

Proyecto Fin de Carrera Ingeniería Aeroespacial

Inestabilidades en ferrofluidos en geometría confinada

Autor: Antonio Checa Cañadas

Tutor: Heliodoro González García

Dpto. Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Aeroespacial

Inestabilidades en ferrofluidos en geometría confinada

Autor:

Antonio Checa Cañadas

Tutor:

Heliodoro González García

Profesor titular

Dpto. de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2018

Trabajo de Fin de Grado: Inestabilidades en ferrofluidos en geometría confinada

Autor: Antonio Checa Cañadas

Tutor: Heliodoro González García

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

Me gustaría dedicar este espacio a una serie de personas de gran importancia sin las cuales no habría sido posible llegar hasta aquí, pues la finalización de este trabajo supone también el fin de una gran etapa llena de experiencias.

En primer lugar, gracias a mi familia, que han estado apoyándome en todas y cada una de mis decisiones a lo largo de mi vida y siempre han estado ahí cuando más lo he necesitado. Gracias a mis compañeros de carrera y amigos, quienes han sido el mayor apoyo en los días más duros y me han acompañado en toda esta aventura. Mención especial a Pablo Comesaña, no solo un gran amigo si no casi un profesor, a quien le debo mucho por toda la ayuda recibida.

Y por último, pero igual de importante, quiero agradecerle la realización de este trabajo a mi tutor Helio, pues su interés e implicación ha sido de vital importancia para conseguirlo.

Antonio Checa Cañadas
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Sevilla, 2018

Resumen

El objetivo del trabajo es realizar un estudio teórico y experimental de las inestabilidades producidas en una superficie de ferrofluido confinada bajo la presencia de un campo magnético, y determinar los valores de este que las provocan, pues es de gran importancia a la hora de utilizar estos fluidos magnéticos en diferentes campos de la tecnología o la medicina. En primer lugar, se introducirá a la temática con una breve descripción de ferrofluido y una explicación de por qué suceden estas inestabilidades. Se deducirán las ecuaciones a resolver para el caso lineal y de superficie infinita a partir de las de Navier-Stokes junto con las de Maxwell. Se realizarán una serie de hipótesis y una descripción de las herramientas utilizadas para llevar a cabo nuestro proyecto, como por ejemplo el imán utilizado. Finalmente se discutirán los resultados y se propondrán unas posibles líneas de trabajo futuras, como también se comentarán los distintos usos que tienen o tendrán los ferrofluidos en la actualidad.

Abstract

The objective of the project is to carry out a theoretical and experimental study of the instabilities produced in a confined ferrofluid surface under the presence of a magnetic field, and to determine the values which cause them. These instabilities have a great importance when these magnetic fluids are used in different fields of technology or medicine. First, the subject will be introduced with a brief description of ferrofluids and an explanation of why these instabilities happen. A series of hypotheses and a description of the tools used to carry out our project will be made, such as the magnet used. Finally, the results will be discussed and possible future lines of work will be proposed, as well as the different uses that ferrofluids have.

Índice

Agradecimientos	7
Resumen	8
Abstract	9
Índice	10
Índice de Tablas	12
Índice de Figuras	13
1 Introducción	15
1.1 <i>Qué es un ferrofluido</i>	15
1.2 <i>Inestabilidad bajo campo normal</i>	17
2 Formulación teórica	21
2.1 <i>Obtención de las ecuaciones linealizadas en geometría infinita</i>	21
2.1.1 Hipótesis principales	21
2.1.2 Conjunto de ecuaciones	21
2.1.3 Cinemática	23
2.1.4 Análisis de campo de flujo	23
2.1.5 Campo magnético perturbado	25
2.1.6 Condiciones de contorno	26
2.1.7 Predicciones teóricas	27
2.1.8 Geometría confinada	31
2.1.9 Patrón de inestabilidad	32
3 Estudio Experimental	37
3.1 <i>Material utilizado</i>	37
3.1.1 Imán de Neodimio	37
3.1.2 Cápsulas de Numismática	38
3.2 <i>Montaje y método de llenado</i>	40
3.3 <i>Medidas experimentales</i>	44
3.3.1 Superficie plana	44
3.3.2 Histéresis y Superficies Perturbadas.	47
3.4 <i>Dificultades durante el montaje</i>	52
4 Resultados	55
4.1 <i>Curva teórica</i>	55
4.2 <i>Correcciones</i>	56
5 Discusión de los resultados	61
5.1 <i>Conclusiones</i>	61
5.2 <i>Líneas de trabajo futuras.</i>	61
6 Diferentes usos de los ferrofluidos	63
6.1 <i>Mecánica</i>	63
6.2 <i>Militar</i>	63

6.3	<i>Control de gases</i>	63
6.4	<i>Medición</i>	63
6.5	<i>Aeroespacial</i>	63
6.6	<i>Medicina</i>	63
6.7	<i>Transferencia de calor</i>	64
6.8	<i>Dispositivos electrónicos</i>	64
6.9	<i>Acústica</i>	64
6.10	<i>Separación de materiales</i>	64
6.11	<i>Arte</i>	64
Bibliografía		66

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Propiedades y parámetros de nuestro ferrofluido	17
Tabla 2. Valores del campo magnético según su posición radial y vertical (mT).	38
Tabla 3. Valor del campo crítico para cada diámetro de orificio de las cápsulas	44
Tabla 4. Valor del campo por encima de la superficie para diferentes diámetros.	45
Tabla 5. Valor del campo crítico para cada diámetro de orificio de las cápsulas	46
Tabla 6. Valor del campo crítico para el cual la inestabilidad desaparece (Histéresis)	48

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Curva de magnetización.	16
Figura 2. Rosensweig con ferrofluido en su laboratorio.	17
Figura 3. Inestabilidad bajo campo normal.	18
Figura 4. Inestabilidad bajo campo normal	18
Figura 5. Relación de dispersión en el plano ω^2-k para nuestro ferrofluido.	30
Figura 6. Permeabilidades μ_t y μ_c de un fluido magnético.	31
Figura 7. Histéresis y diferentes patrones en el análisis no lineal.	33
Figura 8. Patrón de inestabilidad hexagonal.	34
Figura 9. Representación cualitativa del campo producido por el imán de neodimio.	37
Figura 10. Cápsulas de Numismática con orificios de diferentes diámetros	39
Figura 11. Dimensiones de las cápsulas en milímetros.	39
Figura 12. Ejemplo de una burbuja de aire presente en el interior del ferrofluido.	40
Figura 13. Ejemplo de una cápsula llena con una inestabilidad.	41
Figura 14. Montaje completo.	42
Figura 15. Mojado de la superficie inclinada por el ferrofluido.	43
Figura 16. Recipiente utilizado para realizar el llenado de las cápsulas, impregnado de spray hidrófugo.	43
Figura 17. Sonda a una cierta distancia de la superficie del ferrofluido.	45
Figura 18. Inestabilidad con un diámetro de 4mm.	46
Figura 19. Inestabilidad con un diámetro de 5mm.	47
Figura 20. Inestabilidad con un diámetro de 2.5mm	47
Figura 21. Ejemplo de superficie convexa.	48
Figura 22. Inestabilidad para una superficie convexa.	49
Figura 23. Inestabilidad 1.	50
Figura 24. Inestabilidad 2	51
Figura 25. Inestabilidad 3	52
Figura 26. Primer montaje.	53
Figura 27. Curva teórica y valores experimentales	56
Figura 28. Valor del campo B en función de la distancia relativa entre imán e interfaz.	58

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Qué es un ferrofluido

Un ferrofluido es un sistema coloidal formado por un fluido portador, comúnmente agua o aceite, con partículas ferromagnéticas disueltas en él. El tamaño de las partículas es típicamente del orden de 10 nm, lo suficientemente pequeño para que la agitación térmica sea capaz de distribuir las partículas uniformemente en el fluido portador. Además, están recubiertas por una capa de surfactante que proporciona repulsión de corto alcance, previniendo la aglomeración a causa de las fuerzas magnéticas y de van der Waals. El material resultante se comporta como un fluido normal, con la propiedad de experimentar fuerzas debido a la polarización magnética.

Los ferrofluidos no son ferromagnéticos, sino que muestran un comportamiento paramagnético, ya que no retienen su magnetización en ausencia de un campo magnético externo. De hecho, normalmente se consideran superparamagnéticos por su gran susceptibilidad magnética. No existe concentración de partículas donde los campos son más intensos. Se debe cumplir para esto:

$$\frac{\text{Energía térmica}}{\text{Energía magnética}} = \frac{kT}{\mu_0 M H V} \geq 1. \quad (1)$$

donde:

H es la excitación magnética o campo H .

M es la magnetización.

k es la constante de Boltzmann igual a $1.38 \times 10^{-23} \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1}$

T es la temperatura absoluta en grados Kelvin.

μ_0 es la permeabilidad del vacío igual a $4\pi \times 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}$

V es el volumen de una partícula esférica de diámetro d igual a $\frac{\pi d^3}{6} \text{m}^3$

Reordenando y sustituyendo la expresión de V obtenemos una expresión para el máximo diámetro de partícula:

$$d \leq (6kT/\pi\mu_0 M H)^{1/3}. \quad (2)$$

Por otro lado, suponemos que nuestro ferrofluido es monodisperso, es decir, las partículas sólidas tienen un tamaño más o menos uniforme. Esto y gracias al comportamiento superparamagnético de los ferrofluidos, nos permite hacer uso de la teoría clásica de Langevin para obtener la ley de magnetización para un ferrofluido monodisperso y coloidal:

$$\frac{M}{M_s} = \coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \equiv L(\alpha) \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{\pi \mu_0 M_d H d^3}{6 k T} \equiv a H \quad (4)$$

donde:

$$a = \frac{\pi \mu_0 M_d d^3}{6 kT}.$$

M_d es la magnetización de saturación del dominio ferromagnético ($M_s = \phi M_d$)

Sin embargo, nosotros conocemos la magnetización de saturación y la susceptibilidad magnética inicial, que figuran en la tabla (1-1), por tanto:

$$\chi_i = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0} = \left. \frac{dM}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \frac{d\alpha}{dH} = \frac{M_s}{3} a \rightarrow a = \frac{3\chi_i}{M_s} \quad (5)$$

Quedando nuestra curva de magnetización de la forma

$$M(H) = M_s L\left(\frac{3\chi_i}{M_s} H\right) \quad (6)$$

Mostrada en la siguiente figura:

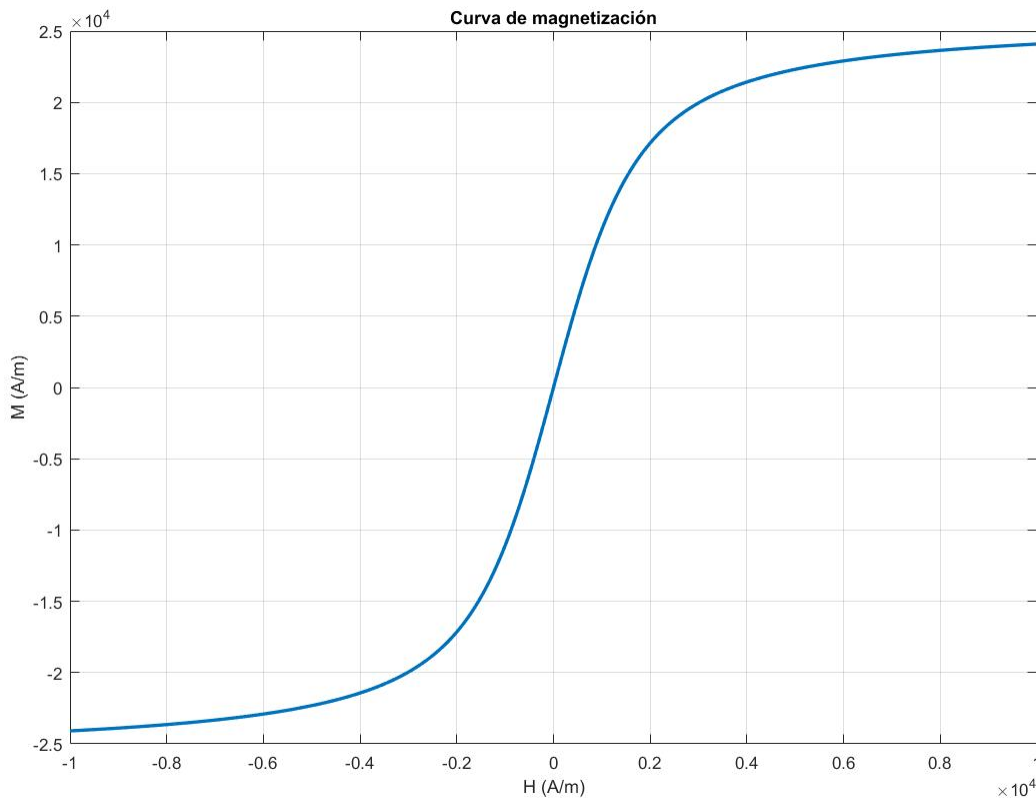


Figura 1. Curva de magnetización.

Estos curiosos fluidos aparecieron en la segunda mitad del siglo XX, creados por el ser humano, ya que no aparecen en la naturaleza. En 1963, Stephen Papell sintetizó por primera vez un ferrofluido mezclando queroseno y magnetita en polvo en presencia de ácido oleico y molió durante 10 meses esta mezcla para obtener nanopartículas con objeto de obtener un líquido de propulsión para cohetes en ausencia de gravedad. Para evitar que las sustancias se depositaran o formaran grandes núcleos Papell añadió ácido Oleico.

Posteriormente, Ronald E. Rosensweig participó en numerosos trabajos que mejoraron la síntesis de ferrofluidos y permitieron su producción industrial y comercialización. Desde entonces los ferrofluidos son usados en numerosas aplicaciones ingenieriles y médicas.



Figura 2. Rosensweig con ferrofluido en su laboratorio.

En el presente proyecto, utilizaremos un ferrofluido basado en agua con las siguientes propiedades:

Tabla 1. Propiedades y parámetros de nuestro ferrofluido

Propiedades y parámetros	Valor
Densidad (kg/m^3)	1290
Viscosidad ($\text{mPa}\cdot\text{s}$)	1-5
Tensión superficial (N/m)	0.051
Tamaño nominal de partícula (nm)	10
Densidad de nanopartícula (kg/m^3)	5240
Saturación de magnetización (mT)	32.5
Susceptibilidad magnética inicial	12.57
Fracción en volumen de material ferromagnético (% volumen)	5.8

1.2 Inestabilidad bajo campo normal

En el presente proyecto, nos vamos a centrar en la estabilidad del equilibrio de una interfaz plana entre un sistema ferromagnético, el ferrofluido, y un fluido no magnético, el aire, en presencia de un campo uniforme y normal, de la fuerza gravitatoria y de la tensión superficial.

Se observa en el laboratorio que al someter al ferrofluido a un campo magnético vertical de cierta intensidad, la superficie de manera prácticamente inmediata forma un patrón regular con formas de picos como se muestra en la figura (2). Esto incrementa la energía gravitacional y de superficie libre del líquido, pero reduce la energía magnética, por tanto, estas formaciones solo aparecen cuando la reducción de energía magnética

sobrepasa el incremento de energía gravitacional y de superficie libre.

En la figura (3) se observa una capa de ferrofluido que ocupa el espacio $z < 0$ y una fase no magnética ocupando el espacio $z > 0$, modelada en este caso como el vacío, para simplificar. Sabiendo que la corriente superficial de imanación tiene la forma

$$\mathbf{J}_S^M = \mathbf{M} \times \mathbf{n}. \quad (7)$$

se puede observar como dichas corrientes provocan un incremento del campo \mathbf{B} , reforzándolo en las crestas y reduciendo su intensidad en los valles. Como veremos más adelante, esto provoca un aumento de presión magnética en las crestas, lo que posteriormente desestabiliza la interfaz.

