

## Optimización de Funciones de Coste para Control Predictivo de Máquinas de Inducción Multifásicas

Manuel R. Arahal<sup>a</sup>, Agnieszka Kowal G.<sup>b,\*</sup>, Federico Barrero<sup>b</sup>, María del Mar Castilla<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla, Camino de los descubrimientos s/n, 41092, Sevilla, España.

<sup>b</sup>Dpto. de Tecnología Electrónica, Universidad de Sevilla, Camino de los descubrimientos s/n, 41092, Sevilla, España.

### Resumen

El control de máquinas de inducción multifásicas avanza con la incorporación de controladores predictivos que actúan directamente sobre el inversor sin mediar moduladores. Se lleva a cabo en tiempo discreto, mediante una optimización exhaustiva de los estados posibles del inversor. La optimización utiliza una función de coste que penaliza desviaciones de la referencia y otros efectos indeseados, por lo que su diseño tiene gran importancia en el comportamiento en bucle cerrado. En este artículo se presenta como contribución una nueva estrategia para el diseño de funciones de coste y su optimización. La estrategia define un índice ponderado de comportamiento basado en el funcionamiento del sistema. Las funciones de coste se eligen de manera que se optimice dicho índice. Se presentan resultados de simulación correspondientes a una máquina de cinco fases y se compara con el método tradicional, todo ello en el contexto de control predictivo de corrientes de estátor.

*Palabras Clave:* Control predictivo, Máquinas de inducción, Inversores, Máquinas polifásicas, Optimización global

### Cost Function Optimization for Multi-phase Induction Machines Predictive Control

#### Abstract

Control of multi-phase induction machines is evolving with the incorporation of predictive controllers that operate directly with the power converter without modulators. It is realized in discrete-time through an exhaustive optimization of the inverter states. The optimization uses a cost function that penalizes deviations from the reference and other undesired factors. The cost function design has a big impact on closed loop performance. In this paper, a new strategy for cost function design is presented as a contribution. The strategy defines and a performance index relative to the observed behavior. The cost functions are derived from an optimization of said index. Experimental and simulation results are included for a five-phase induction machine with a comparison with previous methods in the context of predictive current control.

*Keywords:* Predictive control, Induction machines, Inverters, Multi-phase machines, Global optimization

### 1. Introducción

Las máquinas de inducción multifásicas han recibido recientemente un fuerte impulso frente a las convencionales trifásicas debido por un lado a sus cualidades inherentes (robustez, disminución de armónicos, mayor densidad de potencia, reconfigurabilidad (Zoric et al., 2018)) y por otro a la aparición de nuevos métodos y equipos de control que pueden lidiar con la complejidad añadida por las fases extra. En este último capítulo juega un papel importante el desarrollo de controladores digi-

tales que actúan directamente sobre el convertidor de potencia, sin usar moduladores intermedios. La eliminación del modulador permite un control potencialmente mucho más rápido (Lim et al., 2014), a cambio se necesita alguna manera de ligar la respuesta deseada a los estados del convertidor.

El control predictivo basado en modelo (Camacho y Bordons, 2013) es una herramienta muy adecuada para esta tarea y ha sido empleado en la forma descrita recientemente. Con anterioridad se había usado control predictivo en tiempo continuo

\*Autor para correspondencia: akowal@us.es

usando un modulador de ancho de pulso para convertir la actuación calculada en estados del inversor (Holtz y Stadtfield, 1983). Con el desarrollo de procesadores de señal más rápidos se pudo atacar el problema de resolver en tiempo real la optimización necesaria (Holmes y Martin, 1996), (Abu-Rub et al., 2001).

En el contexto del control de máquinas de inducción polifásicas, el control predictivo sin usar modulación ha recibido la denominación de control predictivo de estado finito. Los autores Arahal y Barrero aplicaron esta estrategia en (Arahal et al., 2009) a una máquina de seis fases. Para ello usaron un algoritmo de tiempo discreto que selecciona mediante una optimización exhaustiva el estado del inversor para su uso en el siguiente periodo de muestreo. La optimización utiliza una función de coste que penaliza desviaciones respecto de las corrientes de referencia y que puede incluir otros efectos indeseados como distorsión armónica y pérdidas por conmutación.

El diseño de la función de coste tiene gran importancia en el comportamiento del sistema en bucle cerrado. En el ya citado artículo de Arahal y Barrero (Arahal et al., 2009), se abordó por primera vez el problema del diseño de la función de coste mostrándose la flexibilidad que proporciona para acomodar los objetivos de seguimiento en ejes  $\alpha - \beta$  (relacionados con la generación de par) y en ejes  $x - y$  (relacionados con pérdidas). Continuando con esta línea, en (Barrero et al., 2009) se presentó una función de coste que incluye penalización del número de conmutaciones del inversor, lo que permite incluir las pérdidas por conmutación como criterio en el controlador.

A partir de ahí se han propuesto diversos métodos para el diseño de funciones de coste. El lector interesado puede consultar el reciente artículo de revisión (Mamdouh et al., 2018) y las citas que incluye. En particular (Rojas et al., 2013) donde se presenta un método que evita la sintonía de parámetros de la función de coste para el caso trifásico de control de par.

En contraposición, la presente propuesta utiliza explícitamente dichos parámetros y propone una nueva estrategia para el diseño de funciones de coste para control predictivo de corriente de máquinas polifásicas. La estrategia define un índice de comportamiento basado en el funcionamiento observado del sistema. Las funciones de coste se eligen de forma que optimicen dicho índice.

La novedad reside en considerar los coeficientes de la función de coste como variables que dependen del punto de operación. Este cambio conlleva la necesidad de considerar el comportamiento de la máquina de inducción en intervalos de funcionamiento. Se pasa así, como se verá, de una situación en que los coeficientes de la función de coste afectan de manera poco clara al comportamiento global a otra en la que se puede intuir su efecto. De este modo se consiguen dos cosas: por un lado una relación más intuitiva entre parámetros y comportamiento y por otra un comportamiento optimizado para cada punto de funcionamiento.

