LA VALORACION DEL *PERFORMANCE* EN LA CARTERA EFICIENTE.

Emilio Soldevilla García
Universidad del País Vasco

Los fondos de inversión conceden gran importancia a la valoración de su gestión. Esta valoración se concreta en los ratios de prima-a-variabilidad *(reward-to-variability)* de Sharpe y de Treynor y el índice de *performance* de Jensen. Pero todos ellos se mueven en los supuestos teóricos de la cartera eficiente. Este trabajo recoge aquellas circunstancias y condiciones que puewden explicar el alcance y limitaciones de estos ratios de valoración.

Unit Trust give hug importance for its management assessment. This assessment comprises Sharpe and Treymor *reward-to-variability* and Jensen *performance index*. But all of them moves within the theorical premises of efficient porfolio. This research presents the circumstances and conditions that can explaun the extent and the limits of these assessment ratios.

PALABRAS CLAVE: cartera eficiente, regresión, correlación, desviación estándar, equilibrio riesgo-rendimiento.
KEY WORDS: Portfolio eficient, regression, correlation, standard deviation, equilibrium risk-return.

1. PLANTEAMIENTO Y EXPOSICION.

El *performance* de un fondo de inversión se complica al determinarse en función de una cartera eficiente. El cumplimiento de los supuestos exigidos por el modelo de eficiencia, incluyen aspectos relacionales que condicionan el *performance* de la gestión de una cartera. El modelo de la cartera eficiente[69] se plantea en los siguientes supuestos:

1. El inversor toma sus decisiones en función de las combinaciones óptimas "ganancia-riesgo"; es decir, decide buscando una composición de cartera que maximice su rendimiento para un nivel de riesgo, o minimice el riesgo de la cartera para un rendimiento dado. El rendimiento de la cartera (R_c) en el período t vendrá dado por la expresión $R_{ct}=(P_{ct+1}-P_{ct}+D_{ct})/P_{ct}$, siendo P y D los precios y dividendos de la cartera en los períodos $t+1$ y t. Este rendimiento se considera *ex-ante* según las expectativas del inversor (aunque para su comprobación empírica tenga que realizarse *ex-post)*. El valor esperado del rendimiento es la medida del rendimiento medio de la cartera. El riesgo se mide por la varianza (o desviación estándar) respecto al valor esperado del rendimiento, como medida de dispersión del rendimiento. Es una decisión basada en la "media-varianza.

2. Se denomina "cartera eficiente" a la que proporciona la máxima ganancia para un riesgo dado o proporciona el mínimo riesgo para un rendimiento esperado dado. Los inversores buscan carteras eficentes para conseguir un equilibrio entre las relaciones rendimiento-riesgo. Y como todos los inversores tienen el mismo horizonte temporal y las mismas expectativas, en un mercado perfecto y con una misma información, todos los inversores tendrán las mismas oportunidades para encontrar carteras eficientes. De manera que los inversores se moverán en una misma *frontera eficiente* que discurra entre las combinaciones que mejoren las relaciones de equilibrio entre rendimiento-riesgo, es decir, las que consigan los máximos rendimientos incurriendo en mayores niveles de mínimos riesgos.

3. La dificultad de estimar las múltiples relaciones entre rendimientos-riesgos de los títulos que componen una cartera y que imposibilitan encontrar la *frontera eficiente*, se resolvió por *Sharpe* sustituyendo la correlación entre cada par de títulos que componen la cartera por la correlación del rendimiento de cada título con un determinado índice de mercado o cartera de mercado. Luego una cartera es "ineficiente" cuando su nivel de rendimiento es inferior al señalado por la "frontera eficiente" para un nivel dado de riesgo; o porque su riesgo total no se ha reducido suficientemente por medio de la diversificación de la cartera.

[69] Emilio Soldevilla "El Coeficiente Beta en el Análisis de Cartera", "Los Supuestos de la Cartera Eficiente", págs. 62-65.

