

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Puesta a punto de la máquina para la medición de la
fuerza de rozamiento entre dos superficies

Autor: Pedro Antonio Fernández de la Cuesta Cascante

Tutor: Juana Mayo Núñez

Co-Tutor: Joaquín Ojeda Granja

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Puesta a punto de la máquina para la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies

Autor:

Pedro Antonio Fernández de la Cuesta Cascante

Tutor:

Juana Mayo Núñez

Catedrática

Co-Tutor:

Joaquín Ojeda Granja

Profesor Contratado Doctor Interino

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Grado: Puesta a punto de la máquina para la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies

Autor: Pedro Antonio Fernández de la Cuesta Cascante

Tutor: Juana Mayo Núñez

Co-Tutor: Joaquín Ojeda Granja

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

En primer lugar, quisiera agradecer la ayuda de mis tutores, Juana Mayo Núñez y Joaquín Ojeda Granja, por el apoyo que me han brindado durante el desarrollo de este trabajo. Así como al personal del laboratorio, por el amable trato recibido.

A mis padres Pedro y Lola, por haberme guiado a lo largo de toda mi vida, tanto académica como personal, siendo para mí unos pilares fundamentales, por la comprensión y el apoyo que me han mostrado durante esta etapa universitaria cuando se ponía cuesta arriba alguna asignatura. También tengo palabras de agradecimiento para mi hermano Dani, pese a nuestros más y nuestros menos, siempre hemos estado juntos, incluso aquí en Sevilla, donde también ha sido muy importante para mí.

A toda mi familia, pues todos ellos han fomentado siempre el estudio, animándome con las malas calificaciones, y alegrándose con las buenas. En especial a mi abuela Conce, que ha sido un referente para mí, sin ella nada de esto habría sido posible. Un cariñoso recuerdo para los que ya no están, a los que también estoy agradecido.

A todos los maestros y profesores que he tenido, ya que gracias a ellos he podido llegar hasta aquí.

También me gustaría mencionar a mis amigos, que son otro apoyo indispensable para mí, tanto para disfrutar como para sufrir. Me gustaría nombrar a alguno, pero, por suerte, son muchos de los que acuerdo.

A Almudena, por ser mi compañera de vida durante todos estos años, por todo lo que me ha aportado y que me ha llevado a ser la persona que soy. Sin duda, es una parte muy importante del gran apoyo sin el cual yo no habría terminado este grado.

Por último, una mención a los compañeros de piso que he tenido durante mi etapa universitaria, con los que tanto he compartido, y espero seguir compartiendo. Gracias por convertirlos en una familia para mí, al estar lejos de la mía.

Pedro Antonio Fernández de la Cuesta Cascante

Sevilla, 2018

Resumen

El objetivo principal del proyecto es la puesta a punto de la máquina para la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies. Para ello, en primer lugar, se realiza una revisión de la literatura relacionada con la fuerza de fricción, en la que se recogen distintos fenómenos relacionados con el rozamiento.

Durante el desarrollo de este proyecto se efectúa un análisis exhaustivo del funcionamiento de la máquina utilizada, cuyo objetivo es el estudio de la fuerza de rozamiento que se produce durante el deslizamiento de un material sobre otro material. También se analizan las mediciones que se realizan en numerosos ensayos. De esta forma, se lleva a cabo una puesta a punto de dicha máquina, en función de observaciones experimentales. Además, se desarrolla un protocolo de ensayo, estableciendo los pasos que se deben seguir a la hora de realizar un ensayo. Así, se asegura la repetibilidad de los resultados.

Se presentan, a continuación, las mediciones obtenidas tras la ejecución de ensayos con cuatro parejas de materiales, a distintas velocidades. Estos resultados se recogen en dos tipos de gráficas: $F_{roz} - t$ y $F_{roz} - v$. Para la obtención de dichas gráficas se han utilizado los programas Excel y Matlab.

Por último, se comentan dichos resultados, y se exponen numerosas mejoras que contribuirían al estudio en detalle de la fuerza de fricción en el futuro.

Abstract

The main objective of the project is the tune-up of the machine for the measurement of the friction force between two surfaces. First of all, a review of the literature related to friction force is carried out, in which different phenomena related to friction are collected.

During the development of this project, an exhaustive analysis of the operation of the machine used is carried out, the objective of which is the study of the friction force produced during the sliding of a material on another material. The measurements carried out in numerous tests are also analysed. In this way, the machine is tuned up on the basis of experimental observations. In addition, a test protocol is developed, establishing the steps to be followed when carrying out a test. This ensures repeatability of the results.

The measurements obtained after performing tests with four pairs of materials at different speeds are presented below. These results are collected in two types of graphs: $F_{roz} - t$ and $F_{roz} - v$. Excel and Matlab programs have been used to obtain these graphs.

Finally, these results are commented on, and numerous improvements are presented that would contribute to the detailed study of the friction force in the future.

Índice

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas	xiv
Índice de Figuras	xv
1 Introducción	1
1.1 <i>Motivación</i>	1
1.2 <i>Antecedentes</i>	2
1.3 <i>Objetivos</i>	6
2 Descripción-Methodología	7
2.1 <i>Descripción de la máquina</i>	7
2.2 <i>Funcionamiento de la máquina</i>	11
2.3 <i>Vuelco</i>	13
3 Resultados	17
3.1 <i>Introducción</i>	17
3.2 <i>Resultados previos</i>	17
3.3 <i>Protocolo de ensayo</i>	28
3.4 <i>Tratamiento de datos</i>	31
3.5 <i>Resultados finales</i>	32
3.5.1 <i>Material antideslizante y plástico</i>	32
3.5.2 <i>Metal y plástico</i>	35
3.5.3 <i>Plástico y plástico</i>	40
3.5.4 <i>Plástico y papel</i>	46
3.5.5 <i>Ensayos fallidos</i>	51
4 Conclusiones	53
4.1 <i>Conclusiones de los ensayos</i>	53
4.2 <i>Posibles mejoras y trabajos futuros</i>	57
Referencias	61
Anexo A. Análisis célula de carga	63
Anexo B. Plantillas Matlab	67
Glosario	73

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2–1. Nomenclatura de las velocidades de la máquina.	11
Tabla 4–1. Datos resumen de todos los ensayos realizados.	57
Tabla B–1. Valor final del eje de abscisas.	68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Curva de Stribeck. Extraída de [6].	3
Figura 1.2. Modelos de fricción: (a) Fricción de Coulomb y viscosa; (b) Fricción estática, de Coulomb y viscosa; (c) Fricción de Coulomb y viscosa y efecto de Stribeck. Extraída de [7].	3
Figura 1.3. Variaciones de la curva de Stribeck en función del grado de lubricación. Extraída de [7].	4
Figura 1.4. Representación de las cerdas en la zona de contacto entre dos cuerpos. Extraída de [11].	5
Figura 1.5. Ciclo de histéresis en la fuerza de fricción en función de la velocidad. Extraída de [11].	5
Figura 2.1. Vista completa de la máquina.	7
Figura 2.2. Cilindro de doble efecto con el pistón recogido.	8
Figura 2.3. Final de carrera.	8
Figura 2.4. Caja.	9
Figura 2.5. Célula de carga y encoder.	9
Figura 2.6. Interfaz de usuario del software específico. Extraída del manual de instrucciones de DISEÑO Y AUTOMATIZACIÓN NINGENIA S.L.	10
Figura 2.7. Datos grabados en Hoja de Excel.	12
Figura 2.8. Vuelco de la caja.	13
Figura 2.9. Modelo de la máquina de análisis del rozamiento.	14
Figura 2.10. Influencia de la masa en el umbral de vuelco.	16
Figura 3.1. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v_1 .	18
Figura 3.2. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v_1 .	18
Figura 3.3. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v_1 .	19
Figura 3.4. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v_1 con vuelco.	19
Figura 3.5. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v_1 aumentando la masa y con vuelco.	20
Figura 3.6. Material antideslizante en la plataforma y plástico en la caja.	20
Figura 3.7. Ensayos con material antideslizante y plástico.	25
Figura 3.8. Ensayos realizados con la nueva puesta en cero.	25
Figura 3.9. Pegatinas colocadas en las roscas.	26
Figura 3.10. Ensayos realizados con pegatinas colocadas.	26
Figura 3.11. Ensayos realizados con pegatinas colocadas a v_5 constante.	27
Figura 3.12. Ensayos realizados con pegatinas colocadas y plástico tenso.	27
Figura 3.13. Primeros ensayos tras encendido de la máquina.	28
Figura 3.14. Distintas formas de colocación de materiales en la plataforma.	29
Figura 3.15. Caja retirada.	30
Figura 3.16. Ensayos con material antideslizante y plástico.	34

Figura 3.17. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para material antideslizante y plástico.	35
Figura 3.18. Ensayos con metal y plástico.	40
Figura 3.19. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para metal y plástico.	40
Figura 3.20. Ensayos con plástico y plástico.	45
Figura 3.21. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y plástico.	45
Figura 3.22. Ensayos con plástico y papel.	50
Figura 3.23. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y papel.	51
Figura 4.1. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y plástico.	53
Figura 4.2. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y papel.	54
Figura 4.3. Coeficiente de fricción en función de la distancia recorrida deslizando. Extraída de [18].	54
Figura 4.4. Elementos con holgura que entran en contacto con la célula de carga.	55
Figura 4.5. Zona de contacto entre una rueda y el raíl.	56
Figura 4.6. Raíl actual (rojo) y raíl propuesto (gris).	58
Figura A.1. Célula de carga de la máquina.	63
Figura A.2. Montaje del nuevo experimento.	64
Figura A.3. Fuerza medida durante el ensayo.	65

1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan distintos aspectos que han motivado la realización de este trabajo además de una revisión de los estudios existentes relacionados con la fuerza de rozamiento y los fenómenos que conlleva el deslizamiento entre dos superficies. Por último, se exponen los objetivos del proyecto.

1.1 Motivación

La fricción o rozamiento está presente en todos los contactos entre sólidos, debido a las imperfecciones microscópicas presentes en las superficies que están en contacto. En algunas ocasiones es un fenómeno deseado, por ejemplo, a la hora de frenar un coche, si bien, en la mayoría situaciones dentro de la industria se busca minimizar, o incluso eliminar, la presencia de la fricción. Esto se debe a que implica pérdidas de energía y desgaste de las superficies que están en contacto. Ante la necesidad de minimizar el rozamiento en los sistemas mecánicos, surge la tribología, que es la ciencia que estudia la interacción entre dos superficies en contacto, concretamente, abarca la fricción, la lubricación y el desgaste.

Se distinguen la fuerza de fricción estática, cuando no hay movimiento relativo, y la fricción dinámica, que está presente cuando hay deslizamiento. Dichas fuerzas dependen de varios factores como son la humedad, la temperatura y la presencia de lubricante en la zona de contacto, entre otros, lo que provoca que el rozamiento sea un fenómeno complejo, y, por tanto, difícil de modelar. En la literatura se observa una gran cantidad de modelos propuestos ya que en los años noventa se realizaron importantes esfuerzos y contribuciones. Esto se debe, a la importancia económica que tiene el rozamiento, en el sentido de que permite mejorar el rendimiento de cualquier proceso mecánico. Por ejemplo, los rodamientos se han ido optimizando en los últimos años, ya que provocan pérdidas de energía, al interferir en mayor o menor medida en el giro del eje al que rodean.

Una de las medidas más utilizadas en la industria para reducir la fricción, es el uso de lubricante. Este producto, normalmente líquido, se introduce en la zona de contacto con el objetivo de formar una película que reduzca el contacto entre las superficies implicadas. De forma que, a una cierta velocidad de deslizamiento la fuerza de fricción alcanza un mínimo, muy interesante desde el ámbito de la tribología.

Sin embargo, existen otras industrias en las que el rozamiento es un fenómeno deseado. En la mayoría de situaciones, es deseado durante la vida útil de los productos fabricados, aunque se busca un equilibrio entre el rozamiento y el desgaste. Por ejemplo, en la industria automovilística, en concreto, en la fabricación de los neumáticos, interesa conocer de forma exhaustiva las fuerzas de rozamiento a las que se enfrentarán durante su vida útil, para optimizar su funcionamiento. Es importante favorecer el rozamiento a la hora de controlar el coche, pero también hay que valorar el desgaste, ya que interesa alargar la vida útil del neumático. También en la fabricación de calzado resulta interesante el estudio de la fuerza de fricción. En definitiva, se busca conocer lo más fielmente posible las condiciones de servicio a las que se enfrentarán los distintos materiales implicados en el rozamiento, para mejorar la vida útil del producto y asegurar su correcto funcionamiento.

En la industria robótica se diseñan los elementos terminales de los robots, que son unas herramientas especiales que permiten a dicho robot llevar a cabo una tarea. Hay numerosos dispositivos terminales, entre los que destacan los elementos de sujeción o garras, cuyo objetivo es la manipulación de objetos. En dicha manipulación entran en contacto dos superficies, y, además, suele estar presente el fenómeno del deslizamiento, por ello, entra en juego la fuerza de rozamiento. Por ejemplo, en una aplicación aeroespacial, en la que un elemento terminal debe manipular un material, un conocimiento amplio de las fuerzas de reacción a las que se enfrentará el elemento de sujeción minimizará la probabilidad de que se produzca un fallo, que en este entorno podría ser catastrófico.

Otro ámbito de interés es el estudio de la marcha humana, con fines médicos o relacionados con el rendimiento de un deportista. Se investigan distintos aspectos relacionados con el análisis cinemático del movimiento del

cuerpo humano y con el análisis dinámico, donde cobran importancia las fuerzas de reacción que sufre el pie, en concreto la fuerza normal y la fuerza de fricción tangencial. Se observa, de esta forma, que la fuerza de rozamiento presenta una gran influencia dentro de la marcha humana, y, por tanto, su correcto análisis contribuiría positivamente al avance de la biomecánica. Por ejemplo, resultaría interesante analizar la fricción que sufren distintas suelas de calzado deportivo a la hora de mejorar el rendimiento de un deportista.

Todos estos aspectos motivan la realización de este proyecto, cuyo objetivo principal es la puesta a punto de la máquina para la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies, además de la elaboración de un protocolo de ensayo, ya que dicha máquina fue construida poco antes del comienzo de este trabajo, y al no haber sido utilizada previamente, se desconocía el procedimiento para llevar a cabo un ensayo de forma que la toma de datos fuese correcta.

Luego, se analizarán distintas medidas de fuerza de rozamiento en ausencia de lubricante, y se comprobará si, con la máquina utilizada, se observa alguna relación entre la fuerza de rozamiento seco y la velocidad de deslizamiento. Todo ello mediante el uso de un software específico y de los programas Excel y Matlab, con los que se tratan los resultados proporcionados por la máquina y se obtienen varias gráficas en las que se enfrentan fuerza de rozamiento y tiempo, o bien, fuerza de rozamiento y velocidad de deslizamiento.

1.2 Antecedentes

Leonardo da Vinci fue un pionero en el estudio de la fuerza de rozamiento. Según Ian Hutchings [1], profesor de la universidad de Cambridge, que reconstruyó los trabajos de da Vinci relacionados con el rozamiento, éste elaboró sus primeras notas en 1493 y propuso leyes que gobernaban el movimiento de un bloque rectangular deslizando sobre una superficie. Sin embargo, sus estudios pasaron desapercibidos.

En 1699 Guillaume Amontons estudia el deslizamiento entre dos superficies y llega a varias conclusiones [2]:

- La fuerza de rozamiento es proporcional a la reacción normal, que se localiza en la superficie de contacto, y se opone al movimiento relativo entre los dos planos.
- El módulo de la fuerza de rozamiento es independiente del área de contacto.

Coulomb (1785) complementa estas afirmaciones añadiendo una conclusión más:

- La fuerza de rozamiento dinámica es independiente de la velocidad relativa.

A partir de estas afirmaciones Coulomb desarrolló su modelo de rozamiento seco, que es complementado por Morin (1833), añadiendo el concepto de fuerza de fricción estática. Reynolds (1866) completó lo anterior, a través de la ecuación de flujo de fluido viscoso.

Posteriormente, Stribeck (1902) [3] llevo a cabo investigaciones sobre la fricción en los rodamientos en función de la velocidad con las superficies lubricadas, mediante experimentos a velocidad constante [4]. Observó que, para velocidades de deslizamiento pequeñas, conforme mayor sea esta velocidad, menor será la fuerza de fricción, hasta que se alcanza un mínimo. Este fenómeno se denomina efecto de Stribeck. Dentro de la industria, este mínimo resulta muy interesante, ya que permite mejorar el rendimiento de cualquier máquina en la que se pueda elegir la velocidad de deslizamiento de las superficies implicadas y el rozamiento sea indeseado. Stribeck (1902) elaboró una curva en la que se observaba que la fricción en los rodamientos comenzaba con valores elevados a bajas velocidades, después disminuía hasta un valor mínimo al aumentar la velocidad, y, por último, volvía a aumentar al incrementar la velocidad. Esto se denominará la curva de Stribeck [5].

En esta curva de Stribeck se identifican cuatro zonas o regímenes de lubricación:

- I. Fricción estática. En este régimen no se produce deslizamiento.
- II. Lubricación límite. La película de lubricante que hay entre las dos superficies en contacto es mínima, por lo que las asperezas de ambas superficies entran en contacto como si de rozamiento seco se tratase.
- III. Lubricación mixta. En esta zona el lubricante comienza a separar las superficies, de forma que aún quedan algunos contactos entre asperezas. En este régimen, comienza a disminuir la fricción al aumentar la velocidad, y al final del mismo se produce el mínimo anteriormente comentado.
- IV. Lubricación hidrodinámica o elastohidrodinámica. Las superficies se separan completamente y se crea

una película de lubricante uniforme, de forma que entra en juego la fuerza de fricción viscosa. Estos regímenes se representan en la siguiente figura, que representa la curva de Stribeck:

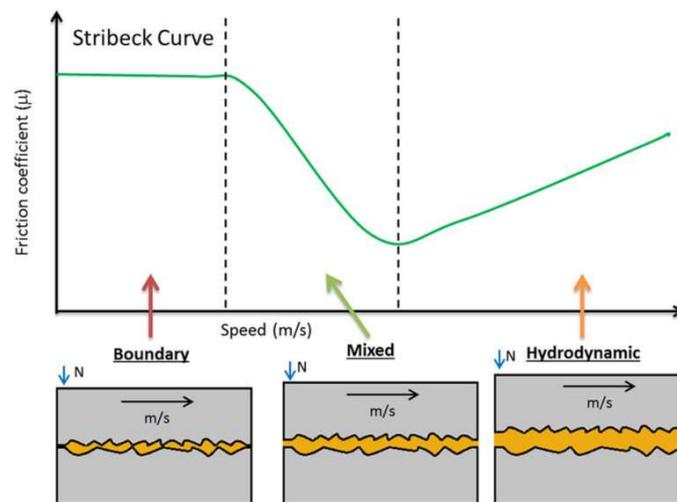


Figura 1.1. Curva de Stribeck. Extraída de [6].

Efectivamente, se observa el mínimo descubierto por Stribeck (1902) al final del régimen de lubricación mixta.

Posteriormente se plantearon distintos modelos que combinan la fricción de Coulomb, la fricción viscosa y el efecto de Stribeck, que se produce a bajas velocidades en la fricción lubricada. En la siguiente figura se muestran distintos modelos de fricción que combinan los tres factores anteriormente comentados.

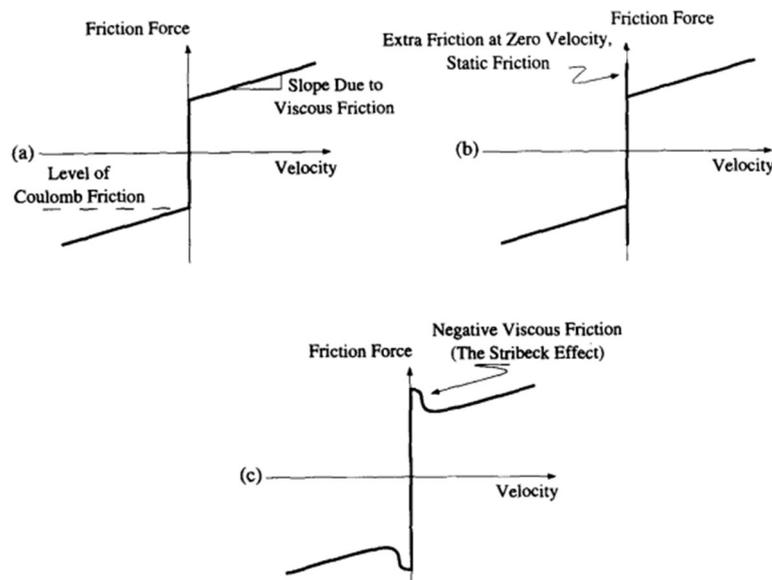


Figura 1.2. Modelos de fricción: (a) Fricción de Coulomb y viscosa; (b) Fricción estática, de Coulomb y viscosa; (c) Fricción de Coulomb y viscosa y efecto de Stribeck. Extraída de [7].

Por otro lado, en el modelo de Coulomb, no se tiene en cuenta el efecto Dahl, que explica el hecho de que durante el régimen de fricción estática se producen pequeños desplazamientos. Dahl (1968) [8] propone un modelo dinámico que describe dicho fenómeno basándose en el comportamiento de un muelle, aunque sin incorporar el efecto de Stribeck.

Armstrong-Hélouvry et al. (1994) [7] recopilan información relacionada con la fricción, de más de doscientos

ochenta artículos, y plantean herramientas analíticas para el control de las máquinas que trabajan con la fuerza de rozamiento. Todo ello enfocado desde el ámbito de la tribología, por lo que se incorpora la lubricación como un factor importante. Destacan la importancia de la topografía del contacto entre las superficies que sufren la fricción. Las superficies nunca son lisas en realidad, sino que presentan asperezas. El área de contacto real, es decir, el área total en la que coinciden los dos sólidos, es mucho menor que el área de contacto aparente, lo cual fue descubierto por Bowden y Tabor (1939) [9]. Esto se debe a que realmente el contacto ocurre en los puntos donde coinciden las asperezas de ambas superficies. El área de contacto (A) está relacionada con el peso (W) mediante la siguiente expresión: $A = W/3Y$, donde Y es el límite elástico del material implicado [7]. Según estas conclusiones resultantes del estudio de la topografía del contacto, la segunda conclusión de Amontons, antes comentada, queda matizada debido a que la fuerza de fricción no depende del área aparente de contacto, pero si es dependiente del área de contacto real. Es por ello que dos superficies perfectamente lisas sufrirán mayor fricción que dos superficies que presenten rugosidad superficial, ya que el área de contacto real será mayor cuantas menos imperfecciones haya en las superficies. Esto resulta llamativo, ya que choca con el pensamiento popular de que a mayor rugosidad mayor fricción. Años antes, Archard (1957) [10] estudió la influencia de la rugosidad dentro de la tribología, y fue el primero en demostrar que la fuerza de fricción era proporcional al área de contacto real, aunque la relación que estableció entre el área de contacto real y el peso ($A = 2W/3$) fue corregida, quedando la expresión propuesta en [7], que se ha mostrado anteriormente.

También en [7] se presentan variaciones de la curva de Stribeck en función del grado de lubricación presente en las superficies que están en contacto, lo cual se observa en la siguiente figura.

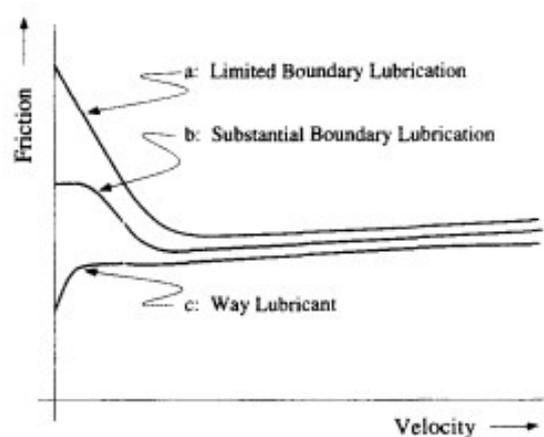


Figura 1.3. Variaciones de la curva de Stribeck en función del grado de lubricación. Extraída de [7].

La curva (b) es la misma que se presenta en la figura 1.1, o sea la curva de Stribeck clásica. Luego, la (c) es para el caso de un tipo concreto de lubricante utilizado en las guías de diversas máquinas. Por último, la curva (a) se refiere al caso en el que los lubricantes empleados proporcionan poca o ninguna lubricación durante el deslizamiento. La evolución de esta última curva se asemeja al caso de la fricción seca, aunque el tramo final debería ser aproximadamente horizontal, ya que, en el caso de contacto seco, no entraría en juego la fricción viscosa.

Canudas de Wit et al. (1995) [11] plantean un modelo de fricción dinámica unidimensional, que se denominará modelo de LuGre, y, que incluye el efecto de Stribeck además del comportamiento stick-slip. Aunque, se comprendía cualitativamente el fenómeno del rozamiento, el objetivo era analizarlo de forma cuantitativa. Por ello, en este modelo se utiliza la dinámica de cerdas, propuesta por Haessig y Friedland (1990) [12], que consiste en que dos superficies hacen contacto a través de numerosas cerdas, que a su vez actúan como resortes que se oponen al deslizamiento cuando se aplica una fuerza tangencial, de esta forma se modela la adherencia entre ambas superficies. Cuando dicha fuerza aplicada supere un cierto valor, denominado fuerza de ruptura, las cerdas se flexionarán y permitirán el deslizamiento. El comportamiento de las cerdas será aleatorio, debido a las numerosas y variadas irregularidades que presenta cualquier superficie.

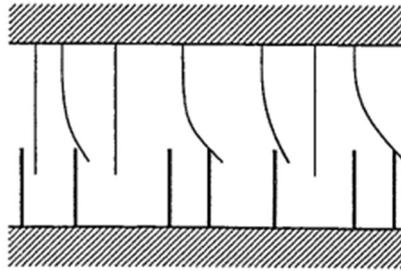


Figura 1.4. Representación de las cerdas en la zona de contacto entre dos cuerpos.
Extraída de [11].

El modelo planteado en [11] utiliza un sistema de ecuaciones diferenciales en las que hay que definir seis parámetros. Dichas ecuaciones reflejan los siguientes comportamientos:

- Desplazamiento durante el régimen de fricción estática. Siempre que la fuerza aplicada sea menor que la fuerza de ruptura las cerdas actuarán como un resorte, permitiendo pequeños desplazamientos, limitados por la rigidez de las asperezas. Como se ha comentado anteriormente, Dahl (1968) [8] fue el primero en modelar este fenómeno, por lo que se conoce como el efecto Dahl.
- Histéresis entre la fricción y la velocidad. Hess y Soom (1990) [13] demostraron dicha histéresis de forma experimental para el caso de superficies lubricadas. Para velocidades decrecientes la fuerza de fricción es menor que para velocidades crecientes. Se simula este experimento en [11] siendo la entrada al modelo la velocidad que va cambiando de forma sinusoidal, y se observa que el ancho del bucle de histéresis aumenta con la frecuencia de dicha señal sinusoidal.

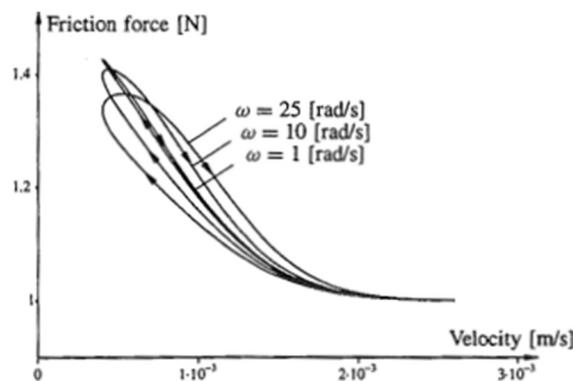


Figura 1.5. Ciclo de histéresis en la fuerza de fricción en función de la velocidad.
Extraída de [11].

- Influencia de la tasa de aumento de la fuerza aplicada en la fuerza de ruptura. De forma experimental se comprueba que la fuerza de ruptura disminuye conforme la tasa de aumento de la fuerza aplicada es mayor, esto es, cuanto más rápido se aplica la fuerza menor será la fuerza de ruptura. Esta última se define cuando comienza el deslizamiento, no cuando se producen pequeños desplazamientos en el régimen de fricción estática.
- Fenómeno stick-slip, que se debe a que la fuerza de fricción estática es mayor que la fuerza de fricción dinámica. En las máquinas que trabajan con fuerza de rozamiento suele estar presente este fenómeno, que es fácilmente observable mediante un experimento que consiste en una masa unida a un muelle horizontal, que está apoyada sobre un plano móvil también horizontal. En primer lugar, la fuerza de rozamiento estático hace que la masa permanezca adherida al plano, y posteriormente, cuando la fuerza ejercida por el muelle supera dicha fuerza de rozamiento estático, la masa comienza a deslizar, hasta que vuelve al estado inicial. Dichas fases se repiten de forma cíclica.

Finalmente, todos estos fenómenos pueden ser unificados en una ecuación diferencial no lineal de primer orden.

Lo que permite su fácil simulación para sistemas con fricción [11].

Los modelos comentados recogen distintos fenómenos observados experimentalmente. Estos experimentos se enfocan desde el ámbito de la tribología, por lo que la lubricación está implicada en gran cantidad de ellos. Sin embargo, la mayoría de estos fenómenos también se producen cuando el rozamiento es seco.

Wojewoda et al. (2007) [14] discuten los distintos fenómenos que observan de manera experimental durante la fricción seca, además de proponer un nuevo modelo de fricción, desarrollado en base a los resultados experimentales que obtienen. Dentro de estos fenómenos destaca el efecto de Stribeck, que como se ha comentado previamente, se refiere a la caída de la fuerza de fricción a bajas velocidades relativas. Este hecho también se produce en fricción seca, aunque anteriormente se ha asociado a superficies lubricadas. También comprobó la histéresis entre la fricción y la velocidad para superficies secas, además de la influencia de la tasa de aumento de la fuerza aplicada, y del tiempo de permanencia, en la fuerza de ruptura. Este último se refiere al tiempo que permanecen las dos superficies, implicadas en la fricción, en contacto a velocidad nula, es decir, antes de iniciar el movimiento, de forma que cuanto mayor sea el tiempo de permanencia mayor será la fuerza de ruptura.

Entonces, el modelo propuesto en [14], que recoge todos los fenómenos expuestos en el apartado anterior, se simula y se compara con los resultados experimentales. Se comprueba así que el modelo de fricción seca propuesto es válido para la situación de deslizamiento, siendo menos realista en la transición de rozamiento estático a dinámico.

En definitiva, el rozamiento es un fenómeno enormemente complejo, por ello se plantean numerosos modelos matemáticos que intentan recoger de la forma más fielmente posible todos los comportamientos que se observan experimentalmente. De los aquí expuestos, el modelo de LuGre es el más sofisticado, y, a la vez el más usado en la literatura. Aunque, posteriormente se plantearon algunos modelos con intención de reflejar mejor las observaciones experimentales, pero resultaron excesivamente complejos, como por ejemplo el modelo de Swevers et al. (2000) [15], que se centra en el modelado del régimen de predeslizamiento. Por ello, el modelo de LuGre sigue siendo el más utilizado. Sin embargo, el modelo de LuGre presenta problemas a bajas velocidades, debido a una constante de tiempo que definida para la dinámica de estado de las cerdas. Por ello, Gonthier et al. (2004) [16] plantean un nuevo modelo de fricción tangencial de siete parámetros que si funciona bien a bajas velocidades. Es útil en simulaciones en tiempo real, debido a que las ecuaciones diferenciales ordinarias que componen el modelo son simples, por lo que resulta adecuado para implementarse en aplicaciones robóticas, por ejemplo. Además, comprobaron mediante observaciones experimentales que el modelo funcionaba correctamente.

Todos los fenómenos mencionados en este apartado, producidos durante la etapa de deslizamiento, podrían ser estudiados en la máquina de rozamiento en el futuro. Sin embargo, este proyecto se centra en la puesta a punto de la máquina, y en la realización de una serie de ensayos en seco, sin llegar a entrar en profundidad en la observación de ninguno de estos fenómenos.

1.3 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es la puesta a punto de la máquina para la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies, de forma que se puedan llevar a cabo ensayos en los que se mida la fuerza de rozamiento, entre dos materiales a elegir, de manera exitosa. En otras palabras, se busca optimizar la obtención de resultados, para que éstos se puedan tratar, y permitan el estudio de la fuerza de rozamiento.

Por otro lado, una vez llevada a cabo la puesta a punto, se estudiará de forma experimental la relación entre la fuerza de rozamiento y la velocidad de deslizamiento en seco. Si bien, el objetivo último de la máquina es la observación experimental de los distintos fenómenos comentados en el apartado anterior, de forma que se estudie en detalle la fuerza de fricción durante el deslizamiento.

En definitiva, los objetivos de este proyecto son la puesta a punto de la máquina, la realización de ensayos para la obtención de mediciones de fuerza de rozamiento, y, por último, la determinación experimental de curvas que enfrentan fuerza de fricción y velocidad de deslizamiento en condiciones de rozamiento seco, para comprobar si se capta la influencia de ésta última en la fuerza de rozamiento.

2 DESCRIPCIÓN-METODOLOGÍA

Este capítulo se divide en tres apartados, dentro de los cuales se describen los elementos que conforman la máquina utilizada en los ensayos, así como el funcionamiento del conjunto. De forma que se facilite la comprensión de la actividad que va a realizar la máquina. Además, se exponen los distintos pasos llevados a cabo con el fin de poner a punto la máquina para que se pudiesen realizar ensayos satisfactorios.

2.1 Descripción de la máquina

La máquina utilizada en este trabajo, que se denomina “*Máquina para la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies*”, ha sido fabricada por DISEÑO Y AUTOMATIZACIÓN NINGENIA S.L. El propósito fundamental de dicha máquina es la medición de la fuerza de rozamiento entre dos superficies, de forma que permita el análisis del coeficiente de rozamiento y su comportamiento en relación a la velocidad de deslizamiento entre las superficies. En la siguiente figura se observa una vista general de dicha máquina.



Figura 2.1. Vista completa de la máquina.

Está compuesta por los siguientes elementos:

1. Plataforma metálica, que a su vez se divide en una placa y en un armazón. La placa se encuentra unida al armazón mediante ocho uniones atornilladas, de forma que ambas se mueven como sólido rígido. El armazón puede moverse de manera unidireccional y horizontal, gracias a cuatro ruedas, que se observan de color blanco en la figura anterior, unidas al armazón mediante cuatro ejes independientes y rígidos. Estas ruedas se desplazan a través de dos raíles paralelos y horizontales, cuya sección en ‘U’ obliga a las ruedas a permanecer siempre dentro del raíl, sin posibilidad de que se salgan.
2. Cilindro de doble efecto. El pistón se encuentra unido de forma articulada a la plataforma, en concreto al armazón, y la camisa se encuentra sujeta a la bancada mediante unas mordazas. Gracias a la acción de un motor hidráulico, y de una bomba, se inyecta aceite en una de las dos cámaras del cilindro.

Dependiendo de la cámara en la que se introduce el aceite, el cilindro se extiende, o se recoge, siempre de manera suave y continua. Todos los movimientos del pistón estarán controlados por el software específico proporcionado por el fabricante, especialmente la recogida, que es cuando se realiza la toma de datos durante un ensayo.



Figura 2.2. Cilindro de doble efecto con el pistón recogido.

3. Finales de carrera. Se utilizan típicamente para limitar el desplazamiento de una pieza cualquiera dentro de una máquina, ya que están colocados en una zona en la que se desea que finalice el movimiento de dicha pieza, y se accionan cuando ésta entra en contacto con ellos. En este caso, se emplean para delimitar el movimiento de la plataforma, de forma que cuando se accionan, el movimiento queda interrumpido. Uno es para limitar la extensión del cilindro y el otro es para la recogida.



Figura 2.3. Final de carrera.

4. Caja, se denomina así al soporte metálico, en cuya superficie inferior se adhieren los distintos materiales que deslizarán sobre la plataforma. Esta se compone a su vez de una parte inferior en la que se fijan dichos materiales, y de una parte superior, que se divide a su vez en dos partes idénticas. Ambas se unen mediante tornillos a la inferior, y, en cada una de ellas, se observa un orificio cuya función es permitir el paso de un tornillo que ejerce de unión entre la caja y la célula de carga, elemento que se explica a continuación.



Figura 2.4. Caja.

5. Célula de carga. Es un instrumento que se utiliza para realizar medidas de fuerza, gracias a que transforma la fuerza que sufre en una señal eléctrica cuantificable. En este caso, se trata de una célula de carga de tracción. Es un elemento fundamental en la máquina, ya que es el encargado de medir la fuerza de rozamiento que se produce entre los distintos materiales. Durante los ensayos que se realizan, la célula trabajará a tracción, y dicha tracción será provocada por la fuerza de rozamiento entre la caja y la plataforma. Se encuentra sujeta mediante uniones articuladas a la parte superior de la caja y a la bancada, que es la estructura rígida que sujeta todos los elementos y que permanece estática.
6. Encoder circular. Es un captador de posición, que transforma el movimiento en una magnitud eléctrica. El de la máquina concretamente, consiste en un elemento circular que rueda sin deslizar sobre la plataforma y mediante impulsos eléctricos cuantifica la velocidad a la que se está moviendo dicha plataforma.

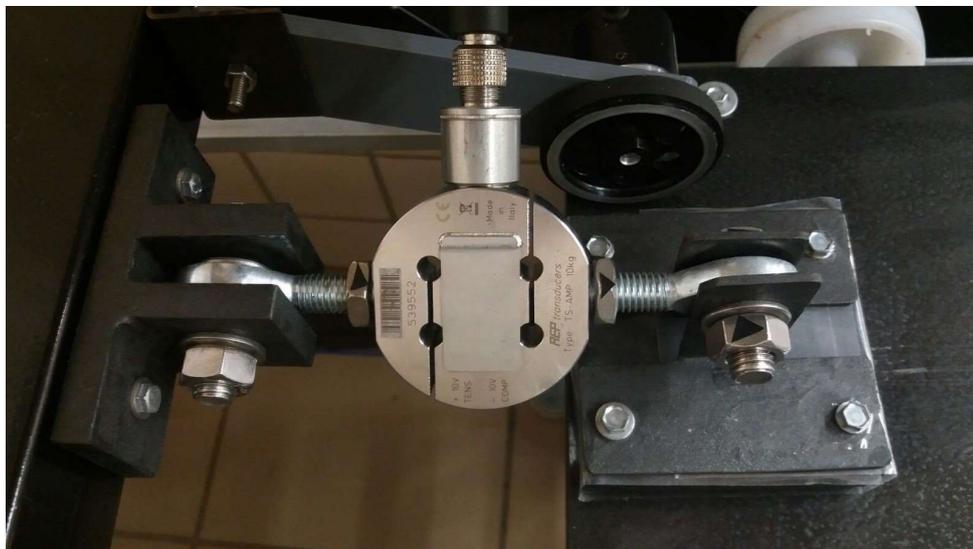


Figura 2.5. Célula de carga y encoder.

En la figura anterior se observa la célula de carga unida mediante tornillos a la caja y la bancada rígida. Y en segundo plano se encuentra el encoder circular, de color negro.

7. Cuadro eléctrico, tanto la célula de carga como el motor hidráulico se encuentran conectadas a dicho cuadro. En él solo se encuentran botones de encendido, apagado y parada de emergencia. Aunque irá conectado mediante un cable Ethernet a un ordenador con el que se controlaran los ensayos, además de a la corriente.

Esta máquina permite la colocación de distintos materiales, tanto en la plataforma como en la caja, de forma que se pueda medir la fuerza de rozamiento entre ellos.

