:

- Una breve revisión bibliográfica sobre el concepto de nudo semirrígido.
- Una revisión bibliográfica sobre técnicas avanzadas de análisis en el Método de los Elementos Finitos, análisis no lineal estructural y análisis modal.
- La elaboración de modelos numéricos de estructuras metálicas con ANSYS (mechanical APDL). Se considerarán los distintos tipos de uniones, así como las no linealidades geométricas.
- El ajuste numérico del modelo de elementos finitos (tipos de elementos, densidad de malla, etc.) y la calibración del mismo en función de los casos estudiados en la bibliografía.
- La obtención de conclusiones sobre el comportamiento de las uniones semirrígidas en función de los resultados obtenidos.

1.2. Objeto del proyecto

El objetivo global es el modelado y análisis no lineal de estructuras metálicas, analizando su comportamiento en relación al tipo de unión que llevan asociadas, teniendo especial interés en las uniones semirrígidas. Este análisis será llevado a cabo utilizando el Método de los Elementos Finitos con el programa ANSYS, con el objeto de realizar estudios paramétricos y modelos simplificados que faciliten el diseño y utilización de este tipo de nudos.

Los objetivos parciales son:

- Estudio teórico de las uniones semirrígidas según la normativa vigente.
- Elaboración y verificación de modelos numéricos de estructuras metálicas con distintos tipos de uniones, con el objetivo de contextualizar las uniones semirrígidas.

- La realización de estudios paramétricos de los modelos desarrollados, ampliando los estudios verificativos, y proponiendo nuevas consideraciones.

La consecución de estos objetivos permitirá entender el comportamiento y la modelización de las uniones semirrígidas, para así, dependiendo de los requisitos de la unión, tener en cuenta cuál es la mejor disposición para la unión.

1.3. Estructura del proyecto

Este proyecto está dividido en 6 capítulos, los cuales se presentarán a continuación junto a una breve descripción de su contenido.

- **Capítulo 1. Introducción.** En este capítulo se describen en primer lugar los objetivos del proyecto, las fases para su elaboración, y una breve descripción de la estructura del proyecto.
- **Capítulo 2. Introducción al concepto de nudo semirrígido.** En el cual se realiza una aproximación al comportamiento de los nudos semirrígidos, exponiendo las ventajas de su utilización, y su influencia en el comportamiento de la estructura. A su vez, se atenderá a las distintas clasificaciones de uniones, haciendo referencia al marco normativo de las uniones semirrígidas, el Eurocódigo 3.
- **Capítulo 3. El método de los elementos finitos.** En este apartado se introducirá el brevemente los aspectos generales del método, y las diferentes formulaciones que se utilizan.
- **Capítulo 4. Tipos análisis.** Está dedicado a la mención de los diferentes tipos de análisis que vamos a realizar en nuestros modelos para obtener resultados de su comportamiento. Se hace referencia a las bases matemáticas y físicas detrás de los modelos.
- **Capítulo 5. Modelos.** En este capítulo tendrá lugar la definición de las estructuras a estudiar, las propiedades, tanto geométricas como mecánicas, los detalles de la modelización, ya sea el tipo de malla o el tipo de elementos usados en ella, y el análisis de la influencia de la rigidez de la unión.
- **Capítulo 6. Resumen y conclusiones.** En el cual se resumen las conclusiones obtenidas del proyecto y se establecen posibles líneas futuras de investigación.

2. INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE NUDO SEMIRRÍGIDO.

2.1. Introducción

A la hora de realizar el análisis de una estructura es necesario elaborar un modelo de cálculo en el que se determine el tipo de unión entre los distintos elementos que componen la misma. A partir de la definición de las ligaduras entre los distintos elementos se establecen las restricciones en giros y desplazamientos en el extremo de cada elemento, así como la transmisión de esfuerzos entre los mismos. A pesar de las ventajas y ahorros que se obtienen del empleo de uniones semirrígidas en el diseño de estructuras metálicas, tradicionalmente no se ha considerado el comportamiento real de la unión, y se ha optado por utilizar la simplificación de uniones rígidas o articuladas. Estas dos situaciones extremas suponen una rigidez infinita ($k = \infty$) y nula ($k = 0$) respectivamente. Esto se debe a la complicación que supone considerar dicho comportamiento real tanto en el ámbito del diseño como en el del análisis.

Hasta hace unos pocos años, las normas de aplicación para el cálculo y diseño de las uniones no incluían los criterios necesarios para el cálculo de la rigidez de la unión. Con la publicación del Eurocódigo 3 se ha establecido una base consistente para la aplicación de este tipo de uniones a la hora de realizar diseños de estructuras de acero, ya que considera la unión semirrígida junto a las articuladas y rígidas tradicionales.

La aplicación de uniones semirrígidas en estructuras de edificación posibilita la combinación de los criterios de diseño desde el punto de vista funcional junto con los requisitos de seguridad estructural.

Desde un punto de vista funcional se buscan propiedades en la estructura tales como su sencillez, luminosidad, claridad, etc. En muchas ocasiones la necesidad de utilizar sistemas de arriostramiento horizontal hace que nos alejemos de estos valores. Es aquí donde adquiere sustancial importancia el uso de uniones semirrígidas puesto que no necesitan rigidizadores y son uniones de sencilla ejecución.

Desde el punto de vista de optimización estructural, este tipo de uniones introduce una rigidez rotacional que nos permite optimizar la distribución de momentos

a lo largo de la estructura obteniendo vigas de menor canto y por lo tanto estructuras más ligeras.

2.2. El Eurocódigo 3

La Comisión de las Comunidades Europeas (CCE) inició el trabajo de establecer un conjunto de reglas técnicas armonizadas para los proyectos de edificación y trabajos de ingeniería civil desde el punto de vista estructural y geotécnico, que sirviese inicialmente, como una alternativa a las diferentes reglas vigentes en los distintos estados miembros y que, finalmente, las sustituyese proporcionando una normativa común a los países de la Comunidad Europea. Estas reglas técnicas desarrolladas en los últimos veinte años por especialistas de toda Europa, se conocen con el nombre de Eurocódigos Estructurales (EC).

El Eurocódigo 3 (1993) hace referencia a proyectos de estructuras de Acero. En su parte 1.8, dedicada al diseño de uniones en estructuras de acero, permite explícitamente el empleo de uniones semirrígidas, provee “métodos para el diseño de uniones sometidas a cargas mayoritariamente estáticas, para los tipos de acero S235, S275, S355, S460”.

En cuanto a la consideración de las uniones, este documento las clasifica como articuladas, rígidas y flexibles para el análisis elástico, y de resistencia completa o parcial para el análisis plástico, sin incluir criterios acerca de su uso y modelización.

Actualmente, podemos obtener información muy precisa acerca de la deformabilidad y resistencia de las uniones, a partir de ensayos de laboratorio, los cuales se limitan únicamente a niveles de investigación debido al coste de dicha técnica. A pesar de ello, podemos utilizar resultados experimentales gracias a la creación de bancos de datos en los se han almacenado resultados para diferentes configuraciones de uniones.

En estos bancos, junto a la curva momento-rotación obtenida para cada ensayo, se describen las propiedades geométricas de la viga, el pilar y los elementos de enlace, así como el tipo de acero, sus propiedades mecánicas y se recoge el nombre de la persona que realizó el ensayo.

Desde el punto de vista del diseñador de estructuras, el campo de aplicación de estos bancos de datos es bastante limitado, debido a que existe una baja probabilidad de encontrar la configuración de unión a diseñar. Sin embargo, los bancos de ensayos adquieren una vital importancia a la hora de calibrar y validar distintos modelos

utilizados para predecir el comportamiento de las uniones, a partir de sus propiedades geométricas y mecánicas.

2.3. El diagrama momento-rotación

El comportamiento real de una unión viga-pilar puede representarse por un muelle con rigidez al giro que une los ejes del pilar y de la viga, de manera que en función del momento M_j que le transmita la viga, se producirá un giro relativo entre las barras unidas (figura 2.1(b)). Si representamos gráficamente en un sistema de coordenadas los pares de valores $M-\Phi$ para distintas sollicitaciones, obtenemos el correspondiente diagrama momento-rotación de la unión (figura 2.1(c)).

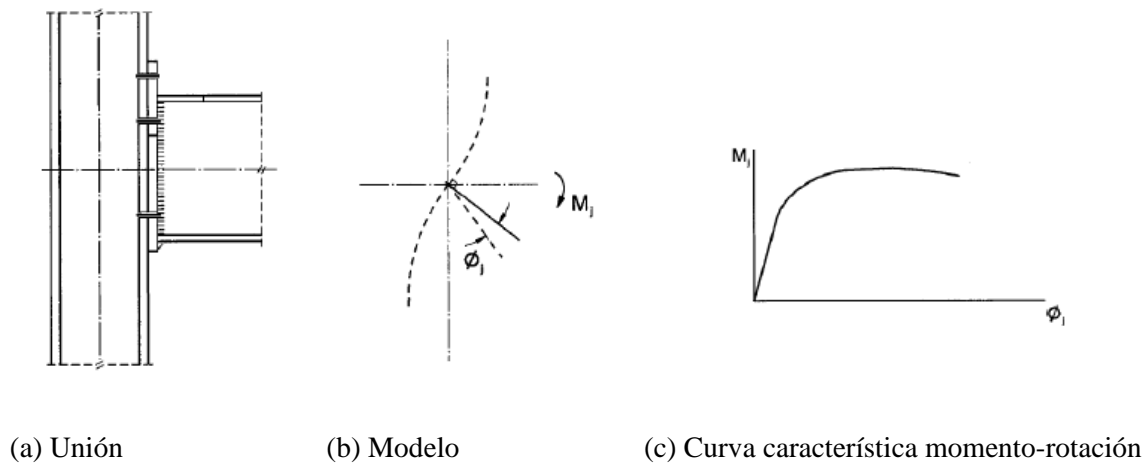


Figura 2.1: Modelización del comportamiento de las uniones viga-pilar

La curva característica de la unión viene definida por los siguientes parámetros:

- El momento resistente de cálculo: $M_{j,Rd}$, es el valor del máximo momento. Equivale al momento resistente plástico de la unión.
- La rigidez de la unión: S_j , Es la pendiente de la curva momento-rotación en el tramo elástico, y relaciona el momento transmitido M_j con el giro relativo Φ_j
- La capacidad de rotación: Φ_{Cd} , representa el giro máximo producido por el momento resistente de cálculo de la unión. Este valor es necesario para un análisis plástico de la estructura.

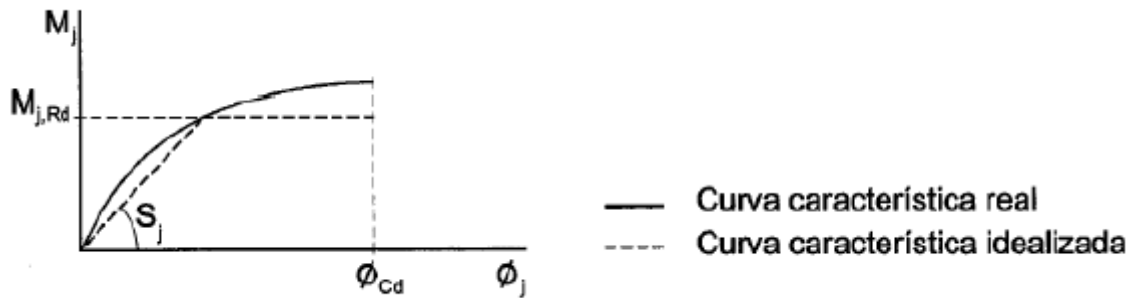


Figura 2.2: Curva $M-\Phi$ elástica-perfectamente plástica (EN-1993-1-8, 2005)

2.4. Clasificación de las uniones

El comportamiento de las uniones influye en la respuesta global de la estructura, tanto en el factor crítico y en la carga de colapso, como en los desplazamientos horizontales en el caso de pórticos traslacionales. Es por ello que, a la hora de realizar el análisis y el diseño de la estructura, la unión debe ser modelizada al igual que otros elementos de la misma como las vigas y los pilares.

La clasificación de las uniones se realiza a partir de tres características de la misma:

- Rigidez rotacional.
- Resistencia al momento.
- Capacidad de rotación plástica.

Es preciso modelizar el comportamiento de la unión a la hora de abordar un análisis global de la estructura, siendo necesario tener en cuenta un modelo adecuado que introduzca el comportamiento interno de la unión en relación con la distribución de fuerzas y momentos con respecto a la estructura. Para saber cuándo es necesario tener en cuenta los efectos del comportamiento de la unión en la distribución de solicitaciones y deformaciones de la estructura, es necesario hacer una distinción entre los modelos simplificados de las uniones:

- **Simple:** Impide cualquier continuidad de giros entre las barras conectadas, no se transmiten momentos y corresponden a uniones articuladas.
- **Continua:** Garantiza una continuidad total en el giro de entre los componentes que une, de modo que su comportamiento no influye en el análisis global de la estructura.
- **Semi-continua:** Presenta una continuidad parcial del giro entre los elementos conectados por la unión, es preciso tener en cuenta el comportamiento de la unión en el análisis global de la estructura

Para definir el tipo de unión el Eurocódigo 3 establece una tabla, por la cual se puede determinar el tipo de unión según la clasificación de la unión y el método de análisis.

Tabla 2.1: Modelización de las uniones y análisis de la estructura

Método de análisis global	Clasificación de las uniones		
ELÁSTICO	Articulada	Rígida	Semirrígida
RÍGIDO-PLÁSTICO	Articulada	Resistencia completa	Resistencia parcial
ELASTO-PÁSTICO	Articulada	Rígida de resistencia completa	Semirrígida Resistencia parcial Semirrígida Resistencia completa Rígida de Resistencia parcial
Modelización de la unión	Simple	Continua	Semi-continua

La tabla 2.2 recoge las propiedades de estos tres tipos de uniones.

Tabla 2.2: Clasificación de las uniones

Rigidez	Resistencia		
	Resistencia completa	Resistencia parcial	Articuladas
Rígidas	continuas	semicontinuas	▪
Semi-rígidas	semicontinuas	semicontinuas	▪
Articuladas	▪	▪	simple ▪Sin sentido

2.4.1. Clasificación según la rigidez

A partir de la rigidez rotacional de la unión podemos describir tres tipos de unión:

- **Nominalmente articuladas.** Transmiten esfuerzo cortante de la viga al pilar y de modo ocasional también esfuerzos axiales. Este tipo de unión gira sin producir momentos significativos.
- **Rígidas.** Transmiten la totalidad de los esfuerzos en el extremo de la viga. La deformación de este tipo de uniones es mínima y por ello la influencia en la distribución de momentos y deformaciones de la estructura puede omitirse.

- **Semirrígida.** Este tipo de uniones interactúan con el resto de la estructura y recogen a todas aquellas uniones que no se ajustan a ninguno de los casos anteriores.

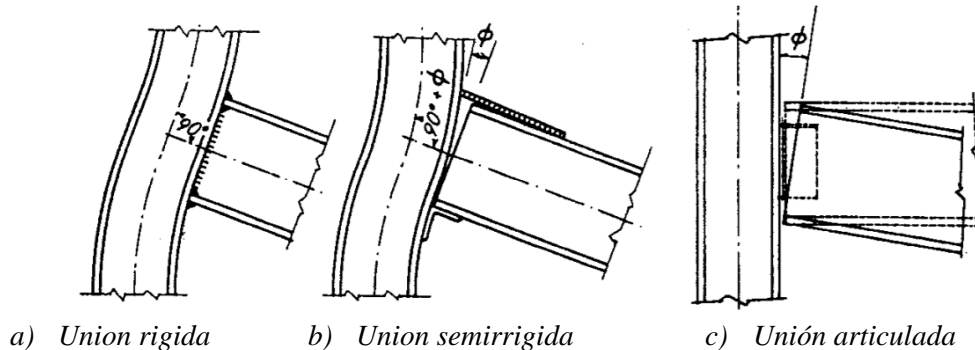


Figura 2.3: Clasificación de las uniones resistentes a flexión

El Eurocódigo 3 nos permite calcular la rigidez de la unión a partir de sus componentes constitutivos y clasificar la unión comparando este valor de la rigidez con los límites propuestos en él.

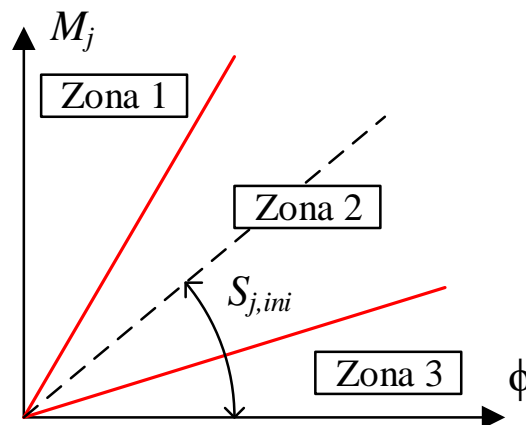


Figura 2.4: Límites para la clasificación en función de la rigidez

- **Zona 1: Uniones rígidas**

Si $S_{j,ini} > k_b EI / L_b$, se puede considerar que la unión es rígida.

Siendo:

- $k_b = 8$ para estructuras arriostradas,
- $k_b = 25$ para el resto de estructuras, teniendo en cuenta que en cada planta se cumpla la condición $K_b / K_c \geq 1$,

- $k_b = I_b/L_b$ es el cociente entre la inercia y la longitud de la viga superior de esa planta,
- $k_c = I_c/L_c$ es el cociente entre la inercia y la longitud del pilar.

Cabe destacar que una misma unión viga-pilar puede ser clasificada dentro de este sistema como rígida, semirrígida o articulada dependiendo de la longitud de la viga unida.

- **Zona 2: Uniones semirrígidas**

Si $0,5EI/L_b < S_{j,ini} < k_bEI/L_b$ se considera unión semirrígida.

- **Zona 3: Uniones articuladas**

Si $S_{j,ini} \leq 0; 5EI/L_b$ se considera unión nominalmente articulada.

2.4.2. Clasificación según la resistencia

A partir de la comparación de la resistencia de diseño de la unión y la resistencia de los elementos que une (viga y pilar) podemos clasificar las uniones en: uniones de resistencia parcial y uniones de resistencia total. Si la resistencia de la unión es igual o superior a la de los elementos conectados diremos que se trata de una unión de resistencia total, en caso contrario se tratará de una unión de resistencia parcial. Se formaría una rótula plástica en la unión y sería necesario tener la suficiente capacidad de rotación plástica.

El Eurocódigo 3 clasifica las uniones en tres tipos según su resistencia: nominalmente articuladas, de resistencia parcial, y de resistencia total.

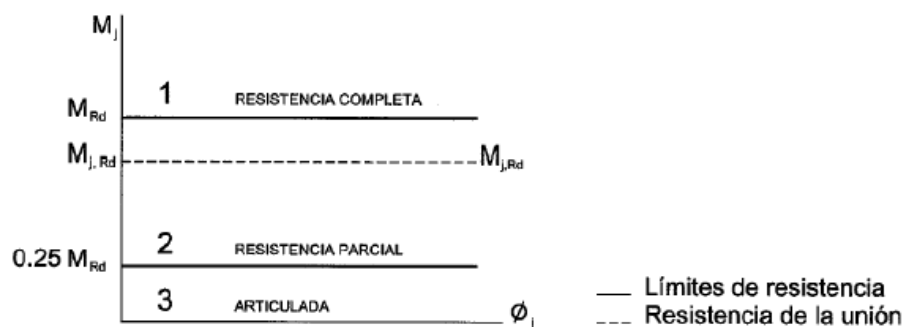


Figura 2.5: Límites para la clasificación en función de la resistencia

- **Zona 1: Unión de resistencia completa**

Si $M_{j,Rd} \geq M_{Rd}$,

Donde M_{Rd} representa el menor valor del momento resistente plástico de la viga y del pilar, tanto para pilar continuo como no continuo.

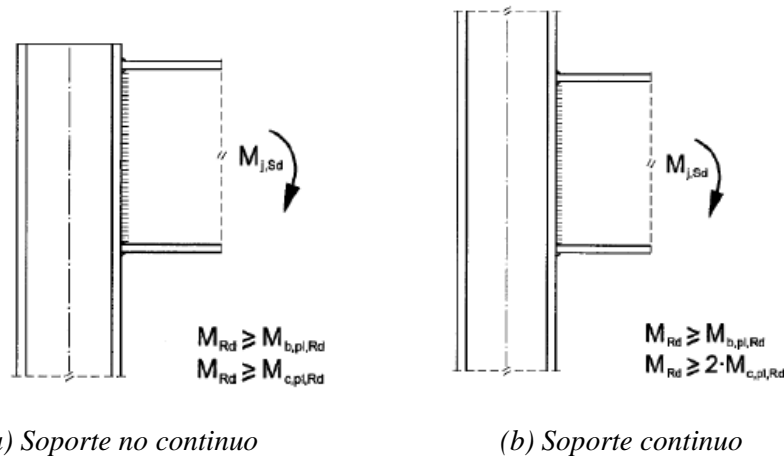


Figura 2.6: Soportes continuo y no continuo (Guardiola Villora, 2006)

- **Zona 2: Unión de resistencia parcial**

Si $0,25M_{Rd} < M_{j,Rd} < M_{Rd}$.

- **Zona 3: Unión nominalmente articulada**

Si $M_{j,Rd} \leq 0,25M_{Rd}$

2.4.3. Clasificación según la ductilidad

El tercer criterio de clasificación está basado en la capacidad de rotación, y clasifica a las uniones en dos categorías: **uniones de ductilidad total** y **de ductilidad parcial**.

Las uniones con ductilidad total tienen una capacidad rotacional igual o superior a la del miembro que conectan. Las uniones que no cumplen este requisito son clasificadas como uniones de ductilidad parcial. Este último criterio no está presente aun en los códigos modernos (EN-1993-1-8, 2005), donde no se recogen criterios cuantitativos. El Eurocódigo únicamente presenta una serie de recomendaciones relativas a la capacidad rotacional de la unión.

2.4.4. Tipos de uniones semirrígidas

El Eurocódigo 3 recoge el comportamiento momento-rotación de uniones semirrígidas genéricas en función de diferentes configuraciones.

A continuación, se indican las configuraciones presentadas por el Eurocódigo 3, así como la representación gráfica de algunas de las uniones viga-pilar recogidas por Chen y otros (1996).

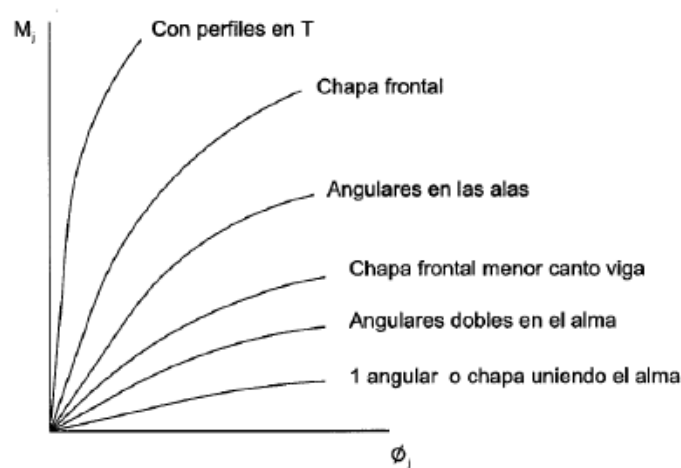


Figura 2.7: Comportamiento momento-rotación de uniones semirrígidas genéricas (EN- 1993-1-8, 2005)

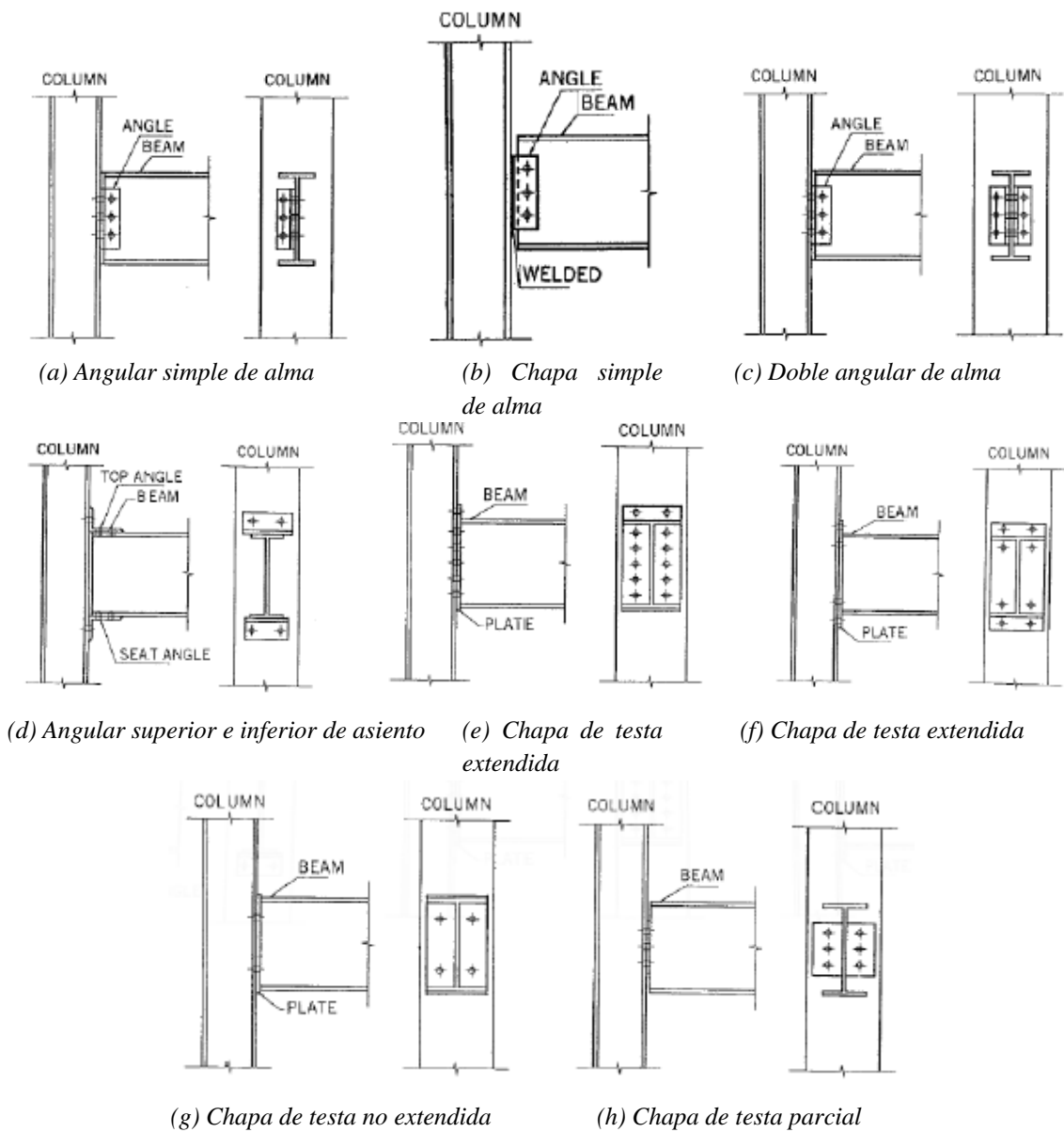


Figura 2.8: Uniones viga-pilar semirrígidas en estructuras de acero (Chen y otros, 1996)

De todas las uniones, las de simple angular al alma de la viga o doble angular presentan un comportamiento mixto entre semirrígido y articulado. Tradicionalmente han sido consideradas como articuladas. El resto de las uniones recogidas en la figura 2.8. presentan un comportamiento semirrígido.

2.5. Ventajas de las uniones semirrígidas

2.5.1. Ventajas en la ejecución

Las uniones semirrígidas introducen una rigidez rotacional que posibilita la optimización de la distribución de momentos en la estructura. Esto nos permite disminuir el momento en el centro del vano (en el caso de carga uniforme $qL_b^2/16$ frente a $qL_b^2/8$ en el caso de una viga biarticulada) y obtener estructuras con vigas de menor canto en comparación con las estructuras articuladas, debido a este hecho conseguimos edificios de menor altura y disminuimos las dimensiones del forjado

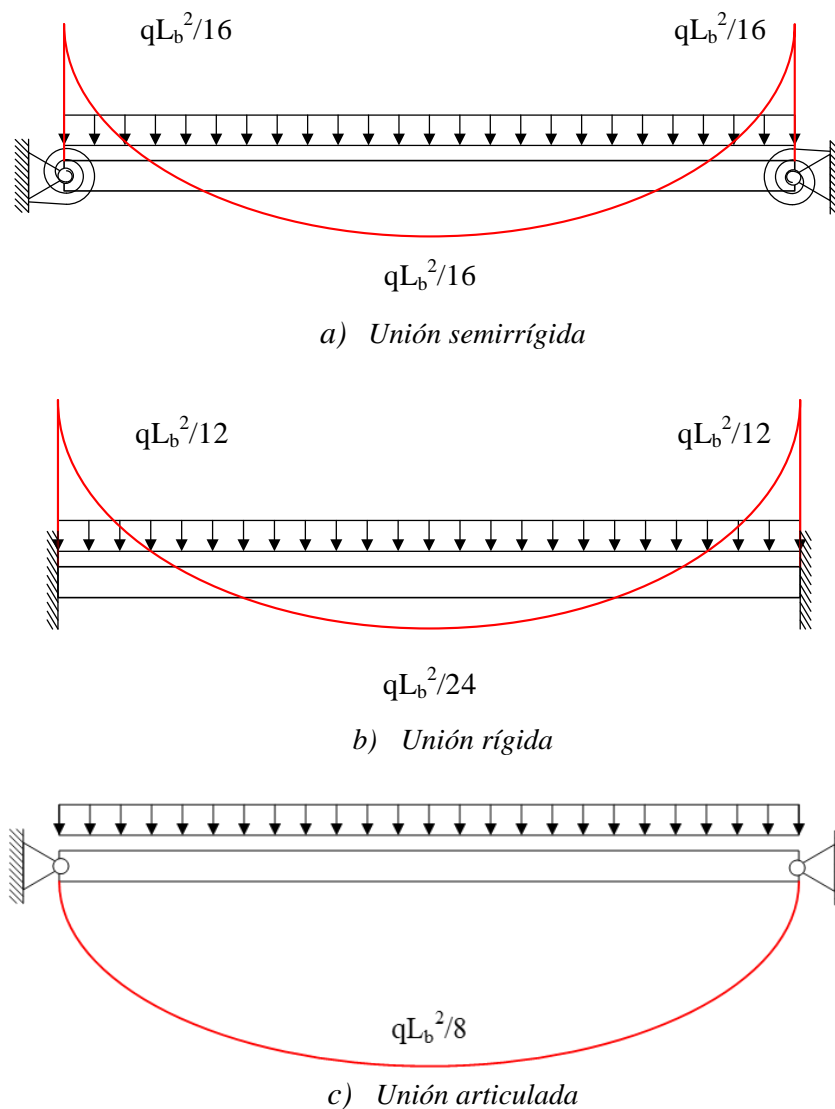


Figura 2.9: Distribución de momentos óptima para una viga con carga uniformemente distribuida en el caso de una unión semirrígida, unión rígida y articulada

Si comparamos la ejecución de las uniones semirrígidas con respecto a las rígidas, las primeras presentan una serie de ventajas a la hora de ejecutarlas. En primer lugar, los tornillos de alta resistencia no requieren de un par de apriete como en el caso de las rígidas, solamente es necesario un par mínimo de un 20-30% del necesario para uniones rígidas (*snug-tight*).

En segundo lugar, al no requerir soldadura en obra se evitan todos los problemas asociados al control de calidad de este proceso y a la mala ejecución del mismo. Por último, al ser uniones que no trabajan por rozamiento no requieren la preparación de las superficies.

Todas las ventajas anteriores suponen una disminución tanto en el tiempo como en el coste de la ejecución.

2.5.2. Ventajas en el coste

El empleo de uniones semirrígidas supone una disminución del peso de la estructura y por lo tanto del coste en acero. En el caso de compararlas con uniones rígidas obtenemos una disminución en las dimensiones de los pilares mientras que para uniones articuladas disminuimos la inercia de la viga, pero a cambio puede suponer un incremento en el coste de la unión si las comparamos con las articuladas más sencillas (Couchman, 1997).

En la bibliografía especializada existen estudios sobre la reducción que supone el empleo de uniones semirrígidas en el coste de la estructura, por ejemplo, Anderson y Tahir (1996) concluyen que el ahorro general que supone la construcción semirrígida frente a la articulada oscila entre un 5% y un 9%. Mientras que Dhillon y O'Malley III (1999) determinan ese ahorro entre un 7,2% y un 10% cuando se comparan con pórticos rígidos.

2.5.3. Ventajas estructurales

Las uniones semirrígidas introducen una rigidez rotacional que permiten la optimización de la distribución de los momentos de la estructura, obteniendo vigas de menor peso y momento, alcanzando finalmente estructuras más ligeras. Esta rigidez rotacional no solo permite la redistribución de momentos en la estructura, sino que además aumenta el grado de hiperestaticidad de la misma, algo muy interesante desde el punto de vista de resistencia al sismo o ante el fuego.

En el caso de pórticos de poca altura en los que el desplazamiento debido al viento no alcanza gran relevancia, la utilización de uniones semirrígidas proporciona

suficiente estabilidad lateral sin necesidad de utilizar sistemas de arriostramiento, esto permite obtener edificaciones finales cumpliendo con los requisitos funcionales (Cabrerero Ballarín (2006)).

En el caso de pórticos de mayor altura, Chen y otros (1996), muestran la fusión de sistemas de arriostramiento con uniones semirrígidas para soportar cargas laterales debidas al viento.

3. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

3.1. Introducción al MEF

La respuesta analítica de un sistema físico a una acción es difícil de encontrar, ya que supone resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que representan el fenómeno, y eso es prácticamente imposible para la mayoría de los casos. El Método de los Elementos Finitos ofrece una manera apropiada de obtener soluciones aproximadas a casi todos los problemas de ingeniería, es decir, nos permite transformar un sistema físico con infinitas incógnitas a uno con un número finito de incógnitas relacionadas unas con otras por elementos de un tamaño finito. A partir de esta transformación obtenemos un modelo matemático que representa de forma fiel al sistema físico real.

El MEF es utilizado en una gran cantidad de campos de la ingeniería, incluyendo el aeroespacial, el del automóvil, el biomecánico, el de productos de consumo, el de productos electrónicos, el de la ingeniería nuclear, mecánica y energía, etc.

