

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Simulación y optimización dinámica de redes de agua en Python

Autor: Gonzalo Villagrán Corrales

Tutor: Daniel Limón Marruedo

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Simulación y optimización dinámica de redes de agua en Python

Autor:

Gonzalo Villagrán Corrales

Tutor:

Daniel Limón Marruedo

Catedrático de Universidad

Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Grado: Simulación y optimización dinámica de redes de agua en Python

Autor: Gonzalo Villagrán Corrales

Tutor: Daniel Limón Marruedo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

*A ti mamá por ser mi ejemplo en
como ser.*

*A mis compañeros y amigos que
me han acompañado en esta etapa.*

Agradecimientos

A la primera persona que le debo agradecer es a mi madre por todo el esfuerzo, ayuda y consejos que me has dado, no solo para esto sino a lo largo de la vida.

A mis compañeros y amigos que me han acompañado durante todo el camino que hemos hecho, habéis sido parte fundamental en este tiempo.

A ti Dani por brindarme la oportunidad y mostrarte tan dispuesto a ayudarme en cualquier cosa, incluso estando en Roma durante el transcurso de este TFG.

Y por último a ti Marta, gracias por ser mi apoyo en cada paso que doy.

Gonzalo Villagrán Corrales

Roma, 2018

Resumen

El objetivo del proyecto consiste en el desarrollo de modelos dinámicos de redes de agua a partir del paquete de simulación Epanet y su posterior uso para la optimización de la operación de la misma. Como entorno de desarrollo se ha elegido el entorno Python, por ser de libre distribución y con una gran potencia.

Para abordar este objetivo, primero se ha estudiado el modelado de las redes de distribución de agua y se han estudiado técnicas numéricas de integración de las ecuaciones algebraico-diferenciales resultantes. Se ha estudiado también el paquete de simulación numérica de redes agua Epanet.

Como primera aportación de este proyecto se ha desarrollado una librería en Python que permite extraer las ecuaciones que definen una red de aguas creada en Epanet. También se ha desarrollado unas rutinas que permiten realizar la simulación de dicha red en Python usando el método de Hardy Cross combinado con el método de integración de Runge Kutta. Los resultados obtenidos se han comprobado con Epanet en una red de prueba.

La segunda aportación del proyecto consiste en el planteamiento del problema de control óptimo para la gestión eficiente de la red de agua. Para su resolución se ha utilizado el paquete CaSADi a partir de los modelos de red estudiados en el punto anterior. Esto se ha podido validar en un caso sencillo, quedando como trabajo futuro la creación de una plantilla que permita la resolución del problema de control óptimo para un modelo de red de agua creada en Epanet integrando el desarrollo anterior.

Abstract

The objective of the project consists on the development of dynamic models of water networks from the Epanet simulation package and its subsequent use for the optimization of the operation of the same. As a development environment, the Python environment has been chosen because it is freely distributed and has great power.

To achieve this objective, we first studied the modelation of water distribution networks and studied the numerical techniques for integrating the resulting algebraic-differential equations. The numerical simulation package of water networks has also been studied.

As a first contribution of this project, a Python library has been developed to extract the equations that define a water network created in Epanet. Routines have also been developed to allow a simulation of this network in Python using the Hardy Cross method combined with the integration method of Runge Kutta. The results have been verified with Epanet in a test network.

The second contribution of the project consists of the approach of the problem of optimal control for the efficient management of the water network. For its resolution, the package has been used. CaSADi from the network models studied in the previous point. This has been validated in a simple case, remaining as future work to create a template to solve the problem of optimal control for a water network model created in Epanet integrating the previous development.

Agradecimientos	IX
Resumen	XI
Abstract	XII
Índice	XIV
Índice de Tablas	XVI
Índice de Figuras	XVIII
1 Introducción a una red de distribución de agua	1
1.1. <i>Partes de una red de agua</i>	1
1.1.1 Red de captación	2
1.1.2 Red de aducción	2
1.1.3 Red de distribución	2
1.2. <i>Componentes de una red de distribución de agua</i>	4
1.2.1. Tuberías a presión	4
1.2.2. Bombas	4
1.2.3. Válvulas	5
1.2.4. Reservorios	6
1.2.5. Tanques	6
1.2.6. Uniones	6
1.3. <i>Desarrollo matemático</i>	7
1.3.1. Ecuación de continuidad en un nodo	7
1.3.2. La ecuación de Bernoulli	8
1.3.3. Modelado de los elementos del sistema	8
2. Epanet	17
2.1.1. Descripción de la red de agua	17
2.1.2. Datos de la red	21
3. Desarrollo del modelo: simulación del sistema con python	23
3.1. <i>Simulación del Sistema</i>	23
3.1.1. Lectura de datos	24
3.1.2. Modelado del Sistema	25
3.1.3. Metodo de Iteración	29
3.2. <i>Ejemplo práctico</i>	31
3.2.1. Definición del Sistema	31
3.2.2. Planteamiento de las ecuaciones	33
3.2.3. Evolución en el tiempo del Sistema	35
4. Control óptimo del sistema	41
4.1. <i>Introducción al control óptimo de una red de agua</i>	41
4.2. <i>Método de optimización: CasADi</i>	41
4.3. <i>Ejemplo práctico del control óptimo</i>	43
Conclusiones	52
Referencias	53

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-1. Modelos para pérdidas de fricción (S.I).	9
Tabla 1-2. Coeficientes de Rugosidad para una tubería nueva.	10
Tabla 1-3. Coeficientes de pérdidas menores.	12

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Red de distribución de agua.	2
Figura 1-2. Red ramificada.	3
Figura 1-3. Red mallada.	3
Figura 1-4. Red mixta.	4
Figura 1-5. Esquema de una válvula.	5
Figura 1-6. Esquema continuidad de flujo en un nodo.	7
Figura 1-7. Tipos de elementos donde hay pérdidas menores.	12
Figura 1-8. Grupo de bombas en paralelo.	13
Figura 2-1. Ejemplo red Epanet.	18
Figura 2-2. Características del Reservorio.	18
Figura 2-3. Reservorio.	18
Figura 2-4. Características de la bomba.	19
Figura 2-5. Bomba.	19
Figura 2-6. Características del nodo.	19
Figura 2-7. Nodo.	20
Figura 2-8. Características del tanque.	20
Figura 2-9. Tanque.	20
Figura 2-10. Características de la tubería.	21
Figura 2-11. Tubería.	21
Figura 2-12. Creacion archivo ‘INP’.	22
Figura 3-1. Estructura de los nodos dentro del archivo “.inp”.	24
Figura 3-2. Línea de código donde introducimos nuestro fichero “.inp”.	24
Figura 3-3. Tabla de Butcher.	29
Figura 3-4. Representación gráfica de la red.	31
Figura 3-5. Curva definida por 3 puntos.	33
Figura 3-6. Evolución de la altura de los nodos.	35
Figura 3-7. Evolución de la altura de los reservorios.	36
Figura 3-8. Evolución de la altura del tanque.	36
Figura 3-9. Evolución de los Caudales.	37
Figura 3-10. Evolución caudales de bomba y válvula.	37
Figura 3-11. Evolución de la altura de los nodos.	38
Figura 3-12. Evolución de las alturas de los reservorios.	38
Figura 3-13. Evolución altura del tanque.	39
Figura 3-14. Evolucion de los caudales en las tuberías.	39
Figura 3-15. Evolución caudales bomba y válvula.	40
Figura 4-1. Definición parámetros.	43

Figura 4-2. Punto inicial caudales y alturas.	43
Figura 4-3. Ecuaciones algorítmicas.	44
Figura 4-4. Ecuación de pérdidas.	44
Figura 4-5. Ecuación diferencial.	44
Figura 4-6. Funciones de coste.	44
Figura 4-7. Variables simbólicas.	46
Figura 4-8. Formulación del problema de integración.	46
Figura 4-9. Evolución de las alturas en los nodos.	47
Figura 4-10. Evolución de los caudales en las tuberías.	47
Figura 4-11. Evolución de la altuar en el tanque.	48
Figura 4-12. Evolución de las acciones de control de bomba y válvula.	48
Figura 4-13. Evolución de las alturas en los nodos.	49
Figura 4-14. Evolución de los caudales en las tuberías.	50
Figura 4-15. Evolución de la altuar en el tanque.	50
Figura 4-16. Evolución de las acciones de control de bomba y válvula.	51

1 INTRODUCCIÓN A UNA RED DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA

“Un viaje de diez mil kilómetros empieza por un solo paso.”

- Proverbio chino -

El primer punto que debemos de tener claro es la definición de una red de distribución de agua, que consiste en un sistema que permite recoger el agua de un punto de captación o varios y transportarla hasta diversos puntos donde se encuentran los usuarios de la red de abastecimiento. Este proceso se lleva a cabo gracias a los distintos elementos que podremos encontrar dentro de la red.

El objetivo final del transporte del agua es que los usuarios de la misma la reciban en unas condiciones óptimas para el uso de cada uno. Por ello, habrá diversas características propias del agua que transportamos, las cuales serán una referencia para poder medir la calidad de este servicio. Entre ellas encontramos algunas como la presión, el caudal, la calidad, la continuidad del servicio, el precio.

Debido a estos factores la optimización del proceso de distribución es esencial por todas las partes interesadas, ya que estamos mejorando por una parte el producto que se ofrece y por otra intentamos trabajar en un punto de rendimiento eficiente para la entidad que se dedica a su distribución.

El estudio del proceso de la distribución de agua nos podrá dar una mejor visión del ámbito del problema el cual queremos resolver.

1.1. Partes de una red de agua

Sabiendo la definición de una red de distribución de agua pasamos a los distintos elementos que componen a la misma red. Encontramos 3 partes diferenciadas dentro del conjunto a estudiar que podemos dividir en redes dependiendo de la misión que desempeñan.

En este ejemplo vemos la disposición de una hipotética red de distribución donde podemos observar que el agua del reservorio, después de pasar por la zona de aducción, es capaz de llegar a la red de distribución y así a los usuarios finales.

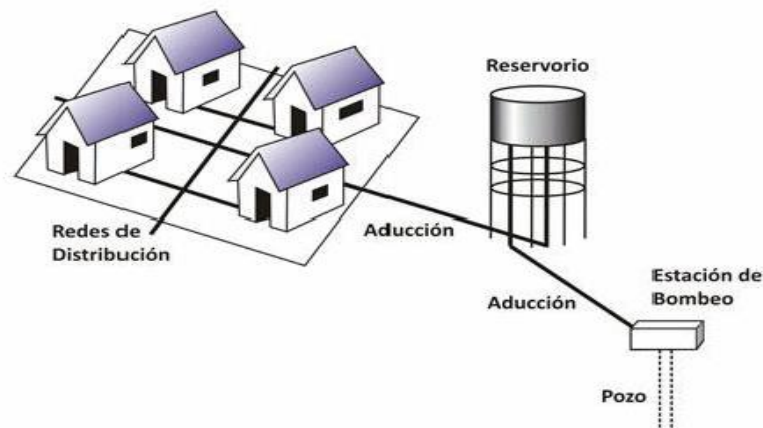


Figura 1-1. Red de distribución de agua.

1.1.1 Red de captación

Es la parte donde se realiza la labor de la extracción del agua. Esta tarea se realiza en zonas diferentes y dependiendo de la zona donde extraigamos el agua lo podemos clasificar. El agua se puede extraer de la superficie, de acuíferos subterráneos, de manantiales naturales, de aljibes o del mar.

La captación del agua es donde empieza la red de abastecimiento. Las aguas subterráneas se captan con pozos o galerías de extracción, mientras que para el caso que se encuentre en la superficie se utilizan bocatomas, galerías filtrantes, paralelas o perpendiculares.

Para el almacenamiento del agua se utilizan por ejemplo embalses que almacenaran el agua proveniente de ríos, arroyos y de esta manera proveen un caudal todo el año.

1.1.2 Red de aducción

Es el tramo de canal abierto o cerrado el cual consiste en conectar el punto de captación de agua con el de tratamiento o almacenamiento de la misma. Estos tramos para transportar el agua serán los diversos tuneles, canales o tuberías cuyas características dependerán de los distintos factores que determinan el transporte de agua, es decir, el medio ambiente, el volumen de agua, el presupuesto disponible...

1.1.3 Red de distribución

Es el principal objetivo de nuestro estudio, es la red que distribuye el agua desde la acometida de la aducción hasta los usuarios finales para objetivos diversos públicos, comercial, industrial...

Este tipo de red se ven condicionadas sobretodo por el crecimiento desordenado y poco planificado de los núcleos urbanos. Es decir, el desarrollo de estas redes se ve condicionada por algunos factores como la topología del terreno, la disposición del nucleo urbano, asi como, de acometidas para la lucha contra incendios y riego.

Podremos clasificar la red de distribución dependiendo de la forma en la que se ha expandido. Tendremos 3 grupos diferenciados:

- Red Ramificada: Su principal característica es que el agua solo puede circular en un sentido y se va ampliando añadiendo tuberías secundarias, terciarias... siendo cada vez de menor tamaño las tuberías que se van añadiendo a la red. Resultan especialmente útiles para pequeñas poblaciones o pueblos aislados debido a su bajo costo y sencillez.

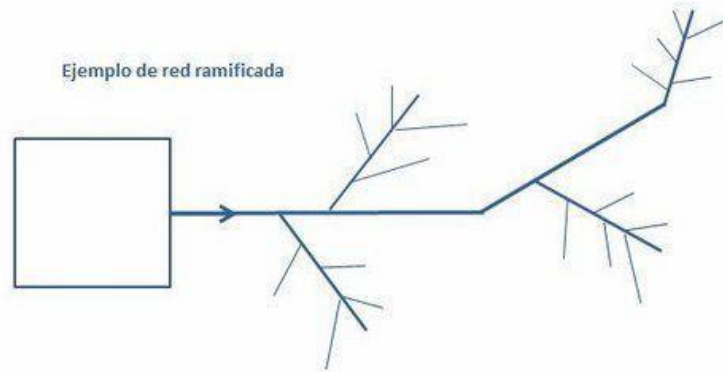


Figura 1-2. Red ramificada.

- Red mallada: En este tipo de red el agua puede tomar diferentes sentidos debido a la forma que se le asigna al circuito de agua. Este tipo de configuración resulta útil cuando hay averías en una tubería, ya que gracias a la forma de la red, el fallo se puede aislar sin interrumpir el servicio de abastecimiento.

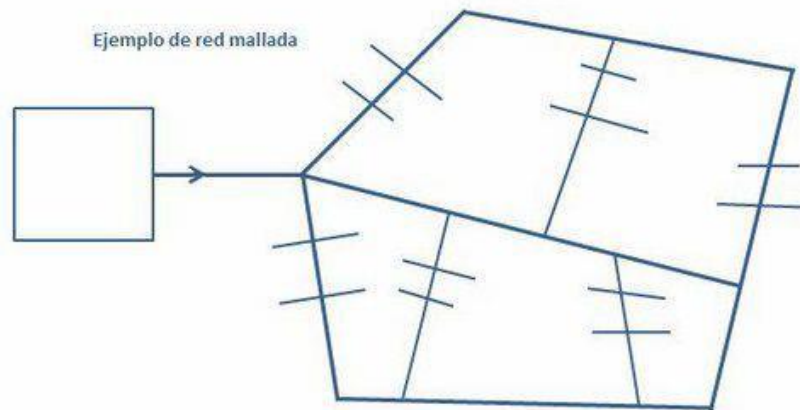


Figura 1-3. Red mallada.

- Red Mixta: Por último nos encontramos este tipo de configuración que corresponde a la mezcla de las dos anteriormente dichas siendo esta su configuración.

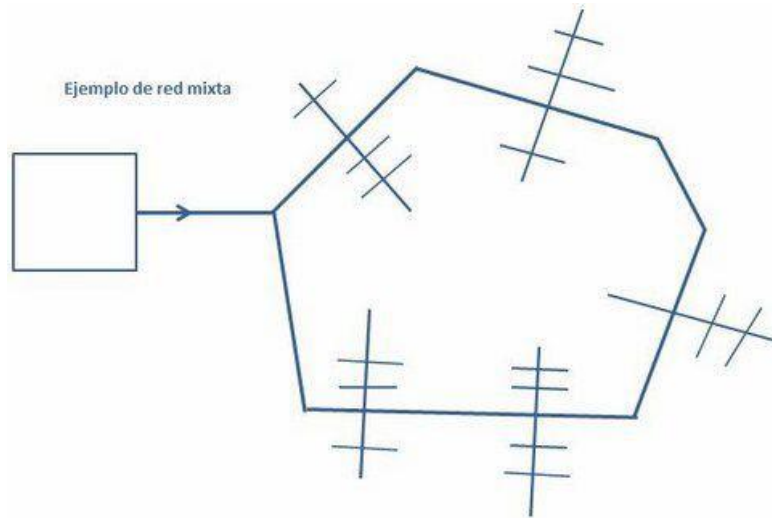


Figura 1-4. Red mixta.

1.2. Componentes de una red de distribución de agua

Una vez visto la descripción y los tipos de red de distribución que podemos encontrar procedemos a definir los distintos elementos que se hallan en el mismo y caracterizan el sistema que estamos estudiando. Estos componentes se dispondrán a lo largo de la red dependiendo de las necesidades que tengamos para asegurar un transporte de agua eficaz para asegurar la calidad del producto al final de su recorrido.

1.2.1. Tuberías a presión

Se define por estar compuesta por 2 o más tubos ensamblados de tal forma que permita la circulación del fluido que estamos tratando. Por la tubería circula el agua de el punto de mayor presión hacia el de menor presión, están llenas en todo momento. En el recorrido de la tubería se suelen incorporar válvulas de corte o antiretorno. Es el entramado de la tubería existen pérdidas de carga que estudiaremos con detalle más adelante.

