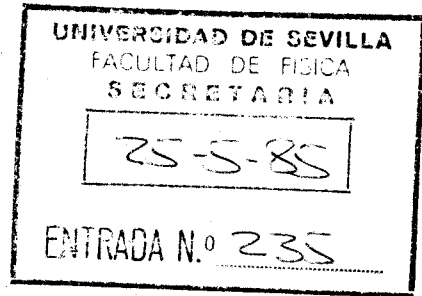


R-1916

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE FISICA

T.S. - 37



DESARROLLO Y APLICACIONES DEL
MODELO DE BOSONES (PROTONICOS Y NEUTRONICOS) EN INTERACCION
PARA NUCLEOS DE A IMPAR

Memoria presentada por
José M. Arias Carrasco
para optar al grado de
Doctor en Ciencias Físicas

Director: Manuel Lozano Leyva
Profesor Titular de
Física Atómica, Molecular y Nuclear



MANUEL LOZANO LEYVA, Profesor Titular de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Facultad de Física de la Universidad de Sevilla;

CERTIFICO que la presente Memoria sobre "Desarrollo y aplicaciones del Modelo de Bosones (protónicos y neutrónicos) en Interacción para núcleos de A impar" ha sido realizada por José Miguel ARIAS CARRASCO bajo mi dirección para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Y para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presento ante la Facultad de Físicas de esta Universidad la referida tesis doctoral firmando el presente certificado a veinticinco de mayo de 1985.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M. Lozano Leyva', with a horizontal line drawn underneath it.

Agradecimientos

Sin lugar a dudas este espacio reservado para los agradecimientos no puede tener la extensión necesaria para mostrar mi gratitud a todos aquellos que en una u otra forma me han ayudado a concluir este trabajo. No obstante, y con el peligro de que alguien se me quede en el tintero, quiero citar algunos nombres.

En primer lugar agradezco a mi Director M. Lozano su continuo interés y guía durante la realización de esta Tesis, así como las facilidades que me ha prestado para mantener viva la colaboración en cuyo marco ha trabajado. Al Prof. F. Iachello le debo gratitud infinita, no sólo por sus enseñanzas en el campo de la Física Nuclear, sino también por sus atenciones hacia mi en los periodos que hemos pasado juntos, que me han hecho sentirme muy cómodo en mis estancias en el extranjero. A G. Madurga le agradezco su constante estímulo y apoyo.

Parte de este trabajo se ha desarrollado en el Kernfysisch Versmeller Instituut de Groningen (Holanda) y en el A.W. Wright Nuclear Structure Lab. de la Universidad de Yale en ambientes de colaboración envidiables, lo que quiero agradecer a sus directores, los Profesores R.H. Siemssem y D.A. Bromley, respectivamente.

También quiero agradecer su continua colaboración a R. Bijker y su ayuda en diversas etapas de este trabajo a A. Zemel, J. Zingman, O. Scholten, A.E.L. Dieperink e I. Talmi.

Un agradecimiento especial a todo el personal del Centro de Cálculo de Sevilla sin cuya colaboración, ayuda y comprensión todo este trabajo habría sido imposible.

Igualmente agradezco al Departamento de Optica su amable ayuda cuando ha sido necesaria.

A todos mis compañeros del Departamento de Física Atómica y Nuclear tengo que agradecerles el clima de amistad en el que se ha desarrollado todo este estudio. Su cariño y nuestros cafés en "Antonio" han hecho mucho más llevadero el difícil camino hasta este momento. En especial quiero agradecer a J. Diaz, M.V. Andrés y E. G. Montaña su ayuda en la confección final de esta Tesis.

En un aspecto menos científico pero igualmente importante, agradezco a mis Padres y tíos su continuo apoyo y confianza. A la familia Van der Werf, a W. Smeenge y a la familia Hickey mi más profundo agradecimiento por sus continuas atenciones, que me ayudaron a tener un ambiente familiar durante mis estancias en Groningen y New Haven.

Por último, y en una manera muy especial he de nombrar a mi esposa, en cuya colaboración se ha desarrollado toda esta investigación y sin cuya ayuda científica y moral nunca habría finalizado este trabajo.

INDICE

I.	INTRODUCCION.....	1
II.	MODELOS ALGEBRAICOS PARA EL ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA NUCLEAR	
	1.Introducción	6
	2.El modelo de los bosones en interacción.....	9
	2.1 Simetría dinámica I.....	14
	2.2 Simetría dinámica II.....	18
	2.3 Simetría dinámica III.....	21
	2.4 Clases transicionales.....	25
	3.El modelo de los bosones protónicos y neutrónicos en interacción (IBA-2).....	28
	3.1 Simetrías dinámicas en IBA-2.....	35
	4.Interpretación geométrica del IBA: relación con el modelo colectivo.....	40
	5.Fundamentos microscópicos del IBA: aproximación al modelo de capas.....	46
	6.El modelo de los bosones en interacción para núcleos impares	52
	7.Supersimetrías.....	60
	8.Otras extensiones del IBA.....	64
III.	UN MODELO QUE INCLUYE EFECTOS DE ISOSPIN PARA EL ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA NUCLEAR EN NUCLEOS DE A-IMPAR	
	1.Introducción.....	66
	2.El hamiltoniano IBFA-2.....	69
	2.1 La intercción bosón-fermión.....	72
	3.Transiciones electromagnéticas.....	78
	3.1 Transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos....	79
	3.2 Transiciones y momentos dipolares magnéticos.....	81

4.Reacciones de transferencia de un nucleón.....	86
IV. LA REGION TRANSICIONAL DE Xe Y Cs	
1.Introducción.....	90
2.Espectros de energía.....	91
2.1 Estados de paridad negativa.....	92
2.2 Estados de paridad positiva.....	100
3.Propiedades electromagnéticas.....	107
3.1 Transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos....	108
3.2 Transiciones y momentos dipolares magnéticos.....	112
4.Resumen.....	115
V. ESTUDIOS IBFA-2 EN LA REGION NUCLEAR EN TORNO A A=190	
1.Introducción.....	117
2.Niveles de energía.....	119
2.1 Los isótopos del Iridio.....	121
2.1.1 El sistema de niveles $\pi h_{11/2}$	125
2.1.2 El sistema de niveles $\pi h_{9/2}$	131
2.1.3 Estados de paridad positiva.....	135
2.2 Los isótopos del Platino.....	138
2.2.1 La banda $\nu_{13/2}$	139
2.2.2 Estados de paridad negativa.....	142
2.3 La banda intrusa $\pi h_{9/2}$ en los isótopos del Oro.....	144
3.Transiciones electromagnéticas.....	146
3.1 Estados de paridad positiva.....	147
3.2 Estados de paridad negativa.....	156
4.Resumen.....	156
VI. LA ZONA NUCLEAR EN TORNO A A=100	
1.Introducción.....	159
2.Niveles energéticos.....	162
2.1 Estados de paridad negativa.....	169
2.2 Estados de paridad positiva.....	177

3. Propiedades electromagnéticas.....	187
3.1 Transiciones E2.....	187
3.2 Transiciones M1, momentos magnéticos y δ (E2/M1)....	191
4. Resumen.....	196
VII. CONCLUSIONES.....	200
VIII. REFERENCIAS.....	203

I. INTRODUCCION.

El núcleo atómico está formado por demasiadas partículas para hacer de él un tratamiento exacto, pero sus constituyentes no son tantos como para que un tratamiento estadístico sea adecuado. Unido ello a la falta de conocimiento detallado de la interacción nuclear hace necesario la introducción de modelos para el estudio del problema nuclear de A cuerpos. En la actualidad hay muchos modelos nucleares que intentan describir el núcleo de la forma más exacta posible pero introduciendo algunas simplificaciones que hagan más fácilmente tratable el problema. Dichas simplificaciones limitan cada modelo, bien en el tipo de núcleos a los que es aplicable, bien al tipo de propiedades que puede describir o ambas cosas a la vez. Cada modelo tiene unos parámetros característicos en función de los cuales describe las magnitudes para las que se ha propuesto.

Tradicionalmente el estudio del núcleo se ha enfocado desde dos puntos de vista aparentemente contrapuestos: por un lado el modelo de capas (Sh63), en el que se considera que los nucleones se mueven independientemente en un campo de potencial promedio creado por el resto de los nucleones, que destaca los aspectos de partícula simple en el núcleo y por otro el modelo de gota líquida (Ra50) en el que se considera al núcleo como un sistema de partículas fuertemente correlacionadas, con lo que se destacan los

aspectos colectivos de la realidad nuclear. Cada uno de estos modelos ha demostrado su validez para el cálculo de diferentes magnitudes. A mediados de la década de los 50, Bohr y Mottelson proponen el modelo unificado (B075) en el que se incluyen grados de libertad colectivos y de partícula simple conjuntamente. En el modelo de Bohr-Mottelson se da especial importancia al aspecto geométrico del problema nuclear, siendo fundamentales los conceptos de forma y deformación. Este modelo ha mostrado su aplicabilidad para la descripción de muchas propiedades nucleares en una amplia gama de núcleos.

Desde un punto de vista diferente, Arima e Iachello propusieron en 1975 (Ar75) un nuevo modelo nuclear, que hace uso de la teoría de grupos de Lie aplicando técnicas algebraicas al estudio de la estructura nuclear y que es equivalente al modelo de Bohr-Mottelson bajo ciertas restricciones (Gi82). Este modelo recibe el nombre de "Interacting Boson Model" o alternativamente IBA y en él se considera que el núcleo es un sistema formado por un número fijo de bosones, que interaccionan entre sí, con dos estados accesibles uno con $L=0$ (bosón s) y otro con $L=2$ (bosón d). El IBA está relacionado íntimamente con el modelo de capas, con lo que en cierta manera proporciona un nexo entre éste y el modelo unificado y abre la posibilidad de dar un fundamento microscópico a los estados colectivos de los núcleos. En el capítulo II revisamos el IBA, que en sus diferentes formas ha puesto de manifiesto su validez para el estudio de los estados colectivos de más baja energía en

núcleos par-par medios y pesados en una forma unificada.

Los núcleos par-impar son sistemas más complicados que los par-par, ya que presentan una estructura compleja debido a la interrelación entre los grados de libertad monoparticulares, asociados al fermión impar, y los colectivos, asociados al núcleo core par-par subyacente. Dentro del marco del modelo geométrico de Bohr-Mottelson se han utilizado diferentes enfoques para el estudio de los núcleos par-impar, cada uno de ellos aplicable a un tipo determinado de núcleos. Así, por ejemplo, el modelo partícula-vibración (Bo52) se aplica a núcleos casi esféricos, el modelo de Nilsson (Ni55) a núcleos bien deformados con simetría axial, el modelo rotor-triaxial (Me75) más partícula, a núcleos deformados triaxiales, el modelo rotor χ -inestable más partícula (Le76) a núcleos con inestabilidad χ , etc. Sin embargo, la mayoría de los núcleos conocidos no presentan exactamente alguna de las situaciones citadas, sino que se corresponden con transiciones entre dos o más de ellas, son los denominados núcleos transicionales, que son difíciles de describir en términos de alguno de los modelos geométricos nombrados anteriormente. Es muy atractivo poder disponer de un único modelo que englobe a todas las situaciones citadas, así como a las transiciones entre ellas. Dentro del marco de la aproximación algebraica a la estructura nuclear del IBA, se ha propuesto una extensión natural a núcleos de A impar que recibe el nombre de "Interacting Boson-Fermion Model" o IBFA (Ia79b), en el que se acopla un fermión a un núcleo core par-par descrito

en términos de bosones interaccionando. El IBFA engloba de una manera unificada todos los casos mencionados arriba y además no sólo es aplicable a esas situaciones límite sino también a núcleos transicionales. En los trabajos realizados hasta ahora con IBFA no se ha hecho distinción entre protones y neutrones en el núcleo (IBFA-1), sin embargo la realidad microscópica nuclear sugiere que para una comprensión detallada de las propiedades de los núcleos par-impar, se debe tratar explícitamente el grado de libertad protón neutrón. Un modelo algebraico con esas características se ha propuesto recientemente (Al84). Este modelo recibe el nombre de "Proton-Neutron Interacting Boson-Fermion Model" o IBFA-2 y su estudio, aplicabilidad y limitaciones es el principal objetivo de este trabajo.

En el capítulo II hacemos una revisión con cierto detenimiento de los diferentes modelos nucleares algebraicos dentro del formalismo IBA : IBA-1, IBA-2, IBFA-1 y supersimetrías en núcleos, así como la relación del IBA con el modelo colectivo y con el modelo de capas. En el capítulo tres desarrollamos en detalle el modelo IBFA-2. En los capítulos IV, V y VI presentamos un estudio sistemático y detallado de distintas zonas de la tabla de núclidos, en concreto la región nuclear de Xe-Cs donde se pasa desde núcleos vibracionales a una mezcla compleja de carácter entre rotacional y γ -inestable, la zona del Pt-Ir donde se da una transición entre núcleos γ - inestables y rotacionales ,y la región de Pd-Rh-Ru-Tc donde se presenta una transición entre núcleos γ -inestables y vibracionales. En estos

estudios hemos tratado espectros de energía y distintas propiedades electromagnéticas de los estados y hemos hecho cálculos en los que el espacio de partícula simple está compuesto por uno o varios niveles monoparticulares, este último caso es difícilmente tratable con los modelos geométricos, mientras que con el IBFA su estudio es relativamente sencillo. En el capítulo VII resumimos el presente trabajo y sintetizamos las conclusiones principales.

II. MODELOS ALGEBRAICOS PARA EL ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA NUCLEAR

1. Introducción.

Con la aparición del modelo de capas (Sh63) a finales de la década de los 40 (Go49, Ha49), los estudios de espectroscopía nuclear cobraron un tremendo auge. Sin embargo, pronto se puso de manifiesto que para los casos en los que entraban en juego muchas partículas de valencia, una aplicación directa del modelo era impracticable debido al rápido incremento del número de elementos de matriz de la interacción efectiva con el número de nucleones activos. Así, por ejemplo, en un núcleo como ${}_{62}^{154}\text{Sm}_{92}$ con 12 protones activos, ocupando las órbitas $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $1h_{11/2}$, $2d_{3/2}$, $3s_{1/2}$ y 10 neutrones de valencia con $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $2f_{5/2}$, $3p_{3/2}$, $3p_{1/2}$ y $1i_{13/2}$ como órbitas accesibles, el número de configuraciones que se obtienen para $J=0$ es 41.654.193.516.797. Evidentemente diagonalizar matrices de este orden es algo impensable hoy en día. Por otra parte, aunque se pudiera hacer el tratamiento numérico, ¿qué información física se podría obtener de una función de onda con miles y miles de componentes?. Si la realidad nuclear fuera muy compleja, no habría más remedio que intentar hacer los cálculos, pero, sin embargo, los experimentos nos muestran que los espectros nucleares se hacen más sencillos, al menos en lo que refiere a los niveles más bajos en energía, a medida que nos alejamos de capas completas, estructurándose estos en bandas que obedecen aproximadamente

una ley $J(J+1)$. Junto a esta característica en la secuencia de niveles, los estados nucleares más bajos en núcleos con varios nucleones activos presentan otras características interesantes como radiaciones cuadrupolares eléctricas y momentos cuadrupolares mucho mayores de los que se esperan de un modelo de partícula simple. Por tanto, parece claro que los estados más bajos de los núcleos medios y pesados alejados de capas completas tienen un origen cooperativo, no corresponden a excitaciones de una partícula en un pozo de potencial determinado, sino que son consecuencia del movimiento colectivo de muchas de ellas. Estas consideraciones llevaron a la introducción fenomenológica del modelo de gota líquida (Ra50, Bo52, Bo53) en el que los estados excitados más bajos en los núcleos se interpretan en función del concepto de forma. El núcleo se considera como una gota en la que la superficie experimenta oscilaciones, fundamentalmente de tipo cuadrupolar, parametrizándose la superficie como,

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{\mu} Y_{2\mu}(\theta, \varphi) \right] \quad (1)$$

donde R_0 es el radio de la gota en su estado de equilibrio esférico y α_{μ} son cinco variables colectivas en función de las cuales se expresa el Hamiltoniano y otros operadores.

Durante la última década se ha venido desarrollando un modelo nuclear algebraico para la descripción de los estados colectivos en núcleos medios y pesados que en cierta manera proporciona un nexo entre el modelo de capas y el modelo

colectivo. Dicho modelo se ha dado en llamar "interacting boson model" o alternativamente IBA (Ar76,Ar78,Ar79). El IBA se introduce fenomenológicamente a mediados de los 70 (Ia74,Ar75) y describe los estados excitados más bajos en núcleos medios y pesados en función de variables bosónicas, que se pueden relacionar por una parte con las variables colectivas (Gi82) del modelo colectivo y por otra con el hecho de que los bosones introducidos por el modelo se pueden considerar (Ta79) como imágenes bosónicas de pares de nucleones acoplados a $J=0$ y $J=2$, los cuales subtienden un pequeño subespacio del gigantesco espacio del modelo de capas. Desde este último punto de vista, el IBA aparece como una aproximación al modelo de capas en la que se han reducido drásticamente el número de grados de libertad, basándose en tres hipótesis: i) sólo se consideran partículas activas aquellas que se mueven sobre un core inerte doblemente mágico, ii) los estados excitados más bajos están compuestos fundamentalmente por pares de protones y neutrones acoplados a momento angular $J=0$ y $J=2$ y iii) estos pares de nucleones son aproximados como bosones.