En cuanto al análisis estructural, este método ha sido ampliamente usado en la discretización de cualquier tipo de estructura. El modelo continuo analizado es sustituido por un número finito de subdominios interconectados entre sí en un número finito de puntos denominados nodos. El comportamiento dinámico del continuo original está gobernado por las leyes de la Mecánica del Medio Continuo. En el Método de los Elementos Finitos las funciones solución no se definen en todo el continuo, sino que sus valores numéricos se calculan únicamente en los nodos. La función solución se obtiene en cualquier otro punto del continuo utilizando unas funciones de interpolación adecuadas. Un elemento finito es un subdominio en el cual se definen las funciones de interpolación. La exactitud de la solución depende del número de elementos empleados en la discretización del continuo, así como del tipo de funciones de interpolación utilizadas

A continuación, haremos una breve introducción a modelo numérico del método.

3.2. Formulación del MEF

3.2.1. El PTV en elasticidad

Para formular el Método de los Elementos Finitos, vamos a partir del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) para el problema elástico, que puede escribirse como:

$$\int_{\Omega} \delta \varepsilon^T \sigma d\Omega = \int_{\Omega} \delta u^T b d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T t d\Gamma + \sum_i \delta u_i^T P_i$$

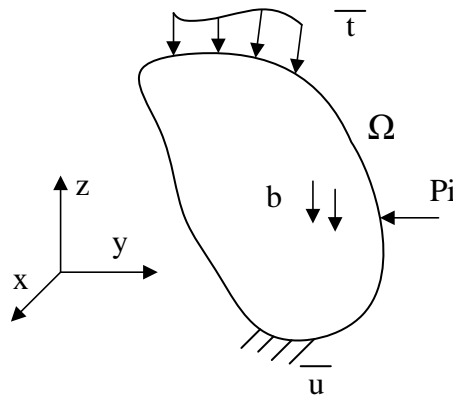


Figura 3.1: Dominio Físico de un elemento

donde se expresa que el trabajo de las cargas externas reales $\{b, t, P_i\}$ sobre un campo de desplazamientos virtuales compatible $\{\delta u\}$, es igual al trabajo de las tensiones internas $\{\sigma\}$ que generan las cargas reales, sobre las deformaciones virtuales $\{\delta \varepsilon\}$, generadas por los desplazamientos virtuales $\{\delta u\}$.

Esta expresión del PTV se denomina **Principio de los Desplazamientos Virtuales (PDV)** y nos proporciona la condición necesaria y suficiente para que un campo de tensiones $\{\sigma\}$ esté en equilibrio con las cargas externas $\{b, t, P_i\}$, siempre que se conozca un campo de desplazamientos y deformaciones virtuales $\{\delta u, \delta \varepsilon\}$ compatibles.

El MEF es un método de equilibrio, donde suponemos conocidos un campo de desplazamientos y deformaciones virtual compatible $\{\delta u, \delta \varepsilon\}$.

Por tanto, el PTV expresa que el trabajo interno de las tensiones realizado en un dominio Ω y contorno Γ , es igual al trabajo externo realizado por las cargas aplicadas.

Queda remarcar que el PTV constituye una expresión integral del equilibrio en el dominio Ω , no especifica nada a cerca de un punto interior.

3.2.2. Formulación del MEF para el problema elástico

El MEF, como todo método numérico, ha de realizar una discretización del problema. Pero dicha discretización tiene lugar desde el punto de vista Físico (discretización del dominio Ω) y Matemático (discretización de las variables del problema).

Para la discretización Física del Dominio Ω , este lo dividimos en elementos Ω_i .

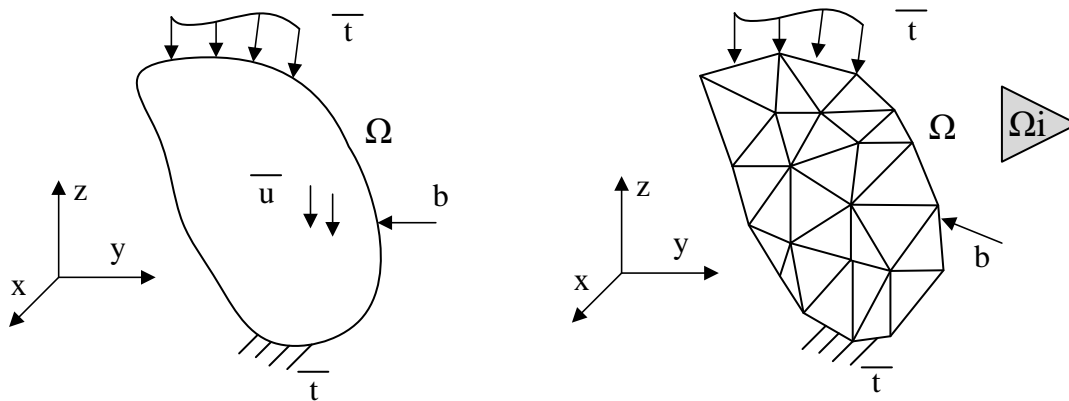


Figura 3.2: Dominio Físico discretizado mediante elemento triangulares

A la hora de dividir el dominio podemos considerar diferentes tipos de elementos, cuadrilátero (4 nodos), triangular (3 nodos), elemento viga (2 nodos), todos ellos para trabajar en 2 dimensiones, y los elementos tetraédricos (4 nodos) y hexahédricos (6 nodos) para problemas en 3 dimensiones. Para ejemplificar el método, usaremos elementos triangulares de 3 nodos, sin embargo, para nuestro análisis hemos considerado elemento tipo viga ya que se ajustan más a nuestros modelos y requieren menor coste computacional.

Podemos definir la posición de cualquier elemento como una combinación lineal de unas funciones de aproximación y las coordenadas de los nodos.

$$x = \sum_{i=1}^n N_i(x) x_i$$

Donde:

- x : Coordenadas de un punto genérico P del elemento.
- $N_i(x)$: Función de aproximación.
- x_i : Coordenadas del nodo i del elemento.

Discretizando el dominio por un conjunto de elementos interconectados por sus nodos es posible interpolar el campo de desplazamiento u en un punto interior de un elemento a partir de los movimientos nodales u_i del elemento.

$$u \approx \sum_{i=1}^n N_i u_i = Nd \quad \dots \dots \dots \rightarrow \quad \delta u = N \delta d$$

Donde:

- u : Desplazamiento de un punto genérico P del elemento
- $N_i(x)$: Función de aproximación.
- u_i : Desplazamiento del nodo i del elemento
- N : Matriz de funciones de aproximación.
- d : Vector de desplazamientos nodales

Aproximando el campo de desplazamientos obtenemos que las deformaciones y tensiones del elemento son:

$$\varepsilon = Bd$$

$$\sigma = C\varepsilon = CBd$$

Donde:

- B : Es la matriz de deformación, donde $B=LN$, producto del operador gradiente por la matriz de funciones de aproximación.
- C : Matriz de comportamiento para materiales isótropos (Ley de Hooke)
- ε : Vector de deformación

$$\varepsilon^T = [\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad 2\varepsilon_{yz} \quad 2\varepsilon_{xz} \quad 2\varepsilon_{xy}]$$

- σ : Vector de tensión

$$\sigma^T = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{xy}]$$

De esta forma la expresión del PTV queda:

$$\delta d^T \left[\int_{\Omega_e} B^T C B d \Omega \right] d = \delta d^T \left[\int_{\Omega_e} N^T b d \Omega \right] d + \delta d^T \left[\int_{\Gamma_e} N^T y d \Gamma \right] + \delta d^T P^{(e)}$$

Teniendo en cuenta que los desplazamientos virtuales son arbitrarios, se deduce que:

$$\left[\int_{\Omega_e} B^T C B d \Omega \right] d = \left[\int_{\Omega_e} N^T b d \Omega \right] d + \left[\int_{\Gamma_e} N^T y d \Gamma \right] + P^{(e)}$$

De esta expresión definimos:

- | | |
|---|--|
| $K^{(e)} = \int_{\Omega_e} B^T C B d\Omega$ | • Matriz rigidez elemento (e) |
| $P_b^{(e)} = \int_{\Omega_e} N^T b d\Omega$ | • Fuerzas de volumen equivalentes aplicadas en los nodos del elemento (e) |
| $P_s^{(e)} = \int_{\Gamma_e} N^T y d\Gamma$ | • Fuerzas de superficie equivalentes aplicadas en los nodos del elemento (e) |
| $P^{(e)}$ | • Vector de fuerzas nodales de equilibrio interno del elemento e |

Sustituyendo y aplicando equilibrio y compatibilidad en los nodos obtenemos la ecuación elemental del MEF:

$$K^{(e)}d^{(e)} = P_b^{(e)} + P_s^{(e)} + P^{(e)}$$

Que se puede reescribir de manera:

- | | |
|----------|--|
| $Kd = F$ | Donde: |
| | • K: Matriz de rigidez global. |
| | • d: Vector de desplazamientos nodales. |
| | • F: Vector de fuerzas nodales de toda la malla. |

Esta notación final de la ecuación general del MEF será utilizada posteriormente a la hora de describir los tipos de análisis que se realizan en nuestros modelos.

3.2.3. Formulación para elemento viga de Timoshenko

Para el estudio y consideración de nuestro modelo al tratarse de análisis de uniones de vigas y columnas es conveniente utilizar el elemento tipo viga (beam), que está basado en la hipótesis de Timoshenko para viga gruesa, en la formulación del MEF de este problema tenemos que tener en consideración los esfuerzos axiales, de flexión y cortante.

Esta hipótesis nos dice que las secciones permanecen planas después de la deformación, pero no perpendiculares a la directriz, debido a que existe una deformación tangencial $\bar{\gamma}_{xy}$.

El PTV para el problema de Timoshenko queda:

$$\int_{\Omega} \delta \varepsilon_x \sigma_x d\Omega + \int_{\Omega} \delta \bar{\gamma}_{xy} \bar{\tau}_{xy} d\Omega = \int_{\Omega} \delta u_x b_x d\Omega + \int_{\Omega} \delta u_y b_y d\Omega + \sum_i (\delta u_{x,i} P_{x,i} + \delta u_{y,i} P_{y,i} + \delta \theta_{z,i} M_{z,i})$$

Donde introduce cargas en dirección x e y, y momentos en z con sus respectivas cargas de volumen y se tiene en cuenta el efecto del cortante.

Tras la sustitución de cada termino por sus valores matriciales la ecuación queda:

$$\left[\int_0^L B^T E A B dx + \int_0^L B_f^T E I B_f dx + \int_0^L B_c^T \bar{G} A B_c dx \right] d = \left[\int_0^L N^T p_x dx + \int_0^L N_u^T p_y dx \right] d + P$$

Donde:

- G: Es el módulo de elasticidad transversal, que ha sido multiplicado por el factor de cortante en función del tipo de sección.
- E: Es el módulo de Young del material
- B_f : Es la matriz de deformación a flexión
- B_c : Es la matriz de deformación a cortante
- A: Área de la viga
- I: Inercia de la viga

Ya tenemos la ecuación general del MEF que puede reescribirse de la siguiente forma, para una notación más asequible.

- | | |
|--|---|
| $K = \int_0^L B^T E A B dx$ | • Matriz de Rigidez del elemento viga |
| $K_f = \int_0^L B_f^T E I B_f dx$ | • Matriz de Rigidez a flexión del elemento viga |
| $K_c = \int_0^L B_c^T \bar{G} A B_c dx$ | • Matriz de Rigidez a cortante del elemento viga |
| $P_p = \int_0^L N^T p_x dx + \int_0^L N_u^T p_y dx$ | • Vector de Fuerzas Nodales Equivalentes a la carga repartidas en el elemento |
| $P = [P_{x,i} \ P_{y,i} \ M_{z,i} \ P_{x,j} \ P_{y,j} \ M_{z,j}]'$ | • Vector de fuerzas nodales de equilibrio del elemento |

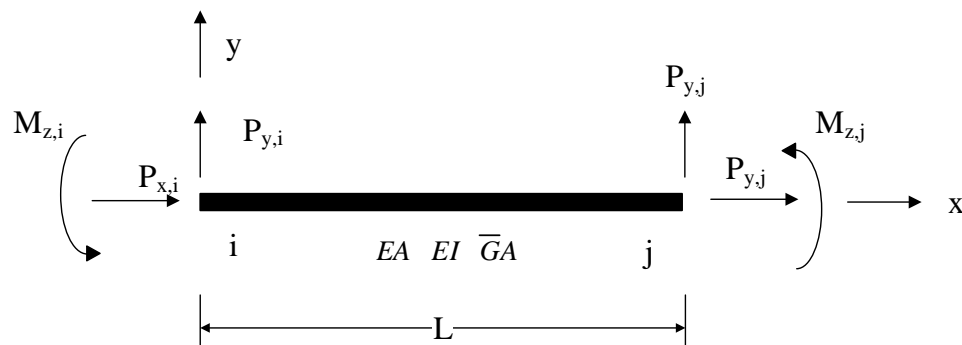


Figura 3.3: Fuerzas actuando sobre un elemento tipo viga (beam)

Por lo que la ecuación final del MEF queda.

$$(K_f + K_c + K) = P_p + P$$

Que no es más que el producto del conjunto de matrices de rigidez (K) por vector de desplazamientos nodales (d) obteniendo el vector de fuerzas nodales de toda la malla (F). es decir, $Kd=F$.

3.3. El nudo semirrígido en el MEF

A la hora de incorporar a un nodo el elemento semirrígido solo hay que añadirle a la formulación del MEF una nueva matriz K , que denominaremos K_{muelle} , Esta K tiene valor:

$$K_{\text{muelle}} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}$$

Considerando un ejemplo en 2D donde solo hay 3 grados de libertad, desplazamiento en x e y , y giro en θ , como muestra la figura a continuación, en la que el elemento muelle (spring) no tiene dimensión, solo aporta rigidez.

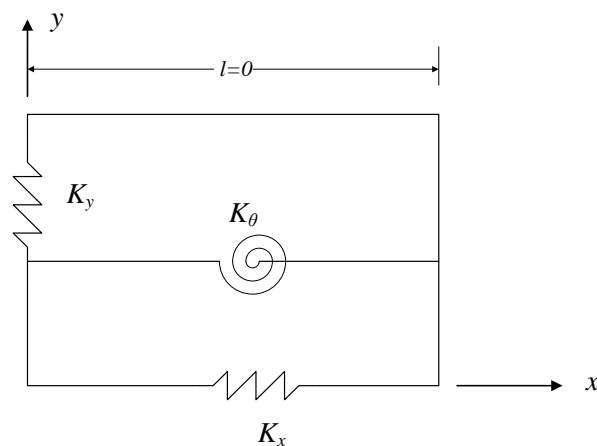


Figura 3.4: Elementos rigidizadores tipo spring

Para nuestro caso de estudio solo nos interesan los elementos que añadan rigidez rotacional, es decir, no consideramos aquellos con rigidez traslacional como k_x y k_y , por lo que la matriz de rigidez queda:

$$K_{\text{muelle}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}$$

El valor de esta k_θ será el valor que tendremos que tener en cuenta en nuestros modelos para determinar la importancia de las uniones semirrígidas.

Y por lo tanto, la ecuación del MEF para vigas queda de la siguiente manera, una vez añadida la matriz de rigidez asociada al muelle torsional.

$$(K_f + K_c + K + K_{\text{muelle}}) = P_p + P$$

4. TIPOS DE ANÁLISIS

4.1. Introducción

Para la realización de este proyecto y la evaluación del comportamiento de nudos semirrígidos se han realizado dos tipos de análisis. Un análisis no lineal estático basado en las hipótesis de grandes deformaciones, y un análisis dinámico transitorio.

4.2. Análisis no lineal

4.2.1 Causas de la no linealidad

La no linealidad de una estructura tiene distintas causas posibles

1) *Cambio de estado*

Cuando hablamos de cables y membranas, cuyo comportamiento o estado puede variar en función de la carga que se aplica, se presenta una situación de no linealidad. Dichos elementos pueden comportarse de dos maneras concretas: estarán tensos y soportarán esfuerzos ante una sollicitación de tracción mientras que, si se trata de una compresión, pierden su rigidez y no realizan trabajo.

2) *No linealidades geométricas*

En el análisis con pequeñas deformaciones y tensiones se asume que los desplazamientos son lo suficientemente pequeños para que los cambios que originan en la matriz de rigidez sean despreciables. Sin embargo, grandes deformaciones, cambios en la geometría o cambios en la orientación, pueden provocar que la estructura no responda linealmente, y hacen necesario considerar la variación de la rigidez de la estructura. La no linealidad geométrica está caracterizada por grandes desplazamientos y/o rotaciones.

Existen diferentes tipos de no linealidades geométricas:

1. Grandes deformaciones. Cuando las deformaciones de un material exceden más de un pequeño porcentaje, el cambio de geometría debido a

esta deformación no puede ser despreciado. Se asume que las deformaciones son finitas considerando los cambios de forma y permitiendo que los desplazamientos y las rotaciones puedan ser arbitrariamente grandes.

2. Grandes rotaciones. Asume que las rotaciones son grandes pero que las tensiones mecánicas (aquellas causadas por las deformaciones) son pequeñas y se evalúan con expresiones linealizadas. Considera que la forma de la estructura no cambia excepto para movimientos de sólido rígido.
3. Rigidización por tensión (*stress stiffening*). Rigidización de la estructura debido a su propio estado de tensiones. La rigidez fuera del plano de una estructura puede verse significativamente afectada por el estado de tensiones en el plano de esa estructura. Este acoplamiento entre el estado de tensiones en el plano y la rigidez transversal, conocido como rigidización por tensión, es más pronunciado en estructuras delgadas y altamente tensionadas como los cables y las membranas, donde la rigidez a flexión es despreciable en comparación a la rigidez axial. Asume que las deformaciones y las rotaciones son pequeñas.
4. Ablandamiento por giro (*spin softening*). Asume que las deformaciones y las rotaciones son pequeñas. Es un tipo de no linealidad semejante a los grandes desplazamientos pero con aproximación de pequeñas rotaciones. Esta opción tiene en cuenta el movimiento radial de la masa estructural de un cuerpo como si estuviera sujeto a una velocidad angular. La vibración del cuerpo girando causa movimientos circunferenciales relativos que cambiarán la dirección de las cargas centrífugas desestabilizando la estructura. La matriz de rigidez de un cuerpo en rotación es ajustada para los efectos dinámicos de la masa.

3) Comportamiento no lineal del material

Debido a las relaciones no lineales de tensión de formación del material.

En nuestro caso realizaremos un análisis no lineal en el que solo tendremos en cuenta la no linealidad geométrica, considerando el comportamiento del material estructural perfectamente lineal.

En este tipo de análisis la geometría del problema se va actualizando, es decir, para cada incremento de carga, consideraremos la última geometría deformada conocida del problema.

4.2.1. Métodos numéricos del análisis no lineal

Determinar las configuraciones de equilibrio de una estructura con comportamiento no lineal requiere la capacidad de resolver sistemas de ecuaciones no lineales.

Por ende, los procedimientos de análisis no lineal de estructuras están directamente basados en métodos numéricos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales.

En las siguientes secciones se presentan los dos tipos de métodos utilizados para el análisis no lineal de estructuras.

- Método de Newton-Raphson
- Métodos de Longitud de Arco

En nuestro tipo de problema, debido a que en algunas situaciones se produce comportamientos tipo pandeo “snap-through”, que se explicará más adelante, utilizaremos el método de longitud de arco ya que ofrece mejores soluciones para este tipo de problemas. Para la exposición del método de longitud de arco necesitamos conocer el método de Newton-Raphson.

4.2.1.1 *El método de Newton-Raphson*

El método de Newton-Raphson o más comúnmente conocido como método de Newton es un método incremental de resolución de ecuaciones no lineal muy eficiente.

Este método sigue proceso iterativo para resolver ecuaciones no lineales, siendo también un método abierto ya que su convergencia global no está garantizada. La única manera de alcanzar la convergencia es seleccionar un valor lo suficientemente cercano a la raíz buscada. Así, comenzaremos la iteración con un valor razonablemente cercano al cero, sea éste el conocido como punto de arranque. La naturaleza de la propia función facilita o dificulta la convergencia del problema, ya que el presentar múltiples puntos de inflexión o grandes pendientes en la cercanía de la raíz, hacen que las posibilidades de que nuestro algoritmo no converja aumenten.

Una vez elegido el punto de arranque el método linealiza la función por la recta tangente en ese mismo valor. La abscisa de dicha recta, según el método, es una mejor aproximación de la raíz que el valor anterior. Se realizarán sucesivas iteraciones hasta que el método haya convergido lo suficiente.

Para la formulación del método partimos de la ecuación que obtenemos de la discretización con el MEF:

$$\mathbf{K}\mathbf{d}=\mathbf{F}^a$$

Donde:

- \mathbf{K} es la matriz de coeficientes
- \mathbf{d} es el vector de los valores desconocidos de los grados de libertad
- \mathbf{F}^a el vector de cargas aplicadas.

Las ecuaciones resueltas por el método son del tipo:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_i^T \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr} \\ \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i \end{cases}$$

Donde:

- \mathbf{K}_i^T es la matriz tangente (jacobiana),
- i subíndice que representa la iteración de equilibrio actual,
- \mathbf{F}_i^{nr} epresenta el vector de las cargas *restoring* correspondiente a las cargas internas del elemento,
- \mathbf{u}_i vector de desplazamientos, son los gdl, las incógnitas del problema

\mathbf{K}_i^T y \mathbf{F}_i^{nr} son evaluados para el valor de \mathbf{u}_i , $\mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr}$ es el residuo o el vector de equilibrio de cargas (*out of balance load vector*), es decir, la cantidad en la que el sistema está desequilibrado.

El algoritmo general del proceso es el siguiente:

1. Se asume un valor inicial \mathbf{u}_0 que es normalmente el valor convergido en la solución anterior o 0 si se trata del primer escalón.
2. Se calculan \mathbf{K}_i^T y \mathbf{F}_i^{nr} para la configuración \mathbf{u}_i .
3. Se calcula $\Delta \mathbf{u}_i$ gracias la ecuación anterior mediante una solución lineal.
4. Se añade $\Delta \mathbf{u}_i$ a \mathbf{u}_i para tener la siguiente aproximación \mathbf{u}_{i+1} .
5. Se repiten los pasos 2 a 5 hasta que se obtiene la convergencia.

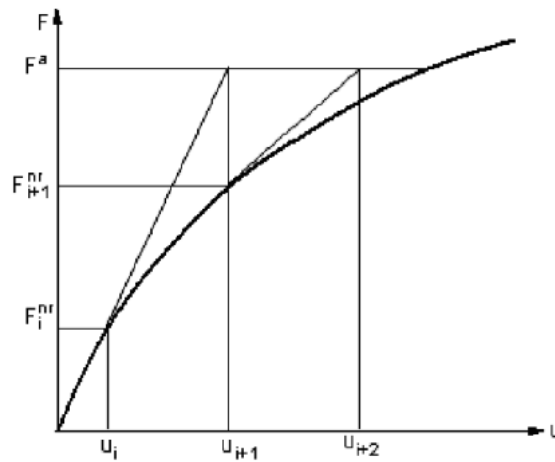


Figura 4.1: Iteraciones en el proceso de solución de Newton-Raphson

El proceso de Newton-Raphson garantiza la convergencia si y sólo si la solución en cada iteración u_i está cercana a la solución exacta. Esto lleva a la necesidad de realizar una aproximación incremental (aplicación de F^a en incrementos) para obtener la solución correspondiente al nivel de carga final. El método presenta el inconveniente de requerir el cálculo de la matriz de rigidez en cada uno de los pasos, pero tiene la gran ventaja de proporcionar una velocidad de convergencia cuadrática en la mayoría de los casos.

En algunos análisis no lineales estáticos, si se usa sólo el método Newton-Raphson, la matriz de rigidez tangente puede volverse singular (o no única), causando severos problemas de convergencia. Este incidente incluye el análisis de pandeo no lineal en el que la estructura colapsa completamente o “salta” a otra configuración estable, es decir el caso de pandeo “snap-through”.

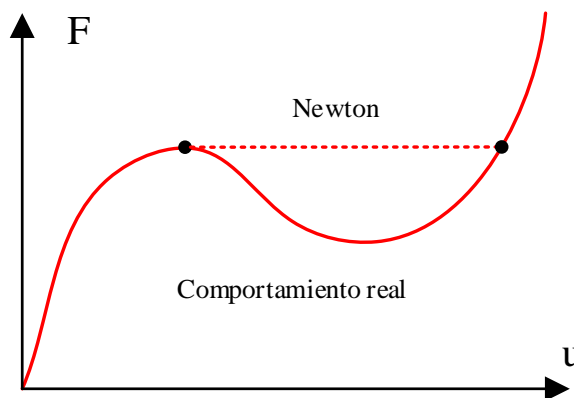


Figura 4.2: Comportamiento real pandeo “snap-through” vs Newton-Raphson

4.2.1.2 Método de longitud de arco

Este método es muy eficiente en resolver sistemas de ecuaciones no lineales cuando el problema presenta más de un punto crítico, es decir, aquellos en los que cuando se alcance un punto de inestabilidad evolucionen a una nueva posición de equilibrio

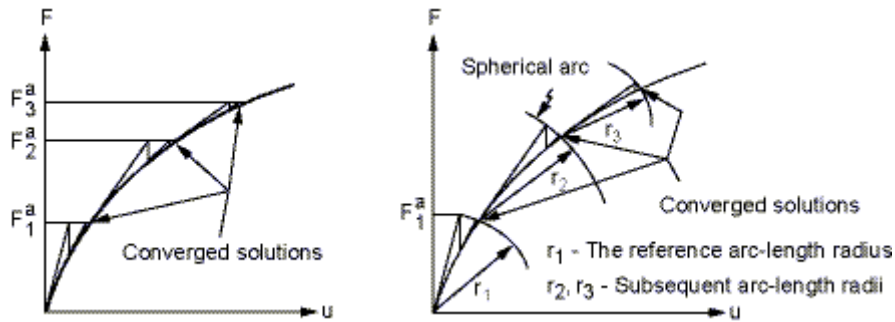


Figura 4.3: Método Newton-Raphson frente al Arc-Length Method

El “Arc-Length Method” es descrito por ANSYS como el método adecuado para predecir la respuesta correcta de estructuras con comportamientos complejos como el “snap-through” y el “snap-back” y seguir la trayectoria no lineal a través de los puntos límite. El Método de Newton-Raphson puede llegar a divergir en el momento en el que la pendiente de la curva F-u se hace nula en algún punto.

En cualquier caso, la no convergencia del problema no necesariamente implica haber alcanzado la máxima capacidad de carga del sistema o que el método esté fallando, sino que puede ser debida a inestabilidades numéricas, como la comentada en el párrafo anterior, que en ocasiones pueden ser resueltas mediante un refinamiento del modelo.

Algo muy importante y que no debemos olvidar tener en cuenta, es el comportamiento de las cargas durante la deformación de la estructura. Determinadas cargas como las fuerzas concentradas o las fuerzas de inercia conservarán la dirección de aplicación durante todo el desarrollo del análisis. Hecho que no será igual cuando lo que se aplican son cargas de presión, ya que estas actualizarán su dirección al mismo tiempo que lo hace la geometría del modelo, manteniéndose siempre perpendicular a la superficie de aplicación. Este será un aspecto importante a tener en cuenta a la hora de modelar.

4.3. Análisis dinámico transitorio

El análisis dinámico transitorio es una técnica utilizada para determinar la respuesta dinámica de una estructura bajo una carga variable en el tiempo.

Este análisis, como todos los análisis dinámicos se rige por la ecuación de movimiento:

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} + [K]u = F(t)$$

donde M es la matriz de masa, C la matriz de amortiguamiento, K la matriz de rigidez, U es el vector de desplazamientos y F es el vector de fuerzas.

El marco de tiempo para este tipo de análisis es tal que los efectos de inercia ($M\ddot{u}$) o de amortiguación ($C\dot{u}$) de la estructura se consideran importantes. Los casos en los que dichos efectos desempeñan un papel importante son aquellos en los cuales la estructura se encuentra bajo los efectos de una carga de tipo impulso, por ejemplo, cuando hay una variación brusca de una carga en un instante de tiempo.

Si los efectos de inercia son insignificantes para las condiciones de carga consideradas, se puede usar un análisis estático.

Dado que una carga de impulso ideal excita todos los modos de una estructura, la respuesta de la estructura debe contener todas modos de frecuencia. Sin embargo, no podemos producir un impulso ideal numéricamente. Tenemos que aplicar una carga sobre una cantidad determinada de tiempo dt.

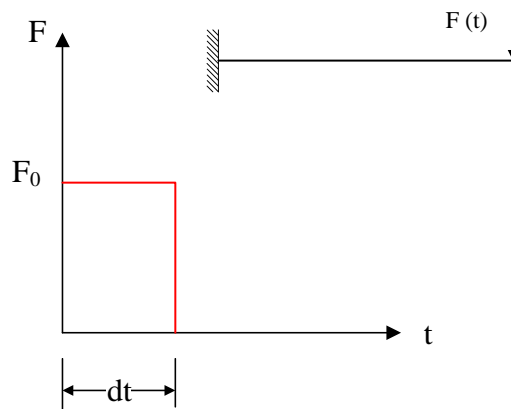


Figura 4.4: Representación de una fuerza tipo impulsiva

En ANSYS, que utiliza el método de Newmark para resolver la ecuación de movimiento, el análisis dinámico transitorio se puede llevar a cabo utilizando 3 métodos.

- **El método completo:** Este es el método más fácil de usar. Se permiten todos los tipos de no linealidades. Sin embargo, el coste computacional es muy grande, ya que se utilizan matrices completas del sistema.

- **El Método Reducido:** Este método reduce las matrices del sistema para considerar solo los Grados de Libertad Maestros (MDOF). Debido al tamaño reducido de las matrices, los cálculos son mucho más rápidos. Sin embargo, con este método solo podemos trabajar con problemas lineales.
- **El método de superposición de modos:** Este método requiere un análisis modal preliminar, ya que las formas de modos factorizadas se suman para calcular la respuesta de la estructura. Es el más rápido de los tres métodos.

Usaremos el Full Method (método completo) para realizar nuestro análisis de transitorios. El avance de la carga puede seguir dos tipos de comportamientos:

- **Stepped:** La carga se escribe de acuerdo a una función constante en el tiempo, es decir los incrementos o decrementos de cargas se hacen a escalones. Esta es la que utilizaremos en nuestro análisis.
- **Ramped:** La carga puede variar linealmente de un punto a otro, es decir, puede dibujar rampas.

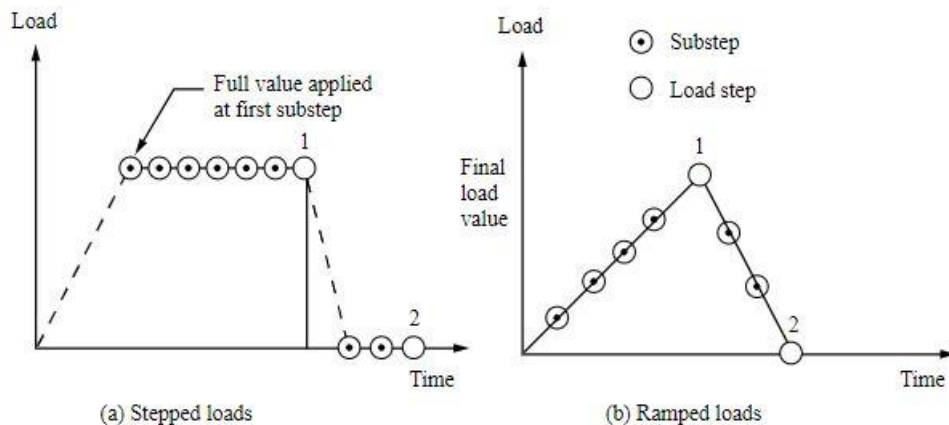


Figura 4.5: Stepped and Ramped loads (ANSYS)

A la hora de realizar el análisis la elección más importante es la del tamaño de paso, es decir, intervalo de tiempo ente dos instantes. Cuanto menor sea el paso, mayor será la convergencia y precisión, pero por contra, será necesario más tiempo para la resolución del algoritmo

5. MODELOS DE UNIONES

5.1. Introducción

Este capítulo contará con la descripción de los modelos numéricos de las uniones semirrígidas desarrollados, así como los resultados obtenidos tras los análisis pertinentes.

Para definir los modelos comentaremos una serie de consideraciones previas que se han de tener en cuenta a la hora del diseño, para obtener los resultados deseados y que nuestro modelo converja. Estas consideraciones incluyen el tipo de elementos utilizados, condiciones de contorno, comportamiento del material y densidad del mallado, y en cada modelo presentaremos las condiciones consideradas.

A su vez, ese capítulo contará con un repaso previo a estudios de uniones semirrígidas en los que nos hemos apoyado a la hora de definir nuestras geometrías y establecer consideraciones de nuestros modelos. Esto nos permitirá validar nuestros modelos y consideraciones previas comparando los resultados obtenidos en este trabajo con aquellos realizados previamente en diferentes estudios.

En este proyecto se han realizado 6 modelos numéricos de uniones semirrígidas, todos los modelos tiene un comportamiento bidimensional, es decir, la rigideces de las uniones a estudiar están caracterizadas por un valor correspondiente únicamente a un giro (giro en torno al plano). De los 6 modelos estudiados, los 3 primeros nos presentan una geometría sencilla y cuyo comportamiento ha sido ampliamente estudiado lo cual nos permite comenzar a familiarizarnos con las consideraciones del análisis e implementar después estas consideraciones en casos más complejos o en aquellos modelos en los que no tenemos estudios previos para comparar resultados.

Con el objetivo de fidelizar el comportamiento de la estructura hemos realizado un análisis no lineal de cada modelo, lo cual nos proveerá de resultados mucho más fiables que un análisis lineal, y un análisis dinámico transitorio.

5.2. Modelos numéricos previos

Con el objetivo de profundizar en el conocimiento del comportamiento de uniones semirrígidas se han tenido en cuenta varios estudios sobre los que nos hemos apoyado, tanto a la hora ampliar nuestros conocimientos sobre el análisis de uniones semirrígidas como a la hora de definir nuestros modelos.