El interés de este estudio reside en la importancia que tiene esta inestabilidad al suponer un límite para algunas aplicaciones ingenieriles.



Figura 3. Inestabilidad bajo campo normal.

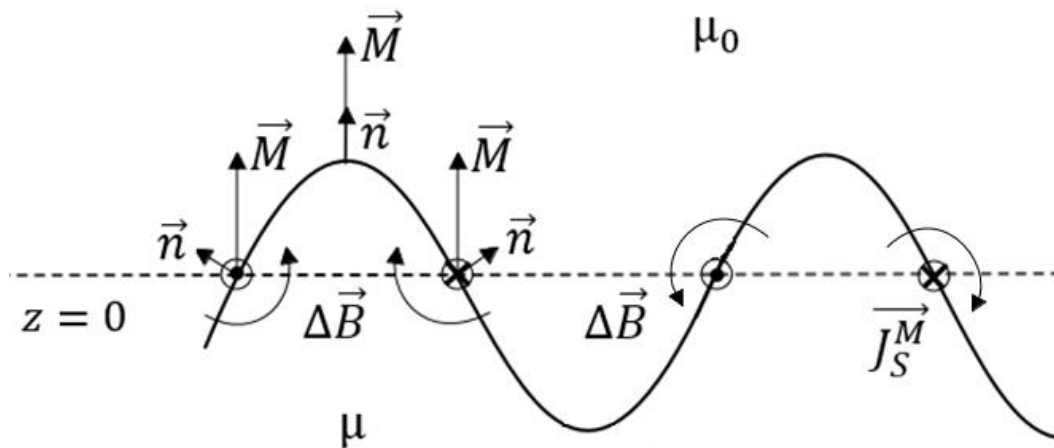


Figura 4. Inestabilidad bajo campo normal

2 FORMULACIÓN TEÓRICA

EN este capítulo abordaremos el análisis de estabilidad lineal considerando pequeñas deformaciones. Aunque nuestro problema sea no lineal, la obtención del valor crítico del campo que desestabiliza la superficie plana se plantea a partir de su linealización. Por tanto, en este caso, donde suponemos una superficie infinita de ferrofluido, las deflexiones de la interfaz las representaremos como una superposición de términos armónicos, un proceso que puede ser realizado de igual manera en el análisis no lineal, sin embargo, al linealizar el conjunto de ecuaciones, este proceso de superposición nos permite analizar cada armónico por separado. Además, sin error apreciable, supondremos que la fase no magnética se trata de vacío. El modelo que viene a continuación ha sido verificado experimentalmente por Amin et al [2] en geometría infinita.

2.1 Obtención de las ecuaciones linealizadas en geometría infinita

2.1.1 Hipótesis principales

En primer lugar, supondremos tres hipótesis independientes:

- Superficie infinita.
- Profundidad de ferrofluido infinita.
- Campo magnético uniforme.

Cada una de ellas será relajada posteriormente en análisis de resultados.

2.1.2 Conjunto de ecuaciones

Siguiendo el libro “Ferrodynamics” de Rosensweig [3], aplicamos las leyes de conservación de la masa, cantidad de movimiento y las ecuaciones de la magnetostática, obteniendo un conjunto de ecuaciones que gobiernan el movimiento del líquido magnético:

Continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (8)$$

donde \mathbf{v} es el vector velocidad del fluido.

Ecuación de movimiento:

$$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{v}}{\delta t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla(p + p_s + \rho g z). \quad (9)$$

donde p es la presión común del líquido magnético, p_s la presión magnetostrictiva, ρ la densidad, g la aceleración gravitatoria y z la posición de la interfaz.

Hemos supuesto que nuestro líquido es no viscoso, ya que lo que realmente nos interesa es cuándo la interfaz sale de una configuración estática (superficie plana). Por tanto, esta aproximación no afectará al valor del campo crítico, aunque sí a la dinámica posterior.

Ley de Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (10)$$

Ley de Ampère (sin Corrientes libres):

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0. \quad (11)$$

donde \mathbf{B} es la inducción magnética o campo \mathbf{B} y \mathbf{H} es la excitación magnética o campo \mathbf{H} .

Por otro lado, el balance de fuerzas en la interfaz, o la condición de contorno de tensión normal, tiene la siguiente forma:

$$p + p_s + p_m + \frac{1}{2}\mu_0 M_n^2 - 2\mathcal{H}\gamma = 0. \quad (12)$$

donde \mathcal{H} es la curvatura aritmética media, y está definida como positiva cuando el vector normal \mathbf{n} apunta hacia afuera de la parte convexa de una interfaz curvada.

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (13)$$

y además, puede expresarse como:

$$2\mathcal{H} = \nabla \cdot \mathbf{n}. \quad (14)$$

$p_m = \mu_0 \int_0^H M dH = \mu_0 \bar{M}H$ es la presión magnética fluida y γ la tensión superficial.

Ahora, para describir la localización de la superficie libre vamos a usar una relación que nos proporcione el valor de una de las coordenadas en función de las otras dos, $z = z_0(x, y)$. Esto se conoce como representación de Monge. Por tanto, $z - z_0(x, y) = 0$ representa las curvas con la forma de la interfaz. De esta forma, $\nabla[z - z_0(x, y)]$ es un vector normal a la interfaz y por tanto el vector normal unitario sería:

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla[z - z_0(x, y)]}{|\nabla[z - z_0(x, y)]|} = \frac{\mathbf{k} - \frac{\delta z_0}{\delta x} \mathbf{i} - \frac{\delta z_0}{\delta y} \mathbf{j}}{\left[1 + \left(\frac{\delta z_0}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta z_0}{\delta y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (15)$$

Por tanto, de acuerdo con la ecuación (14):

$$\begin{aligned} -2\mathcal{H} = & \left\{ \left[1 + \left(\frac{\delta z_0}{\delta y} \right)^2 \right] \frac{\delta^2 z_0}{\delta x^2} - 2 \frac{\delta z_0}{\delta x} \frac{\delta z_0}{\delta y} \frac{\delta^2 z_0}{\delta x \delta y} + \left[1 + \left(\frac{\delta z_0}{\delta x} \right)^2 \right] \frac{\delta^2 z_0}{\delta y^2} \right\} \\ & \times \left[1 + \left(\frac{\delta z_0}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta z_0}{\delta y} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Sin embargo solo necesitamos la forma linealizada de la ecuación anterior:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} - \frac{\delta z_0}{\delta x} \mathbf{i} - \frac{\delta z_0}{\delta y} \mathbf{j}. \quad (17)$$

$$2\mathcal{H} = - \left(\frac{\delta^2 z_0}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 z_0}{\delta y^2} \right). \quad (18)$$

Con todo esto, el balance de fuerzas quedaría de la siguiente forma:

$$p_0 + p_s + p_m + \frac{1}{2}\mu_0 M_n^2 + \sigma \left(\frac{\delta^2 z_0}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 z_0}{\delta y^2} \right) = 0. \quad (19)$$

2.1.3 Cinemática

En este apartado se relacionará el movimiento del fluido con la deformación de la interfaz. En primer lugar, si la posición de la superficie varía con el tiempo, su posición se puede representar como:

$$z = z_0(x, y, t). \quad (20)$$

Si una función de Monge es definida por $F(x, y, z, t) = z - z_0(x, y, t)$, entonces $DF/Dt = 0$ para un punto de la superficie, por tanto, la condición cinemática en la interfaz es:

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\delta F}{\delta t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla F = 0 = \frac{\delta F}{\delta t} + \mathbf{v}_2 \cdot \nabla F. \quad (21)$$

donde \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 son las velocidades de los dos fluidos. Debido a que $\nabla F/|\nabla F|$ es normal a la interfaz, la ecuación anterior nos dice que la componente normal de la velocidad es continua en la interfaz. Si consideráramos un problema con fluido viscoso, habría que añadir una condición que imponga continuidad en la componente tangencial de la velocidad.

Como hemos dicho que $F(x, y, z, t) = z - z_0(x, y, t)$, la ecuación (21) queda:

$$-\frac{\delta z_0}{\delta t} + v_x \left(-\frac{\delta z_0}{\delta x} \right) + v_y \left(-\frac{\delta z_0}{\delta y} \right) + v_z(1) = 0. \quad (22)$$

ya que $\delta z_0/\delta z = 1$, y despejando la componente z de la velocidad:

$$v_z = \frac{\delta z_0}{\delta t} + v_x \frac{\delta z_0}{\delta x} + v_y \frac{\delta z_0}{\delta y}. \quad (23)$$

donde $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$.

2.1.4 Análisis de campo de flujo

La ecuación de cantidad de movimiento podemos escribirla como:

$$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{v}}{\delta t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla \Pi. \quad (24)$$

donde $\Pi = p + p_s + \rho g z$ es la presión aumentada.

Como estamos en el análisis lineal, podemos expresar la velocidad y la presión aumentada como la suma de un valor constante más una pequeña perturbación:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \quad \text{y} \quad \Pi = \Pi_0 + \Pi_1. \quad (25)$$

donde 0 indica el estado estable y 1 la perturbación. Considerando ahora que $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ la ecuación de cantidad de movimiento queda:

$$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{v}_1}{\delta t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \mathbf{v}_1 \right) = -\nabla \Pi_0 - \nabla \Pi_1. \quad (26)$$

Viendo la ecuación (24) y sabiendo que $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ podemos deducir que $\nabla \Pi_0 = 0$, por tanto Π_0 es constante.

Por otro lado, observando que $\mathbf{v}_1 \cdot \nabla \mathbf{v}_1$ es de segundo orden comparado con $\delta \mathbf{v}_1 / \delta t$, la ecuación de cantidad de movimiento queda:

$$\rho \frac{\delta \mathbf{v}_1}{\delta t} = -\nabla \Pi_1. \quad (27)$$

Donde si tomamos la divergencia, y usando la ecuación de continuidad $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, obtenemos que Π_1 obedece la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \Pi_1 = 0. \quad (28)$$

A continuación, expresamos la presión aumentada perturbada expandida en función de sus modos normales:

$$\Pi_1 = \hat{\Pi}_1(z)E. \quad (29)$$

donde

$$E = \text{Re}\{\exp[i(\omega t - k_x x - k_y y)]\}. \quad (30)$$

y $\omega = \gamma - i\nu$ donde ω y ν son números reales, y $\hat{\Pi}_1(z)$ es una función de amplitud que depende de z .

La ecuación (29) debe cumplir la ecuación de Laplace, por tanto:

$$\frac{d^2 \hat{\Pi}_1}{dz^2} - k^2 \hat{\Pi}_1 = 0 \quad \text{donde } k^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (31)$$

La ecuación anterior admite la solución

$$\hat{\Pi}_1(z) = A_1 e^{kz} + A_2 e^{-kz}. \quad (32)$$

donde A_1 y A_2 son constantes y k es positivo.

Para hacer que $\hat{\Pi}_1$ no alcance un valor infinito para valores muy negativos de z , hacemos $A_2 = 0$. Por tanto, la presión aumentada queda:

$$\Pi_1 = A_1 e^{kz} E. \quad (33)$$

Ahora, tomando la componente z de la ecuación de cantidad de movimiento

$$\rho \frac{\delta v_z}{\delta t} = -\frac{\delta \Pi}{\delta z} = -A_1 k e^{kz} E. \quad (34)$$

e integrando

$$v_z = -\frac{A_1 k e^{kz}}{\rho} \int E dt = -\frac{A_1 k e^{kz}}{\rho i \omega} E + f(x, y, z). \quad (35)$$

donde la función $f(x, y, z)$ la hacemos cero para simplificar el análisis.

La posición de la superficie, z_0 , ahora la relacionamos con la componente z de la velocidad de perturbación a través de la ecuación cinemática:

$$\frac{\delta z_0}{\delta t} = (v_z)_{z=0} = -\frac{A_1 k}{\rho i \omega} E. \quad (36)$$

e integrando en t :

$$z_0 = \frac{A_1 k}{\rho \omega^2} E. \quad (37)$$

Esta ecuación gobierna la posición de la superficie, la cual podemos reescribir en función de la amplitud de la deformación \hat{z}_0 :

$$z_0 = \hat{z}_0 E. \quad (38)$$

donde $\hat{z}_0 = A_1 k / \rho \omega^2$. Si ahora ponemos A_1 en función de z_0 y sustituimos la expresión en la ecuación (33) obtenemos la solución para la presión aumentada:

$$\Pi_1 = \frac{\rho \omega^2}{k} \hat{z}_0 e^{kz} E. \quad (39)$$

2.1.5 Campo magnético perturbado

Para linealizar el problema, en primer lugar, escribimos

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}. \quad (40)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}. \quad (41)$$

donde las magnitudes \mathbf{b} y \mathbf{h} las suponemos pequeñas en comparación con B_0 y H_0 . El campo magnético inicial es uniforme y en la dirección z :

$$\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{k}. \quad (42)$$

De la ley de Ampère en magnetostática:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{H}_0 = \nabla \times \mathbf{h} = 0. \quad (43)$$

y por tanto \mathbf{h} se puede expresar en función del potencial magnético perturbado:

$$\mathbf{h} = -\nabla \phi. \quad (44)$$

A partir de ahora, el análisis es restringido a un material lineal para el cual $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ con μ constante. Con la relación de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$:

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \nabla \cdot \mathbf{H}_0 = \nabla \cdot \mathbf{h} = 0. \quad (45)$$

Que combinándolo con la ecuación (44), obtenemos que el potencial magnético perturbado también obedece la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0. \quad (46)$$

Como $\mu = \mu_0$ en el vacío, la ecuación (46) se aplica en ambas regiones, por tanto, si ϕ_1 es el potencial en la región magnética y ϕ_2 es el potencial en la región de vacío, son válidas las siguientes soluciones:

$$\phi_1 = \hat{\phi}_1 z_0 e^{kz}. \quad (47)$$

$$\phi_2 = \hat{\phi}_2 z_0 e^{-kz}. \quad (48)$$

2.1.6 Condiciones de contorno

En primer lugar, la condición de contorno para la componente tangencial del campo magnético \mathbf{H} establece que $[H_t] = 0$ o de otra forma $\mathbf{n} \times [\mathbf{H}] = \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{0}$. Como $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z) = (-\frac{\delta z_0}{\delta x}, -\frac{\delta z_0}{\delta y}, 1)$ y $[\mathbf{H}] = \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1 = ([H_x], [H_y], [H_z])$, entonces:

$$\mathbf{i}: -\frac{\delta z_0}{\delta y} [H_z] - [H_y] = 0. \quad (49)$$

$$\mathbf{j}: \frac{\delta z_0}{\delta x} [H_z] + [H_x] = 0. \quad (50)$$

$$\mathbf{k}: -\frac{\delta z_0}{\delta x} [H_y] + \frac{\delta z_0}{\delta y} [H_x] = 0. \quad (51)$$

Por otro lado, sabemos que:

$$[H_z] = [H_0]. \quad (52)$$

$$[H_y] = [h_y]. \quad (53)$$

$$[H_x] = [h_x]. \quad (54)$$

Por tanto, las ecuaciones (49) y (50) se pueden reescribir como:

$$\left[h_y + H_0 \frac{\delta z_0}{\delta y} \right] = 0. \quad (55)$$

$$\left[h_x + H_0 \frac{\delta z_0}{\delta x} \right] = 0. \quad (56)$$

Ahora consideramos la condición de contorno de continuidad de la componente normal de \mathbf{B} :

$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = \mathbf{n} \cdot [\mathbf{B}] = 0$. Siendo $\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1 = (\mathbf{B}_{2,0} - \mathbf{B}_{1,0}) + (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1)$ por tanto:

$$\mathbf{n} \cdot [\mathbf{B}] = \mathbf{n} \cdot [\mathbf{b}] = 0. \quad (57)$$

donde usando la ecuación (17), obtenemos:

$$-\frac{\delta z_0}{\delta x} [b_x] - \frac{\delta z_0}{\delta y} [b_y] + [b_z] = 0. \quad (58)$$