La elección del material para crear la tubería se hará viendo las distintas características que necesitamos por parte del elemento para satisfacer las necesidades y objetivos del componente. Dentro de estos objetivos que ha de satisfacer la tubería encontramos la resistencia mecánica, durabilidad, resistencia a la corrosión, capacidad de conducción, economía, facilidad de conexión y reparación, y, especialmente, la conservación de la calidad del agua. La resistencia mecánica es un elemento importante a la hora de considerar que tipo de material necesitamos ya que la tubería se verá sometida a una gran cantidad de cargas tanto externas y también internas, por ejemplo, presión hidrostática.

A la hora de elegir el material para construir la tubería se pueden usar una gama de materiales tales como plástico, hierro, acero, fundición, hormigón, cerámica... Que se escogerá dependiendo de las restricciones que la tubería tenga que satisfacer.

1.2.2. Bombas

Reciben energía con el fin de elevar la carga de presión del agua para que esta fluya por la tubería. Muchos de sistemas de distribución de agua incorporan bombas en el sistema para trasladar el agua o mantener presiones

que sean requeridas en diversos tramos. Gracias a estas bombas se nos permite realizar tareas como:

- Elevar el agua desde un terreno superficial o incluso subterráneo, hasta las plantas de almacenamiento, tratamiento o directamente a la red de distribución.
- Incremento de la presión en zonas específicas del sistema.
- Transporte en unidades de tratamiento, remover sólidos que se han depositado con el paso del tiempo, retrolavado de filtros...

Las bombas normalmente están accionadas electrónicamente, por ello se pueden parar o encender en momentos determinados, por ejemplo, cuando el nivel del tanque supere o sea menor que un determinado punto de control o cuando la presión que tenemos en un nudo caiga por debajo de un cierto umbral. Algunos tipos de bomba que realizan estas funciones son:

- Bombas de velocidad fija.
- Bombas de velocidad variable.
- Bombas de aceleración variable.

1.2.3. Válvulas

Son dispositivos con la función de detener, iniciar o controlar las características del flujo dentro de los conductos de presión, se utilizan para regular el caudal y la presión. Los podemos encontrar dependiendo de la manera en que se accionen de diversos tipos como manuales, automáticos o semiautomático. Una válvula se compone de un cuerpo y partes internas que son los que toman parte en regular el flujo. Luego tendremos un servomotor o actuador que modifican la posición del obturador dependiendo de la señal de control que llegue.

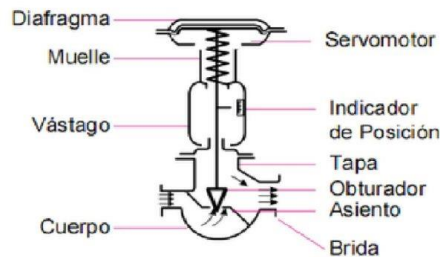


Figura 1-5. Esquema de una válvula.

Las válvulas se pueden clasificar de distintos tipos de forma dependiendo de las características y su función, en este caso al trabajar con el software EPANET, clasificaremos las mismas teniendo en cuenta los elementos que estarán a disposición a la hora de trabajar con el software en cuestión. Dividimos los tipos válvulas en:

- Válvulas Reductoras de Presión.
- Válvulas Sostenedoras de Presión.
- Válvulas de Rotura de Carga.
- Válvulas Limitadoras de Caudal.
- Válvulas Reguladoras por Estrangulación.
- Válvulas de Propósito General.

Las válvulas reductoras de presión tienen la misión de limitar la presión en un punto de la red de distribución que la contenga. Tiene 3 estados en los que puede trabajar para llevar a cabo su objetivo:

- Parcialmente abierta: Mantendría la presión aguas abajo cuando la presión que tengamos aguas arriba sea mayor que la que tenemos abajo.
- Abierta: Trabajamos en este modo cuando la presión aguas arriba es menor de la esperada.
- Cerrada: Si la presión que tenemos aguas abajo supera la presión que tenemos aguas arriba, cerrar la válvula nos ayuda a impedir el flujo inverso del líquido.

Tendremos también las válvulas sostenedoras de presión cuyo objetivo es el de mantener una presión en un punto determinado dentro de la red. Al igual que antes, diferenciaremos 3 modos de funcionamiento para esta válvula:

- Parcialmente abierta: Mantiene una presión aguas arriba cuando la de aguas abajo es menor.
- Abierta: Se entra en este modo de uso cuando la presión aguas abajo es superior de la que queremos.
- Cerrada: Cuando la presión aguas abajo es superior a la de arriba entonces, para evitar el flujo inverso se cierra.

Las válvulas de rotura de carga pueden reducir el valor de la presión aguas abajo a un valor como el de consigna.

Luego tenemos las válvulas limitadoras de caudal que limitan el flujo a un determinado valor que se ha prefijado. Son de tipo unidireccional y su orientación tiene que ser en el sentido del paso del líquido.

Las válvulas reguladoras por estrangulación son bidireccionales. Introducen pérdidas de carga dependiendo del caudal que atraviese por ella en un determinado instante. Se debe ajustar el valor del coeficiente de pérdidas menores.

También tenemos las válvulas de propósito general que son utilizadas cuando la relación pérdidas-caudal no sigue el comportamiento típico establecido por las fórmulas hidráulicas. La consigna de la válvula es la curva de pérdidas vs caudal.

Por último tenemos las válvulas de corte y las válvulas de retención las cuales funcionan permitiendo totalmente el flujo o cerrándolo.

1.2.4. Reservorios

Son sitios donde se acumula el agua como lagos, embalses, acuíferos... en Epanet los trataremos como si fuesen fuentes infinitas de agua o como sumidero para el sistema. Modelaremos su altura únicamente y la consideraremos constante para simplificar el modelo.

1.2.5. Tanques

Este tipo de elemento al contrario que los reservorios no se muestran como sumideros o depósitos infinitos sino que las acciones que se toman dentro de la red de distribución afectaran a este sistema. Representan un objeto con capacidad de almacenamiento del líquido que tendrá un volumen determinado y la altura del mismo dentro del tanque evoluciona en función del tiempo.

A estos elementos se les asigna un nivel mínimo y máximo, y dentro de Epanet si se alcanzan estos niveles se cierra la línea que lo conecta a la red.

1.2.6. Uniones

Son puntos en la red donde se unen las líneas o por donde entra o sale el agua de la red. Importante a la hora de simular nuestra red, ya que son puntos donde se conecta la red interior con la exterior y pueden existir demandas que varían o no con el tiempo dependiendo de las características de la misma.

1.3. Desarrollo matemático

Una vez definidos los elementos con los que vamos a trabajar y el sistema que vamos a utilizar, procedemos a la definición de los algoritmos que vamos a utilizar para representar el conjunto bajo estudio. Estas ecuaciones para afrontar el problema con exactitud deben ser lo más fieles a la realidad posible, consiguiendo así un buen modelo para trabajar y dar una solución al problema de distribución. En el desarrollo del modelo consideraremos que el fluido con el que trabajamos es ideal.

El modelo de la red de distribución surge de la aplicación de las ecuaciones de balance de masa y balance de energía a la red, dando lugar a un conjunto de ecuaciones algebraicas y ecuaciones diferenciales. Cada uno de los elementos que conforman la red se describe por ecuaciones de fenómenos elementales que se deducen de los modelos hidráulicos adoptados. A continuación se describen este conjunto de ecuaciones.

1.3.1. Ecuación de continuidad en un nodo

“La suma algebraica de los caudales másicos (o volumétricos, ya que el fluido es incompresible) que confluyen en el nodo debe ser igual a cero en el caso de no existir pérdidas o igual a las pérdidas en cada nodo de haberlas”.

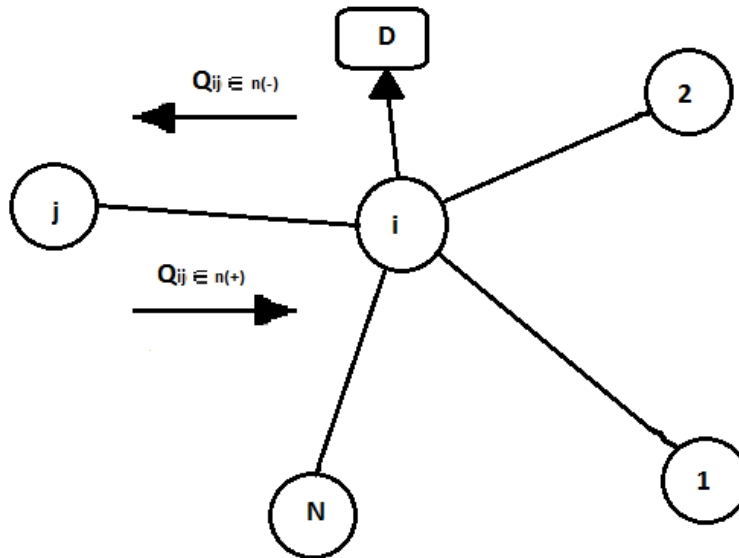


Figura 1-6. Esquema continuidad de flujo en un nodo.

$$\sum_{j \in n(+)} Q_{ij} - \sum_{j \in n(-)} Q_{ij} - D_i = \begin{cases} 0 & i \in M \\ l_{q_i} & i \in M_i \end{cases} \quad (1-1)$$

Donde:

N es el número total de nodos

$n(+)$ número total de flujos Q_{ij} en el nodo cuyo fin es i

$n(-)$ número total de flujos Q_{ij} en el nodo cuyo fin es j

M_i es el conjunto de nodos con fugas

M es el conjunto de nodos sin fugas

Q_{ij} es el caudal de la línea del nodo i hasta el j

lq_i flujo de pérdidas en el nodo i

D_i flujo de demandas en el nodo i

1.3.2. La ecuación de Bernoulli

“La energía por unidad de peso del fluido en la sección aguas arriba, más la energía por unidad de peso cedida al mismo a través de elementos activos (bomba / válvula) en el trayecto es igual a la energía por unidad de peso en la sección aguas abajo más las pérdidas de energía por unidad de peso entre las secciones del trayecto”.

$$H_i - H_j = \Delta h_{ij}(Q_{ij}, u_{ij}) \quad (1-2)$$

Donde:

H_i Cota del nodo i (inicial)

H_j Cota del nodo j (final)

Δh_{ij} Función característica del flujo – cota en la línea del nodo i al nodo j

u_{ij} Variable de control (Estado de la válvula o bomba) en la línea del nodo i al nodo j

Q_{ij} Es el caudal de la línea del nodo i hasta j

1.3.3. Modelado de los elementos del sistema

Una vez tenemos definidos los elementos reales que vamos a utilizar y las ecuaciones necesarias para poder obtener las soluciones del sistema, necesitamos crear un modelo del conjunto que queremos representar y estudiar.

1.3.3.1. Tuberías

Se asume que las tuberías están a presión, por lo que se encuentran completamente llenas de líquido en todo momento. Los parámetros con la que la definimos serán:

- Longitud
- Diámetro
- Coeficiente de rugosidad (Con este definimos las pérdidas de carga)
- Estado (Abierta, cerrada o con una válvula)

Dentro de estos factores analizamos la pérdida de carga debida al rozamiento que existe en las paredes de la tubería con el agua. Podremos utilizar hasta 3 modelos diferentes para describir este tipo de pérdidas:

- Darcy-Weisbach: Es una ecuación de tipo empírica que nos relaciona la pérdida de presión por fricción con la velocidad media del flujo.

- Hazen-Williams: Se utiliza para el agua en tuberías circulares llenas que trabajan a presión. Un modelo experimental.
- Chezy-Manning: Utilizada en canales y tuberías de gran diámetro.

$$h_L = r|Q_{ij}|^{n-1}Q_{ij} \quad (1-3)$$

Donde:

h_L Pérdidas de nodo i a nodo j (m)

Q_{ij} Caudal del nodo i al nodo j (l/s)

n Exponente de caudal

r Coeficiente de resistencia

Tabla 1-1. Modelos para pérdidas de fricción (S.I).

Fórmula	Coeficiente de Resistencia (r)	Exponente de Caudal (n)
Hazen – Williams	$\frac{f * 8 * L}{D^5 \pi^2 g}$	1.852
Darcy – Weisbach	$\frac{10.67L}{D^{4.87} C^{1.852}}$	2
Chezy – Manning	$\frac{10.29m^2}{D^{5.33}}$	2

Donde:

f Coeficiente de rugosidad de Darcy – Weisbach

L Longitud de la tubería

D Diámetro de la tubería

g Gravedad

C Coeficiente de rugosidad de Hazen Williams

m Coeficiente de rugosidad de Manning

Los coeficientes de rugosidad dependerán del material que estemos usando, en la siguiente tabla se muestran los valores.

Tabla 1-2. Coeficientes de Rugosidad para una tubería nueva.

Material	Hazen Williams (adimensional)	Darcy-Weisbach (mm)	Manning (universal)
Fundición	130 – 140	0.26	0.012– 0.015
Hormigón	120 – 140	0.3 – 3.0	0.012 – 0.017
Hierro galvanizado	120	0.15	0.015 – 0.017
Plástico	140 – 150	0.0015	0.011 – 0.015
Acero	140 – 150	0.045	0.015 – 0.017
Cerámica	110	0.3	0.013 – 0.015

Para obtener la f (Coeficiente de rugosidad de Darcy – Weisbach), recurrimos a diferentes métodos dependiendo del régimen que nos encontremos. Mirando entonces el número de Reynolds podemos determinar que existen 3 casos:

1. Cuando el **flujo es laminar ($Re < 2000$)** aplicaremos la fórmula de Hagen-Poiseuille que consiste en:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (1-4)$$

2. Cuando tengamos un **flujo de transición ($2000 < Re < 4000$)** tendremos que aplicar una interpolación cúbica al diagrama de Moody

$$f = (X1 + R(X2 + R(X3 + X4))) \quad (1-5)$$

$$R = \frac{Re}{2000} \quad (1-6)$$

$$X1 = 7FA - FB \quad (1-7)$$

$$X2 = 0.128 - 17FA - FB \quad (1-8)$$

$$X3 = -0.128 + 13FA - 2FB \quad (1-9)$$

$$X4 = R(0.032 - 3FA + 0.5FB) \quad (1-10)$$

$$FA = (Y3)^{-2} \quad (1-11)$$

$$FB = FA\left(2 - \frac{0.00514215}{(Y2)(Y3)}\right) \quad (1-12)$$

$$Y2 = \frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \quad (1-13)$$

$$Y3 = -0.86859 \ln\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right) \quad (1-14)$$

Donde:

ε Rugosidad de la tubería (mm)

d Diámetro de la tubería (mm)

3. Por último tenemos el caso cuando **el flujo es turbulento ($Re > 4000$)** emplea la aproximación explícita de Swamee y Jain a la fórmula de Colebrook-White:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (1-15)$$

Dentro de la tubería también encontramos pérdidas que se deben a la fricción del líquido con los elementos de unión u otros elementos auxiliares de la instalación como por ejemplo válvulas, codos o conexiones en T. A estas pérdidas le llamaremos con el nombre de **pérdidas menores** y vienen dadas por la siguiente ecuación:

$$h_m = m|Q_{ij}|Q_{ij} \quad (1-16)$$

Donde:

h_m Pérdidas menores de nodo i a nodo j

m Coeficiente de pérdidas menores basado en el caudal

Q_{ij} Caudal del nodo i al nodo j

Tenemos que:

$$m = \frac{K}{12.1D^4} \quad (1-17)$$

Donde:

h_m Pérdidas menores

m Coeficiente de pérdidas menores basado en el caudal

K Coeficiente de pérdidas menores basado en la pieza

Donde K dependerá del elemento y es una constante que determinamos experimentalmente.

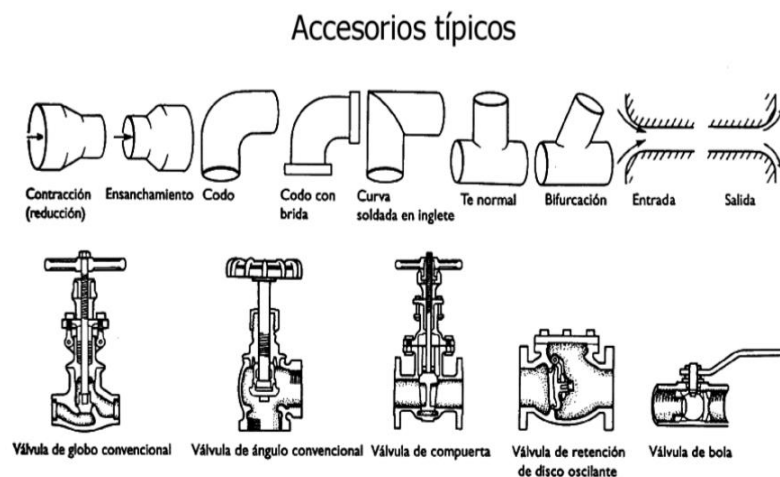


Figura 1-7. Tipos de elementos donde hay pérdidas menores.

Tabla 1-3. Coeficientes de pérdidas menores.