En este capítulo presentamos una revisión de los aspectos fundamentales del IBA, y su desarrollo espectacular desde su introducción hasta ahora, así como su relación con el modelo colectivo y con el modelo de capas.

2. El modelo de los bosones en interacción.

Como ya se mencionó en la introducción, el IBA se introdujo fenomenológicamente por Arima y Iachello (Ar75) para la descripción de los estados colectivos más bajos en núcleos par-par. En este modelo un núcleo par-par se considera como un sistema compuesto por N bosones con dos estados accesibles, uno no degenerado con momento angular $J=0$ y un segundo cinco veces degenerado con $J=2$. A estos bosones básicos se les suele llamar s y d respectivamente, por similitud con la notación espectroscópica. Además, estos bosones pueden interactuar entre sí, de ahí el nombre de "interacting boson model". En principio N no es más que un número entero, que caracteriza al núcleo y que se conserva. Ya veremos más adelante como, dentro de una interpretación microscópica del IBA, no es más que el número de pares de partículas (o huecos) activas del núcleo que estemos considerando.

Para calcular distintas propiedades de los núcleos par-par sólo tenemos que escribir los operadores correspondientes en función de variables bosónicas y calcular sus elementos de matriz en la base bosónica $\{s^{n_s} d^{n_d} |0\rangle\}$, donde n_s es el número de bosones s , n_d el número de bosones d y $|0\rangle$ denota el vacío bosónico. Introduciendo los operadores de creación y destrucción en nuestro espacio: s^+, d_μ^+ y \tilde{s}, \tilde{d}_μ , donde hemos escrito \tilde{s} y \tilde{d}_μ para notar los operadores de destrucción de bosones s y d que se comportan adecuadamente bajo rotaciones (tensores esféricos). Es bien conocido que los operadores de

destrucción s y d_μ no son tensores esféricos, pero a partir de ellos es fácil construir \tilde{s} y \tilde{d}_μ que si lo son. En función de $s^\dagger, d_\mu^\dagger, \tilde{s}$ y \tilde{d}_μ el Hamiltoniano, limitándonos en primera aproximación a interacciones a uno y dos cuerpos, se escribe

$$\begin{aligned}
 H = & E_0 + \varepsilon_s (s^\dagger \times \tilde{s}) + \varepsilon_d (d^\dagger \times \tilde{d}) \quad (2) \\
 & + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} (2L+1) c_L \left[(d^\dagger \times d^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(L)} \right]^{(0)} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{v}_2 \left[(d^\dagger \times d^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times \tilde{s})^{(2)} + (d^\dagger \times s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(2)} \right]^{(0)} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{v}_0 \left[(d^\dagger \times d^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{s} \times \tilde{s})^{(0)} + (s^\dagger \times s^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(0)} \right]^{(0)} \\
 & + u_2 \left[(d^\dagger \times s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times \tilde{s})^{(2)} \right]^{(0)} + u_0 \left[(s^\dagger \times s^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{s} \times \tilde{s})^{(0)} \right]^{(0)}
 \end{aligned}$$

donde el punto entre dos operadores denota producto escalar y el aspa producto tensorial. E_0 es un término constante que sólo contribuye a energías de ligadura. Aparte de este término constante, en la ec. (2) aparecen dos parámetros ($\varepsilon_s, \varepsilon_d$) en interacciones a un cuerpo y siete (c_L ($L=0,2,4$), $\tilde{v}_0, \tilde{v}_2, u_0, u_2$) en interacciones a dos cuerpos. Si, como dijimos anteriormente, $N = n_s + n_d$ se conserva y sólo estamos interesados en energías de excitación, el Hamiltoniano de la ec. (2) se puede reescribir,

$$H' = \varepsilon' (d^\dagger \times \tilde{d}) + \sum_{L=0,2,4} (2L+1)^{1/2} c'_L \left[(d^\dagger \times d^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(L)} \right]^{(0)} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\nu}_2 \left[(d^\dagger \times d^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times \tilde{s})^{(2)} + (d^\dagger \times s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(2)} \right]^{(0)} \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\nu}_0 \left[(d^\dagger \times d^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{s} \times \tilde{s})^{(0)} + (s^\dagger \times s^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{d} \times \tilde{d})^{(0)} \right]^{(0)}
\end{aligned} \tag{3}$$

donde los parámetros \mathcal{E}' y C'_L son combinaciones lineales adecuadas de los parámetros que aparecen en la ec. (2). La diagonalización del Hamiltoniano (3) en una base adecuada nos proporciona las energías de excitación de un núcleo dado en función de seis parámetros: \mathcal{E}' , C'_L ($L=0,2,4$), $\tilde{\nu}_2$ y $\tilde{\nu}_0$. En general, esta diagonalización habrá que hacerla en forma numérica, sin embargo Arima y Iachello (Ar76,Ar78,Ar79) han mostrado que mediante el estudio de la estructura algebraica del Hamiltoniano (3) se pueden encontrar tres situaciones especiales en las cuales se puede resolver el problema de la obtención de autovalores del Hamiltoniano (3) en una forma analítica muy elegante. Aparte del interés intrínseco de poder encontrar soluciones analíticas a un problema tan complejo como es el estudio de la estructura nuclear, el estudio algebraico de estas situaciones límite nos proporciona bases completas, cualquiera de las cuales se puede usar para la diagonalización del Hamiltoniano en un caso más general.

Los operadores de creación y destrucción de bosones s y d : s^\dagger , d_μ^\dagger , \tilde{s} y \tilde{d}_μ obedecen las relaciones de conmutación de Bose-Einstein,

$$[s, s^\dagger] = 1 \quad ; \quad [d_\mu, d_{\mu'}^\dagger] = \delta_{\mu\mu'} \quad (4)$$

$$[s, d_\mu] = [s^\dagger, d_\mu^\dagger] = [s, d_\mu^\dagger] = [s^\dagger, d_\mu] = 0$$

Con el conocimiento s3lamente de estas relaciones, se puede proceder al estudio algebraico de H. Para ello se introducen los operadores tensoriales:

$$G_q^{(k)}(e, e') = [b_e^\dagger \times \tilde{b}_{e'}]_q^{(k)} = \sum_{\substack{m_1 \\ m_2}} \langle l m_1 e' m_2 | k q \rangle b_{e, m_1}^\dagger (-)^{m_2} b_{e', -m_2} \quad (5)$$

donde $\langle l m_1 l m_2 | k q \rangle$ es un coeficiente Clebsh-Gordan y hemos introducido la notaci3n $b_e^\dagger \equiv (b_{e,0}^\dagger, b_{e,2}^\dagger) = (s^\dagger, d^\dagger)$ y $\tilde{b}_e = (\tilde{b}_{e,0}, \tilde{b}_{e,2}) = (\tilde{s}, \tilde{d})$. Es f3cil comprobar que el Hamiltoniano de la ec. (2) se puede escribir en funci3n de estos 36 operadores tensoriales $G_q^{(k)}(1, 1')$: $G_0^{(0)}(s, s)$, $G_q^{(k)}(d, d)$ con $k = 0, 1, 2, 3, 4$, $G_q^{(2)}(s, d)$ y $G_q^{(2)}(d, s)$. Por otra parte, los operadores $G_q^{(k)}(1, 1')$ presentan una estructura de grupo bi3n definida: son los generadores del grupo de transformaciones unitarias en 6 dimensiones $U(6)$. Adem3s, los operadores $G_q^{(k)}(1, 1')$ satisfacen las relaciones de conmutaci3n,

$$\begin{aligned} [G_q^{(k)}(ee'), G_{q'}^{(k')}(e''e''')] &= \sum_{\substack{m_1, m_2 \\ m_1', m_2'}} \langle l m_1 e' m_2 | k q \rangle \langle l'' m_1' e'' m_2' | k' q' \rangle (-)^{m_2'} \\ &\quad \times [b_{e, m_1}^\dagger b_{e', -m_2}, b_{e'', m_1'}^\dagger b_{e''', -m_2'}] \\ &= \sum_{k'' q''} (2k+1)^{1/2} (2k'+1)^{1/2} \langle k q k' q' | k'' q'' \rangle (-)^{k-k'} \\ &\quad \times [(-)^{k+k'+k''} \begin{Bmatrix} k & k' & k'' \\ e'' & e' & e' \end{Bmatrix} \delta_{e'e''} G_{q''}^{(k'')} (ee'') - \begin{Bmatrix} k & k' & k'' \\ e'' & e' & e' \end{Bmatrix} \delta_{e'e''} G_{q''}^{(k'')} (e''e')] \end{aligned} \quad (6)$$

La relación (6) nos permite identificar una estructura de álgebra de Lie $u(6)$ (Ha62,Wi74). En una situación tal como esta, en la que el sistema que estamos estudiando presenta una simetría superior, en este caso $U(6)$, es posible encontrar algunas situaciones especiales en las cuales se pueden calcular los autovalores y las autofunciones del Hamiltoniano, así como otras propiedades del sistema, de una forma analítica. Estos casos límite corresponden a situaciones en las que el Hamiltoniano del sistema presenta una simetría dinámica. Se dice que un Hamiltoniano que presenta una estructura de grupo, G , tiene una simetría dinámica cuando se puede expresar en función sólo de operadores de Casimir de una cadena de subgrupos de G , $G \supset G' \supset G'' \supset \dots$. En este caso los autovalores de H se pueden clasificar totalmente de acuerdo a las representaciones irreducibles del grupo G y de sus subgrupos G', G'', \dots y son simplemente combinaciones lineales de los valores medios de los distintos operadores de Casimir en que se expresa el Hamiltoniano en la base que proporciona la propia cadena de subgrupos. Este es un proceso bien conocido en teoría de grupos y que se puede resolver totalmente de forma analítica.

Nos podemos preguntar cuantas simetrías dinámicas presenta nuestro Hamiltoniano, ec. (2). Si buscamos estados que tengan buen momento angular, o lo que es igual, si nuestro sistema es invariante bajo rotaciones, el grupo generador de las rotaciones en el espacio, el grupo ortogonal en tres dimensiones ($O(3)$), debe estar en todas

las posibles cadenas de subgrupos de $U(6)$. Con esta restricción solo hay tres cadenas de subgrupos posibles:

$$\begin{array}{l}
 U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (I) \\
 \swarrow \\
 U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (II) \\
 \searrow \\
 O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \quad (III).
 \end{array}$$

Las tres cadenas han sido estudiadas en detalle (Ar76, Ar78, Ar79) y aquí solo presentamos los resultados más interesantes.

2.1 Simetría dinámica I.

Este límite corresponde al caso en el que el Hamiltoniano de nuestro sistema se puede escribir como combinación lineal de operadores de Casimir de los grupos $U(6)$, $U(5)$, $O(5)$ y $O(3)$. Como nos estamos limitando a interacciones a uno y dos cuerpos, sólo es necesario considerar operadores de Casimir lineales y cuadráticos con lo que nuestro Hamiltoniano se escribe,

$$H^{(I)} = \epsilon \mathcal{C}_1(U5) + \beta \mathcal{C}_2(U5) + \gamma \mathcal{C}_2(O5) + \delta \mathcal{C}_2(O3) \quad (7)$$

donde \mathcal{C}_1 indica operador de Casimir lineal y \mathcal{C}_2 operador de Casimir cuadrático. Los operadores de Casimir lineal y cuadrático de $U(6)$ no aparecen ya que son proporcionales a N y N^2 respectivamente y estos términos son constantes, no contribuyendo por lo tanto a las energías de excitación, que

es en lo que estamos interesados. Por otra parte, en la ec. (7) no aparecen los operadores de Casimir del grupo $O(2)$ ya que las energías de excitación son independientes de M mientras no tengamos aplicado un campo magnético externo. Arima e Iachello han estudiado extensivamente el Hamiltoniano (7) y obtienen unos autovalores de la forma (Ar76),

$$E^{(\lambda)}(N, n_d, \nu, n_\Delta, L, M) = \epsilon n_d + \beta n_d(n_d + 4) + \gamma 2\nu(\nu + 3) + \delta 2L(L + 1) \quad (8)$$

donde N, n_d, ν, L y M son los números cuánticos que etiquetan las representaciones irreducibles de los grupos $U(6), U(5), O(5), O(3)$ y $O(2)$ respectivamente y n_Δ es un número cuántico adicional necesario para caracterizar unívocamente los estados, ya que el paso de $O(5)$ a $O(3)$ no es totalmente descomponible (Wi74). La base que proporciona este límite es:

$$\left| \begin{array}{cccccc} U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \\ N \quad n \quad \nu \quad n_\Delta \quad L \quad M \end{array} \right.$$

En este límite los números cuánticos que aparecen tienen una fácil interpretación, N es el número total de bosones del núcleo en estudio, n_d es el número de bosones d presentes en ese estado, ν es la seniority bosónica, o sea el número de bosones no acoplados por pares a momento angular cero, n_Δ es el número de tripletes de bosones acoplados a momento angular cero y, L y M son el momento

angular y su proyección sobre un eje dado. Como se puede observar en la ec. (8), si sólo consideramos el término en ξ , se obtiene un espectro armónico. El resto de los términos incluyen correcciones a dicho espectro. En la figura 1 presentamos un espectro típico de este límite.

Junto a energías de excitación, también se pueden calcular con relativa facilidad otras propiedades nucleares. Particularmente interesantes son las probabilidades de transición electromagnéticas de distintas multipolaridades, en especial las eléctricas de orden dos (E2) y los momentos cuadrupolares (Q). El operador a un cuerpo más general para transiciones es,

$$T_m^{(\ell)} = \alpha_2 \delta_{\ell,2} (d^\dagger \times \tilde{s} + s^\dagger \times \tilde{d})_m^{(2)} + \chi_\ell (d^\dagger \times \tilde{d})_m^{(\ell)} + \beta_0 \delta_{\ell,0} (s^\dagger \times \tilde{s})_0^{(0)} \quad (9)$$

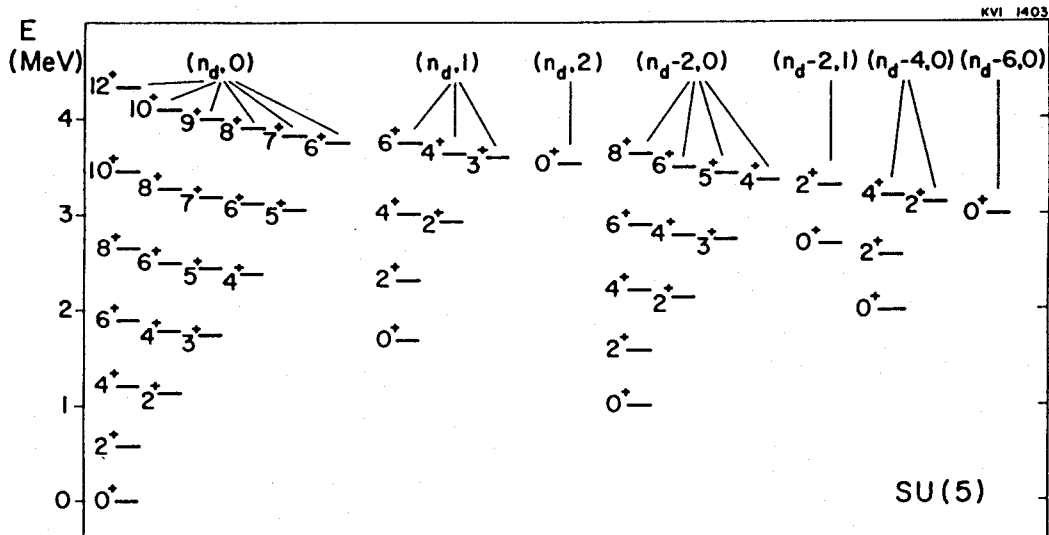


Figura 1. Espectro típico del límite U(5) para N=6. Entre paréntesis en la parte superior aparecen los valores de v y n_Δ .

que para el caso de transiciones eléctricas cuadrupolares queda reducido a

$$T_m^{(E2)} = \alpha_2 (d^\dagger \times \tilde{s} + s^\dagger \times \tilde{d})_m^{(2)} + \gamma_2 (d^\dagger \times \tilde{d})_m^{(2)} \quad (10)$$

Las probabilidades de transición reducidas E2 se definen a partir del operador $T^{(E2)}$, en la siguiente forma,

$$B(E2; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle J_f || T^{(E2)} || J_i \rangle|^2 \quad (11)$$

Es fácil ver que en el límite I, debido a la forma del operador $T^{(E2)}$, las transiciones entre estados que difieran en n_d en más de una unidad están prohibidas. En la ref. (Ar76) se estudia la obtención de las B(E2) en el límite I. Las transiciones dentro de la banda del estado fundamental vienen dadas por

$$B(E2; n_d + 1, L' = 2n_d + 2 \rightarrow n_d, L = 2n_d) = \alpha_2^2 \left(\frac{L+2}{2} \right) \left(\frac{2N-L}{2} \right) \quad (12)$$

de donde es inmediato obtener

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha_2^2 N \quad (13)$$

que nos dice que, en este límite, la probabilidad de transición E2 entre el primer estado excitado 2^+ y el estado fundamental, es lineal con el número total de bosones. Este es un resultado fácil de contrastar experimentalmente. De hecho, la cadena de isótopos del $_{52}\text{Te}$ presenta un comportamiento en sus $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ que se ajusta muy bien al resultado obtenido en esta primera simetría

dinámica.