Los primeros dos términos son de segundo orden, por tanto, la ecuación queda:

$$[b_z] = 0. \quad (59)$$

Usando (44) y sustituyendo en (55) obtenemos:

$$\frac{\delta \phi_1}{\delta y} + H_{0,1} \frac{\delta z_0}{\delta y} = \frac{\delta \phi_2}{\delta y} + H_{0,2} \frac{\delta z_0}{\delta y}. \quad (60)$$

Con las ecuaciones (47), (48) y (38) esta ecuación quedaría de la forma:

$$\frac{\phi_1 - \phi_2}{z_0} = H_{0,2} - H_{0,1}. \quad (61)$$

Para $z=0$. Por otro lado $H_{0,2} = \frac{B_{0,2}}{\mu_0} - M_{0,2}$, $H_{0,1} = \frac{B_{0,1}}{\mu_0} - M_{0,1}$; $B_{0,2} = B_{0,1}$; y $M_{0,2} = 0$, $M_{0,1} = M_0$, entonces:

$$\phi_1 - \phi_2 = z_0 M_0 \quad (\text{en } z = 0). \quad (62)$$

La ecuación (59), usando (44) quedaría:

$$\mu \frac{\delta \phi_1}{\delta z} = \mu_0 \frac{\delta \phi_2}{\delta z} \quad (\text{en } z = 0). \quad (63)$$

De las soluciones (47) y (48) para ϕ_1 y ϕ_2 , las dos anteriores ecuaciones quedarían de la siguiente forma:

$$\hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2 = M_0. \quad (64)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0 \hat{\phi}_1} = \hat{\phi}_2. \quad (65)$$

Resolviendo para $\hat{\phi}_1$ obtenemos:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{M_0}{1 + \mu/\mu_0} e^{kz}. \quad (66)$$

Y haciendo lo mismo para $\hat{\phi}_2$ y sustituyendo en las expresiones de ϕ_1 y ϕ_2 :

$$\phi_1 = \frac{M_0 z_0}{1 + \mu/\mu_0} e^{kz}. \quad (67)$$

$$\phi_2 = \frac{-(\mu/\mu_0) M_0 z_0}{1 + \mu/\mu_0} e^{-kz}. \quad (68)$$

Como sabemos, la componente z del campo \mathbf{b} es continua en la superficie y viene dada por:

$$(b_{z,1})_0 = (b_{z,2})_0 = (\mu_0 h_{z,2})_0 = \mu_0 \left(\frac{\delta \phi_2}{\delta z} \right)_0 = \frac{\mu_0 k M_0 z_0}{1 + \mu/\mu_0}. \quad (69)$$

Esta ecuación implica que hay una concentración de flujo en los picos de la superficie deformada, ya que b_z es máximo cuando z_0 es máximo, como se mostró en la figura (4).

2.1.7 Predicciones teóricas

Todas las expresiones que necesitamos podemos sustituirlas en la condición de contorno principal que hemos introducido al inicio del capítulo:

$$p_0 + p_s + p_m + \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 - 2\mathcal{H}\gamma = 0. \quad (70)$$

o de otra manera, con la definición de Π y p_m ,

$$\Pi - \rho g z_0 + \mu_0 \bar{M}H + \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 - 2\mathcal{H}\gamma = 0. \quad (71)$$

Ahora necesitamos simplificar los términos $\mu_0 \bar{M}H$ y $\frac{1}{2} \mu_0 M_n^2$. Para ello consideramos primero el término $\mu_0 \bar{M}H$.

Sabiendo que $\mathbf{H} = H_0\mathbf{k} + h_x\mathbf{i} + h_y\mathbf{j} + h_z\mathbf{k}$:

$$H = (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})^{1/2} = (H_0^2 + 2H_0h_z)^{1/2} + \text{términos de orden mayor} \approx H_0 \left(1 + \frac{2h_z}{H_0}\right)^{1/2} \approx H_0 + h_z \quad (72)$$

Entonces:

$$\mu_0 \bar{M}H = \mu_0 \int_0^{H_0+h_z} M' dH' = \mu_0 \int_0^{H_0} M' dH' + \mu_0 \int_{H_0}^{H_0+h_z} M' dH'. \quad (73)$$

Donde M' y H' son las variables de integración. Integrando obtenemos:

$$\mu_0 \bar{M}H = \mu_0 (\bar{M}H)_0 + \mu_0 M h_z. \quad (74)$$

Sin embargo $M = M_0 + m$, si eliminamos entonces el término de segundo orden $\mu_0 m h_z$, quedaría:

$$\mu_0 \bar{M}H = \mu_0 (\bar{M}H)_0 + \mu_0 M_0 h_z. \quad (75)$$

Ahora nos fijamos en el término $\frac{1}{2} \mu_0 M_n^2$. Sabemos que M y H son paralelos:

$$\mathbf{M} = M_0\mathbf{k} + m_x\mathbf{i} + m_y\mathbf{j} + m_z\mathbf{k}. \quad (76)$$

Y con $\mathbf{n} = \mathbf{k} - \frac{\delta z_0}{\delta x}\mathbf{i} - \frac{\delta z_0}{\delta y}\mathbf{j}$, M_n se puede expresar como:

$$M_n = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = M_0 + m_z + \text{términos de mayor orden}. \quad (77)$$

Y por tanto:

$$\frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 = \frac{1}{2} \mu_0 M_0^2 + \mu_0 M_0 m_z + \text{términos de mayor orden}. \quad (78)$$

Sustituyendo entonces las dos expresiones obtenidas (75) y (78) en (71):

$$\left[\Pi_0 + \mu_0 (\bar{M}H)_0 + \frac{1}{2} \mu_0 M_0^2 \right] + (\Pi_1 - \rho g z_0 + \mu_0 M_0 h_z + \mu_0 M_0 m_z - 2\mathcal{H}\gamma) = 0. \quad (79)$$

El término dentro de los corchetes es la condición de contorno en la interfaz plana original, por tanto es igual a cero. Con este resultado y sabiendo que $b_z = \mu_0(h_z + m_z)$, la condición de contorno se reduce a:

$$\Pi_1 - \rho g z_0 + M_0 b_z - 2\mathcal{H}\gamma = 0. \quad (80)$$

Ahora, de (39), $(\Pi_1)_{z=0} = \left(\frac{\rho\omega^2}{k}\right) \hat{z}_0 E$; de (38), $z_0 = \hat{z}_0 E$; de (69) y (38), $(b_z)_{z=0} = \frac{k\mu_0 M_0}{1+\mu/\mu_0} \hat{z}_0 E$

y de (18) y (38), $2\mathcal{H} = k^2 \hat{z}_0 E$. Finalmente:

$$\frac{\rho\omega^2}{k} - \rho g + \frac{k\mu_0 M_0^2}{1 + \frac{\mu}{\mu_0}} - k^2 \gamma = 0. \quad (81)$$

Y reajustando esta ecuación, obtenemos una relación de dependencia entre la frecuencia y el número de onda, la llamada relación de dispersión:

$$\rho\omega^2 = \rho gk + k^3\gamma - \frac{k^2\mu_0 M_0^2}{1 + \frac{\mu_0}{\mu}}. \quad (82)$$

En ausencia de tensión superficial y de campo magnético ($\gamma = 0, M = 0$), esta ecuación se reduce a la ecuación entre el número de onda y la frecuencia de una onda de gravedad, cuando la longitud de onda es pequeña comparada con la profundidad del fluido:

$$\omega^2 = gk. \quad (83)$$

Si, por otro lado, la capilaridad es el efecto dominante, entonces

$$\omega^2 = \frac{\gamma k^3}{\rho}. \quad (84)$$

Dichas ondas se conocen como ondas capilares. El término de onda capilar domina cuando se consideran longitudes de onda pequeñas.

Como ω aparece al cuadrado en (82) y la parte derecha de la ecuación es siempre real, entonces ω solo puede ser real o imaginario puro. En la figura (5) podemos observar la relación de dispersión para nuestro fluido en el plano $\omega^2 - k$. Para valores pequeños de k la gráfica es lineal, incluso en presencia de un campo magnético. Para valores grandes de k el término capilar domina y todas las curvas tienen naturaleza cúbica. Si el campo magnético es cero, el sistema es estable para todas las perturbaciones de amplitud. Sin embargo, si el campo magnético se incrementa lentamente, el término cuadrático domina para valores intermedios de k .

Se puede apreciar que la transición de un estado estable a uno inestable sucede si las dos siguientes condiciones ocurren:

$$\omega^2 = 0. \quad (85)$$

$$\frac{\delta\omega^2}{\delta k} = 0. \quad (86)$$

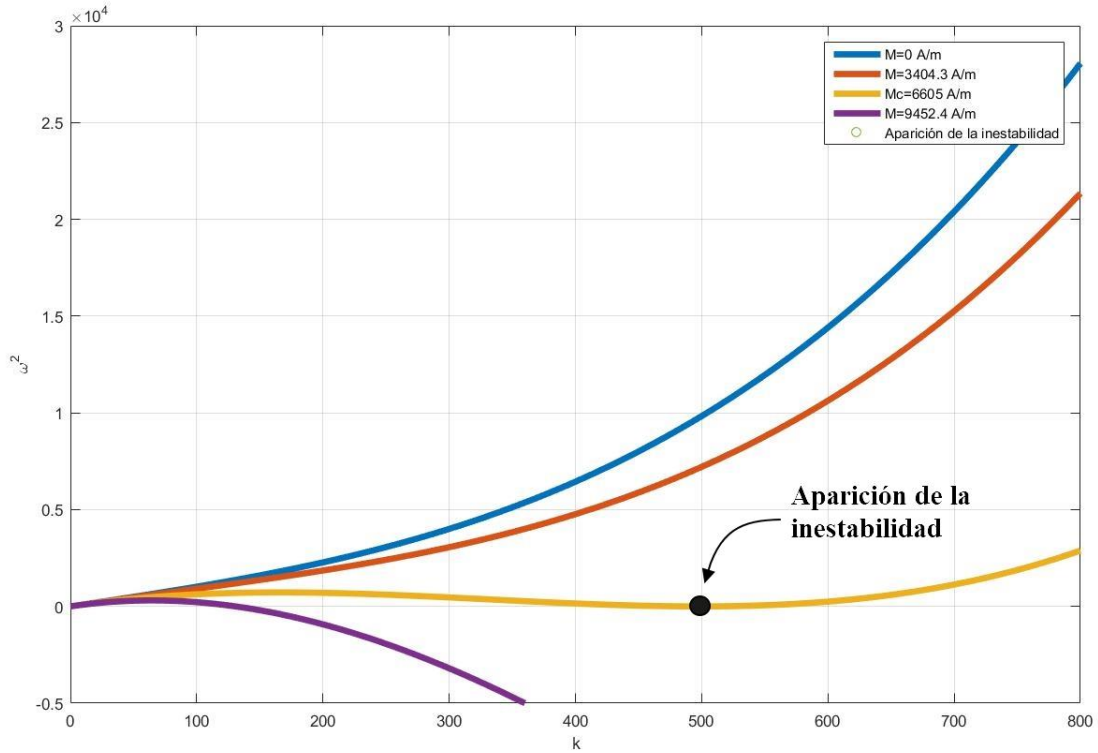


Figura 5. Relación de dispersión en el plano $\omega^2 - k$ para nuestro ferrofluido.

Aplicando dichas condiciones se obtiene:

$$k_c = \left(\frac{\rho g}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (87)$$

$$M_c^2 = \frac{2}{\mu_0} \left(1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right) (\rho g \gamma)^{\frac{1}{2}}. \quad (88)$$

La ecuación (88) proporciona el valor de la magnetización para la cual ocurre la inestabilidad. En efecto, como hemos comprobado en este proyecto, cuando la magnetización es aumentada desde cero aumentando el campo magnético, la interfaz es perfectamente plana hasta que la transición ocurre de manera inmediata para un valor concreto del campo.

Si en lugar de vacío, la fase 2 es un fluido no magnético, en nuestro caso aire, la relación de dispersión se convierte en:

$$(\rho_1 + \rho_2)\omega^2 = \Delta\rho g k + k^3 \gamma - \frac{k^2 \mu_0 M_0^2}{1 + \frac{\mu_0}{\mu}}. \quad (89)$$

Donde $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2$. Por otro lado, aunque la expresión del número de onda crítico es la misma para un medio lineal y no lineal (solamente sustituyendo ρ por $\Delta\rho$), la expresión para la magnetización crítica es diferente. La versión apropiada para el medio no lineal es:

$$M_c^2 = \frac{2}{\mu_0} \left(1 + \frac{1}{r_0}\right) (\Delta\rho g \gamma)^{\frac{1}{2}} \quad (90)$$

donde

$$r_0 = \left(\frac{\mu_c \mu_t}{\mu_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (91)$$

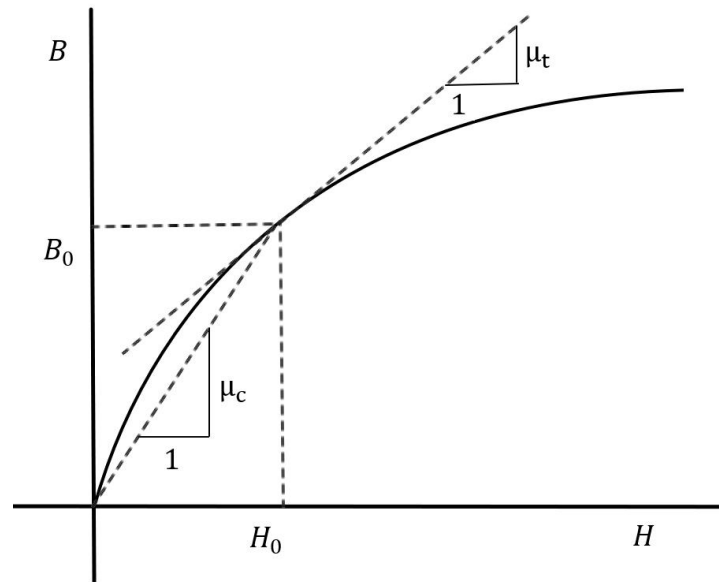


Figura 6. Permeabilidades μ_t y μ_c de un fluido magnético.

siendo $\mu_c = B_0/H_0$ y $\mu_t = \left(\frac{\delta B}{\delta H}\right)_0$, definidas en la figura (6), por tanto, la ecuación (94) para un medio no lineal será:

$$(\rho_1 + \rho_2)\omega^2 = \Delta\rho g k + k^3 \gamma - \frac{k^2 \mu_0 M_0^2}{1 + \frac{1}{r_0}}. \quad (92)$$

donde, como hemos visto anteriormente, el valor crítico de la magnetización se da cuando se cumplen (85) y (86).