Accesorios	Coeficientes de pérdidas menores
Válvula de Globo, totalmente abierta	10.0
Válvula de Ángulo, totalmente abierta	5.0
Válvula de Retención de Clapeta, totalmente abierta	2.5
Válvula de Compuerta, totalmente abierta	0.2
Codo de radio pequeño	0.9
Codo de radio medio	0.8
Codo de radio grande	0.6
Codo a 45°	0.4
Codo cerrado con inversión del flujo	2.2
Te estándar - dirección de paso	0.6
Té Estándar – flujo desviado	1.8
Entrada Brusca	0.5

Salida brusca

1.0

Entonces podemos determinar las pérdidas totales en la red de distribución de agua como:

$$h_T = \sum h_{mt} + \sum h_{Lt} \quad (1-18)$$

Donde:

h_{mt} Pérdidas menores totales

h_{Lt} Pérdidas por fricción totales

h_T Pérdidas totales

1.3.3.2. Bombas

La característica más importante para definir el comportamiento de una bomba es su curva característica. Esta curva determina una relación entre la altura y el caudal que desarrolla una bomba a su velocidad nominal. Esta curva tiene la particularidad de que a cuanto más caudal, más disminuye la altura de impulsión, es decir la energía aportada al caudal total.

Trabajaremos con 2 tipos de bombas: bombas de velocidad fija y bombas de velocidad variable. El aumento de presión en bombas con **velocidad fija** se define como:

$$\Delta h = hd - hs \quad \text{Donde } hd \geq hs \quad (1-19)$$

Siendo:

Δh Es el salto de presión

hd Presión en el cabezal de entrega

hs Presión en el cabezal de succión

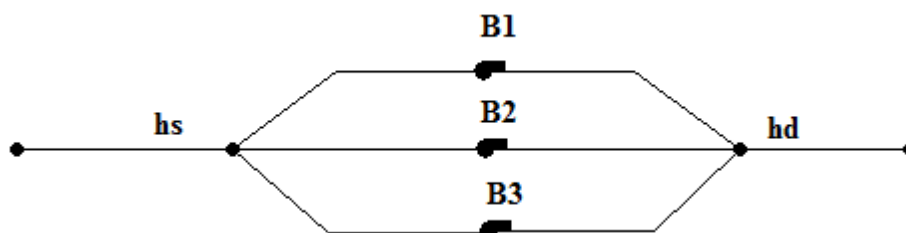


Figura 1-8. Grupo de bombas en paralelo.

Como se muestra en la figura, las bombas se pueden disponer también en paralelo, así sus caudales van a parar a una tubería que comparten ambos y obteniendo un mayor caudal. Modelaremos el problema de tal forma que:

$$\Delta h = g(q, u) \quad (1-20)$$

Donde:

Δh Es el salto de presión

u Número de bombas que están encendidas ($u = 1, \dots, U$)

q Flujo total bombeado por el grupo de bombas

La característica de $g(q, u)$ no es de tipo lineal, por ello utilizaremos una aproximación por una función cuadrática.

$$g(q, u) = \begin{cases} A \left(\frac{q}{u}\right)^2 + B \left(\frac{q}{u}\right) + C & u \neq 0 \\ 0 & u = 0 \end{cases} \quad (1-21)$$

Donde:

$A < 0$ Es el salto de presión

$B \leq 0$ Coeficiente del componente lineal del modelo de la bomba (flujo operativo estable)

$C > 0$ Cota de cierre (apagado)

En el caso de que tengamos bombas con velocidad variable el modelo a utilizar es:

$$\Delta h = g(q, u, s) \quad (1-22)$$

$$s = \frac{\text{velocidad de operación}}{\text{velocidad nominal}} \quad (1-23)$$

Donde:

$0 < s \leq 1$ Factor de velocidad de la bomba (1 para bombas de velocidad fija)

Entonces escribimos la ecuación de nuevo ahora con:

$g(q, u) = \begin{cases} A \left(\frac{q}{u}\right)^2 + B \left(\frac{q}{u}\right) + C & u \neq 0 \\ 0 & u = 0 \end{cases}$	(1-24)
---	--------

1.3.3.3. Válvulas

Dentro del análisis hidráulico que hacemos al sistema bajo estudio determinamos las pérdidas de carga para un caudal determinado como:

$$H_i - H_j = \Delta h_{ij} = rQ_{ij}^n + mQ_{ij}^2 \quad (1-25)$$

Donde:

H_i Altura piezométrica en el nudo de inicio i

H_j Altura piezométrica en el nudo final j

Δh_{ij} Pérdida de carga en la válvula

r Coeficiente de resistencia

m Coeficiente de pérdidas menores

n Exponente de caudal

Q_{ij} Caudal del nodo i al nodo j

Las válvulas pueden cambiar de estado y de consigna según las distintas características en las válvulas. Las válvulas abiertas se les asigna un valor del coeficiente r calculado bajo el supuesto de que la válvula actúa como una tubería lisa ($f = 0,02$), cuya longitud es dos veces el diámetro de la válvula:

$$\Delta h = g(q, u, s) \quad (1-26)$$

$$\Delta h_{ij} = \frac{2 \times 82.7 \times 10^6 \times f}{D^5} \times Q_{ij}^2 \quad (1-27)$$

Las líneas cerradas se supone que obedecen a una relación de pérdidas lineal con un factor de resistencia muy grande

$$\Delta h_{ij} = 10^8 \times Q_{ij}^2 \quad (1-28)$$

1.3.3.4. Reservorio

Al trabajar con la hipótesis de que son elementos externos con una capacidad ilimitada, adoptamos la siguiente ecuación:

$$H_i = H_e = cte \quad (1-29)$$

1.3.3.5. Tanques

Son elementos los cuales se ven afectados con la evolución en el tiempo del sistema. Consideramos que la geometría del tanque solo puede ser de tipo cilíndrico, determinando la característica del componente como:

$$S \frac{dH_i}{dt} = Q_{ij} \quad (1-30)$$

Donde:

S Sección del tanque

$\frac{dH_i}{dt}$ Variación de la altura en el tiempo

Q_{ij} Caudal

1.3.3.6. Emisor

Simula el flujo de salida a través de una tobera o un orificio que descargan a la atmósfera. El caudal descargado es proporcional a la raíz cuadrada de la presión y al coeficiente de descarga. Este caudal variará dependiendo de la presión existente en el nodo. Se representa:

$$lq_i = Cp^\alpha \quad (1-31)$$

Donde:

lq_i Flujo de pérdidas en el nodo

C Coeficiente de descarga

p Presión disponible en el nodo

α Exponente de la presión.

2.

EPANET

“El pensamiento es el corcel, la razón el jinete”

Aurore Dupin

El software que utilizaremos como referencia para obtener los parámetros de los elementos que conforman la red de distribución de agua será Epanet, una herramienta capaz de simular a lo largo del tiempo la evolución de nuestro sistema en estudio.

La razón por la que usamos este software es gracias a que nos permite hacer análisis hidráulicos de redes de tuberías a partir de las características físicas de las tuberías y dinámicas de los nudos para obtener la presión y los caudales en nodos y tuberías respectivamente. Incluyendo también el desarrollo de otros elementos que conforman la caracterización de la red de agua como la calidad del agua, parte que en el desarrollo del trabajo no se verá comprometida ya que nos centraremos siempre en el análisis de caudales y alturas.

2.1.1. Descripción de la red de agua

Para poder observar la evolución de la red de agua a lo largo del tiempo, necesitaremos tanto poder describir el sistema en nuestro programa como luego integración para observar cómo cambian los parámetros que determinan la física del problema.

En el anterior punto del trabajo, se ha desarrollado las distintas ecuaciones matemáticas que serán las que usará Epanet para integrar la solución del problema a lo largo del tiempo, y así como las que utilizaremos nosotros posteriormente para simular nuestro problema a lo largo del tiempo.

Gracias a las opciones que nos ofrece Epanet, podemos imponer las características de los elementos descritos a lo largo del primer punto del documento, que serán los objetos que utilizemos.

Epanet nos permite crear el sistema objetivo dentro de un entorno gráfico, es decir, seleccionamos los distintos elementos que caracterizan la red introduciéndolos en un mapa donde una vez elegidos los distintos objetos con los que trabajaremos, solo nos falta unirlos entre ellos teniendo en cuenta siempre las ecuaciones de continuidad, lo que quiere decir que la forma en que unamos los elementos es esencial para el desarrollo del problema, y por último introduciendo las características de los diversos elementos que podemos encontrar dentro del mapa que hayamos creado.

El siguiente ejemplo, es la ilustración de una red de agua genérica donde podemos encontrar los diversos componentes con los que trabajaremos a lo largo de nuestro proyecto:

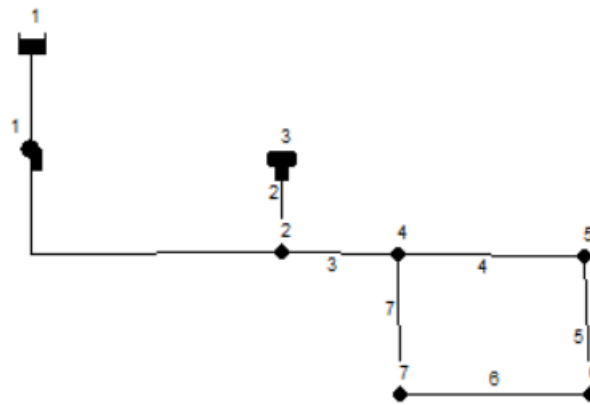


Figura 2-1. Ejemplo red Epanet.

Definimos los componentes que conforman nuestra red de agua, donde podemos acceder seleccionando el objeto y haciendo doble click, y la correspondencia gráfica dentro del mapa:

- Reservorio

Propiedad	Valor
*ID Embalse	1
Coordenada-X	-2161,02
Coordenada-Y	7661,02
Descripción	
Etiqueta	
*Altura Total	1
Patrón de Altura	
Calidad Inicial	
Fuente de Calidad	
Caudal Neto Entrante	No Disponible
Cota	No Disponible
Presión	No Disponible
Calidad	No Disponible

Figura 2-2. Características del Reservorio.



Figura 2-3. Reservorio.

- Bomba

Propiedad	Valor
*ID Bomba	1
*Nudo Inicial	1
*Nudo Final	2
Descripción	
Etiqueta	
Curva Característica	1
Potencia	
Velocidad Relativa	
Patrón	
Estado Inicial	Abierto
Curva de Rend.	
Precio Energía	
Patrón de Precios	
Caudal	No Disponible
Altura Manométrica	No Disponible
Calidad	No Disponible
Estado	No Disponible

Figura 2-4. Características de la bomba.



Figura 2-5. Bomba.

- Nodo

Propiedad	Valor
*ID Conexión	5
Coordenada-X	1872,88
Coordenada-Y	6118,64
Descripción	
Etiqueta	
*Cota	0
Demanda Base	0
Patrón de Demanda	
Categoría de Demanda	1
Coef. Emisor	
Calidad Inicial	
Fuente de Calidad	
Demanda Actual	No Disponible
Altura Total	No Disponible
Presión	No Disponible
Calidad	No Disponible

Figura 2-6. Características del nodo.



Figura 2-7. Nodo.

- Tanque

Depósito 3	
Propiedad	Valor
*ID Depósito	3
Coordenada-X	-330,51
Coordenada-Y	6779,66
Descripción	
Etiqueta	
*Cota	5
*Nivel Inicial	10
*Nivel Mínimo	0
*Nivel Máximo	20
*Diámetro	50
Volumen Mínimo	
Curva de Volumen	
Modelo de Mezcla	Mezcla
Fracción Mezcla	
Coef. de Reacción	
Calidad Inicial	
Fuente de Calidad	
Caudal Neto Entrante	No Disponible
Cota	No Disponible
Presión	No Disponible
Calidad	No Disponible

Figura 2-8. Características del tanque.



Figura 2-9. Tanque.

- Tubería

Tubería 4

Propiedad	Valor
*ID Tubería	4
*Nudo Inicial	4
*Nudo Final	5
Descripción	
Etiqueta	
*Longitud	1000
*Diámetro	0.15
*Rugosidad	0.05
Coef. de Pérdidas	0
Estado Inicial	Abierto
Coef. Flujo	
Coef. Pared	
Caudal	No Disponible
Velocidad	No Disponible
Pérd. Unit.	No Disponible
Factor fricción	No Disponible
Velo. de Reacción	No Disponible
Calidad	No Disponible
Estado	No Disponible

Figura 2-10. Características de la tubería.

Figura 2-11. Tubería.

2.1.2. Datos de la red

Una vez ya tenemos definido nuestro problema a resolver, introducimos en una de las funciones claves que nos ofrece Epanet. Nos referimos a la creación de un tipo de archivo “Ejemplo.inp”, la cual nos permite trabajar con los datos generados en la caracterización de la red del software.

Es decir, tenemos dos partes diferenciadas a la hora de trabajar con Epanet para el desarrollo de nuestra actividad. La primera, como está explicado en el anterior punto, será la creación de nuestro mapa con los distintos elementos que caracterizan a la red. El siguiente paso, después de crear esta red y tener nuestro archivo de tipo “Ejemplo.net”, será crear el archivo.inp, ya que gracias a las características del mismo nos permite a nosotros utilizar los datos que genera el programa para nuestro estudio personal.

La creación del archivo en cuestión se realiza con la función de Epanet ‘Exportar’ en la siguiente figura se ilustra como crear el archivo donde encontraremos los diferentes datos que usaremos para caracterizar a nuestra red.

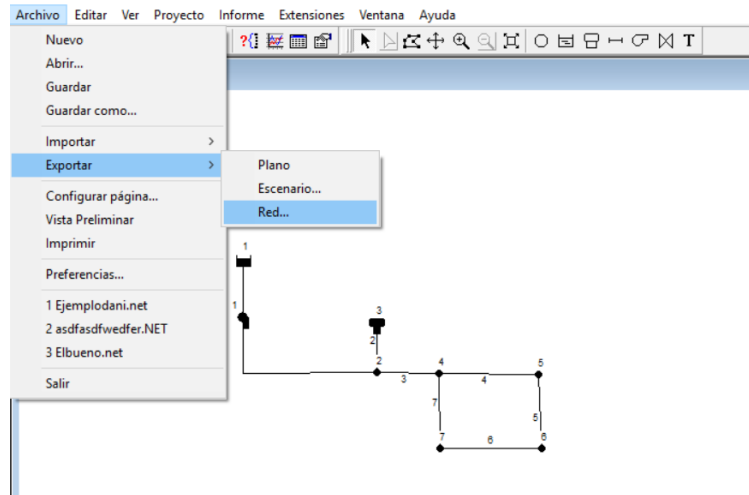


Figura 2-12. Creacion archivo 'INP'.

Exportando la red a un fichero, obtenemos el archivo desesado que podremos abrir con la función “Bloc de Notas”, este archivo contiene los datos que caracterizan a la red y los elementos como los tipos de elementos, como se conectan entre ellos, descripción de cada componente... además de otras como calidad del agua, elementos para observar la composición química del agua, el paso de iteración a lo largo del tiempo... este último, será un dato del fichero que no utilizaremos para la simulación de nuestro código ya que lo definiremos nosotros a lo largo de los pasos para generar la evolución del sistema.

3. DESARROLLO DEL MODELO: SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON PYTHON

*“Hace falta toda una vida para aprender a vivir”
Seneca*

El problema al que nos enfrentamos dentro de este capítulo será el de la determinación a lo largo del tiempo de las características físicas que queremos evaluar. Este objetivo lo conseguiremos a través de diferentes programas capaces de generar los objetos y datos con los que trabajaremos, que la propia naturaleza del programa que utilizamos, nos permite la interacción entre diferentes entornos de trabajo para el correcto desarrollo del problema en cuestión.

El objetivo de este trabajo será la evaluación de la red de agua, utilizando Spyder (Scientific Python Development Environment), siendo un IDE (Integrated development environment) que contiene una gran cantidad de paquetes para el análisis y desarrollo matemático, adaptándose perfectamente a lo que necesitamos ya que contiene librerías muy útiles que facilitan y hacen posible la evaluación de los datos que obtenemos, estas librerías son NumPy, SciPy o Matplotlib, las cuales gracias a sus funciones matemáticas y gráficas nos dotan de las herramientas necesarias para poder evaluar el problema de una forma eficaz y precisa.

Este ambiente de trabajo lo conseguiremos con la distribución libre y abierta llamada Anaconda para lenguajes Python y R. El objetivo de esta distribución es incluir gran cantidad de información necesaria para el desarrollo de programas que utilizemos, simplificando la administración de los paquetes software que serán los que vengan instalados dentro de nuestro sistema operativo. Anaconda es compatible con Windows, Linux y MacOS, siendo el primero en el que se verá desarrollado el trabajo para conseguir nuestro objetivo final.

3.1. Simulación del sistema

El primer paso para llegar a nuestro objetivo de poder simular el sistema, será la caracterización del mismo, esto lo conseguimos gracias a el programa Epanet y su función de poder generar un archivo “.inp”, en el que vienen los datos que necesitamos para modelar el problema y que nos permite trabajar con estos datos desde Spyder.

El archivo que usaremos será legible como texto y viendo la disposición de estos caracteres que encontramos en el mismo, podemos desarrollar un código de forma que dentro de nuestro programa, podamos almacenar la información que contiene el archivo generado por Epanet, es decir, que gracias a la interacción entre el archivo “.inp” y la cualidad de Spyder de poder leer un archivo de texto y un buen método para identificar que tipo de caracteres conforman el mismo, hace posible que podamos almacenar los datos que nos interesan dentro de nuestro Python, y así poder trabajar con los elementos que queremos estudiar.

3.1.1. Lectura de datos

La primera parte de nuestro planteamiento en la resolución del trabajo que estamos planteando, será obtener los datos que nos da el fichero “.inp” obtenido de Epanet. Esta parte la hemos dividido en 3 partes diferenciadas para un mejor entendimiento y estructuración del código que desarrollamos. Tendremos entonces un archivo objetivo de donde obtener los datos para modelar el problema, este archivo objetivo tiene los datos necesarios de los elementos que componen la red y sus características. Podemos ver una parte del fichero que nos ofrece Epanet en el cual podemos ver la información que el programa nos da sobre el modelado de los nodos:

```
[JUNCTIONS]
;ID          Elev          Demand          Pattern
N1           0             0
N2           0             0
N3           0             0
N4           0             0
N5           0             12
```

Figura 3-1. Estructura de los nodos dentro del archivo “.inp”.