4. El aparato matemático, utilizado para relacionar los rendimientos de la cartera de los fondos y el de la cartera del índice de mercado, procede del análisis de regresión[70]. La lógica estadística del modelo de regresión debe respetarse para no incurrir en errores de interpretación financiera de las relaciones entre esas dos carteras. La relación entre el R_c del fondo y el R_m del mercado está determinada por la ecuación de regresión (también llamada línea característica) siguiente:

$$R_{ct} = \alpha_c + \beta_c R_{mt} + e_{ct} \qquad (20.10.3.1)$$

De donde α_c es un término constante o el de intersección con el eje R_m y es cero cuando $R_m=0$, financieramente no sería significativo. β_c indica la pendiente de la línea o el grado de asociación de un cambio del R_c ante un cambio del R_m, o también la tasa de cambio en R_c por unidad de cambio en R_m. El término e_c es la variación estocástica, puesto que es la diferencia entre el valor observado y el estimado de la variable dependiente (R_c) que debe ser minimizado, base del método de los mínimos cuadrados. Los valores *estimados* de los coeficientes α y β normalmente no son iguales a sus *verdaderos* parámetros, la razón está en que las estimaciones se consiguen con un número limitado de datos, llamada muestra, de una población dada[71]. Este término de desviación (e_c) se supone es una variable aleatoria independiente, con un valor esperado igual a cero $[E(e_c)=0]$ y una varianza igual a σ_e^2. El valor esperado y la varianza de R_c serán:

$$E(R_c) = \alpha_c + \beta_c E(R_m) \qquad (20.10.3.2)$$
$$\sigma^2(R_c) = \beta_c^2 \sigma^2(R_m) + \sigma^2(e_c) \qquad (20.10.3.3)$$

5. La varianza anterior se divide, pues, en dos partes. Y como el riesgo se identifica con la varianza (o desviación estándar), el riesgo total de la cartera eficiente (σ_c^2) estará compuesto, según *Sharpe*[72], por el riesgo "propio" o "específico" de la cartera $(\sigma_e^2 = \bullet\, w^2\sigma_i^2)$, también llamado *no-sistemático o riesgo diversificable*, y el riesgo propio del mercado $(\beta_c^2\sigma_m^2)$, también llamado *riesgo no-sistemático* o *riesgo no-diversificable*.

En una cartera eficiente el riesgo propio o específico (no-sistemático) se habrá eliminado con la diversificación y el riesgo total de la cartera quedará reducido al riesgo sistemático $(\beta_c^2\sigma_m^2)$.

$$\sigma_c^2/\sigma_m^2 = \beta_c^2 \quad \text{o también} \quad \sigma_c/\sigma_m = \beta_c \qquad (20.10.3.4)$$

Este ratio σ_c/σ_m representa una medida de la diversificación o del grado de eficiencia de la cartera según su riesgo. Cuando este ratio es igual a β_c se puede estimar que la cartera es eficiente, siempre que el $E(R_c)$ sea aproximadamente igual al que corresponde al punto de de la abscisa $\sigma_c=\beta_c$. Cuando $\sigma_c/\sigma_m>\beta_c$, señalará que e_e^2 es positivo en (20.10.3.3), luego hay un riesgo propio que no ha sido eliminado por la diversificación y la cartera será ineficiente.

Desde otra perspectiva y retomando la ecuación (20.10.2.2.1) que define a la *beta* y sustituyéndola en (20.10.3.3) se tiene:

$$\sigma_c^2 = \frac{\left[\mathrm{Cov}(R_c, R_m)\right]^2 \sigma_m^2}{\sigma_m^2 \sigma_m^2} + \sigma_e \quad \text{lo que es igual a} \quad 1 = \frac{\left[\mathrm{Cov}(R_c, R_m)\right]^2}{\sigma_m^2 \sigma_c^2} + \frac{\sigma_e^2}{\sigma_c^2}$$

Y según la ecuación (20.10.2.3.1) se tiene $\rho_{cm}^2=[Cov(R_c,R_m)]^2/\sigma_m^2\sigma_c^2$, luego se deduce que:

$$1 = \rho_{cm}^2 + \frac{\sigma_e^2}{\sigma_c^2}$$

[70]Ver "El Análisis de Regresión" en Emilio Soldevilla "Análisis Económico de la Demanda en la Gestión Empresarial", págs. 55-67. Hay una exposición profunda de su exposición y aplicación a la economía. También "El Cálculo del Coeficiente Beta" en "El Coeficiente Beta en el Análisis de Cartera" de Soldevilla, págs. 68-72.
[71] Se recomienda el estudio pormenorizado de esta condición estadística en la nota anterior.
[72] Ibídem, "el Riesgo Total de un Título", pág. 72 y ecuación 16.