2.1.8 Geometría confinada

Todas las ecuaciones anteriores, como hemos dicho, son válidas para una geometría inifinita, sin embargo, nuestro estudio se basa en conocer el valor del campo crítico para geometrías confinadas. Siendo conscientes de ello, vamos a realizar la siguiente aproximación que permita hallar dicho valor crítico utilizando las ecuaciones obtenidas:

Por un lado, el número de onda se relaciona con la longitud de onda a través de la ecuación

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (93)$$

y al ser nuestro sistema una superficie finita y circular, la longitud de onda vendrá limitada por el diámetro de nuestro orificio, por tanto:

$$\lambda = 2R. \quad (94)$$

Con todo esto, las ecuaciones finales a resolver en este proyecto, siendo nuestra variable independiente el valor del campo \mathbf{B} que hace posible la inestabilidad, es decir el valor del campo crítico B_c , son:

La relación de dispersión:

$$\frac{\Delta\rho g\pi}{R} + \left(\frac{\pi}{R}\right)^3 \gamma - \frac{\left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \mu_0 M_c^2}{1 + \frac{1}{r_0}} = 0. \quad (95)$$

siendo la expresión de r_0 :

$$r_0 = \left(\frac{B_c}{H_c \mu_0^2} \frac{\delta B}{\delta H} \Big|_c \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (96)$$

La relación M-H o curva de magnetización (6):

$$M_c(H) = M_s L \left(\frac{3\chi_i}{M_s} H_c \right). \quad (97)$$

Y finalmente para hallar B_c , la conocida relación:

$$B_c = \mu_0(H_c + M_c). \quad (98)$$

2.1.9 Patrón de inestabilidad

Continuando con el análisis teórico de la geometría infinita (el cual no es aplicable a nuestra geometría confinada, pero se introduce aquí a modo informativo), Zaitsev y Shliomis estudiaron un tratamiento teórico de ciertos análisis no lineales con objeto de conocer los patrones de inestabilidad que resultan de la superposición de perturbaciones de diferentes orientaciones, así como la amplitud de la deflexión de la superficie, pues el problema lineal es incapaz de predecir dichas cuestiones. Se empleó un método energético en el cual la energía total $U(z)$ de una superficie perturbada de forma arbitraria $z = z_0(x, y)$ es expresada como la suma de la energía gravitacional U_g , energía de superficie U_s , y energía de campo magnético U_m :

$$U(z) = U_g + U_s + U_m. \quad (99)$$

donde

$$U_g = \frac{1}{2} \rho g \iint z^2(x, y) dx dy. \quad (100)$$

$$U_s = \sigma \iint \left[1 + \left(\frac{\delta z}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta z}{\delta y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} dx dy. \quad (101)$$

$$U_m = \iiint H dB dx dy dz. \quad (102)$$

La superficie $z_0(x, y)$ es representada como una superposición de N ondas unidimensionales de diferentes orientaciones:

$$z_0(x, y) = \sum_i^N a_i \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} + \delta_i). \quad (103)$$

Donde \mathbf{k}_i y δ_i son el vector de onda y el ángulo de fase, respectivamente, asociado al modo i .

Analizando los equilibrios de $U(z)$, algo en lo que no entraremos en detalle, se observa que los máximos y los puntos de silla se corresponden con equilibrios inestables mientras que los mínimos se corresponden con equilibrios estables. Fijándonos en estos últimos, el análisis nos muestra que la superficie puede tener tres configuraciones de equilibrio estable: superficie plana, una formación hexagonal (figura(8)) y una formación cuadrática, como muestra la figura (7), donde se observa que para un campo crítico H_c , la amplitud de la deflexión de la superficie crece de manera inmediata y se forma un patrón hexagonal, $z_0(H_c) \neq 0$. También observamos que en la región subcrítica ($H < H_c$) tiene lugar la histéresis.

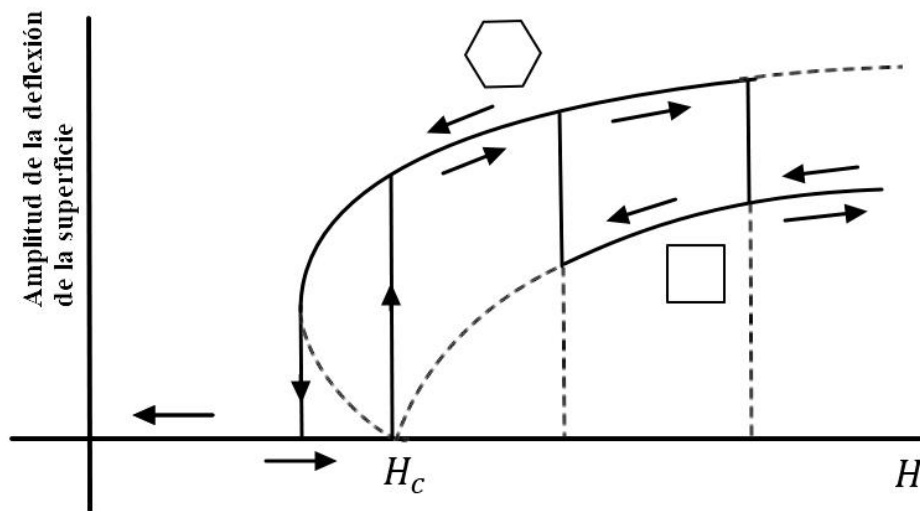


Figura 7. Histéresis y diferentes patrones en el análisis no lineal.

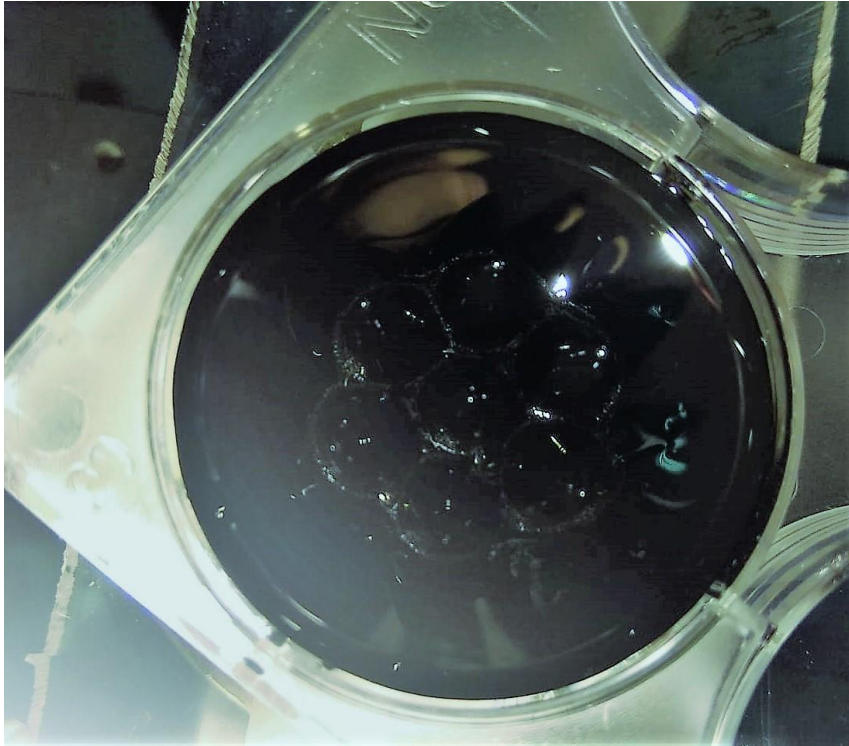


Figura 8. Patrón de inestabilidad hexagonal.

3 ESTUDIO EXPERIMENTAL

EN este capítulo nos vamos a centrar en el estudio realizado en sí, aplicando todos los conocimientos previos adquiridos en la formulación teórica, cumpliendo en lo máximo posible las hipótesis necesarias. Para ello utilizamos un imán de neodimio, cápsulas de numismática donde introducimos el ferrofluido, un sistema de posicionado 3D y un teslámetro para realizar las medidas, como material básico.

3.1 Material utilizado

3.1.1 Imán de Neodimio

Para lograr un potente campo magnético suficiente para que se produzcan las inestabilidades, hemos hecho uso de un imán de neodimio cilíndrico, de longitud 5mm y radio 15mm., que produce un campo magnético como el representado en la figura (10), análogo al producido por una espira de corriente.

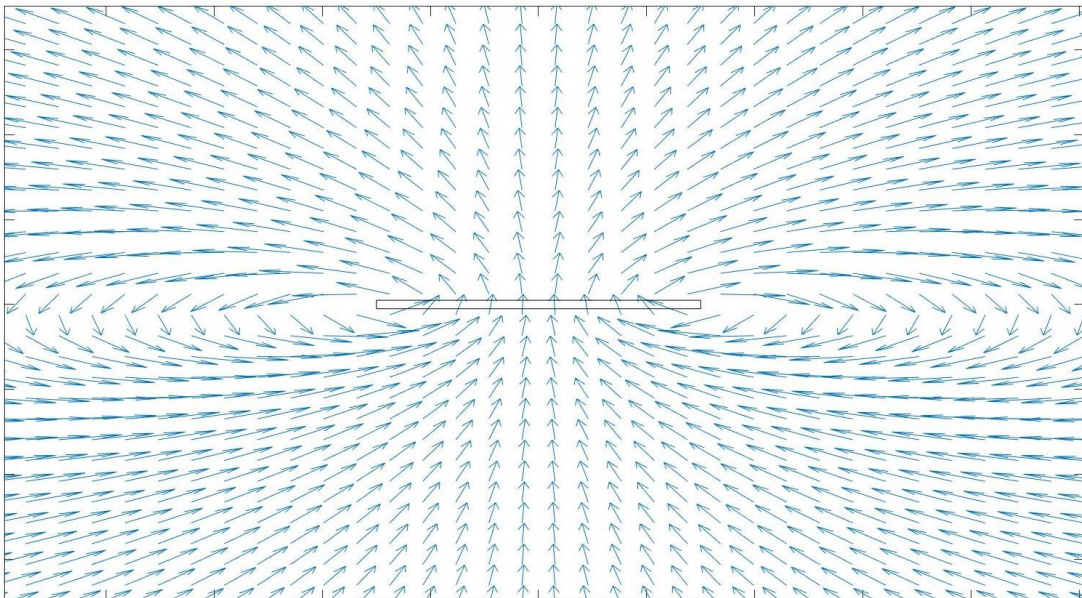


Figura 9. Representación cualitativa del campo producido por el imán de neodimio.

En primer lugar, necesitamos un campo magnético uniforme para poder ajustar el estudio al análisis teórico, por lo que debimos comprobar una uniformidad en la dirección radial de dicho imán, para diferentes posiciones verticales, mostrado en las siguientes tablas, en las cuales por comodidad solo hemos incluido nueve medidas de milímetro en milímetro desde el centro del imán, ya que el diámetro máximo de orificio de nuestras cápsulas es de 17mm, y bastaría con comprobar la uniformidad donde se encuentra la superficie libre del ferrofluido.

Tabla 2. Valores del campo magnético según su posición radial y vertical (mT).

Distancia vertical (mm) Distancia radial (mm)	0	6	12	18	24	30	36
0	86.3	69.3	53	39.7	30	22.4	16.7
1	86.4	69.5	53	39.7	30	22.4	16.7
2	86.7	69.7	53.2	39.8	30	22.4	16.7
3	87	69.8	53.2	39.8	30	22.3	16.6
4	87.4	70	53.1	39.7	29.9	22.3	16.6
5	87.8	70	52.9	39.4	29.8	22.2	16.5
6	88.4	70.2	52.7	39.2	29.6	22.1	16.5
7	89	70.3	52.4	39	29.5	22	16.4
8	89.7	70.4	52.1	38.7	29.3	21.9	16.3
9	90.5	70.5	51.9	38.4	29.1	21.7	16.3
Error relativo (%)	4.2	1.7	2.1	3.3	3	3.1	2.4

Como podemos comprobar, el error relativo en todas las medidas es inferior al 4% menos en la superficie del imán, sin embargo, a esa distancia la superficie de nuestro ferrofluido nunca estará, por tanto, podemos suponer un campo uniforme para todas nuestras cápsulas.

3.1.2 Cápsulas de Numismática

Para realizar este experimento, hemos hecho uso de diferentes cápsulas de numismática para introducir el ferrofluido a las cuales les hemos realizado un orificio central de diferentes diámetros, con objeto de poder hallar la relación de estos con el campo crítico que hace posible las inestabilidades.

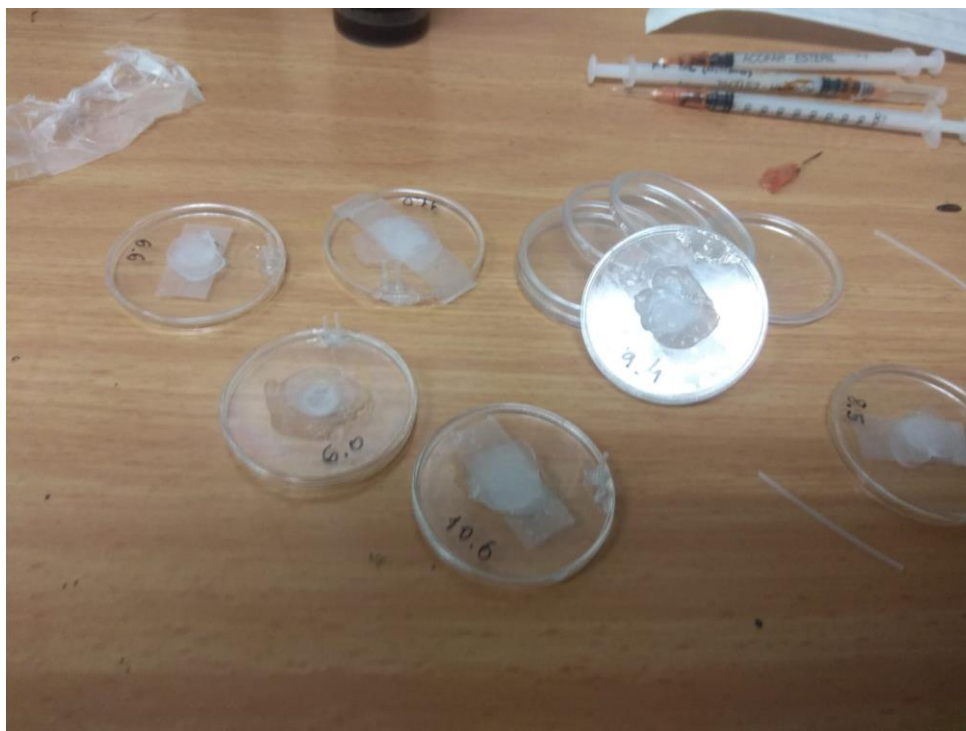


Figura 10. Cápsulas de Numismática con orificios de diferentes diámetros

Las dimensiones de dichas cápsulas son las mostradas en la figura (11)

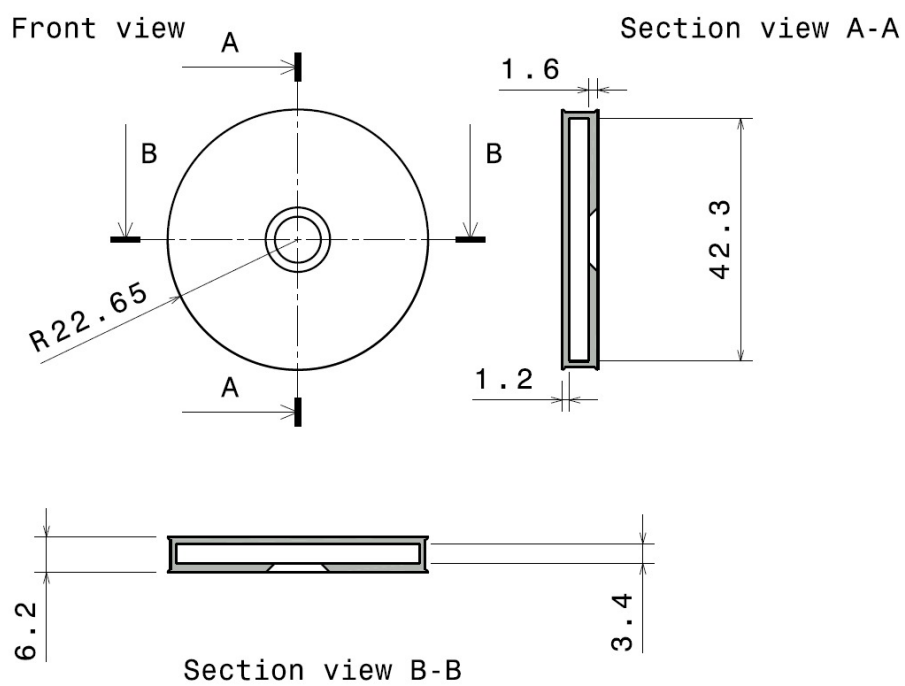


Figura 11. Dimensiones de las cápsulas en milímetros.

Un inconveniente de estas cápsulas es que existían fugas por los laterales, sin embargo, solucionamos este

problema pegando la base y la tapadera con un potente adhesivo, evitando así ningún todo de nuestro líquido.