De esta manera, sabiendo como se forman las estructuras que nos interesan. Podemos determinar un método eficiente para la recolección de estos datos. Dividiremos esta primera parte de recolección de los parámetros objetivo en otras 3 partes que se verán diferenciadas por los distintos programas que hemos creado.

3.1.1.1. Lectura del fichero

La primera parte consiste en la lectura de todos los caracteres que se encuentran en el archivo de texto, esto hace que podamos procesar los datos en Spyder posteriormente ya que hemos obtenido todo lo necesario del fichero de lectura. Este proceso se realizará con el programa “Obtenerdatos.py”, el cual introduciendo el fichero del tipo “.inp” que queremos leer, procesa todos los datos necesarios y los guarda en variables de tipo lista que podremos utilizar después para el desarrollo de nuestro código.

```
"Introducimos el fichero .inp de Epanet"
file=open('D12.inp','r')
```

Figura 3-2. Línea de código donde introducimos nuestro fichero “.inp”.

3.1.1.2. Búsqueda de posiciones de títulos

La segunda parte dentro de la recopilación de los datos será la de la búsqueda de los datos que nos interesan y como están dispuestos dentro del archivo. Una vez que ya tenemos los datos procesados y guardados en las variables listas que hemos creado podemos analizar estas variables y encontrar su lugar exacto dentro de donde lo guardamos, es decir, obtenemos las posiciones de los títulos de los elementos que nos interesan ofrecidos por Epanet y guardamos el lugar donde se sitúan en la lista para poder recopilar los datos que nos servirán de guía a la hora de obtener las características de los componentes que nos interesan. Concretamente los elementos que vamos a utilizar para nuestra simulación serán:

- Nodos
- Embalses
- Tanques
- Tuberías
- Válvulas
- Curvas de las bombas

3.1.1.3. Obtener los parámetros

La tercera parte una vez obtenidas las posiciones de los títulos dentro de la lista, será encontrar las posiciones de todos los elementos que queremos analizar y acto seguido almacenar las características de estos objetos, diferenciándolas y almacenándolas en listas, que analizaremos posteriormente para obtener el modelo completo de nuestro problema.

El programa que realiza este trabajo se llama “Encontpos.py”, y su función es encontrar la posición de todos los elementos que se encuentren dentro de los grupos antes nombrados en la segunda parte, y recopilar estos datos que leemos en variables de tipo lista.

Añadimos una misión extra dentro de este programa que será la de encontrar una función con los datos que nos proporciona Epanet sobre la curva característica de la bomba. Así preparamos ya una variable para trabajar posteriormente con ella, y obtener el modelado de las matrices que caracterizan el comportamiento de las bombas dependiendo de sus características intrínsecas.

3.1.2. Modelado del sistema

Una vez obtenidos los datos necesarios para poder estudiar el sistema, pasamos a la construcción del modelo según las ecuaciones que definen la dinámica del mismo. En el capítulo 1.3 explicábamos el comportamiento físico de los componentes de una red, ahora es cuando utilizaremos este modelo matemático, de tal manera que podamos interpretar solamente con la información del fichero que nos da Epanet, la caracterización de todas las ecuaciones que conforman el sistema.

El código desarrollado tratará de tal forma los datos para que después de ejecutar el programa “Ecuaciones.py”, se creen todas las matrices que caracterizan el sistema objetivo, en este caso el sistema de ecuaciones que hemos decidido para el modelo bajo estudio es:

$$\frac{dHx}{dt} = BQ \quad (3-01)$$

$$AQ = D \quad (3-02)$$

$$A^T H + G(Q, u) + A_r^T H_r + A_t^T H_x = 0 \quad (3-03)$$

$$G(Q, u) = G_1(u) + G_2(u) \cdot Q + G_3(u) \cdot Q \cdot Q + G_4 |Q|^{n-1} \cdot Q \quad (3-04)$$

Al poder leer diferentes archivos que exportemos de Epanet, significa que el código esta preparado para poder introducir una red genérica siempre y cuando cumpla las condiciones necesarias dentro de nuestro desarrollo.

Se asume que los únicos actuadores sobre la red son bombas y válvulas de regulación. El tipo de bombas que manejaremos serán las que tengan curvas características de 3 puntos, contemplando en nuestro modelo incluso estaciones de bombas. El único tipo de válvulas que se van a considerar son de tipo reguladoras pues el resto pueden modelarse como pérdidas menores de las tuberías.

Como hemos hecho referencia anteriormente el programa “Ecuaciones.py” se encarga de construir las matrices que nos servirán para modelar el sistema siguiendo un orden preciso. Así, las matrices que componen la figura 3-3, vienen formadas dependiendo del orden en el que se encuentren dentro de Epanet. Esta distribución no es aleatoria, sino que viene determinado dependiendo del orden que hemos escogido para crear la red en el software de distribución de aguas, es decir, las matrices toman las referencias dependiendo del orden en el que se encuentren dispuestos en el fichero de texto.

La definición de las matrices que analizamos en nuestro sistema analizando una por una las ecuaciones que encontramos en la anterior figura es:

$$\frac{dH_x}{dt} = BQ \quad (3-01)$$

Donde:

B Matriz que define los caudales respecto el tanque

$\frac{dH_x}{dt}$ Variación de la altura del tanque en el tiempo

Q Caudales que definen al sistema

El tamaño de la matriz B depende del número de tanques que se encuentren en nuestro sistema, correspondiente a las filas, y la suma de tuberías, válvulas y estaciones de bombas que corresponderán a las columnas:

$$B_{Nt \times Nr} = (B_{tuberias} \quad B_{valvulas} \quad B_{bombas}) \quad (3-05)$$

Donde:

$B_{Nt \times Nr}$ Matriz que define los caudales respecto al tanque

Nt Número de tanques

Nr Número de ramas

$B_{tuberias}$ Matriz que tiene el tamaño de las tuberías

$B_{valvulas}$ Matriz que tiene el tamaño de las válvulas totales

B_{bombas} Matriz que tiene el tamaño de las estaciones de bombas.

La ecuación de continuidad en los nodos la modelaremos como:

$$AQ = D \quad (3-02)$$

Donde:

A Matriz que define los caudales para la continuidad de flujo

Q Caudales que definen al sistema

D Demanda de los nodos

Esta matriz A es la que define el sentido del flujo y en que parte del sistema afecta cada caudal, tendrá como filas el número de los nodos del sistema y como columnas el total de las ramas que se hallen en el mismo:

$$A_{Nn \times Nr} = (A_{tuberias} \quad A_{valvulas} \quad A_{bombas}) \quad (3-06)$$

Donde:

$A_{Nn \times Nr}$ Matriz que define los caudales para la continuidad de flujo

Nn Número de nodos

Nr Número de ramas

$A_{tuberias}$ Matriz que tiene el tamaño de las tuberías

$A_{valvulas}$ Matriz que tiene el tamaño de las válvulas totales

A_{bombas} Matriz que tiene el tamaño de las estaciones de bombas.

Ahora pasamos a la ecuación de balance de energía:

$$A^T H + G(Q, u) + A_r^T H_r + A_t^T H_x = 0 \quad (3-03)$$

Donde:

$A_{Nn \times Nr}^T$ Matriz que define los caudales para la continuidad de flujo

H Matriz que contiene la altura de los nodos

$G(Q, u)$ Matriz que contiene las pérdidas y las acciones de control

A_r Matriz que define las alturas de los reservorios en las ecuaciones

H_r Matriz que contiene las alturas de los reservorios

A_t Matriz que define las alturas de los tanques en las ecuaciones

H_x Matriz que contiene las alturas de los tanques totales

La estructura de las matrices A en esta ecuación es parecida a la anterior, de forma que se introducen primero los elementos referentes a las tuberías y luego válvulas y bombas respectivamente. Serán elementos que contengan como columnas el número de ramas que existen dentro de nuestro sistema, y como filas el número del elemento al que se refieren, siendo A_t el que se refiere a los tanques y A_r el que se refiere a los reservorios.

Pasamos ya a la última ecuación que caracteriza nuestro sistema, que es la que se encarga de cuantificar las pérdidas e introducir en nuestro modelo las acciones de control pertinentes de bombas y válvulas:

$$G(Q, u) = G_1(u) + G_2(u) \cdot Q + G_3(u) \cdot Q \cdot Q + G_4 |Q|^{n-1} \cdot Q \quad (3-4)$$

Donde:

$G(Q, u)$ Matriz que contiene las pérdidas y las acciones de control.

G_1 Matriz que contiene características de bombas.

G_2 Matriz que contiene características de bombas.

G_3 Matriz de que contiene características de válvulas y bombas.

G_4 Matriz que contiene las pérdidas según H-W en las tuberías.

Q Caudales que definen al sistema

Las matrices que acabamos de mencionar dependen de diferentes elementos, en este caso G_4 solo depende de como hemos definido los coeficientes de pérdidas en las tuberías, en cambio G_1 , G_2 , G_3 contienen información sobre la curva característica de la bomba y sobre las pérdidas de carga respectivas a la válvula, teniendo en cuenta sus acciones de control.

En definitiva, utilizamos el modelo matemático usado por Epanet de los elementos, mientras que el sistema de ecuaciones que utilizamos para modelar la red que planteamos resuelven el mismo problema, pero nosotros expresamos las mismas de otra manera para mayor comodidad tanto a la hora del cálculo como a la de analizar las diferentes partes de las ecuaciones.

3.1.3. Integración numérica de las ecuaciones del modelo

Una vez construido el modelo mediante las distintas matrices que lo conforman, se va a proceder a integrar numéricamente las ecuaciones algebraico diferenciales que lo describen. El metodo escogido para la integración del sistema a lo largo del tiempo serán el método Hardy Cross para la resolución de las ecuaciones algebraicas de balance y el método Runge Kutta para la integración de las ecuaciones diferenciales.

3.1.3.1. Hardy Cross

Es un método de resolución de las ecuaciones algebraicas que componen nuestro problema. En nuestros programas el desarrollo de este método está contenido en el archivo "CrossHardy.py". Se asume que la actuación u y las alturas de los tanques H_x son datos de entrada del algoritmo.

El método es un método iterativo, es decir, en el que en cada iteración $k+1$, a partir de una estimación de caudal Q_k se determina $Q_{k+1} = Q_k + \Delta Q_k$ a partir del cálculo del gradiente de $G(Q_k, u)$, T_k , que es fácil de calcular.

Por ejemplo para un caudal:

$$|Q_{k+1}|^{n-1} Q_{k+1} \cong |Q_k|^{n-1} Q_k + n|Q_k|^{n-2} \Delta Q_k \quad (3-07)$$

Siguiendo un desarrollo en serie de Taylor, se puede escribir

$$G(Q_{k+1}, u) \cong G(Q_k, u) + T_k \Delta Q_k \quad (3-08)$$

Entonces las ecuaciones se pueden reescribir como:

$$A Q_k + A \Delta Q_k = D \quad (3-09)$$

$$A^T H_{k+1} + \{G(Q_k, u) + T_k \Delta Q_k\} + T_k \Delta Q_k + A_r^T H_r + A_t^T H_x = 0 \quad (3-10)$$

Nos quedaría resolver el sistema lineal que planteamos:

$$\begin{pmatrix} A & 0 \\ T_k & A^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta Q_k \\ H_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A Q_k - D \\ -G(Q_k, u) - A_r^T H_r - A_t^T H_x \end{pmatrix} \quad (3-11)$$

Se determina ΔQ_k y se actualiza

$$Q_{k+1} = Q_k + \Delta Q_k \quad (3-12)$$

Se itera hasta que ΔQ_k sea muy pequeño.

3.1.3.2. El método de Runge Kutta

Analizaremos la solución de la ecuación diferencial, utilizaremos el método de Runge Kutta de orden 4 consiguiendo la solución a partir de las soluciones obtenidas en las ecuaciones algebraicas que hemos estudiado antes.

Un problema de valor inicial que aproximamos:

$$x_{k+1} = x_k + h_k \sum_{i=1}^4 b_i * k_i \quad (3-13)$$

$$z_i = H[x_k + h_k \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j, u(t_k + c_i h_k)] \quad (3-14)$$

$$k_i = f[x_k + h_k \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_j, z_i, u(t_k + c_i h_k)] \quad (3-15)$$

Utilizaremos la Tabla de Butcher:

$$\{a_{ij}\}, \{b_i\}, \{c_i\} \quad (3-16)$$

0	0			
c_2	a_{21}			
c_3	a_{31}	a_{32}		
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	
c_s	a_{s1}	a_{s2}	\dots	$a_{s,s-1}$
	b_1	b_2	\dots	b_{s-1}
				b_s

Figura 3-3. Tabla de Butcher.

Definimos k_i de forma recursiva:

$$k_1 = f(x_k, u(t_k)) \quad (3-17)$$

$$k_2 = f\left(x_k + \frac{1}{2}h_k k_1, u\left(t_k + \frac{1}{2}h_k\right)\right) \quad (3-18)$$

$$k_3 = f\left(x_k + \frac{1}{2}h_k k_2, u\left(t_k + \frac{1}{2}h_k\right)\right) \quad (3-19)$$

$$k_4 = f(x_k + h_k k_3, u(t_k + h_k)) \quad (3-20)$$

Entonces se calcula:

$$x_{k+1} = x_k + h_k \left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4\right) \quad (3-21)$$

3.2. Ejemplo práctico

Representamos el caso de estudio de una red genérica que planteamos, en este caso el ejemplo de red que analizamos es una red que contiene 2 reservorios, 1 válvula, 1 bomba, 1 tanque, 5 nodos y una demanda en uno de los nodos. Durante el desarrollo de este punto estudiaremos tanto el estudio matemático de las ecuaciones que caracterizan el sistema, como analizaremos el ejemplo dentro del código desarrollado en Python y en Epanet para poder visualizar los resultados que nos ofrecen y discutirlos.

La red que proponemos para el caso de estudio es:

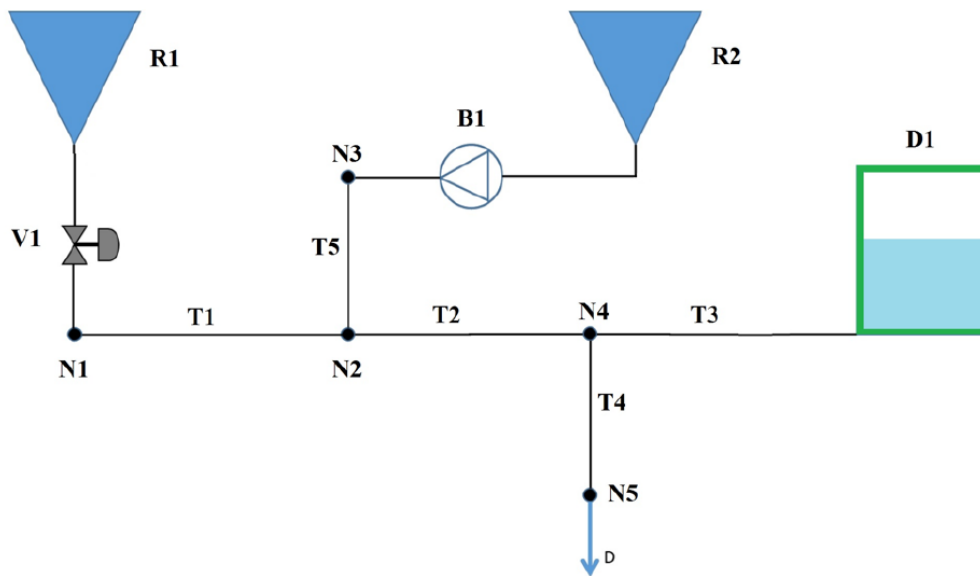


Figura 3-4. Representación gráfica de la red.

Iniciamos con la definición de los parámetros del sistema, parte importante ya que lo ideal es que el sistema se estabilice a lo largo del tiempo.

3.2.1. Definición del Sistema

- Nodos

Respecto a los nodos, la característica que nos interesa es la demanda que corresponde a cada nodo, en nuestro caso:

$$N5 : D5 = 12 \text{ [LPS]}$$

- Reservorios

En lo que respecta a los embalses, definimos la altura que al suponerse masas de agua de gran tamaño, trabajamos con estas alturas como invariables.

$$R1 = 30[m]$$

$$R2 = 10[m]$$

- Tanques

Los tanques serán espacios donde el agua puede variar dependiendo de las características dinámicas de la red y que definimos también por las características físicas del depósito, definiremos:

$$\text{Nivel inicial del tanque : } INi = 17 [m]$$

$$\text{Nivel mínimo del tanque: } Imin = 2 [m]$$

Nivel máximo del tanque: $I_{max} = 20 [m]$

Diámetro: $D = 10 [m]$

- Tuberías

En la definición de estos elementos resulta fundamental el sentido del flujo, que será indispensable para la definición del sistema y sus signos.

Tubería	Nodo inicial	Nodo final
T1	N1	N2
T5	N3	N2
T2	N2	N4
T4	N4	N5
T3	N4	D1

Definimos todas las tuberías con las mismas características:

Longitud = Longtu = 400[m]

Diametro = Diamtu = 100[mm]

Rugosidad = Rugtu = 150 [Coeficiente $H - W$]

- Bombas

Las características de las bombas vienen a partir de la curva característica y del sentido que elijamos para la misma.

El primer paso que seguimos para definirla es concretar la dirección del flujo.