Todos los elementos de la máquina se encuentran sujetos a la bancada, que ejerce de soporte. Está formada por tres estructuras iguales unidas entre sí de forma rígida. Todas ellas tienen ruedas para facilitar el transporte de la máquina. Están construidas mediante barras metálicas soldadas, con la suficiente rigidez para aguantar el peso de todos los elementos.

Por otro lado, el fabricante proporciona un software específico, con el que se controlarán los ensayos. Dicho software tiene una interfaz de usuario que muestra tanto la fuerza de rozamiento determinada por la célula de carga, en Newton, como la velocidad registrada por el encoder, en metros por segundo, ambas en tiempo real. Estos valores se graban de forma discreta cada 0.3 segundos en las gráficas inferiores, y, así se muestra de forma visual la evolución de las dos variables en función del tiempo. Además, se puede elegir el rango de valores que se desea observar en el eje de ordenadas, para obtener mayor detalle de la evolución temporal de la variable elegida. En la siguiente figura se muestra una captura de la aplicación utilizada para realizar los ensayos.

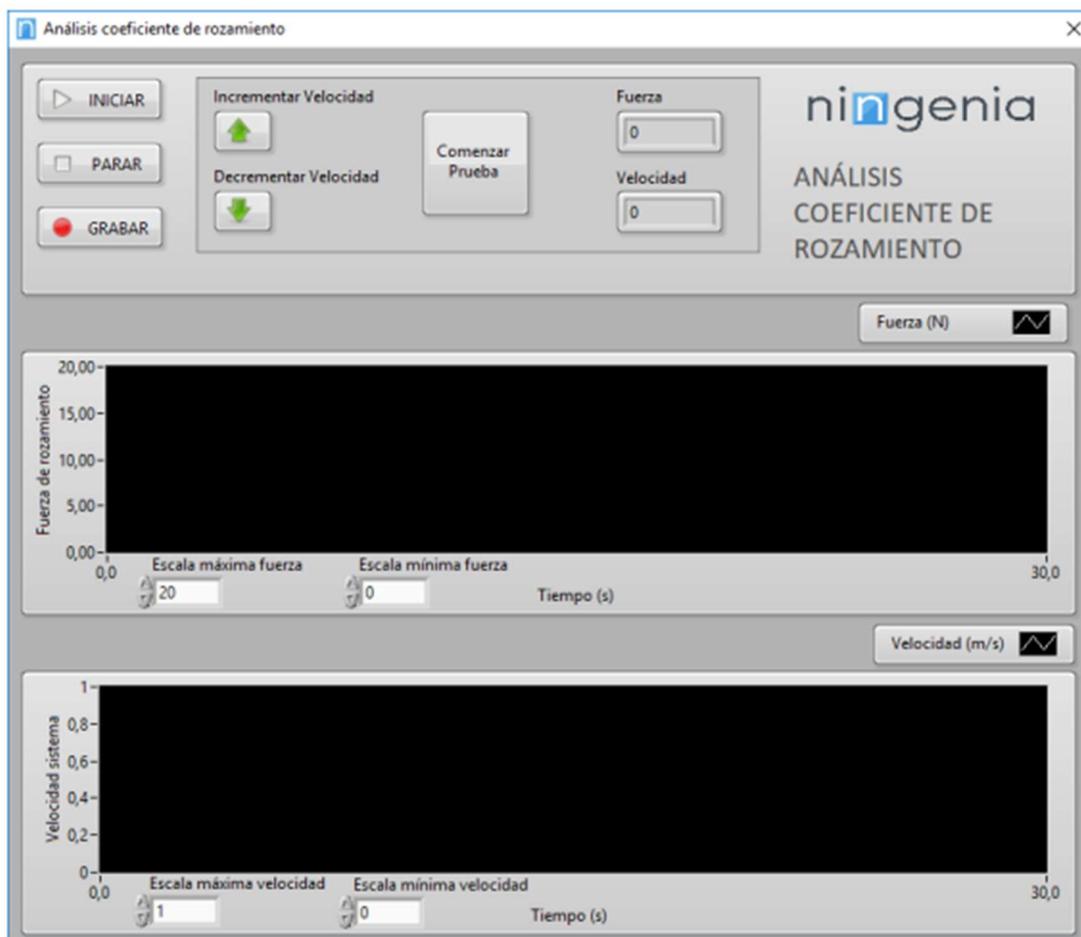


Figura 2.6. Interfaz de usuario del software específico. Extraída del manual de instrucciones de DISEÑO Y AUTOMATIZACIÓN NINGENIA S.L.

El software específico permite grabar los datos tomados durante un ensayo en una hoja de Excel, para que se puedan procesar posteriormente. Además, se observan dos botones en la aplicación, que permiten incrementar o disminuir la velocidad a la que se mueve la plataforma sobre los raíles durante un ensayo. Esto es de gran utilidad a la hora de estudiar la relación entre la velocidad de deslizamiento y la fuerza de rozamiento. En total, el software permite 21 velocidades distintas. La nomenclatura que se utilizará para denominar a estas velocidades en el resto del documento se define en la siguiente tabla.

Tabla 2–1. Nomenclatura de las velocidades de la máquina.

Nombre	Velocidad
v1	0.0065 <i>m/s</i>
v2	0.0075 <i>m/s</i>
v3	0.0080 <i>m/s</i>
v4	0.0085 <i>m/s</i>
v5	0.0090 <i>m/s</i>
v6	0.0095 <i>m/s</i>
v7	0.0105 <i>m/s</i>
v8	0.0115 <i>m/s</i>
v9	0.0120 <i>m/s</i>
v10	0.0130 <i>m/s</i>
v11	0.0135 <i>m/s</i>
vm1	0.0055 <i>m/s</i>
vm2	0.0050 <i>m/s</i>
vm3	0.0045 <i>m/s</i>
vm4	0.0040 <i>m/s</i>
vm5	0.0035 <i>m/s</i>
vm6	0.0025 <i>m/s</i>
vm7	0.0020 <i>m/s</i>
vm8	0.0015 <i>m/s</i>
vm9	0.0010 <i>m/s</i>
vm10	0.0005 <i>m/s</i>

Los ensayos comienzan siempre a la velocidad v1, y a partir de esta velocidad se puede incrementar diez veces, desde v2 hasta v11, y también se puede disminuir la velocidad diez veces, desde vm1 hasta vm10. En definitiva, este software permite trabajar con 21 velocidades, distribuidas de forma aproximadamente uniforme entre 0.0005 *m/s* y 0.0135 *m/s*. Durante un ensayo a velocidad constante la mayor parte del tiempo la velocidad permanece estable, aunque puede haber pequeñas variaciones de velocidad de 0.0005 *m/s* en las medidas realizadas por el encoder, por ejemplo, si se realiza un ensayo a v9 constante, en algún instante concreto la velocidad puede oscilar y alcanzar hasta un valor de 0.0125 *m/s*. Esto indica que la precisión del encoder parece ser ± 0.0005 *m/s*.

Entonces, para el desarrollo de este proyecto se utilizarán tres programas. El primero será la aplicación proporcionada por el fabricante, para controlar los ensayos. Luego, el Excel, para almacenar los datos, y, por último, el Matlab, para tratar estos datos y representarlos. Estos tres programas estarán relacionados entre sí, ya que la aplicación graba los datos en una hoja de Excel automáticamente, y luego en el Matlab, se leen estas hojas para representar los resultados.

2.2 Funcionamiento de la máquina

Antes de iniciar cualquier ensayo, la máquina se encontrará siempre en la misma posición. El cilindro debe estar recogido, para evitar que se ensucie, la zona de la plataforma en la que está el material que se desea estudiar debe estar recubierta, por el mismo motivo, y la caja tiene que estar apoyada en la plataforma, sobre el recubrimiento. A la hora de comenzar a realizar ensayos, hay que quitar dicho recubrimiento, además de enchufar la máquina a la corriente y a un ordenador, en el que se disponga de la aplicación específica.

Para iniciar cualquier ensayo, en la aplicación se elige una carpeta de destino en la que se guardará la hoja de Excel con los datos tomados durante el ensayo, a continuación, se pulsa el botón Comenzar Prueba y aparecerá un mensaje por pantalla solicitando la retirada de la caja, que se apoya en la bancada y una vez se confirma este

paso comienza la extensión del cilindro de doble efecto. Cuando concluya dicha extensión, aparecerá otro mensaje indicando que la caja deberá ser depositada para el inicio del ensayo. Entonces se coloca la caja sobre la plataforma y, al confirmar la colocación, comienza el ensayo. Éste consiste en el desplazamiento de la plataforma sobre los rails, gracias a la recogida del cilindro, de forma que la caja que se encuentra apoyada en la placa, deslice sobre ella durante todo el ensayo. La célula de carga sufrirá una tracción provocada por la fuerza de rozamiento, y, así, permitirá conocer el módulo de esta fuerza de rozamiento existente entre la caja y la placa. Por otro lado, el encoder informará las distintas velocidades a las que se moverá la plataforma durante el ensayo. Cada ensayo tiene una duración limitada por la duración de la recogida del cilindro, que finaliza una vez se accione el final de carrera. Aunque, realmente, se puede finalizar un ensayo en cualquier momento pulsando el botón PARAR. Al concluir un ensayo, en la hoja de Excel se pueden observar los datos recogidos a lo largo de todo el experimento, como se muestra en la siguiente figura.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Tiempo	Velocidad	Fuerza				
2	112,311	0,005	4,196				
3	112,611	0,005	4,087				
4	112,912	0,005	4,091				
5	113,211	0,006	4,102				
6	113,512	0,006	4,087				
7	113,811	0,006	4,073				
8	114,111	0,007	4,073				
9	114,411	0,007	4,073				
10	114,711	0,007	4,073				
11	115,011	0,007	4,073				
12	115,311	0,006	4,073				
13	115,611	0,006	4,073				
14	115,911	0,006	4,073				
15	116,211	0,006	4,073				
16	116,512	0,006	4,073				
17	116,811	0,006	4,051				
18	117,112	0,006	4,044				
19	117,412	0,006	4,051				
20	117,711	0,006	3,979				
21	118,011	0,006	3,957				
22	118,311	0,007	4,051				
23	118,611	0,007	3,95				

Figura 2.7. Datos grabados en Hoja de Excel.

En la primera columna se registran los instantes en los que se toman tanto la velocidad de deslizamiento, que se graba en la segunda columna, como la fuerza de rozamiento, tercera columna. El número de filas dependerá de la duración del ensayo. En el caso de la figura anterior, el primer instante de tiempo es 112.311 s, lo cual se debe a que la máquina inicia su contador de tiempo cuando se arranca, y no cuando comienza cada ensayo. Por lo que, conforme mayor número de ensayos se realicen antes de apagar la máquina, mayores instantes de tiempo se irán registrando en las hojas de Excel. Posteriormente, a la hora de tratar estos datos en Matlab, para cada ensayo se hace cero el primer instante de tiempo.

En la segunda columna se observa que solo se graban tres decimales. O sea que, si la velocidad registrada durante el ensayo presenta cuatro decimales, a la hora de almacenar estos datos en la hoja de Excel, se redondean a tres decimales. En este caso, se realiza el ensayo a velocidad v_1 constante, que es 0.0065 m/s , en cambio, en la segunda columna se observa 0.006 m/s , o bien 0.007 m/s . Además, en las tres primeras filas se observa una velocidad menor, esto se debe a que el cilindro tarda un cierto tiempo en alcanzar la velocidad deseada.

Finalmente, tras realizar todos los ensayos deseados, la máquina se apaga y se desconecta del ordenador y de la corriente. Además, el cilindro debe quedar recogido, la plataforma recubierta y la caja apoyada sobre ella.

2.3 Vuelco

Un cuerpo apoyado sobre un plano horizontal, al sufrir una fuerza también horizontal, lo suficientemente grande, comenzará a desplazarse deslizando sobre dicho plano. Aunque puede tener lugar un fenómeno, denominado vuelco, por el cual, el cuerpo deja de desplazarse y comienza a girar, despegándose del plano horizontal. De forma que la superficie de contacto queda reducida a una arista, suponiendo que fuese rectangular. Este fenómeno es indeseado en la mayoría de los casos de aplicación industrial, ya que puede provocar el fallo de cualquier máquina.

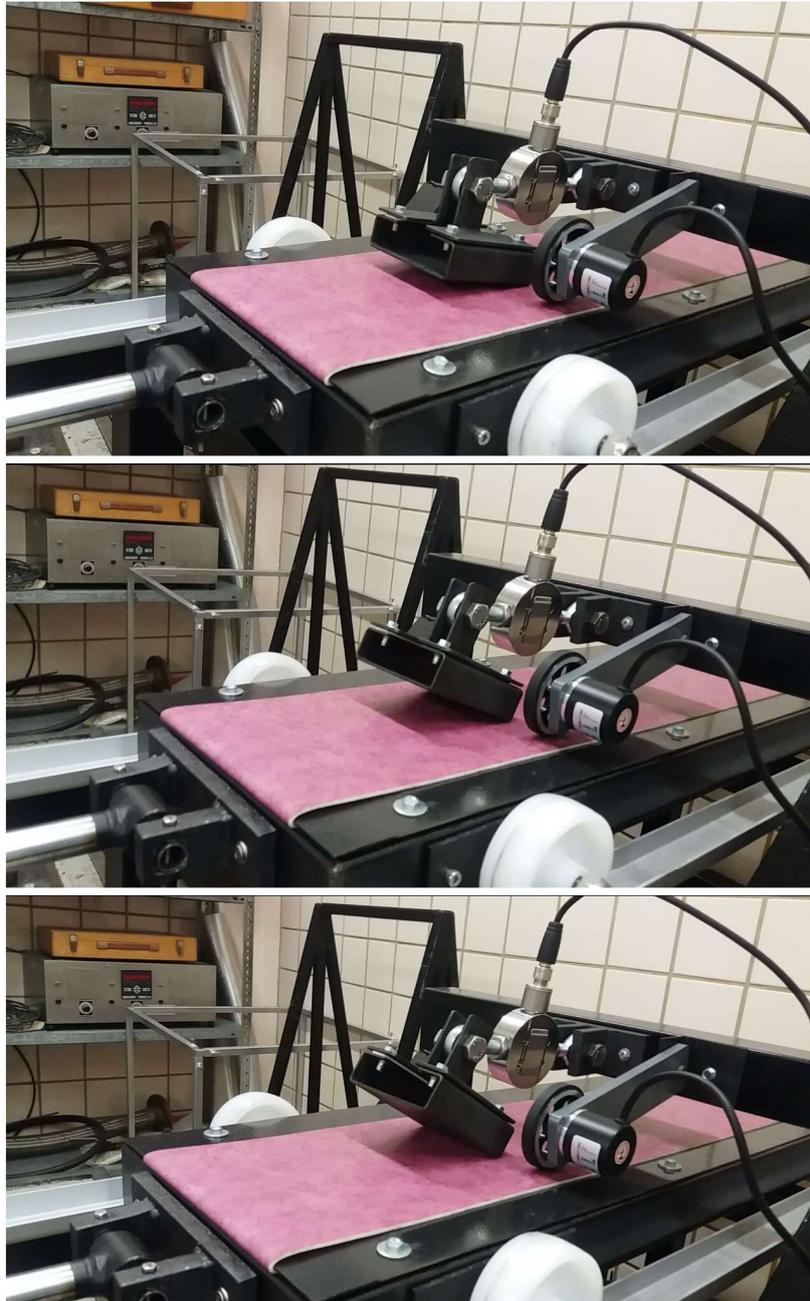


Figura 2.8. Vuelco de la caja.

El vuelco es el principal problema al que se enfrenta la máquina de análisis del rozamiento a la hora de realizar los ensayos, debido a que invalida cualquier experimento, impidiendo así la obtención de resultados aceptables. En la figura anterior se observa la evolución temporal del vuelco de la caja durante un ensayo. Este fenómeno tiene lugar cuando la fuerza de rozamiento alcanza un cierto valor que impide que la caja deslice sobre la plataforma, de forma que acabará volcando. Este valor estará determinado por la geometría de la caja y por su

masa. Para analizar todo esto se propone un modelo matemático con objeto de evitar que se produzca vuelco en los ensayos que se van a realizar.

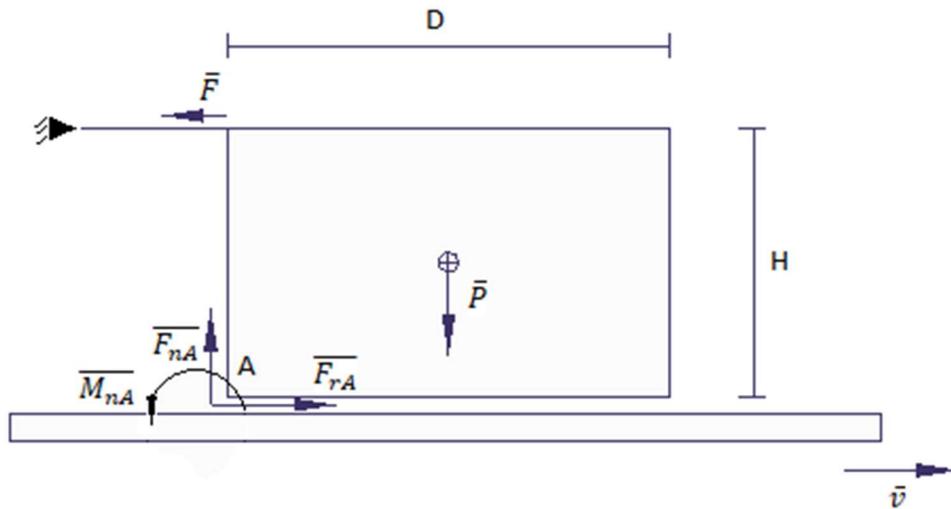


Figura 2.9. Modelo de la máquina de análisis del rozamiento.

En la figura anterior se presenta un modelo que simplifica la geometría de la máquina, pero que permite el estudio del vuelco de forma exhaustiva. Se trata de una sección transversal paralela a la dirección del movimiento. Se observan dos cuerpos de sección rectangular. El primero de ellos, en la parte superior, simula la caja, que se encuentra unida a la bancada mediante una barra articulada en sus extremos, y el cuerpo de la parte inferior es la plataforma. Es importante remarcar que, en este caso, el cuerpo, ósea la caja, no se desplaza, sino que es la plataforma la que se desplaza con una cierta velocidad \bar{v} .

La geometría del modelo queda reducida a los parámetros H y D , que se refieren a la altura de la caja y a la longitud de la zona de contacto entre la caja y la plataforma, que coincide con la longitud de la base de la caja en condiciones normales. La altura H en este modelo también es la altura a la que se une la caja a la bancada. Otro parámetro fundamental es la masa de la caja, ya que está íntimamente relacionada con la fuerza de rozamiento. Esta masa se supone uniformemente distribuida a lo largo de D , de forma que el centro de gravedad será equidistante de los extremos de la caja perpendiculares a la plataforma que se observan en la figura anterior.

Para simplificar el análisis del vuelco, se supone que la velocidad a la que se desplaza la plataforma es constante, de forma que no interviene ninguna fuerza de inercia. Además, posteriormente se observará que la mayor parte de los ensayos se realizarán a velocidad constante.

Conocidos los parámetros que definen el modelo, se definen las fuerzas que van a actuar sobre la caja durante un ensayo cualquiera. En primer lugar, el peso de la caja \bar{P} , cuya resultante se coloca en el centro de gravedad, en dirección vertical. Por otro lado, en la zona de contacto entre la caja y la plataforma aparece un conjunto de fuerzas de reacción, formado por infinitas fuerzas diferenciales, dos por cada punto de contacto, una fuerza normal y una fuerza de rozamiento tangencial. Este conjunto puede quedar simplificado en un punto a elegir, en este caso el punto A , de forma que en dicho punto se apliquen las fuerzas resultantes y los momentos resultantes generados por dichas fuerzas respecto al punto elegido. Entonces, en el punto A se aplica una fuerza normal resultante \bar{F}_{nA} y un momento \bar{M}_{nA} que recoge la acción de las infinitas fuerzas normales diferenciales multiplicadas por su distancia al punto A [17]. Por otro lado, se aplica una fuerza de rozamiento resultante \bar{F}_{rA} , pero no se aplica ningún momento debido a estas fuerzas de rozamiento diferenciales, ya que son paralelas al vector que une los puntos de contacto y el punto A , y, por tanto, no provocarían ningún momento al realizar la simplificación en este punto. Por último, debido a la unión de la caja y la bancada, surge otra fuerza de reacción, que se denomina \bar{F} , que irá en la dirección de la barra de unión y tendrá sentido opuesto a la velocidad \bar{v} , ya que se opone al movimiento. Sin esta fuerza, no habría movimiento relativo entre la caja y la plataforma, por lo que tampoco aparecería ninguna fuerza de rozamiento.

A continuación, se muestran las ecuaciones derivadas del equilibrio de fuerzas:

$$\Sigma F_x = 0; \quad F = F_{rA} \quad (2-1)$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad F_{nA} = P \quad (2-2)$$

$$\Sigma M_A = 0; \quad M_{nA} + F \cdot H - P \cdot \frac{D}{2} = 0 \quad (2-3)$$

Siguiendo la definición de $\overline{M_{nA}}$ realizada anteriormente, se observa que debe ser positivo en condiciones normales, debido a que las fuerzas normales diferenciales tienen sentido positivo, y el punto A se encuentra a la izquierda de los puntos donde se aplican estas. Por ello, se utiliza esta magnitud para establecer la condición de vuelco, es decir, la caja volcará cuando $\overline{M_{nA}}$ sea nulo o menor que cero. De forma que para que no se produzca vuelco, este momento debe ser siempre positivo. Entonces, despejándolo de la tercera ecuación antes definida se obtiene:

$$P \cdot \frac{D}{2} - F \cdot H = M_{nA} \geq 0 \quad (2-4)$$

Introduciendo en esta última ecuación la expresión (2-1), despejando F_{rA} y sabiendo que $P = m \cdot g$, se llega a la condición que debe cumplirse para que no se produzca vuelco [17]:

$$F_{rA} \leq \frac{D \cdot m \cdot g}{2 \cdot H} \quad (2-5)$$

Es decir, la fuerza de rozamiento resultante, debe ser menor que un cierto valor, que se denominará umbral de vuelco, el cual está definido por una serie de parámetros geométricos y aparentemente depende de la masa de la caja. Se comprueba, que el vuelco es independiente de la masa, al introducir la definición de fuerza de rozamiento $F_{rA} = \mu \cdot m \cdot g$ en la ecuación anterior:

$$\mu \cdot m \cdot g \leq \frac{D \cdot m \cdot g}{2 \cdot H}$$

Quedando el umbral de vuelco definido como:

$$\mu = \frac{D}{2 \cdot H} \quad (2-6)$$

Se demuestra así que el vuelco es independiente de la masa, pues al aumentar dicho valor, aumenta el peso, pero también aumenta en la misma medida la fuerza de rozamiento. Los únicos parámetros de los que dependería el vuelco serían la longitud de la zona de contacto (D) y la altura del punto de aplicación de la fuerza de reacción, es decir, el punto de unión de la caja y la barra que la une con la bancada (H).

Una forma alternativa de plantear la condición necesaria para que no haya vuelco es que el bloque volcará si el momento producido por F , es decir F_{rA} , es mayor que el momento producido por el peso. De igual forma se llegaría a la misma expresión para el umbral de vuelco.

Para el caso concreto de la máquina de rozamiento se utiliza un pie de rey universal para la medición de los parámetros geométricos necesarios en la definición del umbral de vuelco:

- Longitud de la zona de contacto: $D = 90.3 \text{ mm}$
- Altura del punto de unión de la caja y la barra: $H = 57.3 \text{ mm}$

De esta forma queda definido el umbral de vuelco para el caso concreto de la máquina de rozamiento: $\mu = 0.76$.

No es posible realizar ensayos en los que el coeficiente de fricción entre los materiales colocados sea superior a este valor.

Una forma más intuitiva sería establecer el umbral para la fuerza de rozamiento en lugar de establecerse para el coeficiente de fricción. Para ello es necesario medir la masa m del modelo para lo que se utiliza una báscula. Esta masa no es exclusivamente la masa de la caja, pues la célula de carga se apoya tanto en la caja como en la bancada, y al estar en posición totalmente horizontal, reparte su peso por igual entre la bancada y la caja. Además, hay que tener en cuenta la masa del tornillo que se utiliza para unir la célula de carga y la caja. En definitiva:

- Masa: $m = m_{caja} + m_{tornillo} + m_{célula}/2 = 0.468 + 0.014 + 0.536/2 = 0.75 \text{ Kg}$

A continuación, se vuelve a definir el umbral de vuelco a partir de la expresión (2-5) como: $F_{roz} = 5.791 N$, valor cuya verificación experimental se muestra en el siguiente capítulo. Este umbral es para el caso concreto de la caja utilizada, por ejemplo, si se aumenta la masa de la caja, el umbral aumentaría. Esto se representa en la siguiente figura, en la que se representa la evolución de dicho umbral en función de la masa.

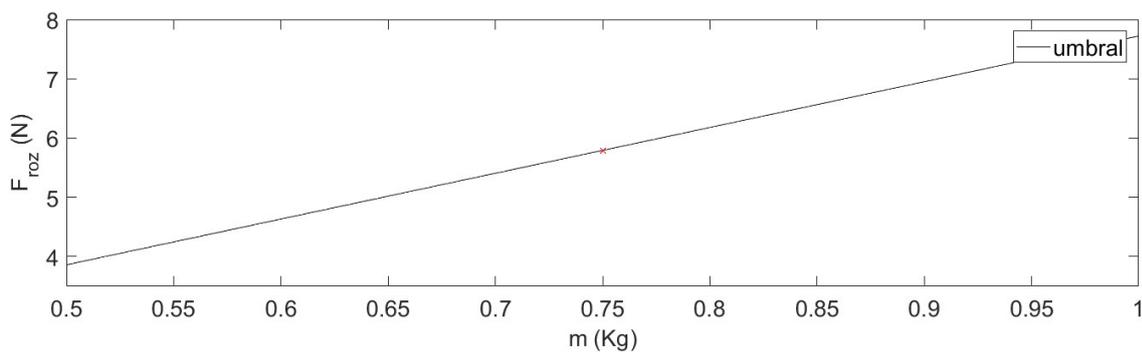


Figura 2.10. Influencia de la masa en el umbral de vuelco.

Aunque el umbral de vuelco sí depende de la masa m , realmente que se produzca el fenómeno del vuelco no depende de la masa, como se demostró anteriormente. También se comprueba experimentalmente, que, si se produce vuelco en un determinado ensayo con unos materiales concretos, al aumentar exclusivamente la masa de la caja, sin alterar ningún otro parámetro, el vuelco sigue teniendo lugar. De esta forma queda verificado que la masa no influye en el fenómeno de vuelco.

Entonces, en la máquina de rozamiento los ensayos quedan limitados a materiales cuyo coeficiente de rozamiento esté por debajo de 0.76. Para aumentar el umbral y poder colocar un rango más amplio de materiales hay que variar la geometría de la caja. Una posibilidad sería disminuir la altura del punto de unión entre la barra y la caja, lo cual implicaría reducir también la altura del punto de unión de la célula de carga y la bancada, debido a que la célula debe estar completamente horizontal para que realice las medidas correctamente. Llevar a cabo esta modificación podría resultar complejo, debido a que la unión con la bancada es fija, y habría que realizar alguna modificación en la estructura de la bancada. Otra opción más viable sería diseñar una nueva caja, cuya longitud de la zona de contacto sea mayor. Si en lugar de aumentar la longitud paralela a la fuerza de rozamiento, se incrementa la otra longitud, perpendicular a la anterior, se favorecería el vuelco, debido a que el umbral permanecería invariable, y la fuerza de rozamiento aumentaría al estar directamente relacionada con el tamaño de la zona de contacto real [9].

En definitiva, a la hora de realizar ensayos en la máquina de rozamiento, el vuelco es un fenómeno indeseado. Por ello, si se desea realizar un ensayo exitoso con unos materiales que provocan vuelco, la opción más sencilla sería cambiar la caja actual por otra con mayor longitud de la zona de contacto.

3 RESULTADOS

En este capítulo se presentan todos los resultados obtenidos de distintos ensayos, separados en tres apartados. En el primero de ellos se exponen los primeros experimentos realizados, necesarios para llevar a cabo la puesta a punto de la máquina, a continuación, se establece un protocolo de ensayo, y, por último, un apartado de resultados finales, donde se observan los datos recogidos para distintos materiales.

3.1 Introducción

Durante un ensayo, se recogen datos de la fuerza de rozamiento, proporcionados por la célula de carga, y datos de la velocidad de deslizamiento, proporcionados por el encoder. Estos datos se almacenan en una hoja de Excel, que posteriormente se importará en Matlab, donde se tratarán dichos datos. En este documento, se presentan dos tipos de gráficas:

- Fuerza de rozamiento en función del tiempo, la cual se obtiene durante un ensayo realizado a velocidad constante. En ella, se representan los datos extraídos de la célula de carga de forma discreta, cada 0.3 segundos, y, además, una interpolación de dichos datos realizada mediante un polinomio de cuarto grado, para observar de forma sencilla su comportamiento.
- Fuerza de rozamiento en función de la velocidad. En este caso, se obtiene a partir de numerosos ensayos a distintas velocidades, pero siempre constantes durante un mismo ensayo. En ella se representan las medidas de fuerza de rozamiento que previamente han sido representadas en el anterior tipo de gráfica, aunque en función de las velocidades a las que se realizan los ensayos.

Esta última es uno de los objetivos principales de la máquina, aunque para obtenerla, primero hay que analizar el primer tipo de gráfica para cada pareja de materiales colocada en la máquina, y, para distintas velocidades de deslizamiento. Concretamente se analizarán cuatro parejas de materiales, y se realizarán ensayos, normalmente, a dieciocho velocidades diferentes, desde v_{m7} hasta v_{l1} .

Se decide realizar los ensayos siempre a velocidad constante, como en los estudios realizados por Stribeck (1902) [3], con el fin observar la relación existente entre la fuerza de fricción y la velocidad, sin que influyan los fenómenos que aparecen cuando la velocidad es variable, como por ejemplo la histéresis entre la fricción y la velocidad [13].

3.2 Resultados previos

En primer lugar, se realizan una serie de ensayos a modo de prueba para comprender de forma práctica el funcionamiento de la máquina, y, de este modo, ir mejorando la realización de los ensayos para que la toma de datos se haga de forma correcta y efectiva. Para comenzar, se fija un material antideslizante en la plataforma, debido a que no se pueden realizar ensayos sin colocar ningún material porque se rallaría, y en la caja no se coloca ningún material. Entonces, entran en contacto el material antideslizante y la superficie inferior de la caja, que es metálica. Se realiza un primer ensayo a velocidad v_1 constante y se representan los resultados en la siguiente figura.

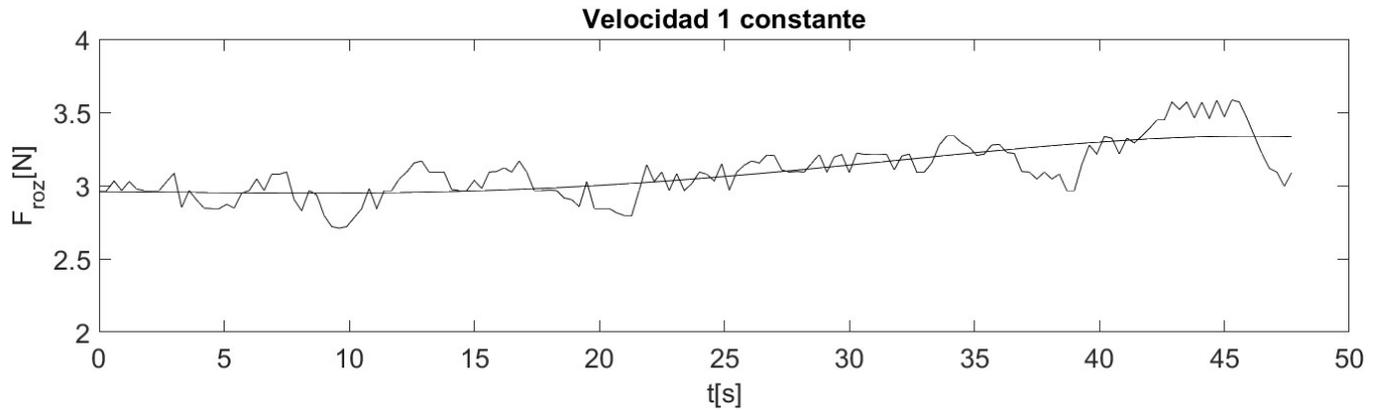


Figura 3.1. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v1.

Se observan dos gráficas continuas, la experimental, que es la que une los datos tomados durante el ensayo de forma discreta y la que tiene mayor cantidad de irregularidades, y la otra, que es la curva de interpolación de estos datos experimentales, realizada mediante un polinomio de cuarto grado.

Se repite el mismo ensayo a la misma velocidad y con los mismos materiales en diez ocasiones, y, se representan los datos obtenidos en la siguiente figura. Aunque en este caso, los resultados experimentales se representan de forma discreta mediante puntos geométricos, sin unirlos mediante una línea continua, para facilitar la visualización de varios ensayos en una misma figura.

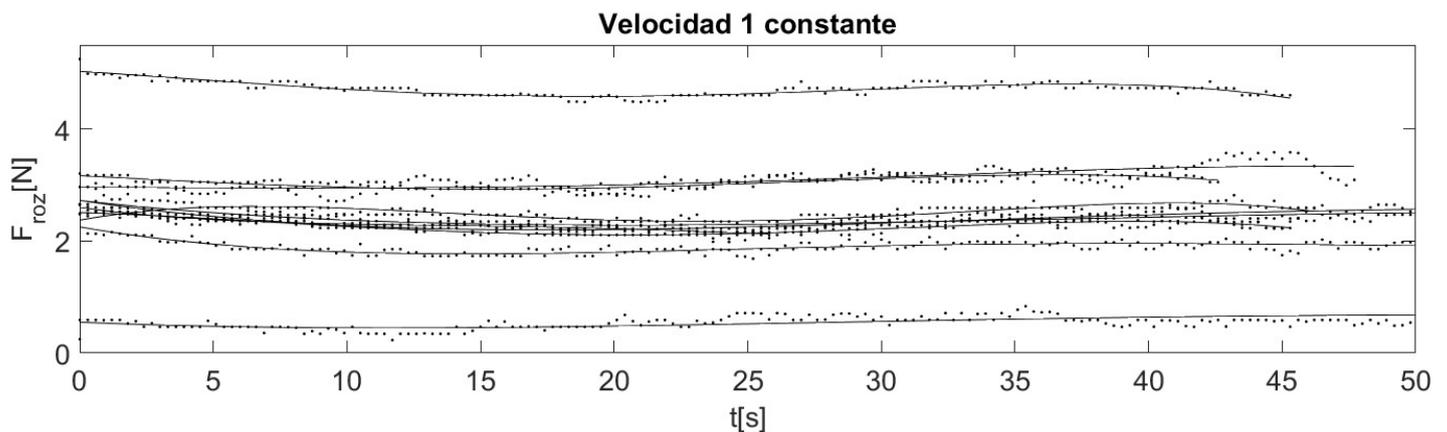


Figura 3.2. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v1.

Al representar diez ensayos en esta figura se ve una importante dispersión de los resultados. Por ejemplo, en un ensayo la fuerza de rozamiento es aproximadamente de 5 N, y, en otro, en torno a 0.5 N. Esto resulta llamativo, ya que se realiza el mismo ensayo utilizando los mismos materiales, sin cambiar nada aparentemente.

Se observó, en la aplicación del ordenador, que antes de comenzar el ensayo la fuerza medida por la célula de carga no siempre es cero, sino que suele ser un cierto valor. Esto se debe a que al colocar la caja sobre la plataforma justo antes de realizar un ensayo, la célula de carga puede estar sometida a una tracción, por lo que no se encontraría totalmente descargada. Además, cuando se inicia un experimento, el software pone a cero la fuerza medida por la célula. Entonces, si antes de iniciar el ensayo, la célula está midiendo un cierto valor, y se inicia el ensayo, el cero se traslada a ese valor inicial. Se comprueba que, si al valor medido durante un ensayo se le añade la fuerza inicial, sí que se consiguen resultados parecidos, aunque dicho valor inicial no se puede grabar en la hoja de Excel, ya que solo se guardan mediciones realizadas durante el movimiento de la plataforma, por lo que no se puede sumar la fuerza inicial a las mediciones grabadas a la hora de tratar los datos. Entonces, conocido el fallo que se estaba cometiendo, se decide poner a cero la célula de carga antes de realizar el ensayo, para que, las mediciones de fuerza sean coherentes al repetir un mismo ensayo.

Poner a cero significa aplicar una fuerza manual en la caja, para que se comprima la célula de carga. Esta fuerza

debe ser suave y horizontal, vigilando que la superficie inferior de la caja permanezca en contacto con la plataforma en todo momento, y, se dejará de ejercer cuando se observe en la aplicación que la célula está midiendo 0 N. La retirada de la fuerza debe ser también suave y sin mover la caja, para que se mantenga el cero.

En la siguiente figura se muestra la fuerza de rozamiento medida durante varios ensayos iguales a los de la figura anterior, pero, en este caso, poniendo a cero la célula justo antes de comenzar los ensayos.

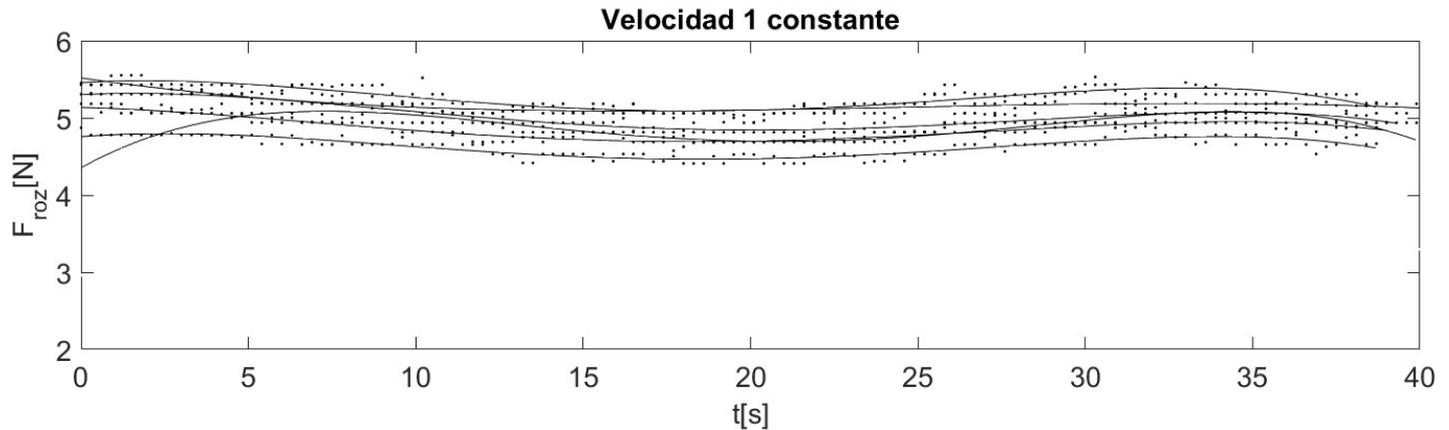


Figura 3.3. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v1.

Se repite seis veces el mismo ensayo con los mismos materiales y se comprueba que, en este caso, los resultados son más coherentes. Por tanto, la puesta en cero de la célula de carga resulta necesaria para la realización de ensayos de modo correcto, ya que favorece la repetibilidad de resultados.

Tras varios ensayos más, comienza a aparecer el fenómeno del vuelco, por lo que los resultados de dichos ensayos en los que surge este fenómeno dejan de ser válidos. El umbral de vuelco calculado analíticamente es de 5.971 N, y durante el ensayo que se muestra en la siguiente figura, se supera dicho umbral.