Se obtiene la relación siguiente entre el *riesgo propio o no-sistemático* y el *riesgo total* de la cartera.

$$\frac{\sigma_e^2}{\sigma_c^2} = 1 - \rho_{cm}^2 \qquad (20.10.3.5)$$

Cuando $\rho_{cm}^2=1$ (la cartera está perfectamente correlacionada con el mercado), entonces el *riesgo propio o no-sistemático* (σ_e^2) es cero y sólo queda el *riesgo sistemático* o de *mercado* (no-diversificable). Luego se puede decir que la cartera está *eficiéntemente diversificada.* Luego e_c^2 desaparece de la línea de regresión cuando la cartera está diversificada eficientemente. Obsérvese que aun cuando $\rho_{cm}^2=1$, σ_c^2 puede ser mayor o menor que la σ_m^2. De manera que una cartera agresiva puede tener una *beta* mayor que 1, aun cuando $\rho_{cm}^2=1$.

Cuando el ratio σ_e^2/σ_c^2 es positivo (evoluciona entre 0 y 1), indicará que hay un riesgo *propio o no-sistemático* que puede ser eliminado. En la medida que este ratio se aproxime a la unidad, mayor será la posibilidad para la diversificación.

La desviación estándar de la línea de regresión (error estándar de la desviación) es una medida de la dispersión de los valores respecto de la línea característica y su formula de cálculo[73] es:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\sum e_{ct}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum R_{ct}^2 - \alpha \sum R_{ct} - \beta \sum R_{ct} R_{mt}}{n-2}} \qquad (20.10.3.6)$$

El término σ_e es una medida del margen de variación que implica la ecuación de regresión. Si los datos relacionados (R_{ct},R_{mt}) están situados cerca de la línea de regresión, los valores σ_e serán pequeños y los errores de predicción tenderán a ser pequeños. Inversamente cuando las desviaciones entre los valores relacionados y los estimados por la línea de regresión son grandes, los valores σ_e serán grandes y los errores de predicción elevados. En todo caso, este modelo de regresión exige que las condiciones financieras de las variables se mantengan constantes y que las sucesivas observaciones sean independientes.

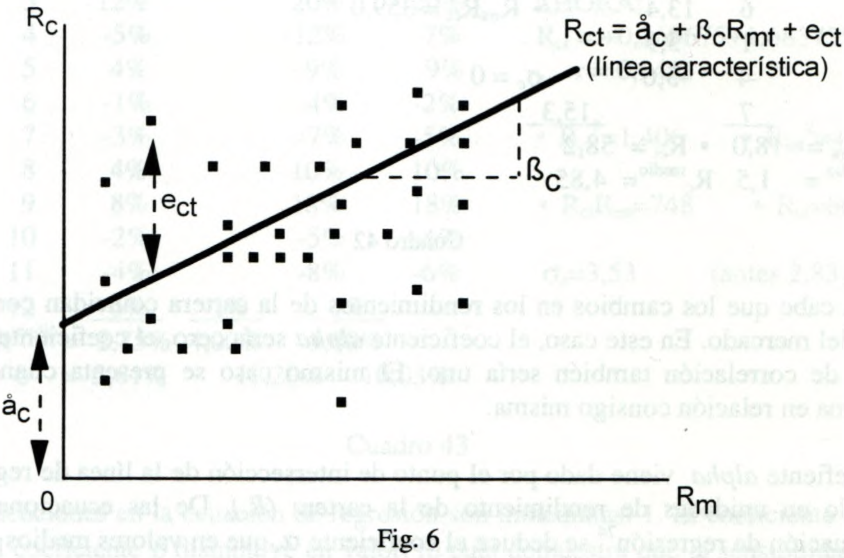

Fig. 6

Con los datos del Cuadro 41 se puede deducir σ_e para las ecuaciones de regresión de los dos fondos analizados.