La técnica propuesta se presenta a continuación en el contexto general de máquinas polifásicas. Posteriormente, en la Sección 3 se aplica a una máquina de inducción de cinco fases. Más adelante, en la Sección 4, se presentan los resultados obtenidos, en los que se compara la nueva estrategia con el método tradicional de diseño de funciones de coste.

## 2. Nueva Estrategia para el Diseño de Funciones de Coste

A fin de presentar con rigor la técnica propuesta se usarán una gran cantidad de símbolos que se resumen en la tabla 1.

Tabla 1: Símbolos empleados.

Variables electromecánicas			
$i$	Intensidad	$I$	Amplitud corriente
$v$	Voltaje	$V_{cc}$	Alimentación inversor
$f_e$	Frecuencia	$T$	Periodo
$\alpha - \beta$	Plano principal	$x - y$	Plano de pérdidas
$\omega_m$	Velocidad angular	$\Delta$	Distorsión armónica
$u$	Estado inversor	$\mathbb{U}$	Conjunto de estados posibles del inversor
$N_f$	Número de fases		
Subíndices y superíndices			
$s$	Estátor	*	Referencia
$r$	Rotor	$\hat{\phantom{x}}$	Predicción
1	Componente fundamental	$o$	Óptimo
Control predictivo			
$e$	Error de control		
$K$	Término penalizable derivado del error		
$L$	Término penalizable no derivado del error		
$J$	Función de coste		
$\lambda$	Peso de ponderación de la función de coste		
$\Lambda$	Vector de pesos $\lambda$		
$T_m$	Periodo de muestreo		
$k$	Índice de tiempo discreto		
$z$	Estado medible del modelo		
$A_c, B_c$	Matrices ecuaciones de estado		
Operación			
$x$	Punto de funcionamiento		
$X$	Conjunto de los puntos de funcionamiento		
$X_m$	Mallado o muestra del conjunto $X$		
$N_x$	Número de muestras en $X_m$		
$(F_i, I_j)$	Mallado para experimentos		
Índices y medidas			
$ECM$	Error cuadrático medio		
$NC$	Conmutaciones en el inversor en un periodo		
$FMC$	Frecuencia media de conmutación		
$\gamma$	Factor el escalado de magnitudes		
$IC$	Índice de comportamiento		
$\delta$	Factor para ponderar los $IC$		
$IPC$	Índice ponderado de comportamiento		

### 2.1. Antecedentes y Definiciones

En la figura 1 se muestra el diagrama de bloques del control predictivo de corriente de una máquina de inducción cuyos elementos principales son: la máquina (MI), el inversor y el controlador digital (CPCE). Dicho controlador utiliza las mediciones de corrientes de estátor ( $i_s \in \mathbb{R}^{N_f}$  siendo  $N_f$  el número de fases) y de velocidad angular  $\omega_m$  junto con una referencia para las corrientes  $i_s^*$  que proviene del bucle externo de control de velocidad y/o par. El controlador debe calcular en cada instante de muestreo el vector  $u \in \mathbb{B}^{N_f}$  que contiene el estado del inversor. Cada componente de  $u$  es un valor binario que indica si el correspondiente interruptor del inversor está abierto (valor 0) o cerrado (valor 1). Para cada fase del inversor, el interruptor

conjungado toma lógicamente el valor negado. Los voltajes  $v$  resultantes de la disposición tomada por el inversor imprimen en el sistema eléctrico un cierto comportamiento. Este comportamiento es indicado por las trayectorias de corrientes de estátor, que a su vez son responsables de la aparición de otras magnitudes de interés como el flujo, el par generado y, finalmente, la velocidad mecánica. Por tanto, controlando la forma de onda de las corrientes de estátor se consigue controlar el comportamiento del sistema.

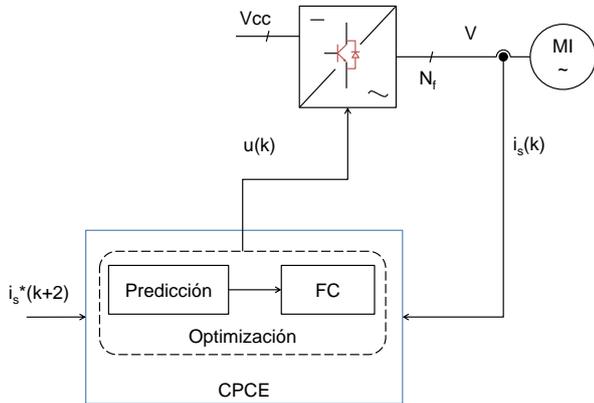


Figura 1: Diagrama del control predictivo de corriente (CPCE) de una máquina de inducción (MI) de  $N_f$  fases.

En cada periodo de muestreo el control predictivo de corriente calcula  $u(k)$  mediante la optimización combinatoria de los posibles estados del inversor, es decir:

$$u^o(k) = \underset{u \in \mathbb{U}}{\operatorname{argmin}} J(k, u) \quad (1)$$

siendo  $\mathbb{U}$  el conjunto de estados del inversor y  $J$  la función de coste que depende de la acción tomada. En el caso de las máquinas de inducción, las  $i_s$  se convierten mediante la transformación de Clarke en varios subespacios: un plano  $\alpha - \beta$  (relacionado con la generación de par), varios planos  $x - y$  (relacionados con pérdidas) y un eje  $z$ . Esta descomposición depende de las disposición interna de la máquina y su conexionado externo con el inversor (Duran et al., 2007). En el caso de la máquina pentafásica sólo existe un plano  $x - y$ .