Otra cantidad que tiene mucho interés físico es el momento cuadrupolar de los distintos estados nucleares, que se define

$$Q_L = \langle L, M=L | \sqrt{\frac{16\pi}{5}} T_0^{(2)} | L, M=L \rangle \quad (14)$$

En el límite I

$$Q_L = \sqrt{\frac{16\pi}{70}} \beta_2 L$$

que es lineal con el momento angular del estado e independiente del número de partículas. En particular

$$Q_{2_1^+} = \sqrt{\frac{16\pi}{70}} 2 \beta_2 \quad (15)$$

2.2 Simetría dinámica II.

Este límite, también conocido como SU(3), se ha estudiado en detalle en (Ar78). En este límite los subgrupos que aparecen, prescindiendo de O(2), son SU(3) y O(3), por tanto el Hamiltoniano en este límite se escribe

$$H^{(II)} = \alpha' \mathcal{E}_2(SU3) + \beta' \mathcal{E}_2(O3) \quad (16)$$

y sus autovalores vienen dados por

$$E^{(\text{II})}(N, \lambda, \mu, K, L, M) = \frac{6}{9} \alpha' (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)) + 2\beta' L(L+1) \quad (17)$$

donde $N, (\lambda, \mu), L$ y M son los números cuánticos asociados a las representaciones irreducibles de $U(6), SU(3), O(3)$ y $O(2)$ respectivamente, y K es un número cuántico adicional necesario para etiquetar totalmente los estados, ya que el paso de $SU(3)$ a $O(3)$ no es totalmente descomponible. Por lo tanto la base completa proporcionada por este límite es

$$\left| \begin{array}{ccccccc} U(6) & \supset & SU(3) & \supset & O(3) & \supset & O(2) \\ N & & (\lambda, \mu) & K & L & & M \end{array} \right.$$

La fórmula (17) nos proporciona espectros rotacionales $(L(L+1))$ dentro de cada representación de $SU(3): (\lambda, \mu)$. En la figura 2 presentamos un espectro típico de este límite.

Para estudiar las probabilidades de transición cuadrupolar en este límite es conveniente reescribir el operador de la ec. (10) en la forma

$$T^{(E2)} = \alpha_2 Q^{(2)} + \alpha'_2 Q'^{(2)} \quad (18)$$

con

$$Q^{(2)} = (d^\dagger \times \check{s} + s^\dagger \times \check{d})^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^\dagger \times \check{d})^{(2)} \quad (19)$$

y

$$Q'^{(2)} = (d^\dagger \times \check{d})^{(2)} \quad (20)$$

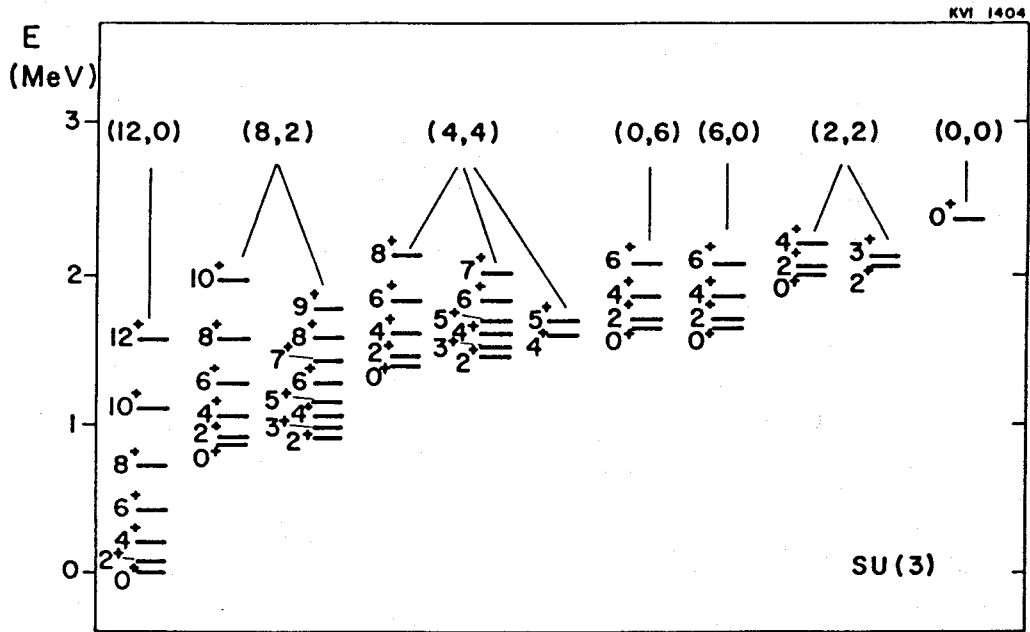


Figura 2. Espectro típico del límite SU(3), para $N = 6$. En la parte superior, entre paréntesis, los valores de λ y μ .

El operador $Q^{(2)}$ es generador del grupo SU(3), por tanto si consideramos como primera aproximación $T^{(E2)} = \alpha_2 Q^{(2)}$, $T^{(E2)}$ no puede cambiar los números cuánticos en esta representación, es decir, no puede conectar distintas configuraciones SU(3), con lo que obtenemos una importante regla de selección. Los valores de las $B(E2)$ en este límite, dentro de la banda del estado fundamental, vienen dados por (Ar78)

$$B(E2; L+2 \rightarrow L) = \alpha_2^2 \frac{3}{4} \frac{(L+2)(L+1)}{(2L+3)(2L+5)} (2N-L)(2N+L+3) \quad (21)$$

y por tanto, para la transición entre el primer estado excitado 2^+ y el estado fundamental

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \alpha_2^2 \frac{3}{4} \frac{2}{15} (2N)(2N+3) \quad (22)$$

que presenta una dependencia cuadrática en el número de bosones N . Este comportamiento es diferente al del límite I en el que dicha dependencia era lineal. De igual modo a como hicimos en el límite I, podemos calcular momentos cuadrupolares. Para el límite II se obtiene

$$Q_L = -\alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} \frac{L}{2L+3} (4N+3) \quad (23)$$

donde el signo negativo viene de la elección de $Q^{(2)}$ en la ec. (19) con $-\sqrt{7}/2$ y corresponde a una deformación prolata. La elección de $Q^{(2)}$ con $+\sqrt{7}/2$ nos lleva a un momento cuadrupolar con signo positivo. Como muestra la ec. (23) el momento cuadrupolar se incrementa ligeramente con L y muestra una dependencia lineal con el número de bosones, N . Recuerdese que en el límite I el momento cuadrupolar era independiente de N . Aplicando (23) al primer 2^+ se obtiene

$$Q_{2_1^+} = -\alpha_2 \sqrt{\frac{16\pi}{40}} \frac{2}{7} (4N+3) \quad (24)$$

2.3 Simetría dinámica III.

Esta situación corresponde al caso en el que el Hamiltoniano se puede escribir como combinación lineal de operadores de Casimir de los grupos $O(6)$, $O(5)$ y $O(3)$

$$H^{(II)} = \alpha'' \mathcal{E}_2(06) + \beta'' \mathcal{E}_2(05) + \gamma'' \mathcal{E}_2(03)_{(25)}$$

Este límite se conoce en la literatura como $O(6)$ (Ar79) y los niveles de energía que se obtienen vienen dados por

$$E^{(III)}(N, \sigma, \tau, \mathcal{V}_\Delta, L, M) = \alpha'' 2\sigma(\sigma+4) + \beta'' 2\tau(\tau+4) + \gamma'' 2L(L+1) \quad (26)$$

donde N, σ, τ, L y M son los números cuánticos característicos de las representaciones irreducibles de $U(6), O(6), O(5), O(3)$ y $O(2)$ respectivamente y \mathcal{V}_Δ es un número cuántico adicional necesario para etiquetar totalmente los estados, ya que el paso de $O(5)$ a $O(3)$ no es totalmente descomponible. La base completa de estados que proporciona este límite viene dada por

$$\left| \begin{array}{cccccc} U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \\ N \quad \sigma \quad \tau \quad \mathcal{V}_\Delta \quad L \quad M \end{array} \right.$$

El espectro típico a que da lugar un Hamiltoniano como el de este límite, es parecido al que se obtiene en al límite I. La diferencia más notable es que el 0^+ , que aparecía en el límite $U(5)$ formando parte del triplete con $n_d = 2 (4^+, 2^+, 0^+)$, ahora ha desaparecido del triplete y está a una energía de excitación más alta. En la figura 3 presentamos un espectro típico del límite $O(6)$.

El operador adecuado para estudiar transiciones eléctricas cuadrupolares en este límite viene dado por

$$T(E2) = \alpha_2 (d^\dagger \times \tilde{S} + s^\dagger \times d^\dagger)^{(2)} \quad (27)$$

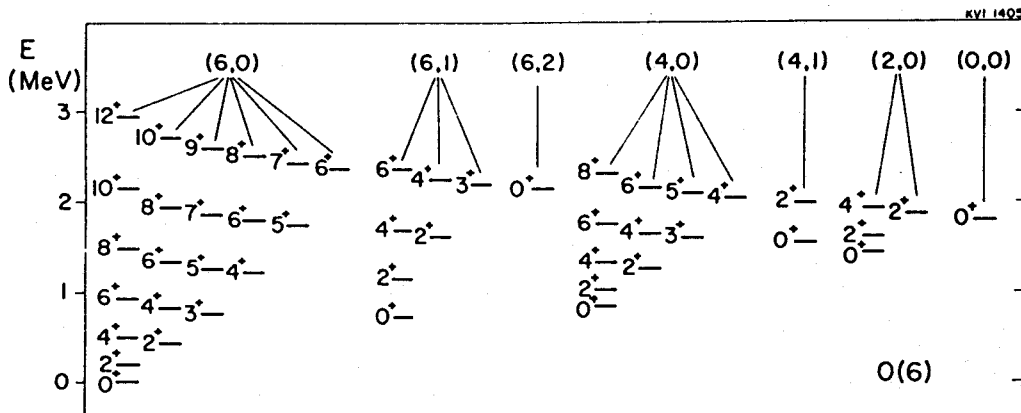


Figura 3. Estructura que presenta un espectro típico del límite $O(6)$, con $N = 6$. En la parte superior damos los valores de σ y ν_Δ entre paréntesis.

este operador es generador del grupo $O(6)$ y por tanto no puede conectar representaciones diferentes de dicho grupo, $\Delta\sigma = 0$. Los valores de $B(E2)$ en este límite, dentro de la banda del estado fundamental, vienen dados por

$$B(E2; L+2 \rightarrow L) = \alpha_2^2 \frac{(L+2)}{2(L+5)} \frac{1}{4} (2N-L)(2N+L+8) \quad (28)$$

Vemos como, al igual que en los dos límites anteriores, aparece un factor de "cut off" ($2N - L$) que nos indica que, según el modelo, las bandas de niveles energéticos no van aumentando indefinidamente en momento angular, sino que se deben cortar a $L = 2N$. Este es un hecho muy particular que no aparecía en el modelo colectivo. Particularizando la ec. (28) para la transición entre el estado 2_1^+ y el fundamental

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = \frac{2}{40} (2N)(2N+8) \alpha_2^2 \quad (29)$$

que presenta una dependencia cuadrática en N como el límite II, con la particularidad de que el 8 que aparece en $(2N + 8)$ atenúa, para un número de bosones no muy grande, esta dependencia. En la figura 4 mostramos una comparación entre $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ en los tres límites.

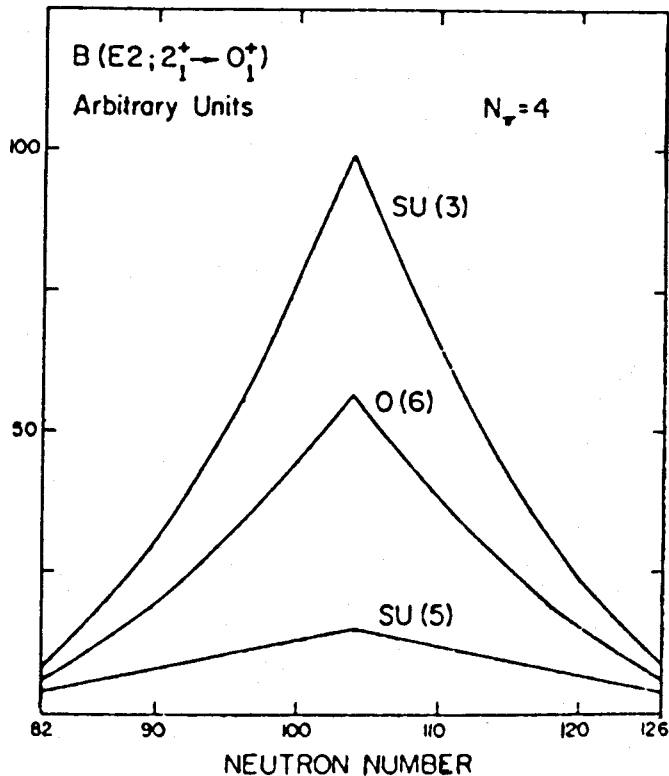


Figura 4. Comparación entre los valores $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ para los tres límites de IBA. Para $N = N_\pi + N_\nu$ con N_π fijo igual a 4 y N_ν variando en la capa 82-126. Para detalles sobre N_π y N_ν ver la discusión en la sección 4 sobre IBA-2.

Los momentos cuadrupolares en este límite se anulan debido a una regla de selección adicional $\Delta\tau = \pm 1$. Esta es

una característica que diferencia claramente este límite de los dos anteriores.

En la figura 5 mostramos una comparación del modo de desexcitación de los primeros estados excitados en cada uno de los límites, su comportamiento diferente permite distinguir claramente entre los tres.

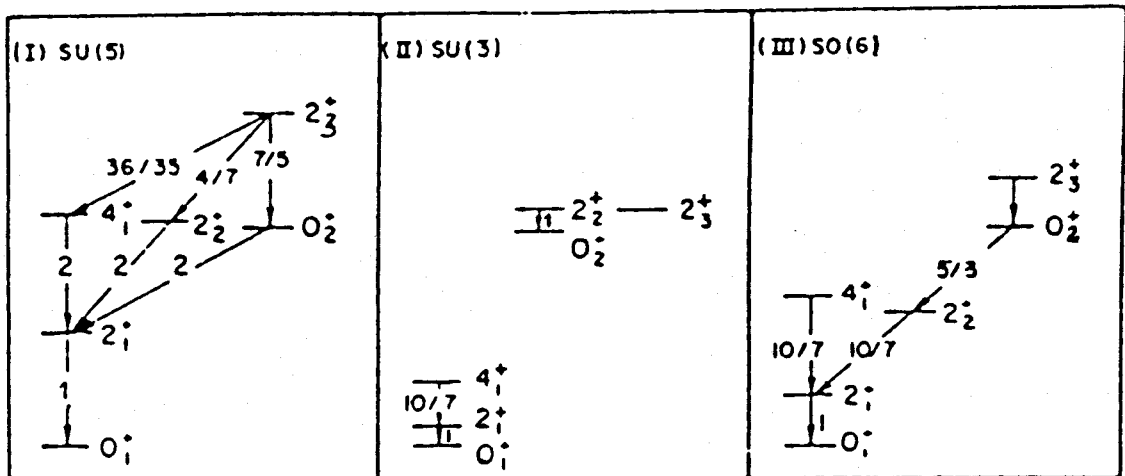


Figura 5. Comparación esquemática de la secuencia de los primeros niveles excitados en cada uno de los límites y su forma característica de decaer. Los números al lado de las flechas indican valores de $B(E2)$ en el caso de $N \rightarrow \infty$. Las transiciones correspondientes a niveles no conectados entre sí por flechas están prohibidas.

2.4 Clases transicionales.

Aunque dentro de la tabla de núclidos se pueden encontrar algunos ejemplos de núcleos que se pueden aproximar bastante bien por uno de los tres límites descritos anteriormente (Al82), tanto en su secuencia de niveles como en las probabilidades de transición, la mayoría

presenta un comportamiento intermedio entre dos de ellos o bién una mezcla entre los tres. Estas son las denominadas clases transicionales. En la figura 6 esquemizamos las cuatro clases transicionales denominadas A, B, C y D.