Como piedra angular del estudio de uniones semirrígidas tenemos que citar a S.L. Chan y P.P.T. Chui y su obra “*Non-linear static and cyclic analysis of Steel frames with semi-rigid connections*” publicado en el año 2000. Este texto presenta de manera excelente el comportamiento de uniones semirrígidas, exponiendo en sus primeros capítulos las bases teóricas que acompañan a este tipo de uniones y los diferentes métodos de análisis (tanto estáticos no lineales como dinámicos) y más adelante presentando el comportamiento de las diferentes conexiones utilizadas en función de diferentes geometrías. En este documento se presentan las conexiones no lineales, es decir aquellas en las que la rigidez de la unión no es constante en el tiempo sino que varía en función de la carga aplicada. Este tipo de conexiones no han sido consideradas en nuestros modelos, la rigidez de nuestras uniones seguirá un comportamiento lineal.

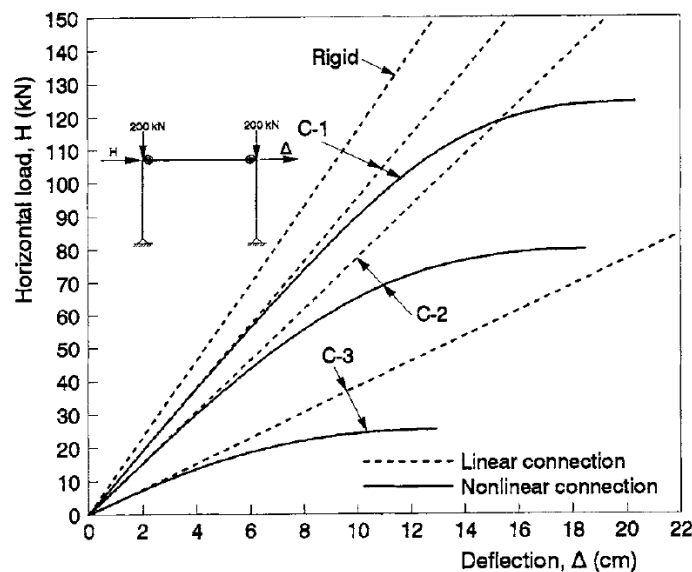


Figura 5.1: Análisis elástico de un pórtico con varias uniones (Chan & Chui, 2000)

Como hemos comentado debido al amplio número de modelos estudiados en este texto nos servirá de guía para muchas de nuestras geometrías.

Cabe destacar algunos estudios más en los que nos hemos apoyado, como son “*Mechanical model for the analysis of steel frames with semi rigid joints*” A.N.T. Ihaddoudène, M. Saidani , M. Chemrouk (2009) donde tiene lugar el análisis de diferentes pórticos sometidos a cargas estáticas y donde se evalúan los momentos

flectores resultantes en función de la rigidez, a su vez se introduce el uso de conexiones con rigidez trilineal para caracterizar las uniones.

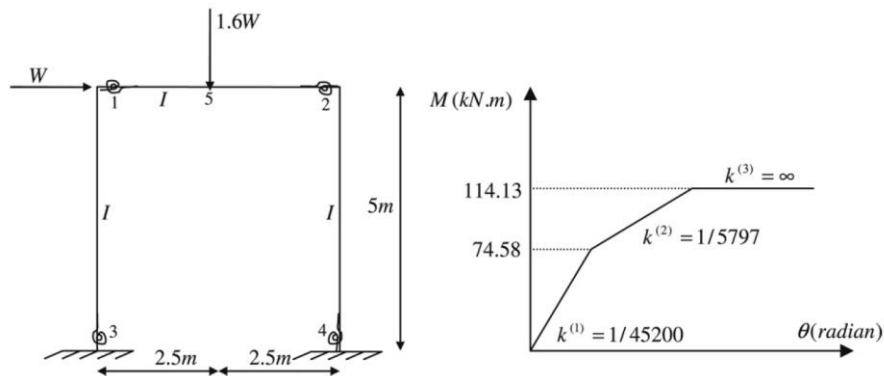


Figura 5.2: Curva característica de la unión (A.N.T. Ihaddoudènea y otros, 2009)

En 2017 Ye & Xu “*Member Discrete Element Method for Static and Dynamic Responses Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Joints*” utilizan el MDEM (member discrete element method) para determinar el comportamiento no lineal de varias configuraciones de distintas estructuras. Este método permite controlar con soltura el comportamiento geométrico no lineal así como la fractura. Muchos de los casos en los que se apoya este estudio son previamente descritos por Chan & Chui (2000).

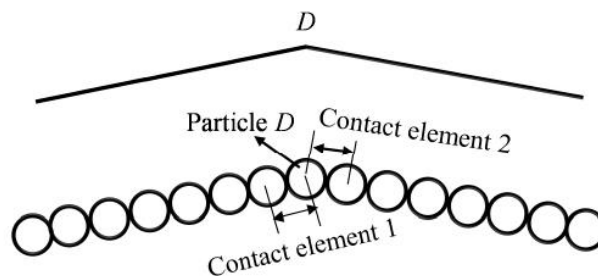


Figura 5.3: Modelo MDEM de una estructura simple (Ye & Xu, 2017)

Por último, citar “*On the Nonlinear Transient Analysis of Planar Steel Frames with Semi-Rigid Connections: From Fundamentals to Algorithms and Numerical Studies*” A. Silva y E. Batelo (2018) en el cual se presentan diferentes pórticos (todos de más de dos plantas) sometidos a cargas sinusoidales, y se representa el comportamiento de histéresis de la unión debido a estas cargas cíclicas.

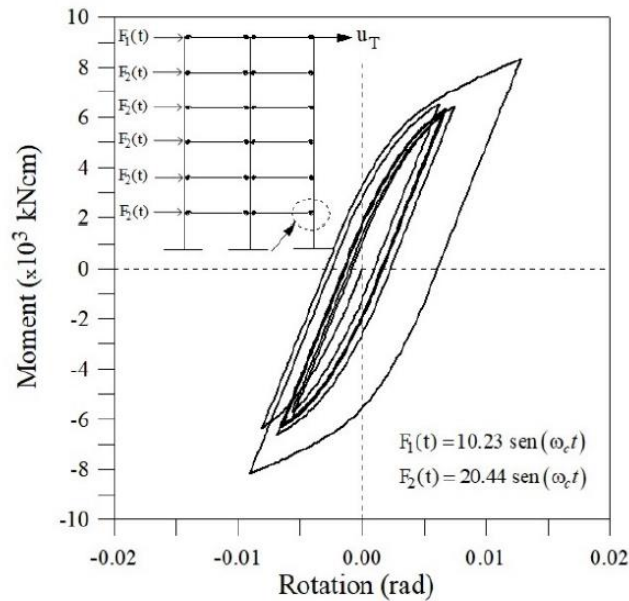


Figura 5.4: Comportamiento de histéresis de la unión (A. Silva, 2018)

5.3. Consideraciones generales de los modelos estudiados

A la hora de definir nuestro modelo existen ciertas consideraciones que tenemos que tener en cuenta para lograr los resultados esperados. Estas consideraciones están relacionadas con la elección de la ley constitutiva de los distintos materiales, el número de puntos de integración y el tipo de elemento, la densidad y el tipo de mallado, el tipo de elementos, las condiciones de contorno, etc.

En esta sección se justifica la elección realizada de todos estos parámetros que influyen en el modelo de elementos finitos de nuestra unión.

5.3.1. Tipos de elementos

En este apartado se ha analizado los tipos de elementos y las características de los mismos que se han utilizado a la hora de implementar nuestros modelos.

Para nuestro casos de estudio necesitábamos 4 elementos:

1. Elemento viga (BEAM3) que simulara las columnas y vigas utilizadas con geometrías rectangulares
2. Elemento viga (BEAM188) que simulara las columnas y vigas utilizadas con geometrías no rectangulares.
3. Elemento conexión tipo muelle (COMBIN14), que simulara un elemento rigidizador en cuanto al giro en Z.
4. Elemento masa (MASS21), que simulara masas puntuales unidas a nodos

A continuación, se describirá brevemente en qué consiste cada uno de estos elementos.

5.4.1.1. Elemento viga (BEAM3)

Es un elemento uniaxial con capacidades de tensión, compresión y flexión, sin embargo no tiene capacidad de torsión (la cual no nos interesa en nuestros casos). Este elemento está formado por 2 nodos, los cuales tienen cada uno 3 grados de libertad, desplazamientos y giros en el plano (UX,UY y ROTZ), lo que hace que sea un elemento 2-D.

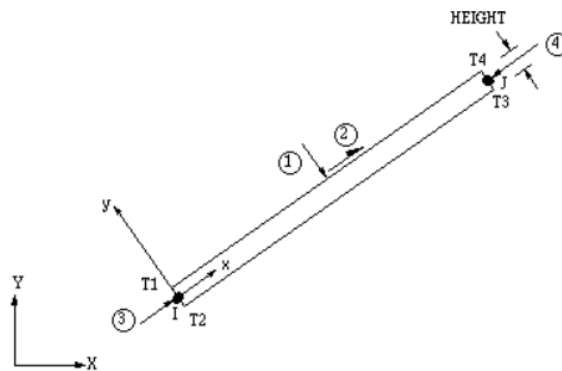


Figura 5.5: Elemento BEAM3 (ANSYS)

Este elemento está definido por dos nodos (i y j), por su sección transversal, por su momento de inercia, por la altura de la sección y por las propiedades del material.

Dado que nuestros modelos de estudio son todos en 2D, el uso de este elemento facilita la ejecución ya que considera solo 3 grados de libertad, siempre y cuando utilizemos secciones rectangulares ya que para secciones tipo HEB o IPE para definir la sección necesitamos utilizar otro tipo de elemento viga.

5.4.1.2. Elemento viga (BEAM188)

Este elemento viga está basado en el modelo de viga de Timoshenko, el cual está asociado a la teoría de deformación por cortante de primer orden, es decir, la sección transversal de la viga permanece constante y no sufre cambios tras la deformación.

Es un elemento lineal, cuadrático o cúbico que contiene dos nodos (i y j) en un sistema de 3 dimensiones. Cada nodo tiene 6 o 7 grados de libertad, que incluyen, 3 traslaciones (eje X, eje Y y eje Z) y sus 3 respectivas rotaciones con respecto a cada eje. El séptimo grado de libertad (magnitud de deformación) es opcional, en nuestro caso no lo consideraremos.

Este tipo de elemento es adecuado para casos lineales, grandes rotaciones y/o grandes deformaciones no lineales.

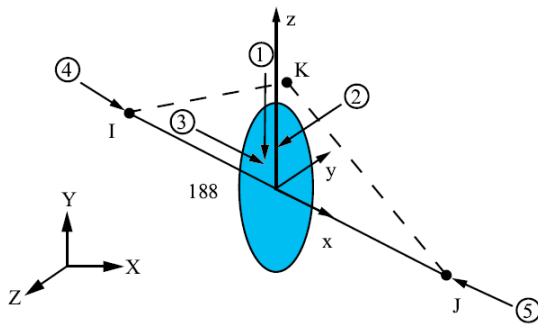


Figura 5.6: Elemento BEAM188 (ANSYS)

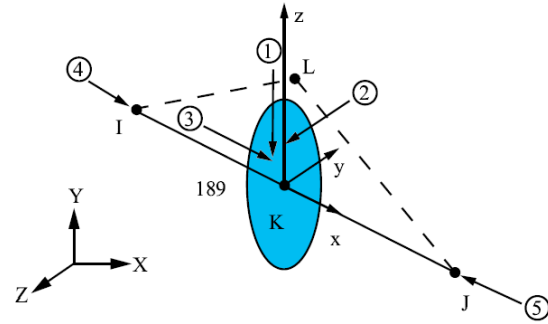


Figura 5.7: Elemento BEAM189 (ANSYS)

En la librería de ANSYS tenemos disponible el elemento BEAM189 que es como el que hemos utilizado solo que en este caso contiene 3 nodos (i, j y k) uno de ellos en el centro del elemento. Tendríamos en este caso un elemento cuadrático.

Este es el elemento que utilizaremos a la hora de trabajar con vigas y pilares con secciones no rectangulares, para trabajar con BEAM188 es necesario restringir el resto de grados de libertad del problema para que este continúe teniendo un comportamiento 2D, por lo que se restringirán el desplazamiento perpendicular UZ y los giros ROTX y ROTY.

5.4.1.3. Elemento “spring” (COMBIN14)

El elemento COMBIN14 es un elemento con capacidad longitudinal y torsional en aplicaciones en 1-D, 2-D o 3-D.

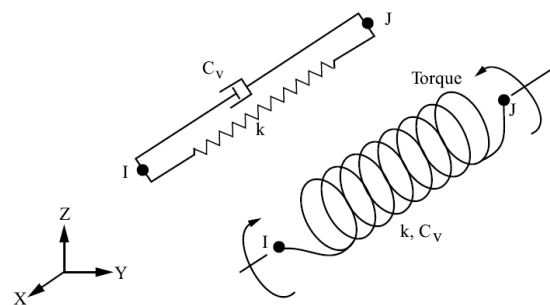


Figura 5.8: Elemento sólido COMBIN14 (ANSYS)

La opción longitudinal del elemento combin14 que puede actuar como resorte-amortiguador comprende una tensión-compresión uniaxial con 3 grados de libertad en cada uno de sus 2 nodos. En este caso no son considerados ni la flexión ni la torsión entre ellos. No consideraremos esta opción de rigidez longitudinal, solo nos interesa añadir rigidez al giro para nuestros modelos.

La opción torsional del elemento es una opción puramente rotacional con 3 grados de libertad en cada nodo: rotación en torno a los ejes existentes (X,Y y Z). No se consideran en esta opción las cargas de flexión o cargas axiales. En nuestro caso solo consideraremos la rotación en torno al eje Z, ya que trabajamos en dos dimensiones.

El elemento combin14 es un elemento sin masa, y viene determinado por la posición de los 2 nodos que conecta, de la constante de muelle k, que será la que utilizaremos para determinar la rigidez de la unión, y de dos coeficientes de amortiguamiento que no utilizaremos.

Para nuestro caso la longitud del muelle sera mucho menor que la longitud de la estructura, pues lo unico que nos interesa es que conecte los nodos y añada una rigidez a rotación entre ellos. Es decir, en el modelo de ANSYS, el elemento tendrá una longitud, pues hay que definir los dos nodos, pero esta longitud no será un parametro que influya en el comportamiento, elegiremos una longitud pequeña para que la visualización de la estructura no se vea afectada.

5.4.1.4. Elemento masa (MASS21)

El elemento MASS21 es un elemento que se añade a un nodo para asociarle a este una cantidad de masa e inercia puntual. Tiene 6 grados de libertad, los desplazamientos en X, Y y Z, y sus respectivas rotaciones.

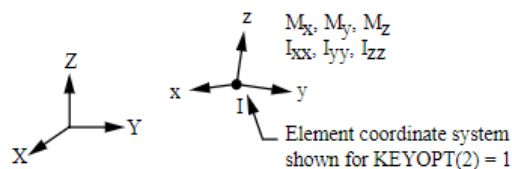


Figura 5.9: Elemento MASS21 (ANSYS)

Este elemento viene caracterizado por su masa para los desplazamientos y por su inercia para las rotaciones. Su utilización no tiene efecto en análisis estáticos a no ser que estén presentes aceleraciones y rotaciones.

5.3.2. Tratamiento de los nudos

A la hora de diseñar nuestra geometría, podemos clasificar los nudos de la estructura de 3 maneras previamente vistas, rígido, semirrígido y articulado. A continuación, explicaremos como se realiza el tratamiento de dichos nudos en ANSYS para implementar una u otra clasificación.

Como todos nuestros modelos son en 2D todos los desplazamientos en el eje perpendicular al plano de trabajo están restringidos ($U_{zi}=0$), así como 2 rotaciones que no son en el plano ($\theta_{xi}=\theta_{yi}=0$).

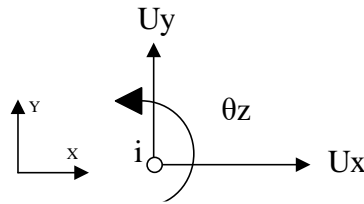


Figura 5.10: Grados de libertad de nuestros modelos

A la hora de hablar de nudos, por defecto ASYS considera que si dos elementos están unidos por el mismo nudo este nudo es rígido, y en función de los grados de libertad que queramos restringir podrá ser un apoyo rígido, semirrígido, articulado o un nudo libre en el plano.

En cuanto a la implantación de un nudo semirrígido tenemos que crear dos nodos con las mismas coordenadas X e Y, y que estén separados una distancia Z ínfima (ya que el elemento COMBIN14 no tiene longitud, sin embargo los nodos si tienen que estar situados en el espacio).

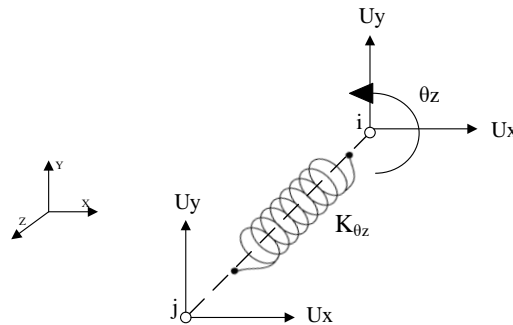


Figura 5.11: Detalle nudo semirrígido

A continuación los dos nodos situados en diferentes planos Z, pero en las mismas coordenadas X e Y se les fuerza a compartir los mismos desplazamientos traslacionales en sus respectivos planos, es decir $U_{xi}=U_{xj}$ y $U_{yi}=U_{yj}$.

Si asociamos a la relación entre esos nodos i y j una rigidez obtendremos un nudo semirrígido, si no asociamos ninguna, un nudo articulado y si asociamos una muy grande, se podría considerar rígido.

. En cuanto a los apoyos ya hemos definido como obtendríamos uno rígido, restringiendo los grados de libertad restantes ($\theta_{zi}=U_{yi}=U_{xi}=0$), los articulas sería

restringiendo simplemente los desplazamientos en el plano ($U_{y_i}=U_{x_i}=0$) y en cuanto a los apoyos semirrígido definiríamos un nodo articulado al que le asociamos cierta rigidez en el eje Z con respecto a otro nodo en otro plano Z que tiene todos sus grados de libertad restringidos (apoyo rígido).

A continuación se representa gráficamente la visualización de los diferentes tipos de apoyos.

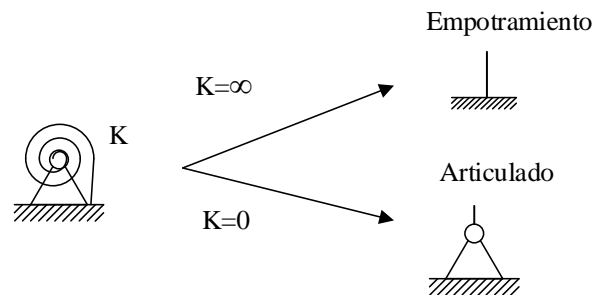


Figura 5.12: Tipos de apoyos en función de la rigidez

5.3.3. Observaciones del mallado

Para obtener una mayor precisión en los resultados disminuyendo al máximo el coste computacional, utilizaremos un mallado en función de la complejidad del problema y de la precisión de los resultados esperados.

Para geometría sencillas con comportamientos fácilmente deducibles la división la viga en un numero cercano a 10 elementos nos dan los resultados esperados sin necesidad de aumentar el coste computacional. Para geometría más específicas y donde necesitamos calcular al detalle la distribución de momentos el número de divisiones por cada elemento será mayor.

El modelo de elementos finitos está formado en su totalidad por elementos tipo viga (BEAM3 y BEAM188), con dos nodos cada elemento. El mallado se realizará sólo sobre estos elementos, ya que el otro tipo de elementos utilizados, los de tipo muelle (COMBIN14 y MASS21) tienen longitud 0 y no necesitan mallado.

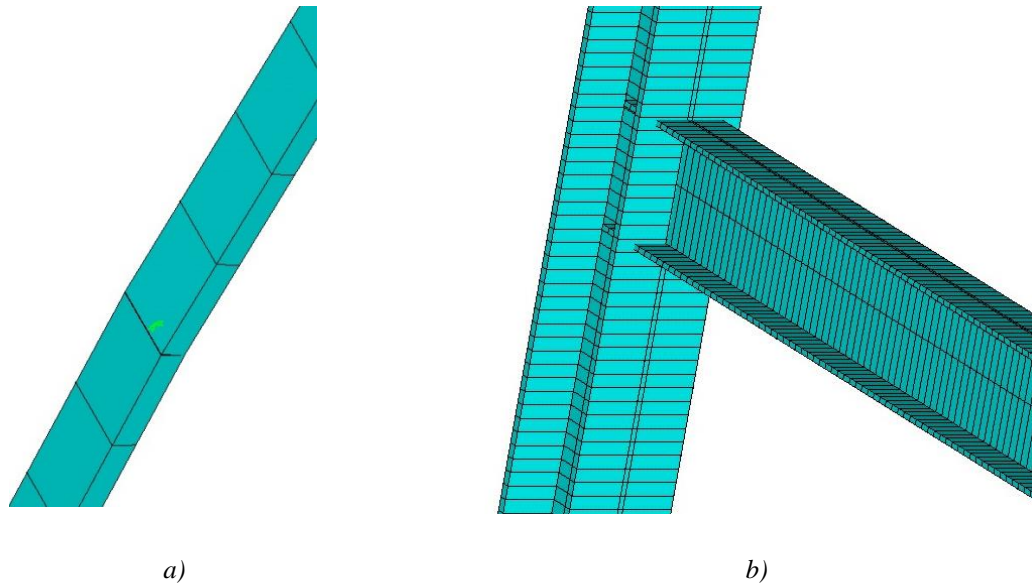
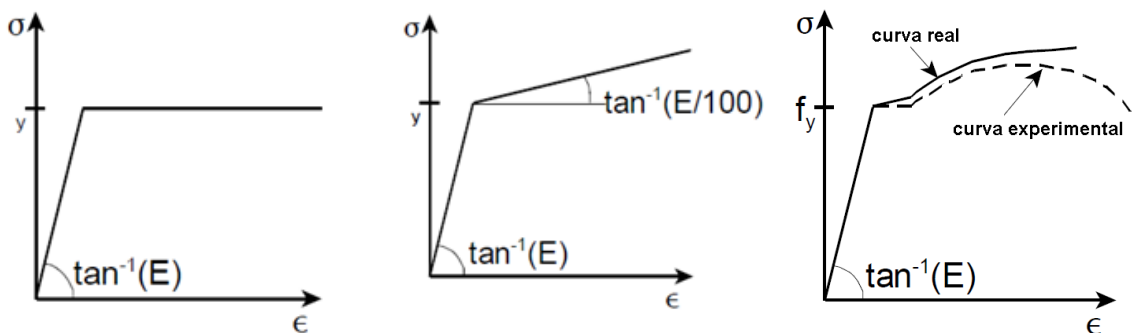


Figura 5.13: Tamaño elementos modelo3 (a) y modelo 5 (b)

5.3.4. Consideraciones del material

En cuanto a la modelización del comportamiento del material, con carácter general, se pueden considerar distintas curvas tensión-deformación en función de la precisión que se quiera obtener y de los datos disponibles, para nuestro problema consideramos un material elástico perfecto, el cual viene caracterizado solamente por su módulo de Young (E), sin embargo, el comportamiento del material se puede modelizar de forma mucho más detalla, como se muestra en la figura 5.1. considerando un comportamiento elastoplástico perfecto, elastoplástico con endurecimiento nominal o en función de su curva real tensión-deformación.



a) Curva tensión – deformación material perfectamente elastoplástico
 b) Curva tensión deformación material con endurecimiento nominal
 c) Curva – tensión deformación con ley de endurecimiento según curva real

Figura 5.14: Curvas tensión-deformación

5.4. Modelos numéricos de las uniones

5.4.1. Modelo 1

5.4.1.1. Descripción del modelo

El primer caso de estudio es una simple viga, unida semirrígidamente en ambos extremos y con una carga aplicada en la mitad de su longitud. Este caso nos permite evaluar de una manera sencilla el comportamiento de la unión y compararlo con los casos rígidos y articulados, ya que, en estos casos, es fácil obtener los resultados teóricamente.

Para este modelo hemos realizado un mallado de 40 elementos, ya que aunque es un caso sencillo y seguramente con un mallado inferior nos daría unos resultados satisfactorios, no conlleva una notable subida del coste computacional.

Para nuestro análisis iremos variando la rigidez de los apoyos para determinar el comportamiento de la estructura a una carga P vertical en el centro de la misma.

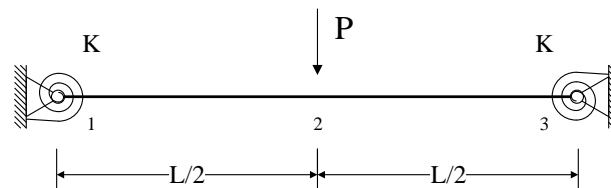


Figura 5.15: Geometría y cargas modelo 1

A continuación, se resumen las propiedades geométricas del modelo así como las cargas y propiedades del material. En este caso tenemos un elemento tipo viga BEAM3, el cual tiene una sección rectangular que viene determinado por su altura (h) y su base (b).

Tabla 5.1: Datos generales modelo 1

b (mm)	h (mm)	L (mm)	A (mm ²)	I (mm ⁴)	E (kN/mm ²)	P (kN)
25.4	3.175	508	80.645	67.746	207	3.55

Tabla 5.2: Rigideces consideradas modelo 1

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
K	0	EI/L	$8EI/L$	∞

Para este modelo diferenciamos 4 rigideces diferentes en los apoyos. Siendo los casos 1 y 4 articulados y rígidos respectivamente, mientras que el resto corresponden a modelos semirrígidos.

Con el objetivo de comparar los resultados obtenidos con los resultados teóricos se adjuntan la distribución de momentos teórica de una viga apoyada en función de la rigidez de sus extremos.

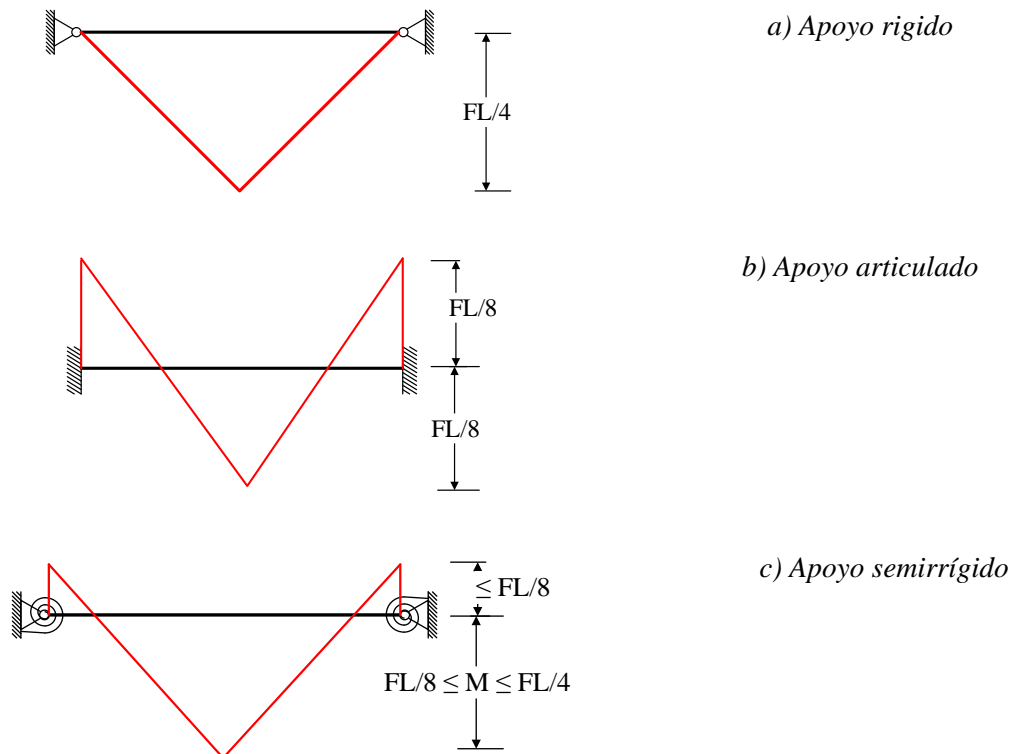
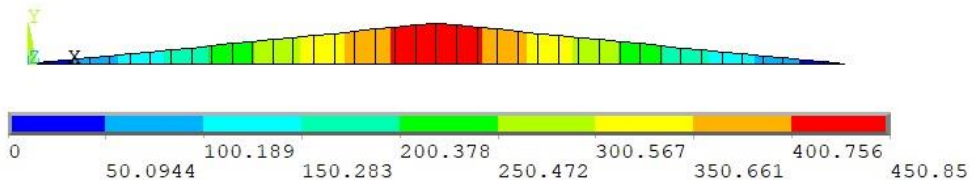


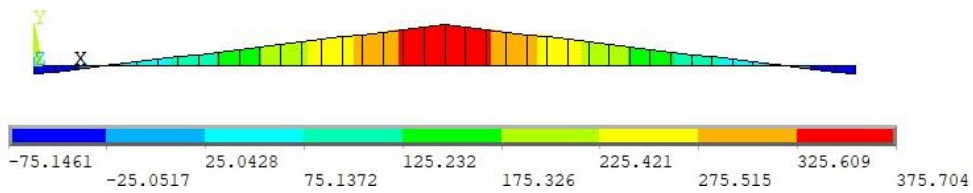
Figura 5.16: Diagrama momentos teóricos modelo 1

5.4.1.2. Resultados de los análisis

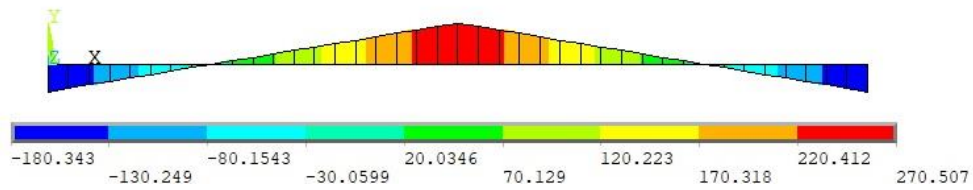
A continuación se adjuntan los diagramas de momentos flectores.



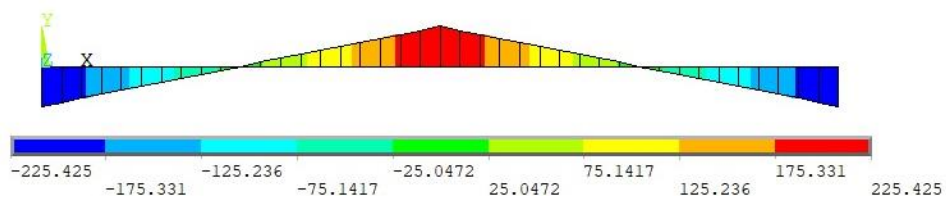
a) Caso 1



b) Caso 2



c) Caso 3



d) Caso 4

Figura 5.17: Diagrama de momentos modelo 1 (ANSYS)

Podemos comprobar que los resultados de los momentos se ajustan a lo que obtenemos teóricamente comparando los resultados de la siguiente tabla.

Tabla 5.3: Comparativa resultados momentos (Modelo Teórico vs ANSYS)

	$M_{1, \text{TEORICO}} \text{ (Nm)}$	$M_1 \text{ (Nm)}$	$M_{2, \text{TEORICO}} \text{ (Nm)}$	$M_2 \text{ (Nm)}$
$K=0$	0	0	450.85	450.85
$K=EI/L$	$225.43 \leq \leq 450.85$	75.15	$225.43 \leq \leq 450.85$	375.70
$K=8EI/L$	$225.43 \leq \leq 450.85$	180.34	$225.43 \leq \leq 450.85$	270.51
$K=\infty$	225.43	225.43	225.43	225.43

Continuando con nuestro análisis ilustramos el comportamiento no lineal de la estructura obteniendo el desplazamiento vertical del nudo 2 en función de la carga aplicada en ese mismo nudo.

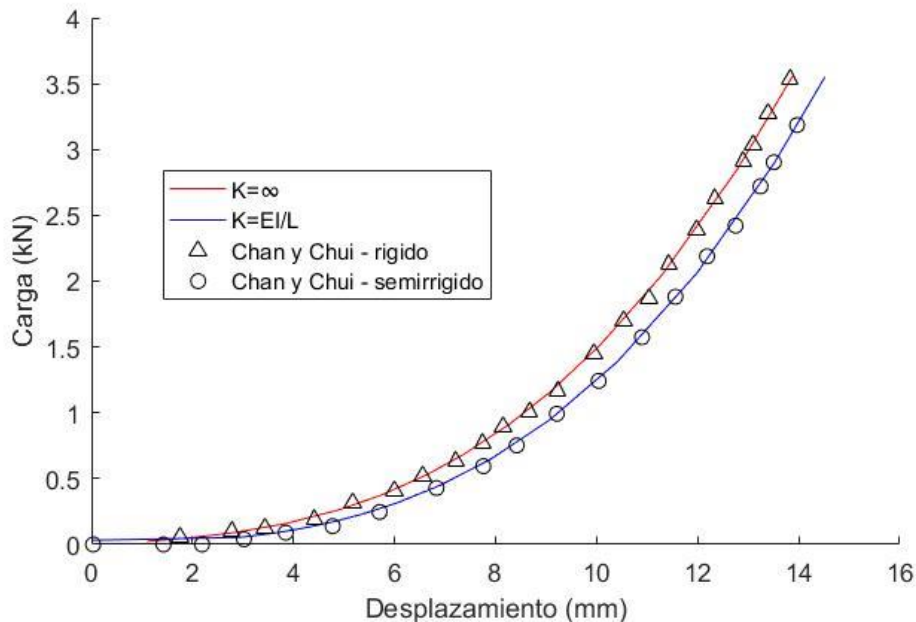


Figura 5.18: Curvas Carga-Deformación (ANSYS vs Chan & Chui, 2000)

Comparando nuestros resultados obtenidos del modelo para una rigidez infinita y una rigidez de EI/L en cada uno de los extremos con los de Chan & Chui (2000) observamos presentan el mismo comportamiento.

Con el objetivo de ampliar los casos estudiados de Chan & Chui (2000), efectuamos el análisis con diferentes rigideces, siendo las nuevas rigideces 0 y $8EI/L$. A continuación, ilustramos el comportamiento lineal de los 4 casos estudiados.