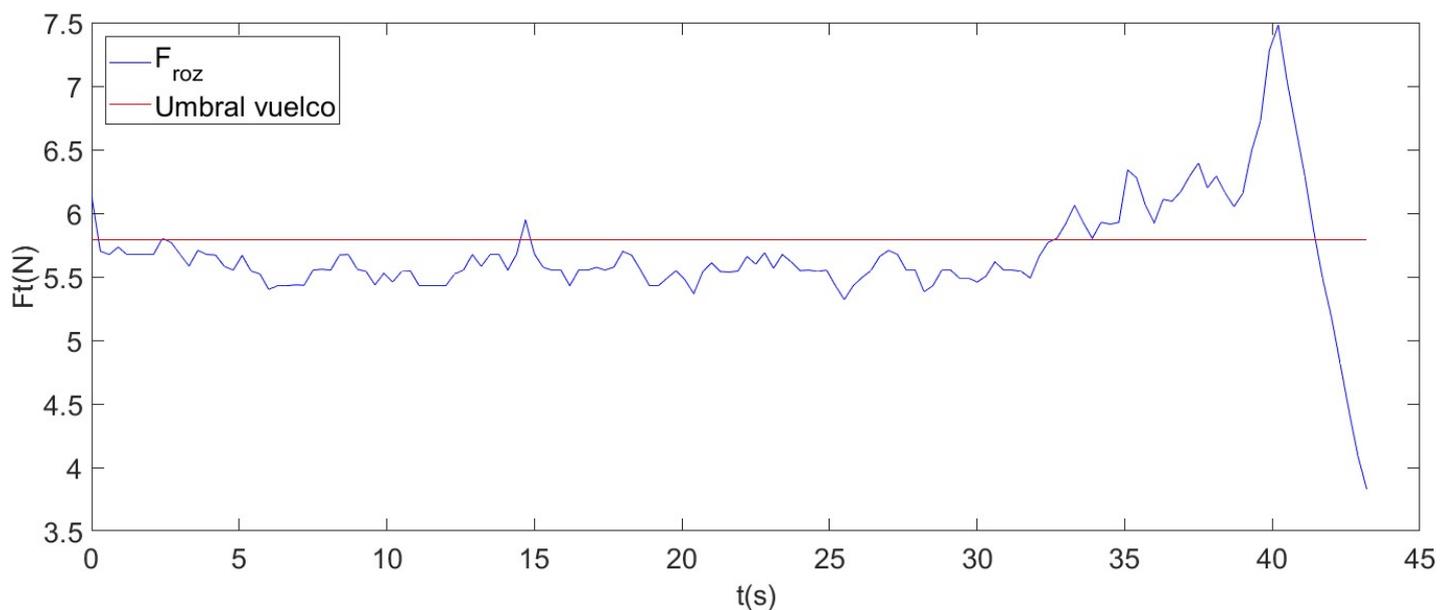


Figura 3.4. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v1 con vuelco.

En color rojo está representado el umbral de vuelco, y en color azul, la fuerza de rozamiento medida durante el ensayo. Se observa que se supera claramente el umbral de vuelco, a partir del segundo 35 aproximadamente. A partir de dicho instante, la célula de carga deja de medir la fuerza de rozamiento, ya que la caja no está deslizando de forma continuada, sino que realiza una serie de botes, que consisten en que inicia el vuelco, pero éste se ve interrumpido a mitad, de forma que la caja vuelve a colocarse en posición horizontal, y, a continuación, se vuelve

a iniciar el vuelco. Finalmente, se produce el vuelco total. De esta manera el umbral calculado analíticamente queda verificado de manera experimental.

Se comprueba, también de forma experimental, que aumentando la masa de la caja no se consigue evitar el vuelco, lo cual ha sido explicado analíticamente en el capítulo anterior. En concreto, se colocaron dos pesas de masa 240 g cada una, apoyadas encima de la caja, lo cual eleva el umbral de vuelco, pero, también aumenta la fuerza de rozamiento, que seguirá estando por encima del umbral, lo cual se observa en la siguiente gráfica.

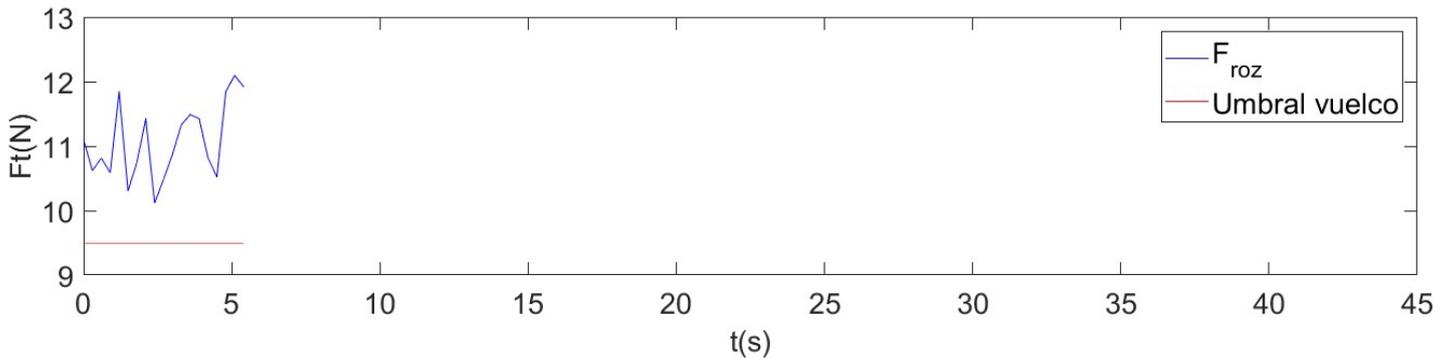


Figura 3.5. Fuerza de rozamiento en función del tiempo a v_1 aumentando la masa y con vuelco.

En este ensayo, desde el inicio se observa el fenómeno de vuelco, aunque en este caso, la caja no vuelca del todo en ningún momento, sino que sufre varios botes, análogos a los anteriormente comentados, que, lógicamente, invalidan las mediciones. Se concluye así que aumentar la masa no es una solución válida.

Entonces, quedan dos opciones, o bien reducir la altura del punto de unión de la célula de carga y de la caja, opción que queda descartada por motivos de diseño de la bancada, o bien, diseñar una nueva caja cuya longitud de la zona de contacto sea mayor. Esta última opción también queda descartada en el desarrollo de este proyecto debido a que implica una labor de diseño y de fabricación que se escapa al alcance de este trabajo. Por tanto, se decide cambiar los materiales con los que se realizan los ensayos, por otros con menor coeficiente de fricción.

En la plataforma se mantiene el material antideslizante, de color rosado, y en la caja se coloca un plástico, transparente. Ambos materiales deben estar bien sujetos a las superficies que recubren, para que no haya deslizamiento entre el material y la superficie a la que cubre. En la siguiente figura se muestra la apariencia de la máquina con los materiales colocados.

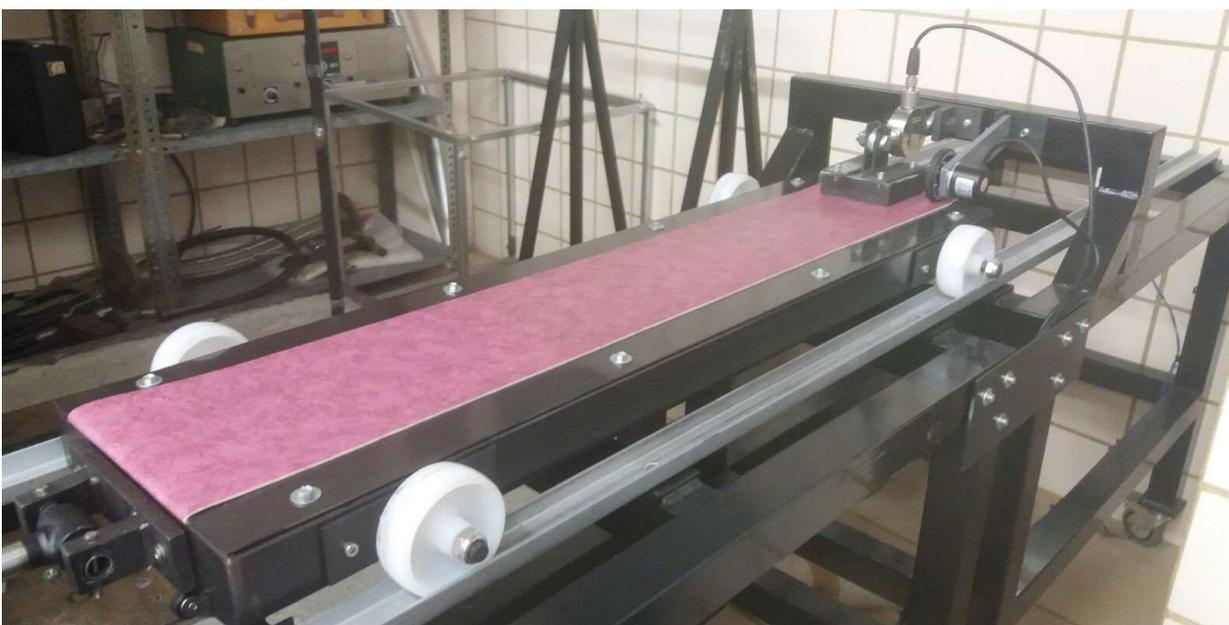
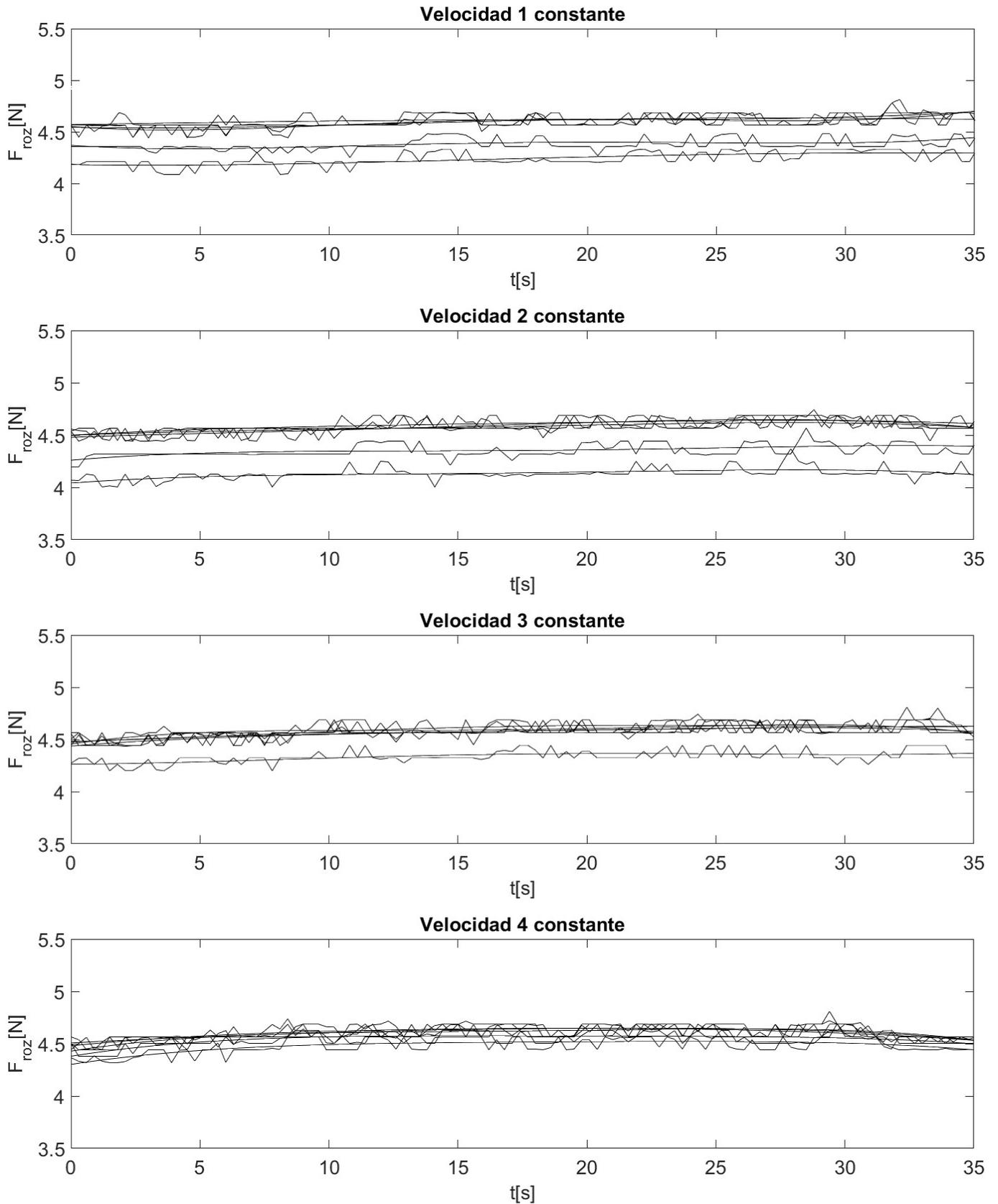
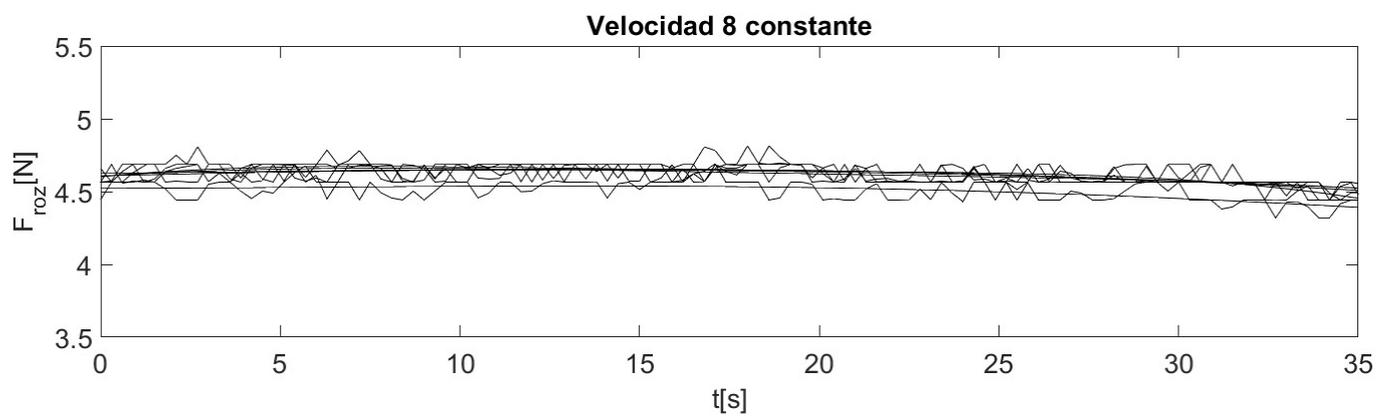
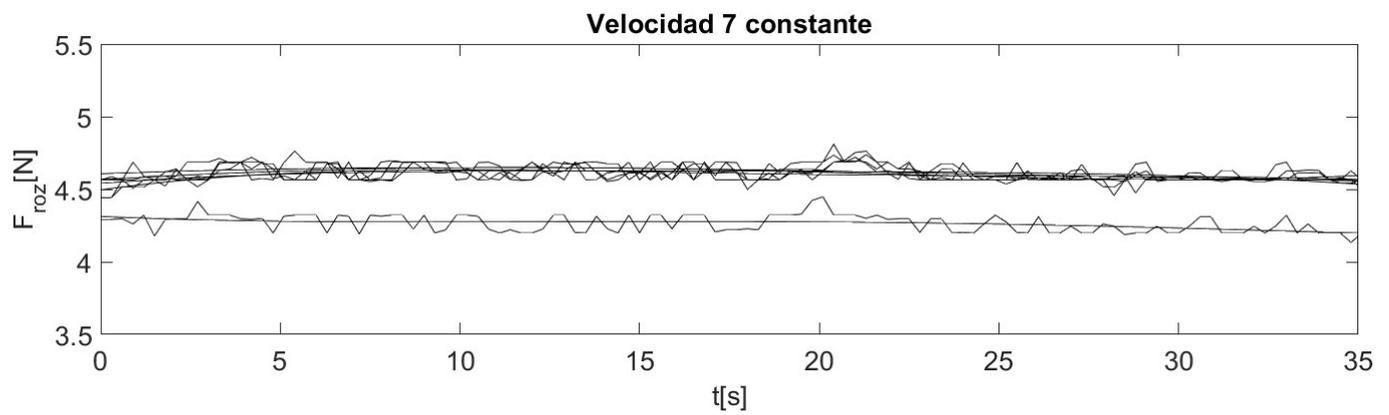
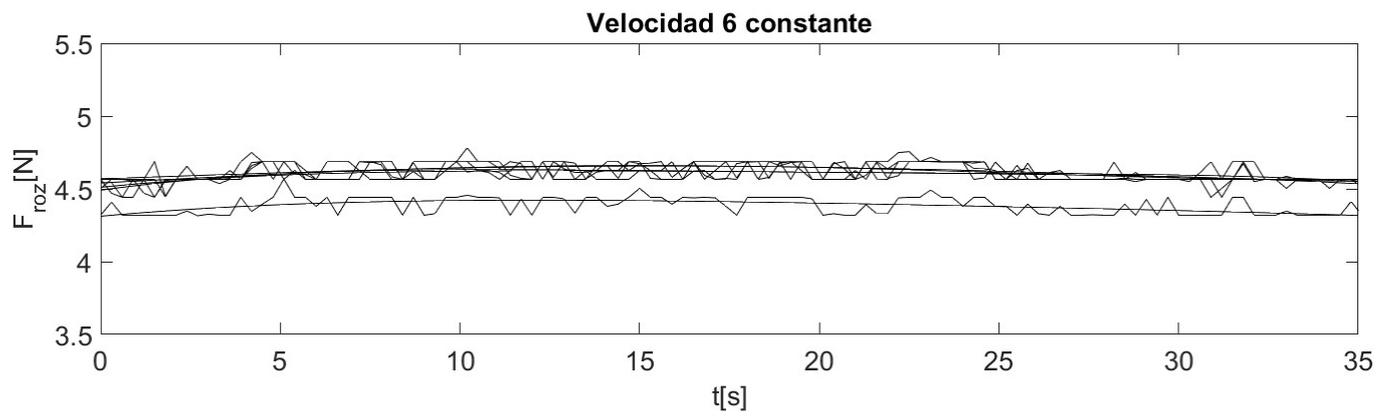
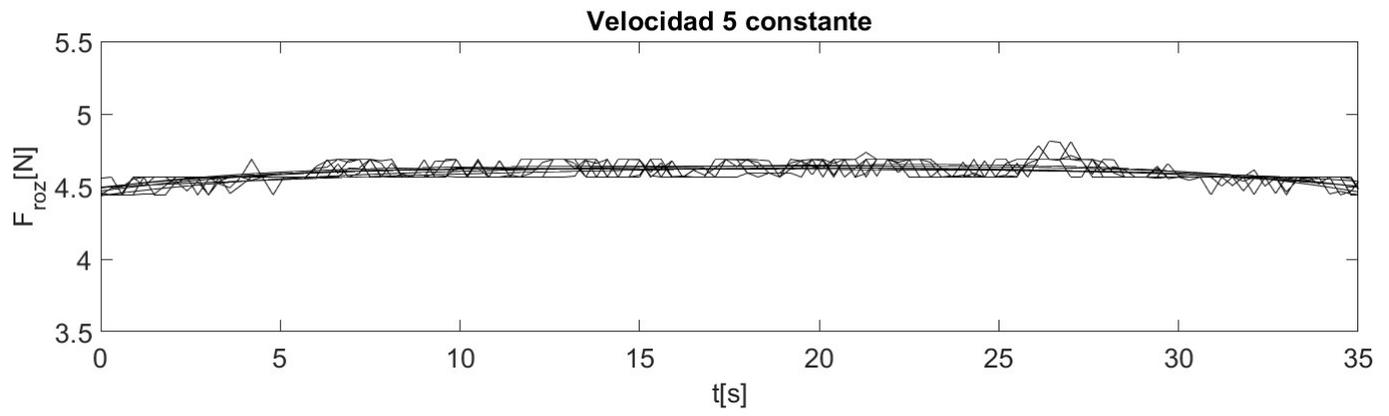


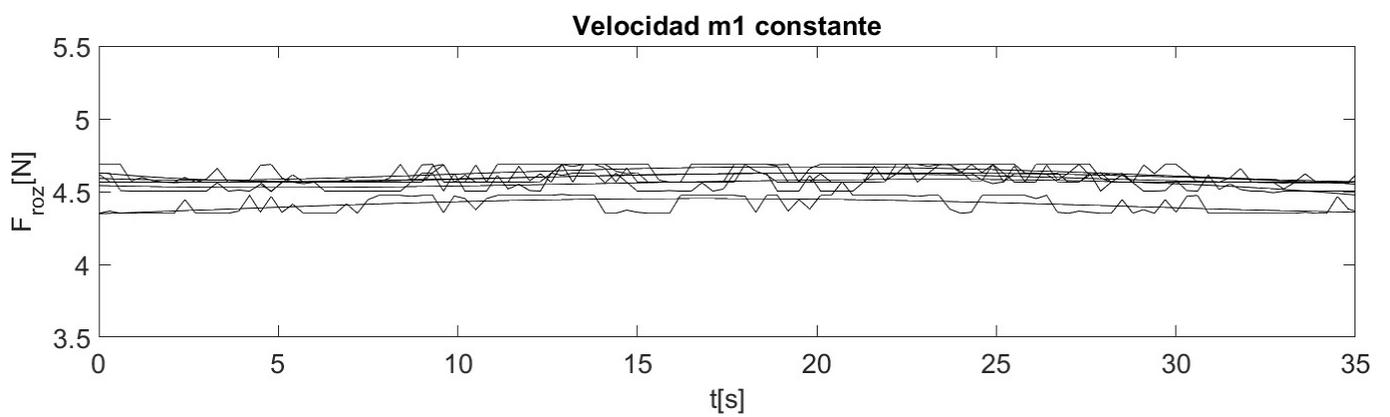
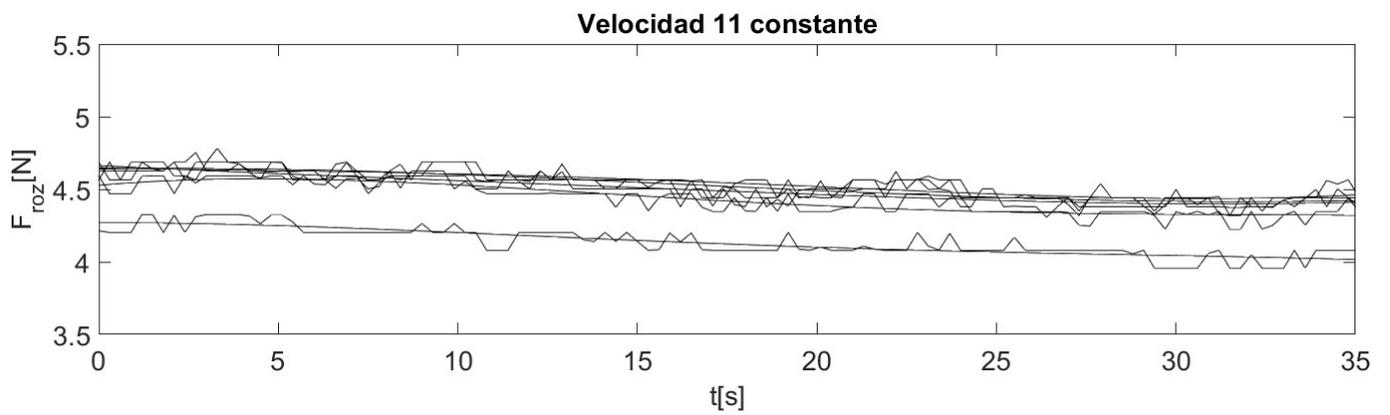
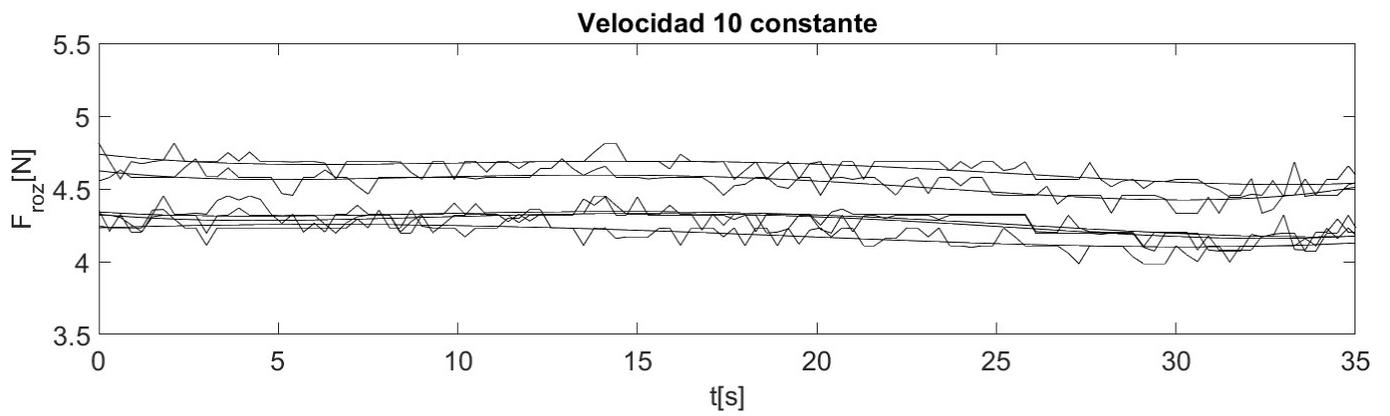
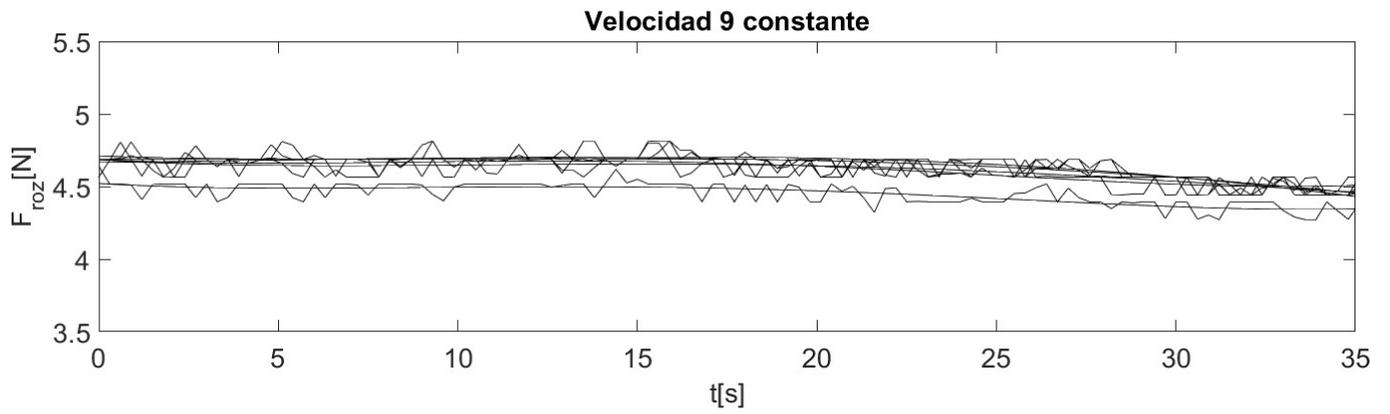
Figura 3.6. Material antideslizante en la plataforma y plástico en la caja.

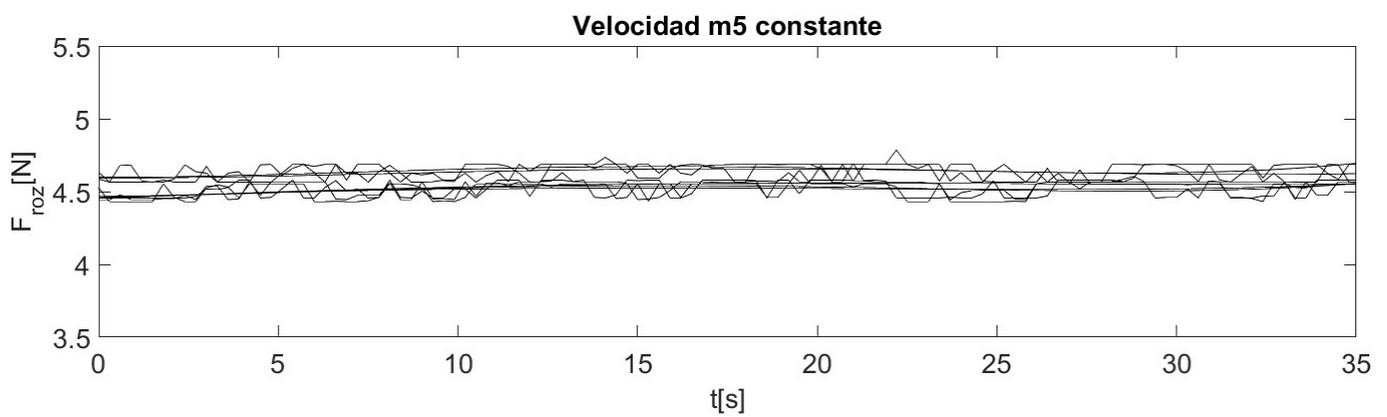
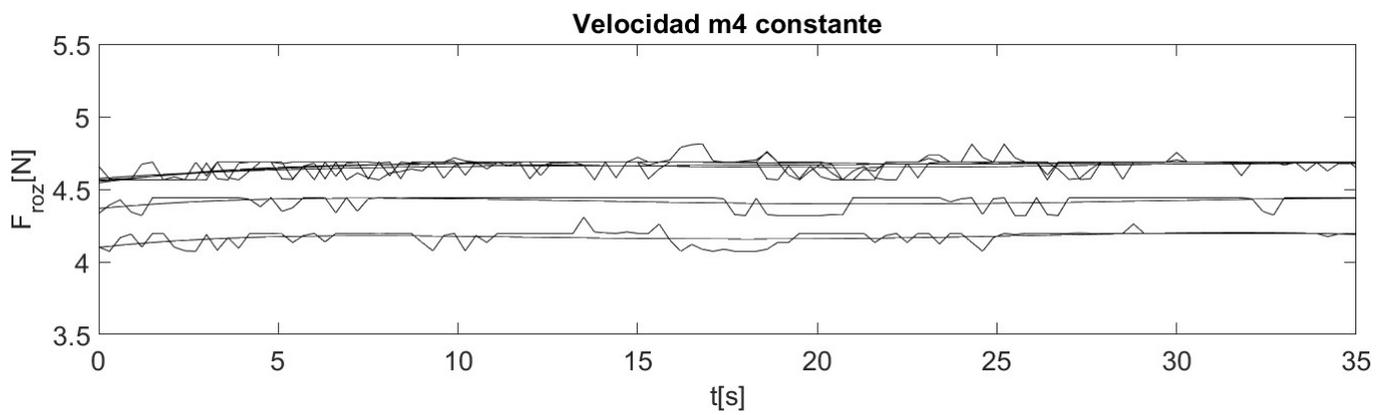
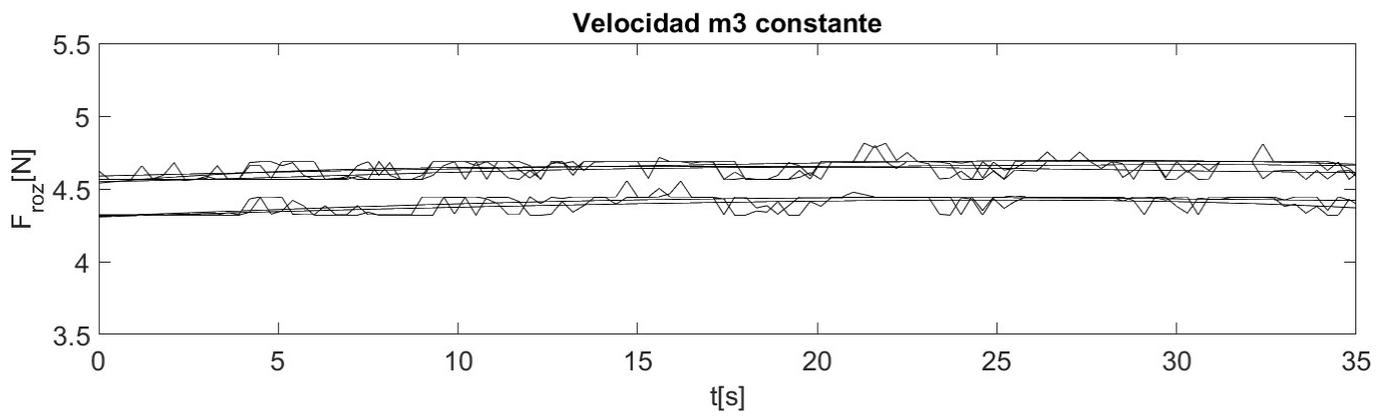
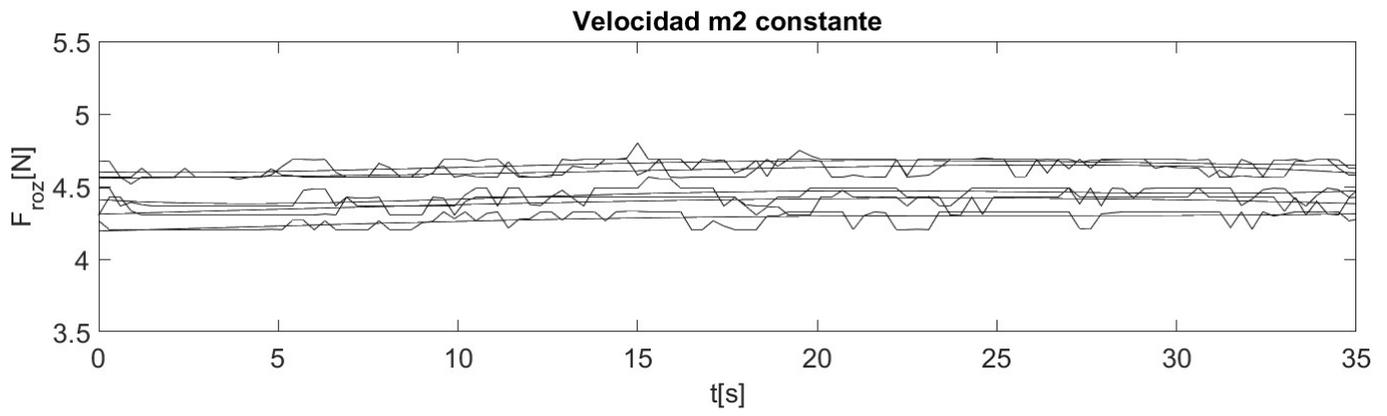
En este caso, los materiales se fijan desmontando tanto la placa de la plataforma como la parte inferior de la caja, colocando el material, y finalmente fijándolo mediante los tornillos que se observan. Una vez se comprueba que los materiales están bien acoplados, se procede a realizar ensayos.

En primer lugar, se realizan cinco ensayos a velocidad constante para todas las velocidades. Esto se muestra en las siguientes gráficas:









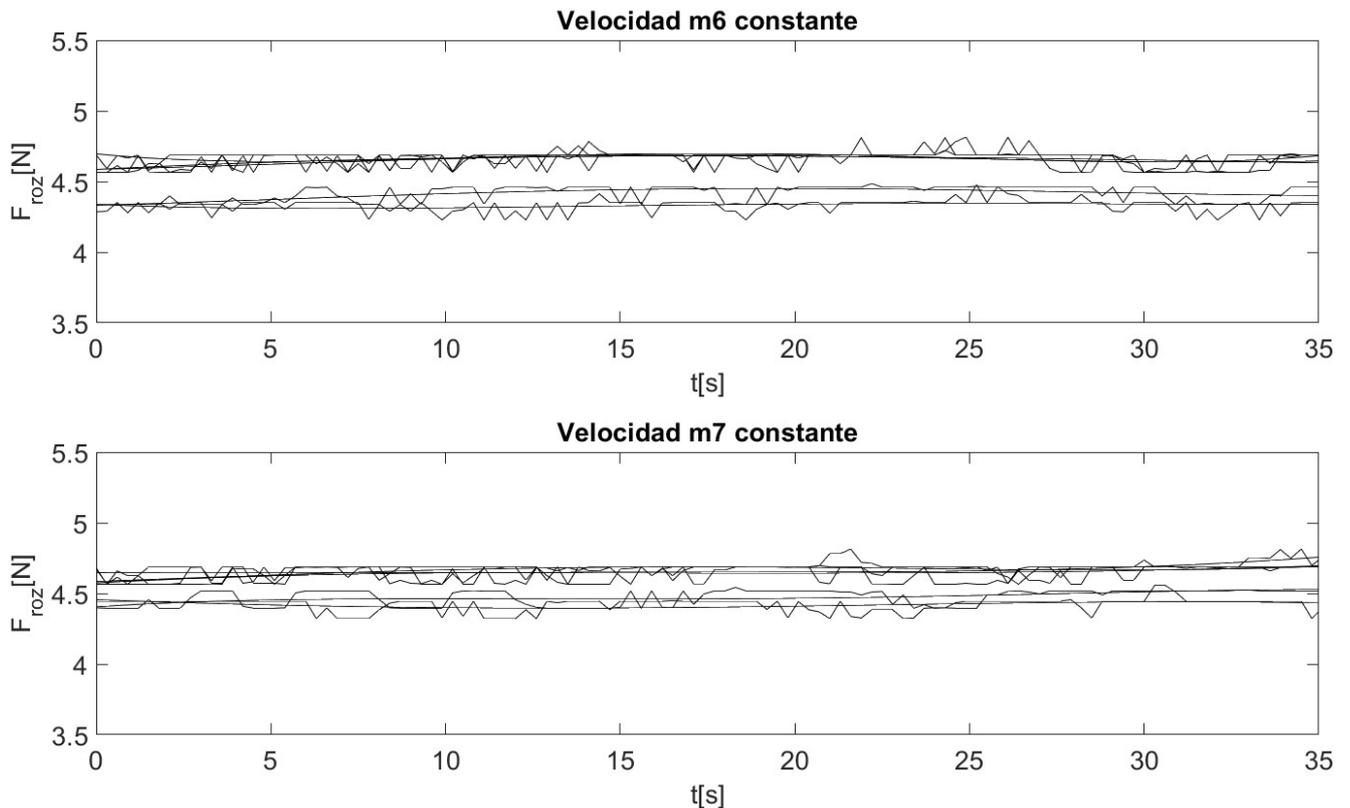


Figura 3.7. Ensayos con material antideslizante y plástico.

Tras realizar todos estos ensayos de 35 segundos de duración, se observa que para algunas velocidades, como por ejemplo v_5 , se obtiene una buena repetibilidad de resultados, es decir, en los cinco ensayos realizados a esta velocidad los datos tomados de fuerza de rozamiento son iguales o muy parecidos. Sin embargo, para otras velocidades como v_1 o v_2 , de los cinco ensayos, hay alguno en el que los datos medidos son distintos del resto, por lo que las medidas no son del todo válidas.

Para mejorar la repetibilidad de los resultados, se prueban distintas alternativas:

- Como se ha comentado anteriormente, la puesta en cero de la célula de carga es esencial para mejorar la toma de datos de fuerza de rozamiento. Se observa que en varias ocasiones, al realizar la puesta en cero, a los pocos segundos la célula deja de medir 0 N y comienza a medir algo de fuerza. Por ello, la puesta en cero debe ser complementada con unos segundos de espera, para verificar que se mantiene en cero. Tras esta espera, si sigue midiendo 0 N se puede comenzar el ensayo. Se realizan varios ensayos llevando a cabo la nueva puesta en cero, y los resultados obtenidos a velocidad v_1 se muestran en la siguiente figura.