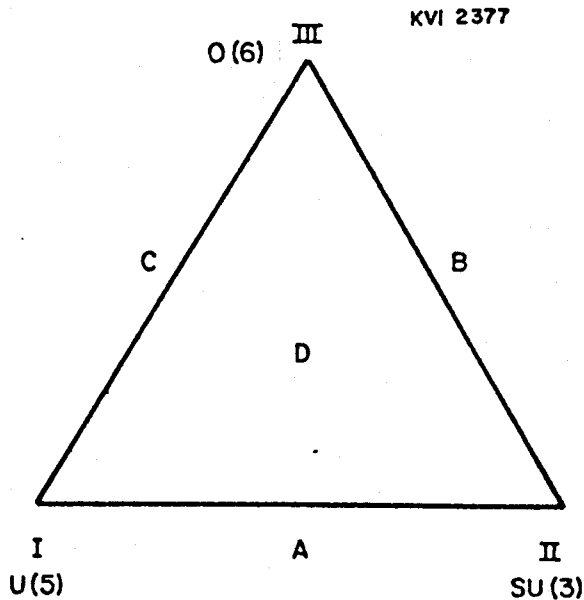


Figura 6. Representación esquemática de la situación de las cuatro clases transicionales entre los tres límites del IBA.

Las clases transicionales A, B y C se pueden estudiar de un modo sencillo (Sc78, Ca78, St82) partiendo del Hamiltoniano general de la ec. (2), escrito en función de los operadores de Casimir de cada uno de los grupos presentes en la descomposición de U(6):

$$H = \varepsilon \mathcal{E}_1(U5) + \beta \mathcal{E}_2(U5) + \gamma \mathcal{E}_2(O5) + \delta \mathcal{E}_2(U3) + \alpha' \mathcal{E}_2(SU3) \\ + \alpha'' \mathcal{E}_2(O6) + \zeta + \zeta' \mathcal{E}_1(U6) + \zeta'' \mathcal{E}_2(U6) \quad (30)$$

reteniendo en cada caso los términos fundamentales de los dos límites entre los que se sucede la transición a estudiar

y variando paulatinamente el peso de un parámetro respecto del otro para ir desde un límite puro al opuesto pasando por las distintas situaciones intermedias.

Para estudiar la clase transicional D es necesario hacer una diagonalización del Hamiltoniano completo en forma numérica, en cualquiera de las tres bases completas que hemos obtenido anteriormente. Todos los cálculos realizados han utilizado el programa PHINT (Sc76) que emplea la base $|N, n, v, n, L, M\rangle$. En los últimos años se han realizado múltiples aplicaciones del IBA-1 a distintas zonas de la tabla periódica, con resultados excelentes (Al82, Sc80, Ia79).

El éxito del IBA-1 condujo a un estudio exhaustivo del modelo, y la conservación del número total de bosones llevó a la interpretación de que los bosones del modelo (s,d) se pueden considerar como la imagen bosónica de pares de nucleones acoplados respectivamente a $J = 0$ y $J = 2$ (Ar77, Ot78). Esta interpretación permite una conexión entre el IBA y el modelo de capas que estudiaremos en la sección 5 y a su vez dió lugar a que la contemplación de la realidad microscópica del núcleo, en el que hay dos tipos distintos de partículas, protones y neutrones, motivará la inclusión de dos tipos diferentes de bosones en IBA, unos compuestos por un par de protones y otros por un par de neutrones y cada uno de los tipos con dos estados accesibles $J = 0$ y $J = 2$. Este nuevo modelo, que emerge de consideraciones microscópicas, es el "proton-neutron interacting boson model" o alternativamente IBA-2 que pasamos a estudiar

seguidamente.

3. El modelo de los bosones protónicos y neutrónicos en interacción (IBA-2).

Este modelo, también denominado en la literatura como IBA-2, tiene su origen fundamentalmente en el hecho de que, a diferencia de otros modelos bosónicos (Ki71, Gn71), el número de bosones para un núcleo dado es una cantidad finita entera, N , conservada por el Hamiltoniano. Esto condujo a la interpretación de los bosones s y d del modelo como imagen de pares de nucleones acoplados a momento angular $J=0$ y $J=2$, llamados en lenguaje del modelo de capas pares S y D respectivamente. Aunque en la sección 5 trataremos en detalle la conexión entre el modelo de capas y el IBA-2, en la figura 7 presentamos el resultado de un análisis (Sc76b) de la interacción residual nucleón-nucleón. En la gráfica se muestran las fuerzas efectivas de "pairing", $E_{J, T=1}$, para una pareja de nucleones idénticos en el nivel monoparticular $1g_{9/2}$ como función del spin J .

A la vista de la figura 7 parece claro que mientras la interacción de "pairing" (monopolar) y la cuadrupolar son fuertemente atractivas, el resto de las multipolaridades corresponden a interacciones débilmente atractivas ($J=4$) e incluso repulsivas, lo que justifica la retención de los momentos angulares $J=0$ y $J=2$ solamente.

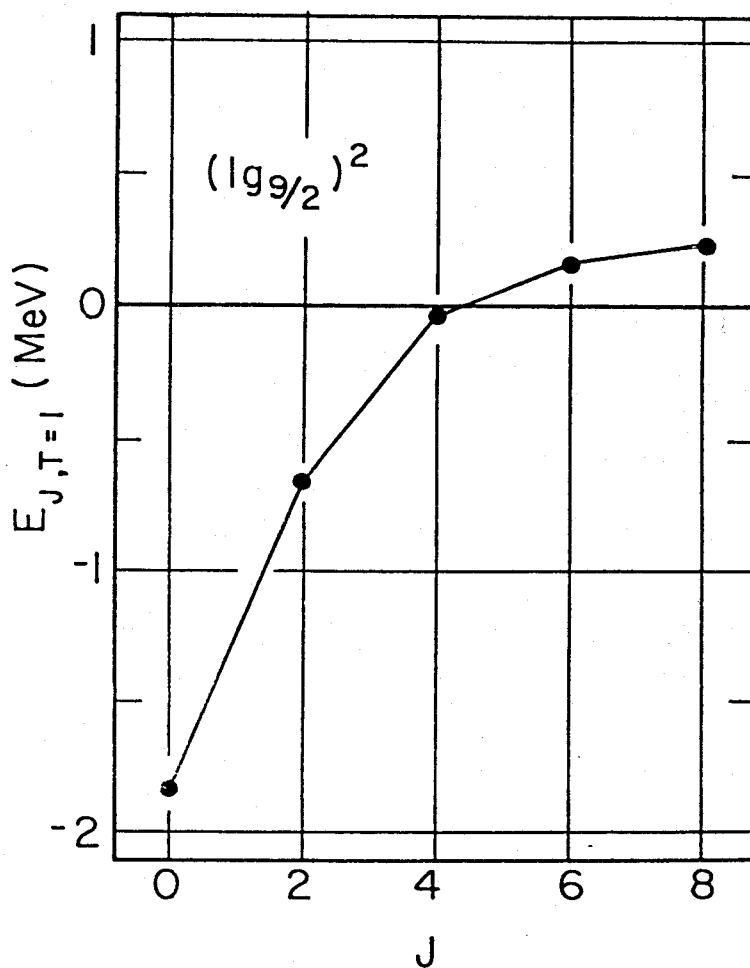


Figura 7. Fuerza efectiva de "pairing" nucleón-nucleón en una configuración $(lg_{9/2})^2$, (Sc76b).

Si se pretende justificar microscópicamente el IBA, la realidad interna del núcleo sugiere que se han de introducir bosones-protónicos y bosones-neutrónicos, imágenes respectivas de parejas de protones y parejas de neutrones en el espacio S-D del modelo de capas. De este modo llegamos al IBA-2 (Ar77, Ot78), donde hay bosones protónicos acoplados a $J=0$ y $J=2$, s_π y d_π , y bosones neutrónicos acoplados a $J=0$ y $J=2$, s_ν y d_ν . N ya no es un parámetro libre del modelo

sino que representa el número de pares de partículas de valencia en un núcleo determinado, $N = N_{\pi} + N_{\nu}$, donde N_{π} representa el número de pares de protones de valencia y N_{ν} el número de pares de neutrones de valencia. Generalmente se acepta que los cores mágicos para protones y neutrones son inertes. En la figura 8 presentamos una representación esquemática de un núcleo dado, de la situación en el modelo de capas y en IBA-2, (Ia80b).

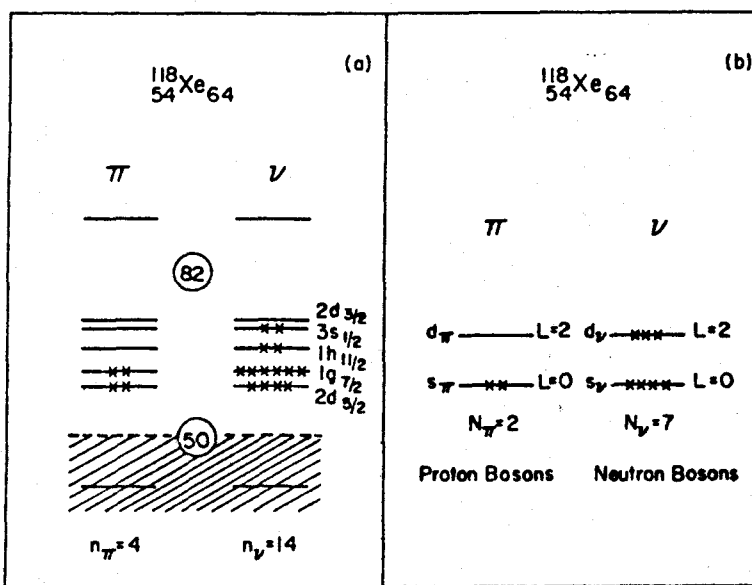


Figura 8. Representación esquemática de la interpretación microscópica de un núcleo en el modelo de capas a) y en IBA-2 b).

En IBA-2, el Hamiltoniano más general que contiene interacciones a uno y dos cuerpos se puede escribir,

$$H = H_{\pi} + H_{\nu} + V_{\pi\nu} \tag{31}$$

donde H_{π} y H_{ν} son Hamiltonianos del tipo IBA-1 pero particularizando en cada caso para protones y neutrones

respectivamente. El Hamiltoniano (31) obedece a una estructura de grupo $U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\nu)}(6)$, ya que se conservan por separado el número de bosones protónicos y el número de bosones neutrónicos. La interacción entre bosones- y bosones-, V en la ec. (31) tiene la forma general,

$$\begin{aligned}
 V_{\pi\nu} = & \sum_{L=0,1,2,3,4} z_L \left[(d_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\pi})^{(L)} \times (d_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\nu})^{(L)} \right]^{(0)} \\
 & + z_0' \left[(s_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\pi})^{(0)} \times (s_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\nu})^{(0)} \right]^{(0)} + z_0'' \left[(s_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\pi})^{(0)} \times (d_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\nu})^{(0)} \right]^{(0)} \\
 & + z_0''' \left[(d_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\pi})^{(0)} \times (s_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\nu})^{(0)} \right]^{(0)} \\
 & + z_2' \left[(d_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\pi} + s_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\pi})^{(2)} \times (d_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\nu} + s_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\nu})^{(2)} \right]^{(0)} \\
 & + z_2'' \left[(d_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\pi}) \times (d_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\nu} + s_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\nu})^{(2)} \right]^{(0)} \\
 & + z_2''' \left[(d_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\pi} + s_{\pi}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\pi})^{(2)} \times (d_{\nu}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\nu})^{(2)} \right]^{(0)}
 \end{aligned} \tag{32}$$

Un cálculo de energías de los niveles nucleares excitados con el Hamiltoniano de la ec. (31) es impracticable, debido al tremendo número de parámetros que implica. Sin embargo, se ha comprobado (Ot78) que para analizar los datos experimentales existentes basta con retener en el Hamiltoniano dos términos fundamentalmente. Un término de "pairing" entre bosones del mismo tipo y una interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre bosones de tipo diferente,

$$H = \varepsilon (n_{d_{\pi}} + n_{d_{\nu}}) + K Q_{\pi} \cdot Q_{\nu} \tag{33}$$

donde

$$Q_{\rho} = (s_{\rho}^{\dagger} \times \tilde{d}_{\rho} + d_{\rho}^{\dagger} \times \tilde{s}_{\rho})^{(2)} + \gamma_{\rho} (d_{\rho}^{\dagger} \times d_{\rho})^{(2)} \tag{34}$$

con $\rho = \pi$ ó ν . Q_{π} (Q_{ν}) es el operador cuadrupolar para

protones (neutrones). A este Hamiltoniano simplificado, que contiene cuatro parámetros (la diferencia de energía entre el boson s y el d, \mathcal{E} , la fuerza de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo, k, y los parámetros que aparecen en el operador cuadrupolar, χ_π y χ_ν , para protones y neutrones respectivamente), se han añadido fundamentalmente tres términos. Dos términos de interacción entre bosones del mismo tipo,

$$V_{pp} = \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} c_{Lp} \left[(d_p^\dagger \times d_p^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d}_p \times \tilde{d}_p)^{(L)} \right]^{(0)} \quad (35)$$

$p = \pi \text{ ó } \nu$

que no afectan a las características esenciales del espectro y un término proporcional al operador de Majorana,

$$M_{\nu p} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[(s_\nu^\dagger \times d_\pi^\dagger - d_\nu^\dagger \times s_\nu^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{s}_\nu \times \tilde{d}_\pi - \tilde{d}_\nu \times \tilde{s}_\pi)^{(2)} \right]^{(0)} - \sum_{L=1,3} \sqrt{2L+1} \left[(d_\nu^\dagger \times d_\pi^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d}_\nu \times \tilde{d}_\pi)^{(L)} \right]^{(0)} \quad (36)$$

que se ajusta para desplazar por encima de 2 MeV de energía de excitación, los estados con simetría mezclada protón-neutrón. En la próxima sección dedicada a las simetrías dinámicas del IBA-2 comentaremos la presencia de este término en el Hamiltoniano (33). Esta formulación del IBA se ha usado intensamente en la literatura (Pu80, Bi80, Is80, Ka83, Ba83), en todos estos cálculos la variación de los parámetros es lenta a lo largo de una cadena de isótopos y además, con base en cálculos semimicroscópicos (Sc80), mientras la dependencia de \mathcal{E} y k es función de N_π y N_ν , se acepta que χ_π es sólo función de N_π y χ_ν sólo función de N_ν . De este modo, las

características fundamentales de los espectros colectivos en una cadena de isótopos se describen en IBA-2 en función de tres parámetros: \mathcal{E} , k y χ_{ν} . Uno de los aspectos más importantes del IBA-2 es el mencionado comportamiento suave de sus parámetros a lo largo de una cadena de isótopos, este hecho dota al modelo de un carácter predictivo que no poseía el IBA-1. En la figura 9 se muestra un ejemplo de cálculos con IBA-2 (Pu80) donde se presentan predicciones para espectros de núcleos todavía no accesibles experimentalmente.

Antes de discutir brevemente las simetrías dinámicas en IBA-2 volvamos a la presencia del término de Majorana (36) en el Hamiltoniano IBA-2. Cuando se considera explícitamente la existencia de protones y neutrones en IBA, la estructura de grupo del modelo corresponde a $U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\nu)}(6)$. Entre los posibles subgrupos de $U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\nu)}(6)$, para el caso en el que las interacciones entre bosones del mismo tipo y entre bosones de tipo diferente sean iguales, $V_{\pi\pi} = V_{\nu\nu} = V_{\pi\nu}$, está el grupo $U^{(\pi, \nu)}(6)$. El operador de Majorana aparece como operador de Casimir de este grupo y su efecto es desdoblar representaciones simétricas bajo el intercambio protón-neutrón de las representaciones no totalmente simétricas bajo dicho intercambio. Ya que protón y neutrón no son partículas idénticas, al hacer el producto tensorial entre las representaciones irreducibles de $U^{(\pi)}(6)$ y $U^{(\nu)}(6)$, $[N_{\pi}] \otimes [N_{\nu}]$ se obtienen representaciones simétricas $[N]$, con $N = N_{\pi} + N_{\nu}$ y representaciones con