3.2 Montaje y método de llenado

En primer lugar, debimos realizar un llenado uniforme sin la presencia de burbujas de aire, pues estas afectarían a la presión interna del ferrofluido y modificarían los resultados difiriendo del análisis teórico. Para ello, utilizamos jeringuillas de insulina por ser lo suficientemente delgadas para el experimento.

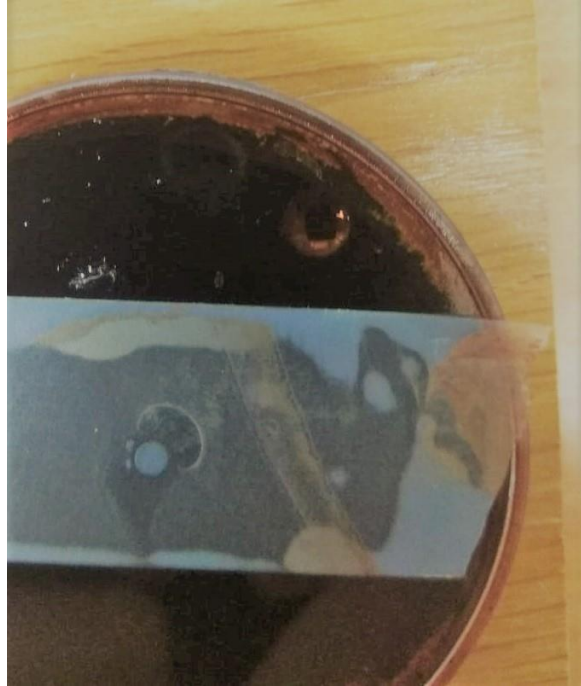


Figura 12. Ejemplo de una burbuja de aire presente en el interior del ferrofluido.

Llevamos a cabo un método de llenado que consiste en realizar un orificio lo más lejano posible del orificio central, por el cual insertamos cuidadosamente con las jeringuillas de insulina el ferrofluido, tapando previamente el centro con silicona para que no se escape. De esta manera y utilizando pequeños imanes, pudimos dirigir las burbujas de aire hacia los orificios laterales para extraerlas con las jeringuillas.

Una vez llena la cápsula, procedimos a retirar la silicona y tapar el orificio con unos tornillos hechos a medida, como muestra la figura (13), que posteriormente nos servirán de mucha utilidad para controlar el volumen de ferrofluido dentro de la cápsula y poder conseguir una superficie plana, cóncava o convexa según el análisis que queramos realizar.

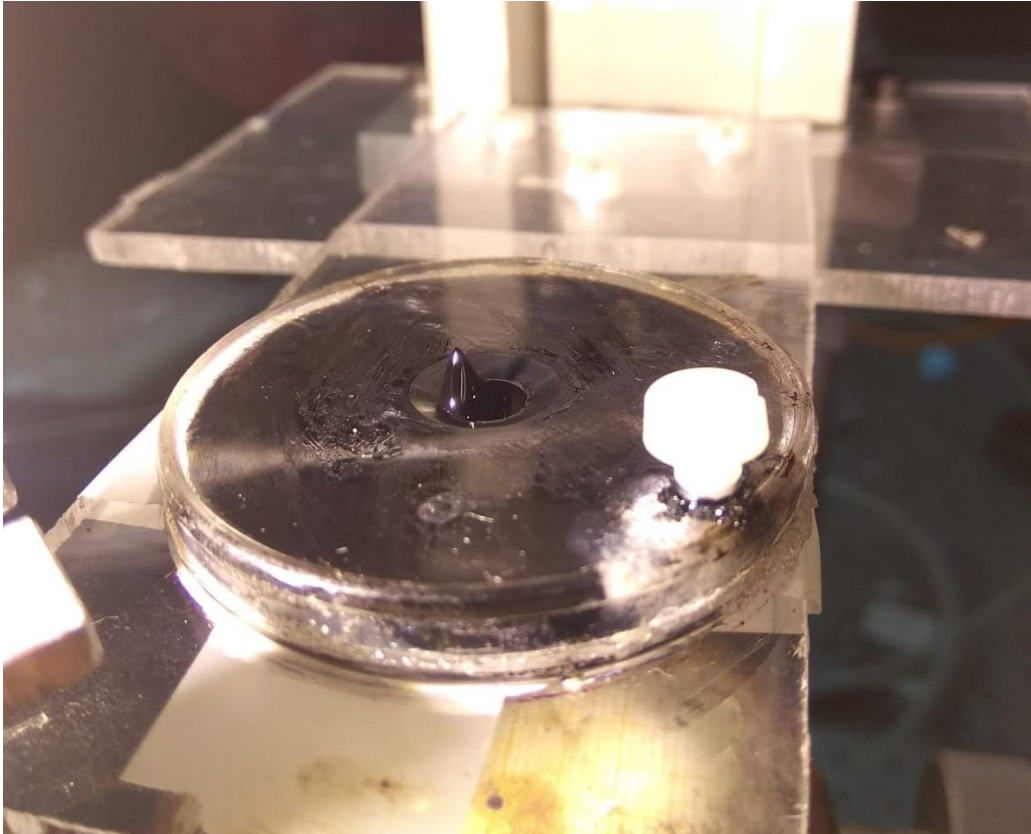


Figura 13. Ejemplo de una cápsula llena con una inestabilidad.

Una vez listas las cápsulas, procedemos a realizar el montaje colocando el imán en un sistema de posicionado con el que podemos moverlo en las tres direcciones del espacio, mientras situamos la cápsula en una posición fija para asegurarnos que ambos elementos se encuentren alineados, con muy buena precisión para hallar el campo que hace posible la inestabilidad del líquido de cada cápsula. También debimos comprobar con un nivel de burbuja que ambas superficies estaban niveladas.

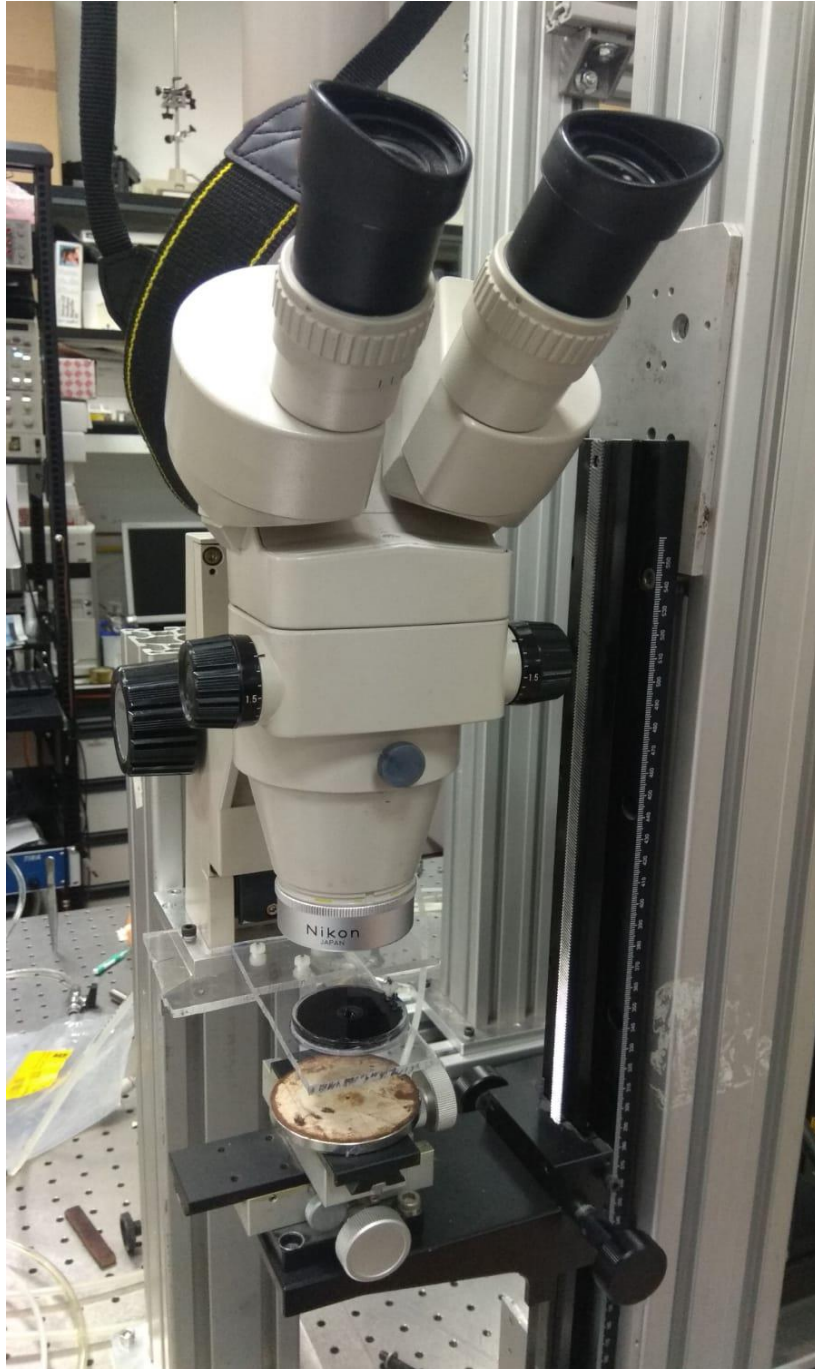


Figura 14. Montaje completo.

Como podemos observar en la figura (15), también disponemos de un microscópio binocular para poder apreciar con todo detalle la deformación de la superficie y con ello poder averiguar el valor del campo que la provoca.

Como muestra la figura (11), la superficie mecanizada en torno al orificio no tiene un pulido perfecto, lo cuál puede llegar a ser un problema, ya que el ferrofluido puede mojar esa superficie impidiendo conseguir una interfaz ferrofluido-aire plana. Un ejemplo de ello se muestra en la figura (15), donde se observa un claro mojado de la superficie inclinada, no siendo así la longitud de onda igual al diámetro del orificio, requisito indispensable para llevar a cabo el experimento.

Para solucionar este problema, hemos hecho uso de un spray hidrófugo, ya que al ser nuestro ferrofluido basado en agua, nos servirá para evitar que moje zonas en las que queremos evitar el contacto. Usando bastones para los oídos, impregnándolos de dicho spray y posteriormente frotando las superficies deseadas,

hacemos que el ferrofluido no consiga mojarla consiguiendo así un anclaje adecuado.

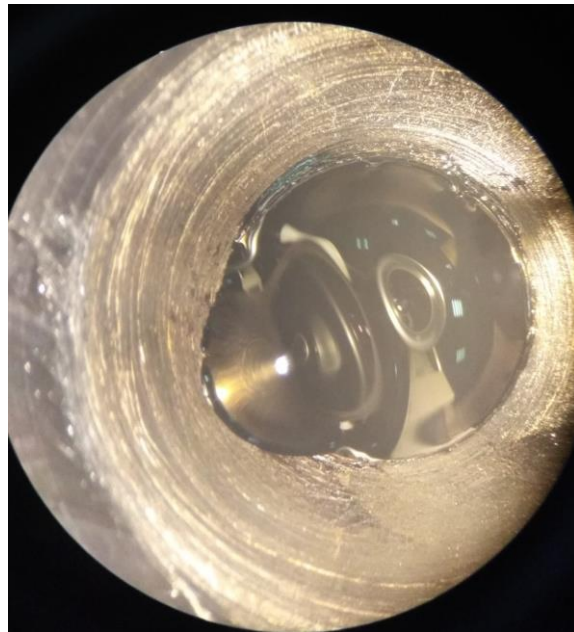


Figura 15. Mojado de la superficie inclinada por el ferrofluido.

Además, como medida de seguridad, todo el llenado de las cápsulas lo realizamos en una caja de plástico (figura (16)) impregnada del spray anteriormente mencionado, para que, en caso de derrame, el ferrofluido no moje y podamos recuperarlo casi en su totalidad utilizando las jeringuillas, pues no disponemos de una gran cantidad de este.



Figura 16. Recipiente utilizado para realizar el llenado de las cápsulas, impregnado de spray hidrófugo.

3.3 Medidas experimentales

3.3.1 Superficie plana

Una vez todo preparado, procedimos a realizar las medidas de campo magnético para cada cápsula, en el momento en el que aparecen las inestabilidades:

Tabla 3. Valor del campo crítico para cada diámetro de orificio de las cápsulas

Diámetro del orificio central	Valor del campo crítico B_c
2.5 mm	17.98 mT
4 mm	12.45 mT
5 mm	11.33 mT
6 mm	11.05 mT
7.5 mm	10.2 mT
8.5 mm	9.98 mT
9.1 mm	8.96 mT
12.1 mm	9.07 mT
17 mm	8.61 mT

Para conseguir estos valores, hemos hecho más de una medida del campo para un mismo diámetro, hemos comprobado que los valores difieren en un error pequeño y posteriormente hacer una media de ellos.

El error relativo entre el valor más grande del campo y el más pequeño que medimos para cada diámetro varía entre el 7.3% y el 0.4% conforme dicho diámetro crece.

Uno de los inconvenientes de nuestro montaje, es que la sonda que utilizamos para medir el campo magnético no llega a estar en contacto con la superficie del ferrofluido, debido a que las cápsulas poseen un borde que impide que la sonda llegue a tocar la superficie superior, además de la distancia que hay entre esta y la superficie de ferrofluido, como muestra la figura (17). Por tanto, el valor medido del campo crítico no es el valor real en la interfaz, y para ello hemos procedido a realizar una serie de medidas por encima de la superficie en el momento de la inestabilidad (Tabla ()), para posteriormente hacer una extrapolación y suponer un valor de B_c válido.

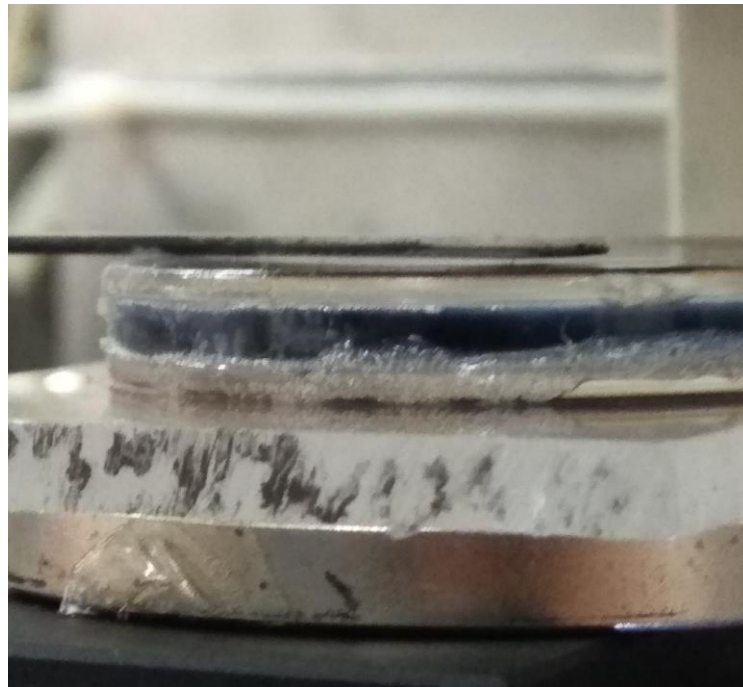


Figura 17. Sonda a una cierta distancia de la superficie del ferrofluido.

Tabla 4. Valor del campo por encima de la superficie para diferentes diámetros (mT).