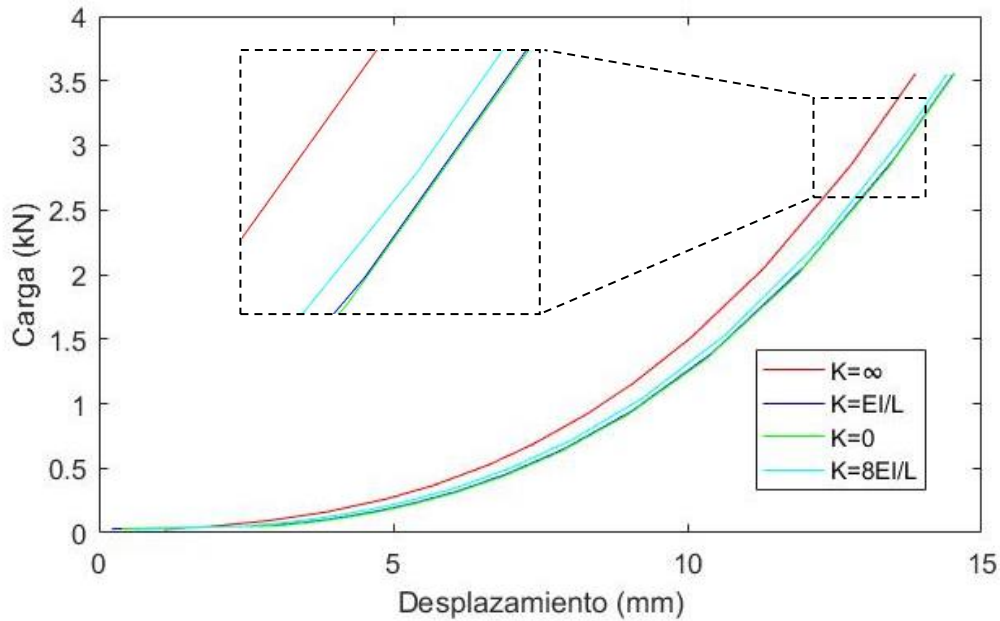


Figura 5.19: Curvas Carga-Deformación modelo 1

Observando los resultados obtenidos podemos determinar que aunque una rigidez de $8EI/L$ se puede considerar rígida, ofrece un comportamiento mucho más cercano a una unión articulada que a una rígida, siendo el comportamiento de una unión articulada ($K=0$) y una semirrígida ($K=EI/L$) prácticamente igual para esta geometría y esta carga.

A continuación, para ilustrar de algún modo la influencia de la rigidez se exponen en la siguiente tabla los desplazamientos máximos en función de la rigidez de los apoyos, de los cuales podemos cuantificar de manera numérica que para este modelo salvo para unos apoyos empotrados los desplazamientos máximos registrados en la estructura no varían demasiado.

Tabla 5.4: Deformación verticales máximas modelo 1

K	0	EI/L	3EI/L	5EI/L	7EI/L	8EI/L	∞
$\delta_{max}(mm)$	-14,54	-14,52	-14,48	-14,45	-14,42	-14,41	-13,87

5.4.2. Modelo 2

5.4.2.1. Descripción del modelo

Este modelo consiste en una columna con soporte elástico, que será analizada en función de la rigidez de este. Se han realizado muchos análisis geométricos no lineales sobre esta geometría usando diferentes métodos, en nuestro caso compararemos los resultados de nuestro análisis con los obtenidos por Ye & Xu (2017) con el MDEM.

En nuestra columna actúan una carga axial P y una carga lateral de un orden de 100 veces menor para simular las imperfecciones geométricas.

Para este modelo hemos seleccionado una sección cuadrada ($h=b$) y el tipo de elemento que utilizamos en el elemento viga BEAM3. Se ha dividido el pilar en 30 elementos para su posterior análisis.

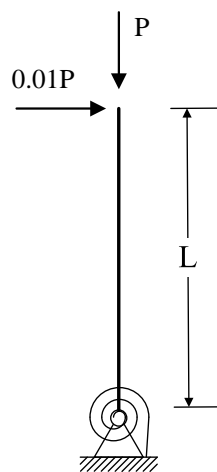


Tabla 5.5: Datos generales modelo 2

b (mm)	h (mm)	A (mm²)	I (mm⁴)
100	100	10000	8,333e6
L (mm)	E (kN/mm²)	P (kN)	
3200	210	1709	

Figura 5.20: Geometría y cargas modelo

2

Para determinar el comportamiento de este modelo hemos considerado 4 rigideces diferentes en el apoyo.

Tabla 5.6: Rigideces consideradas modelo 2

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
K	EI/L	$5EI/L$	$10EI/L$	∞

5.4.2.2. Resultados de los análisis

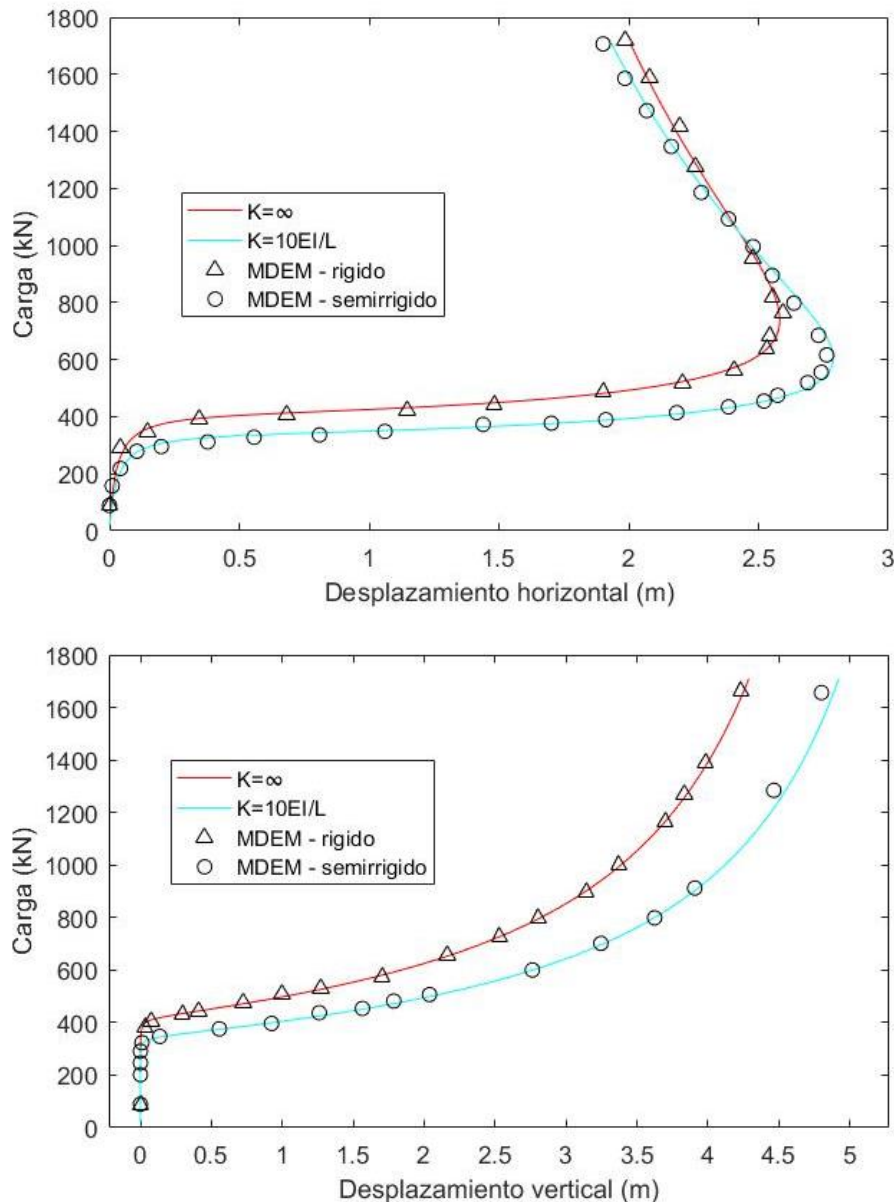


Figura 5.21: Curvas Carga-Deformación (ANSYS vs Ye & Xu, 2017)

Observando los resultados obtenidos mediante el análisis no lineal con Ansys y los obtenidos con el MDEM por Ye & Xu (2017) para ambos casos, podemos determinar que nuestro modelo está bien construido y sigue el comportamiento esperado.

El descenso de la rigidez del apoyo conlleva que a una misma sollicitación de carga se produzcan mayores desplazamientos, tanto horizontales como verticales. Para una rigidez tal como $10EI/L$ que se puede considerar como apoyo rígido la diferencia con los desplazamientos obtenidos con respecto a una rigidez infinita no es demasiado grande hasta que la carga aplicada aumenta mucho, por lo que para situaciones de uso

normal este tipo de unión ofrecerá soluciones prácticamente iguales, siendo a partir de los 300 kN cuando la diferencia de la rigidez se hace notable a la hora de la resistencia de la estructura.

A continuación se adjuntan los resultados del análisis no lineal anteriores a los que añadimos aquellos modelos con rigideces de $5EI/L$ y EI/L en los apoyos.

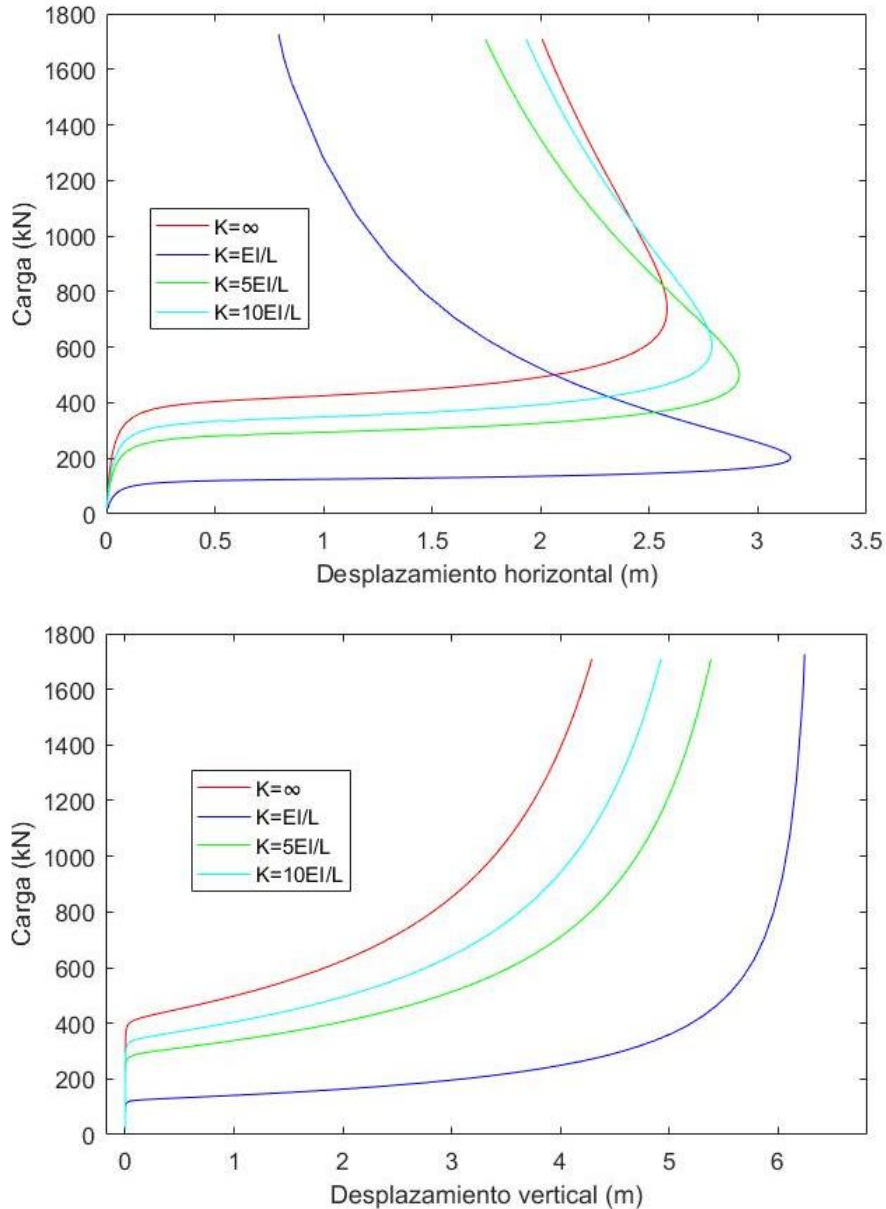


Figura 5.22: Curvas Carga-Deformación modelo 2

De los análisis anteriores podemos deducir que conforme la rigidez tiene a 0 la estructura se vuelve más inestable, sufriendo desplazamientos mucho mayores en el caso de una rigidez de $K=EI/L$ que en el resto, ya que con una carga de alrededor 100 kN comienza la inestabilidad siendo el comportamiento del caso de una rigidez de $K=5EI/L$ mucho más parecido al de $10EI/L$ que al de EI/L .

Para este modelo no se adjuntan los momento flectores ya que apenas nos dan información útil, conforme mayor sea la rigidez mayor será el momento generado en el apoyo.

Tampoco se adjuntan los desplazamiento obtenidos ya que la deformada obtenida para todos los casos es debida a considerar al material perfectamente elástico, en la realidad este material sufriría una fractura ya que su comportamiento no es perfectamente elástico. El objetivo de estas consideraciones es ilustrar de manera visible el comportamiento no lineal geométrico de la estructura.

5.4.3. Modelo 3

5.4.3.1. Descripción del modelo

El tercer modelo está basado en la geometría de William Toggle, el cual consiste en dos vigas unidas simétricamente con respecto al punto de su unión, apoyadas en los otros dos extremos y sometidas a una carga vertical en el punto de unión.

Esta estructura ha sido ampliamente estudiada, y esto es debido a que debido a su configuración geométrica una vez deformada sufre un tipo de pandeo conocido como pandeo “snap-through”, que es un caso singular de pandeo con unas características muy representativas.

Para la configuración de este modelo hemos utilizado elemento BEAM3 para las vigas y hemos dividido la estructura en 24 elementos.

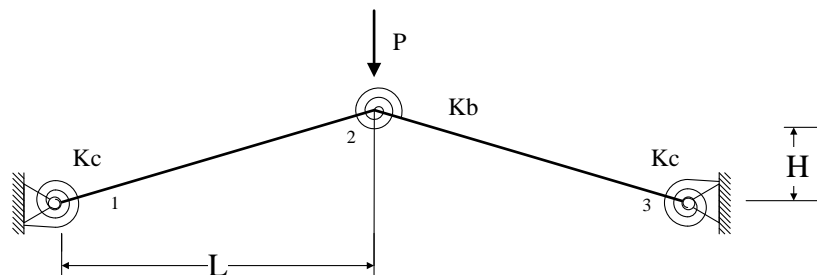


Figura 5.23: Geometría y cargas modelo 3

Tabla 5.7: Datos generales modelo 3

b (mm)	h (mm)	L (mm)	A (mm²)	I (mm⁴)	E (kN/mm²)	P (kN)
19.13	6.17	657.15	118.03	374.45	71	0.35

El pandeo “snap-through” es un tipo de pandeo el cual lleva asociado una pérdida violenta de la estabilidad geométrica, en el cual, pasamos de una geometría estable a otra estable definitiva en un periodo muy corto de tiempo. Lo que ocurre en este tipo de pandeo es que estructura busca su estado energético más estable a partir de un configuración inestable muy breve.

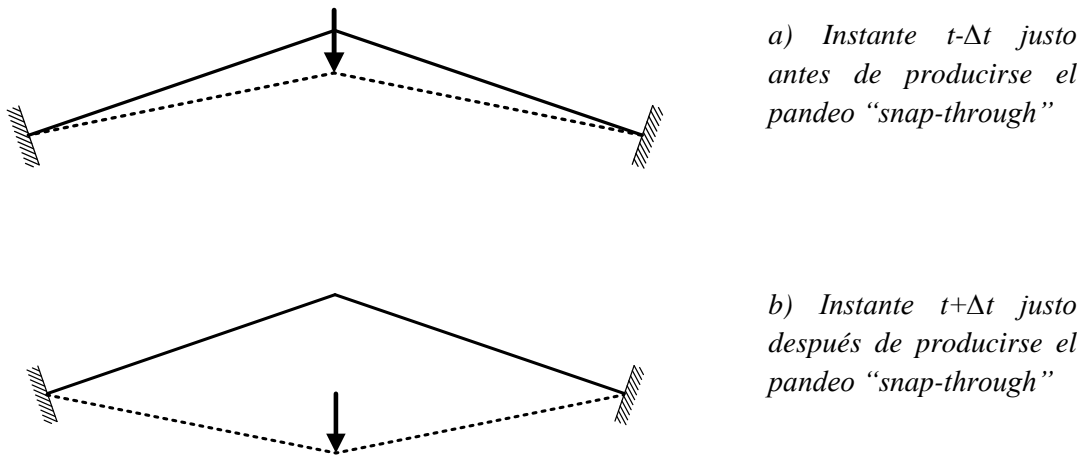


Figura 5.24: Pandeo "Snap-through"

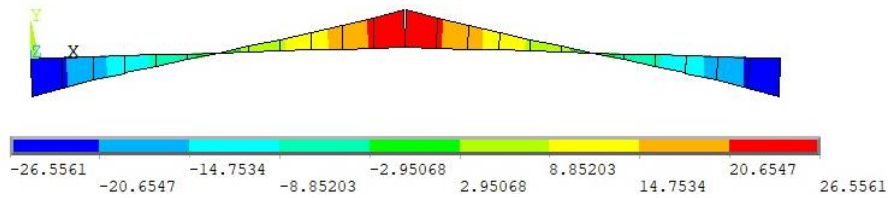
Para este modelo consideraremos 4 configuraciones diferentes en función de la rigidez de la unión y de los apoyos. Los casos 1, 3 y 4 han sido comparados con los resultados obtenidos por Ye & Xu (2000) con el MDEM. A continuación se muestran las rigideces consideradas para este modelo.

Tabla 5.8: Rigideces consideradas modelo 3

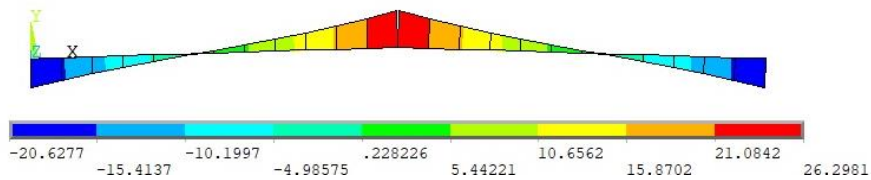
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
K_{apoyo}	∞	$10EI/L$	∞	$10EI/L$
K_{union}	∞	∞	$7EI/L$	$7EI/L$

5.4.3.2. Resultados de los análisis

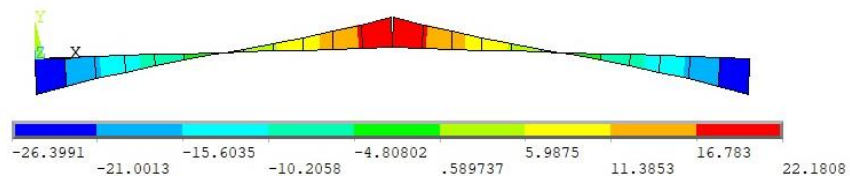
A continuación se adjuntan los diagramas de los momentos flectores obtenidos en cada caso.



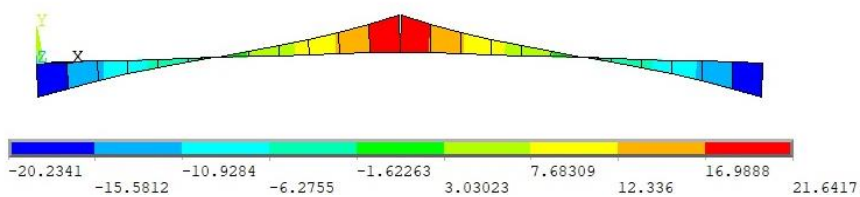
a) Caso 1



b) Caso 2



c) Caso 3



d) Caso 4

Figura 5.25: Diagrama momentos modelo 3 (ANSYS)

Comparando los momentos recogidos en la siguiente tabla a través de los diagramas podemos determinar que conforme disminuye la rigidez (tanto en apoyos como en unión) disminuye los momentos, sin embargo aumenta el desplazamiento máximo registrado.

En cuanto a la hora de comparar los casos 2 y 3 observamos que en el caso 3 al tener una rigidez infinita en los apoyos (apoyo rígido) es menos vulnerable que el caso 2 en el que aun teniendo una rigidez infinita en la unión y una rigidez considerable en los apoyos ($10EI/L$) se producen mayores desplazamientos. Por lo que podemos deducir que los modelos son más sensibles en la parte de los apoyos que en la de las uniones..

Tabla 5.9: Momentos flectores obtenidos en ansys

	$M_{\min}(\text{kNmm})$	ΔM	$M_{\max}(\text{KNmm})$	ΔM	$\delta_{\max}(\text{mm})$
Caso 1	-26.56	-	26.56	-	-17.29
Caso 2	-20.63	5.93	26.30	0.26	-18.91
Caso 3	-26.40	0.16	22.18	4,38	-18.58
Caso 4	-20.23	6.33	21.64	4.92	-20.11

A continuación se muestran los resultados del análisis no lineal realizado en el cual se comparan los resultados obtenidos con Ansys con los obtenidos por Ye & Xu (2000).

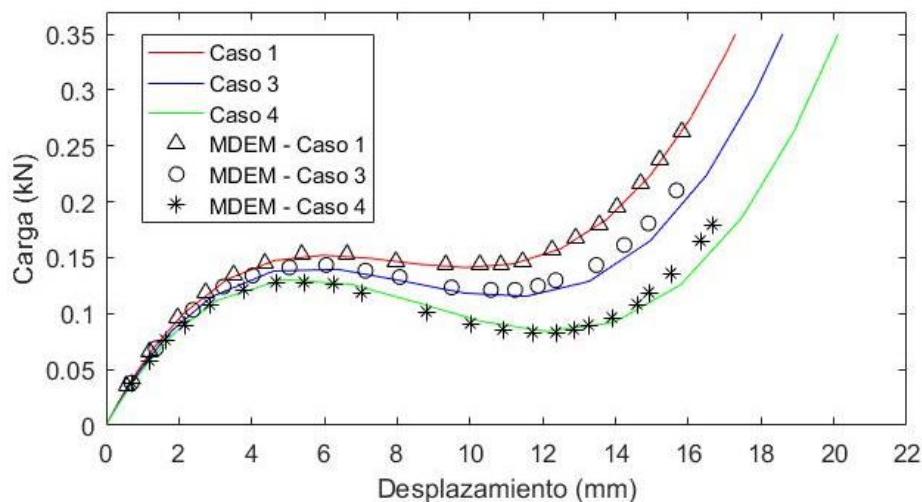


Figura 5.26: Curvas Carga-Deformación modelo 3 (ANSYS vs Ye & Xu, 2017)

Nuestros resultados siguen la misma tendencia que los obtenidos en el estudio, divergiendo un poco una vez que la curva comienza a ser ascendente para los casos semirrígidos. Como era de esperar a mayor rigidez menos desplazamiento obtenemos al estar sometidos a la misma carga.

Una vez validado nuestro modelo con el estudio, presentamos las curvas cargas-desplazamiento de todos los casos en la siguiente figura. Como podemos observar, nuestras deducciones de que la influencia de la rigidez en los apoyos era más importante que en las uniones han resultado ser correctas. Para el caso 2 aun teniendo estando unidas rígidamente las vigas el hecho de que los apoyos de los pilares no sean completamente rígidos conlleva a una estructura más flexible que el caso 3, en el cual tenemos que ambos apoyos son rígidos, mientras que la unión en este caso es semirrígida, con una rigidez menor que los apoyos del caso 2 ($7EI/L < 10EI/L$).

Por lo tanto la influencia en este modelo de la rigidez de los apoyos sobrepasa a la de la unión, aunque cabe destacar que ambos casos comparten un comportamiento muy parecido hasta el primer máximo de la curva carga-desplazamiento, es decir hasta que se produce el pandeo “snap-through” dichas consideraciones del modelo se comportan de una manera muy similar.

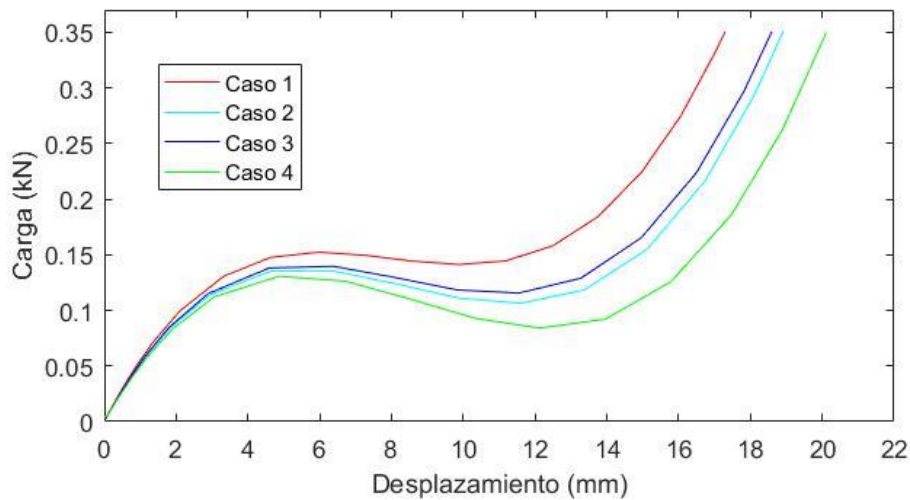


Figura 5.27: Curvas Carga-Deformación modelo 3

5.4.4. Modelo 4

5.4.45.1. Descripción del modelo

El siguiente modelo consiste en un pórtico formado por dos columnas o pilares sobre cuyos extremos permanece unida una viga. Este modelo será analizado en función de la rigidez de la unión viga-columna y de los apoyos de la columna.

Sobre la viga actúan 2 cargas, una vertical en medio de ella, y una horizontal 10 veces menor en uno de sus extremos. En este modelo utilizamos el elemento viga BEAM3 para simular las vigas y columnas, cada columna está dividida en 100 elementos mientras que la viga en 200, por lo que el número total de elementos es 400.

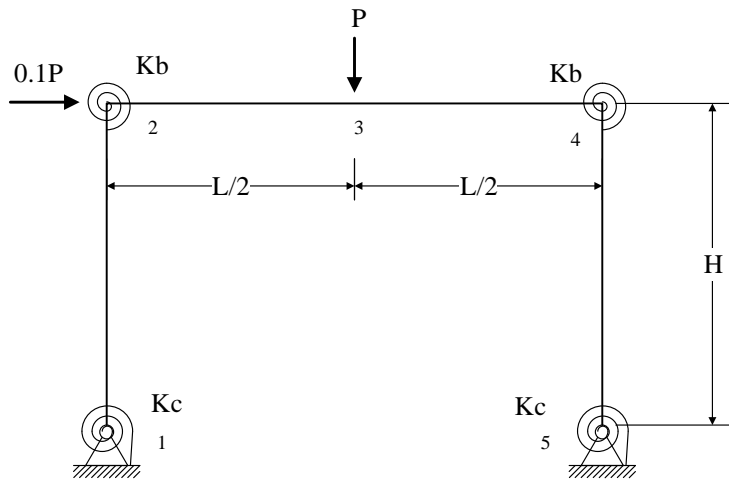


Figura 5.28: Geometría y cargas modelo 4

Tabla 5.10: Datos secciones modelo 4

b_{vb} (mm)	h_b (mm)	A_b (mm ²)	I_b (mm ⁴)	b_c (mm)	h_c (mm)	A_c (mm ²)	I_c (mm ⁴)
13.04	582.64	7600	215e6	34.24	321.25	11000	946e5

Tabla 5.11: Datos generales modelo 4

L (m)	H (m)	E (kN/mm ²)	P (kN)
16	6	210	100

La geometría y cargas de este modelo ha sido obtenida del estudio “*Mechanical model for the analysis of Steel frames with semirigid joints*” de A.N.T. Ihaddoudènea y otros (2009) en el que se analiza dicha estructura con diferentes rigideces y obtienen los resultados de los momentos de cada nodo, los cuales se presentan a continuación.

Tabla 5.12: Rigideces consideradas modelo 4

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$K_{soporte}$	∞	∞	EI_c/H
K_{union}	∞	$4EI_b/L$	$4EI_b/L$

Tabla 5.13: Momentos modelo 4 (A.N.T. Ihaddoudène y otros , 2009)

M_{max} (KNm)	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nodo 1	52.2	31.9	0.34
Nodo 2	-127.6	-93.7	-80.3
Nodo 3	260	296.4	301.65
Nodo 4	-152.7	-113.9	-116.43
Nodo 5	87.1	71.8	24.18

5.4.4.2. Resultados de los análisis

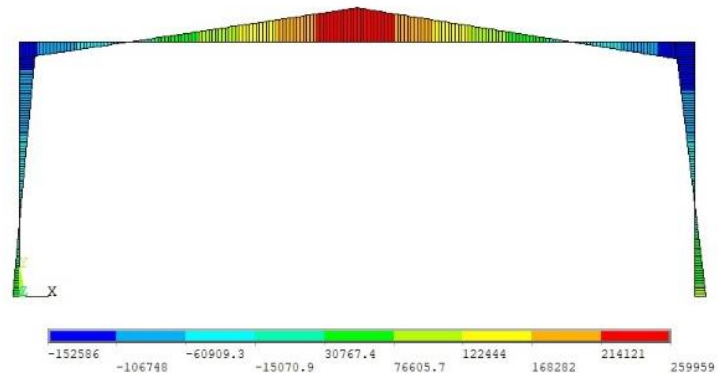
Una vez realizado el modelo es hora de analizarlo en Ansys con sus diferentes configuraciones, con el objetivo de obtener resultados tanto de los momentos como desplazamientos.

En la tabla y figuras siguientes se adjuntan los momentos obtenidos de nuestro modelo y los diagramas de estos para los diferentes casos estudiados.

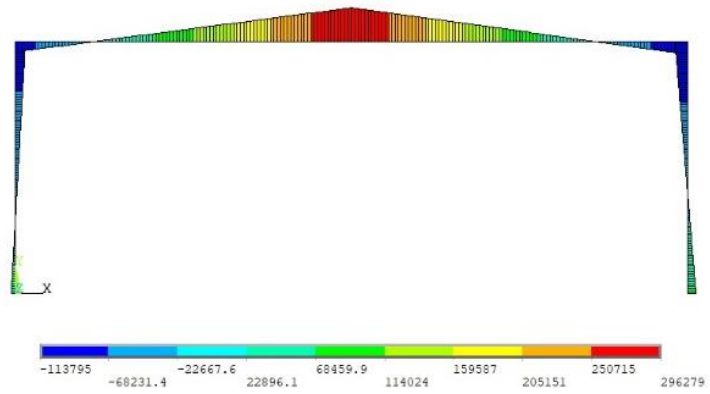
Tabla 5.14: Momentos modelo 4 (ANSYS)

M_{max} (KNm)	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nodo 1	50.44	31.68	-1.56
Nodo 2	-125.7	-93.65	-76.11
Nodo 3	259.99	296.28	302.39
Nodo 4	-152.6	-113.8	-119.10
Nodo 5	87.14	71.53	15.49

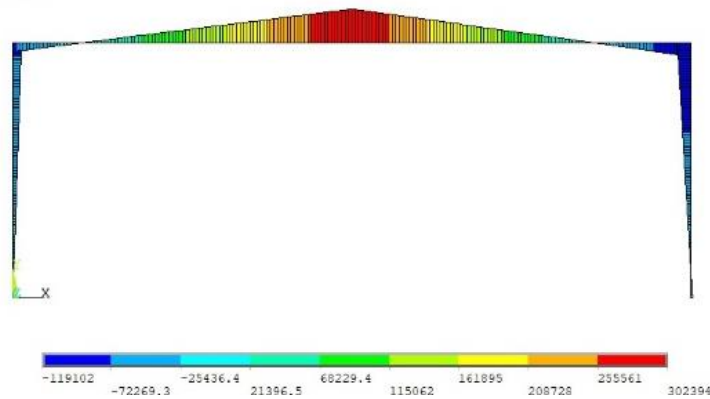
Podemos observar una distribución de momentos en la cual conforme descendemos la rigidez del nudo desciende el momento asociado a este, sin embargo aumenta el momento asociado al nodo 3.



a) Caso 1



b) Caso 2



c) Caso 3

Figura 5.29: Diagrama momentos modelo 4

Comparando nuestros resultados y los obtenidos por A.N.T. Ihaddoudène y otros (2009) podemos observar que la diferencia entre ellos es mínima, siendo el caso 3 (todas las uniones semirrígidas) el que presenta mayores errores, esto puede ser debido a que las deformaciones en este caso son mayores por lo que su cálculo es más complejo. En la siguiente tabla se presenta la diferencia entre ambos estudios.

Tabla 5.15: Diferencia resultados (ANSYS vs A.N.T. Ihaddoudène y otros, 2009)

ΔM (KNm)	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nodo 1	1.76	0.22	1.9
Nodo 2	0.1	0.05	4.19
Nodo 3	0	0.12	0.74
Nodo 4	0.1	0.1	2.67
Nodo 5	0.04	0.27	8.69

A continuación se resumen los desplazamientos máximos obtenidos en cada caso para las solicitaciones previamente descritas. Podemos observar que la zona en la que se incluyen en todos los casos es muy cercana. A su vez la influencia de los apoyos se hace más notable para los desplazamientos horizontales que para los verticales, ya que estos últimos tienen un orden parecido a los desplazamientos en apoyos rígidos. La rigidez de los apoyos en vigas será más sensible a cargas laterales a la viga que a cargas axiales.

Tabla 5.16: Deformaciones máximas modelo 4

	$\delta_{x, \max}$ (mm)	Nodo	$\delta_{y, \max}$ (mm)	Nodo
Caso 1	13.91	329	-89.88	202
Caso 2	12.87	327	-115.62	3
Caso 3	32.95	324	-119.98	3

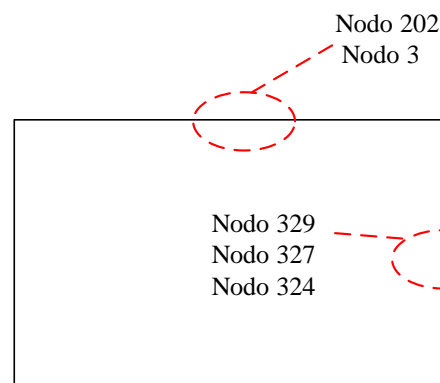


Figura 5.30. Disposición nodos modelo 4

Para ilustrar el comportamiento no lineal del modelo lo sometemos a una carga $P=2000$ kN la cual conllevará unas deformaciones geométricas mucho mayores que nos permitirán observar dicho comportamiento no lineal. Con la carga de 100 kN utilizada por A.N.T. Ihaddoudène y otros (2009) apenas se vislumbraban deformaciones no lineales.