La función de coste suele incluir como términos principales aquellos que penalizan la desviación entre los valores de referencia y los predichos para cada uno de los ejes. En el caso del plano  $\alpha - \beta$  la referencia viene fijada por el bucle exterior de control de velocidad/par. En el caso de los planos  $x - y$  la referencia suele ser cero excepto en casos en los que se requiera la inyección de armónicos. Éste es el caso del artículo (Arahal y Durán, 2009) donde se aborda la sintonía de los PI para inyección de tercer armónico. Se define el error de control de corriente predicho para cada uno de los ejes  $h \in \{\alpha, \beta, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots\}$  como

$$\hat{e}_h(k+2|k) = i_{s,h}^*(k+2) - \hat{i}_{s,h}(k+2|k, u(k)) \quad (2)$$

donde se ha hecho constar explícitamente que la predicción a dos pasos es una función de la acción de control (decidida en el instante  $k$ ) que se calcula mediante un modelo del sistema. La doble predicción es una técnica habitual que resulta del uso de

un tiempo de muestreo cercano al tiempo de cálculo necesario para obtener  $u$  (véase (Arahal et al., 2009)). Consiste en aplicar la señal de control tras dejar transcurrir todo el tiempo de muestreo actual, por lo tanto dicha señal no producirá efectos medibles hasta el siguiente periodo de muestreo por lo que se necesita una predicción a dos pasos.

Con las anteriores definiciones se puede ya presentar la estructura típica de una función de coste del siguiente modo:

$$J(k, u) = K_{\alpha\beta}(k, u) + \lambda_{K1}K_{x1y1}(k, u) + \dots + \lambda_{L1}L_1(k, u) + \dots \quad (3)$$

donde los distintos términos  $K_{lm}$  son errores (de control predichos) en distintos planos  $l - m$  (de la transformación de Clarke) y se definen mediante

$$K_{lm}(k, u) = \|(\hat{e}_l(k+2|k), \hat{e}_m(k+2|k))\|^2 \quad (4)$$

mientras que los términos  $L_i$  corresponden a otras magnitudes penalizables, como por ejemplo el número de conmutaciones. Los coeficientes  $\lambda$  son pesos de ponderación que se emplean habitualmente en optimización multiobjetivo pues permiten ponderar magnitudes diversas dentro de una misma función de coste. La tarea del controlador consiste en resolver (1) y aplicar y mantener la configuración del inversor  $u^o$  durante un periodo de muestreo, repitiendo el proceso al siguiente periodo de muestreo mediante la técnica del horizonte deslizante (Camacho y Bordons, 2013). El empleo de esta función de coste con un modelo suficientemente preciso ((Rodas et al., 2016), (Martín et al., 2017)) permite minimizar el error de control y los otros factores considerados. Ha de tenerse en cuenta que en la mayoría de casos la solución de (1) es un compromiso entre criterios opuestos, pues no siempre existe un estado del inversor que reduce a la vez todos los términos  $K$  y  $L$ .

## 2.2. Diseño Habitual de Funciones de Coste

La forma habitual de diseñar la función de coste consiste en seleccionar qué términos  $K$  y  $L$  se van a tener en cuenta y luego asignar un valor a los pesos de ponderación. La primera parte obedece a criterios específicos de la aplicación de la máquina (generación, tracción, etc.) los cuales determinan hasta qué punto es importante penalizar el error en distintos planos y otras variables (conmutaciones por ejemplo). Además puede ocurrir que se deba acotar la complejidad de la función de coste para garantizar que los cálculos se llevarán a cabo en un periodo de muestreo con el procesador disponible (Arahal et al., 2009). La segunda parte (valor de los pesos de ponderación) se ha realizado normalmente mediante exploración (experimental o por simulación) de algunos puntos de operación. El valor hallado se considera un parámetro del controlador y por tanto se mantiene fijo durante la operación.

La idea de que los pesos de ponderación no son óptimos para todos los puntos de operación ha aparecido en la literatura, sin embargo no se ha presentado aún un control predictivo de corriente que utilice otra técnica diferente de la habitual. A continuación se detalla la propuesta de este trabajo.

## 2.3. Ponderación Optimizada para cada Punto de Operación

La técnica para el diseño de función de coste que se propone consiste en usar la forma funcional indicada en (3) pero tomando los pesos de ponderación como variables que dependen del

punto de operación en la forma que se indicará más adelante. Por ahora puede considerarse que el punto de operación queda definido por el estado electro-mecánico:

$$x(k) = (i_s(k), i_r(k), \omega_m(k), s(k)) \quad (5)$$

siendo  $i_r$  la corriente de rotor,  $\omega_m$  la velocidad angular y  $s$  el deslizamiento. De este modo se llega a la expresión para la función de coste propuesta

$$J(k, u) = K_{\alpha\beta}(k, u) + \lambda_{K1}(k)K_{x1y1}(k, u) + \dots + \lambda_{L1}(k)L_1(k, u) + \dots \quad (6)$$

donde la dependencia del punto de operación del instante  $k$  se hace constar mediante dicho índice; es decir, se ha abreviado  $\lambda(x(k))$  como  $\lambda(k)$ .

En la función de coste se deben incluir todos los términos que se consideren importantes, con la única limitación del tiempo de cálculo disponible. El proceso de determinación de las funciones  $\lambda(x(k))$  asignará valores que ponderen dichos términos incluyendo la posibilidad de anular alguno de ellos.

Para determinar los pesos de ponderación se tiene en cuenta que el comportamiento deseado de la máquina se revela al considerar, no muestras, sino intervalos de funcionamiento. A modo de ejemplo considérese la distorsión armónica ( $\Delta$ ) de la corriente de estátor, definida como la razón de los valores eficaces de la componente principal  $I_1$  y de la corriente total (componente fundamental + armónicos); es decir:  $\Delta = I_1/I$ . Por su propia definición el valor eficaz no tiene sentido en un único periodo de muestreo, más aún, las componentes armónicas (incluyendo la fundamental) precisan de algunos periodos de la frecuencia fundamental ( $T = 1/f_e$ ) para poder ser estimadas. Por tanto, para hablar con propiedad del comportamiento de la máquina hay que considerar distintas variables cuya definición y cálculo abarca varios  $T$ . Los anteriormente citados índices de comportamiento pueden estimarse mediante simulaciones o mediante experimentación. En todo caso los experimentos (reales o simulados) deberían ser representativos de todo el conjunto de puntos de funcionamiento del sistema. Además, los índices de comportamiento pueden ser contradictorios entre sí. Por ejemplo, al mejorar el contenido armónico posiblemente se empeore la frecuencia media de conmutación. Teniendo esto presente, parece lógico incorporar los distintos índices de comportamiento en una función de coste que tenga en cuenta la distinta importancia que se le concede a cada uno. Para evitar confusiones con la función de coste del control predictivo de corriente se va a nominar esta nueva función de coste como índice ponderado de comportamiento. Al igual que la función de coste, el índice ponderado de comportamiento no es más que un modo de lidiar con un problema de optimización multi-objetivo. En este caso lo que se intenta determinar son los pesos de ponderación. En la literatura de control existen propuestas con ideas similares, por ejemplo la utilización de diferentes parámetros de un PID en función del punto de operación. Los índices de funcionamiento como integral del error, sobreoscilación, etc. permiten en estos casos sintonizar dichos parámetros (Wittenmark, 1975).