[73] Emilio Soldevilla "Deducciones del modelo de Regresión", en "Análisis Económico de la Demanda...", págs. 61-62.

$$\text{FONDO CRECIMIENTO:}\quad \hat{\sigma}_e = \sqrt{\frac{1.526-(-1{,}234)(48)-(1{,}903)(791)}{12-2}} = 2{,}83$$

$$\text{FONDO INGRESO:}\quad \hat{\sigma}_e = \sqrt{\frac{97-(0{,}398)(17{,}04)-(0{,}37)(175)}{12-2}} = 1{,}60$$

El margen de variación es mayor en el fondo de crecimiento que en el fondo de ingreso. aproximadamente (1,76875 veces). Pero este valor, ¿qué significado financiero tiene?. El término e_c no se pone para igualar la ecuación de regresión (ya que su valor esperado es cero), más bien indica que la dispersión entre los valores estimados y los observados están entre $\pm 1\sigma = 2{,}83$, con una probabilidad del 68,27 por ciento (2x0,34134) o entre $\pm 2\sigma = 5{,}86$ con una probabilidad del 96 por ciento. Pero si los datos observados quedan muy cerca de la línea de regresión, los valores σ_e serán muy pequeños y la estimación tenderá a coincidir con los valores observados. Por el contrario, cuando los valores σ_e son grandes, las desviaciones entre los valores observados y los estimados por la línea de regresión serán grandes.

Cuando los datos observados y los estimados son iguales, entonces el coeficiente de correlación será 1 (r=1) y la desviación estándar de la línea de regresión será 0 (σ_e=0). Por ejemplo, los rendimientos mensuales observados de la cartera de un fondo y los del mercado se presentarían según el cuadro siguiente y serían coincidentes con los estimados por la regresión sin desviaciones:

MES	R(MERCADO)	R(FONDO)		
1	0	2,0		
2	2	5,8	$R_c = 2{,}0 + 1{,}90R_m$	
3	-1	0,1	$r = 1{,}0$	
4	3	7,7		
5	-2	-1,8	$\sigma_m = 3{,}60$	$\sigma_c = 6{,}85$
6	4	9,6		
7	5	11,5	• $R_m^2 = 170{,}0$	• $R_c^2 = 798{,}5$
8	-3	-3,7		
9	6	13,4	• $R_{mt}R_{ct} = 359{,}0$	
10	1	3,9		
11	-4	-5,6	$\sigma_e = 0$	
12	7	15,3		
• R_{mt} =	18,0	• R_{ct} = 58,2		
R_m^{medio} =	1,5	R_c^{medio} = 4,85		

Cuadro 42

Todavía cabe que los cambios en los rendimientos de la cartera coincidan con cambios de los rendimientos del mercado. En este caso, el coeficiente *alpha* sería cero, el coeficiente *beta* sería uno y el coeficiente de correlación también sería uno. El mismo caso se presenta cuando la cartera de mercado se toma en relación consigo misma.

6. El coefiente *alpha* viene dado por el punto de intersección de la línea de regresión con el eje vertical medido en unidades de rendimiento de la cartera *(R_c)*. De las ecuaciones de las que se consigue la ecuación de regresión[74] se deduce el coeficiente α, que en valores medios será:

[74]La ecuación de regresión se consigue minimizando las diferencias • $(R_{ct}-\alpha-\beta R_{mt})^2$, esto requiere satisfacer simultáneamente las siguientes ecuaciones:

$$\bullet\ R_{ct} = n\alpha + \beta \bullet R_{mt}$$

$$\bullet\ R_{mt}R_{ct} = \alpha \bullet R_{mt} + \beta \bullet R_m^2$$

$$\alpha = R_c^{medio} - \beta_c R_m^{medio} \qquad (20.10.3.7)$$

Con los datos del Cuadro 41 las *alphas* de los dos fondos serían:

$$\alpha_{crec.} = 4{,}0000 - 1{,}903249\text{x}2{,}75 = -1{,}233935$$
$$\alpha_{ing.} = 1{,}416666 - 0{,}370397\text{x}2{,}75 = 0{,}398074$$

El resultado es el mismo que el conseguido directamente con la ecuación de regresión, pero tiene la ventaja de manifestar una condición que hubiera pasado desapercibida. Nos estamos refiriéndonos al hecho de que el *alpha* sea positiva o negativa, o incluso cero, depende en primer lugar de la media de los rendimientos observados de la cartera.