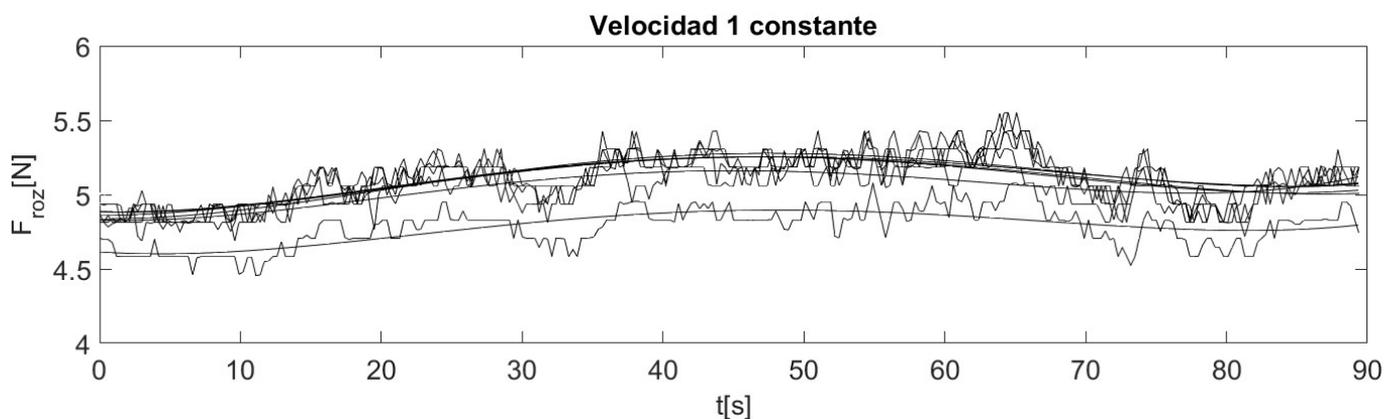


Figura 3.8. Ensayos realizados con la nueva puesta en cero.

Se observa que gracias a la nueva puesta en cero se mejora notablemente la repetibilidad de resultados, aunque aun así hay un ensayo en el que las mediciones están levemente desplazadas respecto al resto.

- Por otro lado, los tornillos que entran en la célula de carga tienen cierta holgura. Al igual que las roscas que unen la caja a uno de estos tornillos. Al realizar la misma puesta en cero en varias ocasiones, puede que el conjunto célula de carga y caja se coloque en distintas posiciones, de forma que no se obtenga el mismo estado inicial en todas las ocasiones. Por ello, se colocan unas pegatinas, de forma que siempre estén en la misma posición todos estos elementos durante la realización de los ensayos. En la siguiente figura se observan dichas pegatinas de color negro.

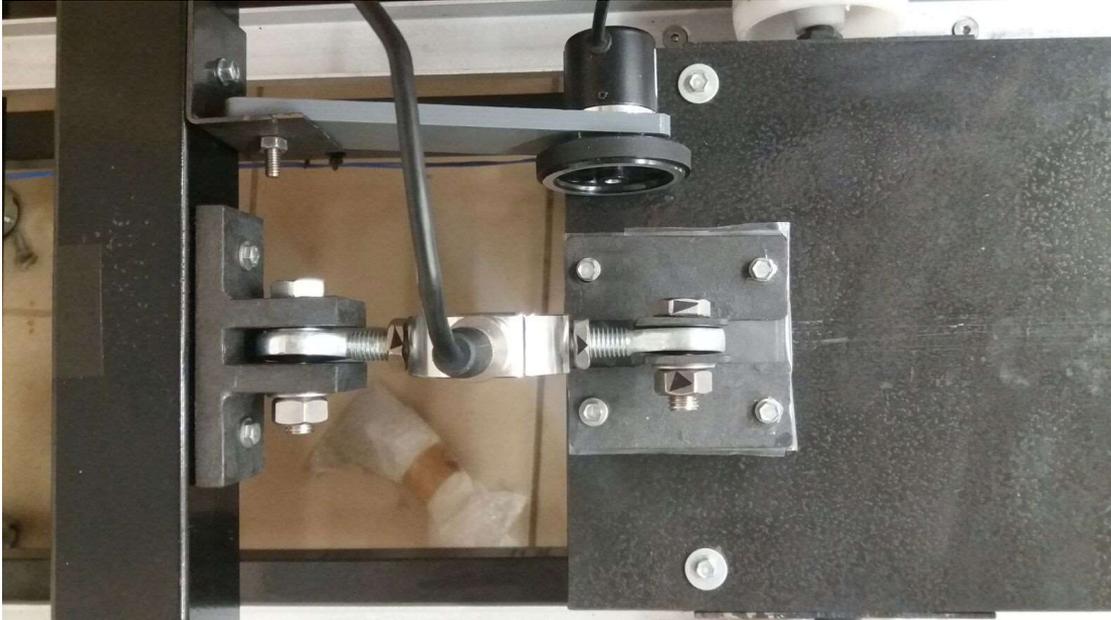


Figura 3.9. Pegatinas colocadas en las roscas.

Gracias a estas pegatinas, a la hora de realizar la puesta en cero de la célula de carga, siempre se colocarán las roscas en la misma posición, con las pegatinas hacia arriba, reduciendo así una posible casusa de dispersión de resultados, ya que, cuando se realizan distintos ensayos, el estado inicial que se obtiene es siempre el mismo, o muy parecido.

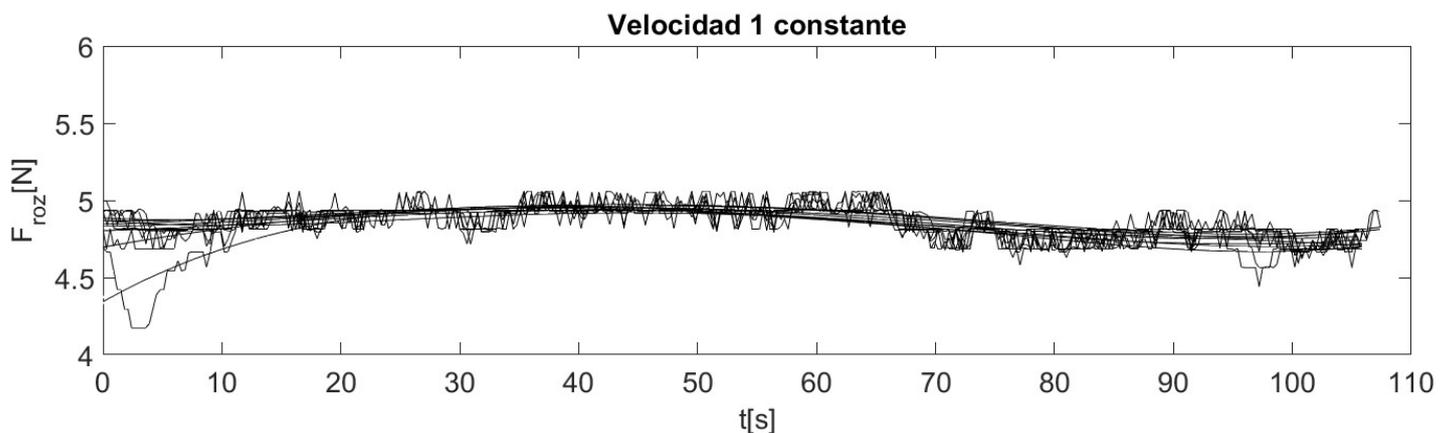


Figura 3.10. Ensayos realizados con pegatinas colocadas.

Efectivamente, como se observa en la figura anterior, se consigue una buena repetibilidad. De hecho, se realizan varios ensayos a distintas velocidades y la mayoría de los resultados coinciden, aunque, se observa que algún ensayo queda desplazado respecto a los demás resultados obtenidos a esa velocidad.

Por ejemplo, al realizar tres ensayos a velocidad v_5 , los resultados de dos de ellos coinciden, pero el tercero devuelve unos resultados distintos de los anteriores. Esto se representa en la siguiente figura.

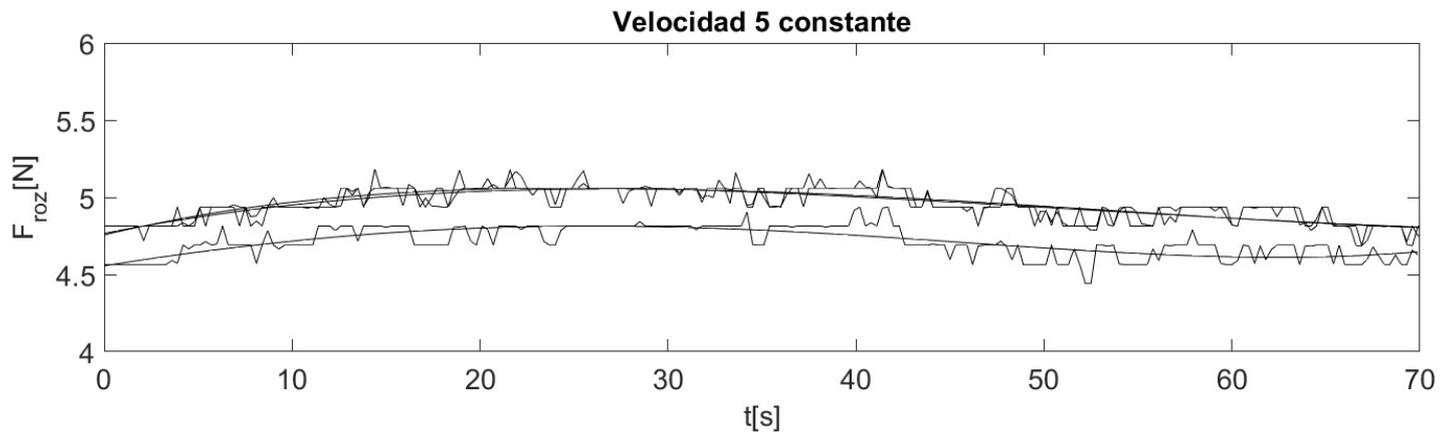


Figura 3.11. Ensayos realizados con pegatinas colocadas a v_5 constante.

Con esta puesta en cero, totalmente manual, no se garantiza el mismo estado inicial en todos los ensayos, ya que no siempre se aplica la misma fuerza de compresión en el mismo punto, y la caja no siempre queda en la misma posición. Lo óptimo sería una puesta en cero que se realizase de forma automática, o, al menos, que fuese lo menos manual posible. Por ejemplo, algún tipo de utillaje o mecanismo que mueva la caja de forma suave y la coloque siempre en la misma posición inicial.

- Tras la realización de los ensayos con pegatinas, se observa que el plástico colocado en la caja no está totalmente acoplado a la superficie inferior de la caja, sino que presenta una cierta holgura. Esto puede provocar un movimiento relativo entre el plástico y la caja, lo cual es indeseado, ya que el deslizamiento que se busca es entre el plástico y el material antideslizante. Por ello, se decide tensar el plástico de nuevo mediante cinta adhesiva, de modo que quede bien acoplado a la caja, impidiendo el deslizamiento entre ambos.

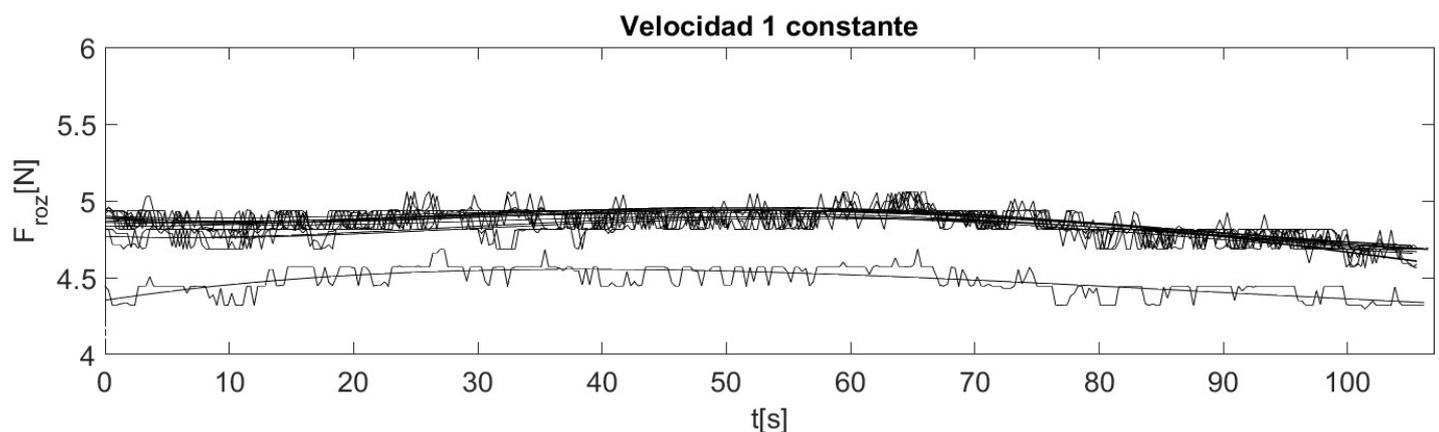


Figura 3.12. Ensayos realizados con pegatinas colocadas y plástico tenso.

En la figura anterior se representan diez ensayos realizados a velocidad v_1 , de ellos, nueve presentan una buena repetibilidad, y el décimo se encuentra desplazado respecto a las anteriores. Aun así, queda demostrado que, gracias a acoplar bien el plástico, se mejoran los resultados.

- Siempre que se enciende la máquina tras unas horas apagada, y se comienzan a realizar ensayos, se comprueba que los datos tomados durante los primeros ensayos presentan una elevada dispersión. Hasta, que tras realizar varios, las medidas comienzan a tener cierta repetibilidad. Dependiendo del tiempo que la máquina está apagada, o de los materiales, el número de ensayos a realizar antes de

obtener resultados aceptables puede variar. En la siguiente figura se muestra este fenómeno, en concreto, de color rojo todos los ensayos previos a la obtención de resultados aceptables, que se representarán de color negro.

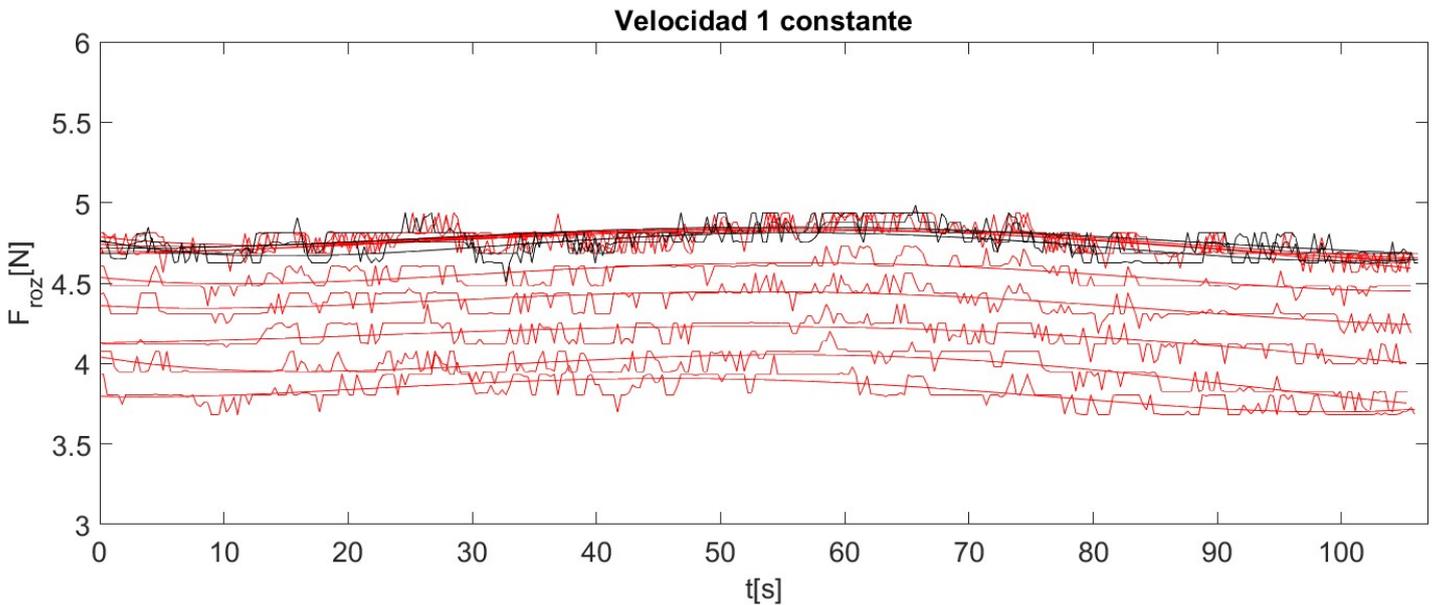


Figura 3.13. Primeros ensayos tras encendido de la máquina.

Efectivamente, se observa, que en los primeros ensayos se obtienen resultados dispares, hasta que, a partir de un cierto número de experimentos, se obtienen resultados con buena repetibilidad. Por ello, siempre que se encienda la máquina tras unas horas apagada, se deben ir observando los primeros ensayos a velocidad v_1 constante hasta que se repitan los resultados. A partir de ese momento se puede proceder a llevar a cabo ensayos a distintas velocidades. De hecho, Armstrong-Hélouvy et al. (1994) [7] recomiendan realizar una calistenia de la máquina tras un período de inactividad, al comienzo del día por ejemplo. Por calistenia de la máquina se entienden una serie de ensayos que contribuyen a que funcione correctamente.

Todas estas medidas contribuyen a mejorar la repetibilidad de los resultados, por lo que deben tenerse en cuenta a la hora de realizar ensayos en la máquina. Por ello, en el siguiente apartado se establece un protocolo de ensayo en el que se incluyen estas medidas.

3.3 Protocolo de ensayo

Ante la elevada dispersión de resultados que se observa en los primeros ensayos, aparece la necesidad de establecer un protocolo de ensayo que favorezca la repetibilidad de las medidas, y, así, los resultados puedan tener alguna validez. Dicho protocolo debe tener en cuenta las alternativas presentadas en el apartado anterior que contribuyen a mejorar la toma de datos, además de contener toda la información necesaria para que una persona ajena al proyecto sea capaz de llevar a cabo un ensayo de manera exitosa, por lo que debe abarcar desde el arranque de la máquina hasta su apagado.

Los pasos a seguir para llevar a cabo un ensayo son los siguientes:

1. Colocación de materiales en la caja y en la plataforma. Este paso debe realizarse previamente al encendido de la máquina. Por un lado, para la plataforma hay dos alternativas. La primera consiste en acoplar el material a la plataforma mediante cinta adhesiva, garantizando que el material quede totalmente tenso y no se produzca movimiento relativo entre el material y la plataforma. La otra alternativa consiste en aflojar los tornillos que unen la placa a la plataforma, de forma que el material a colocar sea lo suficientemente largo para que se pueda introducir una parte de él entre la placa y la plataforma, y posteriormente fijarlo apretando los tornillos. Ambas alternativas son válidas, siempre

que el material quede perfectamente acoplado a la placa. Por otro lado, para la caja existen las mismas dos alternativas, o se utilizan los tornillos, o bien se utiliza cinta adhesiva. En la siguiente figura se observa en la parte superior un material acoplado a la plataforma mediante cinta adhesiva, y en la parte inferior, otro material acoplado mediante los tornillos.



Figura 3.14. Distintas formas de colocación de materiales en la plataforma.

El material a colocar en la plataforma debe tener de largo, la distancia que recorre la célula de carga durante un ensayo, si se coloca mediante cinta adhesiva, o bien, algo más que la longitud de la plataforma, si se coloca mediante los tornillos. El ancho debe ser tal que cubra por completo la superficie de la zona de contacto tanto de la caja, como del encoder, con la plataforma. Además, si se utiliza cinta adhesiva, esta debe colocarse fuera del camino por el que pasará la célula de carga, pues influiría negativamente en la medida de la fuerza de rozamiento. De manera similar, el material a colocar en la caja debe cubrir por completo su superficie inferior, para que el material de la plataforma solo toque el material de la caja, y nunca entren en contacto las superficies metálicas de ambas piezas.

Es importante remarcar que, a la hora de colocar los materiales, estos deben quedar perfectamente acoplados, para que no se produzcan deslizamientos indeseados.

2. Encendido del ordenador y de la máquina. En primer lugar, debe iniciarse el ordenador, y conectar la máquina tanto a la corriente como a dicho ordenador mediante un cable Ethernet. Después debe encenderse la máquina, poniendo el interruptor en modo ON, y a continuación hay que abrir la aplicación, que controla la máquina, en el ordenador. Es importante haber encendido la máquina antes de abrir la aplicación, ya que puede aparecer algún error en caso contrario.
3. Inspección visual de la máquina. Antes de iniciar cualquier ensayo es importante revisar que no hay ningún objeto que pueda intervenir en el desplazamiento de la plataforma. Por ejemplo, los raíles deben estar libres para que las ruedas puedan moverse sin ningún inconveniente. Otro posible problema reside en el cable que sale de la célula de carga, pues, a veces, queda suspendido en una zona por la que se

moverá la plataforma, lo que podría ocasionar una rotura. Por ello, una inspección visual reduce las posibilidades de que se produzca un fallo durante un ensayo.

4. Preparación de la máquina para realizar un ensayo. Se pulsa el botón INICIAR de la aplicación, y de forma automática, se pide una ubicación donde guardar los resultados del ensayo, además de un nombre para la hoja de Excel en la que se almacenarán dichos resultados. En el siguiente apartado se explica en detalle la codificación de las hojas de Excel utilizada en este proyecto. Una vez realizado, en la aplicación debe pulsarse el botón Comenzar Prueba. Entonces aparecerá un mensaje por pantalla en el que se solicita al usuario que retire la caja, de forma que esta se apoye en la bancada, tal y como se muestra en la siguiente figura.

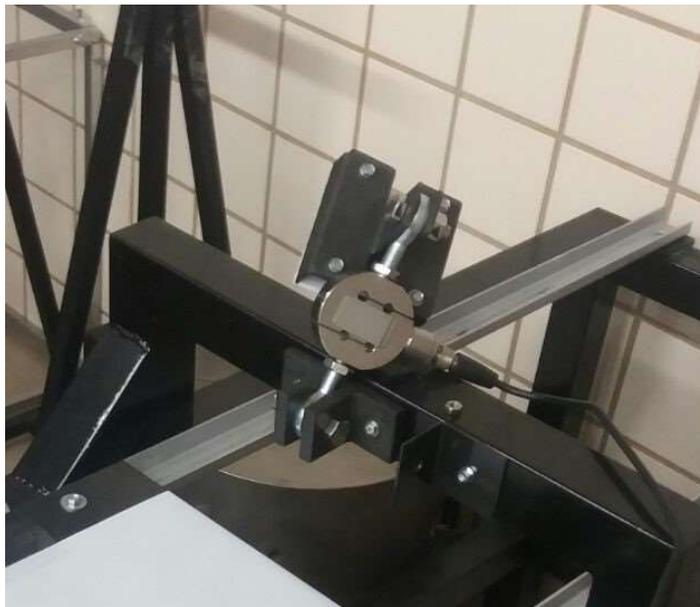


Figura 3.15. Caja retirada.

5. Extensión del cilindro. Cuando la caja esté retirada, se confirma a la aplicación, y automáticamente, comenzará la extensión del cilindro, que finalizará cuando se active el final de carrera. Entonces, la aplicación solicita que se deposite la caja en la plataforma para comenzar el ensayo.
6. Puesta en cero de la célula de carga. Este paso es crucial para llevar a cabo un ensayo de forma correcta. Se deposita la célula en la plataforma, a continuación, se colocan todos los elementos que tienen pegatinas negras hacia arriba, de forma que todas las pegatinas miren hacia arriba. Después, se mueve la caja horizontalmente para que se comprima la célula de carga. Es importante que este movimiento no se haga de forma brusca, y sobretodo, que no se escuche ningún ‘click’, ya que este significa que el tornillo se ha introducido en la célula de carga, y esto puede provocar que el ensayo ya no sea válido. Una vez realizado el movimiento de la caja se comprueba en la aplicación que la célula de carga no está midiendo ninguna fuerza, y se espera unos segundos. Si tras esta espera la célula de carga sigue midiendo 0 N se puede pasar al siguiente paso, en caso contrario, debe retirarse la caja y repetir el mismo proceso hasta que la célula se mantenga en 0 N unos segundos. Es recomendable no apoyarse en la bancada durante la puesta en cero, ya que se ejerce una fuerza que podría afectar a la célula, y al retirar dicha fuerza, la célula puede dejar de medir 0 N .
7. Realización del ensayo. Se confirma a la aplicación que la caja está lista para el inicio del ensayo, y automáticamente comienza el ensayo. A continuación, se elige la velocidad a la que se desea realizar el ensayo, pulsando los botones de Incrementar Velocidad y Decrementar Velocidad, tantas veces como sea necesario. Una vez lograda la velocidad deseada se espera unos segundos y se pulsa el botón GRABAR, para que se vayan guardando los datos en la hoja de Excel anteriormente nombrada. El ensayo tiene lugar durante la recogida del cilindro.
8. Finalización del ensayo. Hay que pulsar el botón PARAR cuando se desee terminar el ensayo, siendo el límite justo antes de que la plataforma entre en contacto con el final de carrera, debido a que, si se

activa dicho final de carrera, la plataforma dejaría de desplazarse y se seguirían grabando datos de la célula de carga que no corresponderían a la fuerza de rozamiento.

9. Ejecución de varios ensayos. Una vez terminado un ensayo, si se quiere realizar otro ensayo, se repiten los pasos del 3 al 7. En el caso de se estén llevando a cabo los primeros ensayos tras un tiempo en el que la máquina ha estado apagada, hay que repetir numerosos ensayos a velocidad v_1 y cuando se observe que los resultados exhiben una cierta repetibilidad, se puede proceder a realizar ensayos a distintas velocidades
10. Apagado de la máquina. Tras realizar el último ensayo deseado, el cilindro debe estar completamente recogido. Esto es importante debido a que, si se apaga la máquina con el cilindro extendido, este podría ensuciarse, lo cual es indeseado. A continuación, se cierra la aplicación y se apaga la máquina, colocando el interruptor en modo OFF. Se desenchufan el cable Ethernet del ordenador y el cable de la corriente, y se dejan recogidos, para evitar posibles accidentes. Por último, se cubre el material colocado en la plataforma con otro material cualquiera, para que no se ensucie, y se puedan seguir realizando ensayos de forma correcta, con el mismo material, en otro momento.

Estos son todos los pasos a seguir para llevar a cabo un ensayo, de forma que la dispersión de resultados se minimice y se consiga una repetibilidad aceptable. Por ello, todos los ensayos que se van a mostrar en adelante cumplen este protocolo.

3.4 Tratamiento de datos

Al comienzo de un ensayo, la aplicación solicita una ubicación donde guardar una hoja de Excel, en la que se escribirán los datos recogidos durante dicho ensayo, y, además, solicita un nombre para guardar la hoja. Este nombre es importante a la hora de tratar con todos los datos que se van guardando, en el sentido de que debe favorecer el orden y debe servir para poder importar la hoja de Excel a otros programas, en este caso Matlab, de una forma intuitiva.

Durante el desarrollo de este proyecto se realizaron más de 700 ensayos, de los cuales se guardaron 669 hojas de Excel con los datos recogidos. Por ello, se tuvo que definir una codificación para estos archivos, que permitiese su rápida identificación. Además, gracias a esta codificación, se facilita el uso de plantillas de código de Matlab, que se muestran en el Anexo B. Plantillas Matlab. Así, se pueden representar estos datos gráficamente de forma ágil.

La codificación consiste en una serie de números y caracteres separados por guiones y barras bajas, ordenados en cuatro partes. En primer lugar, se escriben los dígitos que indican el mes en el que se hizo el ensayo, por ejemplo, si el ensayo se hizo en octubre se escribe un “10”. Después se coloca una barra baja de separación, y el día en el que se llevó a cabo el ensayo. A continuación, separado por un guion, una palabra que indique en qué consistía dicho ensayo, por ejemplo, si se realizó a v_2 constante se escribe “v2cte”. Por último, utilizando tres cifras, se numeran los ensayos, en función de si todo lo anterior en la codificación se repite. Todo esto se observa de una forma sencilla en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3–1. Codificación de ensayo para hoja de Excel

7_16 – v7cte_005

- 7: Referido al mes de julio.
- 16: Día dieciséis.
- v7cte: Realizado a velocidad v_7 constante.
- 005: Quinto ensayo que se realiza el día dieciséis de julio a velocidad v_7 constante.

Por otro lado, se escriben unas plantillas de código en Matlab, para obtener las gráficas $F_{roz} - t$ y $F_{roz} - v$, de forma que lo único que hay que cambiar dentro del código es el día y el mes de los ensayos a la hora de importar los datos de las nuevas hojas de Excel. El resto de líneas de código son comunes para todos los ensayos.

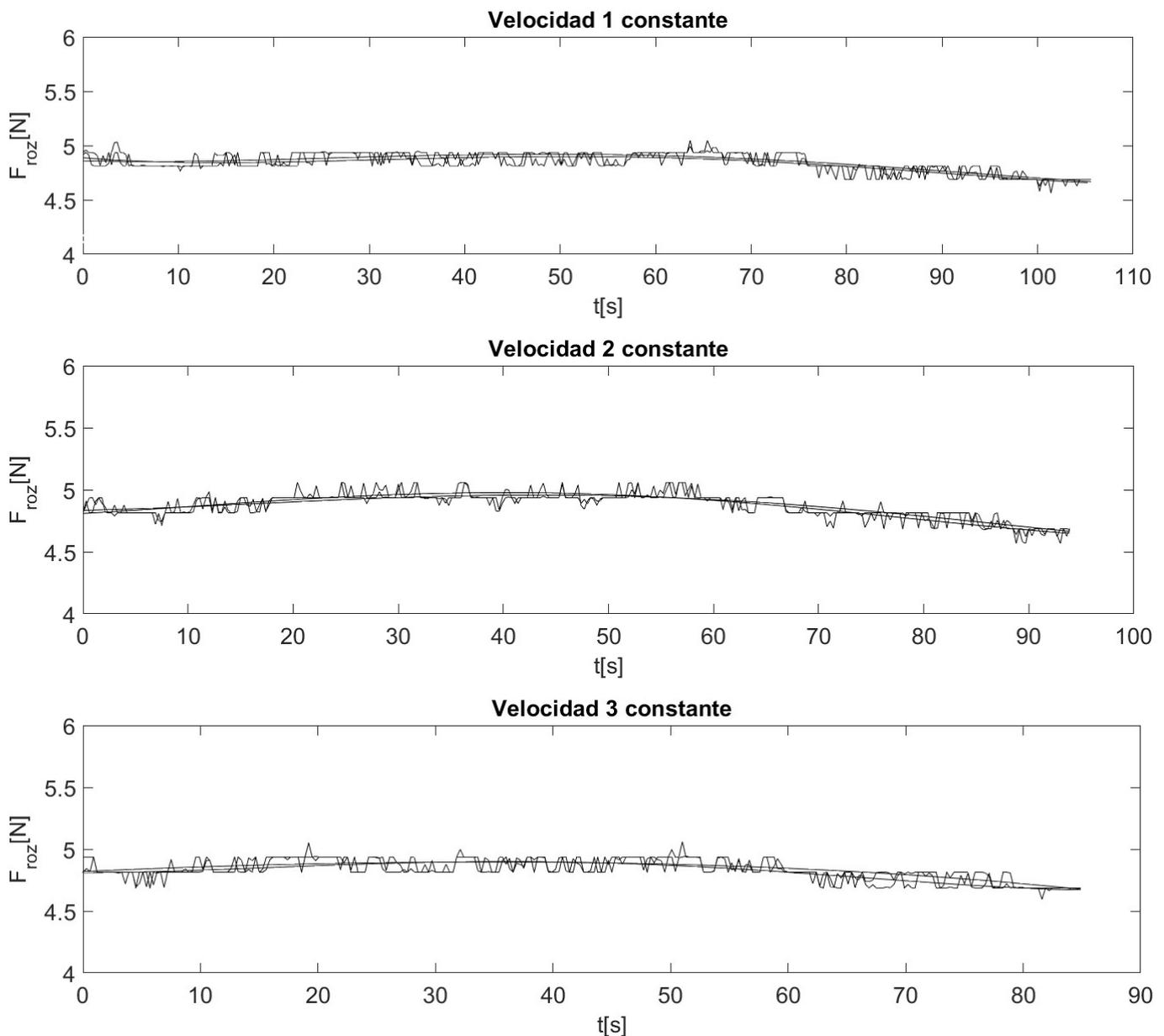
En definitiva, gracias a la codificación de los archivos de datos propuesta se consigue una cierta unicidad que facilita el orden y la identificación de los ensayos. Las plantillas de Matlab agilizan el tratamiento de los datos y la obtención de las curvas deseadas.

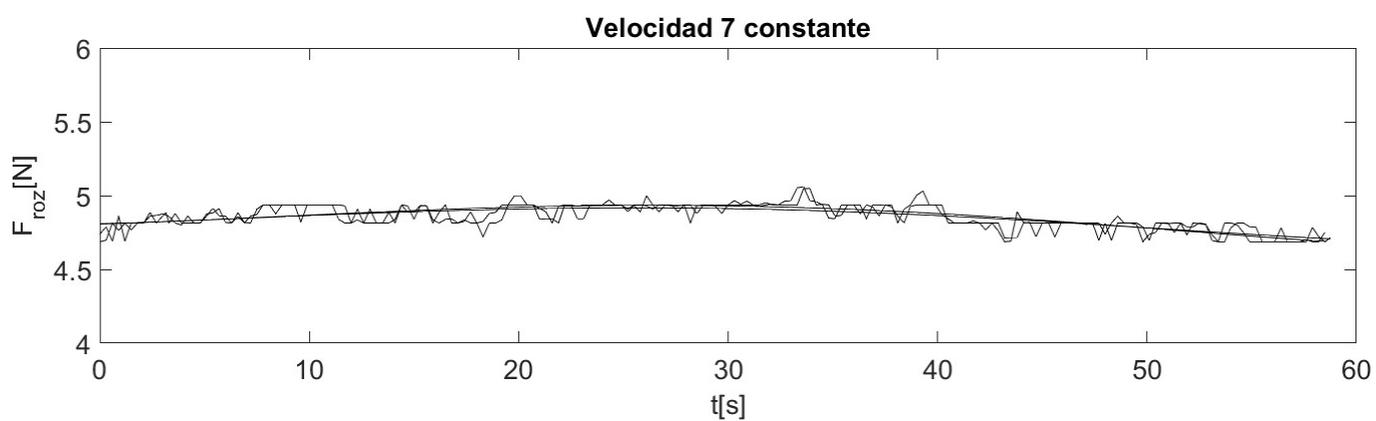
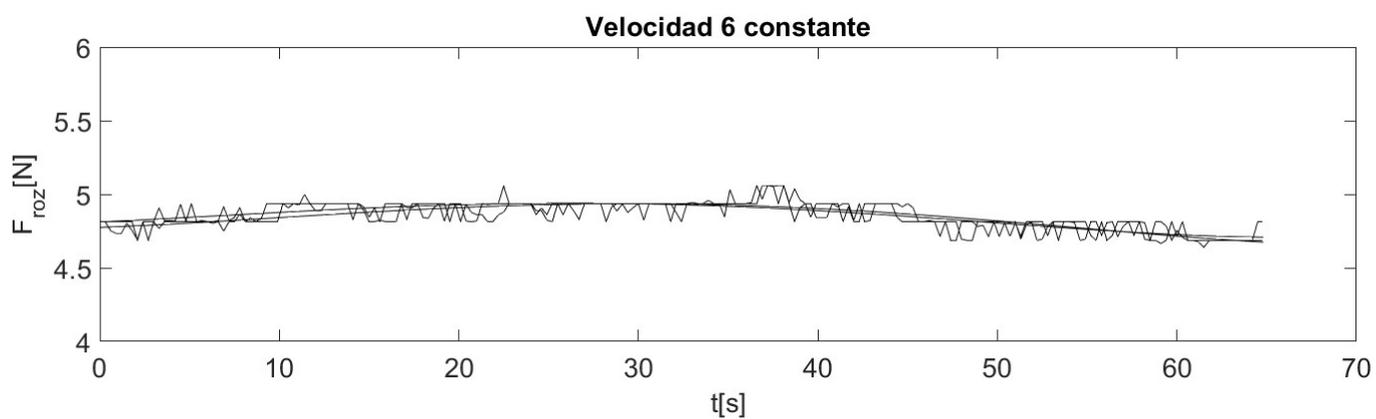
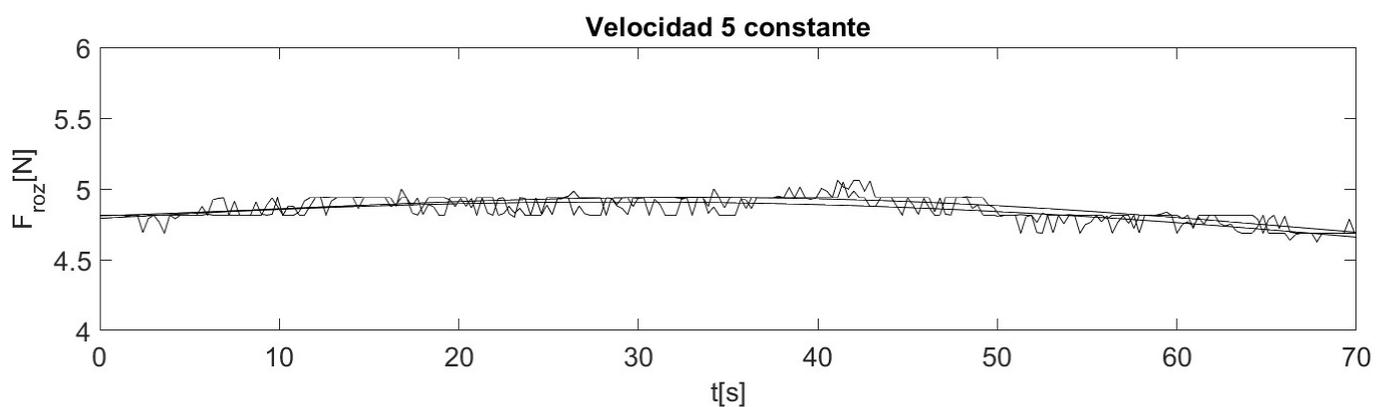
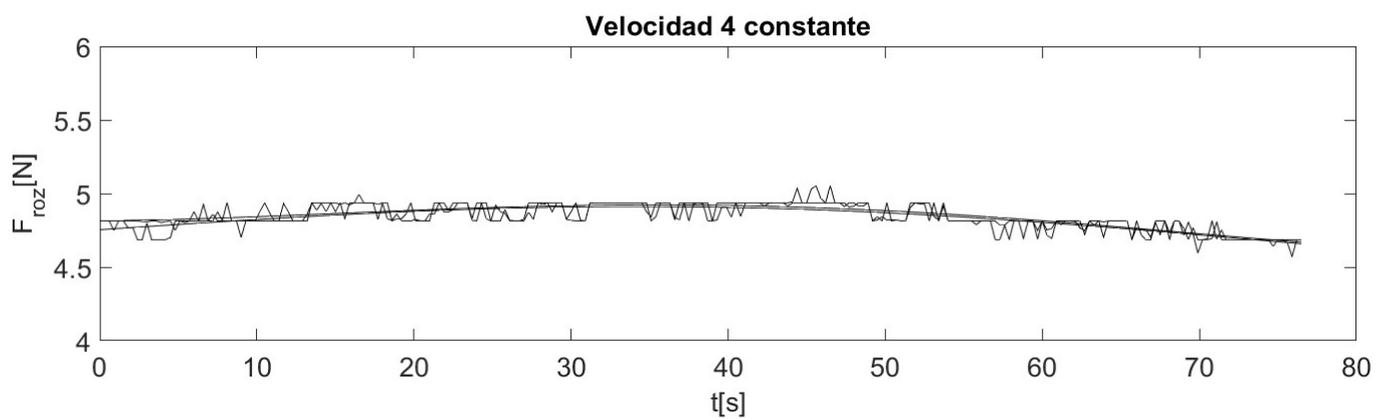
3.5 Resultados finales

Una vez establecido el protocolo de ensayo, se procede a realizar ensayos con distintas parejas de materiales en la caja y en la plataforma. Se presentan las curvas de fuerza en función del tiempo y de fuerza en función de la velocidad para cada una de estas parejas de materiales y se comentan los resultados.