En la siguiente figura se representan en la gráfica los desplazamientos horizontales y verticales del nodo 2 en función de la carga aplicada.

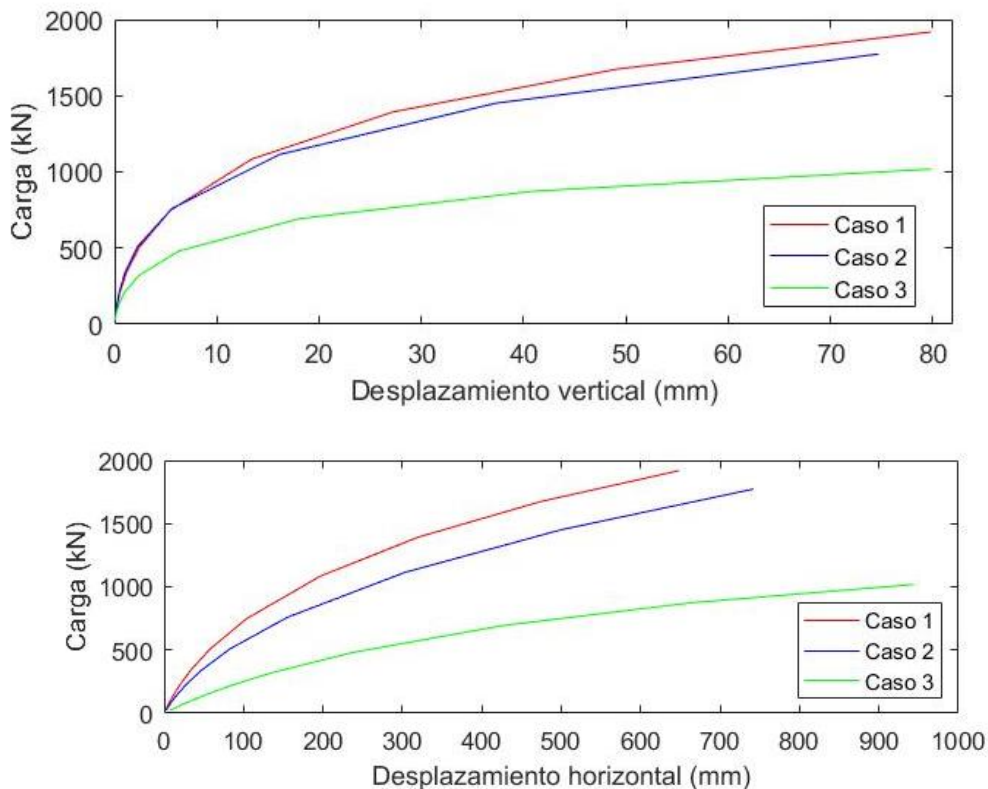


Figura 5.31: Curvas Carga-Deformación modelo 4 (ANSYS)

Una vez analizadas las gráficas obtenidas se observa como el caso 3 es mucho mas vulnerable por el hecho de quitar rigidez a los apoyos.

En cuanto al caso 2 la disminución de la rigidez de las uniones viga-pilar apenas afecta en cuanto al desplazamiento vertical del nodo 2, sin embargo en cuanto al horizontal conforme aumenta la carga se hace más notable la falta de rigidez de la unión.

5.4.5. Modelo 5

5.4.5.1. Descripción del modelo

a) Modelo análisis no lineal

La geometría de este modelo viene determinada por dos vigas paralelas a diferentes alturas unidas semirrígidamente con dos pilares o columnas. Para este modelo abandonamos las secciones rectangulares y utilizamos secciones tipo H, para las vigas utilizamos W14x48 y para las columnas W12x96. Para implantar dichas secciones en nuestro modelo tenemos que utilizar el elemento BEAM188 y al ser este un elemento 3D restringir los movimientos perpendiculares al plano y los giros correspondientes.

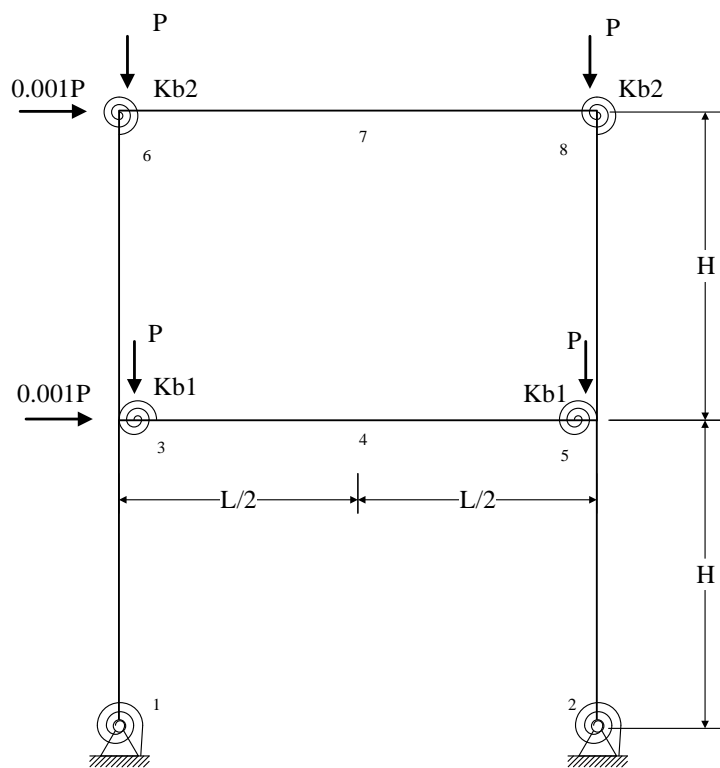


Figura 5.32: Geometría y cargas modelo 5 (análisis no lineal)

Una carga vertical P ha sido aplicada en las cuatro uniones viga-pilar y una carga horizontal de orden mil veces menor que la vertical actúa sobre los nodos 3 y 6 para simular imperfecciones geométricas o cargas de viento.

Para este modelo hemos realizado un mallado muy fino, en el cual cada viga y cada columna está dividida en 200 elementos, por lo que contamos con un total de 800 elementos en el modelo. En la siguiente figura se muestra el mallado y los perfiles de vigas utilizados en nuestro modelo con un factor de ampliación de 2, con el objetivo de que se visualice más claramente.

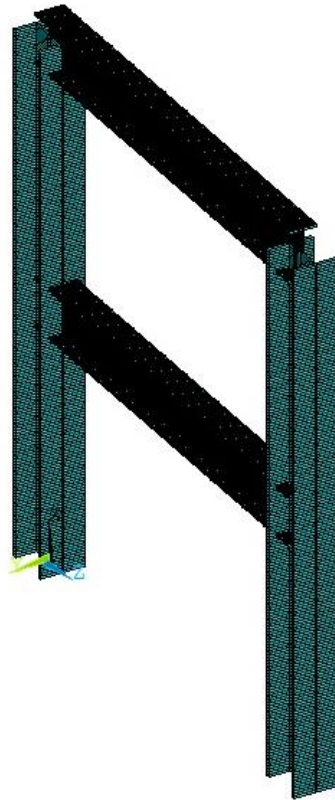


Figura 5.33: Mallado modelo 5

A continuación se resumen los datos que necesitamos para la realización del modelo, tanto de las secciones de las vigas, como de la geometría del problema, cargas y demás consideraciones.

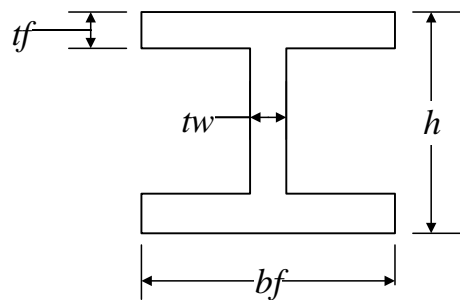


Figura 5.34: Geometría sección tipo H

Tabla 5.17: Datos sección modelo 5 (análisis no lineal)

	h (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	I (mm ⁴)
W14x48	350	203	15	8.6	2018e5
W12x96	323	309	23	14	3480e5

Tabla 5.18: Datos generales modelo 5 (análisis no lineal)

L (m)	H (m)	E (kN/mm²)	P (kN)
6.1	3.66	210	3200

Para este modelo compararemos los resultados obtenidos del análisis estático no lineal en los casos 1 y 2 con los que obtuvieron Ye & Xu (2017) con MDEM. A su vez ampliaremos nuestro estudio considerando más rigideces diferentes para cada unión.

Tabla 5.19: Rigideces consideradas modelo 5

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
K_c	0	0	0	0	$8EI_c/L$
K_{b1}	∞	$5EI_b/L$	$7EI_b/L$	$3EI_b/L$	EI_b/L
K_{b2}	∞	$5EI_b/L$	$3EI_b/L$	$7EI_b/L$	EI_b/L

b) Modelo análisis transitorio

Una vez realizado el análisis no lineal pasaremos a realizar un análisis transitorio dinámico de la estructura. Dentro de este análisis realizaremos dos modelos con la misma disposición geométrica y mismas disposición de cargas solo que diferentes valores.

- **Modelo análisis transitorio 1**

Para este análisis utilizamos la misma geometría que para el análisis no lineal. Es decir perfiles W14x48 para las columnas y perfiles W12x96 para las vigas. La longitud y altura de la geometría siguen siendo las mismas, solo cambia la disposición de las cargas su valor..

Tabla 5.20: Datos generales modelo 5 (análisis transitorio 1)

ρ (Kg/m³)	E (kN/mm²)	P (kN)
7830	210	36.6

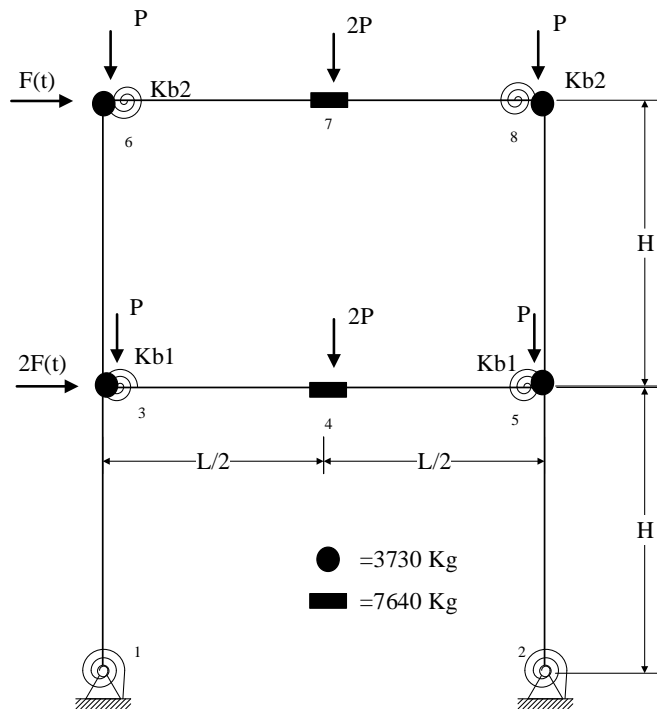


Figura 5.35: Distribución cargas modelo 5 (análisis transitorio)

Para este análisis tenemos 6 cargas estáticas verticales actuando 4 de ellas en las uniones viga-pilar existentes y las otra dos en medio de la longitud de las vigas. El valor de P es 36.6 kN y estas cargas simulan cargas gravitacionales.

En los mismos nodos donde se aplican las cargas se incluyen masas muertas que equivalen a decir que dichos nodos tienen una masa asociada de un valor determinado. Los valores de estas masas se recogen en la imagen anterior. Estas masas están simuladas con el elemento MASS21.

En cuanto a la carga $F(t)$ es una carga de tipo transitoria, lo que quiere decir que actúa durante un periodo breve de tiempo. Su valor es el siguiente.

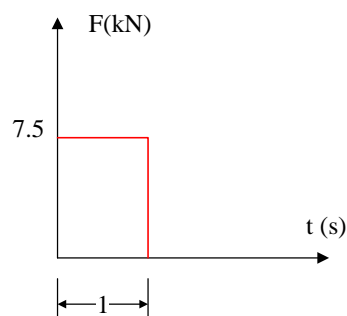


Figura 5.36: Carga impulsiva (análisis transitorio 1)

Los resultados que obtengamos de este análisis serán previamente comparados con los que obtuvieron Chan & Chui (2000). En su estudio realizaron un análisis transitorio para las siguiente configuraciones de rigidez.

Tabla 5.21: Rigideces consideradas análisis transitorio (Chan & Chui, 2000)

	Unión rígida	Unión semirrígida
K_c	0	0
$K_{b1} = K_{b2}$	∞	$1.75EI_b/L$

- **Modelo análisis transitorio 2**

Este modelo tiene la misma disposición que el anterior, solo que los valores de las cargas, y longitudes son diferentes. En este modelo se utiliza la misma sección para vigas y columnas W8x48.

Tabla 5.22: Datos sección modelo 3 (análisis transitorio 2)

	h (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	I (mm ⁴)
W8x48	216	206	17.4	10	766e5

Tabla 5.23: Datos generales modelo 3 (análisis transitorio 2)

L (m)	H (m)	ρ (Kg/m ³)	E (kN/mm ²)	P (kN)
8	3	7830	205	50

En cuanto a las masas asociadas a los nodos tienen un valor de 5100 Kg las situadas en las uniones y un valor de 10200 Kg las situadas en medio de la viga.

La carga transitoria que actúa en el lateral es la siguiente, y se aplica durante 3s.

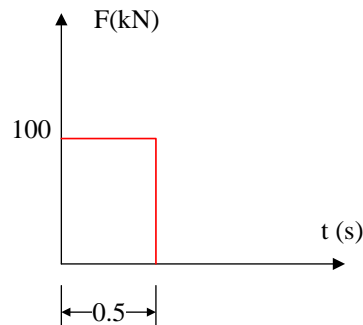


Figura 5.37: Carga impulsiva (análisis transitorio 2)

Este análisis está basado en el modelo Chan & Chui (2000) y las rigideces que consideraron en este modelo son.

Tabla 5.24: Rigideces consideradas análisis transitorio 2 (Chan & Chui, 2000)

	Unión rígida	Unión semirrígida
K_c	∞	∞
$K_{b1} = K_{b2}$	∞	$11.44EI_b/L$

5.4.5.2. Resultados de los análisis

b) Modelo análisis no lineal

Un vez obtenidos los resultados de nuestro análisis no lineal y comparándolos con los obtenidos por Ye & Xu (2017) observamos un comportamiento similar para ambos casos.

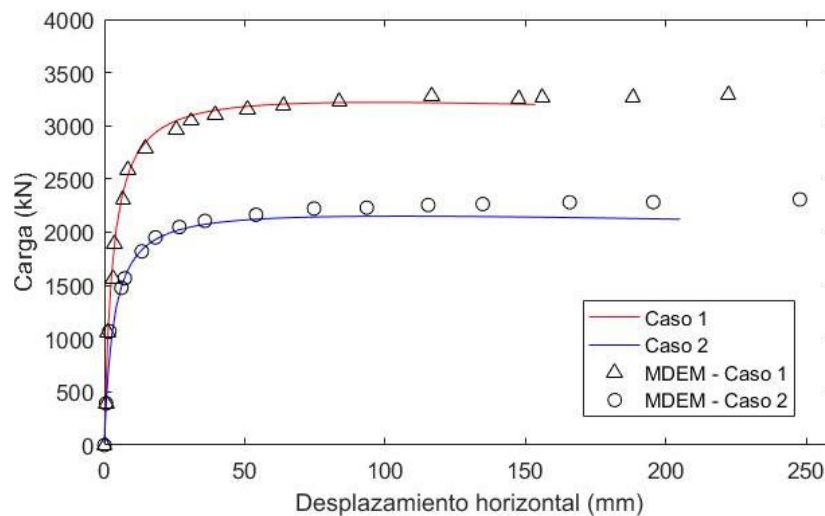


Figura 5.38: Curvas Carga-Deformación modelo 5 (ANSYS vs Ye & Xu, 2017)

Para el caso rígido la tendencia de nuestra curva es muy similar a la del estudio, aunque no se consigue el mismo desplazamiento. La pendiente de la curva es prácticamente horizontal a partir de 50 mm para ambos casos, lo que significa que la deformación de la estructura continúa en el tiempo aun manteniéndose la carga constante. Esta diferencia de las deformaciones obtenidas puede ser debido a la configuración del análisis no lineal. Para este caso se han considerado un número mínimo de 150 substeps y un máximo de 1000. Para el caso semirrígido vemos que nuestra gráfica comienza a divergir un poco conforme se estabiliza la carga, obteniendo en nuestro caso una curva prácticamente horizontal a partir de un desplazamiento de 60 mm mientras que en el estudio mantiene una pequeña pendiente. La diferencia máxima

de carga registrada para el caso 2 con respecto al estudio es de unos 160 kN , lo que equivale a 7% máximo de desviación de la curva para el caso semirrígido.

A continuación se muestran las curva carga-desplazamiento del nodo 6 (superior izquierdo) de los 4 primeros casos, es decir aquellos con apoyos articulados.

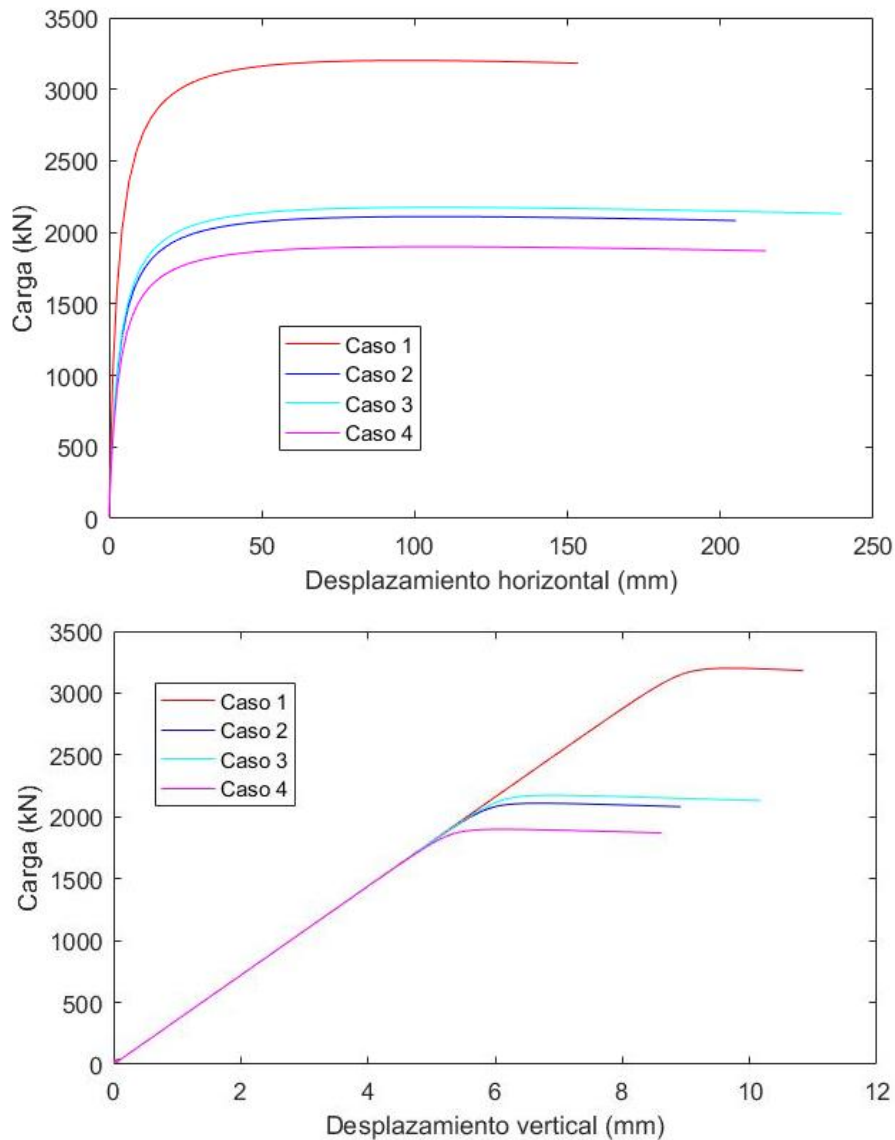


Figura 5.39: Curvas Carga-Deformación modelo 4 (análisis no lineal)

Observando los resultados la principal conclusión que podemos obtener es, que la estructura es más sensible a la rigidez de las plantas más bajas, por lo que se supone que será más recomendable rigidizar la estructura de más a menos desde la base que implementar una rigidez global para todos los nudos.

Para remarcar la importancia de la rigidez de los apoyos se ha realizado el caso 5, el cual añade una rigidez de $8EI/L$ a los apoyos y considera una rigidez muy pequeña

en los nudos. El objetivo es compararlo principalmente con el caso 1 (articulado en los apoyos y rígido en las uniones) para visualizar la influencia capital de la rigidez de los apoyos en la posible deformación de la estructura.

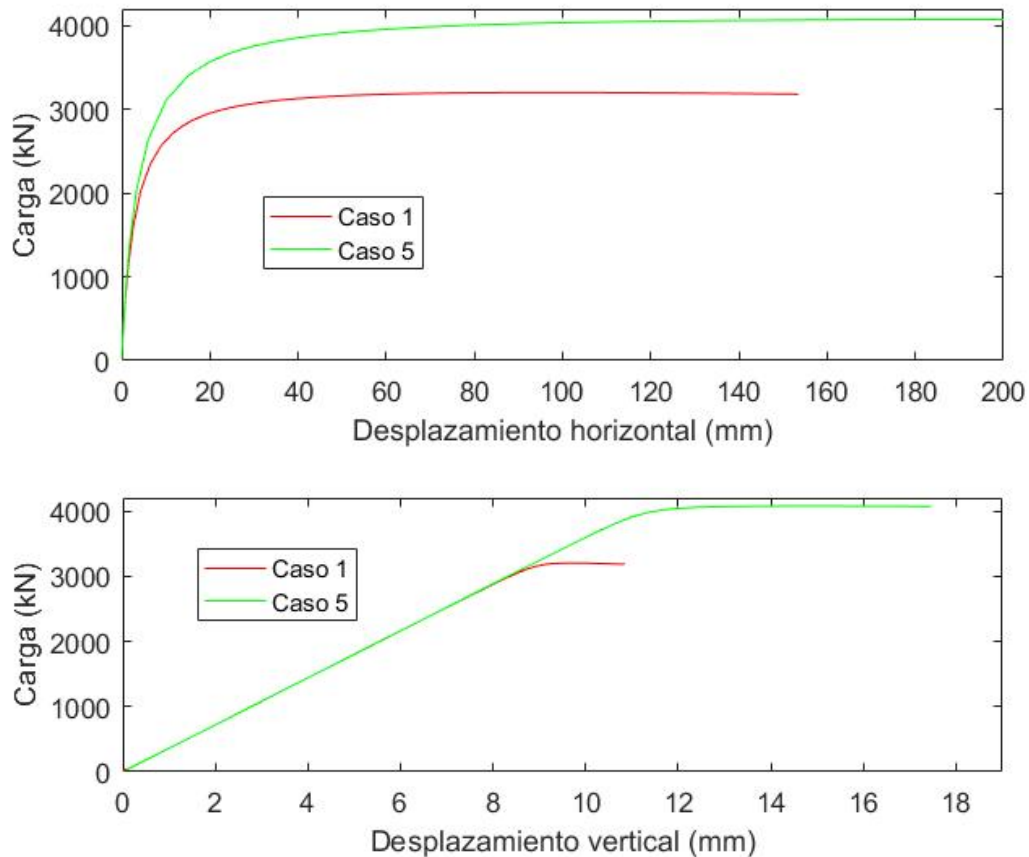


Figura 5.40: Curvas Carga-Deformación Casos 1 y 5 (análisis no lineal)

Como se puede observar la capacidad de carga de caso 5 es mucho mayor de la del caso 1 soportando una carga de casi 900 kN más, un 21 % solo por el hecho de aumentar la rigidez en los apoyos. Lo que nos demuestra que la rigidez adquiere un papel más relevante conforme nos acercamos a la base de la estructura.

b) Modelo análisis transitorio

Una vez realizado el análisis estático no lineal, pasamos al análisis transitorio.

- **Análisis transitorio 1**

Primero mostraremos los resultados obtenidos de la primera configuración comparándolos con los de Chan & Chui (2000) para una duración del análisis de 10 s. El desplazamiento horizontal se ha medido en el nodo 8. Esta configuración tiene la misma geometría y secciones que el análisis estático.

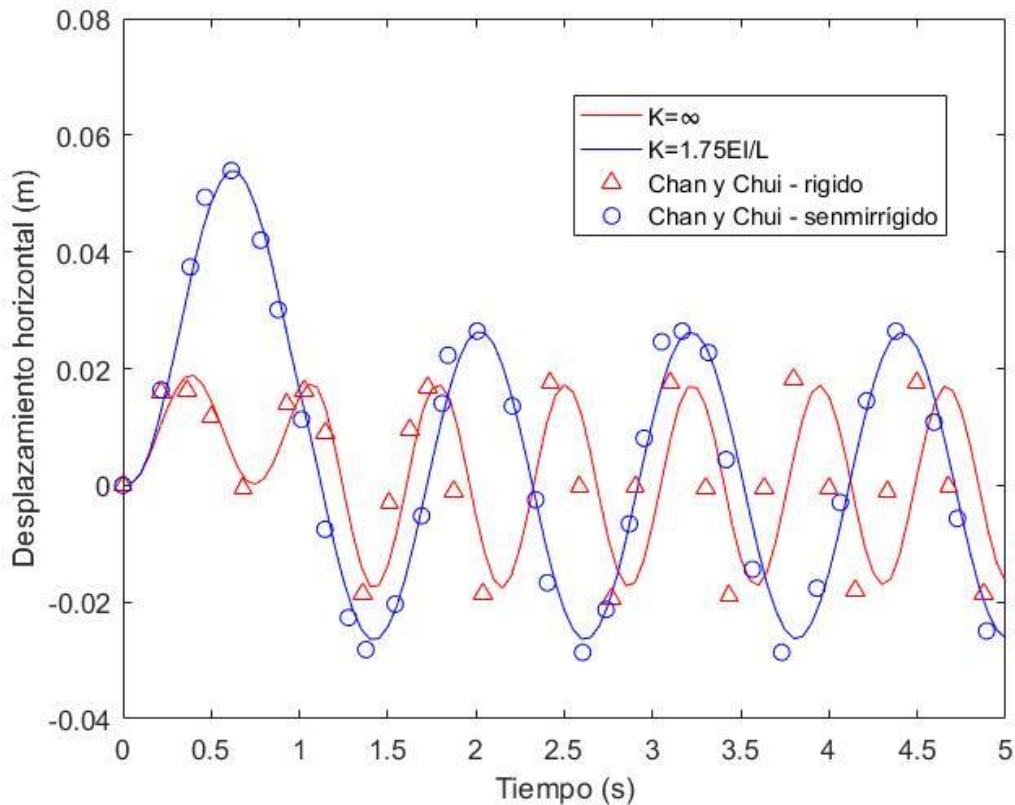


Figura 5.41: Curvas $u-t$ análisis transitorio 1 (ANSYS vs Chan & Chui, 2000)

Se puede observar una misma tendencia en ambos casos, siendo el caso semirrígido más fiel al estudio en el que nos apoyamos. Para el caso semirrígido nuestros resultados tienen una menor frecuencia, esto puede ser debido a un error a la hora de aproximación del tiempo (en nuestro caso hemos realizados incrementos de tiempo de 0.05 s), errores de diseño o simplemente errores a la hora de digitalizar los resultados de Chan & Chui (2000). De todos modos el comportamiento en ambos estudios parece ser lo suficientemente parecido como para validar nuestro modelo.

En cuanto a nuestros resultados tenemos un aumento de la amplitud registrada en el caso de uniones semirrígidas con respecto a la rígidas. Siendo el aumento de un 60 % para la etapa en la que se aplica la carga y para el resto del periodo (ya sin carga horizontal) de un 35 %. En el caso rígido observamos que los picos máximos registrados apenas varían en los primeros 5 segundos, sin embargo la amplitud se multiplica por dos pasado algo más de 1 segundo. Para el caso semirrígido ocurre al contrario, la amplitud se reduce a casi la mitad transcurrida la acción de la carga.

A continuación se adjuntan los resultados de este tipo de análisis para los 5 casos estudiados en el análisis estático.

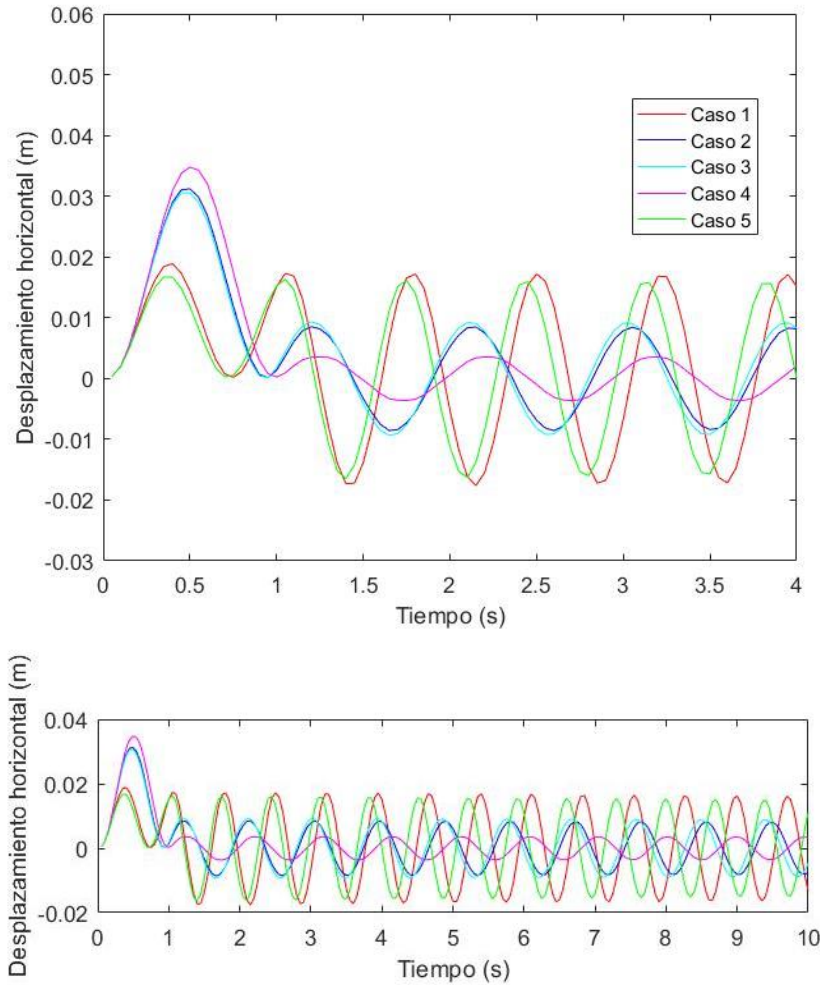


Figura 5.42: Figura 5.41: Curvas u-t análisis transitorio 1

Como era de esperar el caso que produce menor amplitud inicial es el caso 5 (apoyo con rigidez elevada) sin embargo produce una respuesta semejante en amplitud al caso 1 aunque con una frecuencia mayor conforme avanza el tiempo. Ambos casos son los que presentan mayor deformación una vez se produce el cese de la carga.

En cuanto a los casos 2 y 3 en el análisis no lineal el caso 3 ofrecía una capacidad de carga ligeramente mayor, sin embargo para un análisis transitorio ofrece una amplitud mayor que el caso 2 (menos de un 10%), es decir, es más sensible a cargas impulsivas (se deforma más para la misma carga).

El caso 4 pese a ofrecer la mayor amplitud inicial presenta un amortiguamiento a posteriori muy elevado, lo que permite que baje la respuesta de la amplitud a niveles muy bajos. Podemos intuir que para los casos en que las rigideces en los apoyos y uniones próximas a estos son bajas, las rigideces en uniones en plantas superiores adquieren un carácter crítico.

- **Análisis transitorio 2**

En cuanto a la 2 configuración del modelo (tabla 5.22 y 5.23) obtenemos los siguientes resultados.

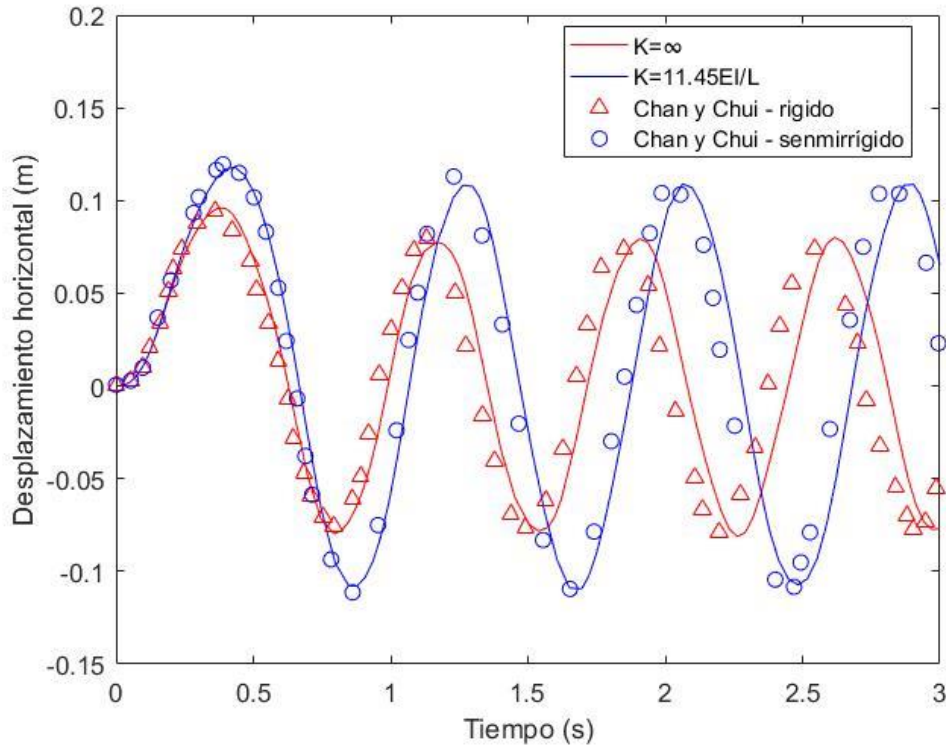


Figura 5.43: Figura 5.41: Curvas $u-t$ análisis transitorio 2 (ANSYS vs Chan & Chui, 2000)

Estos resultados nos muestran una configuración poco amortiguada para ambos casos, debida a la rigidez de los apoyos.