Diámetro (mm) Posición Vertical (mm)	2.5	4	5	6	7.5	8.5	9.1	12.1	17
1	17.34	12.08	11	10.72	9.91	9.71	8.7	8.83	8.39
2	16.67	11.67	10.61	10.36	9.58	9.38	8.43	8.56	8.12
3	15.95	11.24	10.23	10.01	9.26	9.07	8.16	8.28	7.85
4	15.32	10.83	9.9	9.67	8.96	8.78	7.91	8.01	7.63
5	14.76	10.48	9.55	9.38	8.68	8.53	7.68	7.77	7.41

Por tanto, haciendo un polinomio interpolador con los valores para cada diámetro, y extrapolando para una distancia a la interfaz de 0mm, obtenemos los resultados finales del campo crítico en la superficie del ferrofluido:

Tabla 5. Valor del campo crítico para cada diámetro de orificio de las cápsulas

Diámetro del orificio central	Valor del campo crítico B_c
2.5 mm	18.93 mT
4 mm	12.95 mT
5 mm	11.72 mT
6 mm	11.51 mT
7.5 mm	10.52 mT
8.5 mm	10.27 mT
9.1 mm	9.35 mT
12.1 mm	9.39 mT
17 mm	8.84 mT

Donde observamos que los valores son algo mayores, debido a que la superficie se encuentra algo más cerca del imán que donde realizábamos las medidas.

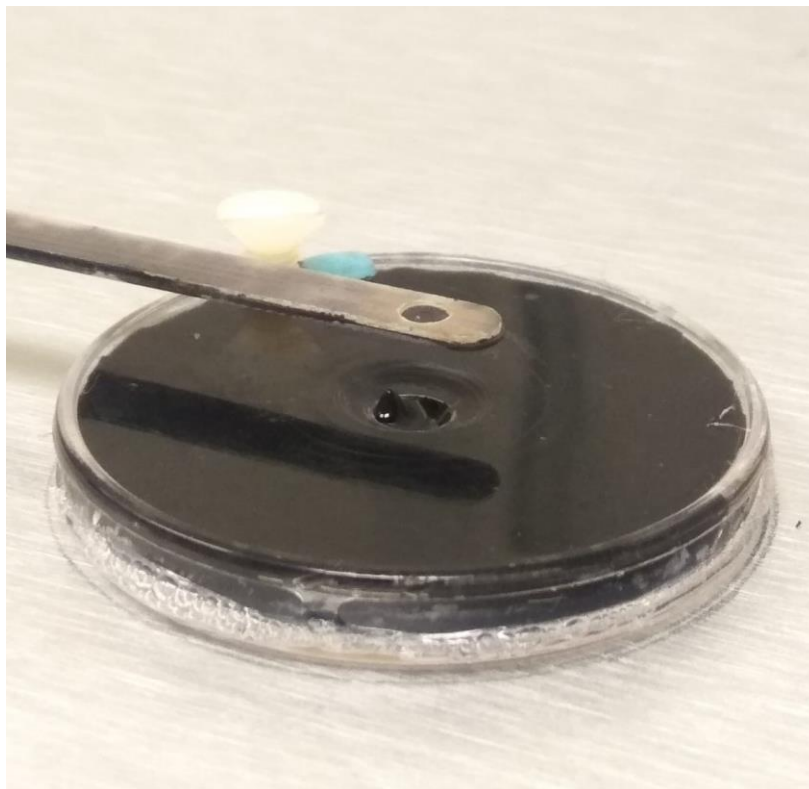


Figura 18. Inestabilidad con un diámetro de 4mm.

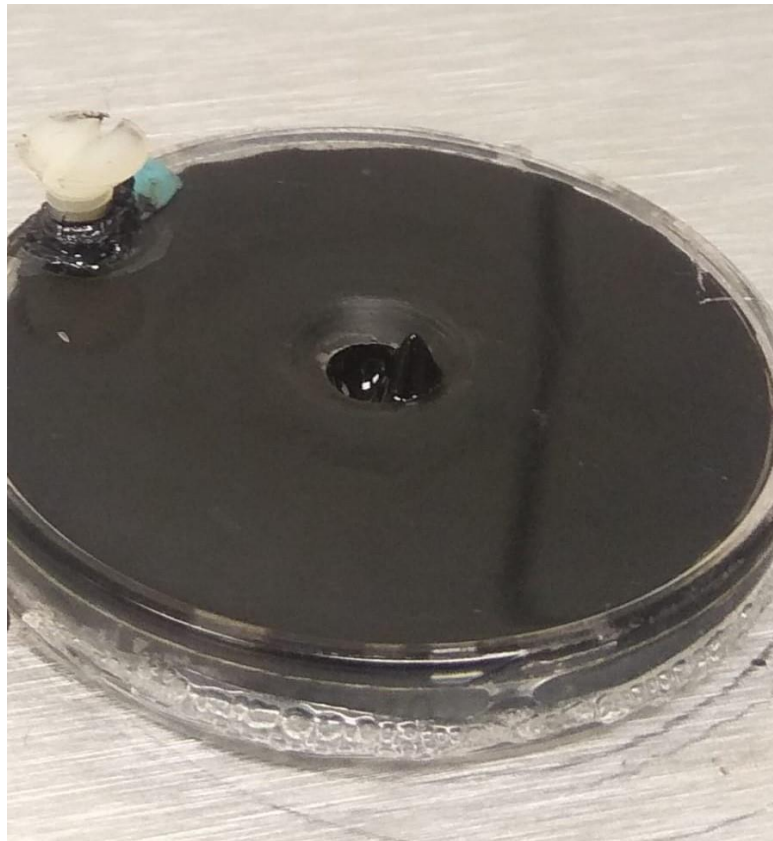


Figura 19. Inestabilidad con un diámetro de 5mm.

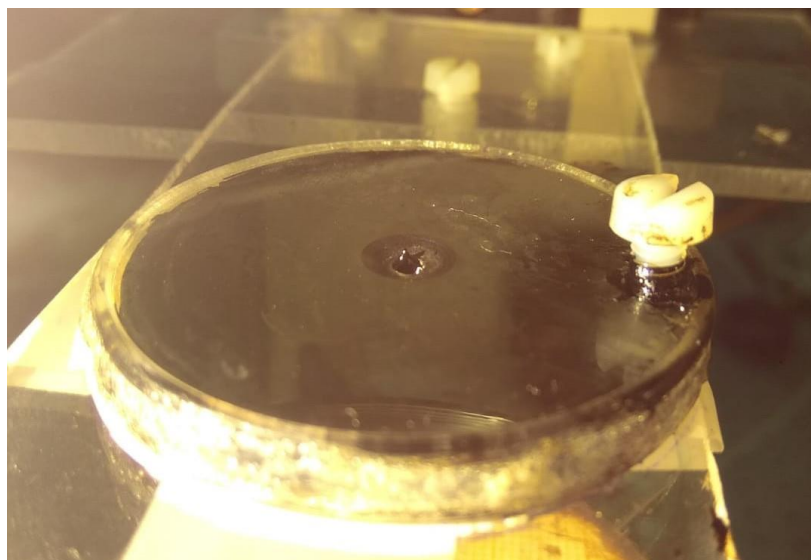


Figura 20. Inestabilidad con un diámetro de 2.5mm

3.3.2 Histéresis y Superficies Perturbadas.

Una vez realizadas las medidas para una superficie plana, objeto de este proyecto, nos hemos dedicado a investigar ciertas propiedades de nuestro ferrofluido a modo informativo.

Una vez que se crean las inestabilidades, hemos ido reduciendo el valor del campo y se comprueba que las deformaciones de la superficie de ferrofluido desaparecen para un valor del campo menor que el crítico. Estos resultados se recogen en las tablas (20) y (21), donde solo lo hemos comprobado con algunas cápsulas.

Tabla 6. Valor del campo crítico para el cual la inestabilidad desaparece (Histéresis)

Diámetro del orificio central	Valor del campo
5 mm	10.44 mT
6 mm	9.97 mT
7.5 mm	9.37 mT
8.5 mm	9.27 mT
9.1 mm	8.34 mT
12.1 mm	8.39 mT

Se comprueba observando las tablas (19) y (20), que los valores del campo magnético para los cuales la inestabilidad desaparece son menores que los necesarios para producirla.

Por otro lado, observamos el comportamiento del ferrofluido si en lugar de una superficie plana conseguimos superficies cóncavas y convexas, utilizando para ello nuestro tornillo, controlando el volumen de superficie en el orificio. Así, “ayudamos” o “dificultamos” la aparición de las inestabilidades, según la forma de la superficie. En la figura (21) observamos una clara superficie convexa.

Para ello hemos seleccionado la cápsula de 4mm de diámetro de su orificio, ya que este estudio es más cualitativo y no es necesario realizarlo con todas.

Para dicha superficie observamos que el valor necesario del campo para conseguir una inestabilidad es de 3.77mT, el cual es bastante menor comparado con los 12.95mT necesarios en la superficie plana. Esto es debido a que ya disponemos de una deformación positiva de la superficie, por lo que ya no es necesario superar la misma energía gravitatoria y de superficie para conseguir una inestabilidad. Además, obtenemos solamente una cresta y no una cresta y un valle como hemos visto en el resto de experimentos, la cual crece gradualmente conforme aumentamos el valor del campo.

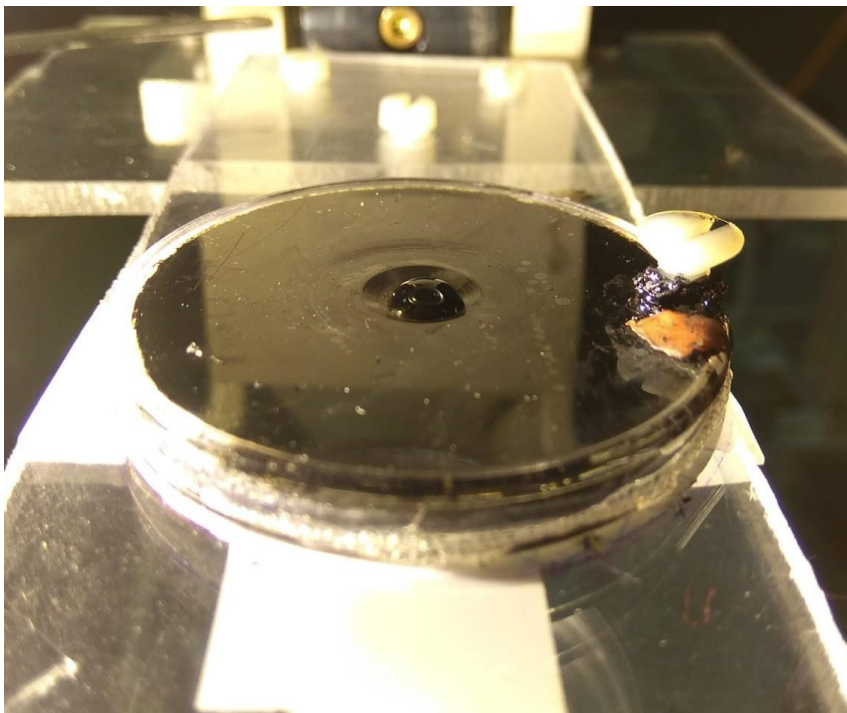


Figura 21. Ejemplo de superficie convexa.

Por el contrario, al disponer de una superficie cóncava, tenemos una deformación negativa, por tanto, necesitamos un campo más intenso para conseguir la inestabilidad de nuestro ferrofluido, el cual tiene concretamente un valor de 47.9mT, momento en el cual se produce de manera instantánea la inestabilidad, siendo una cresta con una amplitud considerable.

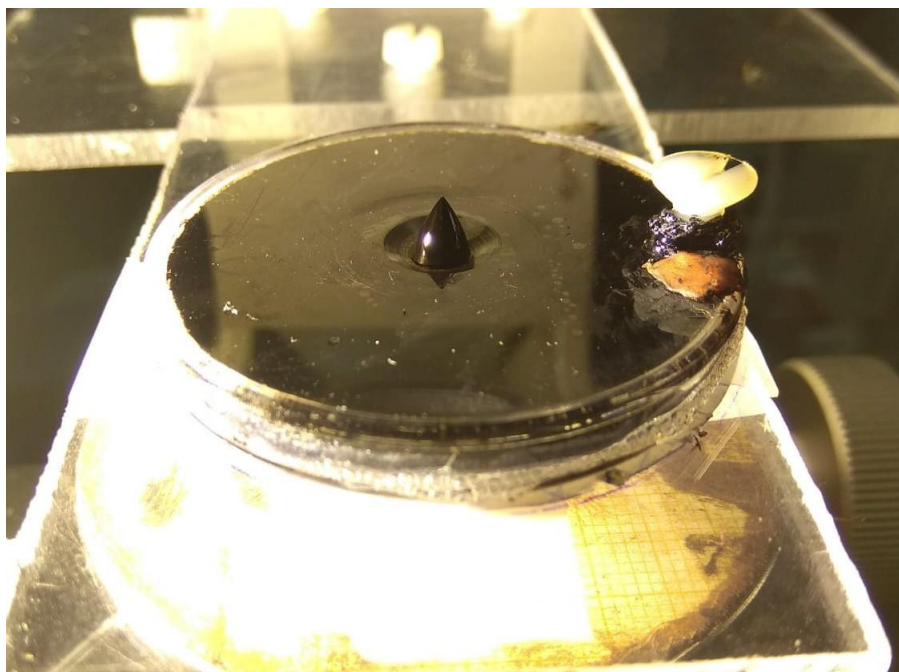


Figura 22. Inestabilidad para una superficie convexa.

Por otro lado, hemos probado a usar una cápsula cuyo orificio mide 1.7mm. Esta cápsula la hemos descartado por la dificultad de conseguir una superficie plana, por lo que la hemos usado únicamente para experimentar con ella. Uno de los fenómenos curiosos es que al intentar producir una inestabilidad aumentando el valor del campo magnético, observamos una depresión cada vez mayor de la superficie hasta un momento en el que una burbuja de aire se introduce en la cápsula, haciendo que el volumen de ferrofluido en las cercanías del orificio aumente y la interfaz crezca de manera inmediata para tener una deformación positiva suficiente como para crear la inestabilidad.

Otro experimento que realizamos fue colocar una superficie libre de ferrofluido con geometría cilíndrica de diámetro lo suficientemente grande como para experimentar los gradientes de campo magnético que existen cerca del borde de este, donde la intensidad del campo es mayor, obteniéndose unos patrones como los que se muestran en las siguientes figuras:



Figura 23. Inestabilidad 1.