3.5.1 Material antideslizante y plástico

El material antideslizante se coloca en la plataforma, y el plástico en la caja. Y se realizan ensayos a distintas velocidades, lo cual se representa en las siguientes gráficas, que recogen la evolución de la fuerza de rozamiento en función del tiempo.





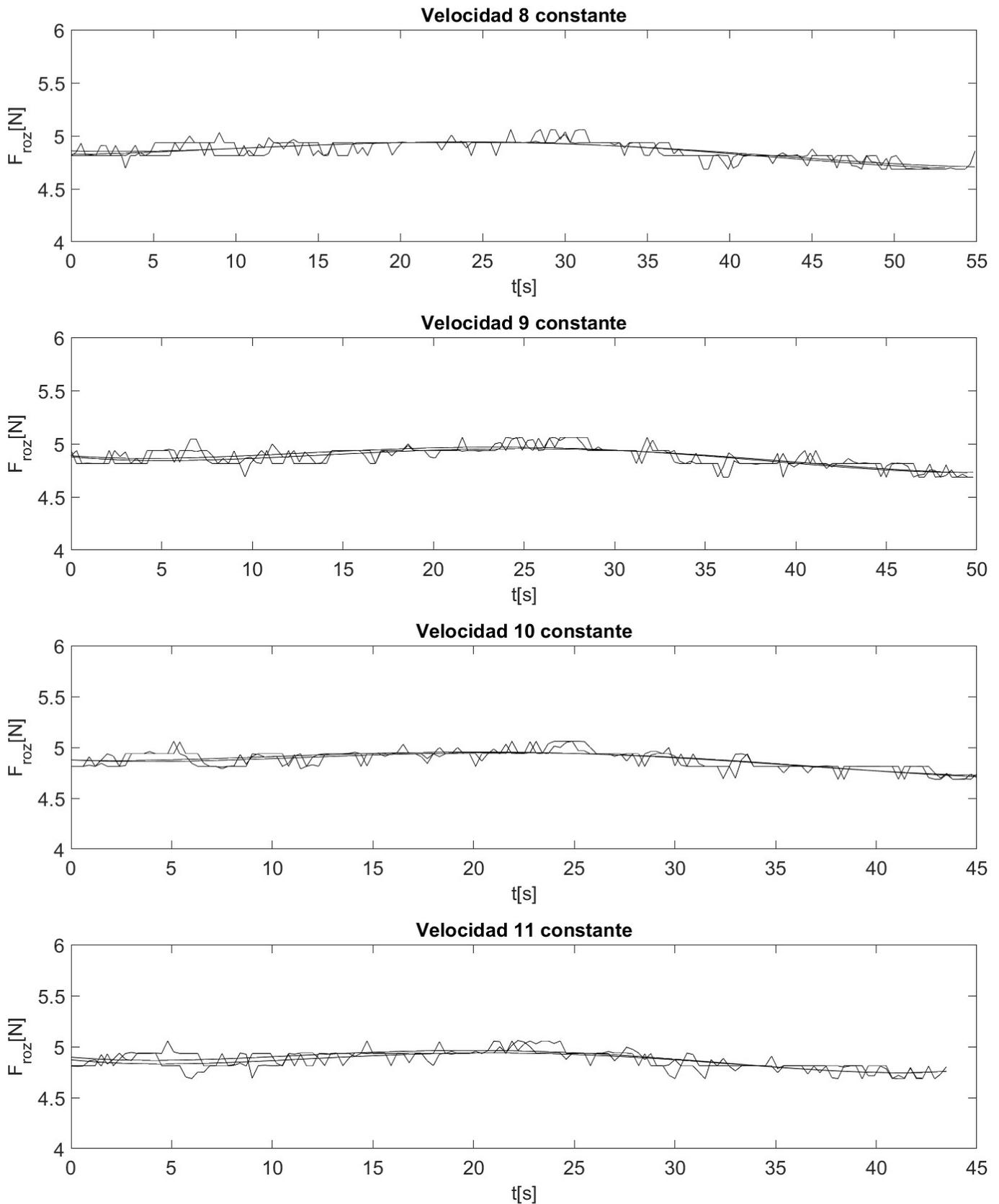


Figura 3.16. Ensayos con material antideslizante y plástico.

Para cada velocidad se realizan varios ensayos, y se comprueba que se obtiene una repetibilidad de resultados aceptable. En la figura anterior, se representan dos ensayos para cada velocidad, y se observa, efectivamente, que en los dos ensayos la fuerza de rozamiento presenta una evolución temporal parecida. A continuación, se

representan, de forma conjunta, las fuerzas de rozamiento medidas en cada uno de estos ensayos, pero, en este caso, en función de la velocidad. De forma que se obtiene la siguiente la gráfica de la siguiente figura.

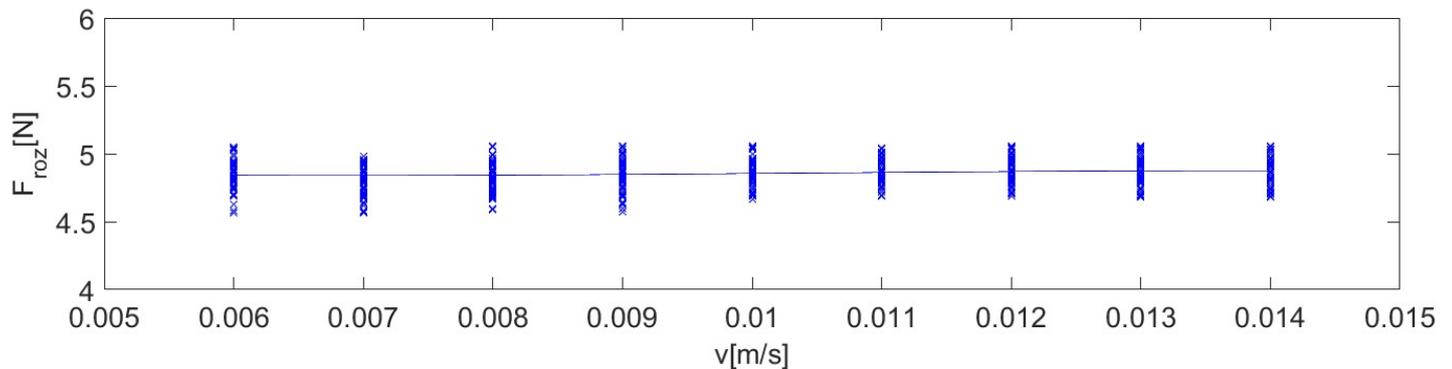


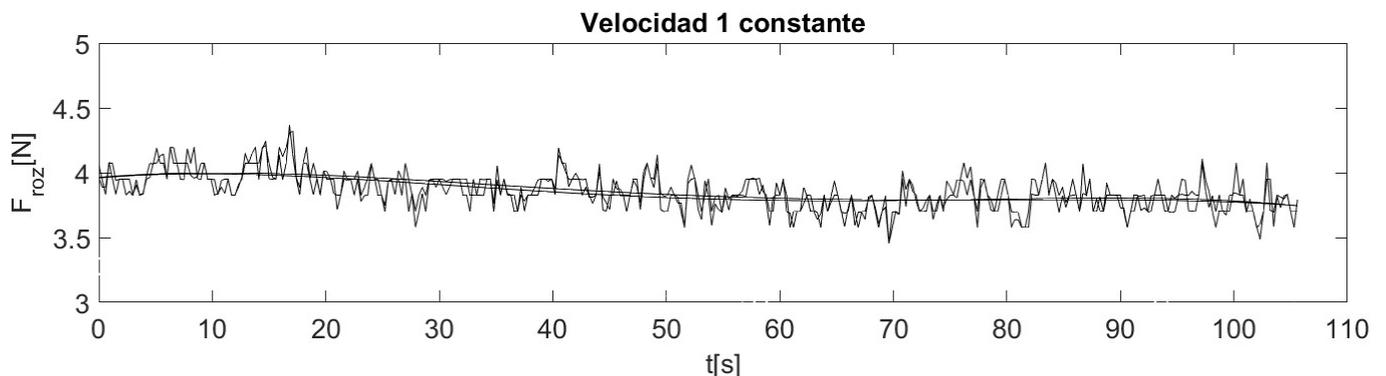
Figura 3.17. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para material antideslizante y plástico.

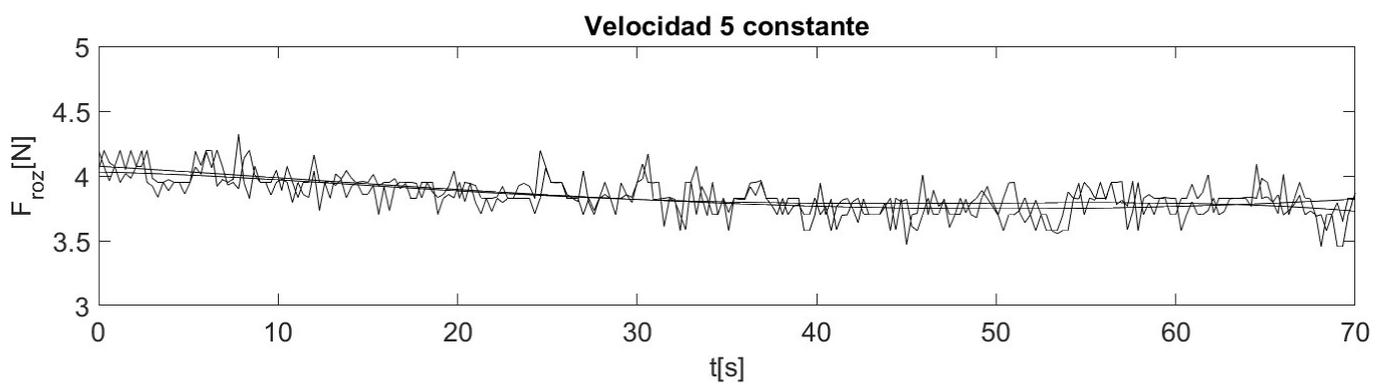
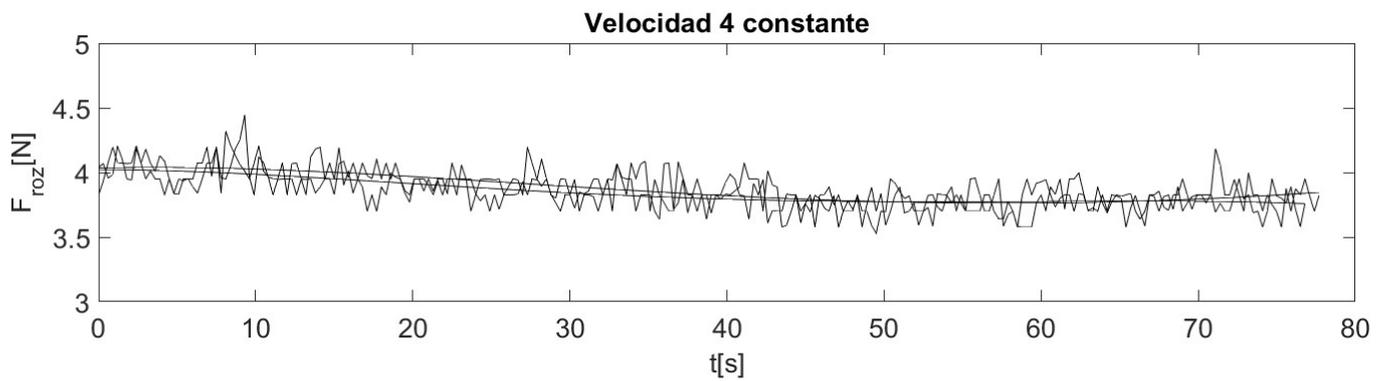
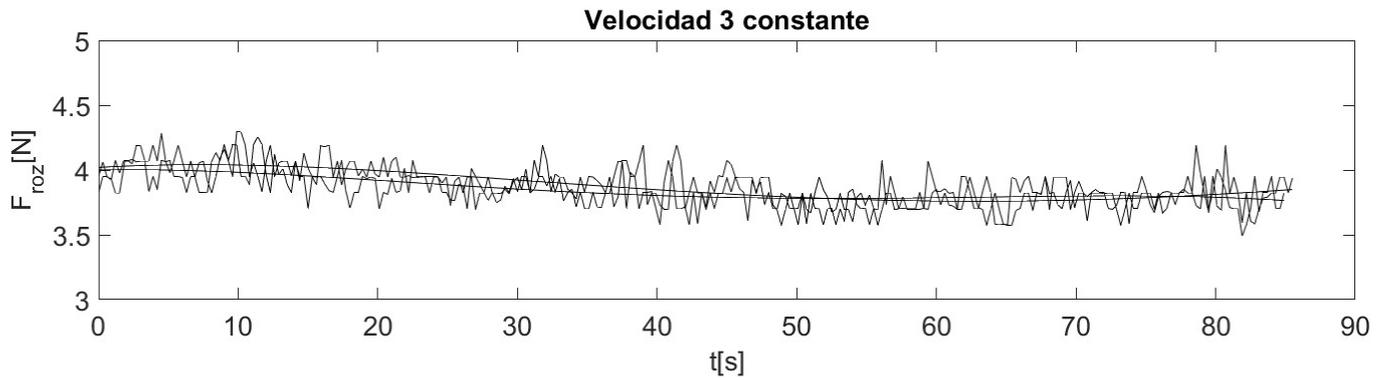
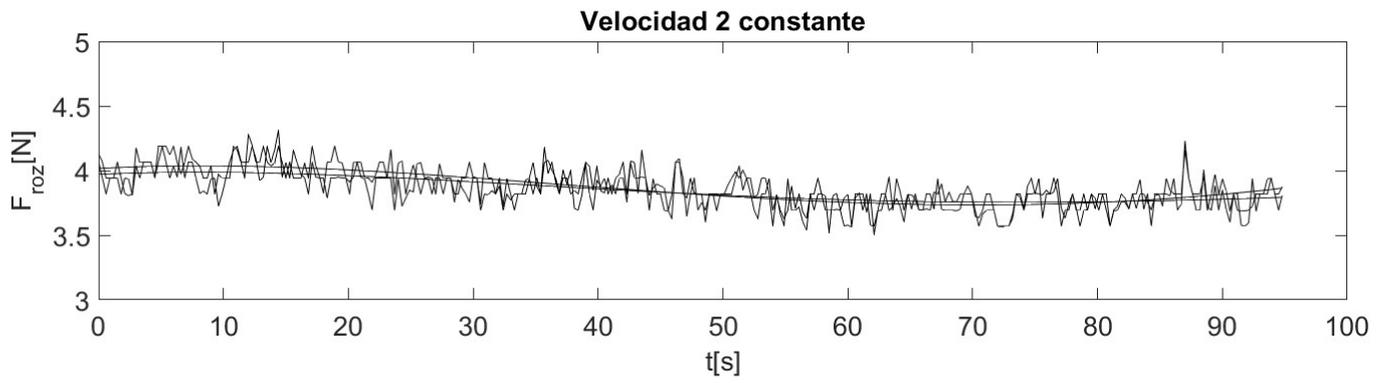
Se representan mediante cruces todas las fuerzas de rozamiento medidas de forma discreta para cada velocidad, y, además, estos puntos se interpolan mediante un polinomio de tercer grado, que será la curva $F_{roz} - v$. Se observa, que la fuerza de fricción no muestra ninguna dependencia de la velocidad de deslizamiento, puesto que no varía de forma notable entre una velocidad y otra. Aunque, para cada una de las velocidades hay una cierta dispersión de puntos, por lo que, es posible que esta dispersión oculte la relación entre la fuerza de rozamiento y la velocidad.

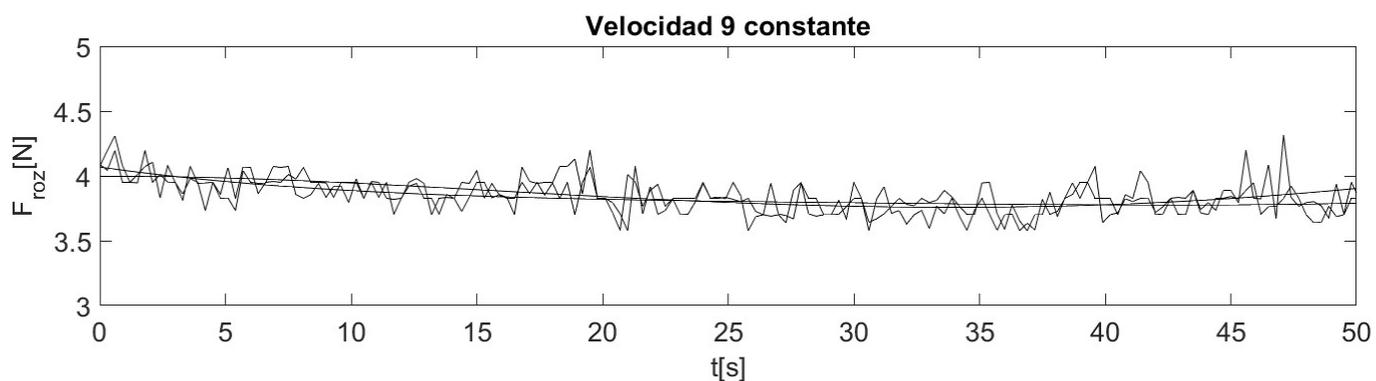
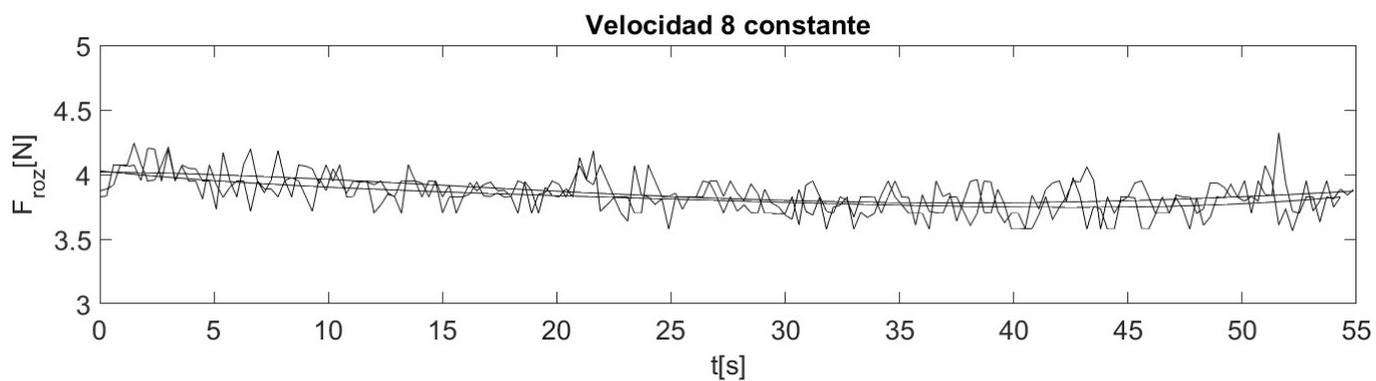
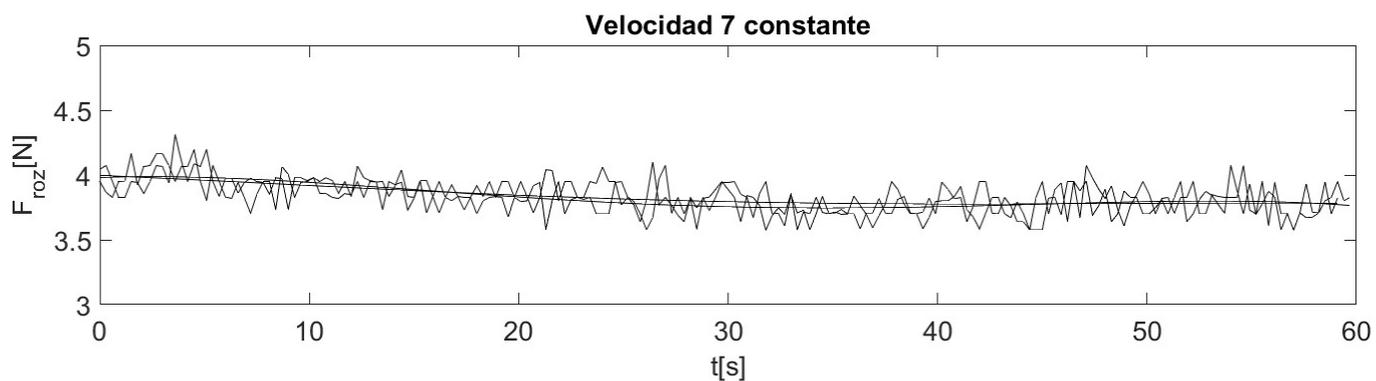
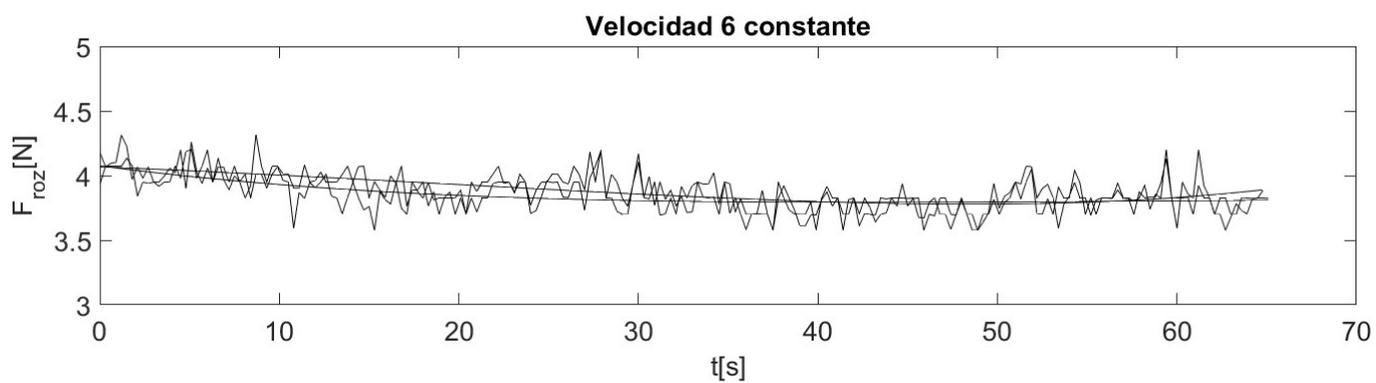
Las medidas de fuerza de rozamiento se encuentran en torno a 4.8525 N . Haciendo uso de la siguiente definición de la fuerza de rozamiento: $F_{roz} = \mu \cdot m \cdot g$, y conociendo la masa $m = 0.75\text{ Kg}$, se puede calcular el coeficiente de rozamiento de esta pareja de materiales, que será $\mu = 0.66$ aproximadamente.

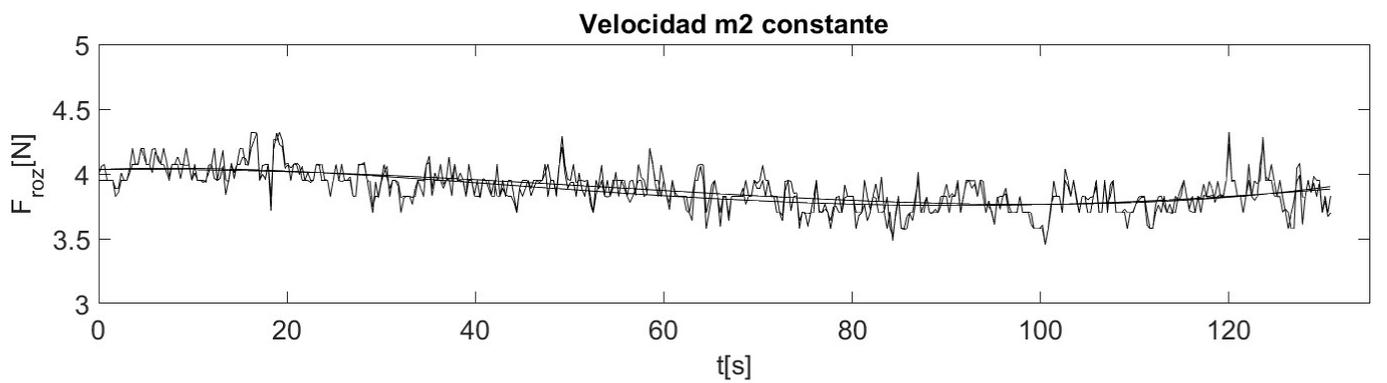
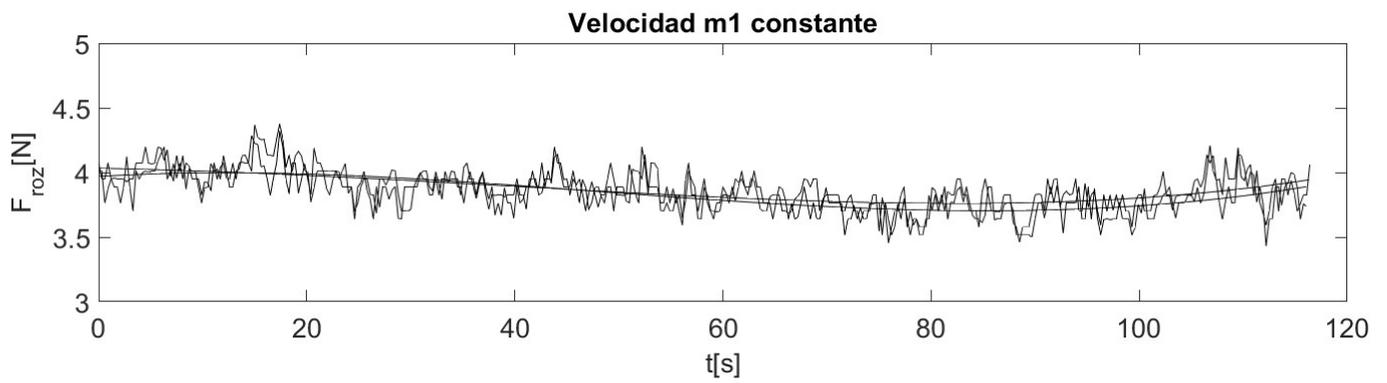
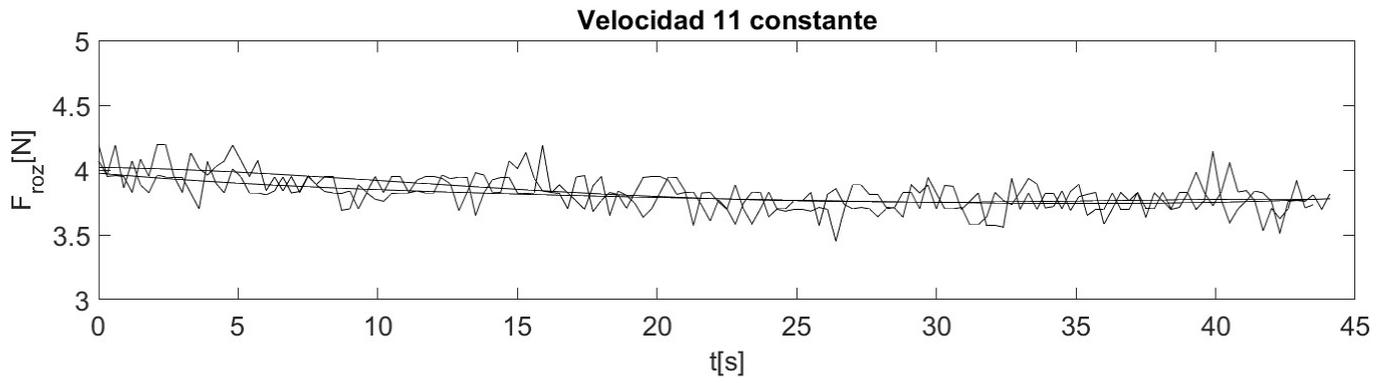
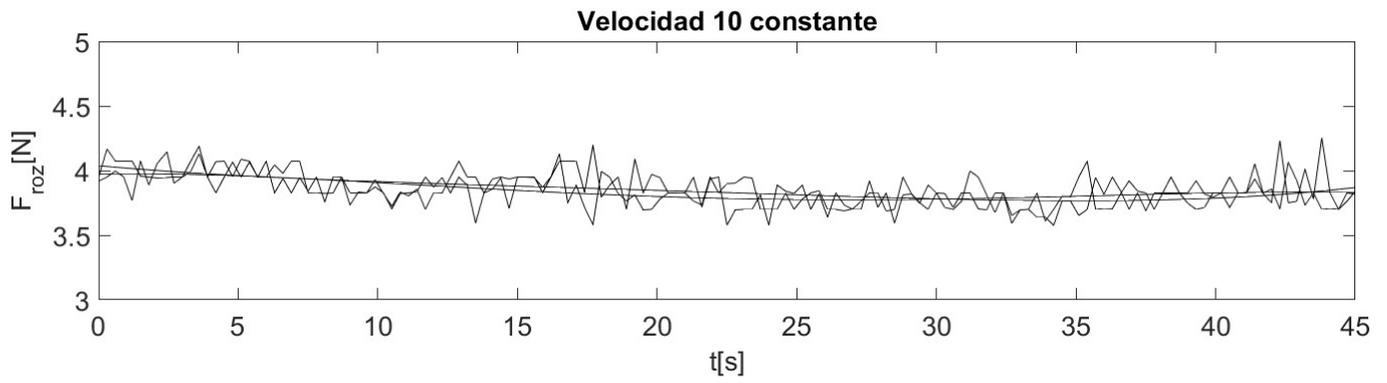
3.5.2 Metal y plástico

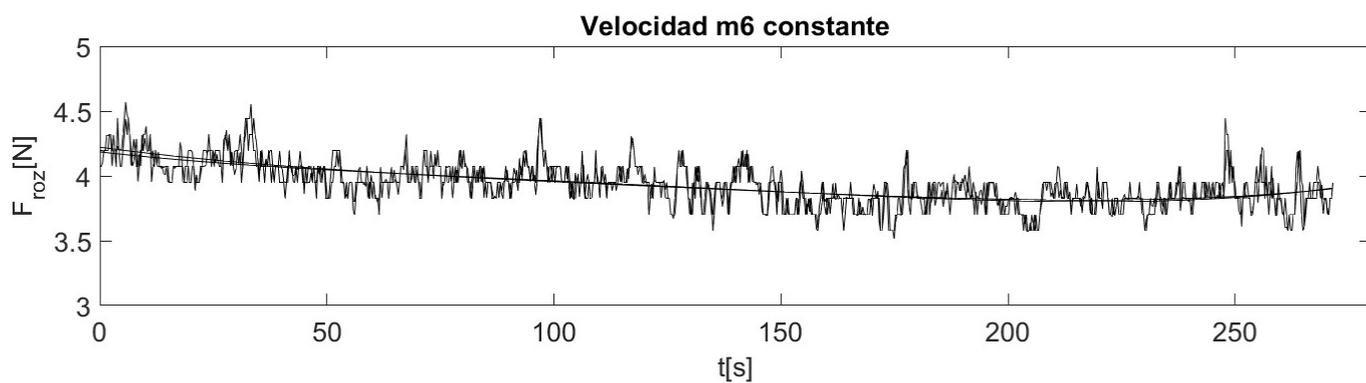
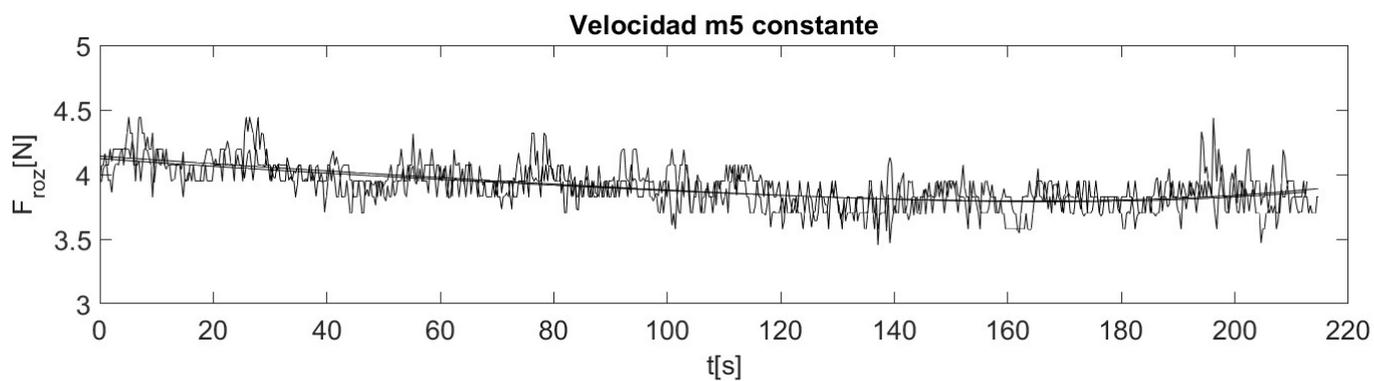
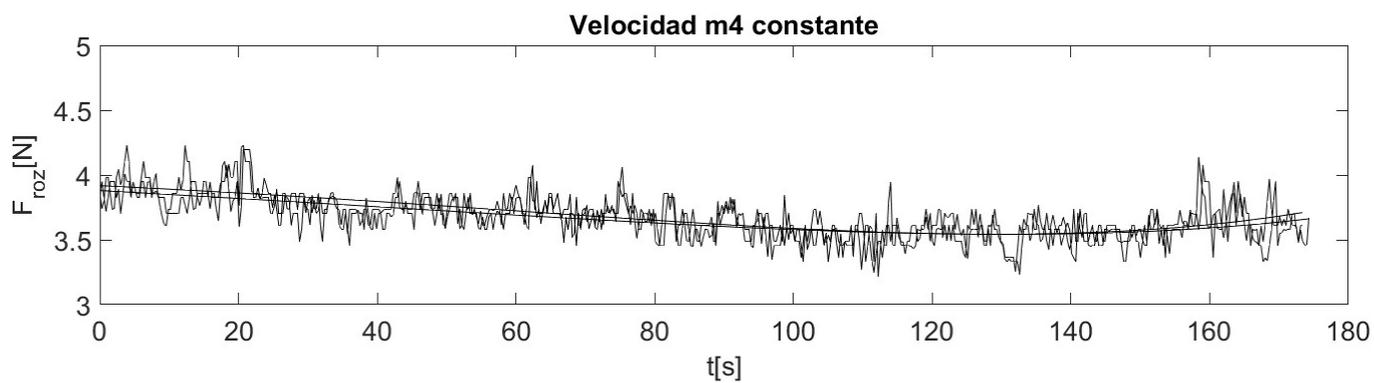
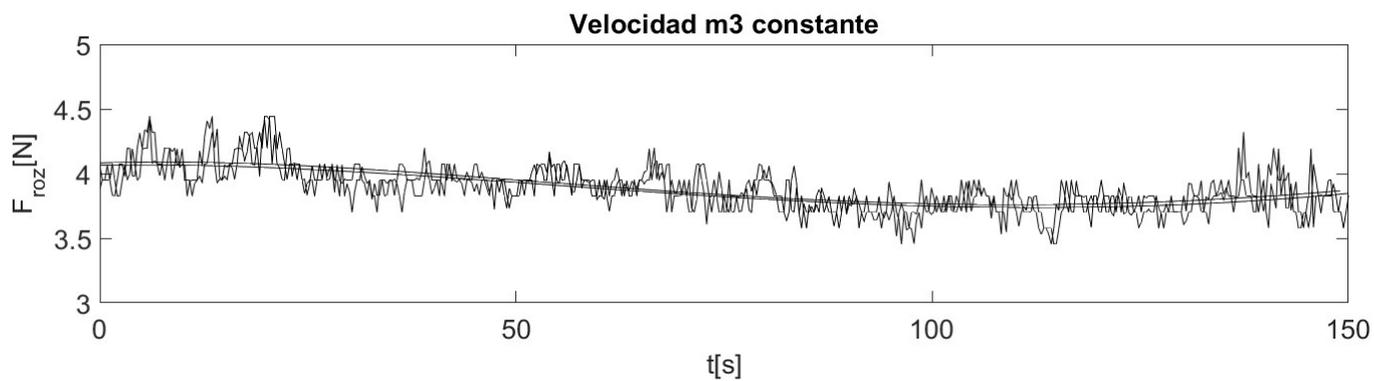
En este caso, se coloca el mismo plástico, que, en el apartado anterior, en la caja, y, en la plataforma no se coloca ningún material. De manera que los materiales que entran en contacto en los siguientes ensayos serán plástico y metal. Una vez colocados, se realizan ensayos a distintas velocidades, y, en la siguiente figura, se representa la evolución temporal de la fuerza de rozamiento medida en cada ensayo.











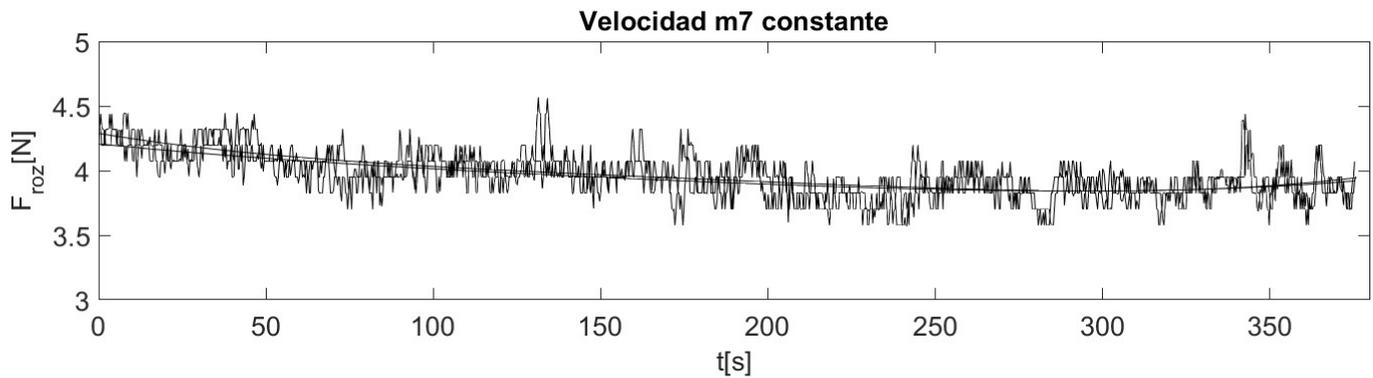


Figura 3.18. Ensayos con metal y plástico.

En estos ensayos, al igual que los ensayos con material antideslizante y plástico, se observa una repetibilidad de resultados aceptable para cada una de las velocidades. Aunque, en este caso, la fuerza de rozamiento presenta más irregularidades, es decir, se observa mayor cantidad de picos y de mayor amplitud que en el caso anterior. Por ello, se estudian las superficies de los materiales, y se comprueba que la superficie metálica se encuentra ligeramente rallada. Esto nos lleva a la hipótesis de que el número excesivo de irregularidades de la señal de la fuerza de rozamiento están relacionadas con las irregularidades de las superficies en contacto, lo cual resulta razonable.

A continuación, se representan con cruces las fuerzas de rozamiento medidas de forma discreta en todos los ensayos anteriores en función de la velocidad de deslizamiento, y se interpolan dichos puntos mediante un polinomio de tercer grado.