Chan & Chui (2000) ofrecen unos resultados con una mayor frecuencia, aunque esta es mínima, mientras que ambos estudios ofrecen la misma amplitud para cada caso. La respuesta de la estructura semirrígida ofrece una amplitud de un 20 % mayor que la configuración totalmente rígida.

5.4.6. Modelo 6

5.4.6.1. Descripción del modelo

El último modelo que se va a realizar en este proyecto consiste en un edificio en 2D formado por 4 pilares verticales y 5 plantas. Sobre las vigas que conforman las plantas actúa una carga vertical distribuida q , y sobre las uniones de las vigas con los pilares en uno de los lados actúa una carga horizontal F que se aplica para simular cargas de viento o imperfecciones geométricas.

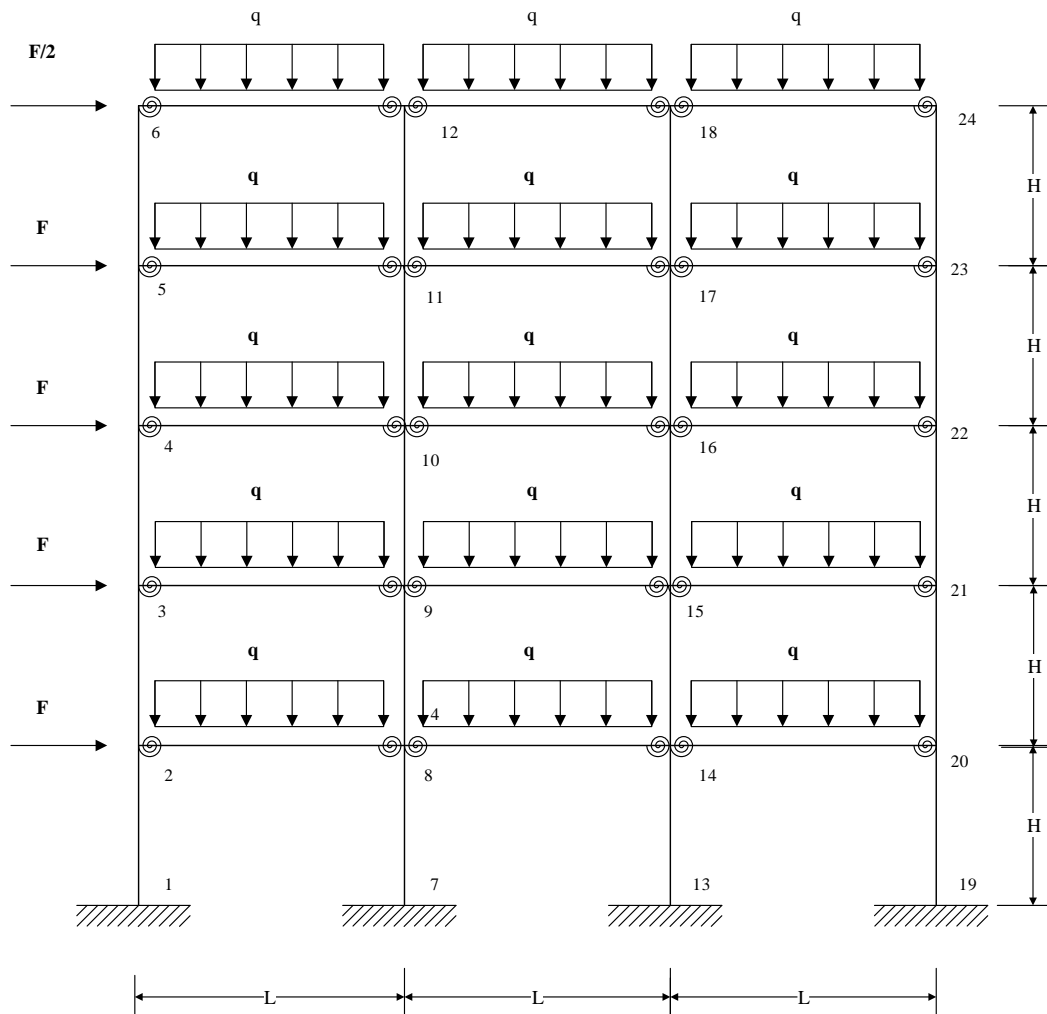


Figura 5.44: Geometría y cargas modelo 6 (análisis estático)

El objetivo de este modelo consiste en comparar la aplicación de diferentes perfiles de vigas y rigideces para obtener unos resultados óptimos sin sobredimensionar ni sobrerigidizar la estructura.

Tabla 5.25: Datos generales modelo 6 (análisis estático)

L (m)	H (m)	ρ (Kg/m ³)	E (kN/mm ²)	q (kN/m)	F (kN)
5	4	7830	205	350	10

Para esta estructura hemos utilizado 20 columnas y 15 vigas, todas ellas con una división de 100 elementos, por lo que tenemos un total de 3500 elementos BEAM188.

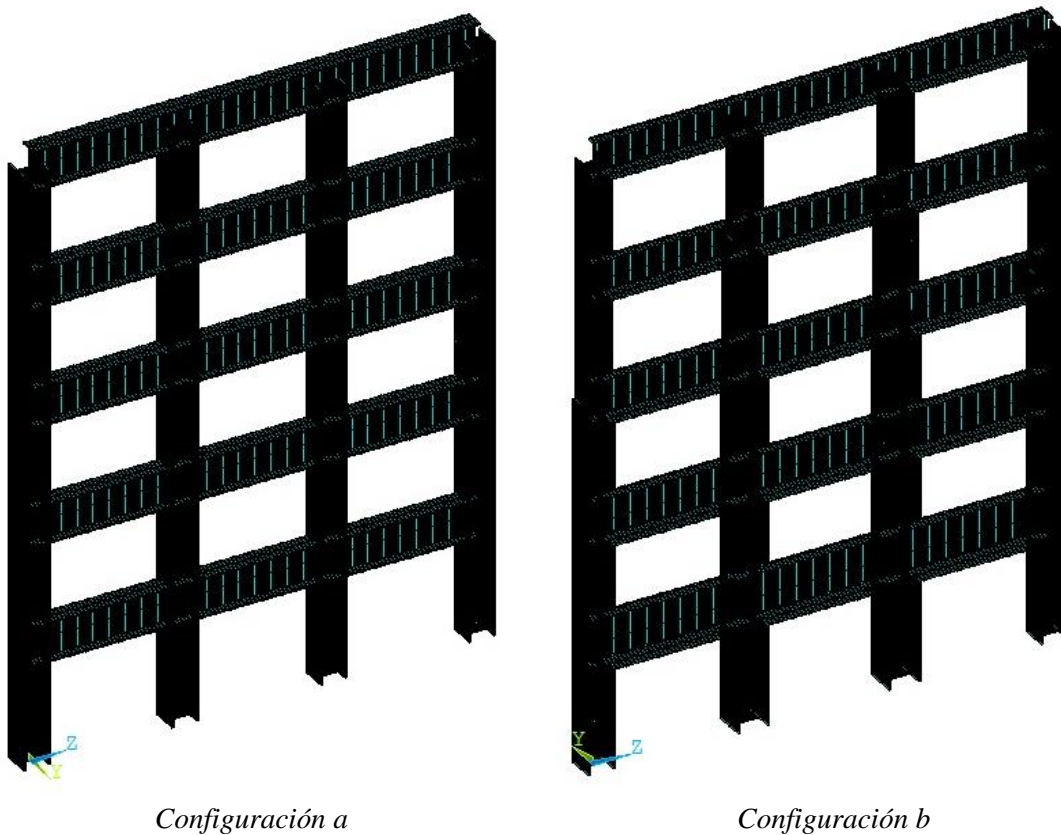


Figura 5.45: : Visualización secciones originales (a) vs optimizadas (b) . Factor de ampliación

Para la realización de este modelo hemos considerado dos configuraciones diferentes de secciones y rigideces.

En la configuración 6.a. todas las columnas son HEB220 y todas las viga IPE330. En cuanto a las rigideces hemos considerado un caso en el que todas las uniones son rígidas y otro en el que son todas semirrígidas con el mismo valor de rigidez excepto los apoyos que son rígidos.

Tabla 5.26: Secciones configuración original (a)

	h (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	I (mm ⁴)
HEB220	220	220	16	9.5	809e5
IPE330	330	160	11.5	7.5	1177e5

Tabla 5.27: Rigideces consideradas configuración original (a)

	Caso a.1	Caso a.2
K_{apoyos}	∞	∞
$K_{planta1-5}$	∞	$6EI_b/L$

En cuanto a la configuración b con el objetivo de optimizar la estructura y obtener una respuesta similar ante las cargas que en el caso completamente rígido anterior se ha optado por la siguiente distribución de las secciones y rigideces. La elección de secciones está inspirada en una disposición de una estructura parecida utilizada por Chan & Chui (2000).

Tabla 5.28: Secciones configuración optimizada (b)

	h (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	I (mm ⁴)	Asignación
HEB200	200	200	15	9	570e5	C-6,7,8,11,12,13
HEB220	220	220	16	9.5	809e5	C-1,2,3,16,17,18
HEB240	240	240	17	10	1126e5	C-9,14
HEB260	260	260	17.5	10	1449e5	C-4,5,10,15,19,20
IPE300	300	150	10.7	7.1	836e5	Planta 4 y 5
IPE330	330	160	11.5	7.5	1177e5	Planta 3
IPE360	360	170	12.7	8	1627e5	Panta 2
IPE400	400	180	13.5	8.6	2313e5	Planta 1

5	10	15	20
4	9	14	19
3	8	13	18
2	7	12	17
1	6	11	16

Figura 5.46: Numeración columnas modelo 6

Tabla 5.29: Rigideces consideradas configuración optimizada (b)

	Caso b.1	Caso b.2
K_{apoyos}	∞	∞
$K_{planta1}$	∞	$5EI_b/L$
$K_{planta2}$	∞	$5EI_b/L$
$K_{planta3}$	∞	$3EI_b/L$
$K_{planta4}$	∞	$3EI_b/L$
$K_{planta5}$	∞	EI_b/L

Una vez obtengamos los resultados del análisis no lineal observaremos si la configuración b.2 con su distribución de secciones y rigideces nos ofrece un comportamiento similar a una estructura totalmente rígida como en el caso a.1.

Para los análisis transitorios tendremos en cuenta los mismos casos, solo que la carga q será de 20 kN/m, tendremos unas masas anidadas a cada unión de 7500 Kg y la carga horizontal F que actuaba en el análisis no lineal estático pasa a ser una carga $F(t)$ impulsiva con el siguiente valor.

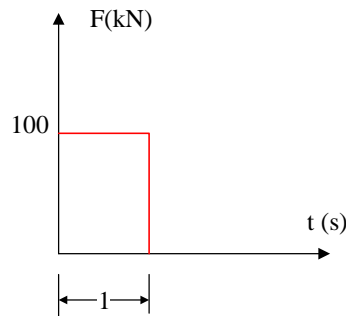


Figura 5.47: Carga impulsiva modelo 6

El análisis transitorio tendrá lugar durante 10 segundos.

5.4.6.2. Resultados de los análisis

Observando los resultados de la configuraciones a y b para ambos casos las situaciones rígidas son más resistentes a las cargas, pero el objetivo es comparar si la opción semirrígida del modelo optimizado es capaz de presentar un comportamiento parecido a la opción rígida sin optimizar.

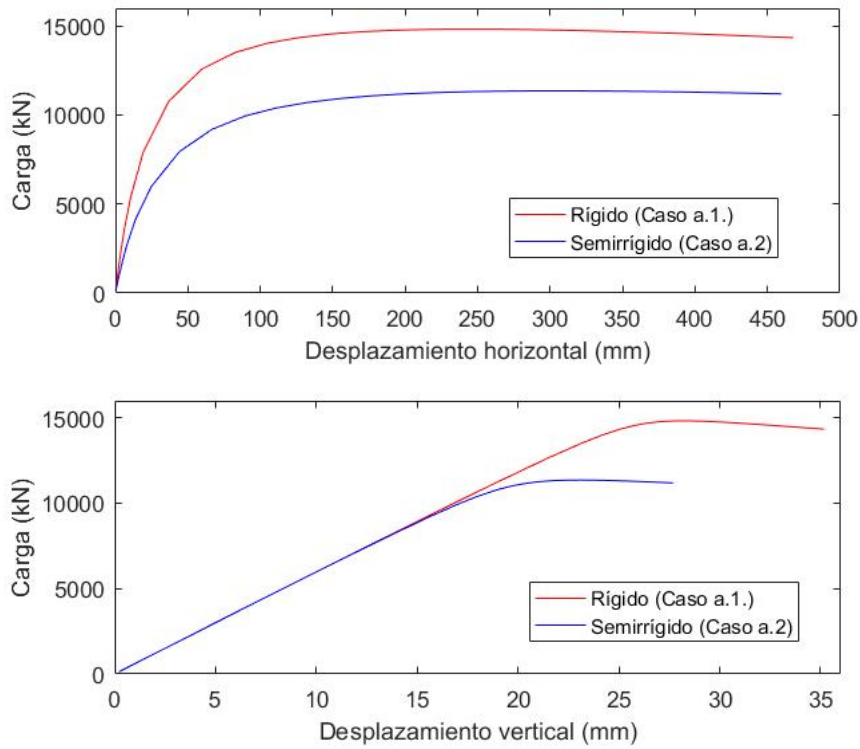


Figura 5.48: Curvas Carga-Deformación modelo 6 configuración original (a)

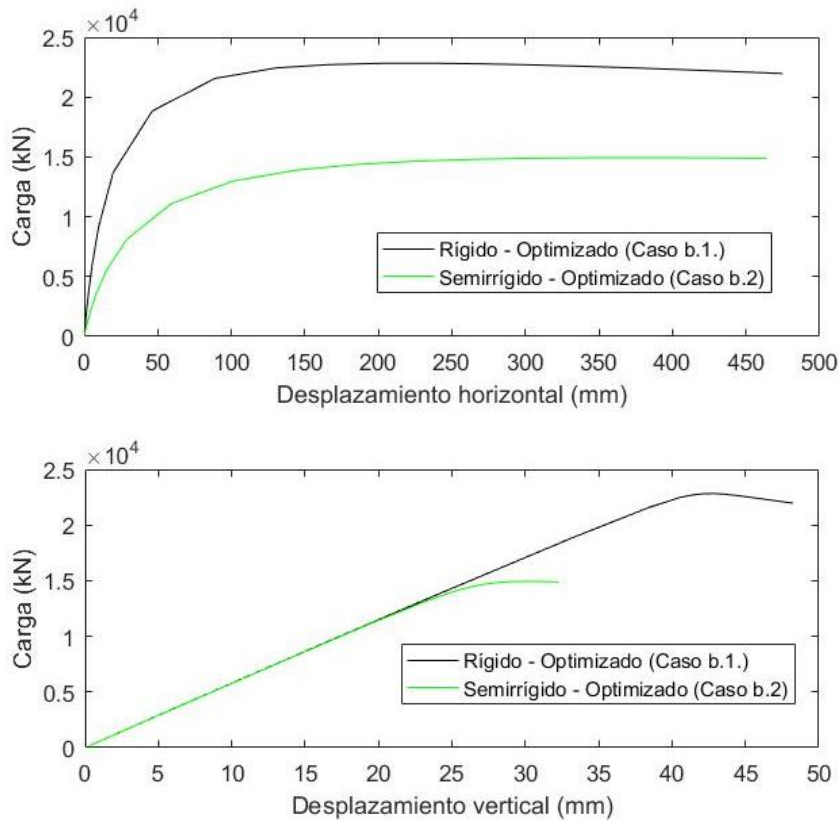


Figura 5.49: Curvas Carga-Deformación modelo 6 configuración optimizada (b)

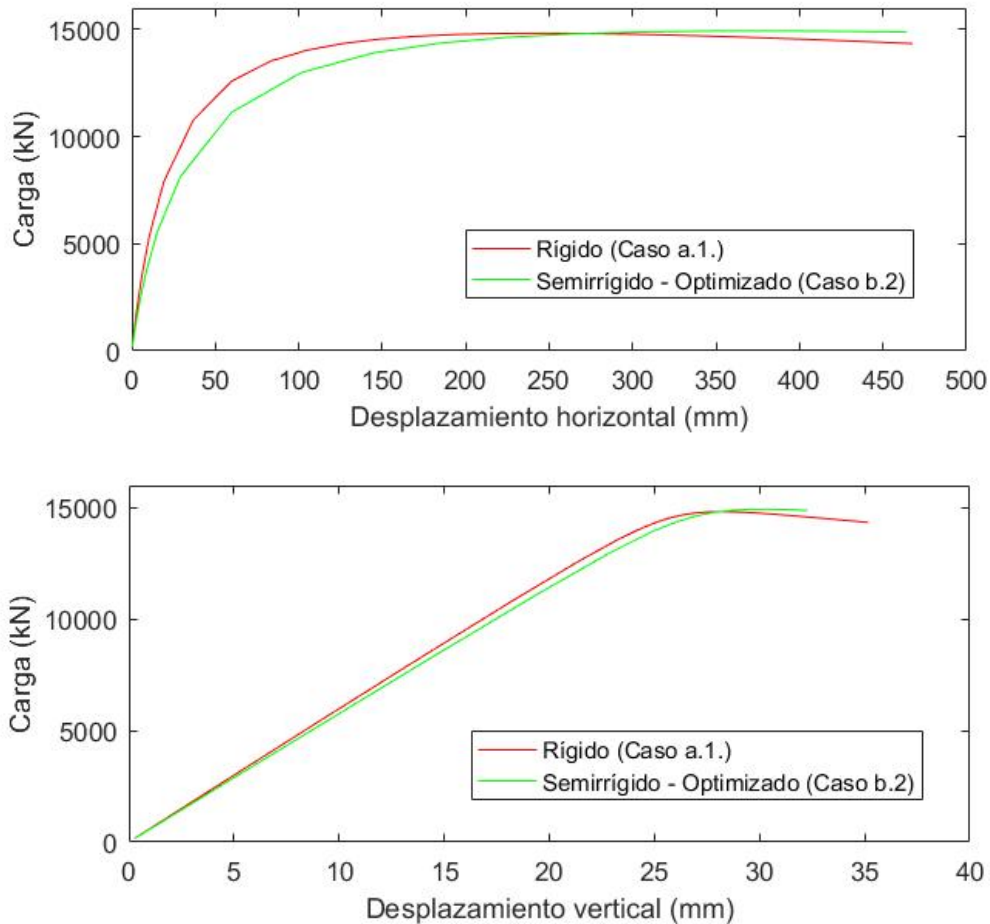


Figura 5.50: Curvas Carga-Deformación (C. original rígida (a.1) vs C. optimizada semirrígida (b.2))

Comparando los resultados obtenidos de la última figura se puede observar que nuestra configuración optimizada presenta un comportamiento similar a la unión rígida sin optimizar, siendo más sensible a las cargas horizontales que a las verticales, como era de esperar, pero aun así los resultados son satisfactorios.

Nos falta por comprobar si al someterse a una carga transitoria responde tan bien como a una carga estática. A continuación se adjuntan los resultados para la carga transitoria antes comentada.

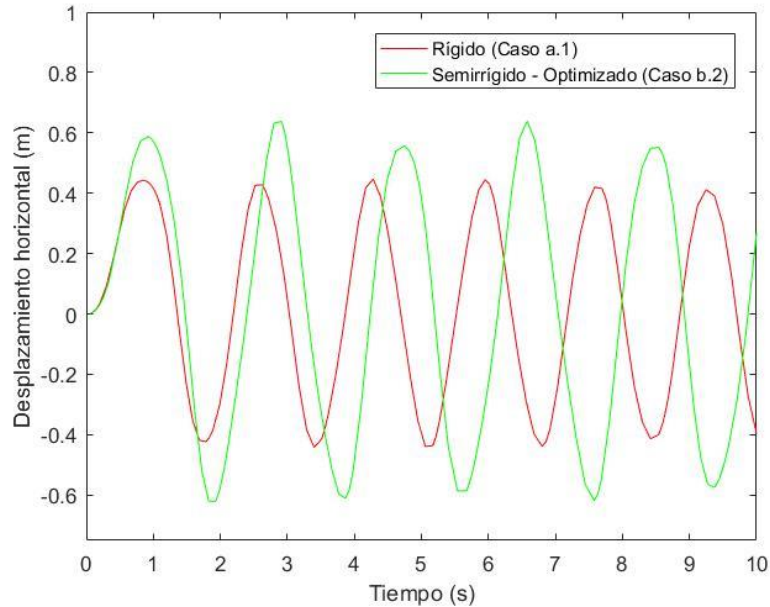


Figura 5.51: Curvas $u-t$ (C . original rígida (a.1) vs C . optimizada semirrígida (b.2))

Para una carga transitoria nuestro modelo optimizado ofrece una respuesta con una amplitud mayor (un 30 % mayor) por lo que podemos decir que para este tipo de carga no son modelos equivalentes. Comparando los dos casos semirrígidos de las dos configuraciones de hecho obtenemos resultados muy parecidos, esto quiere decir que las ventajas que hemos conseguido para un análisis estático no lineal no son aplicables al análisis transitorio. En el modelo optimizado la falta de rigidez en el techo que apenas influye en el análisis estático penaliza mucho para el análisis dinámico.

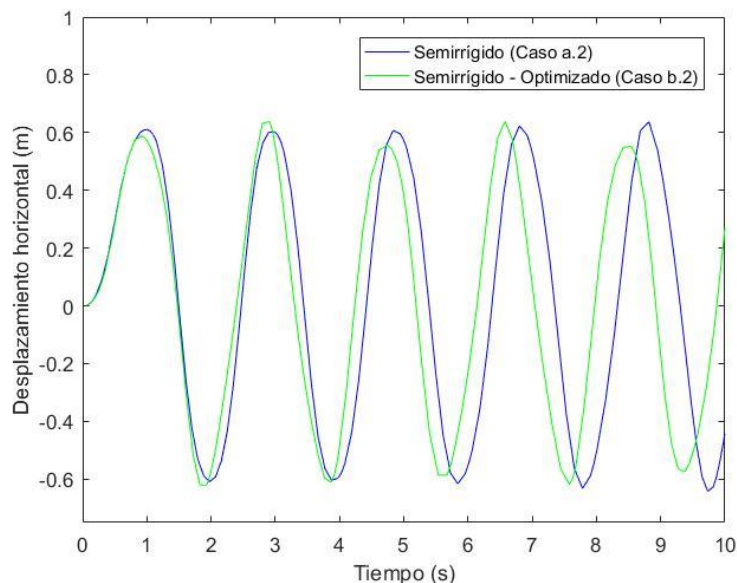


Figura 5.52: Curvas $u-t$ (Configuración original)

6. RESULTADOS. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

6.1. Trabajos Realizados

En el presente proyecto se han realizado los siguientes trabajos:

- Se ha realizado diversos modelos de elementos finitos para diferentes tipos de estructuras en las cuales coexisten diferentes tipos de uniones y de rigideces.
- Se han estudiado los desplazamientos y deformaciones producido por diferentes tipos de cargas en dichos modelos con el objetivo de determinar su comportamiento
- Se han realizado análisis estáticos no lineales y análisis dinámicos transitorios sobre diversas configuraciones.
- Se han comparado los resultados obtenidos mediante el método de elementos finitos con los obtenidos anteriormente en diferentes estudios.

6.2. Conclusiones

Los modelos de elementos finitos simular de manera eficiente el comportamiento de las uniones semirrígidas. Estos modelos han de estar bien construidos y estructurados para obtener una respuesta adecuada.

. Una vez establecidos los modelos y habiendo sido pertinentemente validados con diferentes estudios previos, es posible estudiar el comportamiento de cualquier tipo de estructura con diferentes configuraciones de uniones cambiando los parámetros. Esto es de gran utilidad, con vistas al estudio de diferentes geometrías y cargas de diversos problemas.

En cuanto a los resultados de los diferentes análisis efectuados podemos determinar lo siguiente:

- Las uniones semirrígidas son efectivas a la hora de reducir los momentos en el lugar de su aplicación con respecto a las uniones rígidas, aunque esto implica una mayor rotación de la unión.
- La influencia de la rigidez a la hora de prevenir deformaciones estáticas es mucho mayor en los apoyos que en los diferentes nudos de la estructura.
- A la hora de cargas dinámicas, la rigidez de plantas superiores en casos en los que los apoyos y uniones próximas a estos adquieren una rigidez no muy altas adquieren una importancia crítica.
- Tanto para reducir deformaciones como para resistir cargas, la influencia de la rigidez es mayor conforme nos acercamos a la base de la estructura, es decir, en las plantas más bajas es más importante aumentar la rigidez que en las altas para soportar mejor las cargas.
- Debido al coste y complejidad de las uniones viga-pilar rígidas, es conveniente la optimización de los perfiles utilizados con el objetivo de introducir uniones semirrígidas y abaratar y facilitar la ejecución del modelo.

6.3. Trabajos futuros

Se propone como trabajos futuros los siguientes puntos:

- 1) Investigar la utilización de uniones semirrígidas no lineales, es decir, aquellas en las cuales el valor de la rigidez varíe en función del momento alcanzado en la unión.
- 2) Realizar estudios para otros tipos de cargas y solicitaciones.
- 3) Consideración de otro tipo de no linealidades.
- 4) Consideración del comportamiento del material a partir de su curva real de tensión-deformación.
- 5) Realizar modelos paramétricos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS: ANSYS release 15.0 Documentation for ANSYS. Basic Analysis guide, 2005a.

ANSYS: ANSYS release 15.0 Documentation for ANSYS. Element Reference. Part I: Element Library, 2005b.

ANSYS: ANSYS release 15.0 Documentation for ANSYS. Structural Analysis Guide. Nonlinear Structural Analysis, 2005c.

Bazzano, J.B. y Pérez Zerpa, J. Introducción al Análisis No Lineal de Estructuras. Universidad de la República, Uruguay, 2017.

Chan, S.L.: Vibration and modal analysis of steel frames with semi-rigid connections. Department of Civil and Structural Engineering, Hong Kong. 1992

Chan, S.L.; Chui, P.T. Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections. 2000

Chen, W F; Goto, Y y Richard Liew, J Y: Stability Design of Semi-Rigid Frames. John Wiley & Sons (Inc), 1996.

Chui, P.P.T.; Chan, S.L. Transient response of moment-resistant steel frames with flexible and hysteretic joints. J. Constr. Steel Res. 1996, 39, 221–243.

EN-1993-1-1:2005: Eurocode 3: Design of steel structures- Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, 2005. EN 1993-1-1:2005.

EN-1993-1-8: Eurocode 3: Design of steel structures- Part 1-8: Design of joints. CEN, 2005. EN 1993-1-8:2005.

García de Jalón, J. e Ignacio Rodríguez, J. Aprende Matlab como si estuviera en primero. Universidad politécnica de Madrid. 2005

Guardiola Villora, Arianna: Comportamiento de los nudos semi-rígidos en estructuras metálicas de edificación. Tesina o Proyecto, Universidad Politécnica de Valencia, 2006.

Ihaddoudène, A.N.T., Saidani, M., Chemrouk, M., Mechanical model for the analysis of steel frames with semi rigid joints, 2009.

Lui, E.M. and Chen, W.F. 1986. Analysis and behavior of flexible-jointed frames. *Engineering Structures* 107-118.

Martínez Castejón, P., Apuntes de la asignatura El Método de los Elementos Finitos de la Ingeniería, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial, Cartagena.

Rodríguez- Tembleque Solano, L., Apuntes de la asignatura El método de los elementos Finitos y Estructuras Metálicas. Escuela técnica superior de ingeniería. Universidad de Sevilla.

Ros Martín, Martín. Evaluación de la capacidad de rotación de uniones de acero semirrígidas utilizando modelos micromecánicos de fractura y análisis por elementos finitos. Universidad politécnica de Cartagena. Trabajo fin de grado, 2017.

Sánchez, G: Diseño óptimo de estructuras semirrígidas y comportamiento no lineal. Tesis doctoral, Universidad de Murcia, 1999.

Silva, A. y otros On the Nonlinear Transient Analysis of Planar Steel Frames with Semi-Rigid Connections: From Fundamentals to Algorithms and Numerical Studies. 2018.

Vasios, N. Nonlinear Analysis of Structures. Universidad de Harvard, Estados Unidos, 2015.

Ye, J. y Xu, L. Member Discrete Element Method for Static and Dynamic Responses Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Joints. China. 2017

Zhou, Z.H.; Chan, S.L. Self-equilibrating element for second-order analysis of semirigid jointed frames. *J. Eng. Mech.* 1995, 121, 896–902.

Anexo A. Script ANSYS Modelo 1

```
!-----  
!----MODELO 1-----  
!-----  
FINISH  
/Clear  
/PREP7  
  
!-----  
!Unidades (kN , mm)  
!-----  
  
!-----  
!MATERIAL  
!-----  
ET,1,BEAM3  
ET,2,COMBIN14  
MP,EX,1,207  
MP,PRXY,1,0.3  
  
KEYOPT,2,3,1      ! Torsional spring  
  
!-----  
!SECCIONES  
!-----  
R,1,80.645,67.74,3.175  !R=rectangular,numero seccion ,A,l,h  
  
!-----  
!GEOMETRÍA  
!-----  
L=508  
lsmall=0.00005  
  
K,1,0,0,0,  
K,2,L/2,0,0  
K,3,L,0,0,
```

L,1,2

L,2,3

LESIZE,ALL, , ,20, ,1, , ,1,

TYPE,1

REAL,1

MAT,1

LMESH,all

!-----

!CONDICIONES CONTORNO

!-----

DK,1,UX,0

DK,1,UY,0

DK,1,ROTX,0

DK,1,ROTY,0

DK,3,UX,0

DK,3,UY,0

DK,3,ROTX,0

DK,3,ROTY,0

!-----

!RESORTES

!-----

R,2,*(80000000000*(207)*(67.746)/L)

!-----

!ELEMENTOS COMBIN 14

!-----

!Creamos nodos auxiliares:

N, ,0 ,0,small !NODO 42

N, ,L,0,small !NODO 43

D,42, , , , ,ALL, , , , ,

D,43, , , , , ALL, , , , ,

TYPE,2

REAL,2

E,1,42

E,22,43

!-----

!CARGAS

!-----

F,2,FY,-3.55

finish

!-----

!---RESOLUCIÓN-----

!-----

/solu

solve

finish

/post1

!ETABLE,MZI,SMISC,6

!ETABLE,MZJ,SMISC,12

!PLLS,MZI,MZJ,0.5,,

!-----

/solu ! start solution phase

!-----

ANTYPE,STATIC ! Análisis estático

NLGEOM,ON ! Solucion geometricamente no lineal

autots,on ! auto time stepping

nsubst,150,1000,150 ! Size of first substep=1/5 of the total load, max # substeps=10

outres,all,all ! save results of all iterations

ARCLENGHT,ON

```
solve  
/post1  
pdisp,1  
PRNSOL,U,Y
```

```
!-----
```

```
/POST26
```

```
!-----
```

```
RFORCE,2,1,F,Y
```

```
NSOL ,3,2,U,Y
```

```
XVAR,3
```

```
PLVAR,2
```

```
/AXLAB,Y,Carga
```

```
/AXLAB,X,Flecha
```

```
/REPLOT
```

Anexo B. Script ANSYS Modelo 2

```
!-----
!----MODELO 2-----
!-----
FINISH
/Clear
/PREP7
!-----
!Unidades (kN , mm)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
et,1,BEAM3
mp,ex,1,210
mp,prxy,1,0.3
ET,2,COMBIN14
KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!Seccion
!-----
R,1,10000,8.333e6,100 ! area, izz, height of beam

!-----
!GEOMETRÍA
!-----
L=3200
lsmall=0.00005

k,1,0,0,0
k,2,0,L,0

L,1,2

LESIZE,ALL, , ,30

TYPE,1
REAL,1
```

```
MAT,1
LMESH,all

!-----
!CONDICIONES CONTORNO
!-----
DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,ROTX,0
DK,1,ROTY,0

!-----
!RESORTES
!-----
R,2,*(10*(210)*(8.333e6)/L)

!-----
!ELEMENTOS COMBIN 14
!-----
!Creamos nodos auxiliares:
N, ,0 , ,0, ,small !nodo 32

D,32, , , , , ,ALL, , , , ,

! Definimos los muelles torsionales:
TYPE,2
REAL,2
E,1,32

!-----
!CARGAS
!-----
F,2,FX,0.01* 1709
F,2,FY, -1709

finish

!-----
!----RESOLUCIÓN-----
!-----
```

```
!-----  
/solu      ! start solution phase  
!-----  
ANTYPE,STATIC    ! Análisis estático  
  
NLGEOM,ON      ! Solucion geometricamente no lineal  
  
autots,on ! auto time stepping  
nsubst,80,1000,80 ! Size of first substep=1/5 of the total load, max # substeps=10  
outres,all,all ! save results of all iterations  
  
ARCLENGHT,ON  
  
solve  
/post1  
pldisp,1 ! display deformed mesh  
PRNSOL,U,Y ! lists horizontal deflections  
  
!-----  
/POST26  
!-----  
RFORCE,2,1,F,Y  
NSOL ,3,2,U,X  
NSOL ,4,2,U,Y  
  
XVAR,3  
PLVAR,2  
  
/AXLAB,Y,Carga  
/AXLAB,X,Flecha  
/REPLOT  
  
/post1  
  
!ETABLE,MZI,SMISC,6  
!ETABLE,MZJ,SMISC,12  
!PLLS,MZI,MZJ,0.5,,
```