Para describir el problema en forma matemática se van a agrupar todas las funciones  $\lambda$  en un vector funcional

$$\Lambda = (\lambda_{K1}, \lambda_{K2}, \dots, \lambda_{L1}, \dots)^T \quad (7)$$

y se buscará el vector que optimiza el índice ponderado de comportamiento  $IPC$  definido como

$$IPC(\Lambda) = \sum_{n=1}^{N_i} \delta_n IC_n(\Lambda) \quad (8)$$

donde los  $IC_n$  son los índices de comportamiento que se desean tener en cuenta y los  $\delta_n$  son factores de ponderación. Así las cosas parece natural seleccionar los pesos de ponderación mediante

$$\Lambda^o = \underset{\Lambda}{\operatorname{argmin}} IPC(\Lambda) \quad (9)$$

Para ello en primer lugar se han de definir los parámetros  $\delta$  que ponderan los índices de comportamiento en el índice ponderado de comportamiento. Esta tarea requiere conocer cuánto se está dispuesto a sacrificar en un índice para mejorar otro. Mediante una correcta normalización de variables se puede obtener una aproximación para los  $\delta$  que puede posteriormente retocarse.

De manera intuitiva un aumento de un cierto  $\delta_n$  provocará una mejora de  $IC_n$  a expensas de un posible empeoramiento de los otros índices ( $IC_r/r \neq n$ ). Es importante resaltar que se ha pasado de una situación en que los pesos de ponderación afectan de manera poco clara al comportamiento (dificultando su elección), a esta nueva situación en que los  $\delta$  están ligados a un determinado índice por lo que se puede intuir su efecto sobre el comportamiento del sistema en bucle cerrado.

Para obtener  $\Lambda^o$  mediante (9) se ha de resolver un problema de optimización para cada punto de operación. Se hace necesario por tanto muestrear el espacio  $X$  de los puntos de operación  $x$ . Para ello se puede recurrir a diseñar el muestreo para recorrer una cierta cuadrícula que abarque el intervalo de variación de cada variable o se puede recurrir a un algoritmo como k-medias.

En el primero de los casos los valores quedan fijados por los nodos de la cuadrícula mientras que en el segundo la distribución es el resultado de un algoritmo auto-organizado. En el caso de que las variables a tener en cuenta no sean un número muy alto (1 a 4) el primer método es factible y más intuitivo. En el caso de las máquinas polifásicas las diferentes cantidades están relacionadas entre sí por medio de la dinámica del sistema. Por tanto el punto de operación queda definido con unas pocas cantidades y puede aplicarse el método basado en la cuadrícula. En el siguiente apartado se ilustrará este aspecto con el caso de una máquina pentafásica.

Sea cual sea el método de muestreo elegido, se obtendrá un conjunto de pares  $(x_i, IPC(\Lambda, x_i))$  donde los puntos de operación  $x_i$  para  $i = 1, \dots, N_x$  forman el conjunto  $X_m = \{x_i\}$  con  $X_m \subset X$ . Restringiendo la optimización a estos pares, se obtiene

$$\Lambda_i^o = \underset{\Lambda}{\operatorname{argmin}} IPC(\Lambda, x_i) \quad (10)$$

que permite la creación de un nuevo conjunto de pares  $(x_i, \Lambda_i^o)$  para  $i = 1, \dots, N_x$ . A partir de estos pares es posible crear una función que abarque todos los puntos de operación. Para ello existen muchas técnicas posibles, siendo la más simple la interpolación multidimensional (Kirkland, 2010). Como ejemplo de otras técnicas cabe citar la reconstrucción de funciones por

polinomios aproximantes, mediante series de Fourier, mediante redes de neuronas artificiales, etc. (Rivlin, 2003).

Sea cual sea la técnica empleada se llega a unas expresiones para las componentes del vector  $\Lambda^o$  que dependen del punto de operación actual  $x(k)$ . Por tanto se pueden utilizar en tiempo real para obtener los pesos de ponderación del control predictivo de corriente. Estos valores sustituirían a los valores genéricos consignados en (3).

### 3. Aplicación a Máquina de Inducción Pentafásica

Tomando las asunciones típicas para el modelado de máquinas de inducción, a saber: uniformidad del entrehierro, distribución magnética senoidal, bobinados simétricamente distribuidos, pérdidas en el núcleo cero y no existencia de saturación magnética, el modelo en tiempo continuo de la máquina toma la forma

$$\dot{z}_c = A_c(\omega_r) \cdot z_c + B_c \cdot u \quad (11)$$

en el que se ha usado como estado  $z_c$

$$z_c = (i_{s,\alpha}, i_{s,\beta}, i_{s,x}, i_{s,y}, i_{r,\alpha}, i_{r,\beta})^T \quad (12)$$

siendo  $i_s$  el vector de corrientes de estátor,  $i_r$  el vector de corrientes del rotor y  $\omega_r$  la velocidad eléctrica del rotor. Las matrices  $A_c$  y  $B_c$  dependen de los parámetros eléctricos del sistema, como resistencias e inductancias. Para mayor información acerca del modelado se remite al lector a (Martín et al., 2017).