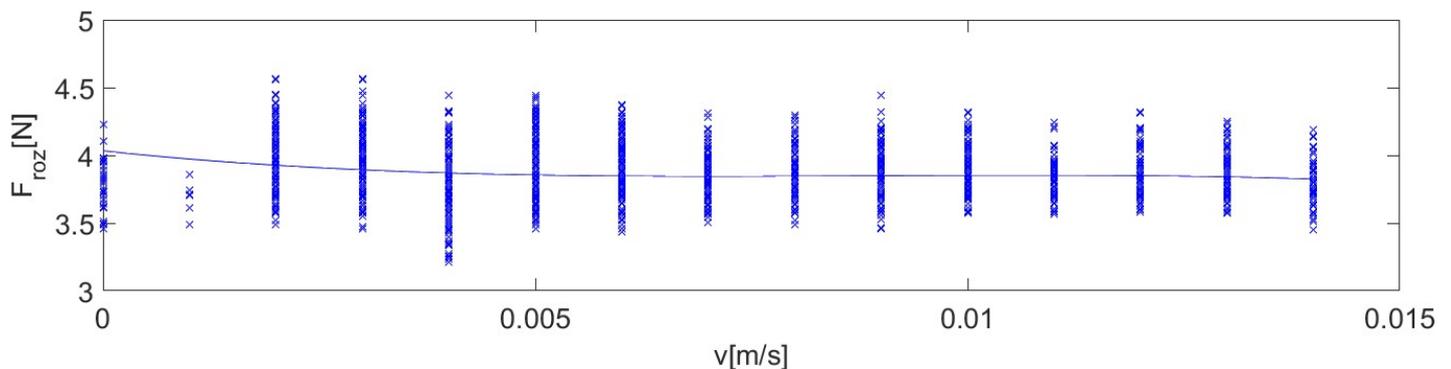


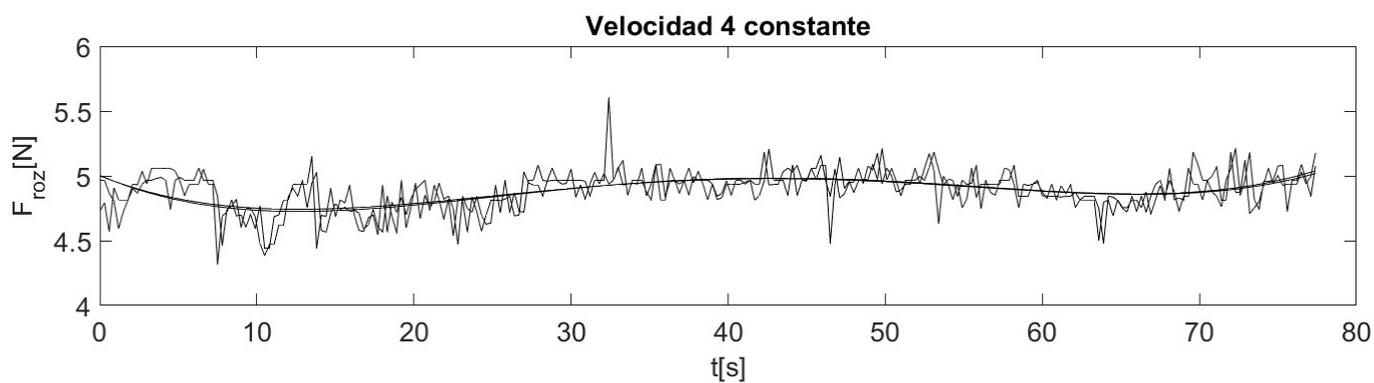
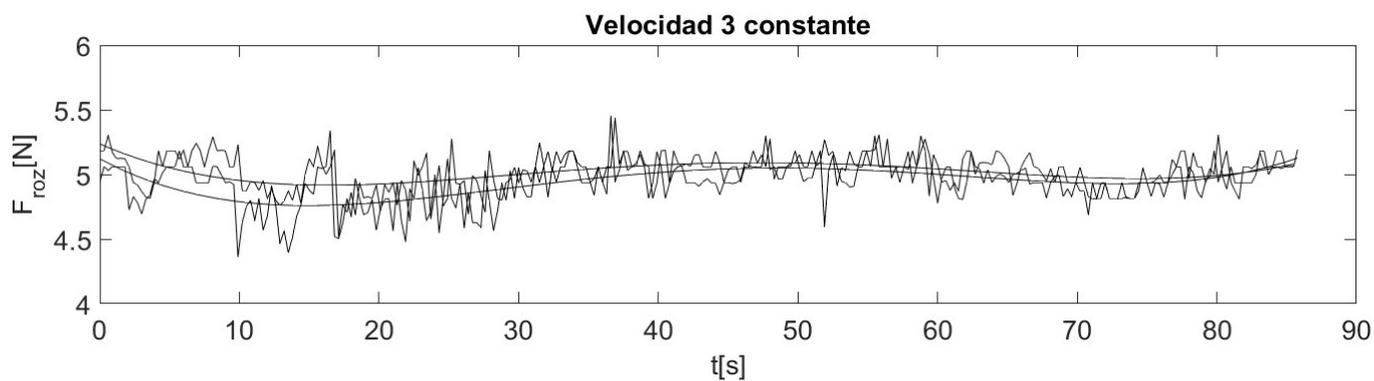
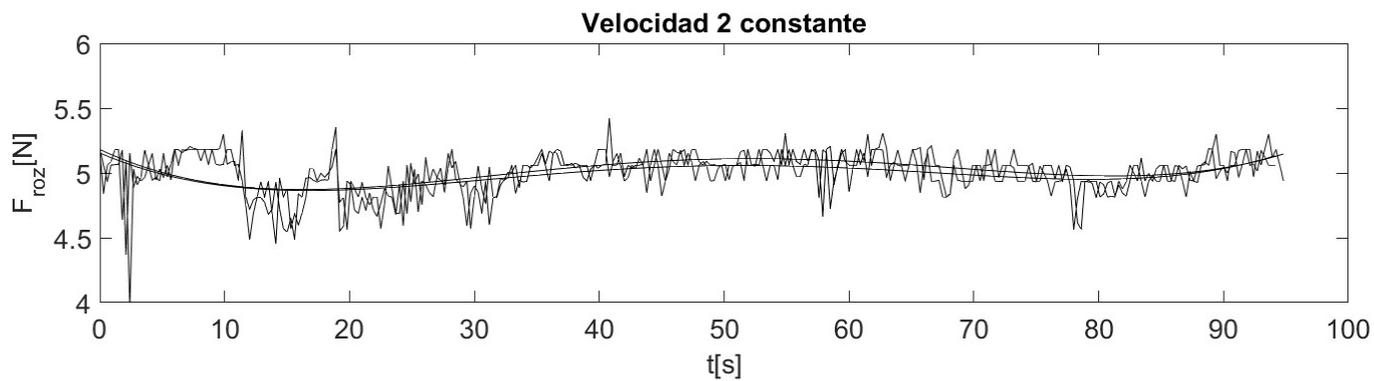
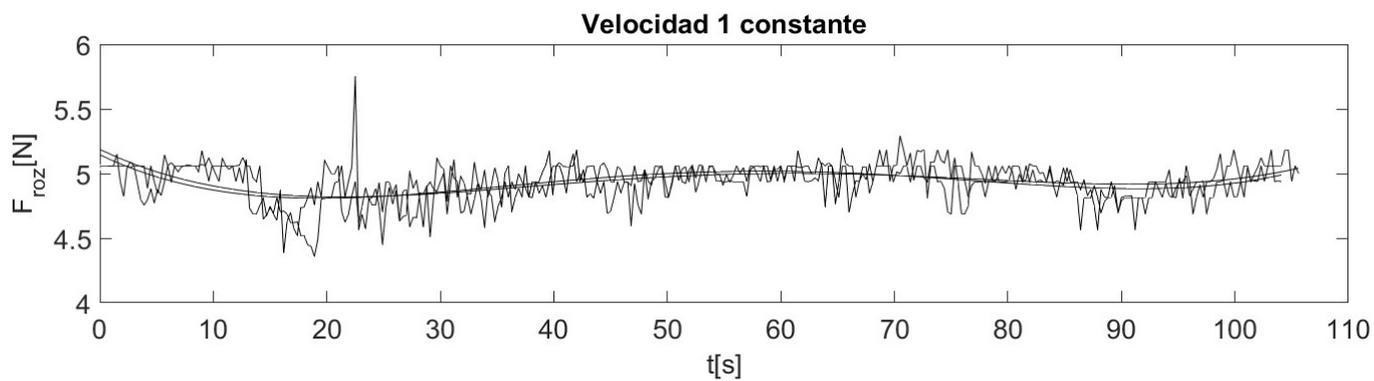
Figura 3.19. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para metal y plástico.

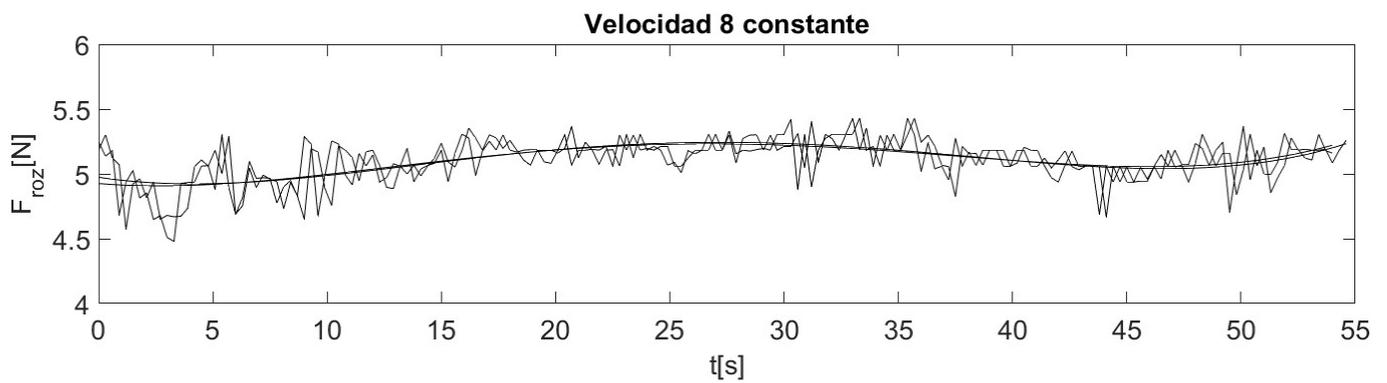
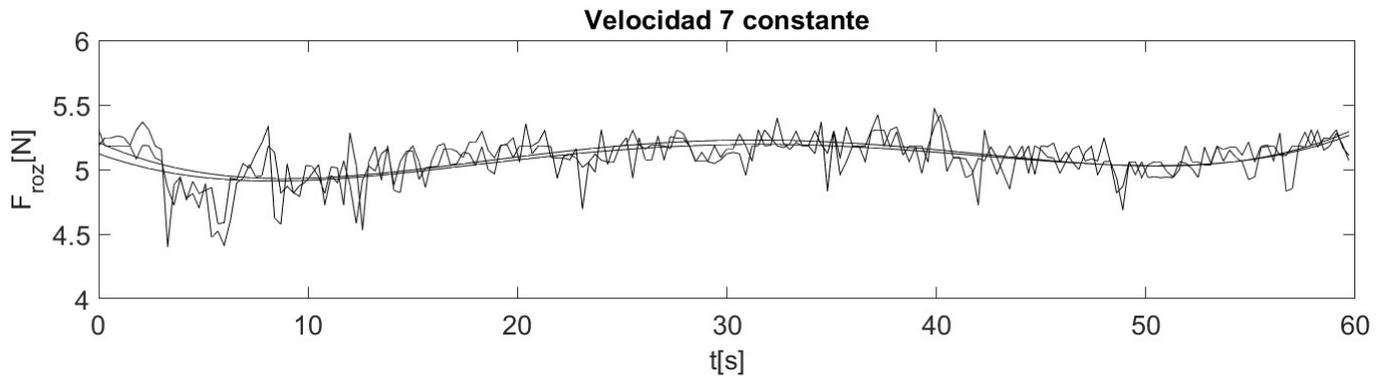
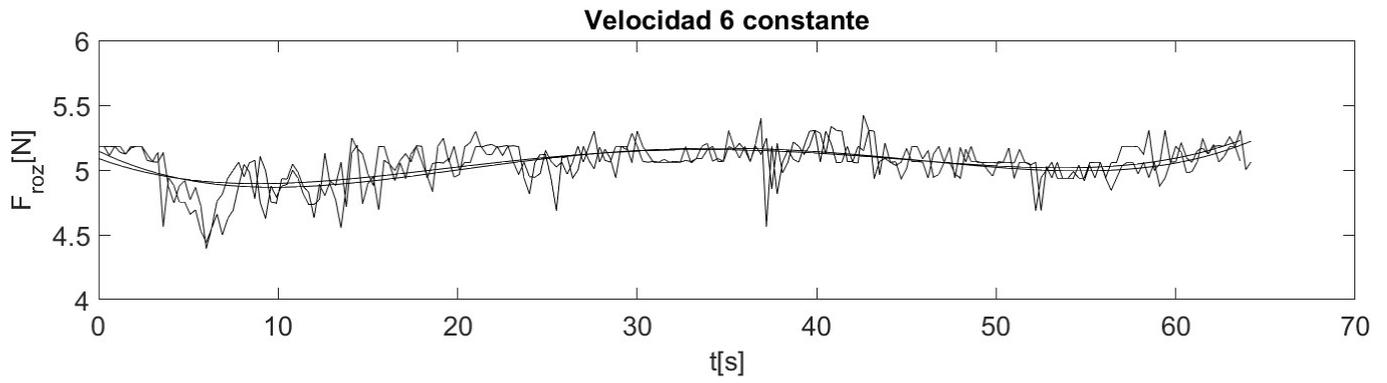
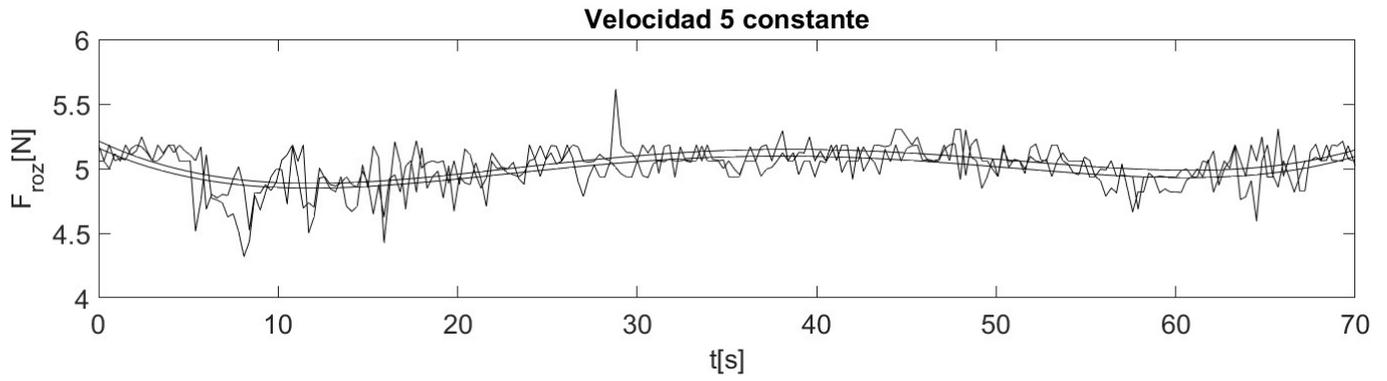
Con estos materiales, la curva $F_{roz} - v$ tampoco muestra ninguna relación entre la fuerza de fricción y la velocidad de deslizamiento. Además, la dispersión es más elevada aún que en el caso anterior.

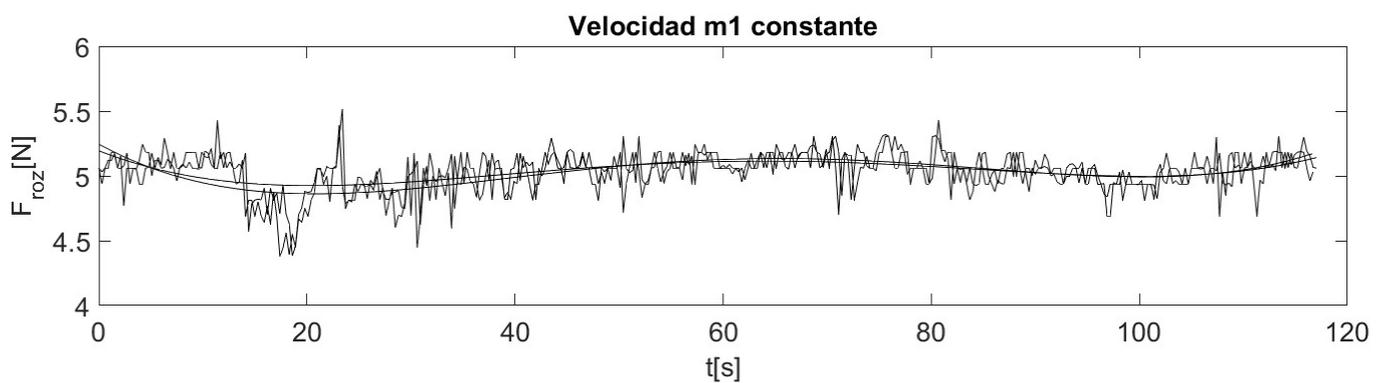
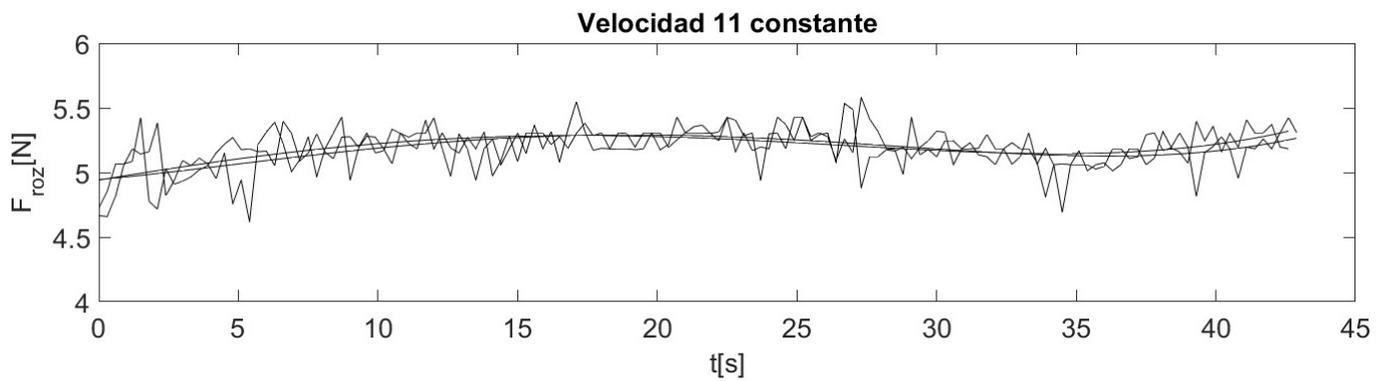
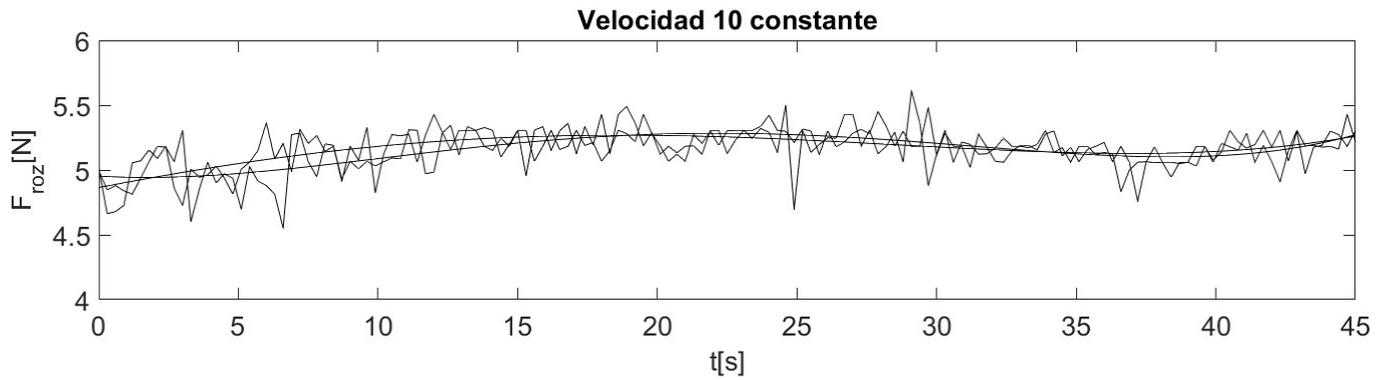
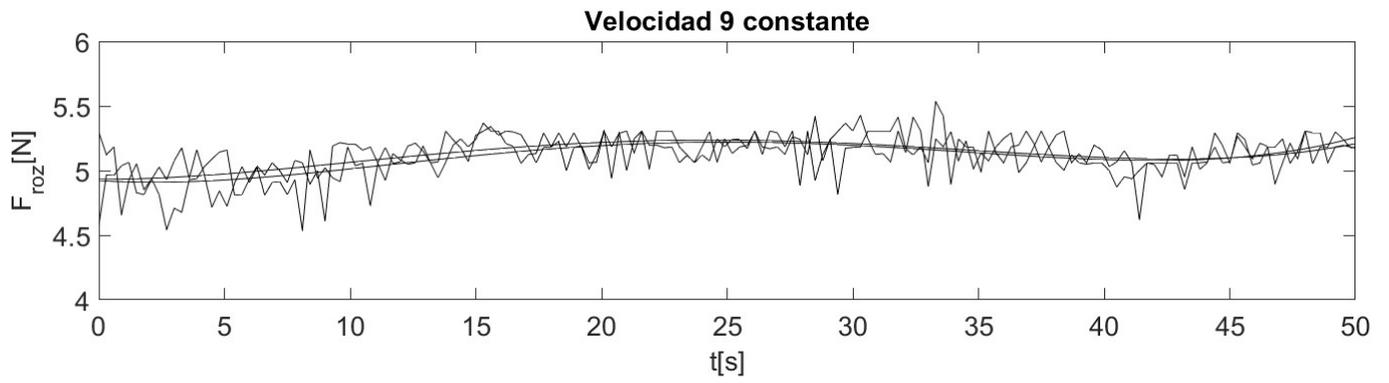
En este caso, las medidas de fuerza de rozamiento están en torno a 3.8748 N , aunque hay instantes en los que se alcanza incluso 4.5650 N como valor máximo, y 3.2150 N como valor mínimo. El coeficiente de rozamiento de esta pareja de materiales será, aproximadamente, $\mu = 0.53$. Se observa de este modo, que el material antideslizante ejerce mayor fuerza de rozamiento sobre el plástico que el metal de la plataforma.

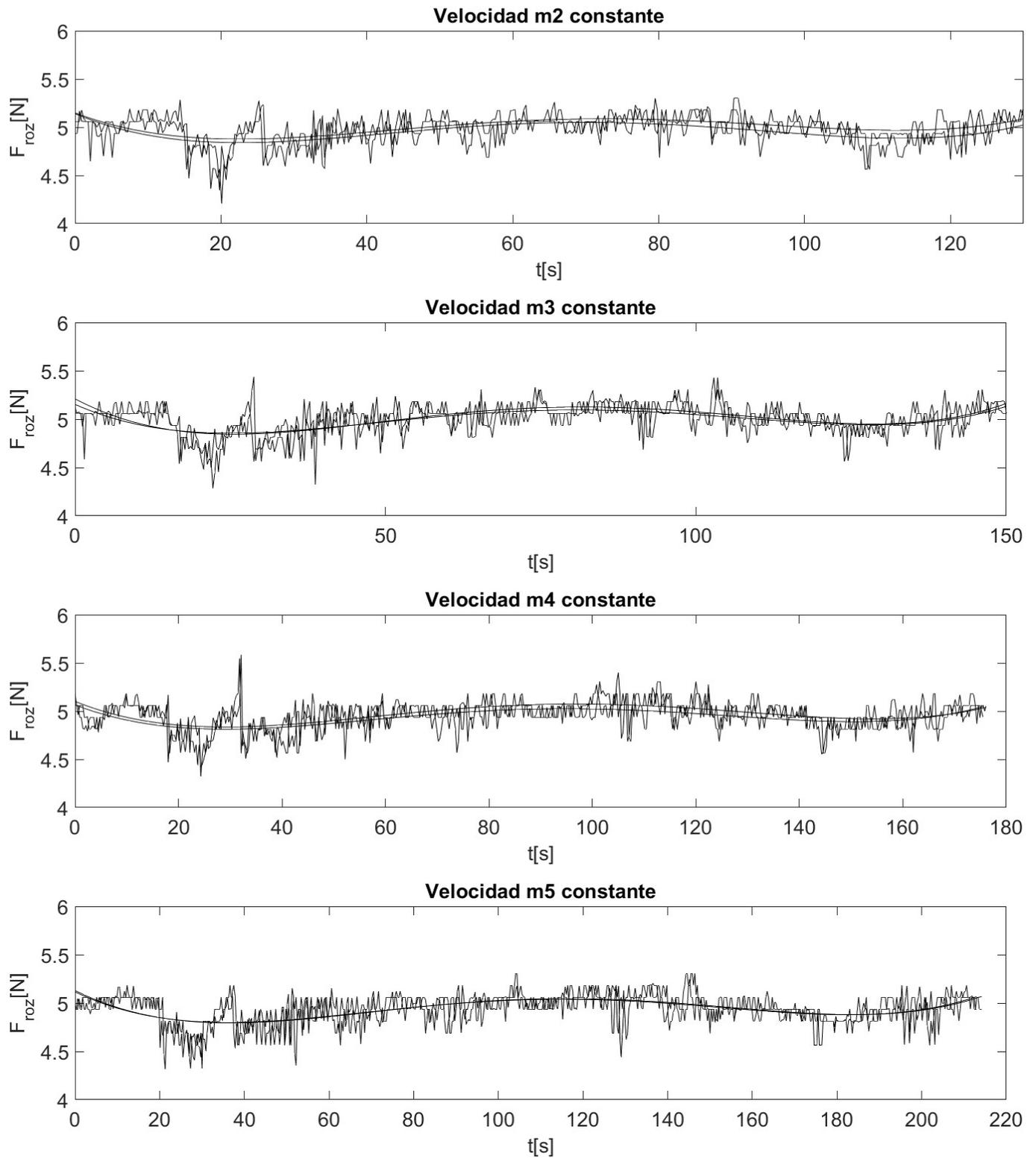
3.5.3 Plástico y plástico

En la caja se coloca el mismo plástico que en los dos casos anteriores, y en la plataforma se coloca otro plástico, más grueso, utilizando cinta adhesiva. Se realizan varios ensayos a cada velocidad y se representa la evolución temporal de dos de ellos para cada velocidad en la siguiente figura.









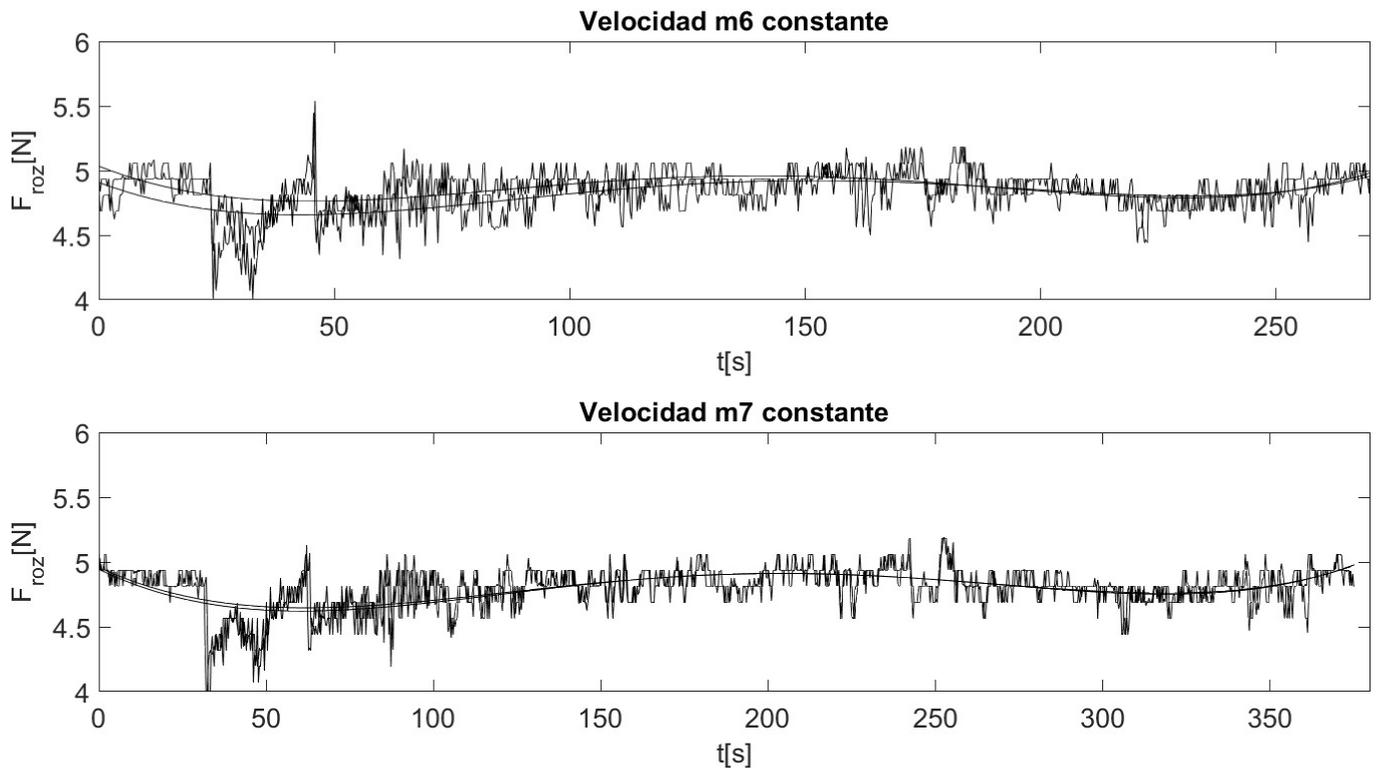


Figura 3.20. Ensayos con plástico y plástico.

La repetibilidad de estos ensayos sigue siendo aceptable, aunque aumenta el número de picos y su amplitud respecto a los ensayos con la pareja de materiales anterior. Observándose, en algunos casos, picos de gran amplitud, como, por ejemplo, a los 25 segundos de uno de los ensayos a velocidad 1 constante. En este caso, se observa que el plástico colocado en la plataforma presenta bastantes arrugas, o sea, que esta superficie es notablemente irregular. Esto concuerda con la hipótesis planteada en el apartado anterior, que relaciona las irregularidades de las superficies con el excesivo número de irregularidades de la fuerza de rozamiento medida. En la siguiente figura se representan las fuerzas de rozamiento medidas en función de la velocidad, de manera análoga a los apartados anteriores.

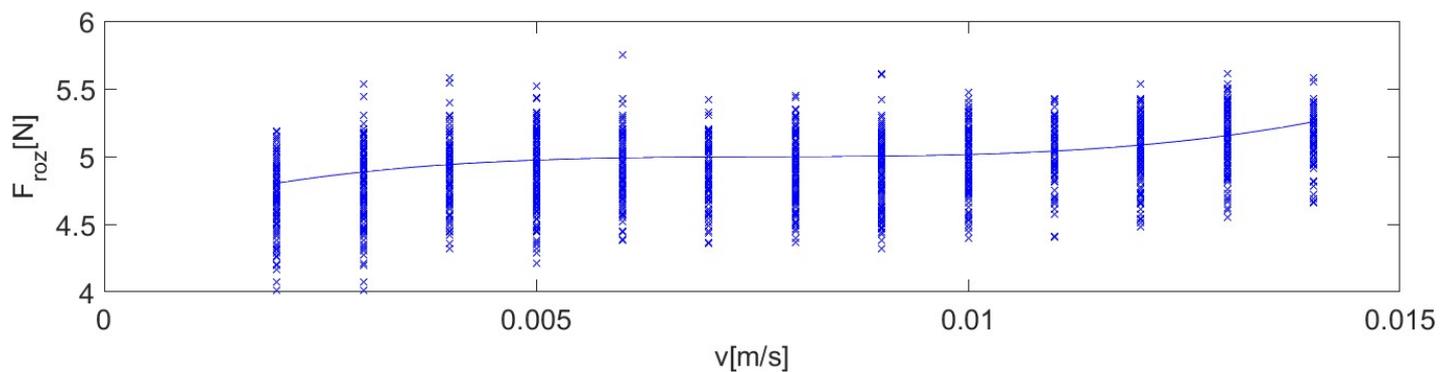


Figura 3.21. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y plástico.

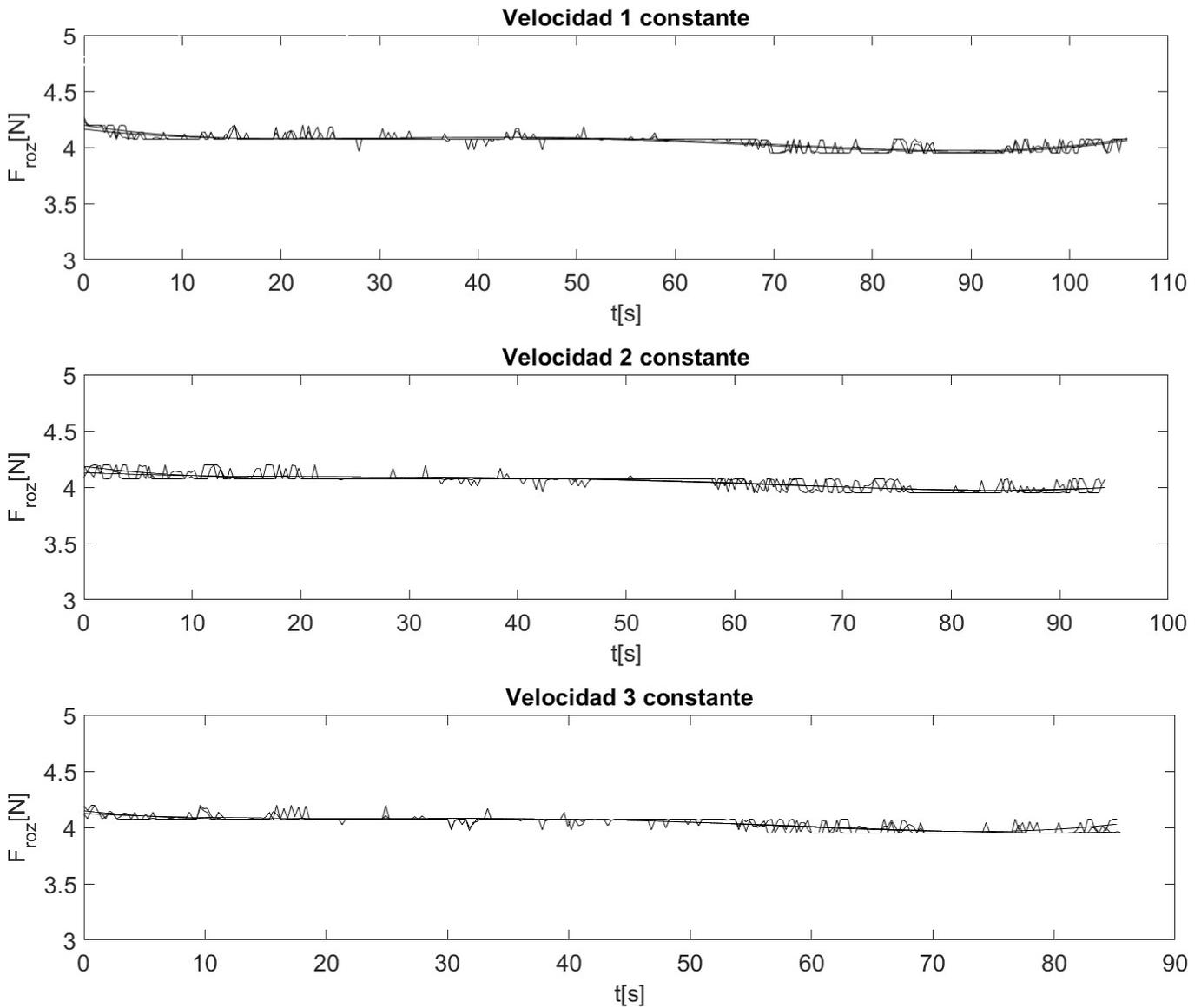
Tampoco esta curva $F_{roz} - v$ muestra ninguna influencia de la velocidad en la fuerza de rozamiento, ya que la dispersión de datos de fuerza de rozamiento para cada velocidad es mayor que las variaciones que sufre la curva de interpolación.