Anexo C. Script ANSYS Modelo 3

```
!-----  
!----MODELO 3-----  
!-----  
FINISH  
/Clear  
  
/PREP7  
!-----  
!Unidades (kN , mm)  
!-----  
  
!-----  
!MATERIAL  
!-----  
ET,1,BEAM3  
ET,2,COMBIN14  
MP,EX,1,207  
MP,PRXY,1,0.3  
  
KEYOPT,2,3,1      ! Torsional spring  
  
!-----  
!SECCIONES  
!-----  
R,1, 118.0321,374.4460,6.17  
  
!-----  
!GEOMETRÍA  
!-----  
L=657.15  
H=9.8  
lsmall=0.0005  
  
k,1,0,0,0  
k,2,L/2,H,0  
k,3,L/2,H,-lsmall  
K,4,L,0,0  
  
L,1,2
```

L,3,4

LESIZE,ALL, , ,12, ,1, , ,1,

TYPE,1

REAL,1

MAT,1

LMESH,all

!-----

!CONDICIONES CONTORNO

!-----

DK,1,UX,0

DK,1,UY,0

DK,1,ROTX,0

DK,1,ROTY,0

DK,4,UX,0

DK,4,UY,0

DK,4,ROTX,0

DK,4,ROTY,0

CP,1,UX,2,14

CP,2,UY,2,14

!-----

!RESORTES

!-----

L2=328.7211 !Longitud de cada VIGA

R,2,*(10*(71)*(374.4460)/L2)

R,3,*(7*(71)*(374.4460)/L2)

!-----

!ELEMENTOS COMBIN 14

!-----

!Creamos nodos auxiliares:

N, ,0 ,0,lsmall ! nodo 27

N, ,L,0,lsmall ! nodo 28

D,27,,,,,ALL,,,,,

D,28,,,,,ALL,,,,,

TYPE,2

REAL,2

E,1,27

E,15,28

TYPE,2

REAL,3

E,2,14

!-----

!CARGAS

!-----

F,2,FY,-0.35

finish

!-----

/solu ! start solution phase

!-----

ANTYPE,STATIC ! Análisis estático

NLGEOM,ON ! Solucion geometricamente no lineal

autots,on ! auto time stepping

nsubst,120,1000,120 ! Size of first substep=1/5 of the total load, max # substeps=10

outr,all,all ! save results of all iterations

ARCLENGHT,ON

solve

/post1

pdisp,1 ! display deformed mesh

PRNSOL,U,Y ! lists horizontal deflections

!-----

/POST26

!-----

RFORCE,2,1,F,Y ! Almacena la reaccion vertical del nudo 1 en la variable 2
NSOL ,3,2,U,Y ! Almacena el desplazamiento vertical del nudo 2 en la variable 3

XVAR,3 ! La variable 3 es la abcisa
PLVAR,2 ! Representa la variable 2 en el eje de ordenadas

/AXLAB,Y,Carga ! Cambia la etiqueta del eje Y
/AXLAB,X,Flecha ! Cambia la etiqueta del eje X
/REPLOT

!/post1

!ETABLE,MZI,SMISC,6
!ETABLE,MZJ,SMISC,12
!PLLS,MZI,MZJ,0.5,,

Anexo D. Script ANSYS Modelo 4

```
!-----
!----MODELO 4-----
!-----
FINISH
/CLEAR
/REPLOT,RESIZE
/PREP7

/GO
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural

!-----
!Unidades (kN , mm)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
ET,1,BEAM3
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,210
MP,PRXY,1,0.3

KEYOPT,2,3,1      ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
R,11,76e2,21500e4,582.64  !VIGA
R,22,110e2,9460e4,321.25  !COLUMNNA

!-----
!GEOMETRÍA
!-----
L=16000
H=6000
Lmuelle=-1  !long elemento combin14
```

K,1,0,0,Lmuelle
K,2,0,H,Lmuelle

K,3,0,H
K,4,L/2,H
K,5,L,H

K,6,L,H,Lmuelle
K,7,L,0,Lmuelle

L,1,2
L,3,4
L,4,5
L,6,7

LSEL,,,,1,4,3
LATT,1,22,1,,,,

LSEL,,,,2,3,1
LATT,1,11,1,,,,

ALLSEL

DIV=100

LESIZE,1,,,DIV
LESIZE,2,,,DIV
LESIZE,3,,,DIV
LESIZE,4,,,DIV

lmesh,all

!-----
!CONDICIONES CONTORNO
!-----
DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,1,ROTX,0
DK,1,ROTY,0

DK,7,UX,0
 DK,7,UY,0
 DK,7,ROTX,0
 DK,7,ROTY,0

CP,1,UX,2,102
 CP,2,UY,2,102

CP,3,UX,203,303
 CP,4,UY,203,303

!-----
 !RESORTES
 !-----
 R,1,(4*(210)*(21500e4)/L),,,,0,0 !kb=4*E*I/L
 R,2,(1*(210)*(9460e4)/H),,,,0,0 !kc=E*I/H

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN 14
 !-----
 KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
 REAL,1

E,2,102 !unimos nudo 2 con 102
 E,203,303 !unimos nudo 203 con 303

ALLSELL
 !-----
 !CREAMOS NODOS APOYOS
 !-----
 N,500,0,Lmuelle
 N,501,L,Lmuelle

D,500,,,,,ALL
 D,501,,,,,ALL

TYPE,2

```

REAL,2
E,1,500
E,304,501

```

```

!-----
!CARGAS
!-----
F,2,FX,200
F,103,FY,-10*200

```

```

FINISH
!-----
!---RESOLUCIÓN-----
!-----

```

```

/SOLU
SOLVE
FINISH
/post1

```

```

!ETABLE,MZI,SMISC,6
!ETABLE,MZJ,SMISC,12
!PLLS,MZI,MZJ,0.5,,

```

```

finish

```

```

!-----
/solu      ! start solution phase
!-----

```

```

ANTYPE,STATIC    ! Análisis estático

```

```

NLGEOM,ON        ! Solucion geometricamente no lineal

```

```

NSUBST,80,1000,80 ! La carga se aplica en 30 substeps

```

```

!!NEQIT,30      !
!!AUTOTS,ON      ! Auto time stepping

```

```

OUTRES,ALL,ALL  ! Almacena todos los resultados (steps y substeps)Stores bunches of
output

```

```
!LNSRCH,ON  
ARCLENGHT,ON
```

```
SOLVE
```

```
FINISH
```

```
!-----  
/post1  
!-----  
pdisp,1      ! display deformed mesh
```

```
PRNSOL,U,X
```

```
!-----  
/POST26  
!-----  
RFORCE,2,1,F,Y      ! Almacena la reaccion vertical del nudo 1 en la variable 2  
NSOL ,3,2,U,X      ! Almacena el desplazamiento vertical del nudo 7 en la variable 3  
NSOL ,4,2,U,Y
```

```
XVAR,4      ! La variable 3 es la abcisa  
PLVAR,2     ! Representa la variable 2 en el eje de ordenadas
```

```
/AXLAB,Y,Carga ! Cambia la etiqueta del eje Y  
/AXLAB,X,Flecha ! Cambia la etiqueta del eje X  
/REPLOT
```

Anexo E. Script ANSYS Modelo 5

```
!-----
!----MODELO 5-----
!-----
FINISH
/CLEAR
/REPLOT,RESIZE
/PREP7

/GO
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural
!-----
!Unidades (kN , mm)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
ET,1,188
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,210
MP,PRXY,1,0.3

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
SECTYPE,11, BEAM, I,
SECDATA,200,200,350,15,15,8.6      !BEAM W14X48

SECTYPE,22, BEAM, I,
SECDATA,309,309,323,23,23,14      !COLUM W12X96

!-----
!GEOMETRÍA
!-----
L=6100
H=3660
Lmuelle=-0.05
```

K,1,0,Lmuelle,0,
K,2,H,Lmuelle,0,
K,3,H,0,0
K,4,H,0,L/2
K,5,H,0,L
K,6,H,Lmuelle,L
K,7,0,Lmuelle,L
K,8,2*H,Lmuelle,0
K,9,2*H,0,0
K,10,2*H,0,L/2
K,11,2*H,0,L
K,12,2*H,Lmuelle,L

L,1,2 !1 COLUMNA
L,3,4 !2
L,4,5 !3
L,6,7 !4 COLUMNA
L,2,8 !5 COLUMNA
L,9,10 !6
L,10,11 !7
L,12,6 !8 COLUMNA

LSEL,,,,1,4,3
LATT,1,,1,,,,22

LSEL,,,,2,3,1
LATT,1,,1,,,,11

LSEL,,,,5,8,3
LATT,1,,1,,,,22 !COLUMNA

LSEL,,,,6,7,1
LATT,1,,1,,,,11 !VIGA

ALLSEL

DIV=100

LESIZE,1,,,DIV
LESIZE,2,,,DIV
LESIZE,3,,,DIV
LESIZE,4,,,DIV

LESIZE,5,,,DIV

LESIZE,6,,,DIV
LESIZE,7,,,DIV
LESIZE,8,,,DIV

lmesh,all

!-----
!CONDICIONES CONTORNO
!-----

DK,1,UX,0
DK,1,UZ,0
DK,1,ROTX,0
DK,1,ROTZ,0

DK,7,UX,0
DK,7,UZ,0
DK,7,ROTX,0
DK,7,ROTZ,0

D,ALL,UY
D,ALL,ROTX
D,ALL,ROTZ

CP,1,UX,2,102
CP,2,UZ,2,102

CP,3,UX,203,303
CP,4,UZ,203,303

CP,5,UX,404,504
CP,6,UZ,404,504

CP,7,UX,605,705
CP,8,UZ,605,705

!-----
!RESORTES
!-----

R,1,*(7*(210)*(2018e5)/L),,,,0,0 !PLANTA 1
R,2,(0*(210)*(3467E5)/H),,,,0,0 !APOYOS
R,3,*(3*(210)*(2018e5)/L),,,,0,0 !PLANTA 2

!-----

!ELEMENTOS COMBIN 14

!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,1

E,2,102 !unimos nudo 2 con 102

E,203,303 !unimos nudo 203 con 303

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,3

E,404,504

E,605,705

!-----

!CREAMOS NODOS APOYOS

!-----

N,900,0,0,0

N,901,0,0,L

D,900,,,,,ALL

D,901,,,,,ALL

TYPE,2

REAL,2

E,1,900

E,304,901

!-----

!CARGAS

!-----

F,104,FX,-3200

F,302,FX,-3200

F,704,FX,-3200

F,506,FX,-3200

F,506,FZ,0.001*3200

F,104,FZ,0.001*3200

FINISH

```

!-----
!---RESOLUCIÓN-----
!-----
/SOLU
SOLVE
FINISH

!-----
/solu      ! start solution phase
!-----
ANTYPE,STATIC    ! Análisis estático

NLGEOM,ON      ! Solucion geometricamente no lineal

NSUBST,150,1000,150  ! La carga se aplica en 30 substeps

!!NEQIT,30      !
!AUTOTS,ON      ! Auto time stepping

OUTRES,ALL,ALL    ! Almacena todos los resultados (steps y substeps)Stores bunches of output

!LNSRCH,ON
ARCLENGHT,ON

SOLVE

FINISH

!-----
/post1
!-----
pdisp,1      ! display deformed mesh

PRNSOL,U,Z

!-----
/POST26
!-----
RFORCE,2,1,F,X    ! Almacena la reaccion vertical del nudo 1 en la variable 2
NSOL ,3,404,U,Z    ! Almacena el desplazamiento vertical del nudo 7 en la variable 3
NSOL ,4,404,U,X

```

XVAR,3 ! La variable 3 es la abcisa
PLVAR,2 ! Representa la variable 2 en el eje de ordenadas

/AXLAB,Y,Carga ! Cambia la etiqueta del eje Y
/AXLAB,X,Flecha ! Cambia la etiqueta del eje X
/REPLOT

!/post1

!ETABLE,MZI,SMISC,6
!ETABLE,MZJ,SMISC,12
!PLLS,MZI,MZJ,0.5,,

!finish

Anexo F. Script ANSYS Modelo 5 (transitorio 1)

```
!-----
!----MODELO 5 (TRANSITORIO 1)
!-----
inish
/clear

/TITLE, Dynamic Analysis
/FILNAME,Dynamic,0 ! This sets the jobname to 'Dynamic'
/PREP7 ! Enter preprocessor

!-----
!Unidades S.I. (N , m)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,205e9
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,1,7830

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
SECTYPE,11, BEAM, I,
SECDATA,200e-3,200e-3,350e-3,15e-3,15e-3,8.6e-3      !BEAM W14X48

SECTYPE,22, BEAM, I,
SECDATA,309e-3,309e-3,323e-3,23e-3,23e-3,14e-3      !COLUM W12X96

!-----
!GEOMETRÍA
!-----
L=6.1
H=3.66
Lmuelle=-0.00005

K,1,0,Lmuelle,0,
K,2,H,Lmuelle,0,
```

K,3,H,0,0
K,4,H,0,L/2
K,5,H,0,L
K,6,H,Lmuelle,L
K,7,0,Lmuelle,L
K,8,2*H,Lmuelle,0
K,9,2*H,0,0
K,10,2*H,0,L/2
K,11,2*H,0,L
K,12,2*H,Lmuelle,L

L,1,2 !1 COLUMNA
L,3,4 !2
L,4,5 !3
L,6,7 !4 COLUMNA
L,2,8 !5 COLUMNA
L,9,10 !6
L,10,11 !7
L,12,6 !8 COLUMNA

LSEL,,,,1,4,3
LATT,1,,1,,,,22

LSEL,,,,2,3,1
LATT,1,,1,,,,11

LSEL,,,,5,8,3
LATT,1,,1,,,,22 !COLUMNA

LSEL,,,,6,7,1
LATT,1,,1,,,,11 !VIGA

ALLSEL

DIV=100

LESIZE,1,,,DIV
LESIZE,2,,,DIV
LESIZE,3,,,DIV
LESIZE,4,,,DIV
LESIZE,5,,,DIV
LESIZE,6,,,DIV
LESIZE,7,,,DIV
LESIZE,8,,,DIV

lmesh,all

!-----

!CONDICIONES CONTORNO

!-----

DK,1,UX,0

DK,1,UZ,0

DK,1,ROTX,0

DK,1,ROTZ,0

DK,7,UX,0

DK,7,UZ,0

DK,7,ROTX,0

DK,7,ROTZ,0

D,ALL,UY

D,ALL,ROTX

D,ALL,ROTZ

CP,1,UX,2,102

CP,2,UZ,2,102

CP,3,UX,203,303

CP,4,UZ,203,303

CP,5,UX,404,504

CP,6,UZ,404,504

CP,7,UX,605,705

CP,8,UZ,605,705

!-----

!RESORTES

!-----

R,1,(3*(205e9)*(2.018e-4)/L),,,,0,0 !PLANTA 1

R,2,(0*(205e9)*(3.48e-4)/H),,,,0,0 !APOYOS

R,3,(7*(205e9)*(2.018e-4)/L),,,,0,0 !PLANTA 2

!-----

!ELEMENTOS COMBIN 14

!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,1

E,2,102 !unimos nudo 2 con 102
E,203,303 !unimos nudo 203 con 303

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,3

E,404,504
E,605,705

!-----
!CREAMOS NODOS APOYOS
!-----
N,900,0,0,0
N,901,0,0,L
D,900,,,,,ALL
D,901,,,,,ALL

TYPE,2
REAL,2
E,1,900
E,304,901

!-----
!CARGAS
!-----
F,104,FX,-36600
F,302,FX,-36600
F,704,FX,-36600
F,506,FX,-36600

F,103,FX,-73200
F,505,FX,-73200

!-----
!MASAS
!-----
ET,80,mass21
R,80,3730,3730,3730
TYPE,80

REAL,80
E,2
E,404
E,705
E,303

R,81,7460,7460,7460
TYPE,80
REAL,81
E,505
E,103

!-----
!---RESOLUCIÓN-----
!-----
/SOLU
SOLVE
FINISH

!-----
!---RESOLUCIÓN-----
!-----
/SOLU
ANTYPE,4

TRNOPT,FULL

DELTIM,0.05,0,0
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,on

TIME,1
F,2,FZ,15000
F,504,FZ,7500
KBC,1
LSWRITE,1,

KBC,1
TIME,10
FDELE,2,ALL
FDELE,504,ALL
LSWRITE,2,

```
LSSOLVE,1,2,1,  
FINISH
```

```
!-----  
/POST26  
!-----
```

```
/POST26  
FILE,'Dynamic','rst',''
```

```
NSOL,2,605,U,Z, UZ_2,  
STORE,MERGE  
XVAR,1  
PLVAR,2,
```

Anexo G. Script ANSYS Modelo 5 (transitorio 2)

```

!-----
!----MODELO 5 (TRANSITORIO 2)
!-----
finish
/clear

/TITLE, Dynamic Analysis
/FILNAME,Dynamic,0 ! This sets the jobname to 'Dynamic'
/PREP7 ! Enter preprocessor

!-----
!Unidades S.I. (N , m)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
ET,1,188
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,205e9
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,1,7830

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
SECTYPE,11, BEAM, I,
SECDATA,206e-3,206e-3,216e-3,17.4e-3,17.4e-3,10e-3    !BEAM W8X48

SECTYPE,22, BEAM, I,
SECDATA,206e-3,206e-3,216e-3,17.4e-3,17.4e-3,10e-3    !BEAM W8X48

!-----
!GEOMETRÍA
!-----
L=8
H=3
Lmuelle=-0.00005

K,1,0,Lmuelle,0,

```

K,2,H,Lmuelle,0,
K,3,H,0,0
K,4,H,0,L/2
K,5,H,0,L
K,6,H,Lmuelle,L
K,7,0,Lmuelle,L
K,8,2*H,Lmuelle,0
K,9,2*H,0,0
K,10,2*H,0,L/2
K,11,2*H,0,L
K,12,2*H,Lmuelle,L

L,1,2 !1 COLUMNA
L,3,4 !2
L,4,5 !3
L,6,7 !4 COLUMNA
L,2,8 !5 COLUMNA
L,9,10 !6
L,10,11 !7
L,12,6 !8 COLUMNA

LSEL,,,,1,4,3
LATT,1,,1,,,,,22

LSEL,,,,2,3,1
LATT,1,,1,,,,,11

LSEL,,,,5,8,3
LATT,1,,1,,,,,22 !COLUMNA

LSEL,,,,6,7,1
LATT,1,,1,,,,,11 !VIGA

ALLSEL

DIV=100

LESIZE,1,,,DIV
LESIZE,2,,,DIV
LESIZE,3,,,DIV
LESIZE,4,,,DIV

LESIZE,5,,,DIV
LESIZE,6,,,DIV

LESIZE,7,,,DIV
LESIZE,8,,,DIV

lmesh,all

!-----
!CONDICIONES CONTORNO
!-----

DK,1,UX,0
DK,1,UZ,0
DK,1,ROTX,0
DK,1,ROTZ,0

DK,7,UX,0
DK,7,UZ,0
DK,7,ROTX,0
DK,7,ROTZ,0

D,ALL,UY
D,ALL,ROTX
D,ALL,ROTZ

CP,1,UX,2,102
CP,2,UZ,2,102

CP,3,UX,203,303
CP,4,UZ,203,303

CP,5,UX,404,504
CP,6,UZ,404,504

CP,7,UX,605,705
CP,8,UZ,605,705

!-----
!RESORTES
!-----
R,1,*(11.4*(210e9)*(7.66e-5)/L),,,,0,0 !PLANTA 1
R,2,(800000000*(210e9)*(766E-5)/H),,,,0,0 !APOYOS
R,3,*(11.4*(210e9)*(7.66e-5)/L),,,,0,0 !PLANTA 2

!-----
!ELEMENTOS COMBIN 14
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,1

E,2,102 ! unimos nudo 2 con 102

E,203,303 ! unimos nudo 203 con 303

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,3

E,404,504

E,605,705

!-----

!CREAMOS NODOS APOYOS

!-----

N,900,0,0,0

N,901,0,0,L

D,900,,,,,ALL

D,901,,,,,ALL

TYPE,2

REAL,2

E,1,900

E,304,901

!-----

!CARGAS

!-----

F,104,FX,-50000

F,302,FX,-50000

F,704,FX,-50000

F,506,FX,-50000

F,103,FX,-100000

F,505,FX,-100000

!-----

!MASAS

!-----

ET,80,mass21

R,80,5100,5100,5100
TYPE,80
REAL,80
E,2
E,404
E,705
E,303

R,81,10200,10200,10200
TYPE,80
REAL,81
E,505
E,103

!-----
!----RESOLUCIÓN-----
!-----
/SOLU
SOLVE
FINISH

!-----
!----RESOLUCIÓN-----
!-----
/SOLU
ANTYPE,4

TRNOPT,FULL

DELTIM,0.025,0,0
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
AUTOTS,on

TIME,0.5
F,2,FZ,100000
F,504,FZ,50000
KBC,1
LSWRITE,1,

KBC,1
TIME,3
FDELE,2,ALL
FDELE,504,ALL

LSWRITE,2,

LSSOLVE,1,2,1,

FINISH

!-----

/POST26

!-----

/POST26

FILE,'Dynamic','rst','!'

NSOL,2,605,U,Z, UZ_2,

STORE,MERGE

XVAR,1

PLVAR,2,

Anexo H. Script ANSYS Modelo 6

```
!-----  
!----MODELO 6-----  
!-----  
FINISH  
/CLEAR  
/REPLOT,RESIZE  
/PREP7  
  
/GO  
/COM,  
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:  
/COM, Structural  
  
!-----  
!Unidades (kN , mm)  
!-----  
  
!-----  
!MATERIAL  
!-----  
ET,1,BEAM188  
ET,2,COMBIN14  
MP,EX,1,205  
MP,PRXY,1,0.3  
KEYOPT,1,3,3  
KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring  
  
!-----  
!SECCIONES  
!-----  
SECTYPE, 11, BEAM, I, VIGA, 0      !IPE 330  
SECDATA,160,160,330,11.5,11.5,7.5  
  
SECTYPE, 22, BEAM, I, COLUMNA, 0   !HEB 220  
SECDATA,220,220,220,16,16,9.5  
  
L=5000  
H=4000  
  
!-----  
!RESORTES
```

!-----
R,3,(6*(205)*(1177E5)/L),,,,0,0 !planta 5
R,4,(6*(205)*(1177E5)/L),,,,0,0 !planta 4
R,5,(6*(205)*(1177E5)/L),,,,0,0 !planta 3
R,6,(6*(205)*(1177E5)/L),,,,0,0 !planta 2
R,7,(6*(205)*(1177E5)/L),,,,0,0 !planta 1

!-----
!GEOMETRÍA
!-----
Lmuelle=-1 !long elemento combin14

!Columna 1

K,1,0,
K,2,H,
K,3,2*H,
K,4,3*H,
K,5,4*H,
K,6,5*H,

!Columna 2

K,7,0,0,L
K,8,H,0,L
K,9,2*H,0,L
K,10,3*H,0,L
K,11,4*H,0,L
K,12,5*H,0,L

!Columna 3

K,13,0,0,2*L
K,14,H,0,2*L
K,15,2*H,0,2*L
K,16,3*H,0,2*L
K,17,4*H,0,2*L
K,18,5*H,0,2*L

!Columna 4

K,19,0,0,3*L
K,20,H,0,3*L
K,21,2*H,0,3*L

K,22,3*H,0,3*L

K,23,4*H,0,3*L

K,24,5*H,0,3*L

!-----

!EDIFICIO 1

!-----

K,25,H,Lmuelle,0 !Viga 1

K,26,H,Lmuelle,L

K,27,2*H,Lmuelle,0 !Viga 2

K,28,2*H,Lmuelle,L

K,29,3*H,Lmuelle,0 !Viga 3

K,30,3*H,Lmuelle,L

K,31,4*H,Lmuelle,0 !Viga 4

K,32,4*H,Lmuelle,L

K,33,5*H,Lmuelle,0 !Viga 5

K,34,5*H,Lmuelle,L

!-----

!EDIFICIO 2

!-----

K,35,H,-Lmuelle,L !Viga 1

K,36,H,-Lmuelle,2*L

K,37,2*H,-Lmuelle,L !Viga 2

K,38,2*H,-Lmuelle,2*L

K,39,3*H,-Lmuelle,L !Viga 3

K,40,3*H,-Lmuelle,2*L

K,41,4*H,-Lmuelle,L !Viga 4

K,42,4*H,-Lmuelle,2*L

K,43,5*H,-Lmuelle,L !Viga 5

K,44,5*H,-Lmuelle,2*L

!-----

!EDIFICIO 3

!-----

K,45,H,Lmuelle,2*L !Viga 1

K,46,H,Lmuelle,3*L

K,47,2*H,Lmuelle,2*L !Viga 2

K,48,2*H,Lmuelle,3*L

K,49,3*H,Lmuelle,2*L !Viga 3

K,50,3*H,Lmuelle,3*L

K,51,4*H,Lmuelle,2*L !Viga 4

K,52,4*H,Lmuelle,3*L

K,53,5*H,Lmuelle,2*L !Viga 5

K,54,5*H,Lmuelle,3*L

!*****

!COLUMNAS

!*****

L,1,2

L,2,3

L,3,4

L,4,5

L,5,6

L,7,8

L,8,9

L,9,10

L,10,11

L,11,12

L,13,14

L,14,15

L,15,16

L,16,17

L,17,18

L,19,20

L,20,21

L,21,22

L,22,23

L,23,24

!*****

!VIGAS

```
!*****
```

```
L,25,26
```

```
L,27,28
```

```
L,29,30
```

```
L,31,32
```

```
L,33,34
```

```
L,35,36
```

```
L,37,38
```

```
L,39,40
```

```
L,41,42
```

```
L,43,44
```

```
L,45,46
```

```
L,47,48
```

```
L,49,50
```

```
L,51,52
```

```
L,53,54
```

```
LSEL,,,,1,20,1
```

```
LATT,1,,1,,,,22      !COLUMNNA
```

```
LSEL,,,,21,35,1
```

```
LATT,1,,1,,,,11      !VIGA
```

```
!*****
```

```
ALLSEL
```

```
DIV=100
```

```
LESIZE,1,,,DIV
```

```
LESIZE,2,,,DIV
```

```
LESIZE,3,,,DIV
```

```
LESIZE,4,,,DIV
```

```
LESIZE,5,,,DIV
```

```
LESIZE,6,,,DIV
```

```
LESIZE,7,,,DIV
```

```
LESIZE,8,,,DIV
```

```
LESIZE,9,,,DIV
```

```
LESIZE,10,,,DIV
```

```
LESIZE,11,,,DIV
```

```
LESIZE,12,,,DIV
```

LESIZE,13,,,DIV
LESIZE,14,,,DIV
LESIZE,15,,,DIV
LESIZE,16,,,DIV
LESIZE,17,,,DIV
LESIZE,18,,,DIV
LESIZE,19,,,DIV
LESIZE,20,,,DIV
LESIZE,21,,,DIV
LESIZE,22,,,DIV
LESIZE,23,,,DIV
LESIZE,24,,,DIV
LESIZE,25,,,DIV
LESIZE,26,,,DIV
LESIZE,27,,,DIV
LESIZE,28,,,DIV
LESIZE,29,,,DIV
LESIZE,30,,,DIV
LESIZE,31,,,DIV
LESIZE,32,,,DIV
LESIZE,33,,,DIV
LESIZE,34,,,DIV
LESIZE,35,,,DIV
Imesh,all

!-----
!CONDICIONES DE CONTORNO
!-----

DK,1,ALL
DK,7,ALL
DK,13,ALL
DK,19,ALL

D,ALL,UY
D,ALL,ROTX
D,ALL,ROTZ

!-----
!EDIFICIO 1
!-----

CP,1,UX,402,2409
CP,2,UZ,402,2409

CP,3,UX,903,2410,2914
CP,4,UZ,903,2410,2914

CP,5,UX,302,2308
CP,6,UZ,302,2308

CP,7,UX,803,2309,2813
CP,8,UZ,803,2309,2813

CP,9,UX,202,2207
CP,10,UZ,202,2207

CP,11,UX,703,2208,2712
CP,12,UZ,703,2208,2712

CP,13,UX,102,2106
CP,14,UZ,102,2106

CP,15,UX,603,2107,2611
CP,16,UZ,603,2107,2611

CP,17,UX,2,2005
CP,18,UZ,2,2005

CP,19,UX,503,2006,2510
CP,20,UZ,503,2006,2510

!-----
!EDIFICIO 2
!-----

CP,21,UX,3420,1905
CP,22,UZ,3420,1905

CP,23,UX,1404,3419,2915
CP,24,UZ,1404,3419,2915

CP,25,UX,3319,1805
CP,26,UZ,3319,1805

CP,27,UX,1304,3318,2814
CP,28,UZ,1304,3318,2814

CP,29,UX,3218,1705

CP,30,UZ,3218,1705

CP,31,UX,1204,3217,2713

CP,32,UZ,1204,3217,2713

CP,33,UX,3117,1605

CP,34,UZ,3117,1605

CP,35,UX,1104,3116,2612

CP,36,UZ,1104,3116,2612

CP,37,UX,3016,1505

CP,38,UZ,3016,1505

CP,39,UX,1004,3015,2511

CP,40,UZ,1004,3015,2511

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 5 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,3

E,402,2409 !unimos nudo 2 con 102

E,903,2410 !unimos nudo 203 con 303

E,903,2914 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,2915 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,3419 !unimos nudo 203 con 303

E,1905,3420 !unimos nudo 2 con 102

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 4 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,4

E,302,2308 !unimos nudo 2 con 102

E,803,2309 !unimos nudo 203 con 303
 E,803,2813 !unimos nudo 2 con 102

E,1304,2814 !unimos nudo 2 con 102
 E,1304,3318 !unimos nudo 203 con 303
 E,1805,3319 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 3 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
 REAL,5

E,202,2207 !unimos nudo 2 con 102
 E,703,2208 !unimos nudo 203 con 303
 E,703,2712 !unimos nudo 2 con 102

E,1204,2713 !unimos nudo 2 con 102
 E,1204,3217 !unimos nudo 203 con 303
 E,1705,3218 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 2 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
 REAL,6

E,102,2106 !unimos nudo 2 con 102
 E,603,2107 !unimos nudo 203 con 303
 E,603,2611 !unimos nudo 2 con 102

E,1104,2612 !unimos nudo 2 con 102
 E,1104,3116 !unimos nudo 203 con 303
 E,1605,3117 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 1 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,7

E,2,2005 ! unimos nudo 2 con 102

E,503,2006 ! unimos nudo 203 con 303

E,503,2510 ! unimos nudo 2 con 102

E,1004,2511 ! unimos nudo 2 con 102

E,1004,3015 ! unimos nudo 203 con 303

E,1505,3016 ! unimos nudo 2 con 102

!-----

!CARGAS

!-----

F,402,FZ,5

F,302,FZ,10

F,202,FZ,10

F,102,FZ,10

F,2,FZ,10

FLST,2,100,2,ORDE,2

FITEM,2,2001

FITEM,2,-3500

SFBEAM,P51X,1,PRES,-0.27,,,,,0

!-----

!RESOLUCION

!-----

/SOLU

SOLVE

FINISH

!-----

/solu ! start solution phase

!-----

ANTYPE,STATIC ! Análisis estático

NLGEOM,ON ! Solucion geometricamente no lineal

NSUBST,100,1000,100 ! La carga se aplica en 30 substeps

```
!!NEQIT,30      !
AUTOTS,ON       ! Auto time stepping

OUTRES,ALL,ALL  ! Almacena todos los resultados

LNSRCH,ON
ARCLENGHT,ON

SOLVE

FINISH

!-----
/post1
!-----
pldisp,1       ! display deformed mesh

PRNSOL,U,Z

!-----
/POST26
!-----
RFORCE,2,1,F,X ! Almacena la reaccion vertical del nudo 1 en la variable 2
NSOL ,3,402,U,Z ! Almacena el desplazamiento vertical del nudo 7 en la variable 3
NSOL ,4,402,U,X

XVAR,3         ! La variable 3 es la abcisa
PLVAR,2        ! Representa la variable 2 en el eje de ordenadas

/AXLAB,Y,Carga ! Cambia la etiqueta del eje Y
/AXLAB,X,Flecha ! Cambia la etiqueta del eje X
/REPLOT

!/post1

!ETABLE,MZI,SMISC,6
!ETABLE,MZJ,SMISC,12
!PLLS,MZI,MZJ,0.5,,

!finish
```

Anexo I. Script ANSYS Modelo 6 optimizado

```

!-----
!----MODELO 6 (OPTIMIZADO)
!-----
FINISH
/CLEAR
/REPLOT,RESIZE
/PREP7

/GO
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural
!-----
!Unidades (kN , mm)
!-----
!-----
!MATERIAL
!-----
ET,1,BEAM188
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,205
MP,PRXY,1,0.3
KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
SECTYPE, 300, BEAM, I, VIGA, 0      !!IPE 300
SECDATA,150,150,300,10.7,10.7,7.1

SECTYPE, 330, BEAM, I, VIGA, 0      !!IPE 330
SECDATA,160,160,330,11.5,11.5,7.5

SECTYPE, 360, BEAM, I, VIGA, 0      !!IPE 360
SECDATA,170,170,360,12.7,12.7,8

SECTYPE, 400, BEAM, I, VIGA, 0      !!IPE
SECDATA,180,180,400,13.5,13.5,8.6

```

SECTYPE, 240, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 240
 SECDATA,240,240,240,17,17,10

SECTYPE, 220, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 220
 SECDATA,220,220,220,16,16,9.5

SECTYPE, 260, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 260
 SECDATA,260,260,260,17.5,17.5,10

SECTYPE, 200, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 200
 SECDATA,200,200,200,15,15,9

L=5000
 H=4000

!-----

!RESORTES

!-----

R,3,(1*(205)*(836E5)/L),,,,0,0 !planta 5
 R,4,(3*(205)*(836E5)/L),,,,0,0 !planta 4
 R,5,(3*(205)*(1177E5)/L),,,,0,0 !planta 3
 R,6,(5*(205)*(1627E5)/L),,,,0,0 !planta 2
 R,7,(5*(205)*(2313E5)/L),,,,0,0 !planta 1