La anterior descripción (11) contiene magnitudes no medibles pues pertenecen al rotor. A fin de derivar un modelo predictivo se han de estimar dichas magnitudes (o su efecto) como se describe en (Martín et al., 2016). De este modo se llega a un nuevo modelo en tiempo discreto

$$z(k+1) = F(\omega_r) \cdot z(k) + G(k) + H \cdot u(k) \quad (13)$$

en el que el vector  $G$  tiene en cuenta el efecto de las variables del rotor sobre el estado medible, definido mediante

$$z(k) = (i_{s,\alpha}, i_{s,\beta}, i_{s,x}, i_{s,y})^T(k) \quad (14)$$

Las predicciones a dos pasos necesarias para (3), indicadas mediante  $\hat{i}_{s,h}(k+2|k, u(k))$  for  $h \in \{\alpha, \beta, x, y\}$ , se obtienen de manera inmediata a partir de (13) como se muestra en (Arahal et al., 2009).

#### 3.1. Factores de la Función de Coste

Para la aplicación a la máquina de cinco fases se va a seguir el caso presentado en (Barrero et al., 2009) por lo que la función de coste toma la forma

$$J(k) = \|\hat{e}_{\alpha\beta}(k)\|^2 + \lambda_1 \|\hat{e}_{xy}(k)\|^2 + \lambda_2 NC(k) \quad (15)$$

siendo  $NC$  el número de conmutaciones producidos al aplicar  $u(k)$  (partiendo del estado previo del inversor dado por  $u^o(k)$ ), que puede calcularse como

$$NC(k) = \gamma \sum_{i=1}^{N_f} |u_i(k+1) - u_i^o(k)| \quad (16)$$

siendo  $\gamma$  un factor para tener en cuenta que los valores típicos del número de conmutaciones es muy diferente de los valores típicos de los errores y se elige como.

$$\gamma = \frac{\mathbb{E}[\|\hat{e}\|^2]}{\mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{N_f} |u_i(k+1) - u_i^o(k)|\right]} \quad (17)$$

siendo  $\mathbb{E}$  el operador esperanza matemática. Con esta función de coste se tienen en cuenta varios de los factores que afectan al comportamiento de la máquina pues los armónicos están relacionados con  $\|\hat{e}_{\alpha\beta}\|$  mientras que las pérdidas lo están con  $\|\hat{e}_{xy}\|$  y con  $NC$ .

#### 3.2. Índices de Comportamiento

Para el caso tomado como ejemplo se van a considerar, sin pérdida de generalidad, los indicadores típicos derivados del error cuadrático medio de control en el plano  $\alpha - \beta$ , del plano  $x - y$  y de la frecuencia media de conmutación del inversor. El error cuadrático medio de control se calcula para un eje genérico  $h$  mediante

$$ECM_h = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (i_{s,h}^*(k) - i_{s,h}(k))^2} \quad (18)$$

y la frecuencia media de conmutación (por fase y por ciclo) como

$$FMC = \frac{1}{N \cdot T_m \cdot f_e} \sum_{k=1}^N NC(k) \quad (19)$$

siendo  $N$  el número de muestras considerado para el cálculo. Las anteriores cantidades se han de agrupar por planos y normalizar al intervalo  $[0, 1]$ , dividiendo por los valores máximos, obteniéndose

$$IC_1 = (ECM_\alpha + ECM_\beta) \frac{1}{2 \max ECM_{\alpha,\beta}} \quad (20)$$

$$IC_2 = (ECM_x + ECM_y) \frac{1}{2 \max ECM_{x,y}} \quad (21)$$

$$IC_3 = \frac{FMC}{\max FMC} \quad (22)$$

Con estas definiciones se puede escribir el índice ponderado de comportamiento usado para este ejemplo como

$$IPC = \delta_1 IC_1 + \delta_2 IC_2 + \delta_3 IC_3 \quad (23)$$

donde los factores de ponderación  $\delta_i$  serán especificados en cada experimento a fin de ilustrar las capacidades del método propuesto.

Téngase presente que la elección realizada permite desarrollar un caso típico para ilustrar la técnica propuesta. El lector interesado es remitido a (Vukosavić et al., 2017) donde se especifican otros índices. Conviene indicar que si se elimina un índice de comportamiento entonces su valor queda libre, pudiendo empeorar. Esto afecta a la solución pues dicha eliminación es similar a eliminar una restricción de un problema de optimización. Por contra, si se añade un nuevo índice de comportamiento se tiene un caso similar a añadir una restricción adicional a un

problema de optimización. Se consigue acotar el índice añadido a costa de un posible empeoramiento de los que previamente estaban.

### 3.3. Optimización de la Función de Coste

Para la optimización de la función de coste se seleccionan en primer lugar el conjunto de variables que definen un punto de operación. Debido a que la máquina puede funcionar a distintas velocidades y con distinta carga es preciso tomar en consideración la frecuencia eléctrica  $f_e$  y la amplitud de las corrientes de referencia de estátor  $I^*$ . Es fácil ver que, debido a las ecuaciones del modelo del sistema, estas variables tienen gran influencia en la dinámica de la máquina. Es posible considerar otras variables adicionales (como el deslizamiento) con lo que se consigue una discretización más fina de los puntos de operación. A cambio se produciría un aumento de la carga de cálculo necesaria para evaluar las funciones  $\Lambda(x(k)) = (\lambda_1(x(k)), \lambda_2(x(k)))^T$ . Por tanto se van a usar únicamente  $f_e$  e  $I^*$  para definir el punto de operación y se toma  $x = (f_e, I^*)$ .

El muestreo del espacio de puntos de operación  $X$  se lleva a cabo considerando una cuadrícula que discretiza dicho espacio. Por sencillez se puede definir la cuadrícula como el producto cartesiano  $X_m = S_F \times S_I$  siendo  $S_F = \{F_1, F_2, \dots, F_{NF}\}$  un conjunto ordenado de frecuencias y siendo  $S_I = \{I_1, I_2, \dots, I_{NI}\}$  un conjunto ordenado de intensidades. El número de muestras considerado es  $\text{card}(X_m) = N_F \cdot N_I$  y aparecen distribuidas en las coordenadas  $(F_i, I_j) \forall i = 1, \dots, N_F, j = 1, \dots, N_I$ . Para cada punto de operación definido por los índices  $(i, j)$  ( $x = (F_i, I_j)$ ) se obtiene la solución de:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1^o(i, j) \\ \lambda_2^o(i, j) \end{pmatrix} = \underset{\Lambda}{\text{argmin}} \text{IPC}(\Lambda, (F_i, I_j)) \quad (24)$$

expresión que proporciona los valores óptimos (según el índice ponderado de comportamiento) en los puntos de operación correspondientes a la cuadrícula  $X_m$ .