$$\alpha > 0 \text{ cuando } R_c^{medio} > \beta R_m^{medio}$$
$$\alpha < 0 \text{ cuando } R_c^{medio} < \beta R_m^{medio}$$
$$\alpha = 0 \text{ cuando } R_c^{medio} = \beta R_m^{medio}$$

En segundo lugar, la condición de que α sea mayor, menor o igual a cero está determinada además por la volatilidad del rendimiento de la cartera respecto a la volatilidad del mercado, expresada por la β_c y por el rendimientos medio del mercado. En efecto, el coeficiente *alpha* negativo del fondo de crecimiento procede de que los cambios negativos de sus rendimientos son relativamente intensos, expresado por el hecho de que el rendimiento medio de su cartera no supera al producto de su β_c por el rendimiento medio del mercado. Esta circunstancia repercute en su media y desviación estándar. En efecto tomando los datos del Cuadro 41 y alisando los cambios negativos, se tiene:

	$R_{MERCADO}$	$R_{CRECIMIENTO}$		
MES	IGUAL	ANTES	AHORA	ANTES:
1	9%	17%	17%	$R_{ct} = -1{,}233935+1{,}903249R_{mt}$
2	5%	9%	9%	$r = 0{,}9527$
3	12%	20%	20%	AHORA:
4	-5%	-12%	-7%	$R_{ct} = +0{,}369675+1{,}683755R_{mt}$
5	4%	9%	9%	$r = 0{,}9421$
6	-1%	-4%	-2%	
7	-3%	-7%	-5%	• R_{ct}^2=1.406 • R_{mt}^2=437
8	4%	10%	10%	
9	8%	18%	18%	• $R_{ct}R_{mt}$=748 • R_{ct}=60
10	-2%	-5%	-4%	
11	-4%	-8%	-6%	σ_e=3,53 (antes 2,83)
12	6%	1%	1%	
R^{medio} =	2,75%	4,00%	5,00%	
σ =	5,61%	11,20%	10,03%	

Cuadro 43

Las modificaciones en la ecuación de regresión son inmediatas: 1. El coeficiente α se convierte en positivo, 2. El coeficiente β disminuye en valor, lo cual demuestra que la sensibilidad es menor, 3. El rendimiento medio del fondo aumenta en un punto y la desviación estándar disminuye en algo más de un punto, 4. el coeficiente de correlación disminuye y aumenta la desviación estándar de la línea de

$$\beta = \frac{n\sum R_{mt}R_{ct} - \sum R_{mt}\sum R_{ct}}{n\sum R_m^{\,2} - \left(\sum R_m\right)^2} = \frac{\sum R_{mt}R_{ct} - n\overline{R}_m\overline{R}_c}{\sum R_m^{\,2} - n\overline{R}_m^{\,2}}$$

Resolviendo daría:

$$\alpha = \frac{1}{n}\left(\sum R_{ct} - \beta\sum R_{mt}\right) = \overline{R}_c - \beta\overline{R}_m$$

regresión. Se concluye que el fondo consigue una ventaja si rompe con la asociación de los rendimientos a la baja (negativos), es decir manteniendo la sensibilidad al alza de los rendimientos y reduciéndola a la baja de los rendimientos. En la práctica es difícil que se mantenga esta situación, puesto que el grado de volatilidad se suele mantener tanto a la baja, como al alza.

7. La introducción de los títulos sin riesgo en este análisis es importante, porque permite lograr una más eficiente combinación entre rendimiento-riesgo. Se puede suponer que la inversión cabe hacerla sobre títulos sin-riesgo (por ejemplo, bonos del tesoro) y sobre títulos de riesgo (acciones). Una cartera formada combinando títulos *sin-riesgo* y *con-riesgo* tendría un rendimiento total con dos componentes: el ***rendimiento sin-riesgo*** (R_s, tipo de interés de los bonos o precio del tiempo), el ***rendimiento con riesgo*** o rendimiento adicional por unidad de riesgo (R_c-R_s, precio del riesgo). Es decir, el mercado paga un rendimiento mínimo *(R_s)* a todos los títulos más una prima *(R_c-R_s)* adecuada al grado de riesgo que tiene el título o cartera *c*[75]. Por ejemplo, una cartera compuesta de 3/4 en acciones (con riesgo) con un tipo de rendimiento del 10% y una desviación estándar del 22%, y 1/4 en bonos (sin riesgo) con un rendimiento del 6%, tendrá un rendimiento y riesgo siguientes:

$$R_c = (1/4)(0,06)+(3/4)(0,10) = 0,015+0,075 =0,09$$
$$\sigma(R_c) = (3/4)(0,22) =0,165$$