Nodo Inicial	Nodo Final
R2	N3

La curva que utilizamos es la curva de 3 puntos, que viene determinada por:

Caudal[LPS]	Altura[m]
0	40
5	25
8	2

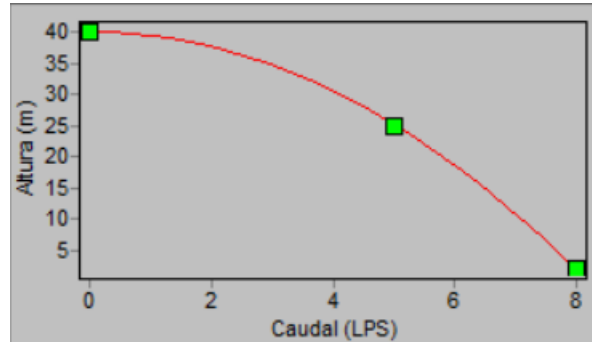


Figura 3-5. Curva definida por 3 puntos.

- Válvulas

Como hemos mencionado antes, las válvulas que vamos a utilizar en nuestro trabajo serán las reguladoras, para definir correctamente la válvula definimos la dirección del flujo y sus parámetros internos.

Nodo Inicial	Nodo Final
R1	N1

$$Diametro = Diamval = 100[mm]$$

$$Consigna = Tipval = 40[Coeficiente de pérdidas]$$

3.2.2. Planteamiento de las ecuaciones

Aplicamos el sistema de ecuaciones que hemos desarrollado en el punto 3.1.2, con lo cual quedarían:

- Ecuaciones algebraicas

$$AQ = D \tag{3-02}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_5 \end{pmatrix}$$

$$A^T H + G(Q, u) + A_r^T H_r + A_t^T H_x = 0 \tag{3-03}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} H_{N1} \\ H_{N2} \\ H_{N3} \\ H_{N4} \\ H_{N5} \end{pmatrix} + G(Q, u) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{R1} \\ H_{R2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (H_x) = 0$$

$$G(Q, u) = G_1(u) + G_2(u) \cdot Q + G_3(u) \cdot Q \cdot Q + G_4 |Q|^{0.852} \cdot Q \quad (3-04)$$

$$G(Q, u) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -40 \cdot u_{bomba} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.083 \cdot u_{bomba} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.033 \cdot u_{válvula} \\ 0.583 \cdot u_{bomba} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0823 \\ 0.0823 \\ 0.0823 \\ 0.0823 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix} \wedge 0.852 * \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix}$$

- Ecuaciones diferenciales

$$\frac{dHx}{dt} = BQ \quad (3-01)$$

$$\frac{dHx}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.04587 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{N1N2} \\ Q_{N3N2} \\ Q_{N2N4} \\ Q_{N4N5} \\ Q_{N4D1} \\ Q_{R1N1} \\ Q_{R2N3} \end{pmatrix}$$

Dejamos planteadas las ecuaciones que modelan el sistema, y que nos permitirán analizar la dinámica del mismo a lo largo del tiempo.

3.2.3. Evolución en el tiempo del Sistema

En este apartado desarrollamos la aplicación del método de simulación que hemos visto a lo largo de todo el capítulo, partiendo de los datos hasta el método de iteración que utilizamos para realizarlo.

La simulación que vamos a realizar consiste en nuestro caso leer el archivo “D14.inp”, con nuestro programa “Obtenerdatos.py” como hemos descrito antes. Este archivo tiene la función de simular la red de agua que hemos visto en el ejemplo anterior durante un periodo de 300 horas y forzando al sistema a tener una demanda constante de 14 en el N5 durante el transcurso de la simulación.

3.2.3.1. Simulación en Spyder

La evolución de los datos que obtenemos en nuestro código desarrollado en Spyder, los obtenemos con el programa llamado “Graficas.py”, el cual será el encargado como su propio nombre indica, de mostrarnos las gráficas de las características físicas que estudiamos dentro del proyecto. Obtenemos las siguientes representaciones gráficas:

- Conexiones en la red

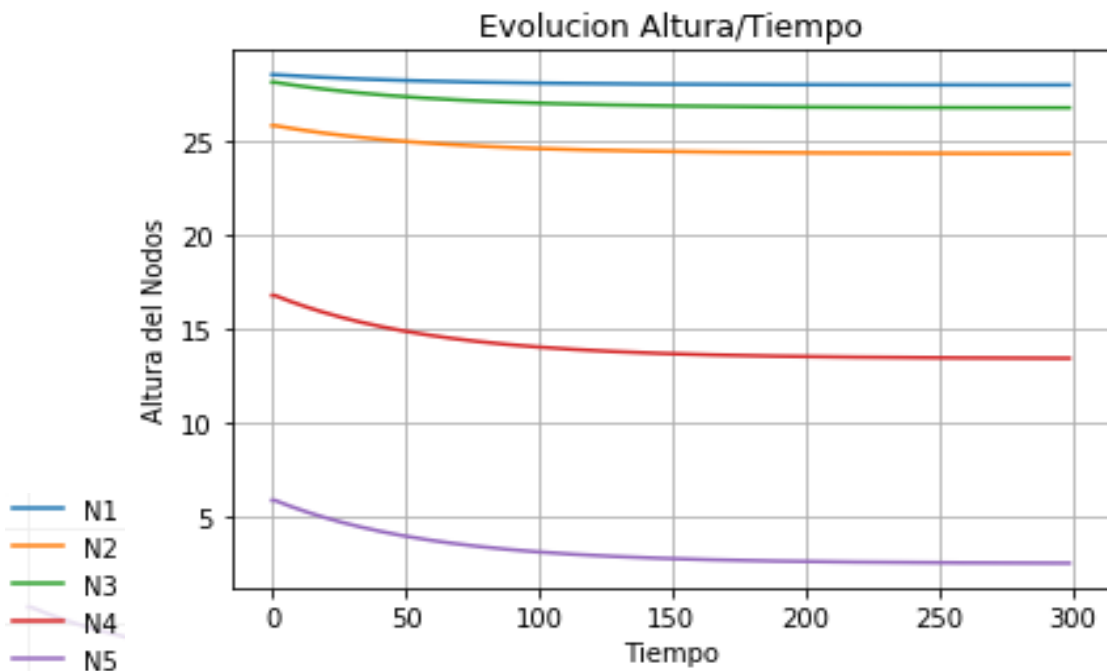


Figura 3-6. Evolución de la altura de los nodos.

- Reservorios

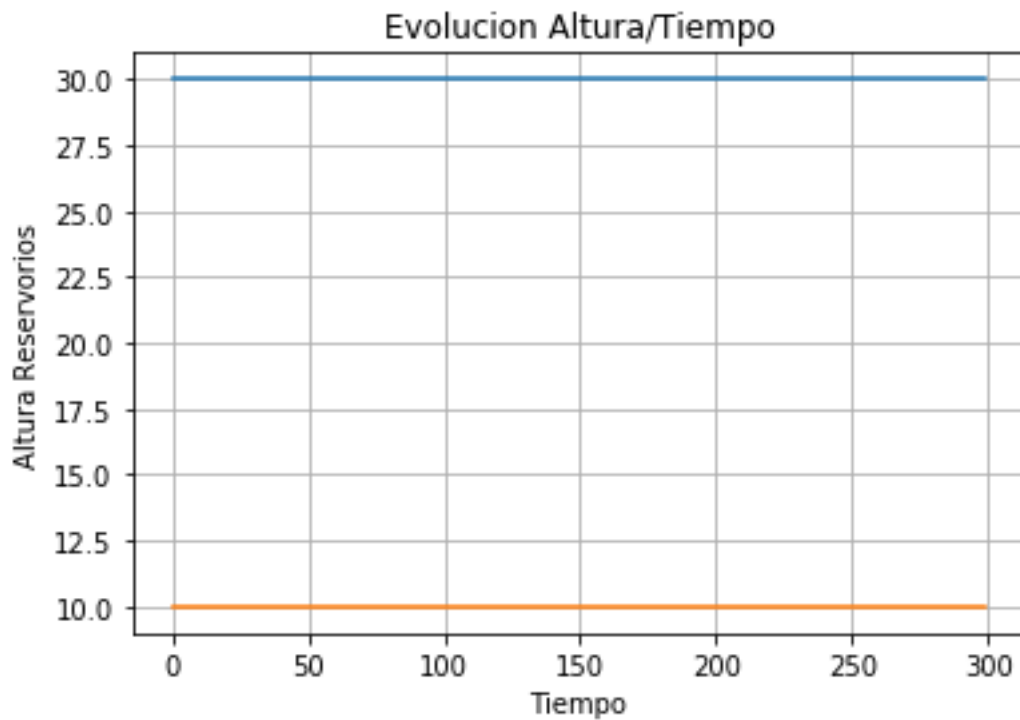


Figura 3-7. Evolución de la altura de los reservorios.

- Tanque

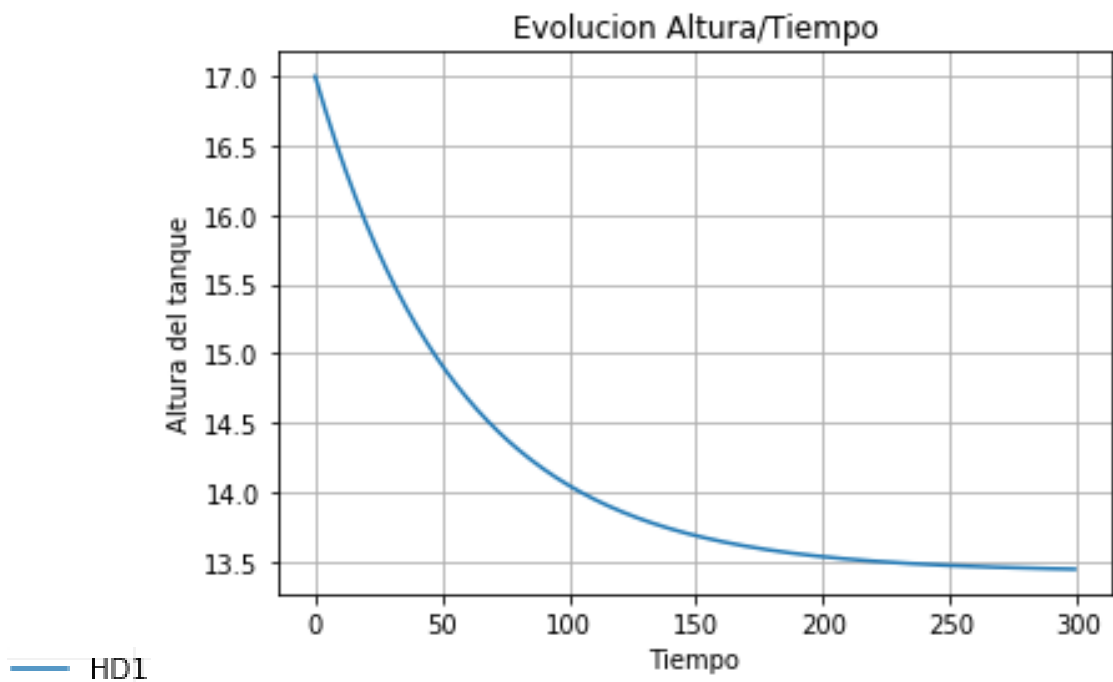


Figura 3-8. Evolución de la altura del tanque.

- Tuberías

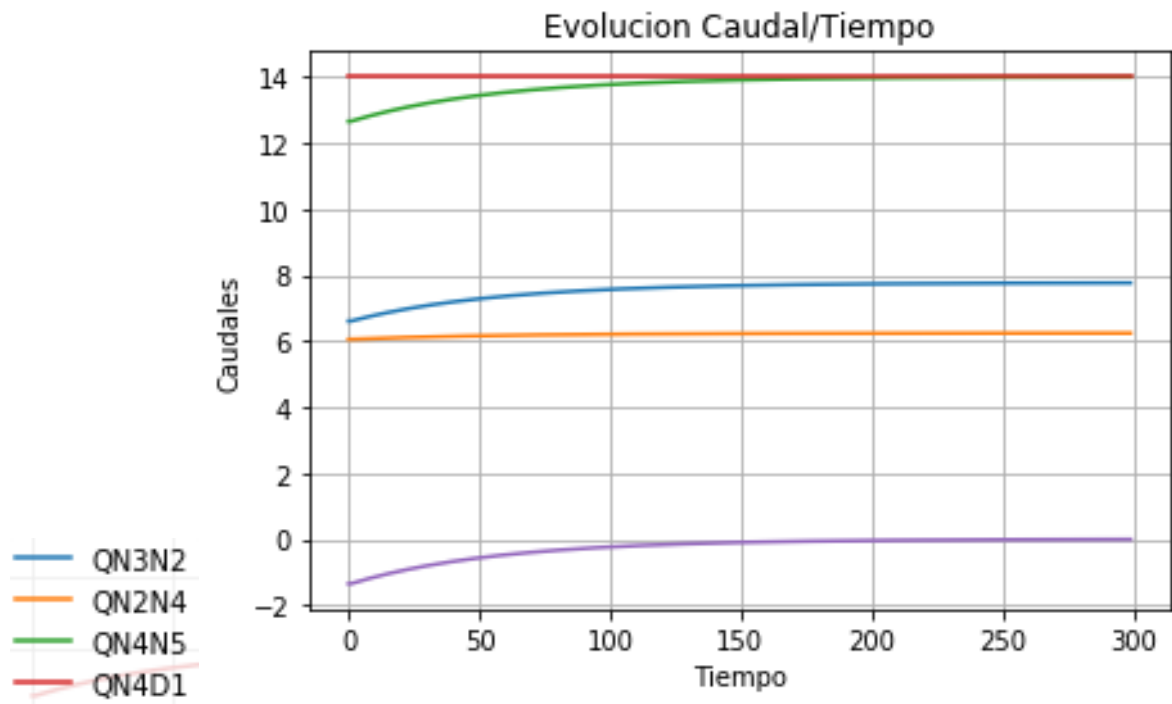


Figura 3-9. Evolución de los Caudales.

- Bomba y válvula

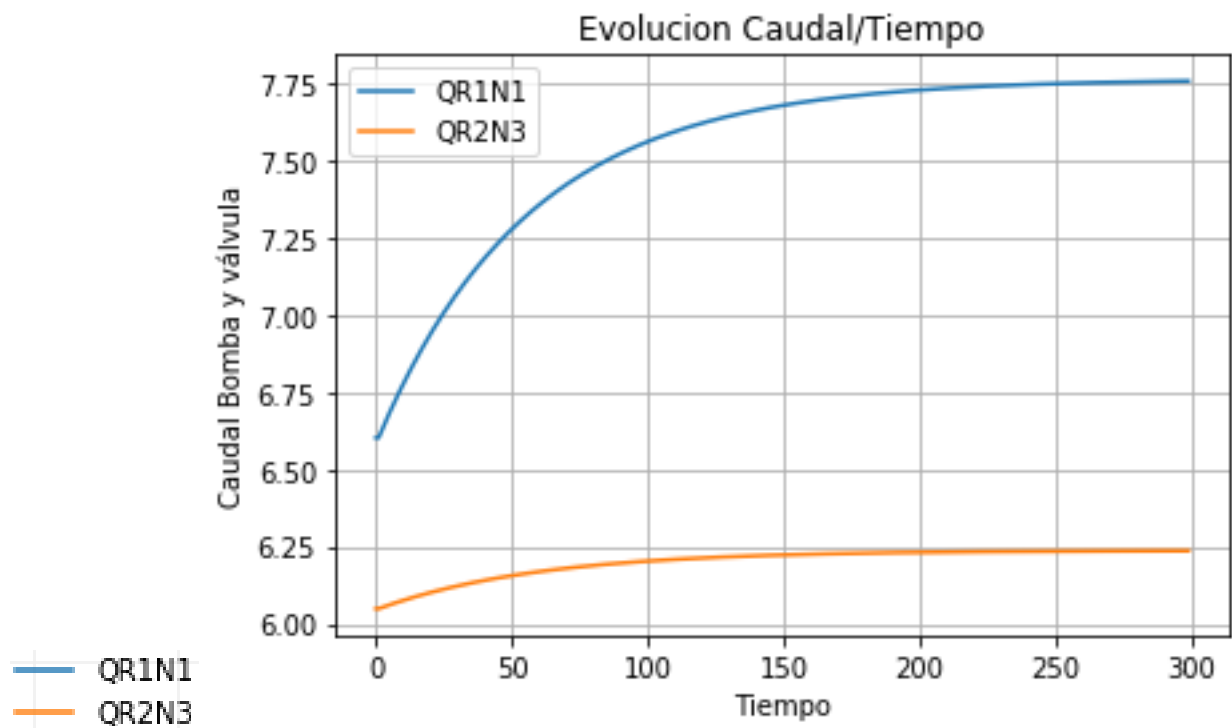


Figura 3-10. Evolución caudales de bomba y válvula.

3.2.3.2. Simulación en Epanet

Habiendo visto como evolucionan los parámetros que estamos estudiando en nuestra simulación, ahora comparamos los resultados con los que obtendríamos de Epanet.