Durante el funcionamiento de la máquina es probable que se visiten otros puntos de operación diferentes a los considerados en  $X_m$ , por lo que es necesario proporcionar un valor de los pesos de ponderación para un caso general. Esto se puede lograr mediante diversas técnicas, por ejemplo mediante la interpolación bilineal.

Esta técnica no es más que la extensión de la interpolación lineal para el caso de funciones de dos variables. Para ello se emplea una malla regular de dos dimensiones (Kirkland, 2010). El método constituye una técnica estándar que se aplica fácilmente del modo siguiente: si el punto de operación en el instante de tiempo discreto  $k$  es  $x(k) = (f_e(k), I^*(k))$ , para interpolar se buscarán dos índices  $i_1, i_2$  tales que  $F_{i_1} \leq f_e(k) \leq F_{i_2}$  con  $i_1 \neq i_2$  y tal que  $F_{i_2} - F_{i_1}$  sea mínimo. Del mismo modo se buscarán dos índices  $j_1$  y  $j_2$  tales que  $I_{j_1} \leq I^*(k) \leq I_{j_2}$  con  $j_1 \neq j_2$  y tal que  $I_{j_2} - I_{j_1}$  sea mínimo. Los pares de índices  $(i_1, j_1), (i_1, j_2), (i_2, j_2)$  y  $(i_2, j_1)$  definen los vértices de la celda de la cuadrícula que contiene al punto de operación actual.

La interpolación bilineal permite generar un valor para los  $\lambda(x(k))$  a partir de los valores de  $\lambda^o$  en los cuatro pares antecitados. Mediante simple sustitución de estos valores en la fórmula (Kirkland, 2010) y considerando las siguientes abreviaturas:  $\Delta I_{20} = (I_{j_2} - I(k)), \Delta I_{01} = (I^*(k) - I_{j_1}), \Delta F_{20} = (F_{i_2} - f_e(k)),$

$\Delta F_{01} = (f_e(k) - F_{i_1})$  y  $\lambda_{rs}^o = \lambda_{rs}^o(i_r, j_s)$ , se obtiene la siguiente aproximación para el valor  $\lambda(x(k))$ :

$$\lambda(x(k)) = \frac{(\lambda_{11}^o \Delta I_{20} + \lambda_{12}^o \Delta I_{01}) \Delta F_{20} + (\lambda_{21}^o \Delta I_{20} + \lambda_{22}^o \Delta I_{01}) \Delta F_{01}}{(\Delta I_{20} + \Delta I_{01})(\Delta F_{20} + \Delta F_{01})} \quad (25)$$

Como es lógico habrá de aplicarse (25) a cada componente  $\lambda_q, q \in \{1, 2\}$ .

## 4. Simulaciones

Se presentan a continuación los resultados obtenidos por simulación. El sistema usado en las simulaciones es una máquina pentafásica con las siguientes características: resistencia de estátor 19.4 ( $\Omega$ ), resistencia del rotor 6.8 ( $\Omega$ ), inductancia de estátor 101 (mH), inductancia del rotor 39 (mH), inductancia mutua 657 (mH), velocidad nominal 1000 (rpm), potencia 1 (kW), pares de polos 3. Se ha simulado el controlador pertinente en cada caso suponiendo un periodo de muestreo de 80 ( $\mu s$ ) que es un valor habitualmente encontrado y bastante asequible para procesadores digitales de señal actuales.

En primer lugar se presentan resultados correspondientes a un control predictivo de corriente con pesos de ponderación fijos (correspondientes a la técnica habitual) y que servirán de base de comparación. En la tabla 2 se muestran los resultados para un par de puntos de funcionamiento  $O_1$  y  $O_2$  correspondientes a una carga media y alta respectivamente. Concretamente, para  $O_1$  se usa  $f_e = 40$  (Hz) e  $I^* = 1$  (A), y para  $O_2$  se usa  $f_e = 60$  (Hz) e  $I^* = 2,5$  (A). Se puede observar el efecto de los distintos valores de pesos de ponderación considerados (indicados en la primera columna de cada fila) sobre los índices de comportamiento y cómo el efecto no es idéntico para cada punto de operación.

Tabla 2: Resultados con la técnica habitual.

$(\lambda_1, \lambda_2)$	$O_1$			$O_2$		
	$IC_1$	$IC_2$	$IC_3$	$IC_1$	$IC_2$	$IC_3$
(0.02, 0.02)	0.13	0.77	0.91	0.27	0.87	0.52
(0.50, 0.02)	0.25	0.31	0.54	0.33	0.35	0.68
(0.02, 0.10)	0.16	1.09	0.52	0.27	0.99	0.40
(0.50, 0.10)	0.26	0.32	0.47	0.34	0.36	0.66

A modo de introducción al siguiente apartado de este artículo, es interesante observar que, de los cuatro valores de pesos de ponderación considerados en la tabla 2 y tomando  $\delta_1 = 1, \delta_2 = 0,7$  y  $\delta_3 = 0,4$ , el menor valor de índice ponderado de comportamiento para  $O_1$  corresponde a  $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.50, 0.10)$  mientras que para  $O_2$  corresponde a  $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.50, 0.02)$ . Esta observación apunta a la posibilidad de optimizar los pesos de ponderación en función del punto de operación como se muestra a continuación.

### 4.1. Resultados Optimizando la Función de Coste

Se presentan a continuación los resultados obtenidos al considerar la técnica propuesta. Se utiliza la aproximación bilineal indicada anteriormente para obtener los valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  acordes a cada punto de operación.