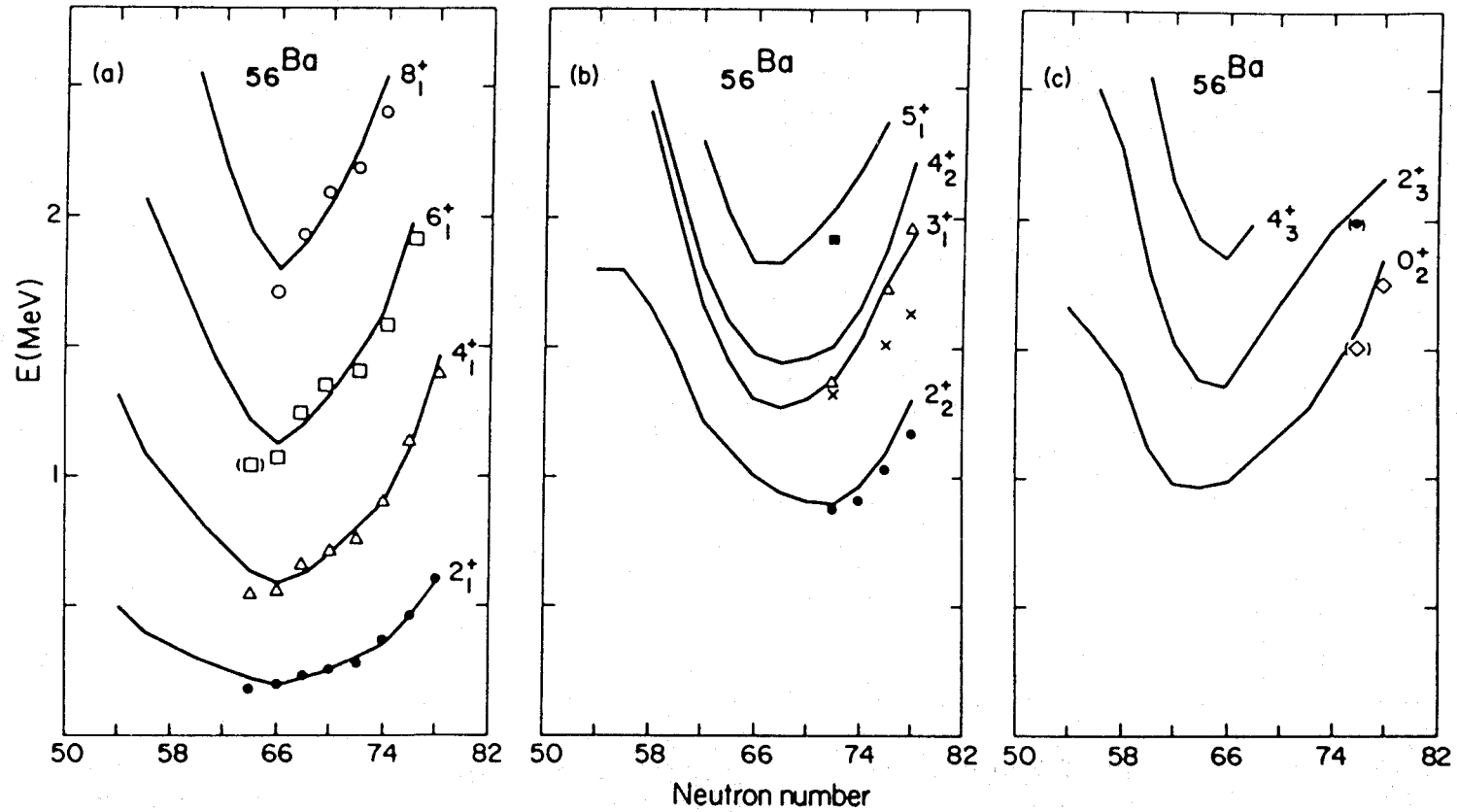


Figura II.9. Comparación entre los niveles de energía experimentales y calculados para los isótopos de Ba.

simetría mezclada $(N-1,1)$, $(N-2,2)$, ... El número cuántico que se introduce para distinguir bosones protónicos y neutrónicos es el F-spin (Ar77,0t78) con F_z tomando valores $F_z = +1/2$ para bosones- π y $F_z = -1/2$ para bosones- γ . Como la etiqueta que distingue entre los dos tipos de bosones sólo toma dos valores, las correspondientes representaciones irreducibles de $U^{(\pi,\gamma)}(6)$ sólo pueden tener dos filas. Debido a que hasta hace poco tiempo (Bo84) no había evidencias de la existencia de estados con simetría mezclada entre los niveles nucleares más bajos, el parámetro correspondiente al término de Majorana se fijaba para mantener dichos estados por encima de 2.5 ó 3 MeV de energía de excitación.

3.1 Simetrías dinámicas en IBA-2.

Como hemos mencionado antes, la estructura de grupo del IBA al considerar la diferencia entre protones y neutrones es $U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\gamma)}(6)$. Es evidente que en este caso pueden ocurrir muchos más tipos de simetrías dinámicas que en IBA-1 (Ia83). Un primer tipo corresponde a la situación antes citada, en que $V_{\pi\pi} = V_{\gamma\gamma} = V_{\pi\gamma}$ con lo que recuperamos las simetrías dinámicas del IBA-1

$$\begin{array}{l}
 U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2) \\
 U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\gamma)}(6) \supset U^{(\pi,\gamma)}(6) \begin{array}{l} / \\ \backslash \end{array} \begin{array}{l} SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \\ O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2). \end{array} \quad (37)
 \end{array}$$

En IBA-2 se pueden dar otro tipo de simetrías dinámicas que no necesitan $V_{\pi\pi} = V_{\gamma\gamma} = V_{\pi\gamma}$ y que por tanto corresponden a situaciones más realistas, como son

$$\begin{array}{l}
 U^{(\pi)}(5) \otimes U^{(\gamma)}(5) \supset U^{(\pi,\gamma)}(5) \supset 0(5) \supset 0(3) \supset 0(2) \\
 \left. \begin{array}{l}
 U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\gamma)}(6) \supset \left\{ \begin{array}{l}
 SU^{(\pi)}(3) \otimes SU^{(\gamma)}(3) \supset SU^{(\pi,\gamma)}(3) \supset 0(3) \supset 0(2) \\
 SU^{(\pi)}(3) \otimes SU^{(\gamma)}(3) \supset \overline{SU^{(\pi,\gamma)}}^*(3) \supset 0(3) \supset 0(2) \\
 O^{(\pi)}(6) \otimes O^{(\gamma)}(6) \supset O^{(\pi,\gamma)}(6) \supset 0(5) \supset 0(3) \supset 0(2).
 \end{array} \right.
 \end{array} \right. \quad (38)
 \end{array}$$

Para estos casos, el operador de Majorana tiene que introducirse de una manera fenomenológica, lo que obliga a una diagonalización numérica del Hamiltoniano. De las cadenas de subgrupos descritas, son especialmente interesantes las que corresponden a que los neutrones y los protones obedezcan a una simetría SU(3) (Di82) en cuyo caso se puede distinguir entre dos situaciones: i) tanto los bosones protónicos como los neutrónicos son tipo partícula o hueco, en cuyo caso se pueden describir ambos por sus representaciones SU(3), $(\lambda_{\pi}, \mu_{\pi})$, $(\lambda_{\gamma}, \mu_{\gamma})$ y su producto tensorial $(\lambda_{\pi}, \mu_{\pi}) \otimes (\lambda_{\gamma}, \mu_{\gamma}) = (\lambda, \mu)$ contiene representaciones con $\mu = \text{par}$, con lo que recobramos el caso IBA-1, pero junto a estos también aparecen representaciones con $\mu = \text{impar}$, en particular $\mu = 1$ conduce a $K=1$ y por tanto a la existencia de bandas $K^{\pi} = 1^+$ que no aparecían en IBA-1. Estas bandas corresponden a situaciones en que las distribuciones de protones y neutrones presentan una deformación permanente, pero oscilan en oposición de fase

alrededor de una posición en la que se superponen, figura 10; ii) cuando los bosones protónicos son tipo partícula y los neutrónicos tipo hueco (o viceversa) los protones se pueden describir por su representación $SU(3)$, (λ_π, μ_π) y los neutrones por su representación $SU(3)$ conjugada, $\overline{SU(3)}$, (μ_ν, λ_ν) . En este caso su producto tensorial conduce a resultados diferentes a los del apartado i), al grupo resultante se le suele denotar $SU^*(3)$. La cadena de grupos correspondiente a esta simetría dinámica es,

$$U^{(\pi)}(6) \otimes U^{(\nu)}(6) \supset SU^{(\pi)}(3) \otimes \overline{SU^{(\nu)}(3)} \supset SU^*(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (39)$$

que surge cuando podemos escribir el Hamiltoniano en función sólo de operadores de Casimir de los grupos de dicha cadena,

$$H = \alpha_\pi \mathcal{E}_2(SU^{(\pi)}(3)) + \alpha_\nu \mathcal{E}_2(\overline{SU^{(\nu)}(3)}) + \alpha \mathcal{E}_2(SU^*(3)) + \beta \mathcal{E}_2(O(3)) \quad (40)$$

cuyos autovalores se pueden obtener analíticamente y vienen dados por (Ia84),

$$\begin{aligned} E(N_\pi, N_\nu, (\lambda_\pi, \mu_\pi), (\lambda_\nu, \mu_\nu), (\lambda, \mu), K, L, M) = \\ = \alpha_\pi (\lambda_\pi^2 + \mu_\pi^2 + \lambda_\pi \mu_\pi + 3\lambda_\pi + 3\mu_\pi) + \alpha_\nu (\lambda_\nu^2 + \mu_\nu^2 + \lambda_\nu \mu_\nu + 3\lambda_\nu + 3\mu_\nu) + \\ + \alpha (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \beta L(L+1) \end{aligned} \quad (41)$$

En la figura 11 mostramos un espectro típico de este límite que corresponde al caso de núcleos triaxiales. Esta situación no era contemplada en IBA-1 y en IBA-2 aparece de una manera natural.

YNT 20

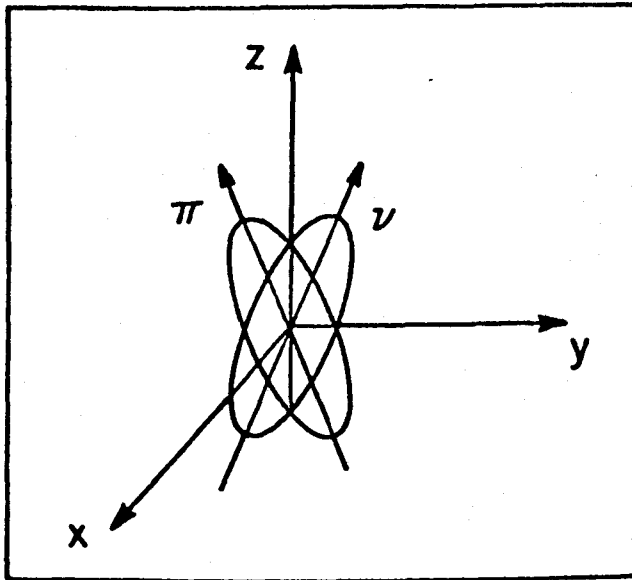


Figura 10. Interpretación geométrica del límite $SU^{(\pi)}(3) \otimes SU^{(\nu)}(3)$ del IBA-2, aparición de bandas $K^P=1^+$.

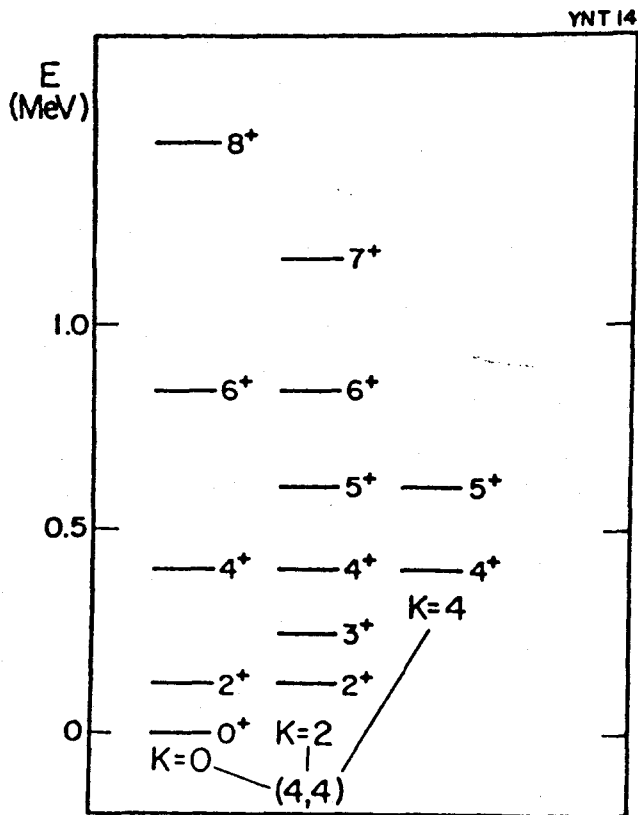


Figura 11. Espectro correspondiente al caso $SU^*(3)$ para $N_\pi = N_\nu = 2$. Sólo mostramos la representación más baja de $SU^*(3)$, $(4,4)$.

4. Interpretación geométrica del IBA:

relación con el modelo colectivo.

La mayoría de los estudios dedicados a buscar un nexo entre la descripción de los estados nucleares colectivos más bajos en los núcleos medios y pesados en función de bosones s y d interaccionando (IBA) y en función de variables colectivas (Bo75), parten del Hamiltoniano IBA y tratan de deducir un Hamiltoniano colectivo equivalente, escrito en términos de las cinco variables colectivas, ec. (1) (Di83). La técnica más usada para investigar las propiedades geométricas del IBA es la del estado intrínseco o coherente (Gi79,Bo80,Gi80,Di80). Esta técnica ha sido empleada para hallar el límite clásico de sistemas cuánticos descritos por una estructura de grupo $U(n)$. En el caso del IBA la estructura de grupo es $U(6)$. En el espacio de Hilbert subtendido por las representaciones totalmente simétricas $[N]$ de $U(6)$ se define un operador bosónico,

$$b^\dagger(\alpha_\mu) = \left(s^\dagger + \sum_{\mu} \alpha_{\mu} d_{\mu}^{\dagger} \right) \quad (42)$$

donde α_{μ} ($\mu=0,+1,+2$) son cinco variables complejas, que se pueden elegir como reales para estudiar problemas estáticos. A partir de este operador, realizando las transformaciones oportunas y referido a un sistema de ejes intrínseco se puede escribir,

$$b^\dagger(\beta, \gamma) = \left\{ s^\dagger + \beta \left[\cos \gamma d_0^\dagger + 2^{-1/2} \sin \gamma (d_{2^+}^\dagger + d_{2^-}^\dagger) \right] \right\} \quad (43)$$

que contiene las variables β y γ que definen la deformación y la desviación con respecto a la simetría axial del bosón creado. Se produce un estado condensado de N bosones por aplicación sucesiva de $b^\dagger(\beta, \gamma)$ sobre el estado de vacío

bosónico

$$|N \beta \gamma\rangle = [b^\dagger(\beta, \gamma)]^N |0\rangle \quad (44)$$

Si referimos el operador bosónico b^\dagger a un sistema de ejes arbitrario, por aplicación de una rotación $R(\Omega)$ definida por un conjunto Ω de ángulos de Euler, obtenemos el estado

$$|N \beta \gamma \Omega\rangle = R(\Omega) |N \beta \gamma\rangle \quad (45)$$

El estado $|N \beta \gamma\rangle$ juega aquí el papel de estado intrínseco como en el modelo colectivo rotacional y $|N \beta \gamma \Omega\rangle$ es el denominado estado coherente (Di83). Este estado coherente tiene dos propiedades importantes. En primer lugar, cualquier estado de N bosones se puede obtener a partir de $|N \beta \gamma \Omega\rangle$ integrando sobre β, γ y Ω , y se puede definir el solapamiento de un estado arbitrario de N bosones $|N \lambda\rangle$ con el estado intrínseco en la forma

$$S_N(\beta \gamma \Omega | \lambda) = \langle N \beta \gamma \Omega | N \lambda \rangle \quad (46)$$

En segundo lugar se puede mostrar (Gi80) que la acción de un Hamiltoniano IBA, H , sobre $|N \beta \gamma \Omega\rangle$ es equivalente a la acción de un Hamiltoniano en forma de operador diferencial en las variables β, γ y Ω , y que por tanto se puede encontrar un Hamiltoniano en forma diferencial $\mathcal{H}(\beta, \gamma, \Omega)$, en general muy complicado, que cumpla

$$H |N \beta \gamma \Omega\rangle \equiv \mathcal{H}(\beta, \gamma, \Omega) |N \beta \gamma \Omega\rangle \quad (47)$$

Si $|N\lambda\rangle$ es un autoestado del Hamiltoniano IBA, H ,

$$H |N\lambda\rangle = E_{N\lambda} |N\lambda\rangle \quad (48)$$

los solapamientos $S_N(\beta\gamma\Omega|\lambda)$, ec. (46), son autofunciones del operador diferencial $\mathcal{H}(\beta\gamma\Omega)$ con los mismos autovalores $E_{N\lambda}$. En esta forma, hemos transformado el problema de autovalores bosónico en un problema equivalente en las variables colectivas continuas β , γ y Ω .

Las propiedades geométricas de los estados fundamentales de los núcleos en IBA se estudian considerando la funcional de energía

$$E(N, \beta, \gamma) = \frac{\langle N\beta\gamma\Omega | \mathcal{H}(\beta\gamma\Omega) | N\beta\gamma\Omega \rangle}{\langle N\beta\gamma\Omega | N\beta\gamma\Omega \rangle} \quad (49)$$

Minimizándola con respecto a β y γ se obtiene la forma de equilibrio que corresponde a un Hamiltoniano IBA.

Para el límite I de IBA-1, la funcional de energía es independiente de γ y tiene un mínimo para $\beta=0$ (Is81), por tanto corresponde a una configuración de equilibrio esférica. El Hamiltoniano $\mathcal{H}(\beta\gamma\Omega)$ en este límite corresponde al de un oscilador armónico en cinco dimensiones realizando vibraciones cuadrupolares respecto a la posición de equilibrio esférica. Para el límite SU(3) de IBA-1, la funcional de energía, ec. (49), presenta un mínimo para $\gamma=0^\circ$ y $\beta \neq 0$, que corresponde a una situación de equilibrio deformada con simetría axial. En este límite los grados de libertad β y γ están desacoplados, y corresponden a

vibraciones armónicas en una y dos dimensiones, respectivamente. Este límite corresponde a la imagen geométrica de un rotor deformado con simetría axial y con oscilaciones β y γ alrededor de la posición de equilibrio. En el límite III de IBA-1, la ec. (49) presenta un mínimo de energía para $\beta \neq 0$ y es independiente de γ , lo que corresponde a una situación de equilibrio deformada y γ -inestable. Este límite corresponde a la imagen geométrica de un rotor con inestabilidad γ (Wi56).