- Conexiones en la red

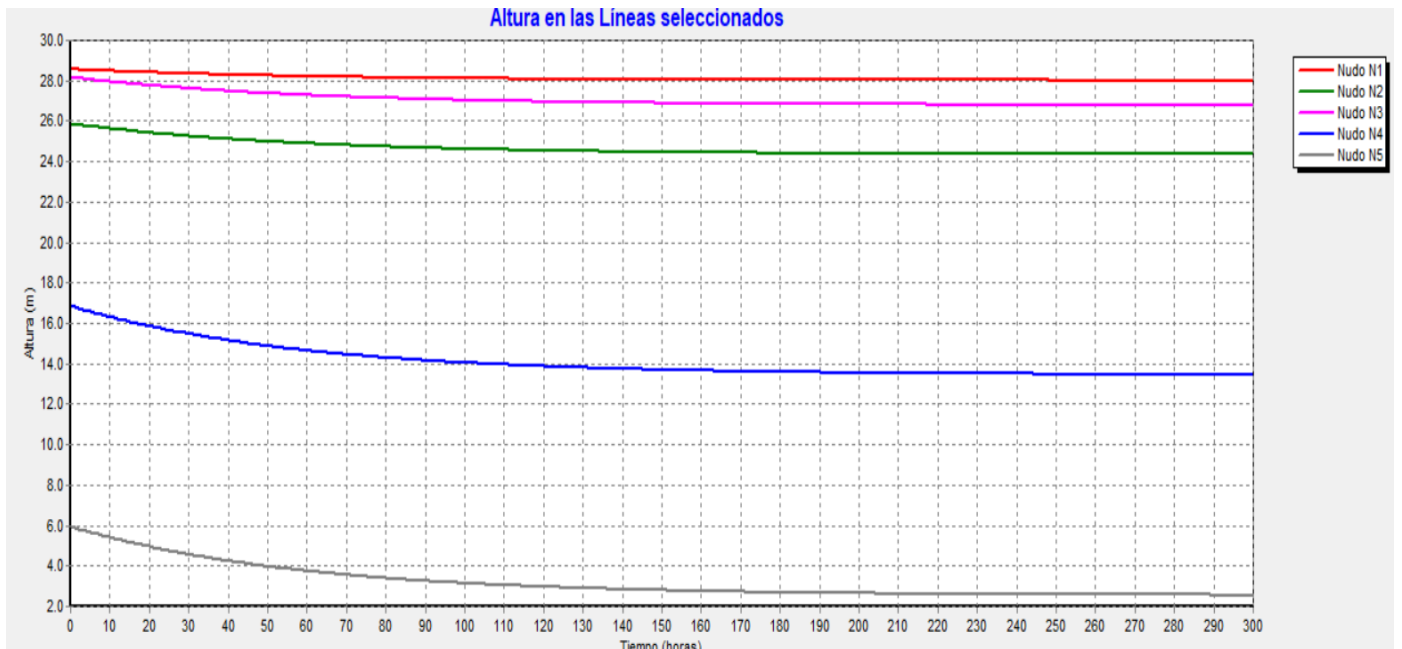


Figura 3-11. Evolución de la altura de los nodos.

- Reservorios

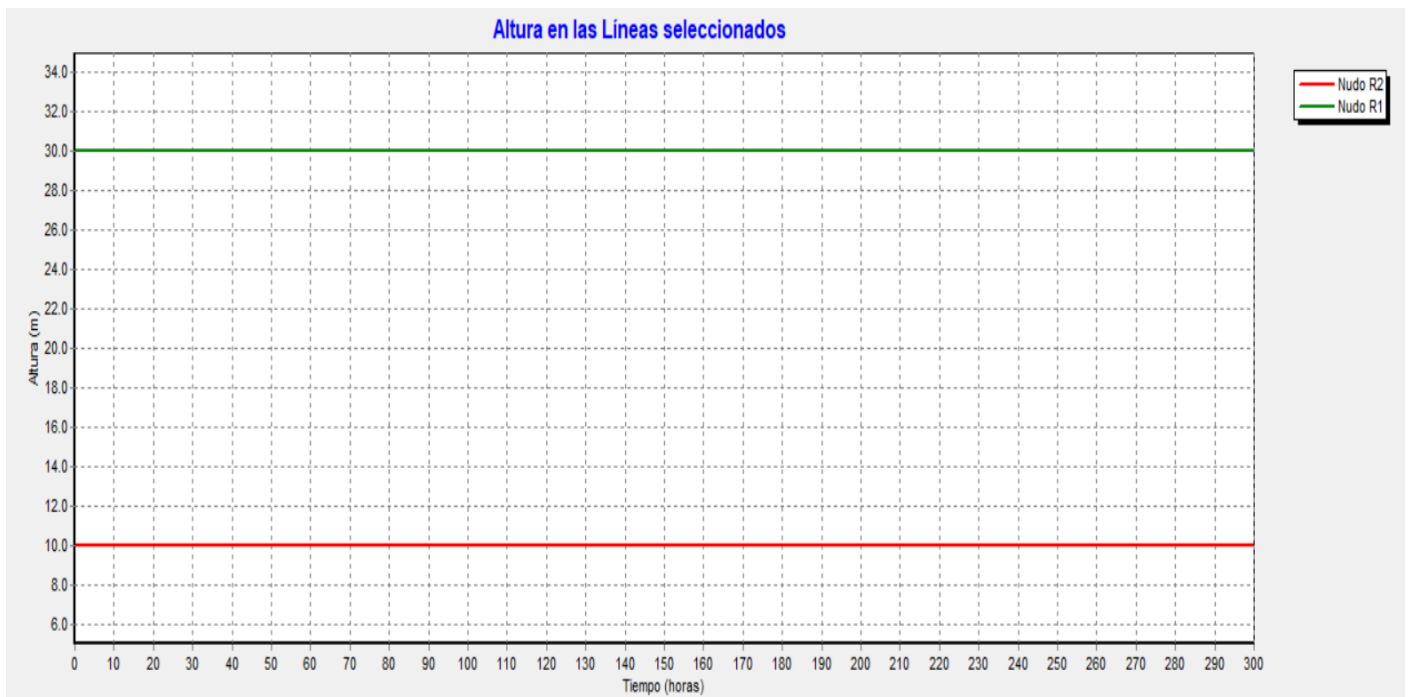


Figura 3-12. Evolución de las alturas de los reservorios.

- Tanque

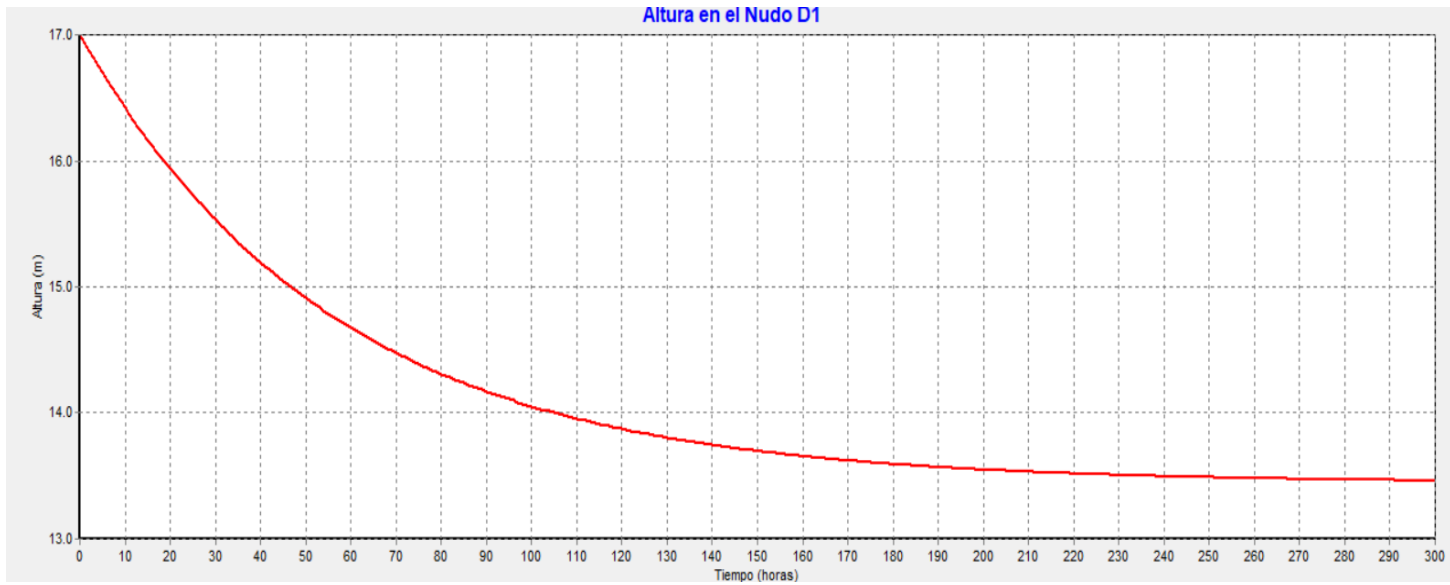


Figura 3-13. Evolución altura del tanque.

- Tuberías

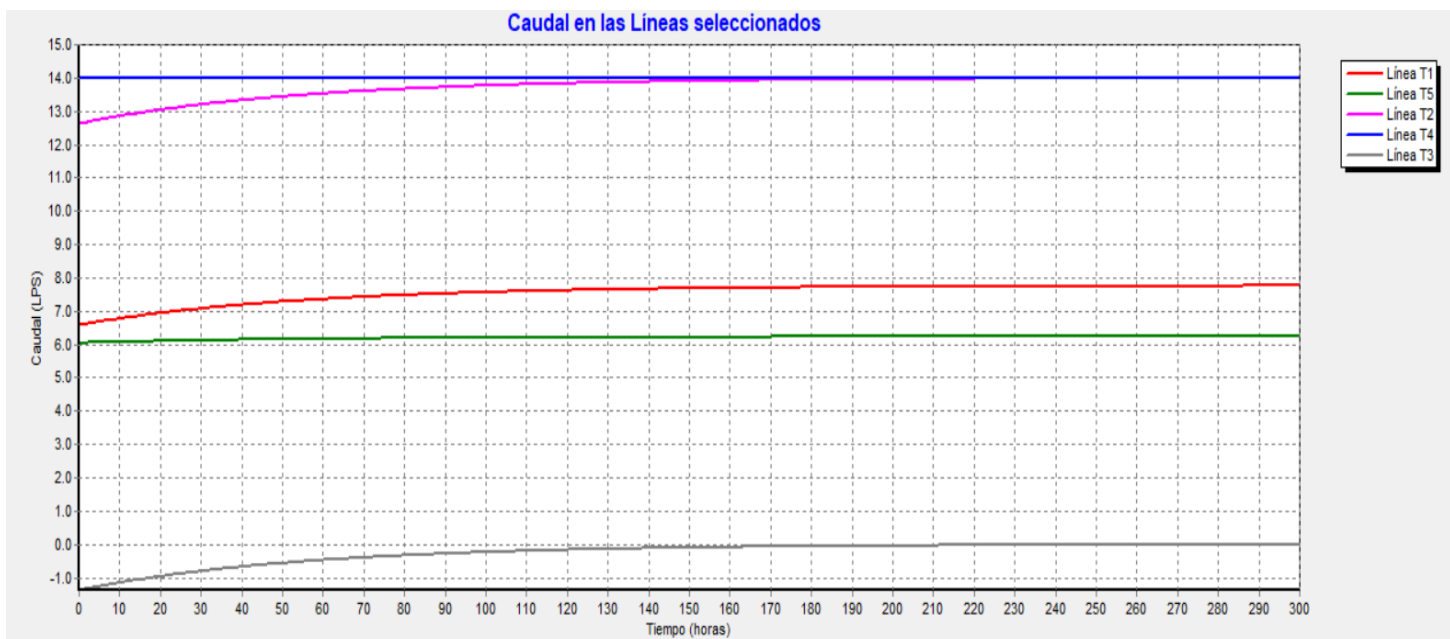


Figura 3-14. Evolución de los caudales en las tuberías.

- Bomba y válvula

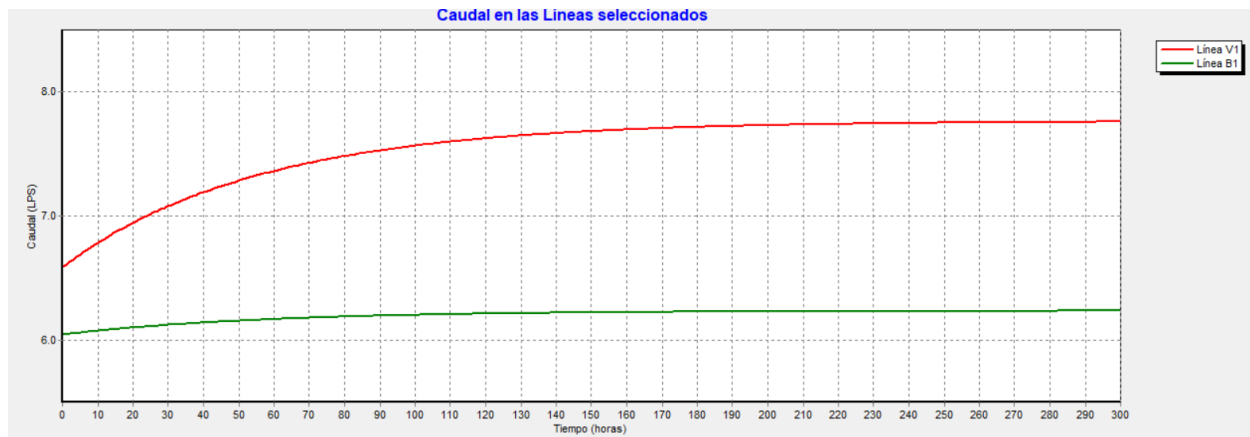


Figura 3-15. Evolución de caudales bomba y válvula.

La evolución de las características dinámicas de la red en este ejemplo llevan al sistema a un punto de equilibrio en la red. Por eso mismo, vemos la evolución de las señales representadas en las gráficas que con el tiempo tienden a un punto de equilibrio, esto ocurre con todos los parámetros que estamos representando como son los caudales y las alturas. Cambiando la demanda del sistema, podemos ver diferentes formas de evolución de la dinámica de la red: si introducimos mucha demanda la red no es capaz de abastecerla y en consecuencia el sistema no funciona correctamente, y si introducimos una demanda muy baja, el sistema evolucionará a un punto de saturación.

Podemos ver cómo las gráficas son muy similares entre Epanet y nuestra simulación ya que como hemos descrito en el proceso del modelado del sistema y el desarrollo matemático de las ecuaciones se utiliza el mismo modelo en ambos para definir todos los componentes de la red.

La diferencia entre Epanet y nuestro modelo no es la forma de utilizar las ecuaciones, sino de cómo integrarlas. Existen muchas formas de integrar las ecuaciones a lo largo del tiempo, nosotros utilizamos el método originalmente desarrollado para cálculo de estructuras apertadas de concreto extendido a redes mallas a presión basado en un principio de balance de caudales, y para las ecuaciones diferenciales utilizamos el Runge-Kutta de orden 4, la combinación de ambos métodos hace del modelo que hemos desarrollado, uno eficaz y rápido a la hora de calcular los diferentes parámetros que necesitamos mostrar. En cambio tenemos el método que utiliza Epanet que es el método del gradiente hidráulico, siendo formulado por E. Todini y Pilati, se basa en el manejo matricial de las ecuaciones de energía y conservación de masa de rápida convergencia.

4. CONTROL ÓPTIMO DEL SISTEMA

"Las ideas no duran mucho. Hay que hacer algo con ellas."

Ramón y Cajal

Por último en este capítulo afrontaremos el problema del diseño de un control óptimo para la red de agua bajo estudio. El objetivo es reducir el coste de operación de la red a lo largo del tiempo manipulando de forma adecuada las variables de control. El coste puede ser cualquier tipo de parámetro referente a la red de agua como energía, coste monetario o cualquier otro índice que queramos considerar en nuestro problema.

4.1. Introducción al control óptimo de una red de agua

El objetivo del control óptimo es determinar las variables de control necesarias, para optimizar el coste de operación de la red satisfaciendo los límites de operación de la misma. En el caso de costes de un periodo de tiempo limitado, este problema se puede plantear como la resolución un problema de programación matemática. Los elementos básicos de un problema de control óptimo son:

- Sistema: Determina la evolución en el tiempo de las variables que intervienen en la evaluación del coste de operación. Viene dado en este caso por las ecuaciones de la red hidráulica que hemos desarrollado en los anteriores puntos. Esta se compone de dos ecuaciones: una ecuación diferencial y otra ecuación algebraica. Las variables que tomemos serán parte esencial del posterior problema que afrontaremos de optimización.
- Función de coste: Es la ecuación objetivo que el problema de optimización trata de minimizar. Dentro de esta función contemplaremos las variables objetivo que tenemos que reducir, las cuales podrán ser de cualquier tipo siempre y cuando podamos cuantificarlas con el modelo que tenemos.
- Restricciones: Representan los límites de operación que debe garantizar la evolución de la red así como las restricciones derivadas del rango de validez del modelo. Estas restricciones condicionan en gran medida la solución final que escogera nuestro sistema para resolver el problema que tenemos entre manos.

4.2. Método de optimización dinámica: La herramienta CasADi

El problema de control óptimo planteado lo resolveremos utilizando la herramienta de optimización llamada CasADi. Este es un paquete de propósito general que trabaja con variables simbólicas de código abierto y gratuito en la resolución de ecuaciones diferenciales y con el control óptimo. Esta herramienta utiliza una estructura determinada de código que se compone de 3 partes principales:

- Plantear el sistema de ecuaciones que rigen el problema al que nos enfrentamos.
- Crear el integrador del sistema.
- Modelar un Solver que permita resolver el sistema minimizando una función objetivo.

Para el tercer punto, el referido al solver, usaremos el "ipop", un solver gratuito que utiliza técnicas de punto interior más eficientes de hoy en día.

CasADi combina la resolución de algoritmos de diferenciación automática y la acción de integradores numéricos de ecuaciones diferenciales, en nuestro ejemplo utilizaremos "IDAS". El paquete utiliza una estructura determinada que al final no nos deja tanta flexibilidad a la hora de modelar el sistema.