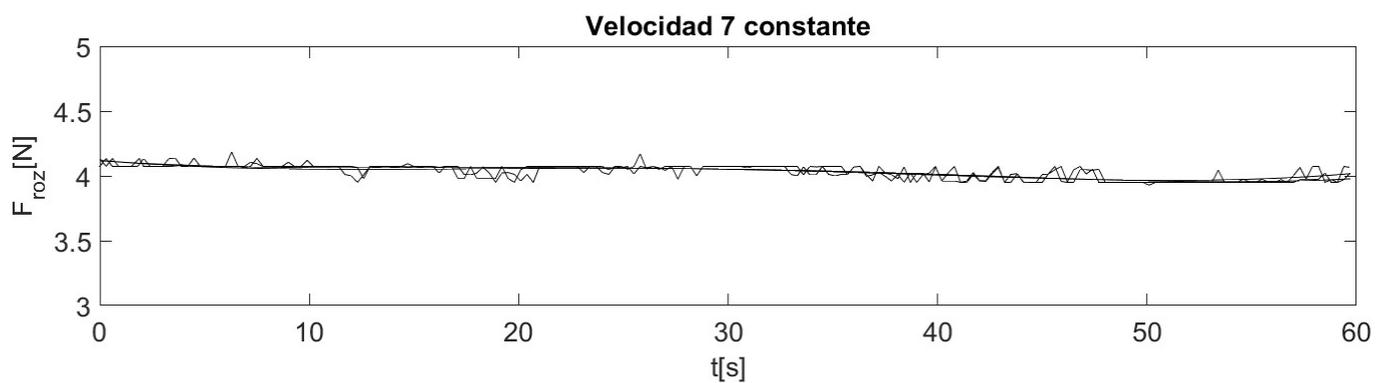
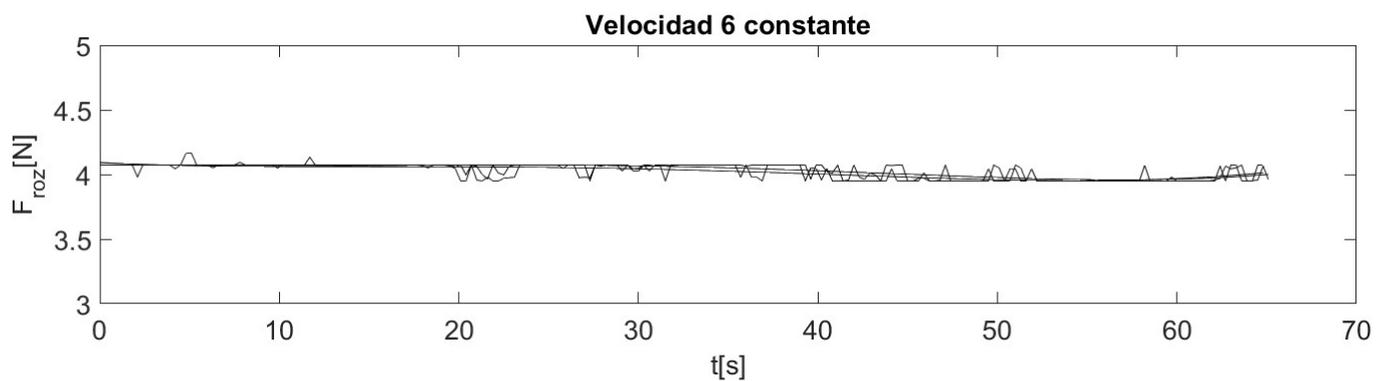
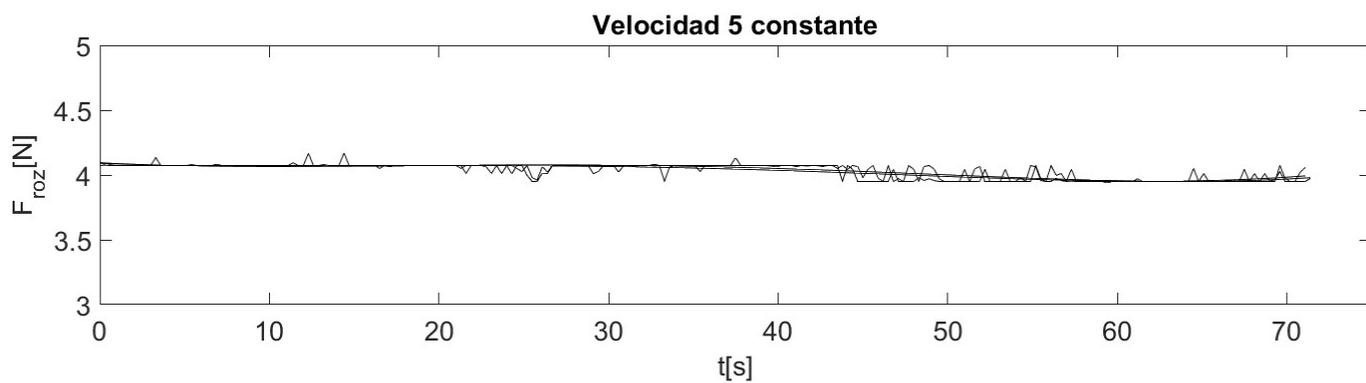
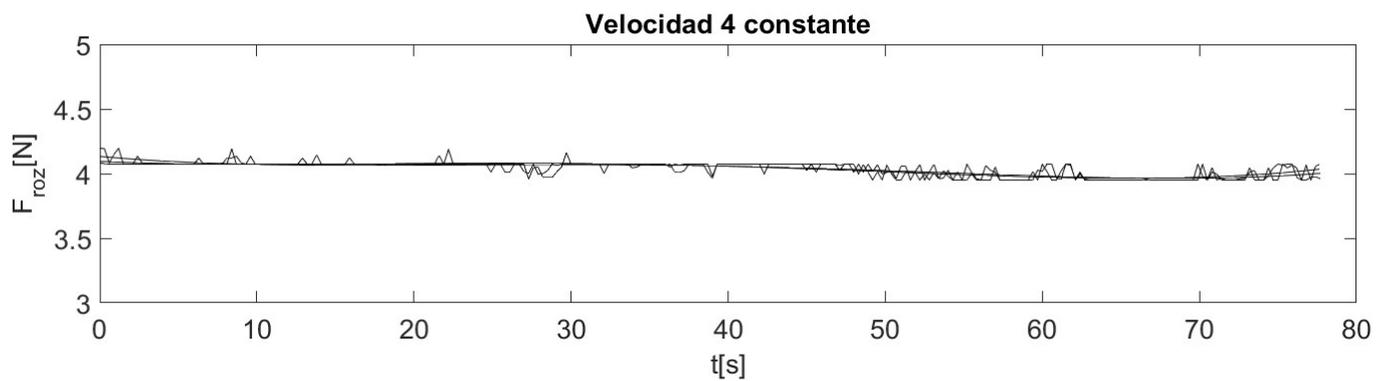
Se observa, que la fuerza de rozamiento medida entre los dos plásticos se encuentra en torno a 4.9437 N , aunque

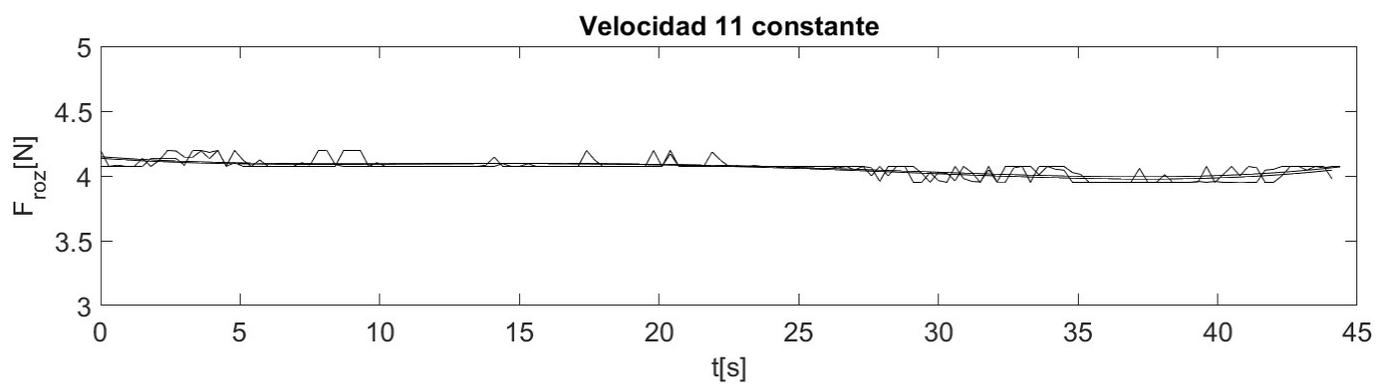
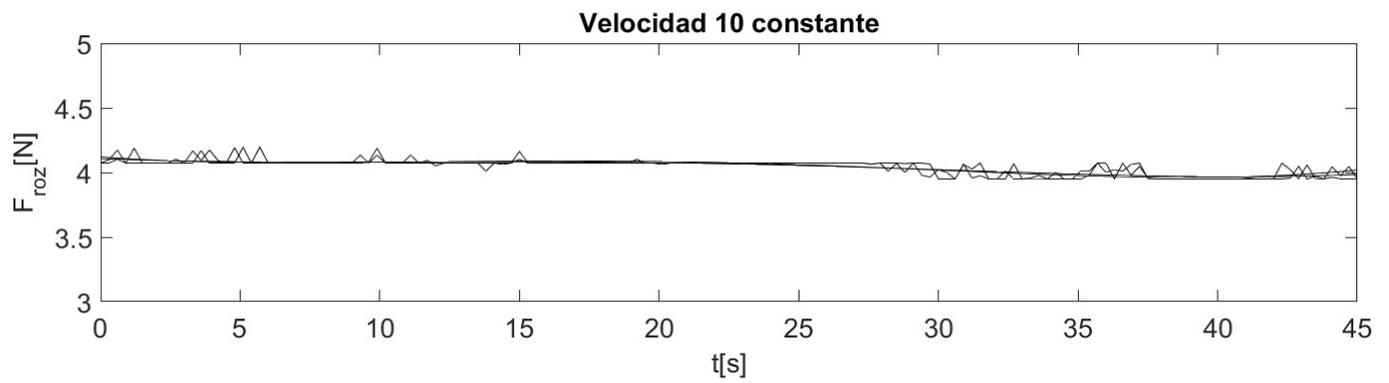
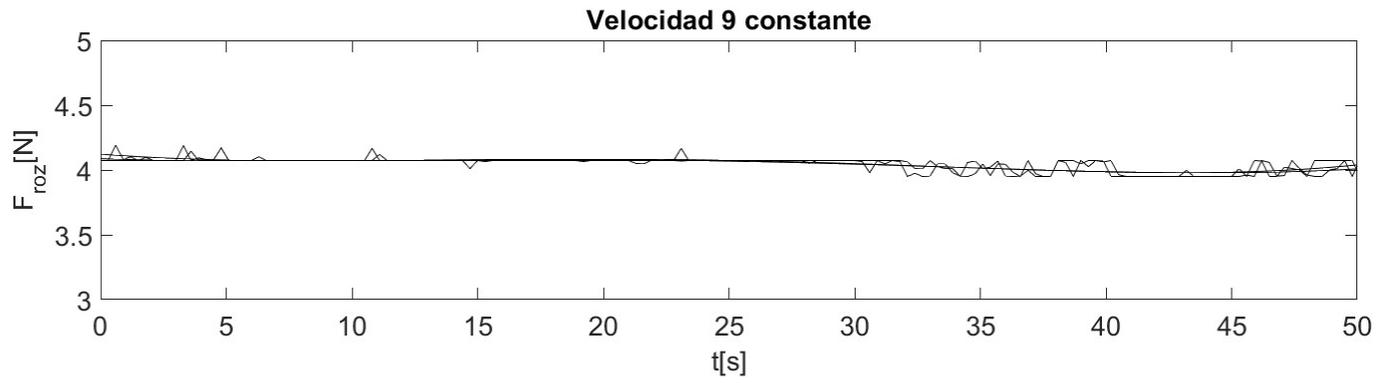
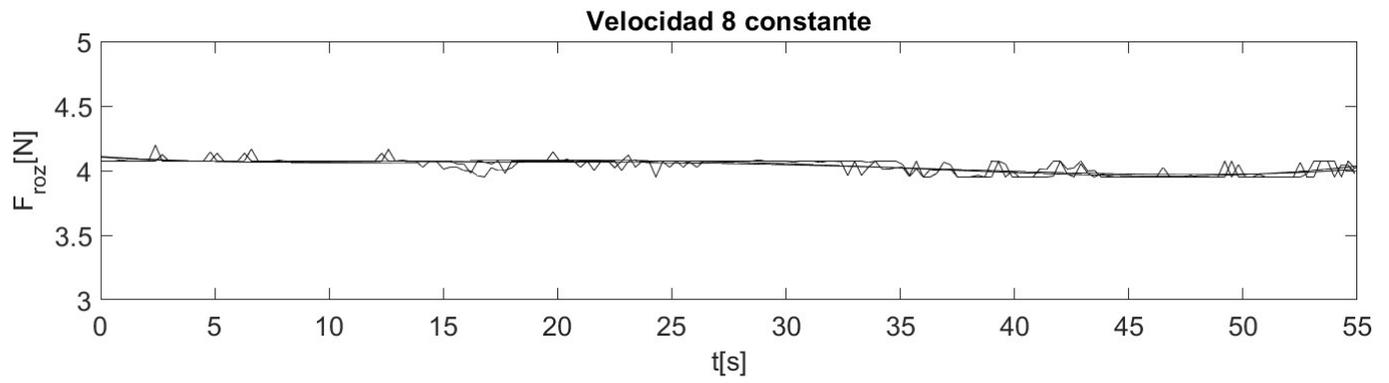
esta pareja de materiales es la que presenta mayor cantidad de irregularidades en las gráficas $F_{roz} - t$. El coeficiente de rozamiento es $\mu = 0.67$. Se comprueba así, que el coeficiente con el plástico en la plataforma, es mayor que con el material antideslizante, siendo el material de la caja el mismo en ambos casos.

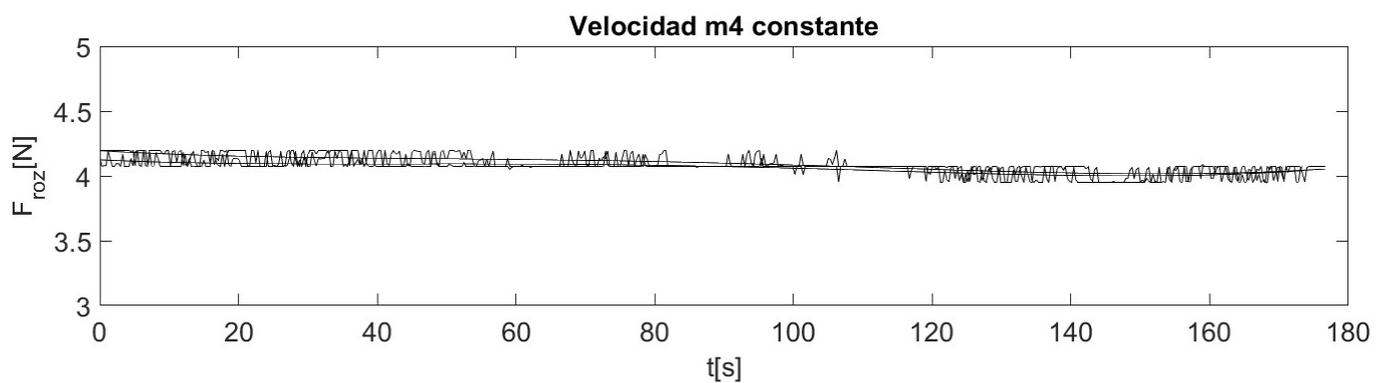
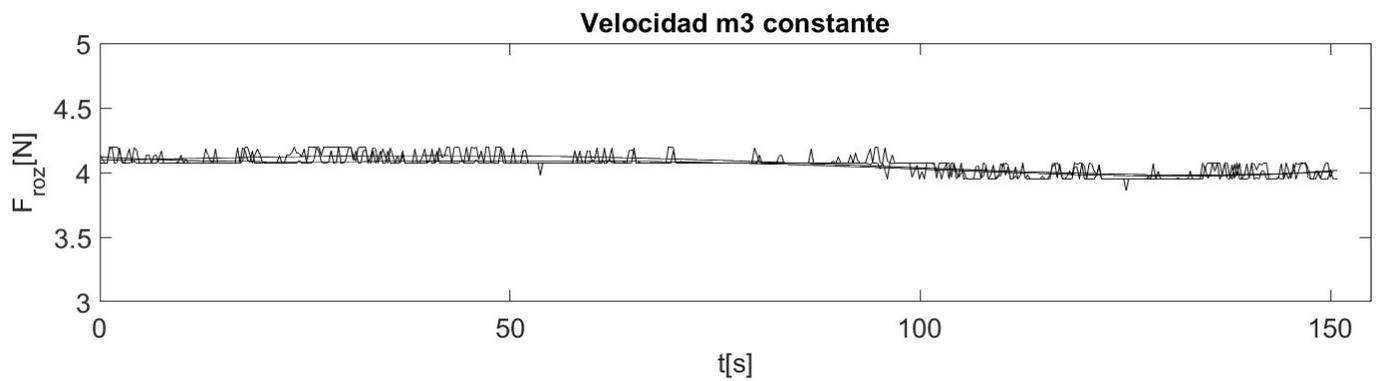
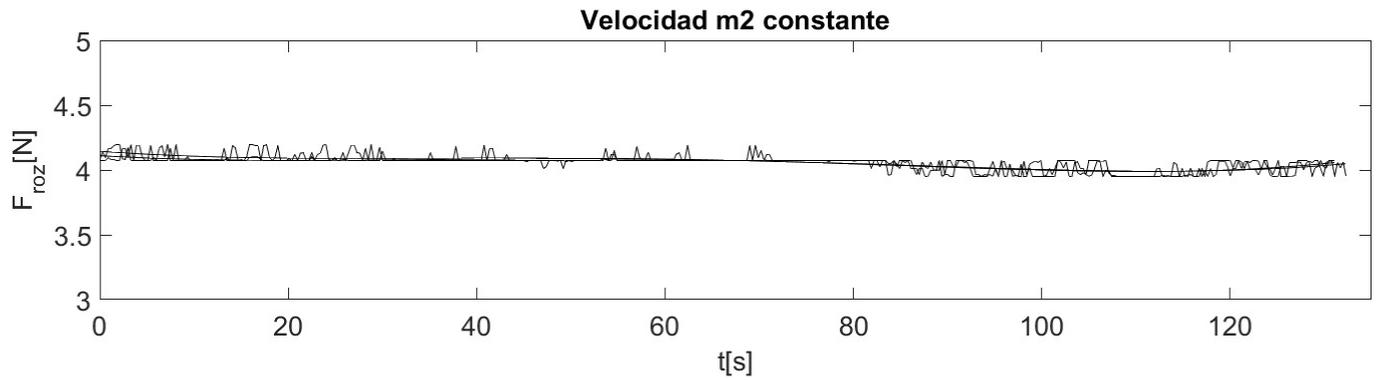
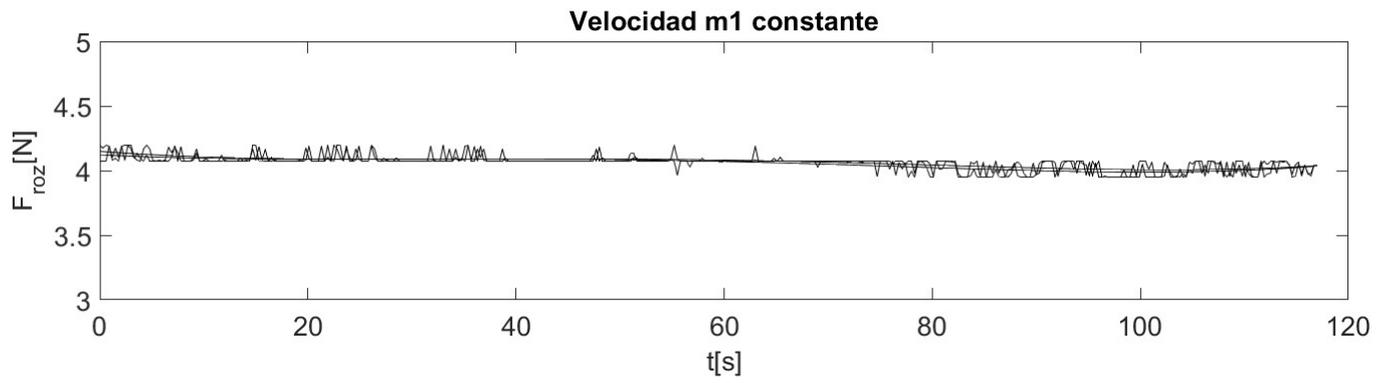
3.5.4 Plástico y papel

En la plataforma se coloca un plástico nuevo, sin arrugas, utilizando cinta adhesiva, y en la caja se coloca un papel, concretamente un fragmento de un folio. Entonces se realizan nuevamente varios ensayos para cada velocidad, y se representan dos de ellos, en la siguiente figura, para cada una de las distintas velocidades.









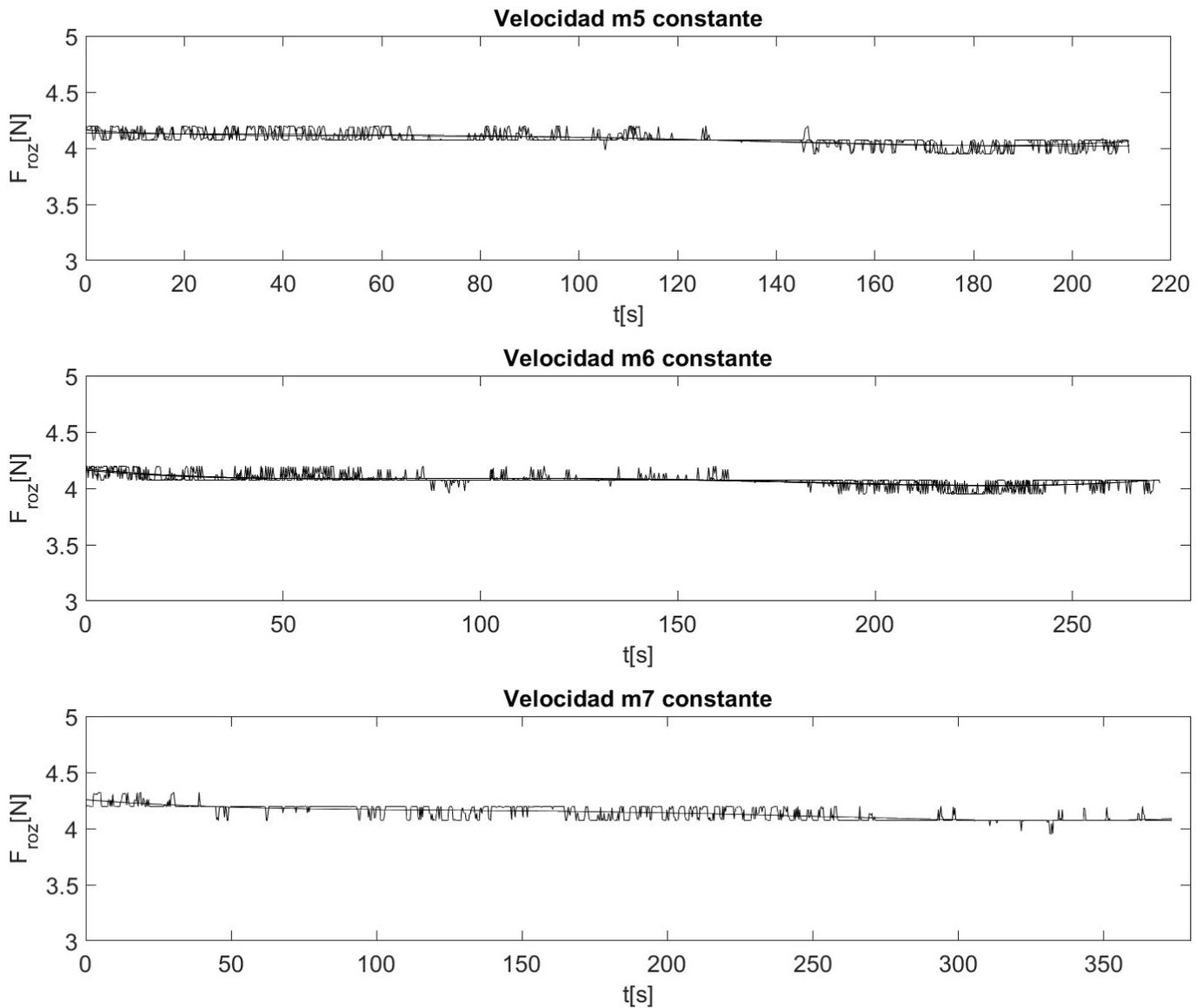


Figura 3.22. Ensayos con plástico y papel.

Se observa que para cada velocidad sigue habiendo una buena repetibilidad de resultados. Además, para esta pareja de materiales la fuerza de rozamiento medida presenta una disminución notable del número de picos y de su módulo respecto a las otras parejas de materiales, es decir, estos resultados tienen muchas menos irregularidades al representarlos en función del tiempo. Este hecho está íntimamente relacionado con la disminución de la cantidad de irregularidades presentes en las superficies de contacto durante un ensayo. A continuación, se representan todos estos datos de fuerza de rozamiento de las gráficas anteriores, mediante cruces, en función de la velocidad de deslizamiento.

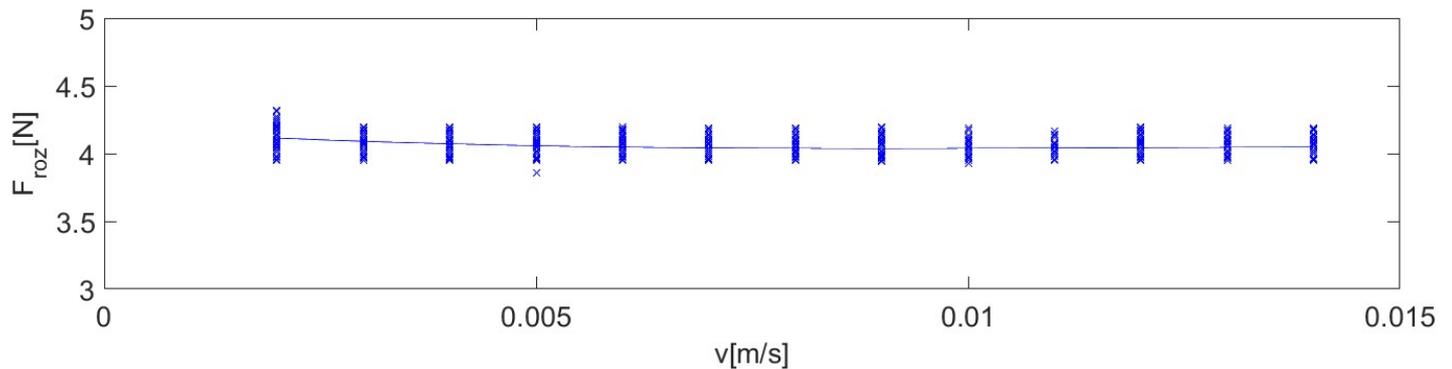


Figura 3.23. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y papel.

En la figura anterior se observa, además de los puntos representados con cruces anteriormente comentados, una interpolación de dichos datos mediante un polinomio de tercer grado, al igual que en los apartados anteriores. De igual modo que con las otras parejas de materiales, la curva $F_{roz} - v$ sigue sin mostrar ninguna relación entre la fuerza de fricción y la velocidad, ya que no se observa ningún cambio reseñable en el módulo de la fuerza de rozamiento en función de la velocidad. Sin embargo, la dispersión de medidas de fuerza de rozamiento para cada velocidad es notablemente menor con esta pareja de materiales. Aunque, puede que siga siendo excesiva a la hora de captar la influencia de la velocidad de deslizamiento en la fuerza de rozamiento.

En los ensayos de este apartado se comprueba que la fuerza de rozamiento medida por la célula de carga se encuentra en torno a 4.0582 N , además, estas medidas son las que menos dispersión tienen. Entonces, el coeficiente de rozamiento entre el plástico y el papel será $\mu = 0.55$ aproximadamente.

3.5.5 Ensayos fallidos

Durante la realización de algunos ensayos, se comprobó que algunas parejas de materiales no eran viables a la hora de realizar ensayos. Por ejemplo, si se coloca un plástico en la caja, y un plástico fino en la plataforma, se observa que, tras realizar una serie de ensayos, el plástico fino se ha deteriorado, incluso puede llegar a romperse. Lo mismo ocurre al colocar papel fino en la plataforma y plástico en la caja. El papel fino acaba deteriorándose, de forma que se invalidan las medidas proporcionadas por la célula de carga. Cambiando el plástico de la caja, por papel, no se evita el problema.

Entonces, se concluye que los materiales que se desean utilizar en los ensayos deben tener una cierta resistencia, que evite que se deterioren tras un número reducido de experimentos. Como por ejemplo las parejas de materiales comentadas en todos los apartados anteriores, las cuales no muestran un deterioro visible tras sufrir una serie de ensayos.

4 CONCLUSIONES

Para finalizar este documento se establecen una serie de conclusiones, en base a los ensayos realizados. Además, se proponen una serie de mejoras para la máquina que permitan optimizar los ensayos, y, por tanto, los resultados.

4.1 Conclusiones de los ensayos

Tras la realización de numerosos ensayos con distintas parejas de materiales, en las gráficas de fuerza de rozamiento en función de la velocidad de deslizamiento no se observa ninguna relación directa entre ambas. Debido a que las variaciones que presenta la fuerza de rozamiento al variar la velocidad no son reseñables en comparación con la dispersión de medidas de fuerza proporcionadas por la célula de carga, ya sea esta dispersión elevada o reducida. Por ejemplo, en el caso 3.5.3 del capítulo anterior, en el que se coloca un plástico en la caja y otro plástico en la plataforma, se observa que para cada velocidad hay una dispersión de en torno a $1.8 N$, mientras que la curva de interpolación varía en torno a $0.4 N$ desde su punto más alto a su punto más bajo. En la siguiente figura se muestra la curva $F_{roz} - v$ aumentada para visualizar todo esto:

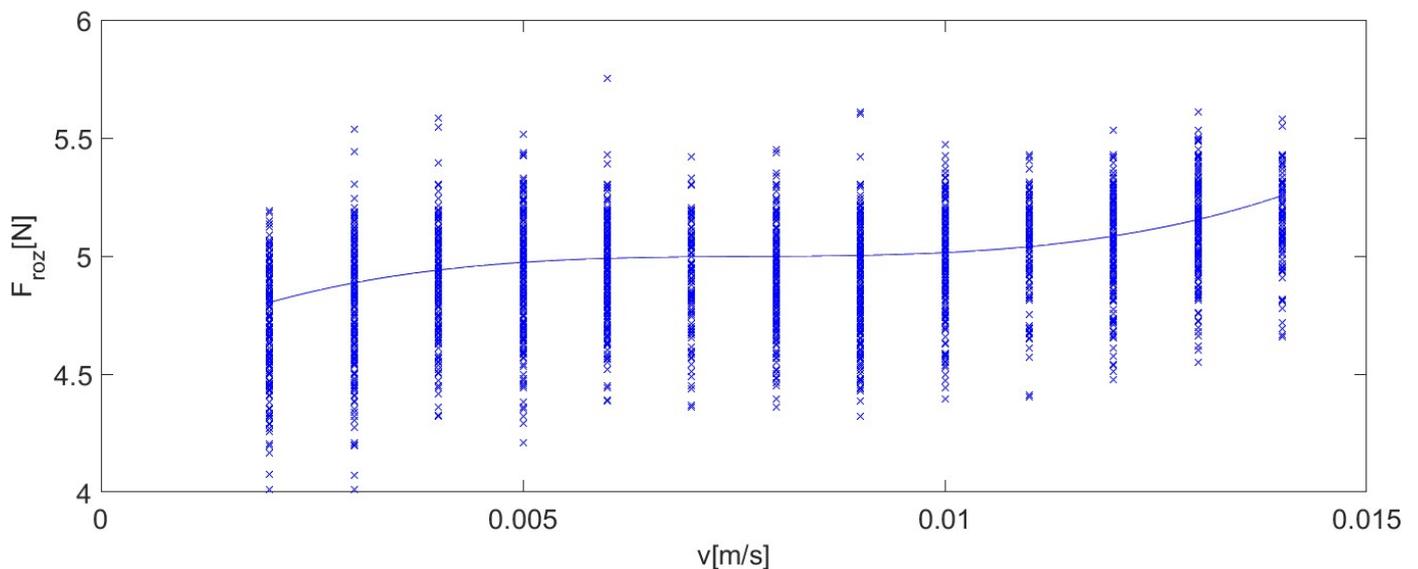


Figura 4.1. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y plástico.

Para cada velocidad se representan, mediante cruces, todas las fuerzas de rozamiento medidas por la célula de carga a esa velocidad de deslizamiento concreta. Efectivamente se observa que, por ejemplo, para la velocidad $0.01 m/s$ la fuerza de rozamiento varía dentro de un rango de $1 N$, concretamente entre $4.5 N$ y $5.5 N$ aproximadamente, mientras que la curva de interpolación varía entre $4.804 N$ y $5.256 N$ en todo su dominio.

En el mejor de los casos, que es el 3.5.4, en el que se coloca un plástico en la plataforma y un papel en la caja, aunque la dispersión resulta reducida, tampoco se observa ninguna relación entre ambas magnitudes en la curva $F_{roz} - v$ obtenida, la cual se muestra aumentada en la siguiente figura.

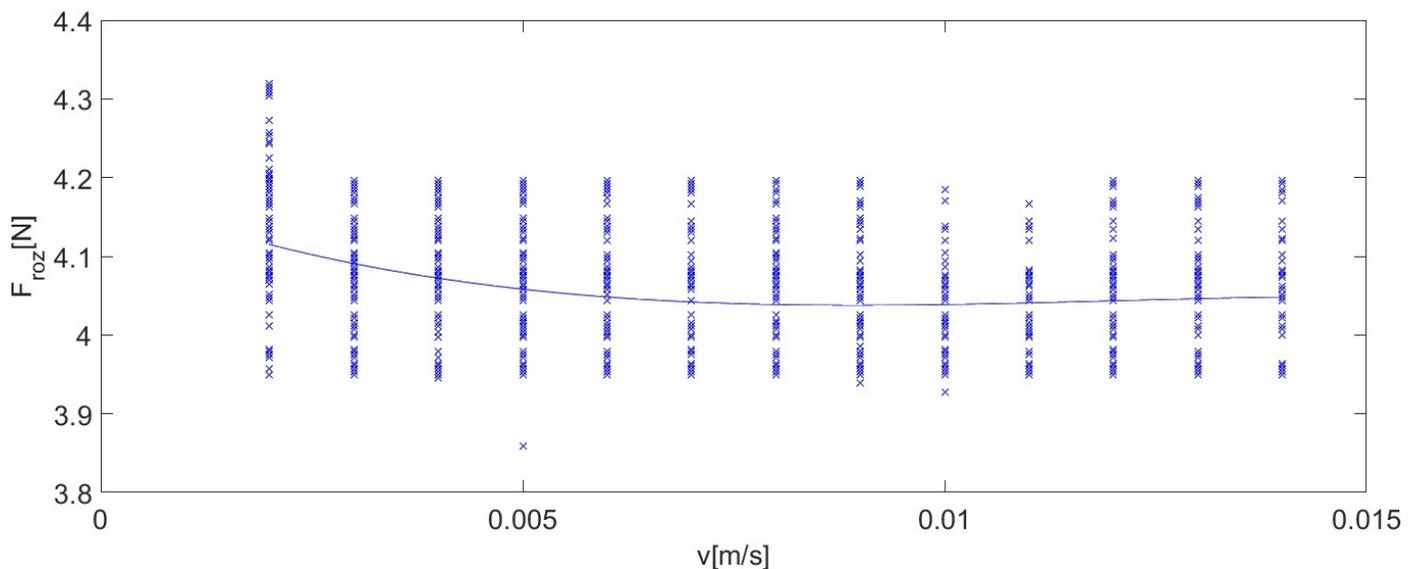


Figura 4.2. Fuerza de rozamiento en función de la velocidad para plástico y papel.

En este caso, la dispersión de las medidas de fuerza de rozamiento para cada velocidad se ve reducida a menos de 0.3 N , excepto para la velocidad mínima que es algo mayor, sin embargo, la curva de interpolación sigue variando menos, concretamente entre 4.085 N y 4.115 N . Se observa que, salvo las fuerzas medidas a la mínima velocidad, el resto de fuerzas medidas para las demás velocidades se encuentran siempre dentro del mismo rango, entre 3.950 N y 4.196 N .

Una vez analizadas todas las gráficas que representan la fuerza de rozamiento en función de la velocidad, se llega a la conclusión de que ninguna de ellas recoge ningún tipo de influencia de la velocidad de deslizamiento en la fuerza de rozamiento. Por ello, la máquina utilizada no ha resultado útil a la hora de observar la dependencia entre ambas magnitudes, en el caso de rozamiento seco. Es posible, que esto se deba a la dispersión de los datos.

Por otro lado, cabe preguntarse si, reduciendo la dispersión, la máquina conseguiría capturar la relación entre la fuerza de rozamiento y la velocidad. A continuación, se va a hacer referencia a un error, que sirve para cuantificar la dispersión. Y se entiende por error la diferencia entre la mayor y la menor fuerza de rozamiento medida a una misma velocidad de deslizamiento. Porque la fuerza de rozamiento a velocidad constante debería ser también constante, asumiendo que el comportamiento de la fuerza de fricción captado de forma experimental implica siempre pequeñas irregularidades. Esto se observa en la siguiente figura, recogida en los estudios de Persson et al. (2003) [18], en la que se muestra el coeficiente de fricción medido entre la goma de un neumático y una superficie dura y áspera, durante un experimento realizado a una velocidad constante de 0.00033 m/s .

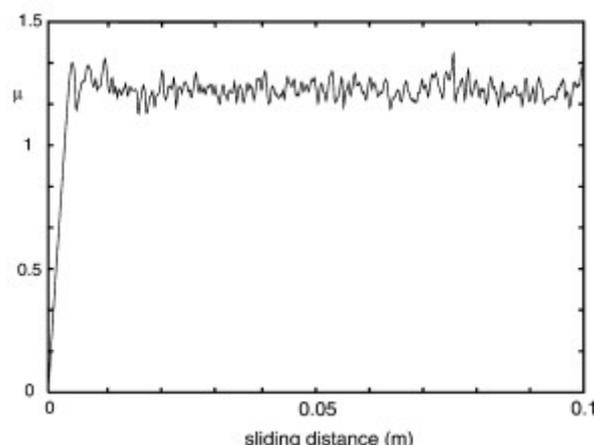


Figura 4.3. Coeficiente de fricción en función de la distancia recorrida deslizando. Extraída de [18].

En la gráfica anterior se observa que, efectivamente, la fuerza de rozamiento medida de forma experimental siempre presenta irregularidades.

Los motivos por los que, en los ensayos aquí expuestos la máquina proporciona unos resultados con cierta dispersión pueden ser varios. Por un lado, la célula de carga siempre induce un error, que se cuantificará en el Anexo A, en sus mediciones. Además, a la hora de realizar la puesta en cero, ésta se realiza de forma manual. A la hora de minimizar errores las operaciones manuales suelen ser indeseadas. Por otro lado, hay diversas cuestiones físicas de la máquina que también inducen errores, como, por ejemplo, los tornillos que entran en la célula de carga y los tornillos que sirven para unir la cabeza de los anteriores a la caja y a la bancada tienen cierta holgura. Por lo que, al realizar la puesta en cero, estos pueden tomar una determinada posición para el inicio del ensayo, y luego, a lo largo de éste, pueden ir variando su posición. Este hecho, es posible, que influya en la medida de la fuerza de rozamiento realizada por la célula de carga. En la siguiente figura se muestran los tornillos que entran en la célula rodeados de azul, y los tornillos que unen las cabezas de los tornillos anteriores a la bancada y a la caja rodeados de negro.

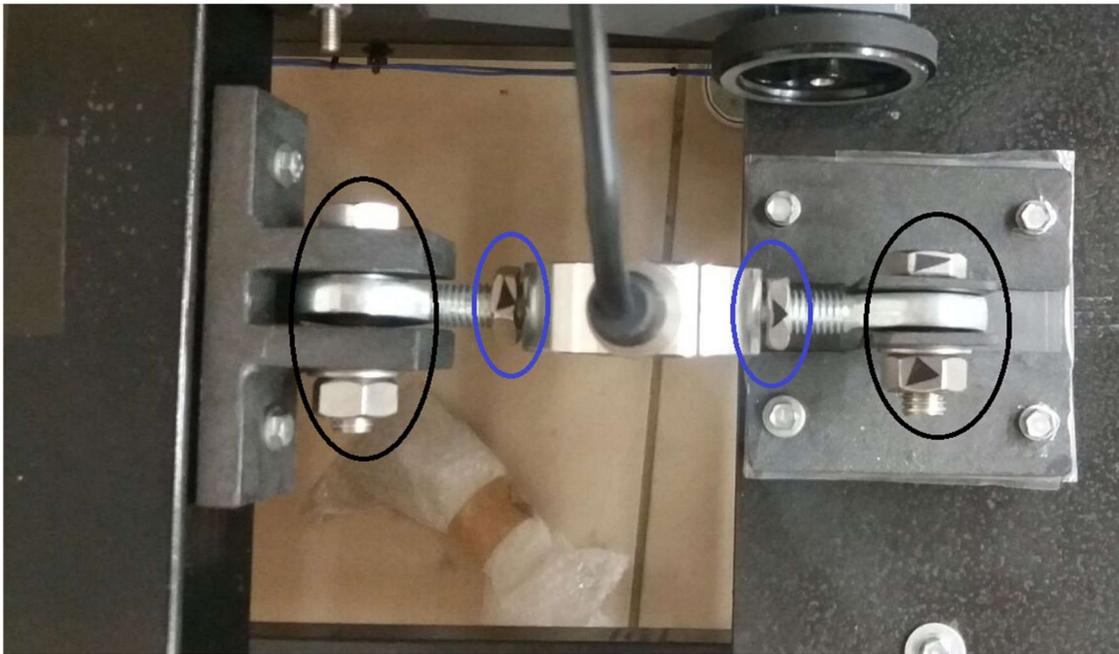


Figura 4.4. Elementos con holgura que entran en contacto con la célula de carga.

Gracias a las pegatinas se consigue que estos elementos se coloquen siempre igual, de forma previa a la puesta en cero. El problema reside en el hecho de que, al realizar la puesta en cero, es poco probable que estos elementos acaben siempre en la misma posición. Y aunque acabasen siempre en la misma posición, ésta debe ser tal que los tornillos no se muevan durante el ensayo.