Es importante hacer notar como, dentro de un modelo bosónico en términos de bosones s y d y con interacciones a dos cuerpos, se obtienen en una forma unificada los tres casos especiales de movimiento colectivo. La técnica descrita en esta sección se ha empleado también para el estudio de las transiciones de fase al moverse de una situación límite de IBA hacia otra (Di80b, Fe81). Para el estudio geométrico del IBA-2 se suele usar una generalización del estado coherente

$$|N_n \alpha_n N_\nu \alpha_\nu\rangle = \left(s_n^\dagger + \sum_{\mu} \alpha_{n\mu} d_{n\mu}^\dagger \right)^{N_n} \left(s_\nu^\dagger + \sum_{\mu'} \alpha_{\nu\mu'} d_{\nu\mu'}^\dagger \right)^{N_\nu} |0\rangle \quad (50)$$

ahora $\alpha_{\pi\mu}$ y $\alpha_{\nu\mu'}$ son las variables cuadrupolares para protones y para neutrones respectivamente. Minimizando la funcional de energía,

$$E(\alpha_n, \alpha_\nu) = \frac{\langle N_n \alpha_n N_\nu \alpha_\nu | H | N_n \alpha_n N_\nu \alpha_\nu \rangle}{\langle N_n \alpha_n N_\nu \alpha_\nu | N_n \alpha_n N_\nu \alpha_\nu \rangle} \quad (51)$$

con respecto a $\alpha_{\pi\mu}$ y $\alpha_{\nu\mu'}$ o lo que es equivalente a $\beta_\pi, \beta_\nu, \gamma_\pi, \gamma_\nu$ y Ω podemos encontrar la forma del estado

fundamental del sistema descrito por H. Aparte de generalizaciones directas de los límites encontrados para IBA-1, en IBA-2 aparecen dos situaciones diferentes que corresponden a los límites $SU^{(\pi, \nu)}(3)$ y $SU^{(\pi, \nu)*}(3)$ en la ec. (38). Para el límite $SU^{(\pi, \nu)}(3)$ se encuentra que la funcional de energía tiene un mínimo para $\beta_\pi = \beta_\nu \neq 0$ y $\gamma_\pi = \gamma_\nu = 0^\circ$ y por tanto corresponde a una situación en la que tanto los protones como los neutrones presentan una forma de equilibrio deformada con simetría axial. Además; debido a la fuerte interacción cudrupolo-cudrupolo entre protones y neutrones, estos tienden a estar juntos con lo que sus sistemas de referencia intrínsecos coinciden, recuperando la situación del límite $SU(3)$ de IBA-1. Pero ahora, además de los modos simétricos de excitación, aparece otra situación que corresponde a que los protones vibren en oposición a los neutrones, figura 10. Este modo corresponde a una oscilación armónica en dos dimensiones (con N grande) con proyección del momento angular sobre el eje de simetría $K^P=1^+$. En el sistema laboratorio esto da lugar a bandas rotacionales $L^\pi=1^+, 2^+, 3^+ \dots$. Esta situación se ha investigado también en el modelo hidrodinámico (Lo79). En el límite $SU^{(\pi, \nu)*}(3)$ aparece una situación muy interesante, la funcional de energía presenta un mínimo para $\beta_\pi = \beta_\nu \neq 0$, $\gamma_\pi = 0^\circ$ y $\gamma_\nu = 60^\circ$, es decir los protones presentan una forma axial prolata y los neutrones axial oblata. El solapamiento entre protones y neutrones con esta forma es máximo cuando los respectivos ejes de simetría forman un ángulo de 90° entre ellos. La forma resultante de las dos distribuciones de materia es triaxial.

Tanto la existencia de bandas $K^{\pi}=1^{+}$, como las configuraciones deformadas triaxiales aparecen de un modo natural en IBA-2 mientras que no se presentaban en IBA-1, donde no se hacía distinción entre protones y neutrones. La necesidad de considerar la existencia de protones y neutrones en el núcleo nace de la interpretación de los bosones s y d del IBA como pares de nucleones acoplados a momento angular $J=0$ y $J=2$ respectivamente (Ar77,0t78), esta interpretación conduce al IBA como aproximación al modelo de capas. En la próxima sección presentamos la relación entre IBA y el modelo de capas.

5. Fundamentos microscópicos del IBA:

aproximación al modelo de capas.

El modelo de capas proporciona un marco microscópico adecuado para el estudio del problema nuclear de muchos cuerpos y ha demostrado su utilidad en estudios de núcleos ligeros y núcleos medios y pesados en las cercanías de las capas completas. Sin embargo, el estudio de núcleos medios y pesados con varios protones y neutrones de valencia dentro del espacio completo del modelo de capas es impracticable, como ya dijimos en la introducción de este capítulo. Por otra parte, el IBA, que fué introducido en forma fenomenológica, ha demostrado su capacidad para describir de una manera unificada los estados colectivos en núcleos medios y pesados. El hecho de que el Hamiltoniano IBA conserve el número de bosones sugiere que los bosones del modelo pueden estar relacionados de algún modo con parejas de nucleones de valencia. Es muy atractivo el poder obtener el IBA a partir del modelo de capas, con lo que dentro del formalismo de este modelo se podrían describir, de un modo unificado, tanto aspectos de partícula simple como colectivos de los núcleos.

La identificación de los bosones s y d del IBA como imagen bosónica de pares de nucleones acoplados a $J=0$ y $J=2$, conduce a una interpretación microscópica del IBA como aproximación al modelo de capas. En este sentido se habla a veces del "interacting boson approximation model". La primera consecuencia de dicha interpretación microscópica es la necesidad de introducir bosones imagen de una pareja de

protones y bosones imagen de una pareja de neutrones, IBA-2 (ver sección 3.).

El proceso de justificar el IBA desde un punto de vista microscópico conlleva dos pasos fundamentales: i) truncación del gigantesco espacio del modelo de capas, ii) bosonización de los operadores fermiónicos. Sobre estos dos aspectos se está trabajando intensamente en la actualidad (Pi84, Eg83, Zi82, Zi84, Ot81a, Ot81b), aquí sólo presentamos una indicación general del proceso.

Partiendo del modelo de capas se seleccionan, dentro del inmenso espacio del modelo, aquellos estados que corresponden a pares de fermiones acoplados a momento angular $J=0$ (par-S) y $J=2$ (par-D). Al subespacio subtendido por estos estados se le suele llamar espacio S-D (Ot78b). Posteriormente se hace una correspondencia entre el espacio fermiónico S-D y el espacio bosónico s-d. En la figura 13 se esquematiza este proceso.

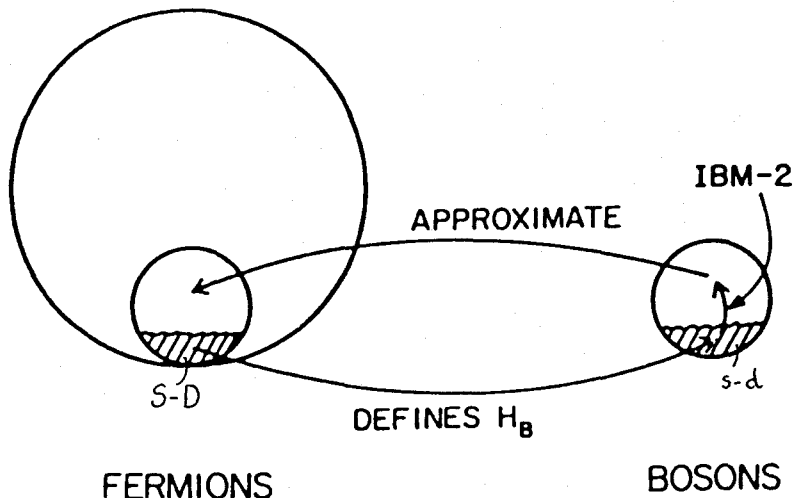


Figura 13. Representación esquemática de la truncación del espacio del modelo de capas y la correspondencia entre el subespacio fermiónico S-D y el espacio IBA.

Para ello se utiliza el formalismo de seniority generalizada (Ta71, Sh72, Ta73), se introducen los operadores fermiónicos de creación de pares de fermiones acoplados a $J=0$, S_{π}^{\dagger} (S_{ν}^{\dagger}), y pares de fermiones acoplados a $J=2$, D_{π}^{\dagger} (D_{ν}^{\dagger}), definidos por

$$\begin{aligned}
 S_{\pi}^{\dagger} &= \sum_{j_n} \alpha_{j_n} \sqrt{\frac{2j_n+1}{4}} (\tau_{j_n}^{\dagger} \times \tau_{j_n}^{\dagger})^{(0)} \\
 S_{\nu}^{\dagger} &= \sum_{j_{\nu}} \alpha_{j_{\nu}} \sqrt{\frac{2j_{\nu}+1}{4}} (\tau_{j_{\nu}}^{\dagger} \times \tau_{j_{\nu}}^{\dagger})^{(0)} \\
 D_{\pi, \mu}^{\dagger} &= \sum_{j_n, j_n'} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_{j_n j_n'} (\tau_{j_n}^{\dagger} \times \tau_{j_n'}^{\dagger})_{\mu}^{(2)} \\
 D_{\nu, \mu}^{\dagger} &= \sum_{j_{\nu}, j_{\nu}'} \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_{j_{\nu} j_{\nu}'} (\tau_{j_{\nu}}^{\dagger} \times \tau_{j_{\nu}'}^{\dagger})_{\mu}^{(2)}
 \end{aligned} \tag{52}$$

donde j_{π}, j'_{π} (j_{ν}, j'_{ν}) son todos los niveles monoparticulares accesibles a los protones (neutrones) dentro de la capa de valencia y τ_{jm}^{\dagger} es el operador de creación de un fermión en el estado $|jm\rangle$. Si consideramos un único tipo de partículas de valencia es posible construir, bajo ciertas condiciones del Hamiltoniano del modelo de capas (Ta79), un Hamiltoniano bosónico y estados bosónicos que reproducen la descripción fermiónica para ciertos estados. Estos estados son precisamente los estados con $J=0$ y $J=2$. El formalismo de seniority generalizada proporciona una descripción sencilla

para núcleos semimágicos y por tanto en este caso el uso de bosones no simplifica el estudio. Cuando el uso de un modelo bosónico revela su poder es en el caso de núcleos con protones y neutrones activos en las capas de valencia. En este caso la fuerte interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre protones y neutrones no conserva la seniority, o lo que es igual, esta interacción no es diagonal en el formalismo de seniority. Consideremos el Hamiltoniano de un sistema con protones y neutrones activos

$$H = H_n + H_p + Q_n \cdot Q_p \quad (53)$$

Siempre podemos construir todos los estados de un sistema como este acoplando todos los estados de los protones con todos los estados de los neutrones. Por tanto, todos los estados del sistema se pueden escribir esquemáticamente

$$| \alpha_n J_n \alpha_p J_p J M \rangle \quad (54)$$

donde α_n etiqueta todos los estados ortogonales de los protones con el mismo valor de J y M y α_p es la etiqueta equivalente para estados de neutrones. Con estos estados los elementos de matriz de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo vendrán dados por,

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_n J_n \alpha_p J_p J M | Q_n \cdot Q_p | \alpha'_n J'_n \alpha'_p J'_p J M \rangle = \\ & = (-)^{J_p + J'_n + J} \left\{ \begin{array}{ccc} J_n & J_p & J \\ J'_p & J'_n & 2 \end{array} \right\} \langle \alpha_n J_n || Q_n || \alpha'_n J'_n \rangle \langle \alpha_p J_p || Q_p || \alpha'_p J'_p \rangle \end{aligned} \quad (55)$$

Las dimensiones de esta matriz para valores dados de J y M son prohibitivamente grandes y por tanto hay que truncar el espacio del modelo. La forma de la ec. (55) sugiere elegir estados con elementos de matriz de la interacción cuadrupolar grandes. Estos estados están formados por estados protónicos con elementos de matriz del operador cuadrupolar protónico grandes y estados neutrónicos con elementos de matriz del operador cuadrupolar neutrónico grandes. Estos estados son precisamente los estados de seniority generalizada generados por aplicación de S_{π}^{+} y D_{π}^{+} (S_{ν}^{+}, D_{ν}^{+}) para protones (neutrones) que tienen la forma

$$\left\{ \left[\left(S_{\pi}^{+} \right)_{\gamma_{\pi}}^{m_{s_{\pi}}} \left(D_{\pi}^{+} \right)_{\gamma_{\pi}}^{m_{d_{\pi}}} J_{\pi} \right] \times \left[\left(S_{\nu}^{+} \right)_{\gamma_{\nu}}^{m_{s_{\nu}}} \left(D_{\nu}^{+} \right)_{\gamma_{\nu}}^{m_{d_{\nu}}} J_{\nu} \right] \right\}_{M}^{(J)} |0\rangle \quad (56)$$

donde $2(n_{s_{\pi}} + n_{d_{\pi}})$ es el número de protones de valencia y $2(n_{s_{\nu}} + n_{d_{\nu}})$ el número de neutrones de valencia, y se han introducido los números cuánticos γ_{π} y γ_{ν} para caracterizar un conjunto de estados ortogonales, obtenido a partir de modos de acoplamiento independientes que conducen al mismo valor de J_{π} y J_{ν} respectivamente. En algunos modelos teóricos esta truncación es exacta (Gi80b) y en casos reales se espera que sea una buena aproximación, como parecen indicar varios cálculos realizados (Ot81a, Ot81b, Ot78b, Mc78), para los estados colectivos más bajos.

A pesar de la enorme reducción que supone la truncación del gigantesco espacio del modelo de capas al subespacio S-D, el cálculo de los elementos de matriz que aparecen en la ec. (55) es muy complicado debido al principio de Pauli y a la

estructura de los operadores S^+ y D^+ . Estas dificultades se pueden salvar introduciendo otra aproximación como es reemplazar los estados construidos a partir de protones (neutrones) por unos estados bosónicos construidos a partir de los operadores s_{π}^+ y d_{π}^+ (s_{ν}^+ y d_{ν}^+) que tienen la forma,

$$\left\{ \left[\left(s_{\pi}^+ \right)_{\gamma_{\pi}}^{m_{s_{\pi}}} \left(d_{\pi}^+ \right)_{\gamma_{\pi}}^{m_{d_{\pi}}} L_{\pi} \right] \times \left[\left(s_{\nu}^+ \right)_{\gamma_{\nu}}^{m_{s_{\nu}}} \left(d_{\nu}^+ \right)_{\gamma_{\nu}}^{m_{d_{\nu}}} L_{\nu} \right] \right\}_M^{(L)} |0\rangle \quad (57)$$

donde $|0\rangle$ representa el vacío bosónico para diferenciarlo del vacío fermiónico $|0\rangle$. Para obtener en este espacio bosónico los mismos resultados que en los cálculos del modelo de capas, se deben construir operadores bosónicos equivalentes para H_{π} , H_{ν} , Q_{π} y Q_{ν} en la ec. (53). En este último paso, debido a la forma en que se han construido los bosones s y d del IBA, la aproximación bosónica a un operador fermiónico actuando en el subespacio S-D, es buena en orden cero (Ot78b), a diferencia de otros modelos bosónicos (Ki71). Aproximación de orden cero significa que la imagen bosónica de un operador fermiónico a k -cuerpos es aproximada por un operador a k -cuerpos en el espacio bosónico.

El plan presentado esquemáticamente en esta sección está aún en estudio como ya mencionamos anteriormente. De todas formas, se puede afirmar que el "interacting boson model", que proporciona una descripción unificada de las bandas colectivas, tiene su origen en el modelo de capas. El éxito del IBA se puede atribuir en este contexto a que incorpora

los dos ingredientes básicos de las interacciones nucleares:
 i) interacciones que conservan la seniority, es decir términos de "pairing", entre nucleones idénticos y ii) interacción cuadrupolar fuertemente atractiva entre protones y neutrones.

Fijadas las bases del IBA, pasemos a estudiar la extensión del modelo a núcleos par-impar (Ar76, Ia79). En esta extensión se acopla un fermión al sistema de bosones que describe el correspondiente núcleo par-par.