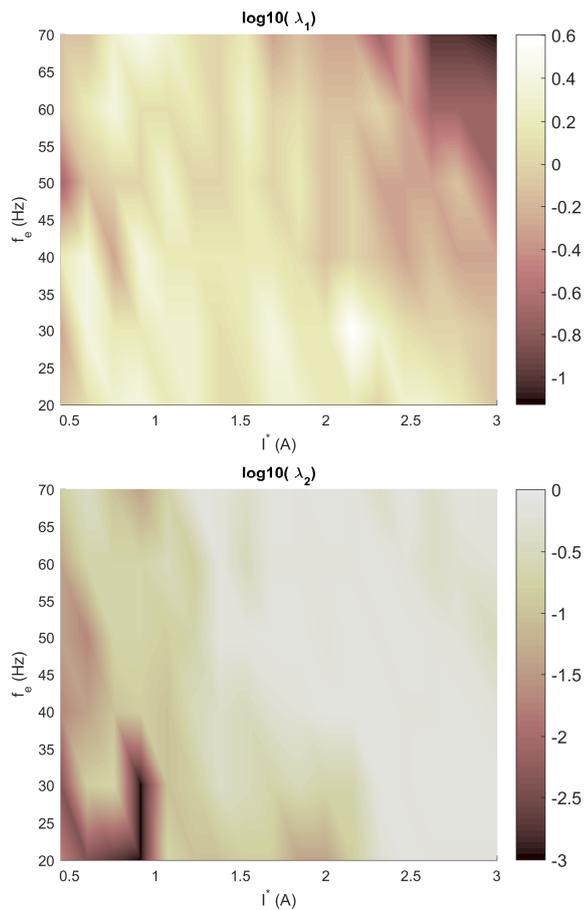


Figura 2: Valores óptimos de  $\lambda_1$  (arriba) y  $\lambda_2$  (abajo) obtenidos mediante la resolución de (10) para cada punto de operación. Nótese la escala logarítmica empleada.

Para las pruebas que siguen se ha seleccionado  $S_F$  con valores entre 20 (Hz) y 70 (Hz) tomados cada 10 (Hz). De manera similar se ha considerado  $S_I$  con valores entre 0,4 (A) y 3 (A) tomados cada 0,15 (A). De este modo se construye  $X_m$  que cubre el espacio de operación para esta máquina particular. Para la optimización se han usado los valores  $\delta_1 = 1$ ,  $\delta_2 = 0,7$  y  $\delta_3 = 0,4$  que corresponden a un cierto compromiso entre los distintos índices de comportamiento.

En la figura 2 se muestran los resultados de (24). Los ejes corresponden a las dos dimensiones consideradas para definir el punto de operación:  $f_e$  e  $I^*$ , mientras que los valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  se han codificado como un color según la leyenda. Se ha usado escala logarítmica debido a la disparidad de valores hallados. Asimismo, los valores que no caen encima de los nodos de la cuadrícula se han aproximado mediante (25). Puede verse que los valores óptimos son bastante distintos de un punto de operación a otro. Esto valida la hipótesis inherente al método presentado, que es la dependencia de los pesos de ponderación con el punto de operación. También puede verse que la dependencia no es trivial. Esto se pone de manifiesto por la no existencia de patrones claros en la variación de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  por el espacio de operación. Este descubrimiento valida el uso de simulación intensiva y la posterior aproximación de funciones. Como siguiente resultado se presenta en la figura 3 (arriba) el valor obtenido para el índice ponderado de comportamiento para cada punto de funcionamiento al utilizar el método propuesto.

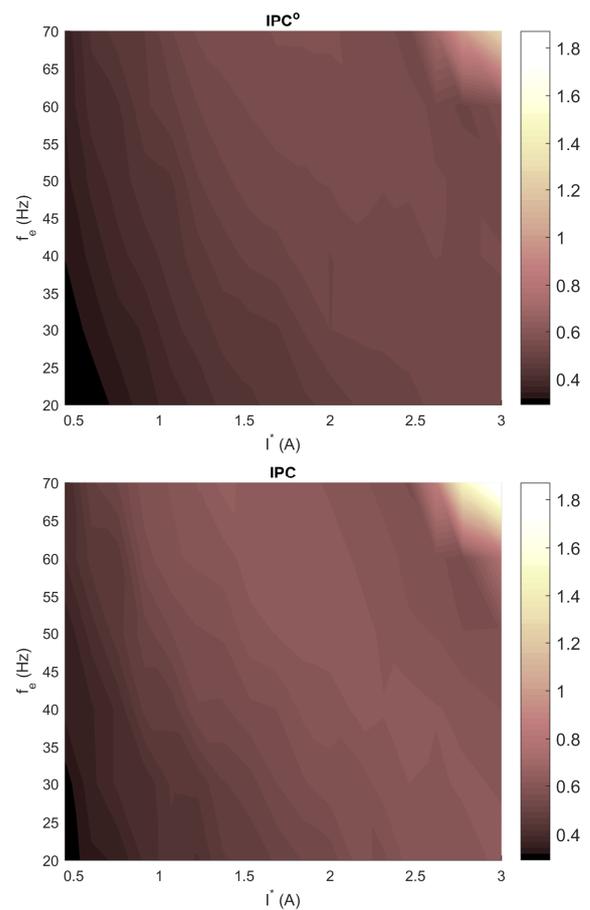


Figura 3: Valores del índice ponderado de comportamiento con la técnica propuesta (arriba) y con valores fijos de los pesos de ponderación (abajo) para cada punto de operación.

Puede verse que el índice ponderado de comportamiento mantiene unos valores bajos en todo el espacio de operación con una pequeña subida a medida que se progresa hacia el límite de la máquina para cargas muy altas. Esto contrasta con el resultado obtenido al usar valores fijos de los pesos de ponderación, como puede verse en 3 (abajo) donde se han usado valores típicos  $\lambda_1 = 0,5$  y  $\lambda_2 = 0,02$ . Se puede observar: un mayor y más temprano deterioro en la zona de alta carga, mayores valores de índice ponderado de comportamiento en la totalidad del espacio de trabajo y en particular en una franja diagonal hacia el centro del espacio de trabajo. Esta situación indica una mejora sustancial (en términos de rendimiento energético) y global (para todo el espacio de trabajo) a favor del método propuesto.