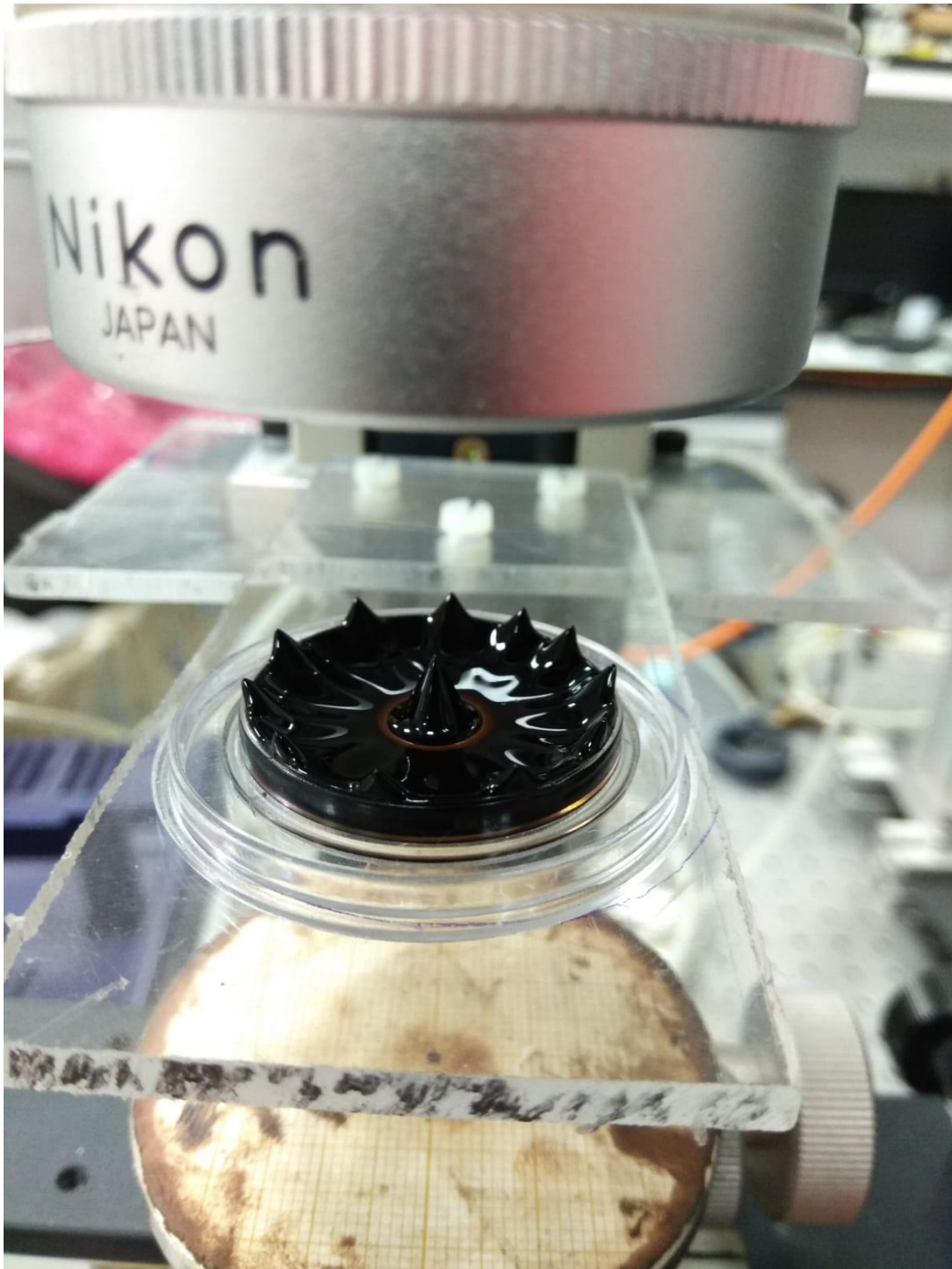


Figura 24. Inestabilidad 2

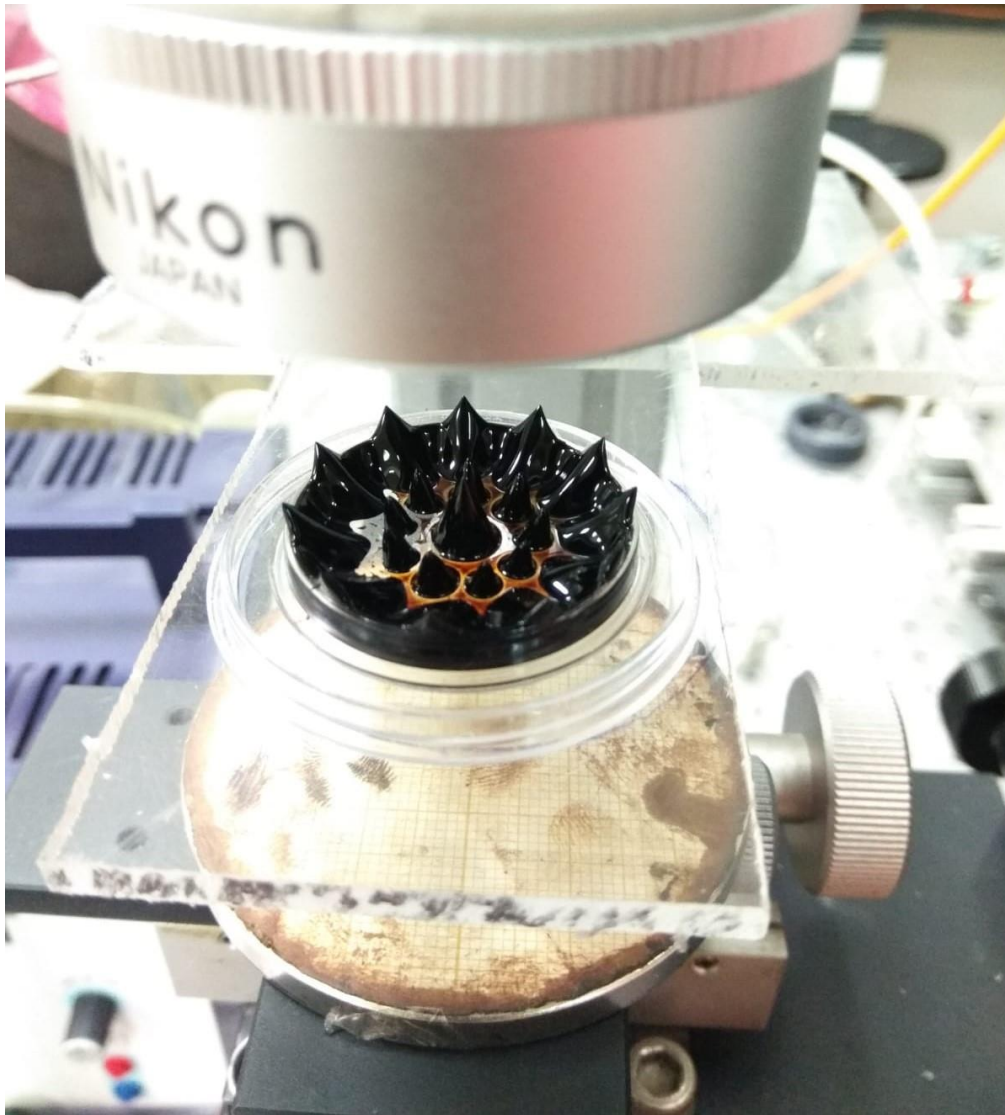


Figura 25. Inestabilidad 3

Hemos ido aumentando el valor del campo magnético poco a poco, o lo que es lo mismo, reduciendo la distancia entre el ferrofluido y el imán, y observamos, sobre todo en la figura (25), como se crea una cresta central donde se encuentra el eje del imán, y una serie de crestas en los laterales de la cápsula, donde el campo magnético es más intenso, ya que se encuentra más cerca de los bordes del imán.

3.4 Dificultades durante el montaje

Para llegar a conseguir el montaje final y obtener todos los resultados anteriores, tuvimos que pasar por una serie de dificultades que ralentizaron el proyecto y las cuales vamos a enumerar a continuación.

En primer lugar, antes de utilizar nuestro ferrofluido final, comenzamos con uno basado en aceite, el cuál no pudimos seguir utilizando debido a su bajo ángulo de contacto con el material de nuestras cápsulas, lo que impediría conseguir una superficie plana y por tanto un anclaje adecuado.

Con respecto al llenado, utilizamos un primer método consistente en introducir el ferrofluido lentamente mediante un capilar desde las paredes de la cápsula hacia el centro, de manera que no se quedasen burbujas de aire, lo cual resultó demasiado tedioso y casi imposible para diámetros pequeños, los cuales son los más interesantes a la hora del estudio.

Nuestro segundo método de llenado consistía en abrir dos pequeños orificios cerca del lateral de las cápsulas,

por el cual introdujimos dos pequeños tubos, uno para introducir el ferrofluido usando las jeringuillas, y otro para evacuar al mismo tiempo el volumen de aire de la cápsula, tapando el orificio central previamente. El resultado fue prácticamente el mismo que el del primer método, a pesar de que las burbujas que resistían eran algo más pequeñas.

Por último, a la hora de obtener un posicionado adecuado para controlar la distancia relativa entre imán y las cápsulas, comenzamos usando una placa de material no magnetizable donde situamos el ferrofluido. Sin embargo, cualquier perturbación provocaba un desplazamiento de esta haciendo que no fuese totalmente plana.

Por otro lado, utilizamos una carátula de un disco, sujeta a un soporte, pero ésta daba el mismo problema que la placa anterior, por lo que tuvimos que cancelar todo el montaje y buscar otra alternativa.



Figura 26. Primer montaje.

4 RESULTADOS

En este capítulo vamos a explicar con detalle como hemos realizado el cálculo de la curva teórica que relaciona el diámetro del orificio de las cápsulas de numismática con el valor del campo crítico para el cual aparecen las inestabilidades o picos en nuestro ferrofluido. Realizaremos el cálculo correspondiente para un campo uniforme y una profundidad infinita de nuestro fluido magnético, para posterior añadir ciertas correcciones que tienen presente la no uniformidad de nuestro campo producido por nuestro imán y la profundidad finita de las cápsulas.

4.1 Curva teórica

Para realizar este cálculo hemos hecho uso de las siguientes ecuaciones, que introdujimos anteriormente pero que pondremos de nuevo aquí por conveniencia:

$$M_c(H) = M_s L \left(\frac{3\chi_i}{M_s} H_c \right) \quad (104)$$

$$\frac{\Delta\rho g \pi}{R} + \left(\frac{\pi}{R} \right)^3 \gamma - \frac{(\pi/R)^2 \mu_0 M_c^2}{1 + \frac{1}{r_0}} = 0 \quad (105)$$

$$B_c = \mu_0 (H_c + M_c) \quad (106)$$

$$r_0 = \left(\frac{B_c}{H_c \mu_0^2} \frac{\delta B}{\delta H} \Big|_c \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (107)$$

y mediante un código en Matlab, usando el método de resolución de ecuaciones de Newton, con la variable independiente el valor de la intensidad del campo magnético H , hemos hallado el valor de B_c para diferentes valores de del diámetro de nuestras cápsulas.

En primer lugar calculamos la longitud capilar crítica del medio infinito a través de la ecuación del número de onda crítico:

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g\Delta\rho}} \quad (108)$$

que en nuestro caso es igual a 12.62mm. Esto quiere decir que el sistema de ecuaciones anterior es válido para diámetros de los orificios de las cápsulas menores a ese valor, pues diámetros más grandes darán valores del campo crítico iguales.

Con todo ello, se obtiene la siguiente gráfica, que hemos representado junto a los valores experimentales:

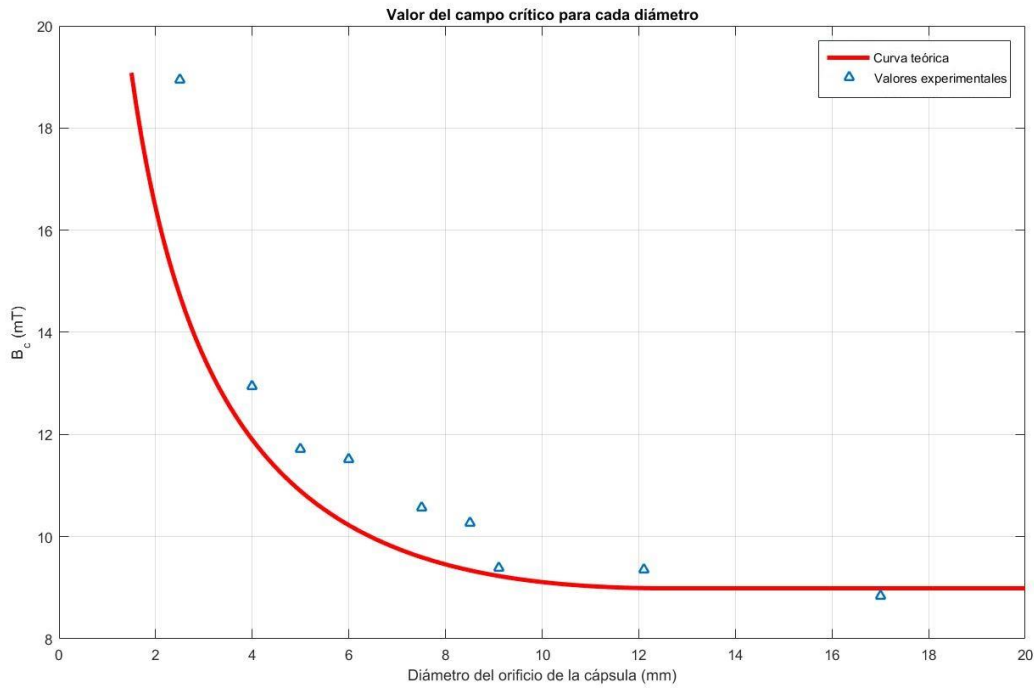


Figura 27. Curva teórica y valores experimentales

4.2 Correcciones

Por simplicidad en el análisis realizado, hemos asumido una profundidad infinita del ferrofluido. Para los casos en los que $r_0 \rightarrow \infty$, dicha profundidad no afecta al resultado, pero sí para los que r_0 está entre los valores 1 y 9. En nuestro caso, r_0 oscila entre 9 y 12, dependiendo del diámetro del orificio de la cápsula. Una manera de tener presente este efecto de la profundidad, según el artículo de Cowley y Rosensweig 'The interfacial stability of a ferromagnetic fluid' [4], es usar un factor de corrección que multiplica al tercer término de la ecuación (109):

$$\beta = \frac{1 - \frac{r-1}{r+1} e^{-2kd\sqrt{\frac{\mu_c}{\mu_t}}}}{1 - \frac{(r-1)^2}{(r+1)^2} e^{-2kd\sqrt{\frac{\mu_c}{\mu_t}}}} \quad (109)$$

donde d es la profundidad del ferrofluido que en nuestro caso es igual a 3.4 mm, quedando la ecuación (109) de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta\rho g\pi}{R} + \left(\frac{\pi}{R}\right)^3 \gamma - \beta \frac{\left(\frac{\pi}{R}\right)^2 \mu_0 M_c^2}{1 + \frac{1}{r_0}} = 0. \quad (110)$$

En la siguiente gráfica se muestran dos curvas, con y sin corrección de profundidad, sin embargo, vemos que no produce una variación apreciable.

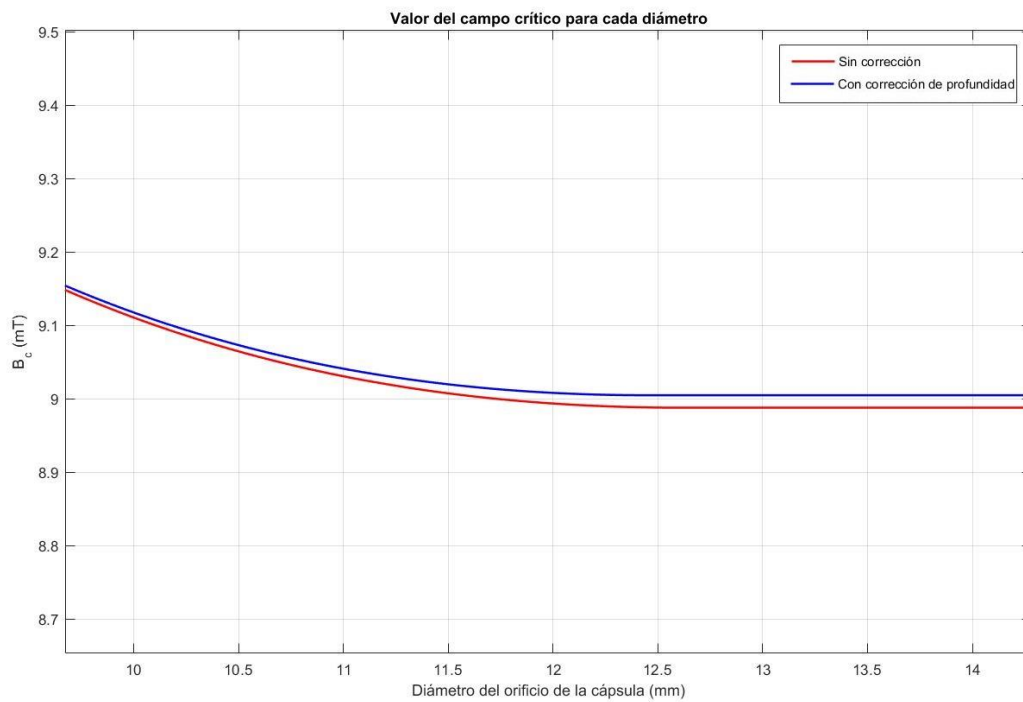


Figura 28. Curva teórica con y sin corrección de profundidad.