Esta descomposición del riesgo y su influencia sobre la prima del riesgo se ha representado por medio de las ecuaciones lineales de la *línea de mercado de capitales (CML=capital market line)* y de la *línea de mercado de títulos (SML=security market linee).*

La CML se define por la ecuación: $$R_{cE} = r + \frac{R_m - r}{\sigma_m}\sigma_{cE} \qquad (20.10.3.8)$$

Indicando el subíndice *cE* una *cartera eficiente.* En efecto, en un mercado perfecto, cada cartera individual es una muestra representativa de la cartera de mercado, al estar compuesta por una cuantía proporcional de títulos respecto a la totalidad de los del mercado. En el equilibrio cada inversor adquirirá una combinación rendimiento-riesgo situada a lo largo de la línea del mercado de capital *(CML).* Esta línea *CML* está representada en la relación rendimiento esperado y desviación estándar de la figura 7 y se emplea sólo para carteras eficientes. Se sustituye, pues, la frontera eficiente curvilínea de *Markowitz* por la nueva frontera eficiente rectilínea *CML.* El punto *m* define a la cartera de mercado. Y la pendiente β_{CML} representa el ratio de prima a la variabilidad *(reward to variability ratio)*[76]. Aunque el modelo original se realiza en valores esperados, aquí se consideran en valores observados.

---

[75] El rendimiento sin riesgo es constante, luego no tiene variabilidad [$\sigma(R_s)$=0 y Cov(R_s,R_c]. La desviación estándar de la cartera estará referida sólo a los títulos con riesgo [$\sigma(R_c)=w_r\sigma(R_r)$, siendo w_r la proporción de títulos con riesgo de la cartera.

[76] Siendo $\beta_{CML}=[R_m-R_s]/\sigma_m$ y $R_c=R_s+\beta_{CML}\sigma_c=R_s+[R_m-R_s]/(\sigma_c/\sigma_m)$. Para una ampliación de estas ecuaciones ver “”El coeficiente Beta en el Análisis de Cartera”, de E. Soldevilla, págs. 74-81.

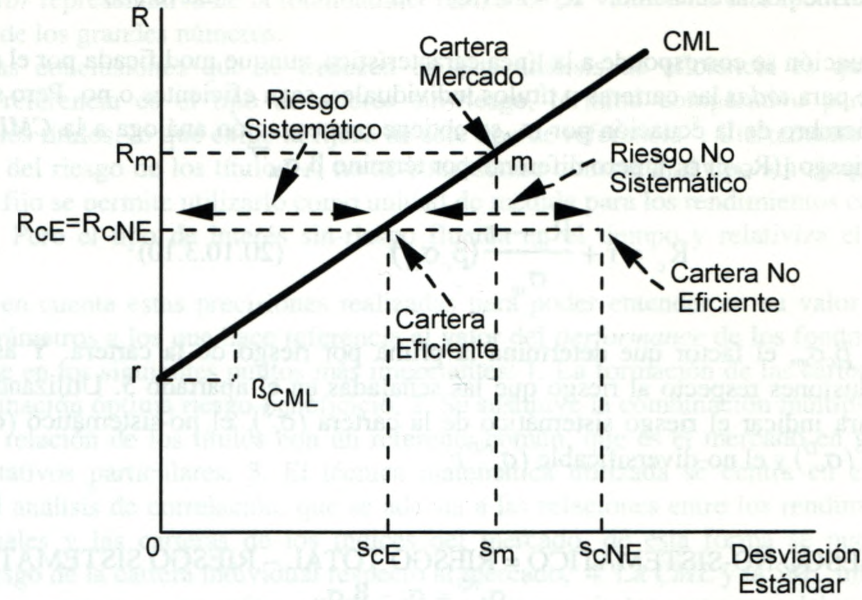

Fig. 7

El ratio σ_c/σ_m indica que la cartera con este ratio mayor que uno tienen una composición proporcional de títulos con mayor riesgo, mientras que cuando este ratio es menor que uno la cartera estará formada proporcionalmente en mayor medida por títulos sin riesgo. Por ejemplo, retomando los datos del Cuadro 41 y con un tipo de rendimiento sin-riesgo del 0,5% mensual, se tendrá para sus valores medios:

$$R_{cE} = 0,5 + \frac{2,75-0,5}{5,61}(11,20) = 0,5 + 0,401(11,2) = 5,00\% \quad \text{(Fondo de Crecimiento)}$$

$$R_{cE} = 0,5 + \frac{2,75-0,5}{5,61}(2,57) = 0,5 + 0,401(2,57) = 1,03 \quad \text{(Fondo de Ingreso)}$$

Se han conseguido los rendimientos correspondientes a los riesgos estimados (desviaciones estándar). De la misma forma se pueden calcular los riesgos correspondientes a los rendimientos estimados.

$$4,00 = 0,5 + (0,401)\sigma_c \quad \text{o sea} \quad \sigma_c = \frac{4,0-0,5}{0,401} = 8,73 \quad \text{(Fondo de Crecimiento)}$$

$$1,42 = 0,5 + (0,401)\sigma_c \quad \text{o sea} \quad \sigma_c = \frac{1,42-0,5}{0,401} = 2,29 \quad \text{(Fondo de Ingreso)}$$

Siendo la cartera de mercado representativa de la cartera eficiente, el ratio rendimiento-riesgo es igual a 0,401 en la línea de mercado, luego para un riesgo de 11,2 y 2,57 se tendrán unos rendimientos del 5,0% y 1,03% para cada uno de los fondos analizados, o para unos rendimientos del 4,0% y 1,42 de las carteras se correspondan unos riesgos del 8,73% y 2,29 en el mercado eficiente. Es decir, para $R_{cE}=R_{cNE}=4,0$ y 1,42 se tendrían unos riesgos de eficiencia del 8,73 y 2,29. Esto indica que la cartera de crecimiento tiene un riesgo sistemático del 8,73 y un riesgo no-sistemático del 2,47 (11,20-8,73), que pude anularse por medio de la diversificación; en la cartera de ingreso se tiene un riesgo del 2,57 frente a un riesgo eficiente del 2,29 con un riesgo no-sistemático del 0,28 que también puede anularse con la diversificación.

La SML se define por la ecuación: $R_c = r + (R_m - r)\beta_c$ (20.10.3.9)

Esta ecuación se corresponde a la línea característica, aunque modificada por el rendimiento sin-riesgo, y sirve para *todas* las carteras o títulos individuales, sean eficientes o no. Pero si multiplicamos el segundo miembro de la ecuación por σ_m se obtiene una ecuación análoga a la *CML*, por el ratio de rendimiento-riesgo $[(R_m - r)/\sigma_m]$, pero diferente por término $\beta_c\sigma_m$[77].

$$R_c = r + \frac{R_m - r}{\sigma_m}(\beta_c\sigma_m) \qquad (20.10.3.10)$$

Siendo $\beta_c\sigma_m$, el factor que determina la prima por riesgo de la cartera. Y así se llega a las mismas conclusiones respecto al riesgo que las señaladas en el apartado 5. Utilizando las siguientes notaciones para indicar el riesgo sistemático de la cartera (σ_c^S), el no-sistemático (σ_c^{NS}) y el riesgo diversificable (σ_c^D) y el no-diversificable (σ_c^{ND}):

RIESGO NO-SISTEMATICO = RIESGO TOTAL – RIESGO SISTEMATICO:

$$\sigma_c^{NS} = \sigma_c - \beta_c\sigma_m$$

RIESGO NO-DIVERSIFICABLE: $\sigma_c^{ND} \equiv \sigma_c^S = \beta_c\sigma_m$

RIESGO DIVERSIFICABLE: $\sigma_c^D \equiv \sigma_c^{NS} = \sigma_c - \beta_c\sigma_m$

De donde el rendimiento de la cartera eficiente definida por la ecuación (20.10.3.8) de la *CML*, tendrá que ser igual a una cartera eficiente entresacada de la ecuación (20.10.3.10) de la *SML*. Y así se tendrá que:

Para $R_c = R_{cE}$ deberá ser $\beta_c\sigma_m = \sigma_{cE}$ y entonces $\beta_c\sigma_m = \sigma_c^{ND} = \sigma_c^S$