!-----

!GEOMETRÍA

!-----

Lmuelle=-1 !long elemento combin14

!Columna 1

K,1,0,
 K,2,H,
 K,3,2*H,
 K,4,3*H,
 K,5,4*H,
 K,6,5*H,

!Columna 2

K,7,0,0,L
 K,8,H,0,L
 K,9,2*H,0,L
 K,10,3*H,0,L

K,11,4*H,0,L

K,12,5*H,0,L

!Columna 3

K,13,0,0,2*L

K,14,H,0,2*L

K,15,2*H,0,2*L

K,16,3*H,0,2*L

K,17,4*H,0,2*L

K,18,5*H,0,2*L

!Columna 4

K,19,0,0,3*L

K,20,H,0,3*L

K,21,2*H,0,3*L

K,22,3*H,0,3*L

K,23,4*H,0,3*L

K,24,5*H,0,3*L

!-----

!EDIFICIO 1

!-----

K,25,H,Lmuelle,0 !Viga 1

K,26,H,Lmuelle,L

K,27,2*H,Lmuelle,0 !Viga 2

K,28,2*H,Lmuelle,L

K,29,3*H,Lmuelle,0 !Viga 3

K,30,3*H,Lmuelle,L

K,31,4*H,Lmuelle,0 !Viga 4

K,32,4*H,Lmuelle,L

K,33,5*H,Lmuelle,0 !Viga 5

K,34,5*H,Lmuelle,L

!-----

!EDIFICIO 2

!-----

K,35,H,-Lmuelle,L !Viga 1

K,36,H,-Lmuelle,2*L

K,37,2*H,-Lmuelle,L !Viga 2
K,38,2*H,-Lmuelle,2*L

K,39,3*H,-Lmuelle,L !Viga 3
K,40,3*H,-Lmuelle,2*L

K,41,4*H,-Lmuelle,L !Viga 4
K,42,4*H,-Lmuelle,2*L

K,43,5*H,-Lmuelle,L !Viga 5
K,44,5*H,-Lmuelle,2*L

!-----

!EDIFICIO 3

!-----

K,45,H,Lmuelle,2*L !Viga 1
K,46,H,Lmuelle,3*L

K,47,2*H,Lmuelle,2*L !Viga 2
K,48,2*H,Lmuelle,3*L

K,49,3*H,Lmuelle,2*L !Viga 3
K,50,3*H,Lmuelle,3*L

K,51,4*H,Lmuelle,2*L !Viga 4
K,52,4*H,Lmuelle,3*L

K,53,5*H,Lmuelle,2*L !Viga 5
K,54,5*H,Lmuelle,3*L

!*****

!COLUMNAS

!*****

L,1,2

L,2,3

L,3,4

L,4,5

L,5,6

L,7,8

L,8,9

L,9,10

L,10,11

L,11,12

L,13,14

L,14,15

L,15,16

L,16,17

L,17,18

L,19,20

L,20,21

L,21,22

L,22,23

L,23,24

!*****

!VIGAS

!*****

L,25,26

L,27,28

L,29,30

L,31,32

L,33,34

L,35,36

L,37,38

L,39,40

L,41,42

L,43,44

L,45,46

L,47,48

L,49,50

L,51,52

L,53,54

!-----

LSEL,,,,6,8,1

LATT,1,,1,,,,260 !COLUMNA

LSEL,,,,11,13,1

LATT,1,,1,,,,260 !COLUMNA

LSEL,,,,9
LATT,1,,1,,,,240 !COLUMNA

LSEL,,,,14
LATT,1,,1,,,,240 !COLUMNA

LSEL,,,,1,3,1
LATT,1,,1,,,,220 !COLUMNA

LSEL,,,,16,18,1
LATT,1,,1,,,,220 !COLUMNA

LSEL,,,,4,5,1
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

LSEL,,,,10
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA
LSEL,,,,15
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

LSEL,,,,19,20,1
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

!-----

LSEL,,,,21,31,5
LATT,1,,1,,,,400 !VIGA

LSEL,,,,22,32,5
LATT,1,,1,,,,360 !VIGA

LSEL,,,,23,33,5
LATT,1,,1,,,,330 !VIGA

LSEL,,,,24,34,5
LATT,1,,1,,,,300 !VIGA

LSEL,,,,25,35,5
LATT,1,,1,,,,300 !VIGA

!*****

ALLSEL

DIV=100

LESIZE,1,,,DIV
LESIZE,2,,,DIV
LESIZE,3,,,DIV
LESIZE,4,,,DIV
LESIZE,5,,,DIV
LESIZE,6,,,DIV
LESIZE,7,,,DIV
LESIZE,8,,,DIV
LESIZE,9,,,DIV
LESIZE,10,,,DIV
LESIZE,11,,,DIV
LESIZE,12,,,DIV
LESIZE,13,,,DIV
LESIZE,14,,,DIV
LESIZE,15,,,DIV
LESIZE,16,,,DIV
LESIZE,17,,,DIV
LESIZE,18,,,DIV
LESIZE,19,,,DIV
LESIZE,20,,,DIV
LESIZE,21,,,DIV
LESIZE,22,,,DIV
LESIZE,23,,,DIV
LESIZE,24,,,DIV
LESIZE,25,,,DIV
LESIZE,26,,,DIV
LESIZE,27,,,DIV
LESIZE,28,,,DIV
LESIZE,29,,,DIV
LESIZE,30,,,DIV
LESIZE,31,,,DIV
LESIZE,32,,,DIV
LESIZE,33,,,DIV
LESIZE,34,,,DIV
LESIZE,35,,,DIV
lmesh,all

!-----
!CONDICIONES DE CONTORNO
!-----

DK,1,ALL
DK,7,ALL
DK,13,ALL

DK,19,ALL

D,ALL,UY

D,ALL,ROTX

D,ALL,ROTZ

!-----

!EDIFICIO 1

!-----

CP,1,UX,402,2409

CP,2,UZ,402,2409

CP,3,UX,903,2410,2914

CP,4,UZ,903,2410,2914

CP,5,UX,302,2308

CP,6,UZ,302,2308

CP,7,UX,803,2309,2813

CP,8,UZ,803,2309,2813

CP,9,UX,202,2207

CP,10,UZ,202,2207

CP,11,UX,703,2208,2712

CP,12,UZ,703,2208,2712

CP,13,UX,102,2106

CP,14,UZ,102,2106

CP,15,UX,603,2107,2611

CP,16,UZ,603,2107,2611

CP,17,UX,2,2005

CP,18,UZ,2,2005

CP,19,UX,503,2006,2510

CP,20,UZ,503,2006,2510

!-----

!EDIFICIO 2

!-----

CP,21,UX,3420,1905

CP,22,UZ,3420,1905

CP,23,UX,1404,3419,2915

CP,24,UZ,1404,3419,2915

CP,25,UX,3319,1805

CP,26,UZ,3319,1805

CP,27,UX,1304,3318,2814

CP,28,UZ,1304,3318,2814

CP,29,UX,3218,1705

CP,30,UZ,3218,1705

CP,31,UX,1204,3217,2713

CP,32,UZ,1204,3217,2713

CP,33,UX,3117,1605

CP,34,UZ,3117,1605

CP,35,UX,1104,3116,2612

CP,36,UZ,1104,3116,2612

CP,37,UX,3016,1505

CP,38,UZ,3016,1505

CP,39,UX,1004,3015,2511

CP,40,UZ,1004,3015,2511

!-----

!ELEMENTOS COMBIN14 5 VIGA

!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,3

E,402,2409 !unimos nudo 2 con 102

E,903,2410 !unimos nudo 203 con 303

E,903,2914 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,2915 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,3419 !unimos nudo 203 con 303

E,1905,3420 !unimos nudo 2 con 102

!-----

!ELEMENTOS COMBIN14 4 VIGA

!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,4

E,302,2308 !unimos nudo 2 con 102

E,803,2309 !unimos nudo 203 con 303

E,803,2813 !unimos nudo 2 con 102

E,1304,2814 !unimos nudo 2 con 102

E,1304,3318 !unimos nudo 203 con 303

E,1805,3319 !unimos nudo 2 con 102

!-----

!ELEMENTOS COMBIN14 3 VIGA

!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,5

E,202,2207 !unimos nudo 2 con 102

E,703,2208 !unimos nudo 203 con 303

E,703,2712 !unimos nudo 2 con 102

E,1204,2713 !unimos nudo 2 con 102

E,1204,3217 !unimos nudo 203 con 303

E,1705,3218 !unimos nudo 2 con 102

!-----

!ELEMENTOS COMBIN14 2 VIGA

!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,6

E,102,2106 !unimos nudo 2 con 102
 E,603,2107 !unimos nudo 203 con 303
 E,603,2611 !unimos nudo 2 con 102

E,1104,2612 !unimos nudo 2 con 102
 E,1104,3116 !unimos nudo 203 con 303
 E,1605,3117 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 1 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
 REAL,7

E,2,2005 !unimos nudo 2 con 102
 E,503,2006 !unimos nudo 203 con 303
 E,503,2510 !unimos nudo 2 con 102

E,1004,2511 !unimos nudo 2 con 102
 E,1004,3015 !unimos nudo 203 con 303
 E,1505,3016 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !CARGAS
 !-----

F,402,FZ,5
 F,302,FZ,10
 F,202,FZ,10
 F,102,FZ,10
 F,2,FZ,10

FLST,2,100,2,ORDE,2
 FITEM,2,2001
 FITEM,2,-3500
 SFBEAM,P51X,1,PRES,-0.35, , , , ,0

!-----
 !RESOLUCION
 !-----

/SOLU

```
SOLVE
FINISH
```

```
!-----
```

```
/solu      ! start solution phase
```

```
!-----
```

```
ANTYPE,STATIC    ! Análisis estático
```

```
NLGEOM,ON       ! Solucion geometricamente no lineal
```

```
NSUBST,100,1000,100  ! La carga se aplica en 30 substeps
```

```
!!NEQIT,30      !
```

```
AUTOTS,ON       ! Auto time stepping
```

```
OUTRES,ALL,ALL  ! Almacena todos los resultados
```

```
LNSRCH,ON
```

```
ARCLENGHT,ON
```

```
SOLVE
```

```
FINISH
```

```
!-----
```

```
/post1
```

```
!-----
```

```
pdisp,1        ! display deformed mesh
```

```
PRNSOL,U,Z
```

```
!-----
```

```
/POST26
```

```
!-----
```

```
RFORCE,2,1,F,X   ! Almacena la reaccion vertical del nudo 1 en la variable 2
```

```
NSOL ,3,402,U,Z  ! Almacena el desplazamiento vertical del nudo 7 en la variable 3
```

```
NSOL ,4,402,U,X
```

```
XVAR,3          ! La variable 3 es la abcisa
```

```
PLVAR,2         ! Representa la variable 2 en el eje de ordenadas
```

```
/AXLAB,Y,Carga ! Cambia la etiqueta del eje Y
```

```
/AXLAB,X,Flecha ! Cambia la etiqueta del eje X
```

```
/REPLOT
```

Anexo J. Script ANSYS Modelo 6 (transitorio)

```
!-----
!----MODELO 6 TRANSITORIO
!-----
finish
/clear

/TITLE, Dynamic Analysis
/FILNAME,Dynamic,0 ! This sets the jobname to 'Dynamic'
/PREP7 ! Enter preprocessor

!-----
!Unidades S.I. (N , m)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
ET,1,BEAM188
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,205E9
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,1,7830

KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
SECTYPE, 11, BEAM, I, VIGA, 0      !IPE 330
SECDATA,160E-3,160E-3,330E-3,11.5E-3,11.5E-3,7.5E-3

SECTYPE, 22, BEAM, I, COLUMNNA, 0  !HEB 220
SECDATA,220E-3,220E-3,220E-3,16E-3,16E-3,9.5E-3

L=5
H=4

!-----
```


!RESORTES

!-----

R,3,(6*(205E9)*(1.177E-4)/L),,,,0,0 !planta 5
R,4,(6*(205E9)*(1.177E-4)/L),,,,0,0 !planta 4
R,5,(6*(205E9)*(1.177E-4)/L),,,,0,0 !planta 3
R,6,(6*(205E9)*(1.177E-4)/L),,,,0,0 !planta 2
R,7,(6*(205E9)*(1.177E-4)/L),,,,0,0 !planta 1

!-----

!GEOMETRÍA

!-----

Lmuelle=-0.0001 !long elemento combin14

!Columna 1

K,1,0,
K,2,H,
K,3,2*H,
K,4,3*H,
K,5,4*H,
K,6,5*H,

!Columna 2

K,7,0,0,L
K,8,H,0,L
K,9,2*H,0,L
K,10,3*H,0,L
K,11,4*H,0,L
K,12,5*H,0,L

!Columna 3

K,13,0,0,2*L
K,14,H,0,2*L
K,15,2*H,0,2*L
K,16,3*H,0,2*L
K,17,4*H,0,2*L
K,18,5*H,0,2*L

!Columna 4

K,19,0,0,3*L
K,20,H,0,3*L

K,21,2*H,0,3*L
K,22,3*H,0,3*L
K,23,4*H,0,3*L
K,24,5*H,0,3*L

!-----

!EDIFICIO 1

!-----

K,25,H,Lmuelle,0 !Viga 1
K,26,H,Lmuelle,L

K,27,2*H,Lmuelle,0 !Viga 2
K,28,2*H,Lmuelle,L

K,29,3*H,Lmuelle,0 !Viga 3
K,30,3*H,Lmuelle,L

K,31,4*H,Lmuelle,0 !Viga 4
K,32,4*H,Lmuelle,L

K,33,5*H,Lmuelle,0 !Viga 5
K,34,5*H,Lmuelle,L

!-----

!EDIFICIO 2

!-----

K,35,H,-Lmuelle,L !Viga 1
K,36,H,-Lmuelle,2*L

K,37,2*H,-Lmuelle,L !Viga 2
K,38,2*H,-Lmuelle,2*L

K,39,3*H,-Lmuelle,L !Viga 3
K,40,3*H,-Lmuelle,2*L

K,41,4*H,-Lmuelle,L !Viga 4
K,42,4*H,-Lmuelle,2*L

K,43,5*H,-Lmuelle,L !Viga 5
K,44,5*H,-Lmuelle,2*L

!-----

!EDIFICIO 3

!-----

K,45,H,Lmuelle,2*L !Viga 1

K,46,H,Lmuelle,3*L

K,47,2*H,Lmuelle,2*L !Viga 2

K,48,2*H,Lmuelle,3*L

K,49,3*H,Lmuelle,2*L !Viga 3

K,50,3*H,Lmuelle,3*L

K,51,4*H,Lmuelle,2*L !Viga 4

K,52,4*H,Lmuelle,3*L

K,53,5*H,Lmuelle,2*L !Viga 5

K,54,5*H,Lmuelle,3*L

!*****

!COLUMNAS

!*****

L,1,2

L,2,3

L,3,4

L,4,5

L,5,6

L,7,8

L,8,9

L,9,10

L,10,11

L,11,12

L,13,14

L,14,15

L,15,16

L,16,17

L,17,18

L,19,20

L,20,21

L,21,22

L,22,23

L,23,24

```
!*****
```

```
!VIGAS
```

```
!*****
```

```
L,25,26
```

```
L,27,28
```

```
L,29,30
```

```
L,31,32
```

```
L,33,34
```

```
L,35,36
```

```
L,37,38
```

```
L,39,40
```

```
L,41,42
```

```
L,43,44
```

```
L,45,46
```

```
L,47,48
```

```
L,49,50
```

```
L,51,52
```

```
L,53,54
```

```
LSEL,,,,1,20,1
```

```
LATT,1,,1,,,,22      !COLUMNNA
```

```
LSEL,,,,21,35,1
```

```
LATT,1,,1,,,,11      !VIGA
```

```
!*****
```

```
ALLSEL
```

```
DIV=100
```

```
LESIZE,1,,,DIV
```

```
LESIZE,2,,,DIV
```

```
LESIZE,3,,,DIV
```

```
LESIZE,4,,,DIV
```

```
LESIZE,5,,,DIV
```

```
LESIZE,6,,,DIV
```

```
LESIZE,7,,,DIV
```

```
LESIZE,8,,,DIV
```

LESIZE,9,,,DIV
LESIZE,10,,,DIV
LESIZE,11,,,DIV
LESIZE,12,,,DIV
LESIZE,13,,,DIV
LESIZE,14,,,DIV
LESIZE,15,,,DIV
LESIZE,16,,,DIV
LESIZE,17,,,DIV
LESIZE,18,,,DIV
LESIZE,19,,,DIV
LESIZE,20,,,DIV
LESIZE,21,,,DIV
LESIZE,22,,,DIV
LESIZE,23,,,DIV
LESIZE,24,,,DIV
LESIZE,25,,,DIV
LESIZE,26,,,DIV
LESIZE,27,,,DIV
LESIZE,28,,,DIV
LESIZE,29,,,DIV
LESIZE,30,,,DIV
LESIZE,31,,,DIV
LESIZE,32,,,DIV
LESIZE,33,,,DIV
LESIZE,34,,,DIV
LESIZE,35,,,DIV
lmesh,all

!-----
!CONDICIONES DE CONTORNO
!-----

DK,1,ALL
DK,7,ALL
DK,13,ALL
DK,19,ALL

D,ALL,UY
D,ALL,ROTX
D,ALL,ROTZ

!-----
!EDIFICIO 1
!-----

CP,1,UX,402,2409

CP,2,UZ,402,2409

CP,3,UX,903,2410,2914

CP,4,UZ,903,2410,2914

CP,5,UX,302,2308

CP,6,UZ,302,2308

CP,7,UX,803,2309,2813

CP,8,UZ,803,2309,2813

CP,9,UX,202,2207

CP,10,UZ,202,2207

CP,11,UX,703,2208,2712

CP,12,UZ,703,2208,2712

CP,13,UX,102,2106

CP,14,UZ,102,2106

CP,15,UX,603,2107,2611

CP,16,UZ,603,2107,2611

CP,17,UX,2,2005

CP,18,UZ,2,2005

CP,19,UX,503,2006,2510

CP,20,UZ,503,2006,2510

!-----

!EDIFICIO 2

!-----

CP,21,UX,3420,1905

CP,22,UZ,3420,1905

CP,23,UX,1404,3419,2915

CP,24,UZ,1404,3419,2915

CP,25,UX,3319,1805

CP,26,UZ,3319,1805

CP,27,UX,1304,3318,2814

CP,28,UZ,1304,3318,2814

CP,29,UX,3218,1705

CP,30,UZ,3218,1705

CP,31,UX,1204,3217,2713

CP,32,UZ,1204,3217,2713

CP,33,UX,3117,1605

CP,34,UZ,3117,1605

CP,35,UX,1104,3116,2612

CP,36,UZ,1104,3116,2612

CP,37,UX,3016,1505

CP,38,UZ,3016,1505

CP,39,UX,1004,3015,2511

CP,40,UZ,1004,3015,2511

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 5 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,3

E,402,2409 !unimos nudo 2 con 102

E,903,2410 !unimos nudo 203 con 303

E,903,2914 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,2915 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,3419 !unimos nudo 203 con 303

E,1905,3420 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 4 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,4

E,302,2308 !unimos nudo 2 con 102
E,803,2309 !unimos nudo 203 con 303
E,803,2813 !unimos nudo 2 con 102

E,1304,2814 !unimos nudo 2 con 102
E,1304,3318 !unimos nudo 203 con 303
E,1805,3319 !unimos nudo 2 con 102

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 3 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,5

E,202,2207 !unimos nudo 2 con 102
E,703,2208 !unimos nudo 203 con 303
E,703,2712 !unimos nudo 2 con 102

E,1204,2713 !unimos nudo 2 con 102
E,1204,3217 !unimos nudo 203 con 303
E,1705,3218 !unimos nudo 2 con 102

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 2 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,6

E,102,2106 !unimos nudo 2 con 102
E,603,2107 !unimos nudo 203 con 303
E,603,2611 !unimos nudo 2 con 102

E,1104,2612 !unimos nudo 2 con 102
E,1104,3116 !unimos nudo 203 con 303

E,1605,3117 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 1 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,7

E,2,2005 !unimos nudo 2 con 102

E,503,2006 !unimos nudo 203 con 303

E,503,2510 !unimos nudo 2 con 102

E,1004,2511 !unimos nudo 2 con 102

E,1004,3015 !unimos nudo 203 con 303

E,1505,3016 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !CARGAS
 !-----

FLST,2,100,2,ORDE,2

FITEM,2,2001

FITEM,2,-3500

SFBEAM,P51X,1,PRES,-20000, , , , ,0

!-----
 !MASAS
 !-----

ET,80,mass21

R,80,7500,7500,7500

TYPE,80

REAL,80

E,2

E,102

E,202

E,302

E,402

E,903

E,803

E,703

E,603

E,503

E,1404

E,1304

E,1204

E,1104

E,1004

E,1905

E,1805

E,1705

E,1605

E,1505

!-----

!RESOLUCION

!-----

/SOLU

SOLVE

FINISH

!-----

!RESOLUCION

!-----

/SOLU

ANTYPE,4

TRNOPT,FULL

DELTIM,0.05,0,0

OUTRES,ERASE

OUTRES,ALL,ALL

AUTOTS,on

TIME,1

F,402,FZ,50e3

F,302,FZ,100e3

F,202,FZ,100e3

F,102,FZ,100e3

F,2,FZ,100e3

KBC,1

LSWRITE,1,

KBC,1

TIME,10

FDELE,402,ALL

FDELE,302,ALL

FDELE,202,ALL

FDELE,102,ALL

FDELE,2,ALL

LSWRITE,2,

LSSOLVE,1,2,1,

FINISH

!-----

/POST26

!-----

/POST26

FILE,'Dynamic','rst',''

NSOL,2,402,U,Z, UZ_2,

STORE,MERGE

XVAR,1

PLVAR,2,

Anexo K. Script ANSYS Modelo 6 optimizado (transitorio)

```
!-----
!----MODELO 6 (OPTIMIZADO) TRANSITORIO
!-----
finish
/clear

/TITLE, Dynamic Analysis
/FILNAME,Dynamic,0 ! This sets the jobname to 'Dynamic'
/PREP7 ! Enter preprocessor

!-----
!Unidades S.I. (N , m)
!-----

!-----
!MATERIAL
!-----
ET,1,BEAM188
ET,2,COMBIN14
MP,EX,1,205E9
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,1,7830

KEYOPT,1,3,3
KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

!-----
!SECCIONES
!-----
SECTYPE, 300, BEAM, I, VIGA, 0      !IPE 300
SECDATA,150E-3,150E-3,300E-3,10.7E-3,10.7E-3,7.1E-3

SECTYPE, 330, BEAM, I, VIGA, 0      !IPE 330
SECDATA,160E-3,160E-3,330E-3,11.5E-3,11.5E-3,7.5E-3

SECTYPE, 360, BEAM, I, VIGA, 0      !IPE 360
SECDATA,170E-3,170E-3,360E-3,12.7E-3,12.7E-3,8E-3

SECTYPE, 400, BEAM, I, VIGA, 0      !IPE 400
SECDATA,180E-3,180E-3,400E-3,13.5E-3,13.5E-3,8.6E-3
```

SECTYPE, 240, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 240
 SECDATA,240E-3,240E-3,240E-3,17E-3,17E-3,10E-3

SECTYPE, 220, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 220
 SECDATA,220E-3,220E-3,220E-3,16E-3,16E-3,9.5E-3

SECTYPE, 260, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 260
 SECDATA,260E-3,260E-3,260E-3,17.5E-3,17.5E-3,10E-3

SECTYPE, 200, BEAM, I, COLUMNNA, 0 !HEB 200
 SECDATA,200E-3,200E-3,200E-3,15E-3,15E-3,9E-3

L=5

H=4

!-----

!RESORTES

!-----

R,3,(3*(205E9)*(8.36E-5)/L),,,,0,0 !planta 5
 R,4,(3*(205E9)*(8.36E-5)/L),,,,0,0 !planta 4
 R,5,(3*(205E9)*(11.77E-5)/L),,,,0,0 !planta 3
 R,6,(5*(205E9)*(16.27E-5)/L),,,,0,0 !planta 2
 R,7,(5*(205E9)*(23.13E-5)/L),,,,0,0 !planta 1

!-----

!GEOMETRÍA

!-----

Lmuelle=-0.0001 !long elemento combin14

!Columna 1

K,1,0,
 K,2,H,
 K,3,2*H,
 K,4,3*H,
 K,5,4*H,
 K,6,5*H,

!Columna 2

K,7,0,0,L
 K,8,H,0,L
 K,9,2*H,0,L
 K,10,3*H,0,L

K,11,4*H,0,L

K,12,5*H,0,L

!Columna 3

K,13,0,0,2*L

K,14,H,0,2*L

K,15,2*H,0,2*L

K,16,3*H,0,2*L

K,17,4*H,0,2*L

K,18,5*H,0,2*L

!Columna 4

K,19,0,0,3*L

K,20,H,0,3*L

K,21,2*H,0,3*L

K,22,3*H,0,3*L

K,23,4*H,0,3*L

K,24,5*H,0,3*L

!-----

!EDIFICIO 1

!-----

K,25,H,Lmuelle,0 !Viga 1

K,26,H,Lmuelle,L

K,27,2*H,Lmuelle,0 !Viga 2

K,28,2*H,Lmuelle,L

K,29,3*H,Lmuelle,0 !Viga 3

K,30,3*H,Lmuelle,L

K,31,4*H,Lmuelle,0 !Viga 4

K,32,4*H,Lmuelle,L

K,33,5*H,Lmuelle,0 !Viga 5

K,34,5*H,Lmuelle,L

!-----

!EDIFICIO 2

!-----

K,35,H,-Lmuelle,L !Viga 1

K,36,H,-Lmuelle,2*L

K,37,2*H,-Lmuelle,L !Viga 2
K,38,2*H,-Lmuelle,2*L

K,39,3*H,-Lmuelle,L !Viga 3
K,40,3*H,-Lmuelle,2*L

K,41,4*H,-Lmuelle,L !Viga 4
K,42,4*H,-Lmuelle,2*L

K,43,5*H,-Lmuelle,L !Viga 5
K,44,5*H,-Lmuelle,2*L

!-----

!EDIFICIO 3

!-----

K,45,H,Lmuelle,2*L !Viga 1
K,46,H,Lmuelle,3*L

K,47,2*H,Lmuelle,2*L !Viga 2
K,48,2*H,Lmuelle,3*L

K,49,3*H,Lmuelle,2*L !Viga 3
K,50,3*H,Lmuelle,3*L

K,51,4*H,Lmuelle,2*L !Viga 4
K,52,4*H,Lmuelle,3*L

K,53,5*H,Lmuelle,2*L !Viga 5
K,54,5*H,Lmuelle,3*L

!*****

!COLUMNAS

!*****

L,1,2

L,2,3

L,3,4

L,4,5

L,5,6

L,7,8

L,8,9

L,9,10

L,10,11

L,11,12

L,13,14

L,14,15

L,15,16

L,16,17

L,17,18

L,19,20

L,20,21

L,21,22

L,22,23

L,23,24

!*****

!VIGAS

!*****

L,25,26

L,27,28

L,29,30

L,31,32

L,33,34

L,35,36

L,37,38

L,39,40

L,41,42

L,43,44

L,45,46

L,47,48

L,49,50

L,51,52

L,53,54

!-----

LSEL,,,,6,8,1

LATT,1,,1,,,,260 !COLUMNNA

LSEL,,,,11,13,1

LATT,1,,1,,,,260 !COLUMNNA

LSEL,,,,9
LATT,1,,1,,,,240 !COLUMNA

LSEL,,,,14
LATT,1,,1,,,,240 !COLUMNA

LSEL,,,,1,3,1
LATT,1,,1,,,,220 !COLUMNA

LSEL,,,,16,18,1
LATT,1,,1,,,,220 !COLUMNA

LSEL,,,,4,5,1
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

LSEL,,,,10
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

LSEL,,,,15
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

LSEL,,,,19,20,1
LATT,1,,1,,,,200 !COLUMNA

!-----

LSEL,,,,21,31,5
LATT,1,,1,,,,400 !VIGA

LSEL,,,,22,32,5
LATT,1,,1,,,,360 !VIGA

LSEL,,,,23,33,5
LATT,1,,1,,,,330 !VIGA

LSEL,,,,24,34,5
LATT,1,,1,,,,300 !VIGA

LSEL,,,,25,35,5
LATT,1,,1,,,,300 !VIGA

!*****

ALLSEL

DIV=100

LESIZE,1,,,DIV
LESIZE,2,,,DIV
LESIZE,3,,,DIV
LESIZE,4,,,DIV
LESIZE,5,,,DIV
LESIZE,6,,,DIV
LESIZE,7,,,DIV
LESIZE,8,,,DIV
LESIZE,9,,,DIV
LESIZE,10,,,DIV
LESIZE,11,,,DIV
LESIZE,12,,,DIV
LESIZE,13,,,DIV
LESIZE,14,,,DIV
LESIZE,15,,,DIV
LESIZE,16,,,DIV
LESIZE,17,,,DIV
LESIZE,18,,,DIV
LESIZE,19,,,DIV
LESIZE,20,,,DIV
LESIZE,21,,,DIV
LESIZE,22,,,DIV
LESIZE,23,,,DIV
LESIZE,24,,,DIV
LESIZE,25,,,DIV
LESIZE,26,,,DIV
LESIZE,27,,,DIV
LESIZE,28,,,DIV
LESIZE,29,,,DIV
LESIZE,30,,,DIV
LESIZE,31,,,DIV
LESIZE,32,,,DIV
LESIZE,33,,,DIV
LESIZE,34,,,DIV
LESIZE,35,,,DIV
lmesh,all

!-----
!CONDICIONES DE CONTORNO
!-----

DK,1,ALL
DK,7,ALL

DK,13,ALL
DK,19,ALL

D,ALL,UY
D,ALL,ROTX
D,ALL,ROTZ

!-----
!EDIFICIO 1
!-----

CP,1,UX,402,2409
CP,2,UZ,402,2409

CP,3,UX,903,2410,2914
CP,4,UZ,903,2410,2914

CP,5,UX,302,2308
CP,6,UZ,302,2308

CP,7,UX,803,2309,2813
CP,8,UZ,803,2309,2813

CP,9,UX,202,2207
CP,10,UZ,202,2207

CP,11,UX,703,2208,2712
CP,12,UZ,703,2208,2712

CP,13,UX,102,2106
CP,14,UZ,102,2106

CP,15,UX,603,2107,2611
CP,16,UZ,603,2107,2611

CP,17,UX,2,2005
CP,18,UZ,2,2005

CP,19,UX,503,2006,2510
CP,20,UZ,503,2006,2510

!-----
!EDIFICIO 2
!-----

CP,21,UX,3420,1905

CP,22,UZ,3420,1905

CP,23,UX,1404,3419,2915

CP,24,UZ,1404,3419,2915

CP,25,UX,3319,1805

CP,26,UZ,3319,1805

CP,27,UX,1304,3318,2814

CP,28,UZ,1304,3318,2814

CP,29,UX,3218,1705

CP,30,UZ,3218,1705

CP,31,UX,1204,3217,2713

CP,32,UZ,1204,3217,2713

CP,33,UX,3117,1605

CP,34,UZ,3117,1605

CP,35,UX,1104,3116,2612

CP,36,UZ,1104,3116,2612

CP,37,UX,3016,1505

CP,38,UZ,3016,1505

CP,39,UX,1004,3015,2511

CP,40,UZ,1004,3015,2511

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 5 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,3

E,402,2409 !unimos nudo 2 con 102

E,903,2410 !unimos nudo 203 con 303

E,903,2914 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,2915 !unimos nudo 2 con 102

E,1404,3419 !unimos nudo 203 con 303
E,1905,3420 !unimos nudo 2 con 102

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 4 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,4

E,302,2308 !unimos nudo 2 con 102
E,803,2309 !unimos nudo 203 con 303
E,803,2813 !unimos nudo 2 con 102

E,1304,2814 !unimos nudo 2 con 102
E,1304,3318 !unimos nudo 203 con 303
E,1805,3319 !unimos nudo 2 con 102

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 3 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
REAL,5

E,202,2207 !unimos nudo 2 con 102
E,703,2208 !unimos nudo 203 con 303
E,703,2712 !unimos nudo 2 con 102

E,1204,2713 !unimos nudo 2 con 102
E,1204,3217 !unimos nudo 203 con 303
E,1705,3218 !unimos nudo 2 con 102

!-----
!ELEMENTOS COMBIN14 2 VIGA
!-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2

REAL,6

E,102,2106 !unimos nudo 2 con 102
 E,603,2107 !unimos nudo 203 con 303
 E,603,2611 !unimos nudo 2 con 102

E,1104,2612 !unimos nudo 2 con 102
 E,1104,3116 !unimos nudo 203 con 303
 E,1605,3117 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !ELEMENTOS COMBIN14 1 VIGA
 !-----

KEYOPT,2,3,1 ! Torsional spring

TYPE,2
 REAL,7

E,2,2005 !unimos nudo 2 con 102
 E,503,2006 !unimos nudo 203 con 303
 E,503,2510 !unimos nudo 2 con 102

E,1004,2511 !unimos nudo 2 con 102
 E,1004,3015 !unimos nudo 203 con 303
 E,1505,3016 !unimos nudo 2 con 102

!-----
 !CARGAS
 !-----
 FLST,2,100,2,ORDE,2
 FITEM,2,2001
 FITEM,2,-3500
 SFBEAM,P51X,1,PRES,-20000, , , , ,0

!-----
 !MASAS
 !-----
 ET,80,mass21
 R,80,7500,7500,7500
 TYPE,80
 REAL,80
 E,2
 E,102

E,202

E,302

E,402

E,903

E,803

E,703

E,603

E,503

E,1404

E,1304

E,1204

E,1104

E,1004

E,1905

E,1805

E,1705

E,1605

E,1505

!-----

!RESOLUCION

!-----

/SOLU

SOLVE

FINISH

!-----

!RESOLUCION

!-----

/SOLU

ANTYPE,4

TRNOPT,FULL

DELTIM,0.05,0,0

OUTRES,ERASE

OUTRES,ALL,ALL

AUTOTS,on

TIME,1

```
F,402,FZ,50e3  
F,302,FZ,100e3  
F,202,FZ,100e3  
F,102,FZ,100e3  
F,2,FZ,100e3
```

```
KBC,1  
LSWRITE,1,
```

```
KBC,1  
TIME,10  
FDELE,402,ALL  
FDELE,302,ALL  
FDELE,202,ALL  
FDELE,102,ALL  
FDELE,2,ALL  
LSWRITE,2,
```

```
LSSOLVE,1,2,1,  
FINISH
```

```
!-----  
/POST26  
!-----
```

```
/POST26  
FILE,'Dynamic','rst',''
```

```
NSOL,2,402,U,Z, UZ_2,  
STORE,MERGE  
XVAR,1  
PLVAR,2,
```