Por otra parte, aunque hallamos comprobado la casi uniformidad de nuestro campo en la dirección radial de nuestro sistema, en la dirección vertical existe un gradiente apreciable. El valor del campo medido en la superficie del ferrofluido frente a la posición relativa entre dicha superficie y nuestro imán viene representada en la figura (28).

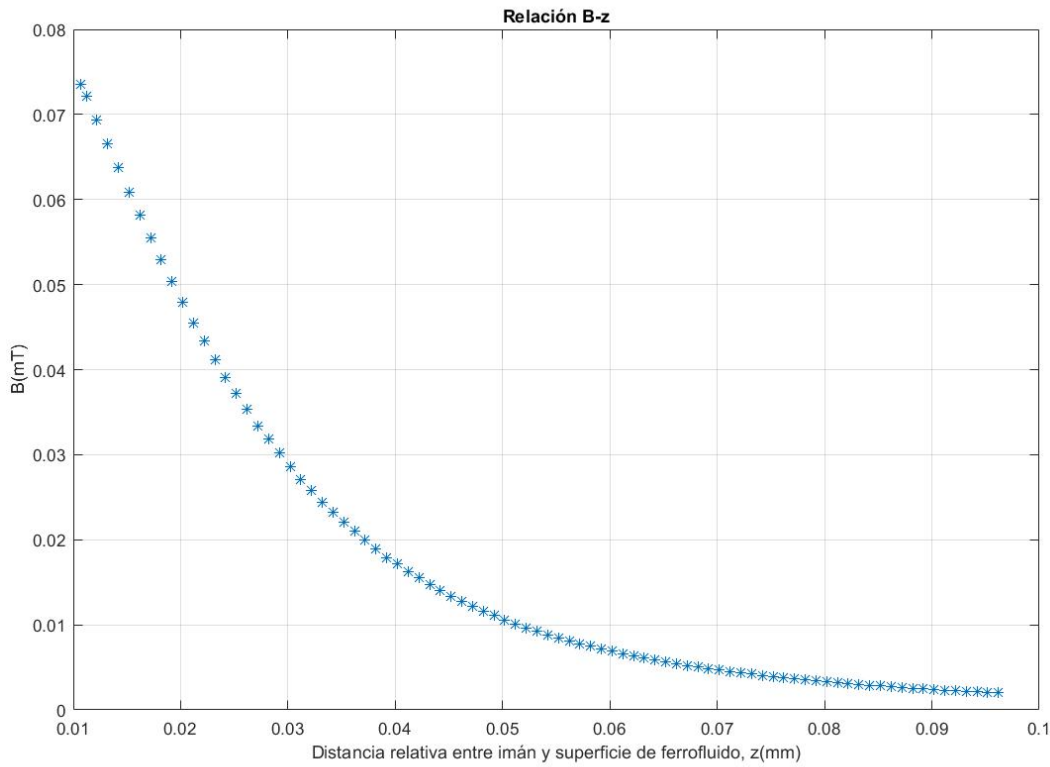


Figura 29. Valor del campo B en función de la distancia relativa entre imán e interfaz.

Como vemos, no es uniforme para valores de z cercanos al imán, por lo que tendremos que tener en cuenta esta variación a la hora de resolver el problema. De acuerdo con el artículo de Zelazo y Melcher ‘Dynamics and stability of ferrofluids: surface interactions [1]’, dicho gradiente afecta a la relación de dispersión añadiendo un término adicional proporcional a k :

$$-k \frac{d(\mu_c H_z)}{dz} \Big|_0 |H| = -k \frac{dB_z}{dz} \Big|_0 |H_z| \quad (111)$$

donde $\frac{dB_z}{dz} \Big|_0$ es el valor de la derivada del campo B con respecto a la distancia vertical z , evaluada en la interfaz, y $|H|$ es la diferencia de los valores de H en el aire y en el ferrofluido.

La ecuación queda de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta \rho g \pi}{R} + \left(\frac{\pi}{R}\right)^3 \gamma - \frac{\pi}{R} \frac{dB_z}{dz} \Big|_0 |H| - \frac{(\pi/R)^2 \mu_0 M_c^2}{1 + \frac{1}{r_0}} = 0 \quad (112)$$

Para tratar la derivada del campo B con respecto a la distancia vertical z , hemos realizado un polinomio interpolador con los valores experimentales de la figura (28), y posteriormente hemos calculado su derivada. Así, podemos introducir dicho término en la relación de dispersión y poder tener en cuenta la no uniformidad del campo.

Por otro lado debemos calcular el valor de $|H|$. Sabiendo que en el ferrofluido se cumple $B = \mu_0(M + H_{ferro})$ y en el aire $B = \mu_0 H_{aire}$, siendo B el mismo en ambos medios, ya que estamos trabajando con la componente normal, resulta:

$$|H| = H_{aire} - H_{ferro} = \frac{B}{\mu_0} - \left(\frac{B}{\mu_0} - M \right) = M \quad (113)$$

Obtenemos la siguiente modificación de la curva teórica:

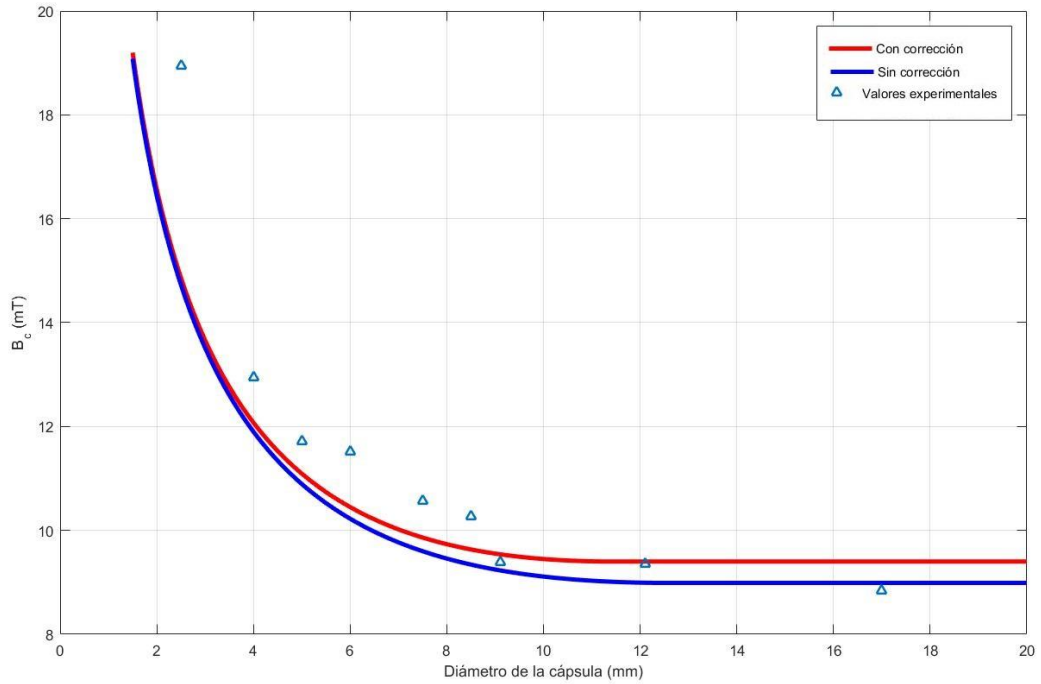


Figura 30. Curva teórica con y sin corrección de no uniformidad del campo magnético.

5 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

5.1 Conclusiones

Comparando los resultados experimentales con la curva teórica es inmediato observar que existe un error apreciable que crece cuanto menor es el diámetro del orificio de nuestras cápsulas. Esto puede ser debido a una serie de hipótesis que no hemos cumplido correctamente en nuestro estudio experimental. La más relevante de ellas es que las ecuaciones que hemos utilizado se basan en una superficie infinita de ferrofluido, lo cual no cumplimos en nuestro experimento. Por ello, a mayores diámetros, más cumple el sistema esta hipótesis, y el error es menor, como podemos apreciar en la figura (27).

Además, existirán otros factores que provoquen errores en nuestros resultados, como la dificultad de conseguir una superficie exactamente plana. Para diámetros pequeños, esta dificultad aumenta y, por tanto, como hemos visto en el análisis cualitativo de superficies convexas y cóncavas, el campo magnético necesario para lograr las inestabilidades se aleja del campo crítico para una interfaz plana, dando lugar a errores.

5.2 Líneas de trabajo futuras.

Tras este estudio sobre las inestabilidades bajo campo normal de los ferrofluidos, se plantean nuevas líneas de trabajo futuras con el objetivo de obtener resultados más precisos.

En primer lugar, se podrían utilizar las ecuaciones ferrohodinámicas teniendo en cuenta la geometría confinada de nuestro sistema, las cuales son mucho más complejas, pero serían válidas para todo tipo de diámetros, evitando así los errores que se producen para diámetros pequeños con las ecuaciones de geometría infinita.

Por otro lado, una manera de conseguir una superficie plana sería realizando un mejor mecanizado de los orificios de las cápsulas, permitiendo así un buen anclaje que evite la formación de meniscos en los bordes del orificio.

Además, sería conveniente utilizar un campo magnético uniforme en todo nuestro sistema, en lugar de tener en cuenta los gradientes que existen en un imán como el utilizado. Este campo puede ser obtenido de diferentes maneras, siendo una de ellas utilizando bobinas Helmholtz, que consiste en un par de bobinas circulares sobre un eje común con corrientes iguales fluyendo en el mismo sentido. Para un radio de bobina dada, se puede calcular la separación necesaria para conseguir el más uniforme campo central. En este proyecto no hemos usado este método ya que se requieren intensidades de corriente grandes, con posible necesidad de refrigeración, para alcanzar los valores de campo crítico necesarios.

6 DIFERENTES USOS DE LOS FERROFLUIDOS

Los ferrofluidos tienen una gran utilidad en numerosos campos de aplicación, tales como medicina, óptica, aplicaciones militares o aeroespaciales, entre otros. [5] [6].

6.1 Mecánica

Los ferrofluidos pueden utilizarse para reducir la fricción. Al aplicarlo en superficies de imanes, estos pueden deslizarse por otras superficies con una resistencia mínima.

Además, los amortiguadores de los vehículos pueden llenarse de ferrofluido en lugar de aceite, rodeando el dispositivo con un electroimán, con el objeto de cambiar la viscosidad del fluido (y por tanto la cantidad de amortiguación que proporciona el amortiguador) según la preferencia del conductor o la cantidad de peso que lleva el vehículo.

6.2 Militar

La Fuerza Aérea de los Estados Unidos fabricó una pintura hecha de ferrofluido y demás sustancias magnéticas para radares. Este material reduce la sección cruzada de radar de los aviones, reduciendo así la reflexión de las ondas magnéticas.

6.3 Control de gases

La interacción entre magnetismo y presión puede ser utilizada para diseñar un tapón en un tubo que une dos recipientes con gases a diferentes presiones, ya que un tapón normal se moverá debido a esta diferencia de presiones hasta igualarlas.

6.4 Medición

Debido a las propiedades refractivas que tienen los ferrofluidos, se utilizan para medir la viscosidad específica de un líquido colocado entre un polarizador y un analizador, iluminados por un láser de helio-neón.

6.5 Aeroespacial

La Nasa experimentó con ferrofluidos en el ámbito espacial utilizándolos en bucle cerrado como el corazón de un Sistema de control de nivel para vehículos espaciales. Se aplica un campo magnético a dicho bucle y esto permite cambiar el momento angular e influir en la rotación del vehículo.

6.6 Medicina

En el ámbito de la medicina, los ferrofluidos pueden utilizarse como agente contrastante en las resonancias magnéticas y además, pueden emplearse para la detección del cáncer o para la destrucción de células cancerígenas. Esta investigación se basa en enlazar de forma estable y biocompatible una nanopartícula magnética con algún fármaco citotóxico que destruya estas células. Estas nanopartículas mixtas se agregan a un líquido adecuado para formar un ferrofluido con las partículas en suspensión. Posteriormente, este fluido se

introduce en el sistema circulatorio y se aplica un campo magnético externo para dirigir estas partículas a la zona del cuerpo donde se desea concentrar el fármaco citotóxico.

6.7 Transferencia de calor

Cuando el uso de convección convencional no es posible debido, por ejemplo, a condiciones de gravedad reducida, se puede utilizar un método de transferencia térmica llamado convección termomagnética. Este método consiste en imponer un campo magnético a un ferrofluido de susceptibilidad variable, tal como puede presentarse debido a un gradiente de temperatura, obteniendo una fuerza magnética no uniforme que permite esta transferencia de calor.

6.8 Dispositivos electrónicos

Pueden formar sellos líquidos alrededor de los ejes de los discos duros. El eje rotatorio está rodeado de imanes, por tanto, una pequeña cantidad de ferrofluido ubicada entre el eje y los imanes se colocará adecuadamente y formará una barrera que previene la entrada de suciedad al disco duro.

6.9 Acústica

Los ferrofluidos pueden utilizarse en altavoces para disipar el calor entre la bobina y el imán. Se colocan en el hueco alrededor de la bobina, en una posición fija por la atracción con el imán del altavoz. Como dijimos al principio de esta memoria, los ferrofluidos son paramagnéticos, por tanto obedecen la ley de Curie, reduciendo su magnetismo al reducir la temperatura. Si se coloca un imán de gran intensidad cerca de la bobina, este atraerá al ferrofluido frío con más intensidad que al caliente, forzando el movimiento del fluido caliente hacia el elemento de disipación térmica, enfriando sin aporte energético adicional.

Además, en ciertas unidades motrices de transductores electroacústicos se sitúa el ferrofluido en el entrehierro (región situada entre los dos polos magnéticos de un imán o electroimán) para aumentar la densidad de flujo magnético en la bobina móvil, ayudando a amortiguar resonancias y conseguir una distribución térmica uniforme.

6.10 Separación de materiales

Otra aplicación es la separación de materiales con diferente densidad. Los métodos convencionales utilizan líquidos pesados, pero son tóxicos y tienen inconvenientes a la hora de separar materiales de gran densidad.

Si una esfera no magnética dentro de un ferrofluido menos denso, ésta se irá al fondo. Sin embargo, al colocar los polos de dos imanes arriba y abajo del ferrofluido, la esfera se colocará en el centro del recipiente, debido a que la suma de energía magnética y de presión es constante. Ejemplos de variantes de este sistema son la separación de diamantes y arena y la guía de taladros de perforación petrolera, con un acelerador subterráneo en el cual la masa sensible es levitada en un ferrofluido.

6.11 Arte

Por último, estos fluidos magnéticos no solo son utilizados en aplicaciones científicas. Existen numerosos museos con dispositivos especiales que utilizan imanes para hacer que los ferrofluidos se muevan alrededor de una superficie como una fuente para entretener a los visitantes.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ronald E. Zelazo and James R. Melcher *"Dynamics and stability of ferrofluids: surface interactions"*, vol. 39, part 1, pp. 1-24
Massachusetts Institute of Technology.
- [2] M. Shahrooz Amin, Shihab Elborai, See-Hee Lee, Xiaowei He, and Markus Zahn *"Surface tension measurement techniques of magnetic fluids at an interface between different fluids using perpendicular field instability"*
Journal of applied physics 97, 10R308 (2005)
- [3] Rosensweig, R.E. (1985), *"Ferrohydrodynamics"*.
Cambridge University.
- [4] M. D. Cowley and R.E. Rosensweig *"The interfacial stability of a ferromagnetic fluid"*
J. Fluid Mech. (1967) vol. 30 part 4, pp. 671-688
- [5] SlideShare *"Magnetismo en la industria"*
Disponible online: <https://www.slideshare.net/phi89/magnetismo-en-la-industria>
- [6] Wikipedia. *"Ferrofluid"*.
Disponible online: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ferrofluid>