Luego el punto eficiente de intersección del rendimiento-riesgo (R_{cE}, σ_{cE}) en la *CML* deberá ser idéntico al riesgo sistemático de la cartera en la *SML*. El riesgo no-sistemático será igual a:

$$\sigma_c^{NS} = \sigma_c - \beta_c\sigma_m$$

Se observa que en estos modelos de eficiencia hay una interrelación entre la *beta* (β) y las desviaciones estándar (σ), ya sea desde la línea característica o de las líneas del mercado de capitales o de títulos. Y en todas ellas el referente de valoración del rendimiento-riesgo es el propio mercado financiero, al que se considera eficiente por los supuestos en los que se mueve, básicamente ser un mercado *perfectamente competitivo* (formado por un elevado número de inversores incapaces de influir en los precios, con un conocimiento perfecto de los rendimientos esperados, y sin costes de transacción, ni impuestos), al que se añaden las condiciones de un *mercado eficiente* (los precios de los títulos incluyen toda la información disponible).

Se CONCLUYE que estos modelos sólo sirven para medir la sensibilidad de la cartera respecto a la cartera del mercado. El riesgo de la cartera individual al hacer referencia exclusivamente al mercado, limita la operatividad de la diversificación para reducir el riesgo a la sola *adecuación* o *ajuste* de la cartera individual a la cartera del mercado, dada por cualquier índice representativo del mercado. Pero queda el riesgo del mercado que teóricamente en el supuesto de eficiencia correspondería al riesgo contenido en el precio de equilibrio del mercado financiero. Y así el *referente* del mercado es el propio mercado.

Esta conclusión hay que estructurarla en la lógica matemática de regresión, que identifica la perfección del mercado con la perfección de un dado o una ruleta, de manera que los rendimientos observados serían una *muestra* representativa de todos los rendimientos posibles del mercado. Y desde esta particular muestra se infiere que la distribución de las frecuencias observadas se repetirá en

[77] Ver "La Beta en la Línea del Mercado de Valores", en "El Coeficiente Beta en el Análisis...", pág. 78.

una *muestra mayor* representativa de la totalidad del mercado. La validez de este modelo matemático se basa en la ley de los grandes números.

Otra de las conclusiones que se deducen de este análisis de eficiencia es que el tipo de rendimiento de referencia es el tipo de interés sin-riesgo, término comparativo para los demás rendimientos de los títulos, lo que exige la fijeza de este tipo de referencia[78]. Ciertamente no se podría resolver el valor del riesgo de los títulos, si no se considerase constante al tipo sin-riesgo *(r)*, puesto que al suponerlo fijo se permite utilizarlo como unidad de medida para los rendimientos cambiantes de los otros títulos. Pero el tipo de interés sin-riesgo fluctúa en el tiempo y relativiza el valor de su referencia.

Ténganse en cuenta estas precisiones realizadas para poder entender en su valor verdadero y limitativo los parámetros a los que hace referencia el valor del *performance* de los fondos. Las cuales podrían resumirse en los siguientes puntos más importantes: 1. La formación de las carteras eficientes parte de la combinación óptima riesgo-beneficicio, 2. Se sustituye la combinación múltiple entre pares de títulos por la relación de los títulos con un referente común, que es el mercado en general y sus índices representativos particulares, 3. El técnica matemática utilizada se centra en el análisis de regresión y en el análisis de correlación, que se adecua a las relaciones entre los rendimientos de las carteras individuales y las carteras de los índices del mercado, de esta forma se puede medir la sensibilidad o riesgo de la cartera individual respecto al mercado, 4. La *CML* y la *SML* integran el tipo de interés sin-riesgo para tener un referente sobre el rendimiento de las carteras y del mercado, 5. El análisis de carteras se resuelve en definitiva con dos referentes, mercado y tipo de interés sin-riesgo. Luego el problema del riesgo de las carteras se ha resuelto con el mercado y el interés sin-riesgo. Y, a su vez, el riesgo del mercado se justifica el precio de equilibrio del mercado y el rendimiento del mercado tiene de referente al tipo de interés sin-riesgo.

[78] "Valoración de los Supuestos del Coeficiente Beta", ibídem, págs. 98-103.