Como complemento a la gráfica, se incluye la Tabla 3 donde se indican algunos valores que permiten comparar los resultados de la técnica propuesta y del procedimiento habitual. Los valores indicados son el mínimo, máximo, media ( $\mu$ ) y desviación típica ( $\sigma$ ) al considerar todo el espacio de trabajo.

Es destacable que, con la técnica propuesta, se consiguen menores valores en casi todos los casos y además con menor variación en el espacio de trabajo (menor valor de la desviación típica). Merece la pena insistir en que, modificando los valores  $\delta$  se puede orientar el diseño. Por ejemplo para tener menores pérdidas en el plano  $x - y$  se puede aumentar  $\delta_2$ . De manera parecida se puede orientar el diseño a menores pérdidas por conmutación, siendo necesario en este caso un aumento de  $\delta_3$  o a mejor seguimiento en  $\alpha - \beta$  (aumentando  $\delta_1$ ).

Tabla 3: Comparación de los valores del índice ponderado de comportamiento para la técnica habitual (TH) y propuesta (TP).

TH	mínimo	máximo	$\mu$	$\sigma$
$ECM_{\alpha\beta}$ (A)	0.023	0.229	0.032	0.025
$ECM_{xy}$ (A)	0.029	0.172	0.037	0.017
FMC (kHz)	0.944	6.114	4.539	1.333
IPC	0.294	1.900	0.564	0.189
TP	mínimo	máximo	$\mu$	$\sigma$
$ECM_{\alpha\beta}$ (A)	0.018	0.047	0.033	0.005
$ECM_{xy}$ (A)	0.020	0.194	0.037	0.034
FMC (kHz)	0.773	4.237	3.044	0.843
IPC	0.294	1.287	0.494	0.122

## 5. Conclusiones

Se ha puesto de manifiesto la conveniencia de usar distintos factores de ponderación para cada punto de funcionamiento. Se ha planteado un método de optimización como medio de obtener los mejores valores para los factores de ponderación. Los resultados muestran que es posible usar la interpolación bilineal para abarcar todo el espacio de operación. Los resultados por simulación avalan la factibilidad del método propuesto.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto DPI2016-76144-R del ministerio de economía y competitividad de España.

## Referencias

Abu-Rub, H., Guzinski, J., Krzeminski, Z., Toliyat, H. A., 2001. Predictive current control of voltage source inverters. In: Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE. Vol. 2. pp. 1195–1200 vol.2.

Arahall, M. R., Barrero, F., Toral, S., Durán, M. J., Gregor, R., 2009. Multi-phase current control using finite-state model-predictive control. *Control Engineering Practice* 17 (5), 579–587.

Arahall, M. R., Durán, M. J., 2009. PI tuning of five-phase drives with third harmonic injection. *Control Engineering Practice* 17 (7), 787–797

Barrero, F., Arahall, M. R., Gregor, R., Toral, S., Durán, M. J., 2009. One-step modulation predictive current control method for the asymmetrical dual three-phase induction machine. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 56 (6), 1974–1983.

Camacho, E. F., Bordons, C., 2013. *Model predictive control*. Springer.

Duran, M., Toral, S., Barrero, F., Levi, E., 2007. Real-time implementation of multi-dimensional five-phase space vector pulse-width modulation. *Electronics Letters* 43 (17), 949–950.

Holmes, D., Martin, D., 1996. Implementation of a direct digital predictive current controller for single and three phase voltage source inverters. In: *Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS'96., Conference Record of the 1996 IEEE. Vol. 2. IEEE*, pp. 906–913.

Holtz, J., Stadtfeld, S., 1983. A predictive controller for the stator current vector of AC machines fed from a switched voltage source. In: *IJEE IPEC-Tokyo Conf.* pp. 1665–1675.

Kirkland, E. J., 2010. Bilinear interpolation. In: *Advanced Computing in Electron Microscopy*. Springer, pp. 261–263.

Lim, C.-S., Levi, E., Jones, M., Rahim, N., Hew, W.-P., Aug 2014. A comparative study of synchronous current control schemes based on FCS-MPC and PI-PWM for a two-motor three-phase drive. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 61 (8), 3867–3878.

Mamdouh, M., Abido, M., Hamouz, Z., 2018. Weighting factor selection techniques for predictive torque control of induction motor drives: A comparison study. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 1–13.

Martín, C., Arahall, M. R., Barrero, F., Durán, M. J., 2016. Five-phase induction motor rotor current observer for finite control set model predictive control of stator current. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 63 (7), 4527–4538.

Martín, C., Bermúdez, M., Barrero, F., Arahall, M. R., Kestelyn, X., Durán, M. J., 2017. Sensitivity of predictive controllers to parameter variation in five-phase induction motor drives. *Control Engineering Practice* 68, 23–31.

Rivlin, T. J., 2003. *An introduction to the approximation of functions*. Courier Corporation.

Rodas, J., Barrero, F., Arahall, M. R., Martín, C., Gregor, R., 2016. Online estimation of rotor variables in predictive current controllers: A case study using five-phase induction machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 63 (9), 5348–5356.

Rojas, C. A., Rodriguez, J., Villarroel, F., Espinoza, J. R., Silva, C. A., Trincado, M., 2013. Predictive torque and flux control without weighting factors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60 (2), 681–690.

Vukosavić, S. N., Perić, L. S., Levi, E., 2017. A three-phase digital current controller with improved performance indices. *IEEE Transactions on Energy Conversion* 32 (1), 184–193.

Wittenmark, B., 1975. Stochastic adaptive control methods: a survey. *International Journal of Control* 21 (5), 705–730.

Zoric, I., Jones, M., Levi, E., 2018. Arbitrary power sharing among three-phase winding sets of multiphase machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65 (2), 1128–1139.