Al contrario que el sistema que planteamos antes para la simulación de la red, el problema desarrollado para solucionar el control óptimo a partir de CasADi no está realizado para resolver un sistema de red de agua genérico que planteemos, sino que está realizado específicamente para el caso de estudio que hemos desarrollado en el proyecto. Es decir, que las funciones que componen nuestro sistema en este caso no se crearan automáticamente al ejecutar los archivos, sino que son sistemas que hemos determinado previamente antes de ejecutar la herramienta virtual.

A la hora de desarrollar el código para modelar nuestro sistema adaptado a CasADi, necesitaremos contruir un determinado tipo de ecuaciones que se basan en ecuaciones algebraicas, diferenciales y de cuadratura. Tendremos el tiempo t , las variables de estado definidas como x , las variables algebraicas que serán z y los parámetros que definiremos como p .

$$\dot{x} = f_{ode}(t, x, z, p) \quad x(0) = x_o \quad (4-01)$$

$$0 = f_{alg}(t, x, z, p) \quad (4-02)$$

$$\dot{p} = f_{cuad}(t, x, z, p) \quad q(0) = x_o \quad (4-03)$$

Los pasos que seguiremos para resolver nuestro sistema serán:

- Definición de los parámetros que definen el sistema.
- División de las variables en paramétricas, algebraicas y diferenciales.
- Proporcionar valores iniciales y/o límites a las variables si corresponde.
- Formular el NLP (multiple shooting).
- Resolver el NLP (multiple shooting).
- Representación de resultados.

4.3. Ejemplo práctico del control óptimo

Pasamos a resolver nuestro ejemplo práctico de red de agua a través de CasADi, del cual aprovecharemos su capacidad para resolver este tipo de sistemas y calcular los parámetros óptimos pertinentes al problema que estemos estudiando.

Como hemos dicho en el anterior punto, iremos siguiendo una serie de pasos en orden para una mayor claridad del problema en CasADi, ya que este paquete tiene una gran capacidad pero tenemos que seguir la estructura del código que escribamos de una forma eficaz y precisa.

El problema que plantearemos consistirá en llevar al problema a un punto de equilibrio que hayamos calculado previamente para ver el correcto funcionamiento de nuestro código en CasADi, una vez definido el problema al que nos enfrentamos, ver los resultados con los parámetros que hemos definido para el control óptimo.

Necesitamos definir los parámetros del sistema que vamos a desarrollar y el sistema en sí. El sistema que creamos para resolver la estructura en CasADi será solamente relativa a este problema, no como en la simulación del sistema la cual permitía introducir otros sistemas siempre y cuando siguiéramos las especificaciones que se :

```
"Horizonte temporal y numero de acciones de control"
```

```
T=150
```

```
N=10
```

```
"H de referencia para el tanque"
```

```
Href=14
```

```
"Declaracion valores iniciales"
```

```
"Para p"
```

```
Uto=np.ones((len(IDval)+EstBombeo,N))*0.8
```

```
q_start = matrix(Uto)
```

```
"Matrices de coste"
```

```
Q=np.diag([1])
```

```
R=np.diag([1,1])
```

```
S1=np.diag([1,1,1,1,1])
```

```
S2=np.diag([1,1,1,1,1,1,1])
```

```
"Para la altura inicial del tanque"
```

```
Hxo=17
```

```
a
```

Figura 4-1. Definición parámetros.

```
r
```

```
e
```

```
~
```

```
"Para D=14 Inicial"
```

```
Q01=matrix([ 6.60214 ,6.04895 ,12.6511 ,14, -1.34891 ,6.60214 , 6.04895])
```

```
H01=matrix([28.5579 ,25.8442, 28.1519 , 16.7943, 5.87671])
```

```
c
```

```
i
```

```
ó
```

```
n
```

Figura 4-2. Punto inicial caudales y alturas.

Vendrán definidos ciertos parámetros fundamentales para el desarrollo del programa, como el horizonte temporal en el que queremos estudiar la evolución de los elementos bajo estudio o las acciones de control que queremos que se realicen a lo largo del horizonte temporal que hemos determinado. Los parámetros iniciales sirven para dar un punto de partida del cual sabemos que existe una solución de equilibrio y así permitir que el programa pueda encontrar un resultado viable con los parámetros definidos en ella.

Un punto importante a la hora de la definición son las matrices de coste, ya que de éstas depende en gran medida la evolución que tomen a lo largo del tiempo las diferentes variables que existen en el sistema. A qué parámetros afectan estas matrices de coste lo definiremos un poco más adelante.

```
p
```

```
a
```

```
s
```

```
o
```

El siguiente paso consiste en definir las ecuaciones que determinan nuestro problema en nuestro caso, vienen definidas dentro de las funciones “Algorit.py”, “Gfun.py”, “Ode.py” y “Funcoste.py”. Lo que encontramos dentro de estos scripts son las ecuaciones que definen al sistema específico que estamos estudiando y la función de coste que nuestro problema de control óptimo quiere minimizar. En esta última función la comentaremos un poco más a fondo a continuación.

Entonces las ecuaciones del ejemplo quedarían como:

```
def funcionalg(Qc,u,D,H,Hx):
    alg=vertcat(mtimes(Aq,Qc)-D,mtimes(Aq.T,H)+Gdef(u,Qc)+mtimes(Ardef.T,Hr.T)+mtimes(Atdef.T,Hx))
    return alg
```

Figura 4-3. Ecuaciones algebraicas.

```
def Gdef(u,Qc):
    G1=matrix([0,0,0,0,0,-40.0000000000001*u[1]])
    G2=matrix([0,0,0,0,0,0.08333333333334067*u[1]])
    G3=matrix([0,0,0,0,0.033084*u[0],0.583333333333324*u[1]])
    G4=matrix([0.0823187805380024,0.0823187805380024,0.0823187805380024,0.0823187805380024,0.0823187805380024,0,0])
    Gd=matrix(G1).T+matrix(G2).T*Qc+matrix(G3).T*Qc*Qc+matrix(G4).T*(fabs(Qc)**0.852)*Qc
    return Gd
```

Figura 4-4. Ecuación de pérdidas.

```
def funcionode(Bdef,Qc):
    ode=mtimes(Bdef,Qc)
    return ode
```

Figura 4-5. Ecuación diferencial.

```
def funcioncoste(Hx,Href,u,R,Q,Qc,H,S1,S2):
    "L=mtimes(mtimes(u.T,R),u)+mtimes(mtimes((H-H01).T,S1),(H-H01))+mtimes(mtimes((Qc-Q01).T,S2),(Qc-Q01))"
    "L=mtimes(mtimes((Hx-Href).T,Q),(Hx-Href))+mtimes(mtimes(u.T,R),u)"
    "L=(Hx-Href)**2"
    Qopt=matrix([ 7.75639 ,6.23623 ,13.9926 ,14, -0.00737618 , 7.75639 , 6.23623]).T
    Hopt=matrix([28.0096 ,24.3524, 26.7941 , 13.4453, 2.52767]).T
    L=mtimes(mtimes(u.T,R),u)+mtimes(mtimes((H-Hopt).T,S1),(H-Hopt))+mtimes(mtimes((Qc-Qopt).T,S2),(Qc-Qopt))
    return L
```

Figura 4-6. Funciones de coste.

En las funciones de coste podemos ver que nosotros utilizamos una referida a una Qopt y Hopt determinadas, estas son la H y Q de equilibrio para una demanda de 14, con esto queremos forzar al sistema a llegar a este punto de equilibrio que conseguimos en la simulación del sistema anteriormente.

Estas alturas de referencia y caudales de referencia representan en la realidad, unas condiciones de equilibrio en las cuales la red trabaja eficazmente, por ello las incluimos dentro de nuestra función de coste. Podemos observar como también incluimos en la función de coste el parámetro de control de bomba y válvula, ya que lo queremos minimizar a través de la matriz de coste que acompaña al término.

Cualquiera de las otras funciones de coste que vienen expresadas dentro de la Figura 4-6 es válida, solamente que el problema en estudio cambiaría ya que la función objetivo a minimizar dependería de una altura óptima para el tanque y no de las conexiones o caudales en las tuberías.

Una vez ya estudiadas las funciones y los parámetros que vamos a utilizar pasamos a las restricciones que imponemos para que las condiciones de nuestro ejemplo anterior se ajusten a la dinámica que tiene que seguir el problema planteado en CasADi, estas restricciones de las que estamos hablando consisten en:

- La restricción del tanque el cual tiene una altura mínima y máxima, en este caso son condiciones físicas del tanque debidas a sus condiciones de funcionamiento:

$$lb_x = 2$$

$$ub_x = 20$$

Donde:

lb_x Restricción inferior de x .

ub_x Restricción superior de x .

- Tenemos las restricciones referidas a las alturas y caudales, las cuales vienen determinadas por la física del problema y las referencias que hemos cogido:

$$lb_{Hz} = 0$$

$$ub_{Hz} = \infty$$

$$lb_{Qz} = -\infty$$

$$ub_{Qz} = \infty$$

Donde:

lb_{Hz} Vector de restricciones inferiores de las alturas.

ub_{Hz} Vector de restricciones superiores de las alturas.

lb_{Qz} Vector de restricciones inferiores de los caudales.

ub_{Qz} Vector de restricciones superiores de los caudales.

El sentido de estas restricciones es que no contemplamos ninguna para la dinámica del problema excepto que las alturas no pueden ser negativas, ya que esto según como hemos definido nuestro problema es físicamente imposible. El tamaño de los vectores de restricciones en este caso será igual al número de nodos referidos a las alturas y para los caudales a la cantidad de ramas que encontremos en el sistema, que como hemos mencionado en capítulos anteriores, las ramas son la suma de tuberías, bombas y válvulas, que en conjunto componen todo el entramado de líneas que forman la red.

- Por último estudiamos las restricciones de las acciones de control, que vienen determinadas por:

$$lb_u = 0$$

$$ub_u = \infty$$

Donde:

lb_u Vector de restricciones inferiores de u.

ub_u Vector de restricciones superiores de u.

Esto indica que no ponemos restricciones para las acciones de control ni de válvulas (primera componente) ni de bombas (segundo componente). Lo única restricción que imponemos es la inferior, ya que no permitimos cambiar el signo de las acciones de control.

Antes de empezar con la llamada a las funciones que hemos definido antes y con la integración en el tiempo, tenemos que definir las variables simbólicas con las que trabajará casadi, que en este caso son:

```
"Definicion de variables"
Hx=SX.sym('Hx',len(IDt))
Qc=SX.sym('Qc',len(IDtu+IDval)+EstBombeo,1)
H=SX.sym('H',len(IDn))
u=SX.sym('u',len(IDval)+EstBombeo)
```

Figura 4-7. Variables simbólicas.

Una vez ya tenemos definido nuestro problema, podemos empezar la iteración dentro de CasADi. Esto lo haremos definiendo el problema de integración que tenemos que resolver. En este caso es necesario formular el DAE (differential-algebraic system of equations), y elegir el método de iteración que queramos, una vez hecho esto ya tenemos nuestro problema preparado para intentar buscar una solución óptima con todos los requisitos que hemos determinado a lo largo del problema.

```
"Definicion"
opts={'tf':T/N}
dae={'x':Hx,'z':vertcat(H,Qc),'p':vertcat(u),'ode':ode,'alg':alg,'quad':L}
F=integrator('F','idas',dae,opts)
```

Figura 4-8. Formulación del problema de integración.

El tipo de sistema que estamos tratando se trata de un RTO, por lo cual le añadiremos a nuestro sistema una condición de solución cíclica dentro de nuestro periodo, así el programa inicia en un punto y acaba al final del tiempo de estudio en el mismo.

Al introducir los datos que hemos definido en el programa, nos calcula una trayectoria en el tiempo para todas las variables que conciernen al sistema. A continuación vemos la evolución de las variables objetivo con el tiempo:

- Conexiones en la red

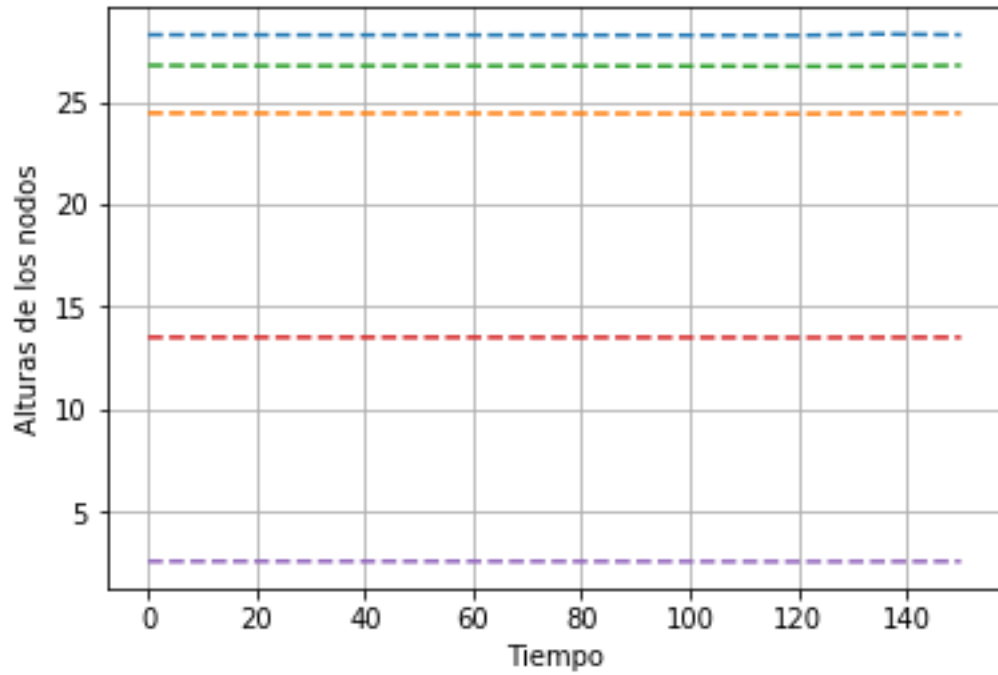


Figura 4-9. Evolución de las alturas en los nodos.

- Caudales

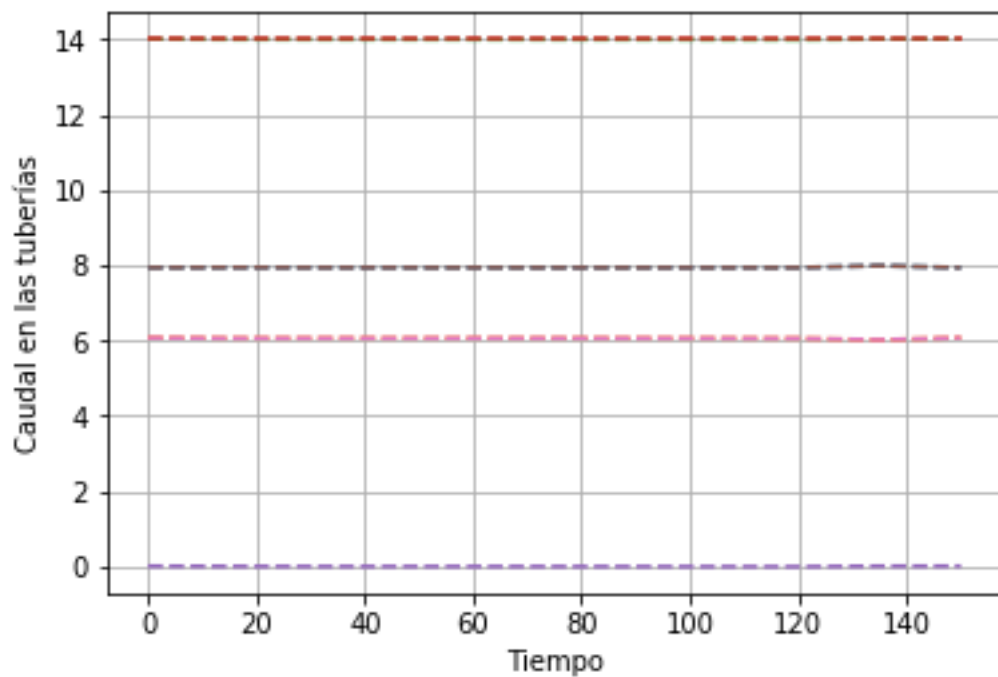


Figura 4-10. Evolución de los caudales en las tuberías.

- Tanque

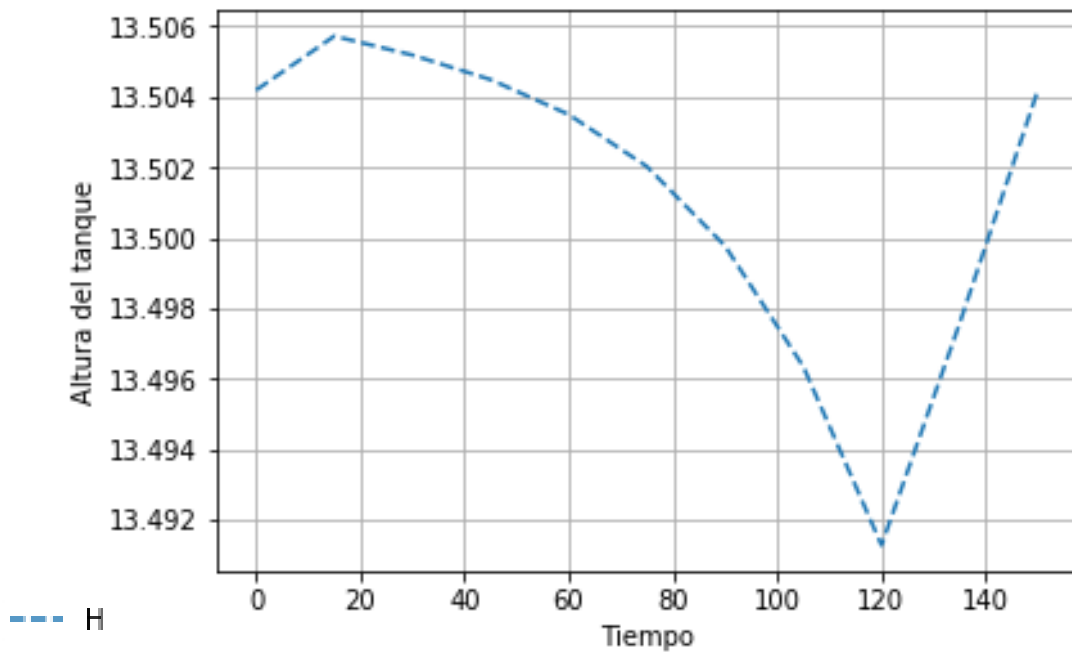


Figura 4-11. Evolución de la altuar en el tanque.