6. El modelo de los bosones en interacción para núcleos impares.

Debido a que el IBA puede describir para núcleos par-par adecuadamente los fenómenos cuadrupolares colectivos, parece claro que una extensión del modelo en la que se acople a un núcleo core, descrito por IBA, un fermión debe describir adecuadamente las características generales de los núcleos par-impar en las regiones colectivas. Esta extensión del IBA se ha llamado "interacting boson fermion model" (Ia79b) o IBFA-1. En IBFA-1 no se hace distinción entre protones y neutrones y como en el caso del IBA las capas completas no juegan ningún papel en el modelo. El Hamiltoniano IBFA-1 se puede escribir,

$$H = H_B + H_F + V_{BF} \quad (58)$$

donde H_B es el Hamiltoniano IBA-1 que describe el núcleo

core par-par en términos de bosones interaccionando (ec. (3)), H_F es el Hamiltoniano fermiónico que contiene sólo términos a un cuerpo (se acepta que configuraciones correspondientes a interacciones a dos cuerpos no afectan a los estados energéticos más bajos en los que estamos interesados)

$$H_F = \sum_{j,m} \epsilon_j a_{jm}^+ a_{jm} \quad (59)$$

donde la suma se extiende a todos los valores de j,m accesibles al fermión y a_{jm}^+ (a_{jm}) es el operador de creación (destrucción) del fermión en el estado $|jm\rangle$. El tercer término en ec. (58) representa la interacción bosón-fermión que en general contiene muchos términos (Ar76b),

$$\begin{aligned} V_{BF} = & \sum_{j\tilde{j}'} \gamma_2^{j\tilde{j}'} \left[(d^+ \times \tilde{s})^{(2)} \times (a_{j'}^+ \times \tilde{a}_{\tilde{j}'})^{(2')} \right]^{(0)} \\ & + \sum_{j\tilde{j}'} \sum_{L=0,1,2,3,4} \lambda_L^{j\tilde{j}'} \left[(d^+ \times \tilde{d})^{(L)} \times (a_{j'}^+ \times \tilde{a}_{\tilde{j}'})^{(L')} \right]^{(0)} \\ & + \sum_j A_0^j \left[(s^+ \times \tilde{s})^{(0)} \times (a_j^+ \times \tilde{a}_j)^{(0)} \right]^{(0)} \end{aligned} \quad (60)$$

sin embargo, recientemente se ha propuesto (Ia79b) que sólo tres términos son críticos para la descripción de los espectros de los núcleos par-impar: i) un término de "pairing", ii) un término de acoplamiento cuadrupolo-cuadrupolo entre los bosones y el fermión y iii) un término de intercambio. De esta forma V_{BF} se escribe

$$\begin{aligned}
V'_{BF} = & \sum_{jj'} \Gamma_{jj'} \left[Q^{(2)} \times (a_j^\dagger \times \tilde{a}_{j'})^{(2)} \right]^{(0)} \\
& + \sum_{jj'j''} \Lambda_{jj'}^{j''} : \left[(d^\dagger \times \tilde{a}_j)^{(j'')} \times (a_{j'}^\dagger \times \tilde{d})^{(j'')} \right]^{(0)} : \\
& + \sum_j A_j \left[(d^\dagger \times \tilde{d})^{(0)} \times (a_j^\dagger \times \tilde{a}_j)^{(0)} \right]^{(0)} \quad (61)
\end{aligned}$$

donde $Q^{(2)}$ es el operador cuadrupolar bosónico de la ec. (34) pero donde no se distinguen protones y neutrones y los dos puntos (:) representan producto en orden normal, lo que significa que no se debe tener en cuenta el conmutador de \tilde{a}_j con a_j^\dagger (en caso contrario aparecerían términos adicionales en el espacio bosónico). En IBFA se acepta que los operadores fermiónicos conmutan con los bosónicos. Este tipo de interacción es muy útil en el caso de que el espacio fermiónico se reduzca a una única órbita, en cuyo caso las matrices $\Gamma_{jj'}$, $\Lambda_{jj'}^{j''}$ y A_j se reducen a números Γ , Λ y A con lo que se pueden estudiar los espectros de algunos núcleos par-impar en función de tres parámetros. Este tipo de estudios es adecuado al caso de orbitales intrusos dentro de una capa (Bi82, Cu82a, Bu85), sin embargo en los casos en que el espacio del fermión no se limita a un único orbital los parámetros (matrices A_j , $\Gamma_{jj'}$ y $\Lambda_{jj'}^{j''}$) que aparecen en ec. (61) son demasiados para hacer cualquier tipo de análisis. No obstante, mediante el estudio detallado de la estructura microscópica de los bosones s y d se puede encontrar una dependencia sencilla de las matrices A_j , $\Gamma_{jj'}$ y $\Lambda_{jj'}^{j''}$ en j (Sc81, Ta81),

$$A_j = A (2j + 1)$$

$$\Gamma_{jj'} = \gamma \langle j \parallel Y^{(2)} \parallel j' \rangle \quad (62)$$

$$\Lambda_{jj''}^{j'} = \lambda \sqrt{2j''+1} \langle j \parallel Y^{(2)} \parallel j'' \rangle \langle j'' \parallel Y^{(2)} \parallel j' \rangle$$

donde $Y^{(2)}$ son los armónicos esféricos de rango dos. Con esta dependencia, siempre es posible describir espectros de núcleos par-impar con sólo tres parámetros, incluso cuando varios niveles monoparticulares entren en juego (Cu82b, Jo85, Sc82). Además el tercer término en ec. (61), no afecta de modo importante a la estructura del espectro y su papel es modificar las energías fermiónicas dependiendo del número de bosones d que estén presentes. El efecto de este término es comprimir o expandir el espectro, sin afectar fundamentalmente al orden de los niveles. Por tanto, la estructura de los espectros en los núcleos par-impar está dominada por dos términos básicamente: i) un término de acoplamiento cuadrupolar entre los bosones del core y el fermión impar (γ) y ii) un término de intercambio (λ) que representa una interacción de intercambio en la que un fermión inicial j es absorbido por un bosón d con la emisión de un fermión j' , mientras otro fermión j'' permanece en el bosón d . El solapamiento entre estos dos términos es similar al solapamiento entre la deformación y el nivel de Fermi λ_F en la descripción en términos de variables de forma en el modelo de Nilsson (Ni55).

Dentro de IBFA-1 es interesante estudiar aquellas situaciones en las que núcleo core par-par se pueda describir por uno de los tres límites de IBA-1 estudiados en la sección 2. Si el núcleo core se describe en términos del límite U(5) del IBA-1, obtenemos en IBFA-1 el límite U(5)-más-partícula que corresponde en la descripción geométrica al esquema de acoplamiento vibración-partícula. En la figura 14 presentamos el efecto que producen los distintos términos de la ec. (61) en el multiplete de $n_d=1$.

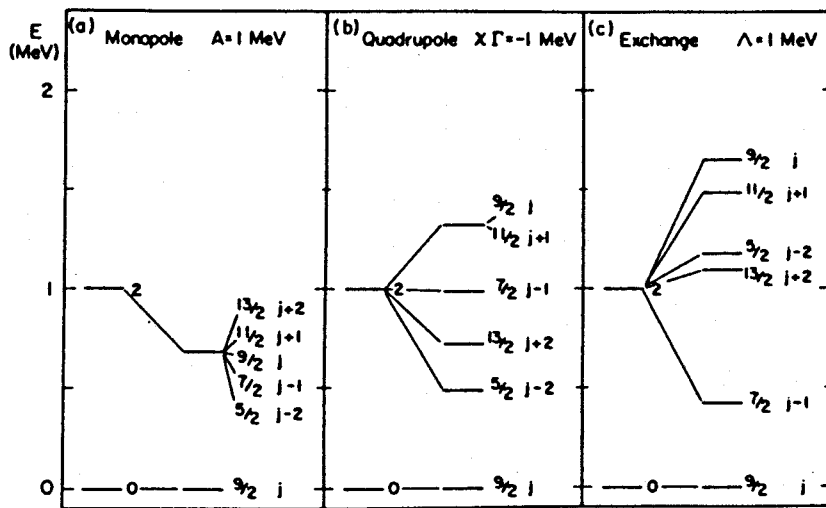


Figura 14. Efecto de los distintos términos de la ec. (61) en el multiplete que resulta de acoplar $n_d=1$ a una partícula con $j=9/2$; a) monopolar, b) cuadrupolar y c) intercambio.

Es importante hacer notar que, en este caso, los tres términos de ec. (58) no mezclan los diferentes multipletes n_d , debido a que son diagonales en este límite. Cuando el núcleo-core presenta una simetría SU(3) se obtiene el límite IBFA-1, SU(3)-más-partícula. En este caso, el espectro que

se obtiene es análogo al producido por el modelo de Nilsson, con la particularidad de que en IBFA-1 las bandas laterales $\beta, \gamma, 2\beta, 2\gamma \dots$ etc. aparecen de un modo natural, mientras que en el modelo de Nilsson se deben calcular usando otros métodos. En la figura 15 mostramos un ejemplo típico del espectro SU(3)-más-partícula.

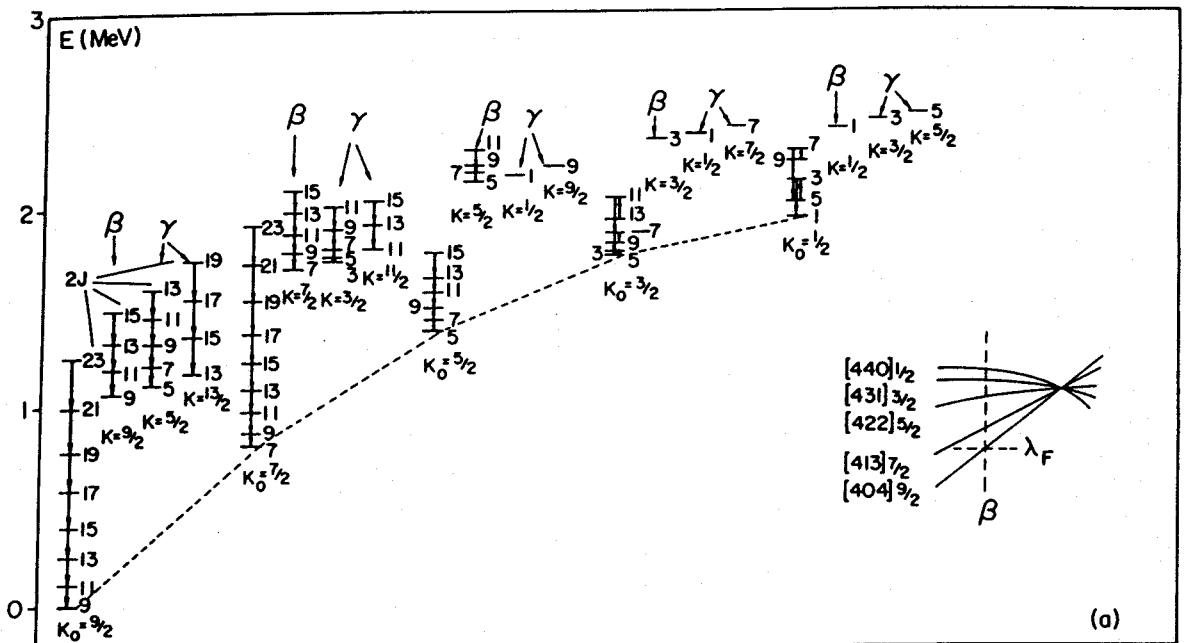


Figura 15. Espectro típico para el límite SU(3) más partícula, para 6 bosones y el fermión en una órbita $j=9/2$. En ec. (58) $A=0, \Lambda=0$ y $\Gamma < 0$. En la parte inferior se representa la situación correspondiente en el modelo de Nilsson.

Por último, si el núcleo core representa la simetría dinámica III de IBA-1 obtenemos un esquema de acoplamiento $O(6)$ más partícula, que presenta ciertos parecidos con los casos geométricos correspondientes a las descripciones γ -inestable más partícula (Le76) y rotor triaxial más partícula (Me75). En la figura 16 mostramos un ejemplo

típico de este límite.

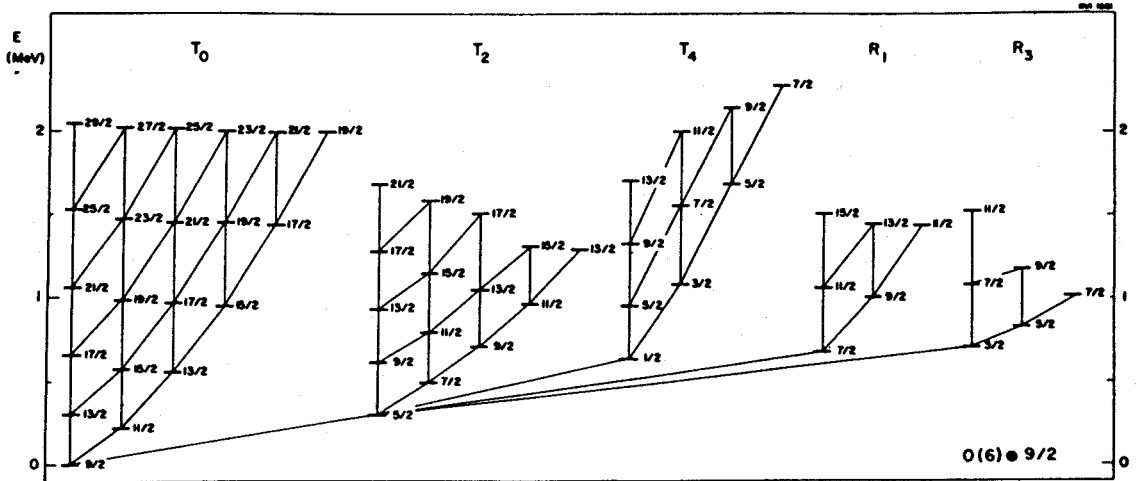


Figura 16. Espectro típico de $O(6)$ -más-partícula con $N=6$ y el fermión ocupando una órbita $j=9/2$. En este ejemplo $A=0$, $\Lambda=0$ y $\Gamma < 0$ en ec. (61).

Estas tres situaciones límite comentadas son algunas de las que se obtienen al estudiar la estructura algebraica del Hamiltoniano IBFA-1. Veamos de un modo un más formal la presencia de simetrías dinámicas en este modelo. En el Hamiltoniano IBFA-1 aparecen operadores bosónicos y fermiónicos, si exigimos que tanto los estados bosónicos como los fermiónicos tengan buen momento angular en las respectivas cadenas de subgrupos de $U^B(6)$ y $U^F(m_j)$ deben aparecer $O^B(3)$ y $SU^F(2)$ respectivamente,

$$U^B(6) \supset \dots \supset O^B(3) \supset O^B(2)$$

$$U^F(m_j) \supset \dots \supset SU^F(2) \supset SO^F(2)$$

En caso de que uno de los subgrupos de $U^B(6)$ sea isomorfo a uno de los subgrupos de $U^F(m_j)$, las cadenas de grupos bosónicas y fermiónicas se pueden combinar en una cadena común de grupos bosón-fermión y cuando el Hamiltoniano se

Tabla II.1

Compilación de las simetrías dinámicas Bose-Fermi posibles.

	j	k ⁴⁾	s ⁴⁾	BF-symmetry	class ¹⁾
U ^(B) (6)	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	0,2	$\frac{1}{2}$	U ^(BF) (6) × U _s ^(F) (2)	BF-2 *
U ^(B) (5)	$\frac{1}{2}$			Spin ^(BF) (3)	BF-1 *
	$\frac{3}{2}$			Spin ^(BF) (5)	BF-1 *
	$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	U ^(BF) (5) × U _s ^(F) (2)	BF-2 *
	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	0,2	$\frac{1}{2}$		
SU ^(B) (3)	$\frac{1}{2}$			Spin ^(BF) (3)	BF-1
	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	SU ^(BF) (3) × U _s ^(F) (2)	BF-2 *
	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	0,2	$\frac{1}{2}$		
	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	SU ^(BF) (3) × U _s ^(F) (4)	BF-2
SO ^(B) (6)	$\frac{1}{2}$			Spin ^(BF) (3)	BF-1 *
	$\frac{3}{2}$			Spin ^(BF) (6)	BF-1 *
	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	0,2	$\frac{1}{2}$	SO ^(BF) (6) × U _s ^(F) (2)	BF-2 *
	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	Spin ^(BF) (6) × SU _k ^(F) (3)	BF-2 *

1) El significado de k y s se explica en detalle en ref. Bi84 .
En dicho trabajo se estudian las simetrías marcadas con *.

pueda escribir en términos de sólo operadores de Casimir de la cadena combinada de grupos bosón-fermión tendremos lo que se suele llamar una simetría Bose-Fermi. En la tabla II.1 presentamos las posibles simetrías Bose-Fermi (Bi84).

La imagen microscópica del IBFA sugiere que también para el caso de núcleos par-impar se deben considerar explícitamente protones y neutrones, esto conduce al modelo IBFA-2 que es el objeto fundamental de este trabajo y que será desarrollado en detalle en el próximo capítulo.

Antes de concluir este capítulo presentamos brevemente el formalismo IBA que permite la posibilidad de estudiar supersimetrías en los núcleos.