Otro problema de la fisiología de la máquina se encuentra en el contacto entre los dos railes y las cuatro ruedas que ruedan por ellos, ya que, el contacto debería tener lugar solo en la parte inferior de la rueda. Sin embargo, el rail al tener una sección en ‘U’, también puede entrar en contacto con la rueda por su superficie lateral. Esto se visualiza en la siguiente figura.

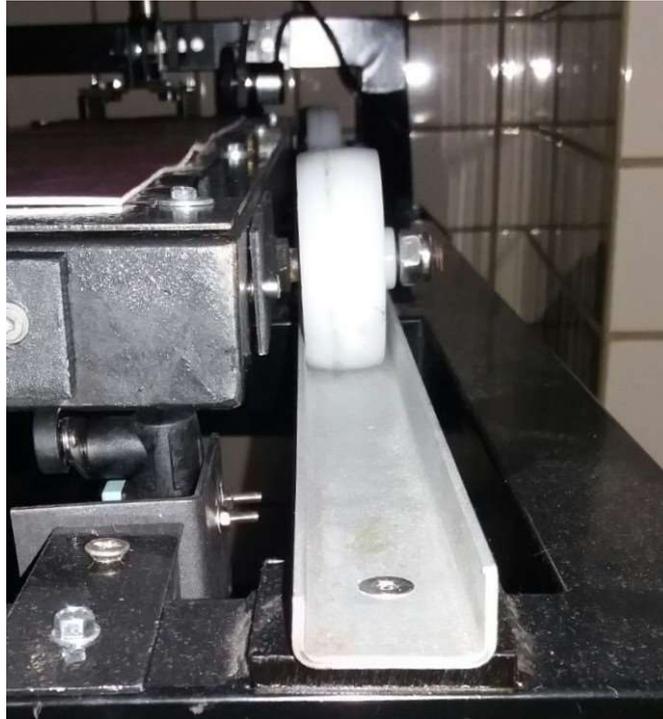


Figura 4.5. Zona de contacto entre una rueda y el raíl.

Además del problema anteriormente comentado, el raíl presenta otro inconveniente. Su superficie horizontal por la que ruedan las ruedas debería ser completamente lisa para evitar introducir vibraciones en la plataforma. Sin embargo, esta superficie presenta irregularidades debido a los tornillos que unen los raíles a la bancada, además de posible suciedad. Estos factores pueden provocar un desplazamiento vertical de la rueda, que a su vez ocasiona el movimiento vertical de la plataforma, cuyo desplazamiento debería ser exclusivamente horizontal.

El fenómeno de stick-slip, que se recoge en el modelo planteado en [11], puede influir en las mediciones realizadas durante un ensayo. Debido a que la célula de carga podría comportarse como un resorte. Entonces, en algunos instantes, es posible que la caja quede adherida a la plataforma, y cuando la fuerza ejercida por la célula supere la fuerza de fricción estática, la caja retrocederá deslizando hasta que se equilibren las fuerzas. Este comportamiento puede repetirse numerosas veces. A simple vista, durante un ensayo no se observa este fenómeno, aunque si podría estar produciéndose de forma imperceptible, es decir, los movimientos serían tan pequeños que no se perciben.

Según el Anexo A, el error introducido por la célula de carga es aproximadamente de 0.1 N , lo cual entra dentro de lo previsible para este tipo de instrumentos. Sin embargo, este error se amplifica por el resto de elementos anteriormente comentados, llegando a 0.3 N en el caso del plástico liso en la plataforma y papel en la caja. En otros ensayos, como por ejemplo en el que se colocan plásticos en ambas superficies de contacto, o en el que se coloca un plástico en la caja y la plataforma se deja libre, el error alcanza un valor superior a 1 N . Estos dos ensayos son los que mayor error presentan, lo cual puede estar relacionado con el estado de las superficies que entran en contacto. El plástico colocado en la plataforma, en uno de ellos, se encontraba visiblemente arrugado, y la superficie de la plataforma estaba levemente rallada. Estas irregularidades en las superficies que intervienen en el ensayo podrían provocar que el error incrementase. En los otros ensayos, con superficies sin imperfecciones a simple vista, el error es menor de 0.5 N , sin embargo, en estos dos ensayos, supera el valor de 1 N .

Por otro lado, durante el desarrollo de toda la puesta a punto de la máquina se ha buscado la repetibilidad de los resultados, o sea, que al realizar un mismo ensayo, con las mismas condiciones, se obtuviesen datos iguales o muy parecidos, ya que, durante los ensayos previos (3.2), los resultados eran notablemente dispares. Posteriormente, tras la implantación de un protocolo, los resultados comenzaron a ser coherentes, en el sentido de que varios ensayos análogos proporcionaban resultados parecidos. Sin embargo, a parte de la repetibilidad, habría que estudiar la exactitud de estos datos, porque puede ser que la repetibilidad sea excelente, pero si la exactitud no es aceptable, los resultados son erróneos.

A modo de resumen de los ensayos realizados para las cuatro parejas de materiales, se presenta la siguiente tabla, en la que se recoge la información más importante:

Tabla 4-1. Datos resumen de todos los ensayos realizados.

	Fuerza de rozamiento	Dispersión de medidas	Coefficiente de rozamiento
Material antideslizante-Plástico	4.8525 <i>N</i>	0.4950 <i>N</i>	0.66
Metal-Plástico	3.8748 <i>N</i>	1.3500 <i>N</i>	0.53
Plástico-Plástico	4.9437 <i>N</i>	1.8010 <i>N</i>	0.67
Plástico-Papel	4.0582 <i>N</i>	0.4600 <i>N</i>	0.55

En la tabla anterior hay tantas filas como parejas de materiales se colocan en la máquina para llevar a cabo ensayos. En la primera columna se muestra la media de las medidas de fuerza de rozamiento tomadas durante todos los ensayos realizados para cada pareja de materiales. En la siguiente columna se observa la dispersión de estas medidas, cuantificada como la diferencia entre la máxima y la mínima fuerza medida. Por último, el coeficiente de rozamiento calculado para cada pareja de materiales a partir del valor de la primera columna, o sea, la fuerza de rozamiento media, y sabiendo el valor de la masa que desliza sobre la plataforma.

Los ensayos en los que se registra mayor fuerza de rozamiento son los que se realizan con plástico tanto en la caja como en la plataforma, que además son los ensayos con mayor dispersión de resultados. Y la pareja de materiales con menor coeficiente de rozamiento es metal-plástico. La menor dispersión se obtiene con plástico-papel.

4.2 Posibles mejoras y trabajos futuros

La primera propuesta está relacionada con el vuelco, ya que con la caja actual solo se pueden realizar ensayos con materiales cuyo coeficiente de rozamiento sea inferior a 0.76. Esto limita la variedad de materiales aptos, por lo que el diseño de una nueva caja resultaría beneficioso a la hora de incrementar el umbral de vuelco. El único parámetro que debería cambiar respecto a la actual caja es la longitud, paralela a la dirección del movimiento, de la superficie inferior, de forma que la zona de contacto sea más larga. Cuanto más se incremente esta dimensión mayor será el umbral de vuelco. Entonces, la nueva caja debería ser análoga a la anterior, pero con mayor longitud. Así, se amplía el rango de materiales con los que se pueden llevar a cabo ensayos exitosos.

En relación a lo comentado en el párrafo anterior, resultaría interesante el diseño de algún tipo de utillaje o de alguna caja con una cierta geometría que permitiese colocar distintos tipos de calzado en la máquina, para estudiar la fuerza de rozamiento que puede sufrir un zapato en contacto con distintas superficies. Esto podría complementar el estudio del ciclo de la marcha, que también se lleva a cabo en el mismo laboratorio, ya que las fuerzas de reacción que sufre el pie son de vital importancia en la marcha.

Por otra parte, en vista a reducir la dispersión al mínimo, se presentan a continuación una serie de posibles mejoras que contribuirían a reducir esta dispersión, con el objetivo de captar los distintos fenómenos que se producen durante la fricción, como por ejemplo la influencia de la velocidad de deslizamiento en la fuerza de rozamiento entre otros, y, evitar que estos fenómenos puedan quedar ocultos tras la dispersión.

En primer lugar, la superficie horizontal de los raíles debería ser recubierta de algún material, de forma que se evitase la influencia de las irregularidades de estas superficies en el movimiento de la plataforma. Además, se debería dar un cierto ángulo a las superficies verticales de los raíles, para que no intervengan en el desplazamiento de la rueda. Esto se visualiza de forma clara en la siguiente figura, en la que se muestra de color rojo el contorno del raíl actual, y de color gris, el contorno del posible raíl mejorado.



Figura 4.6. Raíl actual (rojo) y raíl propuesto (gris).

Estas dos propuestas relacionadas con los raíles, reducirían el error introducido por el desplazamiento de las ruedas que afecta al movimiento horizontal de la plataforma.

Al igual que se cuantifica el error introducido por la célula de carga en el Anexo A, resultaría interesante analizar el error introducido por el resto de elementos de la máquina a la hora de realizar ensayos, para tener en cuenta el error total que se produciría en las medidas de la fuerza de rozamiento. Una posibilidad sería diseñar un utillaje con la misma forma que el tramo de la bancada a la que está unida la célula normalmente, pero solidario a la plataforma, de forma que la célula vaya unida a dicho utillaje, y que la caja quedase en contacto con la plataforma. Así, durante un ensayo, la célula se movería también solidaria a la plataforma, y solo mediría la influencia de las vibraciones provocadas por los distintos componentes de la máquina en la medición de la fuerza por parte de la célula, además del error introducido por ella misma.

Como ya se ha comentado en apartados anteriores, los tornillos con holgura pueden sufrir movimientos indeseados que influyan en la correcta medida de la fuerza de rozamiento. El problema reside en la puesta en cero, pues si se empuja en exceso la caja para que la célula no sufra ninguna tracción, es posible que se mueva algún tornillo, que posteriormente durante el desarrollo de un ensayo vuelva a su posición previa a la puesta en cero. Para evitar este problema, lo óptimo sería la utilización de algún tipo de mecanismo o de utillaje que permitiese realizar la puesta en cero de manera automática y sin afectar a la posición de los tornillos, de modo que para todos los ensayos se realice la misma puesta en cero.

Un trabajo futuro muy importante a la hora de verificar los ensayos realizados en la máquina y los resultados que ésta proporciona, está relacionado con la exactitud. En el apartado anterior se expone que con el protocolo actual se asegura una repetibilidad aceptable, entonces, el siguiente paso sería comprobar la exactitud. Una posibilidad sería colocar unos materiales en la caja y en la placa, de los cuales se conozca su coeficiente de rozamiento, y de esta manera se pueda calcular, de forma analítica, la fuerza de rozamiento entre ambos materiales. Luego, la fuerza medida por la célula de carga se compara con la calculada analíticamente, y, así, se verificaría que la máquina está funcionando correctamente, y que los resultados obtenidos son correctos.

En cuanto al software proporcionado por el fabricante para controlar los ensayos se podrían realizar varias modificaciones que permitirían aumentar tanto la variedad como la calidad de los experimentos. La aplicación

actual solo permite grabar datos cuando la plataforma está en movimiento, de modo que no se puede estudiar la fuerza de fricción estática en la máquina. Por ello, resultaría útil que la aplicación permitiese iniciar la grabación en cualquier instante, incluso antes de que comience el movimiento de la plataforma. Así, se podrían estudiar distintos fenómenos relacionados con la fricción estática, como, por ejemplo el efecto Dahl [8].

También resultaría beneficioso que se pudiese introducir la velocidad deseada durante el ensayo de manera previa al inicio del mismo, evitando así la elección de la velocidad de forma tan tediosa. Otro posible avance algo más complejo sería que la aplicación permitiese programar una evolución de la velocidad deseada, de forma que la velocidad cambiase de manera controlada. Actualmente, para realizar ensayos de velocidad variable, ésta se aumenta, o disminuye, de forma manual, lo que resulta perjudicial en la obtención de resultados. Con esta mejora se podrían observar fenómenos como la histéresis entre la fricción y la velocidad [13], que consiste en que la fuerza de fricción es mayor para velocidades crecientes que para velocidades decrecientes.

REFERENCIAS

- [1] I. M. Hutchings, «Leonardo da Vinci's studies of friction,» *Wear*, vol. 360, pp. 51-66, 2016.
- [2] S. B. Concari, R. L. Pozzo y S. M. Giorgi, «Un estudio sobre el rozamiento en libros de física de nivel universitario,» Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, 1999.
- [3] R. Stribeck, «Die wesentlichen eigenschaften der gleit-und rollenlager,» *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, vol. 46, pp. 1341-1348, 1902.
- [4] H. Olsson, K. J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gafvert y P. Lischinsky, «Friction Models and Friction Compensation,» *European Journal of Control*, vol. 4, n° 3, pp. 176-195, 1998.
- [5] B. Jacobson, «The Stribeck memorial lecture,» *Tribology International*, vol. 36, n° 11, pp. 781-789, 2003.
- [6] J. W. Robinson, Y. Zhou, P. Bhattacharya, R. Erck, J. Qu, J. T. Bays y L. Cosimbescu, «Probing the molecular design of hyper-branched aryl polyesters towards lubricant applications,» *Scientific Reports*, vol. 6, pp. 1-10, 2016.
- [7] B. Armstrong-Hélouvy, P. Dupont y C. Canudas de Wit, «A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction,» *Automatica*, vol. 30, n° 7, pp. 1083-1138, 1994.
- [8] P. R. Dahl, «A Solid Friction Model,» AEROSPACE CORP EL SEGUNDO CA, Los Angeles, 1968.
- [9] F. P. Bowden y D. Tabor, «The area of contact between stationary and moving surfaces,» *The Royal Society*, vol. 169, n° 938, pp. 391-413, 1939.
- [10] J. F. Archard, «Elastic deformation and the laws of friction,» *The Royal Society*, vol. 243, n° 1233, pp. 190-205, 1957.
- [11] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Åström y P. Lischinsky, «A New Model for Control of Systems with Friction,» *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, n° 3, pp. 419-425, 1995.
- [12] D. Haessig y B. Friedland, «On the Modeling and Simulation of Friction,» *Journal of Dynamic Systems, Measurement*, vol. 113, n° 3, pp. 354-362, 1991.
- [13] D. P. Hess y A. Soom, «Friction at a Lubricated Line Contact Operating at Oscillating Sliding Velocities,» *Journal of Tribology*, vol. 112, n° 1, pp. 147-152, 1990.
- [14] J. Wojewoda, A. Stefański, M. Wiercigroch y T. Kapitaniak, «Hysteretic effects of dry friction: modelling and experimental studies,» *The Royal Society*, vol. 366, n° 1866, pp. 747-765, 2008.
- [15] J. Swevers, F. Al-Bender, C. G. Ganseman y T. Projogo, «An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation,» *IEEE Transactions on Automatic*

Control, vol. 45, nº 4, pp. 675-686, 2000.

- [16] Y. Gonthier, J. McPhee, C. Lange y J.-C. Piedbœuf, «A Regularized Contact Model with Asymmetric Damping and Dwell-Time Dependent Friction,» *Multibody System Dynamics* , vol. 11, nº 3, pp. 209-233, 2004.
- [17] Departamento de Física Aplicada III, «Sistemas simples de sólidos rígidos,» Universidad de Sevilla, 10 Enero 2015. [En línea]. Available: http://laplace.us.es/wiki/index.php/Sistemas_simples_de_s%C3%B3lidos_r%C3%ADgidos. [Último acceso: 9 8 2018].
- [18] B. Persson, O. Albohr, F. Mancosu, V. Peveri, V. Samoilov y I. Sivebaek, «On the nature of the static friction, kinetic friction and creep,» *Wear*, vol. 254, nº 9, pp. 835-851, 2003.

ANEXO A. ANÁLISIS CÉLULA DE CARGA

En este apartado se expone el procedimiento utilizado para cuantificar el error que comete la célula de carga al realizar mediciones de fuerza. Dicha célula de carga es la que se muestra en la siguiente figura.

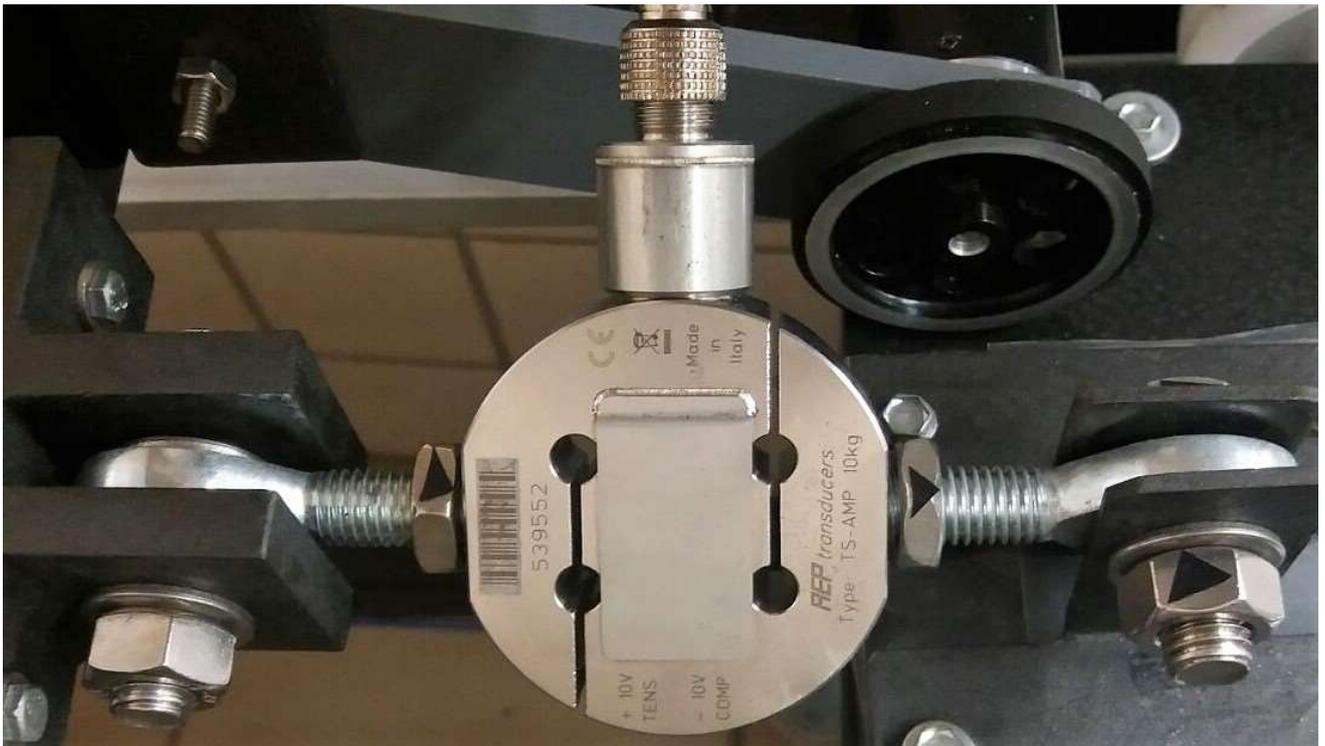


Figura A.1. Célula de carga de la máquina.

Como se observa en la parte derecha de la célula, ésta llega a medir 10 Kg , o sea 100 N , y trabaja tanto a compresión como a tracción. Sin embargo, en la realización de los ensayos de rozamiento solo sufrirá tracción, y, además, la máxima fuerza que se puede obtener en estos ensayos sin que se produzca vuelco es de 5.791 N , siempre y cuando no se haya aumentado la longitud de la zona de contacto entre la caja y la placa.

Para cuantificar el error cometido por la célula de carga en sus mediciones, se diseña un nuevo experimento, en el que se utiliza una estructura metálica que consiste en una barra horizontal que está a una cierta altura, soldada a dos cerchas. La célula de carga se extrae de la bancada, de forma que en un extremo se mantiene la caja unida mediante un tornillo, y el otro extremo queda libre. Entonces, utilizando una brida, que se introduce por el extremo libre, se cuelga la célula de la barra horizontal, quedando suspendida de manera totalmente vertical.

La célula de carga se conecta al cuadro eléctrico usando el mismo cable que en todos los ensayos de rozamiento, y a su vez, de la misma forma, el cuadro eléctrico se conecta al ordenador. El experimento se controlará mediante el mismo software. En definitiva, lo único que se altera respecto al resto de ensayos es la posición de la célula de carga y la posición de la caja, además de utilizar la estructura metálica nueva y una brida.

Debido a que se utilizará el mismo software, es importante que la plataforma pueda desplazarse por los raíles como si de un ensayo de rozamiento se tratase, pues el cilindro se activará y desactivará de la misma forma, o sea, la toma de datos se seguirá realizando durante la recogida del cilindro. Por ello, el montaje diseñado para el

nuevo experimento, que se observa en la siguiente figura, debe encontrarse lo suficientemente alejado de la máquina.



Figura A.2. Montaje del nuevo experimento.

En la parte izquierda de la figura anterior se muestra una vista general del montaje del experimento, en ella se observa la estructura metálica, de color negro, y a la derecha se presenta la célula de carga colgada de dicha estructura mediante la brida.

Una vez realizado el montaje, la máquina se conecta al portátil, se abre la aplicación y se extiende el cilindro de forma análoga a los ensayos anteriores. Luego, se inicia el ensayo, que tendrá como duración la recogida del cilindro, por lo que se hará a la mínima velocidad. Es importante remarcar que el movimiento de la plataforma es un simple trámite para poder realizar la toma de datos, y no influye en las medidas.

Se realiza un ensayo sin tocar nada previamente, es decir, sin hacer la puesta en cero, debido a que en este caso no interesa la medida de la fuerza, sino que el objetivo es ver el error introducido por la célula de carga. Las medidas tomadas en este ensayo se muestran en la siguiente figura.

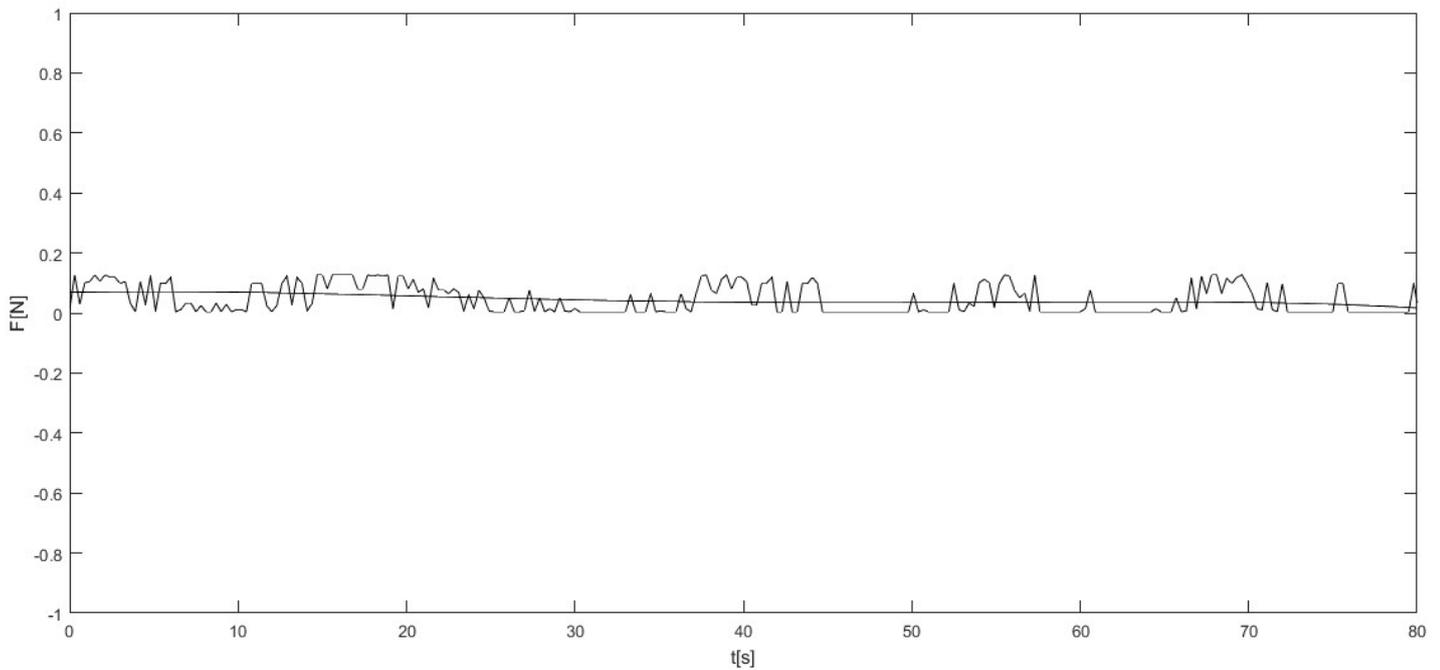


Figura A.3. Fuerza medida durante el ensayo.

La fuerza medida debería ser constante, ya que la célula de carga solo está sometida al peso de la caja, y no actúa ninguna otra fuerza externa. Además, debería mantenerse en cero, pues antes de iniciar el ensayo no se realiza la puesta en cero, y, la fuerza que sufre la célula es la misma antes y durante el ensayo. Entonces, como el software pone a cero la fuerza medida justo al inicio, debería mantenerse en ese valor durante el desarrollo de todo el ensayo. Sin embargo, se observa que la fuerza medida ni es constante todo el ensayo, ni se mantiene en cero. De hecho, la célula mide valores entre 0 N y algo más de 0.1 N , o sea, en la medida de una fuerza, la célula de carga introduce errores de en torno a 0.1 N , concretamente 0.123 N .

ANEXO B. PLANTILLAS MATLAB

En este anexo se presentan las plantillas de código de Matlab con las que se obtienen las dos curvas, $F_{roz} - t$ y $F_{roz} - v$, representadas lo largo de este trabajo. En ambas plantillas se deben realizar algunas modificaciones para cada uso, las cuales se comentarán a continuación. Aun así, resultan útiles y suponen un ahorro de tiempo notable.

1. Plantilla para fuerza de rozamiento en función del tiempo

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%CURVAS F-t A VELOCIDAD 7%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear,clc;

%%Ensayo 1%%
t1_1=xlsread('7_27-v7cte_001.csv','7_27-v7cte_001','A2:A360');
t1_1=t1_1-t1_1(1); %para poner a cero el tiempo
ft1_1=xlsread('7_27-v7cte_001.csv','7_27-v7cte_001','C2:C360');
P1_1=polyfit(t1_1,ft1_1,4);
x1_1=linspace(min(t1_1),max(t1_1),100);
p1_1=polyval(P1_1,x1_1);

%%Ensayo 2%%
t1_2=xlsread('7_27-v7cte_002.csv','7_27-v7cte_002','A2:A360');
t1_2=t1_2-t1_2(1); %para poner a cero el tiempo
ft1_2=xlsread('7_27-v7cte_002.csv','7_27-v7cte_002','C2:C360');
P1_2=polyfit(t1_2,ft1_2,4);
x1_2=linspace(min(t1_2),max(t1_2),100);
p1_2=polyval(P1_2,x1_2);

figure(1)
plot(t1_1,ft1_1,'k',x1_1,p1_1,'k')
hold on
plot(t1_2,ft1_2,'k',x1_2,p1_2,'k')
hold off

title('Velocidad 7 constante')
xlabel('t[s]')
ylabel('F_r_o_z[N]')
axis ([ 0 60 3 5 ])

```

Este código es útil para representar dos ensayos realizados a velocidad constante, en este caso a velocidad 7, en función del tiempo. Si se desea utilizar para representar otros dos ensayos, se deben cambiar los nombres de las hojas de Excel importadas, es decir, en los 'xlsread' se debe escribir el nombre del nuevo ensayo, utilizando siempre la codificación definida anteriormente (apartado 3.4). Además, debe cambiarse la última línea de código, tanto el tamaño del eje de abscisas, en función de la velocidad a la que se realiza el ensayo, como el tamaño del eje de ordenadas, en función de las medidas de fuerza de rozamiento. El eje de abscisas representa el tiempo, luego siempre se inicia en cero, y el segundo valor que se debe definir, hace referencia a la duración

del ensayo. En la siguiente tabla se muestran los valores típicos para esta segunda cifra, en función de la velocidad a la que se realiza el ensayo.

Tabla B-1. Valor final del eje de abscisas.

v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7	v8	v9	v10	v11	vm1	vm2	vm3	vm4	vm5	vm6	vm7
110	100	90	80	75	70	60	55	50	45	45	120	135	155	180	220	280	380

Estos valores son simplemente para optimizar el tamaño del eje de abscisas de forma que todas medidas tomadas en cada ensayo se observen, y, el tamaño de las gráficas sea visualmente aceptable.

2. Plantilla para fuerza de rozamiento en función de la velocidad de deslizamiento

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% CURVA F-v %%%%%%%%%
clear,clc;

%%Velocidad constante 1%%
v1_1=xlsread('7_25-v1cte_001.csv','7_25-v1cte_001','B5:B360');
ft1_1=xlsread('7_25-v1cte_001.csv','7_25-v1cte_001','C5:C360');
v1_2=xlsread('7_25-v1cte_002.csv','7_25-v1cte_002','B5:B360');
ft1_2=xlsread('7_25-v1cte_002.csv','7_25-v1cte_002','C5:C360');
v1=[v1_1;v1_2];
ft1=[ft1_1;ft1_2];

%%Velocidad constante 2%%
v2_1=xlsread('7_25-v2cte_001.csv','7_25-v2cte_001','B2:B360');
ft2_1=xlsread('7_25-v2cte_001.csv','7_25-v2cte_001','C2:C360');
v2_2=xlsread('7_25-v2cte_002.csv','7_25-v2cte_002','B2:B360');
ft2_2=xlsread('7_25-v2cte_002.csv','7_25-v2cte_002','C2:C360');
v2=[v2_1;v2_2];
ft2=[ft2_1;ft2_2];

%%Velocidad constante 3%%
v3_1=xlsread('7_25-v3cte_001.csv','7_25-v3cte_001','B2:B360');
ft3_1=xlsread('7_25-v3cte_001.csv','7_25-v3cte_001','C2:C360');
v3_2=xlsread('7_25-v3cte_002.csv','7_25-v3cte_002','B2:B360');
ft3_2=xlsread('7_25-v3cte_002.csv','7_25-v3cte_002','C2:C360');
v3=[v3_1;v3_2];
ft3=[ft3_1;ft3_2];

%%Velocidad constante 4%%
v4_1=xlsread('7_25-v4cte_001.csv','7_25-v4cte_001','B2:B360');
ft4_1=xlsread('7_25-v4cte_001.csv','7_25-v4cte_001','C2:C360');
v4_2=xlsread('7_25-v4cte_002.csv','7_25-v4cte_002','B2:B360');
ft4_2=xlsread('7_25-v4cte_002.csv','7_25-v4cte_002','C2:C360');
v4=[v4_1;v4_2];
ft4=[ft4_1;ft4_2];

%%Velocidad constante 5%%
v5_1=xlsread('7_25-v5cte_001.csv','7_25-v5cte_001','B2:B360');
ft5_1=xlsread('7_25-v5cte_001.csv','7_25-v5cte_001','C2:C360');
v5_2=xlsread('7_25-v5cte_002.csv','7_25-v5cte_002','B2:B360');

```

```

ft5_2=xlsread('7_25-v5cte_002.csv','7_25-v5cte_002','C2:C360');
v5=[v5_1;v5_2];
ft5=[ft5_1;ft5_2];

%%Velocidad constante 6%%
v6_1=xlsread('7_25-v6cte_001.csv','7_25-v6cte_001','B2:B360');
ft6_1=xlsread('7_25-v6cte_001.csv','7_25-v6cte_001','C2:C360');
v6_2=xlsread('7_25-v6cte_002.csv','7_25-v6cte_002','B2:B360');
ft6_2=xlsread('7_25-v6cte_002.csv','7_25-v6cte_002','C2:C360');
v6=[v6_1;v6_2];
ft6=[ft6_1;ft6_2];

%%Velocidad constante 7%%
v7_1=xlsread('7_25-v7cte_001.csv','7_25-v7cte_001','B2:B360');
ft7_1=xlsread('7_25-v7cte_001.csv','7_25-v7cte_001','C2:C360');
v7_2=xlsread('7_25-v7cte_002.csv','7_25-v7cte_002','B2:B360');
ft7_2=xlsread('7_25-v7cte_002.csv','7_25-v7cte_002','C2:C360');
v7=[v7_1;v7_2];
ft7=[ft7_1;ft7_2];

%%Velocidad constante 8%%
v8_1=xlsread('7_25-v8cte_001.csv','7_25-v8cte_001','B2:B360');
ft8_1=xlsread('7_25-v8cte_001.csv','7_25-v8cte_001','C2:C360');
v8_2=xlsread('7_25-v8cte_002.csv','7_25-v8cte_002','B2:B360');
ft8_2=xlsread('7_25-v8cte_002.csv','7_25-v8cte_002','C2:C360');
v8=[v8_1;v8_2];
ft8=[ft8_1;ft8_2];

%%Velocidad constante 9%%
v9_1=xlsread('7_25-v9cte_001.csv','7_25-v9cte_001','B2:B360');
ft9_1=xlsread('7_25-v9cte_001.csv','7_25-v9cte_001','C2:C360');
v9_2=xlsread('7_25-v9cte_003.csv','7_25-v9cte_003','B2:B360');
ft9_2=xlsread('7_25-v9cte_003.csv','7_25-v9cte_003','C2:C360');
v9=[v9_1;v9_2];
ft9=[ft9_1;ft9_2];

%%Velocidad constante 10%%
v10_1=xlsread('7_25-v10cte_001.csv','7_25-v10cte_001','B2:B360');
ft10_1=xlsread('7_25-v10cte_001.csv','7_25-v10cte_001','C2:C360');
v10_2=xlsread('7_25-v10cte_002.csv','7_25-v10cte_002','B2:B360');
ft10_2=xlsread('7_25-v10cte_002.csv','7_25-v10cte_002','C2:C360');
v10=[v10_1;v10_2];
ft10=[ft10_1;ft10_2];

%%Velocidad constante 11%%
v11_1=xlsread('7_25-v11cte_001.csv','7_25-v11cte_001','B2:B360');
ft11_1=xlsread('7_25-v11cte_001.csv','7_25-v11cte_001','C2:C360');
v11_2=xlsread('7_25-v11cte_002.csv','7_25-v11cte_002','B2:B360');
ft11_2=xlsread('7_25-v11cte_002.csv','7_25-v11cte_002','C2:C360');
v11=[v11_1;v11_2];
ft11=[ft11_1;ft11_2];

%%Velocidad constante m1%%
vm1_1=xlsread('7_25-vm1cte_001.csv','7_25-vm1cte_001','B2:B1260');
ftm1_1=xlsread('7_25-vm1cte_001.csv','7_25-vm1cte_001','C2:C1260');
vm1_2=xlsread('7_25-vm1cte_002.csv','7_25-vm1cte_002','B2:B1260');

```

```

ftm1_2=xlsread('7_25-vm1cte_002.csv','7_25-vm1cte_002','C2:C1260');
vm1=[vm1_1;vm1_2];
ftm1=[ftm1_1;ftm1_2];

%%%Velocidad constante m2%%%
vm2_1=xlsread('7_25-vm2cte_001.csv','7_25-vm2cte_001','B2:B1260');
ftm2_1=xlsread('7_25-vm2cte_001.csv','7_25-vm2cte_001','C2:C1260');
vm2_2=xlsread('7_25-vm2cte_002.csv','7_25-vm2cte_002','B2:B1260');
ftm2_2=xlsread('7_25-vm2cte_002.csv','7_25-vm2cte_002','C2:C1260');
vm2=[vm2_1;vm2_2];
ftm2=[ftm2_1;ftm2_2];

%%%Velocidad constante m3%%%
vm3_1=xlsread('7_25-vm3cte_001.csv','7_25-vm3cte_001','B2:B1260');
ftm3_1=xlsread('7_25-vm3cte_001.csv','7_25-vm3cte_001','C2:C1260');
vm3_2=xlsread('7_25-vm3cte_002.csv','7_25-vm3cte_002','B2:B1260');
ftm3_2=xlsread('7_25-vm3cte_002.csv','7_25-vm3cte_002','C2:C1260');
vm3=[vm3_1;vm3_2];
ftm3=[ftm3_1;ftm3_2];

%%%Velocidad constante m4%%%
vm4_1=xlsread('7_25-vm4cte_001.csv','7_25-vm4cte_001','B2:B1260');
ftm4_1=xlsread('7_25-vm4cte_001.csv','7_25-vm4cte_001','C2:C1260');
vm4_2=xlsread('7_25-vm4cte_002.csv','7_25-vm4cte_002','B2:B1260');
ftm4_2=xlsread('7_25-vm4cte_002.csv','7_25-vm4cte_002','C2:C1260');
vm4=[vm4_1;vm4_2];
ftm4=[ftm4_1;ftm4_2];

%%%Velocidad constante m5%%%
vm5_1=xlsread('7_25-vm5cte_001.csv','7_25-vm5cte_001','B2:B1260');
ftm5_1=xlsread('7_25-vm5cte_001.csv','7_25-vm5cte_001','C2:C1260');
vm5_2=xlsread('7_25-vm5cte_002.csv','7_25-vm5cte_002','B2:B1260');
ftm5_2=xlsread('7_25-vm5cte_002.csv','7_25-vm5cte_002','C2:C1260');
vm5=[vm5_1;vm5_2];
ftm5=[ftm5_1;ftm5_2];

%%%Velocidad constante m6%%%
vm6_1=xlsread('7_25-vm6cte_001.csv','7_25-vm6cte_001','B2:B1260');
ftm6_1=xlsread('7_25-vm6cte_001.csv','7_25-vm6cte_001','C2:C1260');
vm6_2=xlsread('7_25-vm6cte_002.csv','7_25-vm6cte_002','B2:B1260');
ftm6_2=xlsread('7_25-vm6cte_002.csv','7_25-vm6cte_002','C2:C1260');
vm6=[vm6_1;vm6_2];
ftm6=[ftm6_1;ftm6_2];

%%%Velocidad constante m7%%%
vm7_1=xlsread('7_25-vm7cte_001.csv','7_25-vm7cte_001','B2:B1260');
ftm7_1=xlsread('7_25-vm7cte_001.csv','7_25-vm7cte_001','C2:C1260');
vm7_2=xlsread('7_25-vm7cte_002.csv','7_25-vm7cte_002','B2:B1260');
ftm7_2=xlsread('7_25-vm7cte_002.csv','7_25-vm7cte_002','C2:C1260');
vm7=[vm7_1;vm7_2];
ftm7=[ftm7_1;ftm7_2];

%%%Agrupación de todos los datos%%%
v=[v1;v2;v3;v4;v5;v6;v7;v8;v9;v10;v11;vm1;vm2;vm3;vm4;vm5;vm6;vm7];

```

```
ft=[ft1;ft2;ft3;ft4;ft5;ft6;ft7;ft8;ft9;ft10;ft11;ftm1;ftm2;ftm3;ftm4
;ftm5;ftm6;ftm7];
ft_media=mean(ft) %media de todas las medidas de fuerza de rozamiento
dispersion=max(ft)-min(ft) %dispersión de las medidas

P=polyfit(v,ft,3);
x=linspace(min(v),max(v),100);
p=polyval(P,x);

figure(1)
plot(v,ft,'xb',x,p,'b')
xlabel('v[m/s]')
ylabel('F_r_o_z[N]')
axis([0 0.015 4 6])
```

En esta plantilla, lo único que hay que cambiar es el nombre de las hojas de Excel que se importan en los 'xlsread', y el tamaño del eje de ordenadas. El resto es común para todas las curvas $F_{roz} - v$, por ello, aunque este código es visiblemente extenso, su uso es sencillo y rápido.

GLOSARIO

m: Masa.

g: Aceleración de la gravedad.

μ : Coeficiente de rozamiento.

F_{roz} : Fuerza de rozamiento.

v: Velocidad.

P: Peso.

t: Tiempo.

A: Área de contacto.

Y: Límite elástico.