- Acciones de control

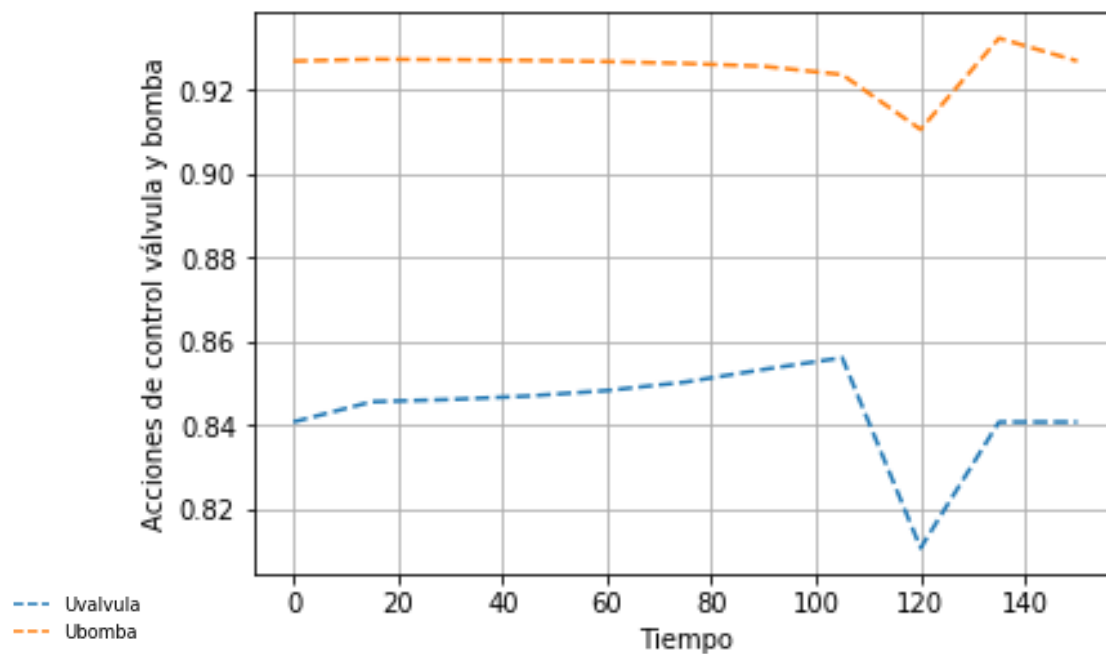


Figura 4-12. Evolución de las acciones de control de bomba y válvula.

Ahora con el mismo ejemplo y utilizando los mismos parámetros a excepción de una variación referida a la matriz de costes de las acciones de control, ejecutamos el CasADi que tenemos y observamos la variación en el tiempo de las variables de la red.

La matriz en cuestión que afecta al control es la matriz R , que tiene dos componentes, la primera componente

que afecta al control de la válvula mientras el segundo es el que acompaña el término de control de la bomba, al cambiar, el número de la matriz de costes dentro de R el sistema varía intentado alcanzar una solución óptima del problema minimizando las variables que podemos cambiar.

$$R = \begin{pmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Donde:

R Matriz de coste que afecta a las acciones de control.

- Conexiones en la red

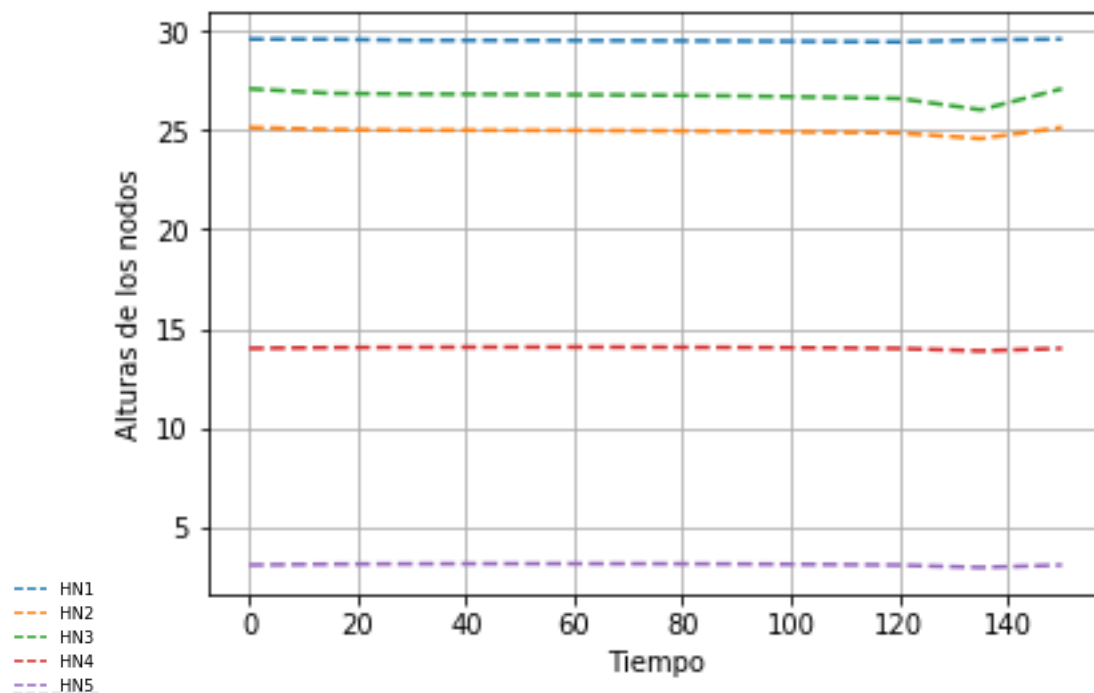


Figura 4-13. Evolución de las alturas en los nodos.

- Caudales

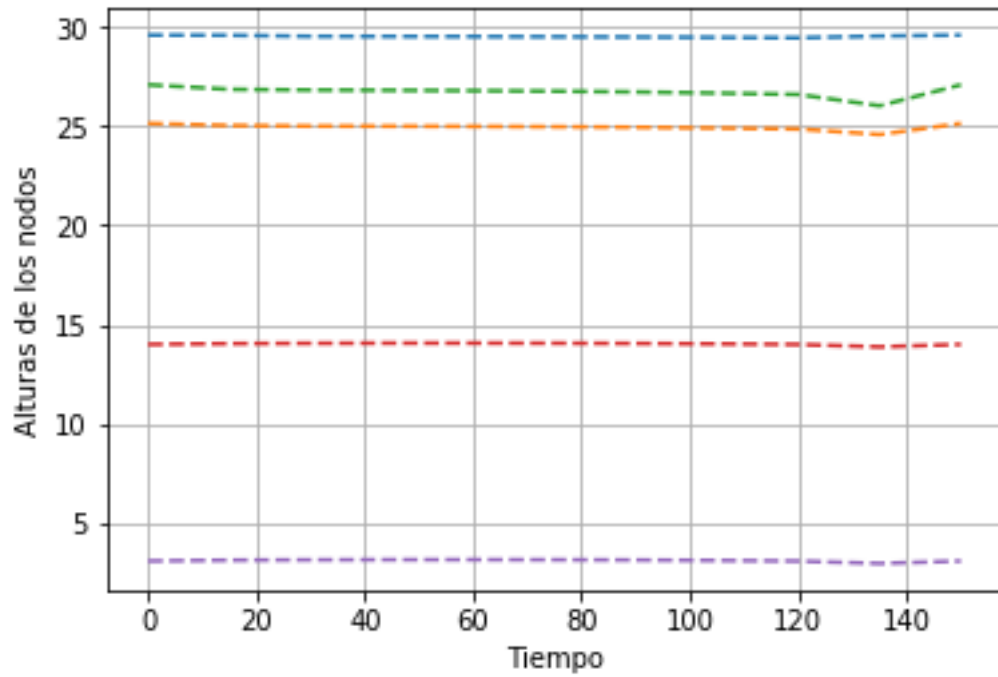


Figura 4-14. Evolución de los caudales en las tuberías.

- Tanque

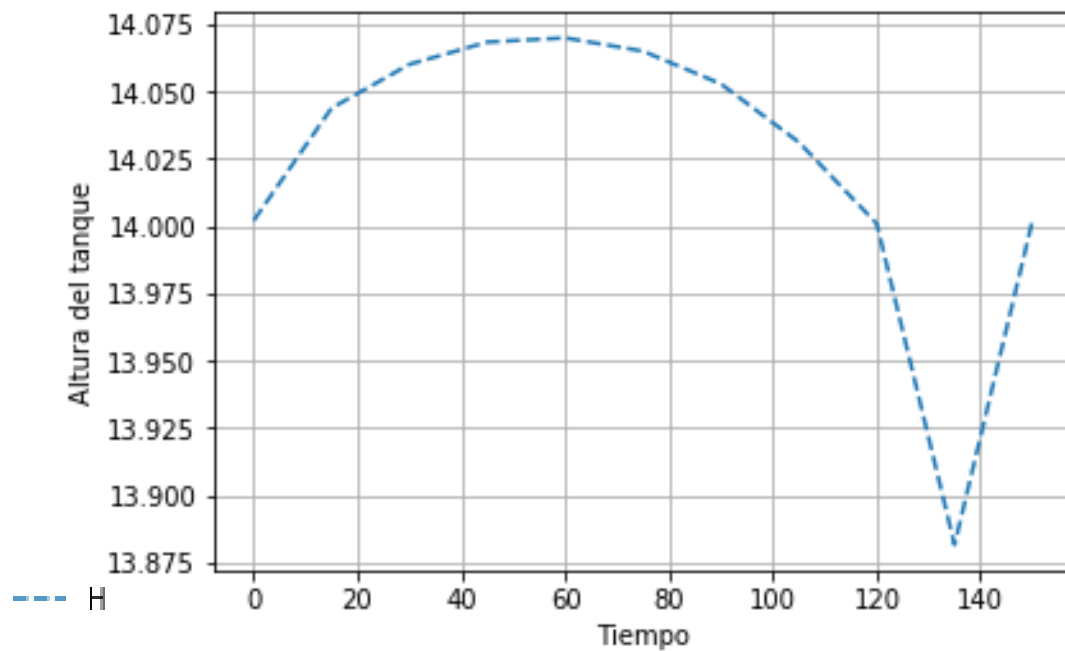


Figura 4-15. Evolución de la altura en el tanque.

- Acciones de control

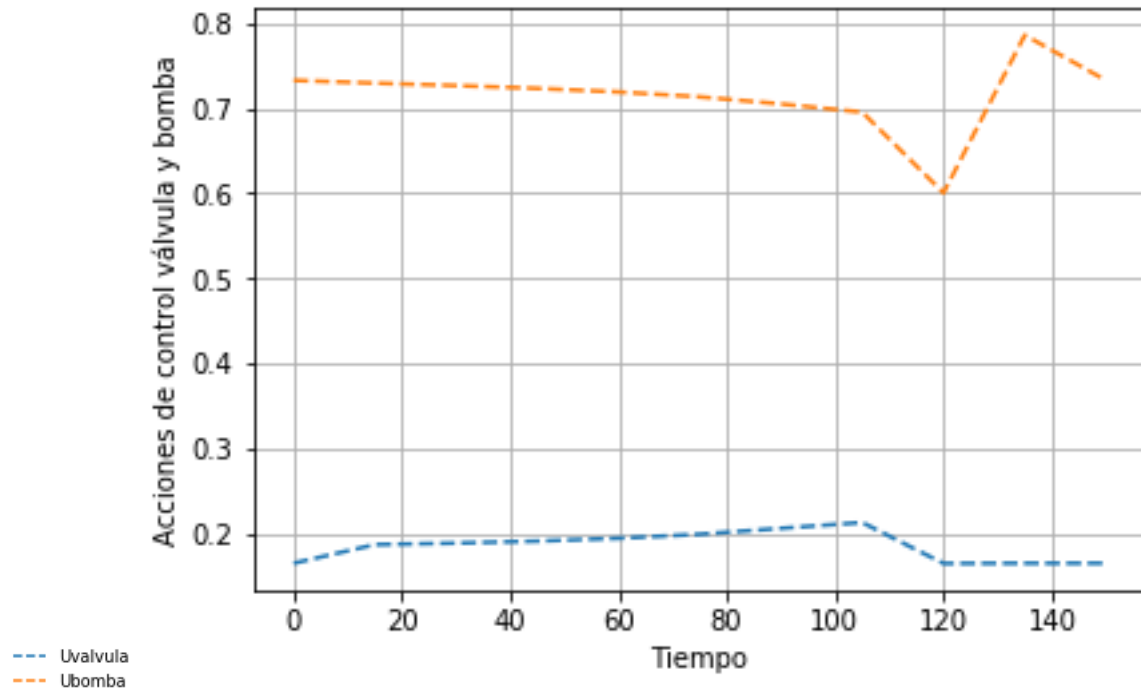


Figura 4-16. Evolución de las acciones de control de bomba y válvula.

Vemos que al contrario que en este caso, el problema intenta minimizar el coste minimizando la acción de la válvula ya que el coste de este elemento es alto comparado con el resto del sistema. Entonces provoca una variación mayor que en la primera simulación ya que obliga a las demás variables a cambiar debido a que esta vez la acción de control referida a la válvula efectúa el menor impacto posible dentro del modelo.

CONCLUSIONES

En el desarrollo del trabajo hemos estudiado con profundidad el modelo de la red de agua y su simulación dentro del lenguaje Python.

A lo largo del trabajo de fin de grado, se le ha dado mucha importancia al modelado de la red, ya que es un punto clave para confiar en los datos que obtenemos dentro de la simulación en Spyder. Podemos fiarnos de los resultados obtenidos en nuestro código ya que en la comparación con los resultados que nos ofrece Epanet, salen soluciones casi exactamente iguales. Entonces podemos determinar que tanto como nuestro modelado como el método de integración del sistema es correcto.

El sistema de simulación se ha realizado para una red genérica que contenga válvulas reguladoras y estaciones de bombas, siempre y cuando sigamos la pauta de como introducir estos elementos dentro del código. Lo demás elementos se contemplan en su totalidad.

El desarrollo del código esta realizado en Python, un lenguaje que resulta ideal para el tratamiento de los datos que hemos ido obteniendo gracias a sus funciones y a sus bibliotecas tanto gráficas como matemáticas que nos han permitido un gran abanico de posibilidades a la hora de las simulaciones.

Dentro del control óptimo podemos determinar que hemos conseguido un punto de equilibrio el cual hemos obtenido previamente en nuestro modelo simulado, así podemos determinar que al asemejarse los resultados que hemos obtenido, se encuentra verdaderamente una pauta de control para el sistema en estudio.

En el estudio del paquete CasADi, llegamos a la conclusión de que es una herramienta muy potente a la hora de buscar soluciones óptimas de sistemas. Pero resulta complicado encontrar condiciones de equilibrio para la red de distribución de agua, debido a esto, muchas veces sino introducimos unas condiciones realistas y adecuadas, el motor de cálculo no es capaz de conseguir una solución viable para el sistema.

En las líneas futuras se puede estudiar adaptar el código de simulación para cualquier tipo de bomba y válvula. En el apartado temporal se puede investigar la introducción en el modelado de la simulación de demandas variables, asimilando más el programa a una situación realista.

Para el desarrollo del control óptimo podrían estudiarse más tipos de redes con sus características definidas, que puedan alcanzar un punto de equilibrio estable. También podría incluirse la generalización del modelo de CasADi para cualquier red de distribución de agua en lugar de usar solo la red del ejemplo que hemos estudiado.

REFERENCIAS

- [1] Rafael Molía, «Módulo: Abastecimiento y saneamiento urbanos»
- [2] Comisión Nacional del Agua (Mexico), «Manual de agua potable, alcantarillado y saneamiento Diseño de Redes de Distribución de Agua Potable»
- [3] María del Mar García Alcaraz, «Modelación y simulación de redes hidráulicas a presión mediante herramientas informáticas», 2006 Cartagena.
- [4] Gemma Elena Molina López «Modelización con Epanet de las redes de transporte de agua potable de la ciudad de Cartagena»
- [5] María José Pinto Toapanta «Optimización Dinámica en Tiempo Real de Redes de Distribución»
- [6] Lewis A. Rossman, «EPANET 2 MANUAL DE USUARIO, versión 2.0 vE, Traducción: Grupo Multidisciplinar de modelación de fluidos, Universidad de Valencia.»
- [7] Rubén Martí, Tania Rodríguez, José Luis Pitarch, Daniel Sarabia, César de Prada «Optimización Diámica mediante diferenciación automática usando Ecosimpro y Casadi»
- [8] Juan Carlos Gutiérrez Araújo «Historia de los metodos de análisis y modelos computacinoales para análisis de redes de distribución a presión»