7. Supersimetrías.

Hasta ahora hemos visto como dentro del formalismo IBA se pueden tratar sistemas compuestos sólo por bosones (núcleos par-par) donde el número de estos se conserva y sistemas compuestos por bosones y fermiones (núcleos par-impar) donde el número de bosones y fermiones se conserva por separado. La posibilidad de describir tanto núcleos par-par como par-impar dentro de un mismo formalismo es un proyecto muy atractivo. En el contexto del IBA esto implica la construcción de un nuevo álgebra de Lie donde junto con operadores que actúan en el espacio bosónico, es decir transforman bosones en bosones, $G_q^{(\kappa)}(1,1') = (b_l^+ \times b_{l'})^{(\kappa)}$ (ec. (5)), y operadores que actúan en el espacio

fermiónico, es decir transforman fermiones entre sí, $G_q^{(\kappa)}(j, j') = (a_j^\dagger \times \tilde{a}_j)_{\kappa}^{(\kappa)}$, hay operadores que actúan en el espacio bosónico y en espacio fermiónico o lo que es igual, operadores que transforman un bosón en un fermión o viceversa, $F_q^{(\kappa)}(j, 1) = (a_j^\dagger \times \tilde{b}_1)_{\kappa}^{(\kappa)}$. Ya vimos en la sección anterior que $G_q^{(\kappa)}(1, 1')$ y $G_q^{(\kappa)}(j, j')$ generaban un grupo producto $U(N) \times U(M)$ donde N es el número de estados bosónicos (seis en IBA) y M el número de estados fermiónicos (por ejemplo, para $j=3/2$, $M=4$). Si intentamos ampliar este grupo incluyendo los operadores $F_q^{(\kappa)}$ encontramos que al commutar algún operador F con un G obtenemos operadores F de nuevo, pero si queremos obtener un álgebra cerrada es necesario hacer el anticommutador de dos operadores F y así obtener un operador del tipo G . En la teoría de grupos de Lie tradicional, sólo se contempla la posibilidad de que los elementos de un grupo dado se cierren entre sí bajo relaciones de commutación, dando lugar a los denominados álgebras de Lie. Sin embargo, se puede generalizar el álgebra de Lie a álgebra de Lie graduado en el que los operadores de un grupo dado se cierran bajo relaciones de commutación o anticommutación como en el caso que estamos estudiando. En este caso el subgrupo generado por los $36 + M + 12M$ operadores $G_q^{(\kappa)}(1, 1')$, $G_q^{(\kappa)}(j, j')$ y $F_q^{(\kappa)}(j, 1)$ se suele representar por $U(N/M)$ y su descomposición en diferentes cadenas de subgrupos permite estudiar analíticamente los núcleos par-par y los par-impar de una forma simultánea con los mismos parámetros, o lo que es equivalente, estudiar la presencia de supersimetrías en los núcleos. Todos los estados dentro de un supermultiplete

se pueden etiquetar de acuerdo a la representación $[N_0]$ totalmente supersimétrica de $U(6/M)$, donde $N_0=n+m$ es el número total de bosones más fermiones. Si consideramos el caso en que el espacio fermiónico se limita a una única órbita $j=3/2$ el supergrupo correspondiente es $U(6/4)$, que parece adecuado para la descripción de los núcleos ^{190}Os , ^{191}Ir , etc. y aplicando la fórmula de reducción de $U(6/4)$ a $U^B(6) \otimes U^F(4)$ (Ba81, Ba83),

$$[N_0] = \sum_{m=0}^{\min(N_0, 4)} [N_0 - m] \times \underbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}_m \quad (63)$$

obtenemos para $N_0=9$

$$[9] = [9] \times [0] + [8] \times [1] + [7] \times [1 \ 1] + [6] \times [1 \ 1 \ 1] + [5] \times [1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (64)$$

El primer término en la ec. (64) representa un núcleo con nueve bosones (huecos) y ningún fermión, $^{190}\text{Os}_{114}$ ($N_0=9+0$), el segundo término al núcleo correspondiente a destruir un bosón en el anterior y crear un fermión, $^{191}\text{Ir}_{114}$. El tercer término describe un núcleo con un bosón hueco menos y dos fermiones, que corresponde al $^{192}\text{Pt}_{114}^*$ en un estado excitado (un estado de dos cuasipartículas), los términos cuarto y quinto corresponderán respectivamente al $^{193}\text{Au}_{114}^*$ excitado y al $^{194}\text{Hg}_{114}^{**}$ doblemente excitado. En la figura 17 se representa esta situación.

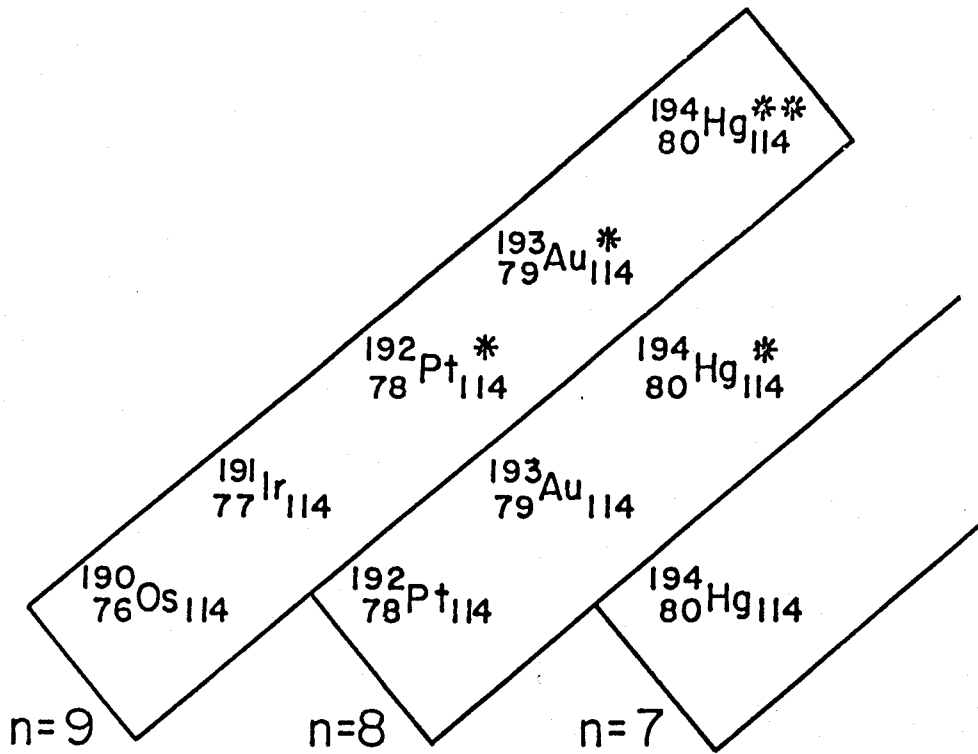


Figura 17. Representación esquemática de los multipletes de supersimetría que aparecen para $N_0=9$ completo y $N_0=8$ y $N_0=7$ parciales.

En la figura 18 presentamos en detalle los espectros de los núcleos ^{190}Os y ^{191}Ir que están relacionados entre ellos por transformaciones de supersimetría dentro de la representación irreducible $[9]$ de $U(6/4)$.

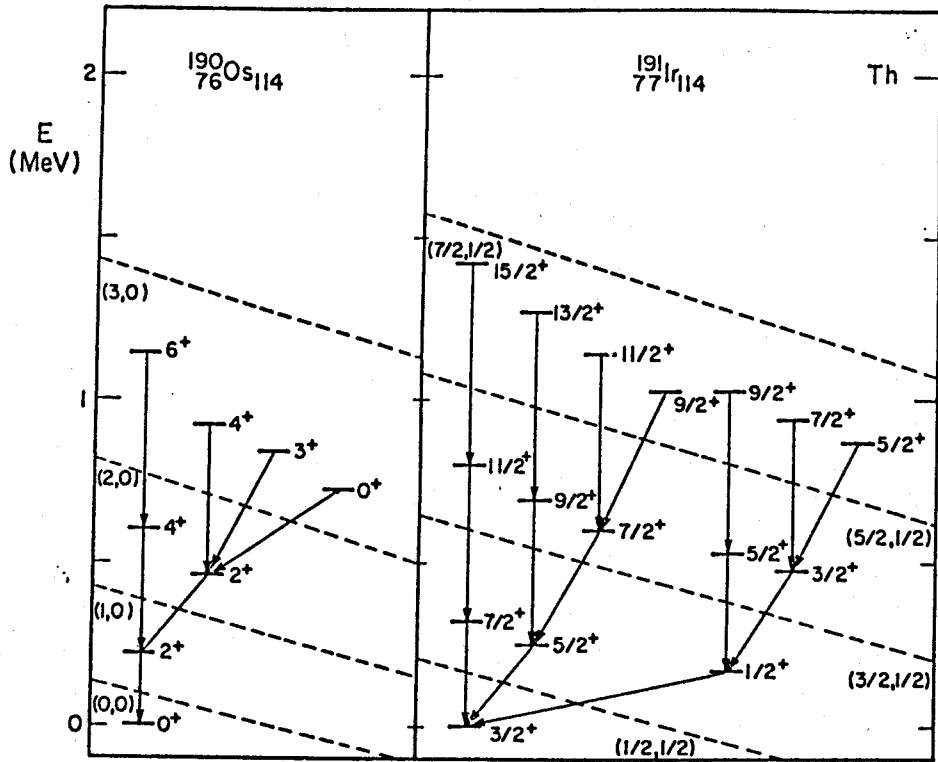


Figura 18. Espectros teóricos de los núcleos ^{190}Os y ^{191}Ir , obtenidos mediante el uso del esquema de supersimetrías (Ba81). Entre paréntesis los valores (τ_1, τ_2) .

Antes de terminar este capítulo dedicaremos unas líneas a otras extensiones del formalismo IBA.

8. Otras extensiones del IBA.

Simultáneamente a los trabajos descritos en este capítulo dentro del IBA, se han realizado otras extensiones del modelo que sólo enumeraremos en esta subsección:

a) Introducción del bosón g , $L=4$ (Is81b, Is82), para incluir los grados de libertad hexadecapolares.

- b) Mezcla de configuraciones (Du81,Du82), para el estudio de núcleos en los que las configuraciones del tipo dos huecos-dos partículas juegan un papel importante.
- c) Tratamiento del α -cluster con un modelo de bosones en interacción (Ia82, Da84, Da85).
- d) inclusión de estados de dos cuasipartículas (Yo82, Ha83), para la descripción del fenómeno de "backbending".
- e) Aplicación del formalismo IBA a estructura molecular: "vibron model" (Ia81, Ia82b, Ro82).
- f) Iniciación al tratamiento de las reacciones nucleares con técnicas algebraicas (Al83, Al84).
- g) Descripción de espectros colectivos cuadrupolares-octupolares mediante un conjunto de N bosones s, p, d y f (En85).
- h) Inclusión de pares protón-neutrón (El80, El81), para el estudio de núcleos con $A \leq 50$ donde protones y neutrones están llenando la misma capa.

Con esta breve recopilación de algunas extensiones del IBA finalizamos este capítulo y damos paso al capítulo tres en el que describimos en detalle el "proton-neutron interacting boson-fermion model".

III. UN MODELO QUE INCLUYE EFECTOS DE ISOSPIN PARA EL ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA NUCLEAR EN NUCLEOS DE A-IMPARG.

1. Introducci3n.

Dentro del formalismo IBA, Scholten y Iachello (Ia79b) han desarrollado un modelo para la descripci3n de estados de naturaleza colectiva en los n3cleos par-impair. A este modelo se le ha dado el nombre de "interacting boson fermion model" o alternativamente IBFA. En IBFA se describen los n3cleos de A-impair acoplado a los bosones, en t3rmino de los cuales se describe un n3cleo par-par y que representan los grados de libertad colectivos, un fermi3n que describe los grados de libertad de part3cula simple. De esta forma los n3cleos par-impair se estudian como un sistema compuesto por N bosones con 6 estados accesibles, uno con $J=0$ (bos3n s) y cinco con $J=2$ (bos3n d), y un fermi3n (prot3n o neutr3n) con una o m3s3rbitas monoparticulares accesibles. En la figura 1 representamos esquem3ticamente esta situaci3n.

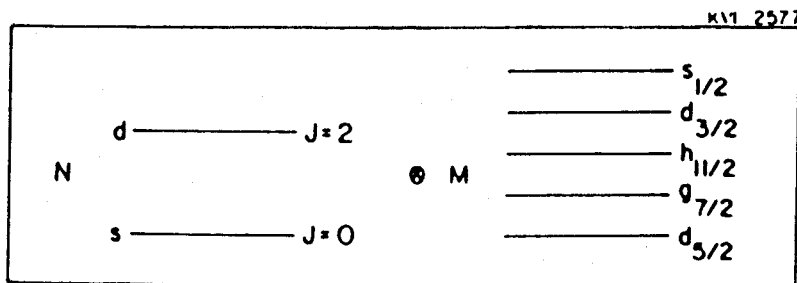


Figura 1. Representaci3n esquem3tica de los componentes fundamentales de espacio IBFA.

Los cálculos realizados hasta ahora con IBFA se han hecho con una versión del modelo en la que no se hace distinción entre protones y neutrones (Bi82, Cu82a, Cu82b, Bu85, Jo85, Sc82), es decir el núcleo core par-par se describe en términos de IBA-1 y no se distingue explícitamente si el fermión impar es protón o neutrón. Sin embargo, la imagen microscópica subyacente en los modelos IBA e IBFA, en la que los bosones representan pares de fermiones acoplados, sugiere que, al igual que en IBA, en IBFA también se deben tratar explícitamente protones y neutrones. Ya vimos en el capítulo anterior como el tratamiento explícito del grado de libertad protón-neutrón daba lugar en IBA-2 a la presencia de bandas $K^{\pi}=1^+$ y a la posibilidad de describir configuraciones triaxiales en los núcleos, situaciones que no eran contempladas en IBA-1 donde no se hace distinción entre protones y neutrones. Por tanto, es importante desarrollar un modelo IBFA para el estudio de núcleos par-impar en el que se puedan distinguir efectos de isospin. Este modelo se ha desarrollado recientemente (Al84b) y recibe el nombre de "proton-neutron interacting boson-fermion model" o alternativamente IBFA-2. El IBFA-2 presenta varias ventajas con respecto a su antecesor IBFA-1. En primer lugar, nos permite buscar en los núcleos de A-impar efectos protón-neutrón, es decir diferencias en espectros y otras propiedades nucleares debidas a la naturaleza del fermión impar y su modo de acoplamiento con el núcleo core par-par. En IBFA-2 se pueden analizar estos efectos fácilmente estudiando simultáneamente una cadena de isótopos impar en neutrones y la correspondiente cadena de

isótopos impar en protones, como en ambos casos los núcleos core par-par son los mismos la diferencias en los espectros son debidas casi fundamentalmente a la diferencia en acoplamiento del neutrón o protón impar con el core. En segundo lugar, el IBFA-2 tiene una clara relación con el modelo de capas, lo que permite, como ocurrió en IBA-2 que sus parámetros se puedan derivar de un modo microscópico. En tercer lugar, el IBFA-2 permite estudiar propiedades nucleares que dependen críticamente de que la partícula impar sea un protón o un neutrón, como pueden ser: radios cuadráticos medios de carga y "isotope shifts", reacciones de transferencia de un nucleón, etc. Por último, y muy importante, el estudio de los núcleos par-impar con IBFA-2 necesita de tres parámetros. El comportamiento constante de estos tres parámetros en la descripción de una cadena completa de isótopos dota al modelo de un carácter predictivo que no poseía su antecesor IBFA-1. Pudiéndose realizar predicciones sobre propiedades nucleares de núcleos no medidos experimentalmente hoy en día pero que pueden ser accesibles en breve debido al rápido avance de las técnicas experimentales.

Por las razones expuestas, el IBFA-2 es un paso adelante en el conocimiento detallado de la estructura nuclear de los núcleos de A impar. En este capítulo presentamos en detalle el modelo comenzando por el Hamiltoniano en la próxima sección.

2. El Hamiltoniano IBFA-2.

Al igual que vimos en el capítulo anterior, es conveniente escribir el Hamiltoniano en forma de segunda cuantificación, para ello junto a los operadores de creación (destrucción) de bosones, s_n^\dagger , s_ν^\dagger , d_n^\dagger , d_ν , (\tilde{s}_n , \tilde{s}_ν , \tilde{d}_n , \tilde{d}_ν) se introducen los operadores de creación (destrucción) del fermión, a_{jm}^\dagger (\tilde{a}_{jm}). Los operadores fermiónicos satisfacen las relaciones de anticonmutación de Fermi,

$$\{a_{jm}^\dagger, a_{j'm'}^\dagger\} = \{a_{jm}, a_{j'm'}\} = 0, \quad \{a_{jm}, a_{j'm'}^\dagger\} = \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (1)$$

los operadores bosónicos obedecen a las relaciones de conmutación de Bose (ec. II.4) y los operadores bosónicos y fermiónicos conmutan entre sí,

$$[a_{jm}^\dagger, b_{\ell\mu}^\dagger(\rho)] = [a_{jm}^\dagger, b_{\ell\mu}(\rho)] = [a_{jm}, b_{\ell\mu}^\dagger(\rho)] = [a_{jm}, b_{\ell\mu}(\rho)] = 0 \quad (2)$$

con $\rho = \pi$ ó ν , $b_{2\mu} = d_\mu$ y $b_{00} = s$. El Hamiltoniano IBFA-2 se puede escribir en función de los generadores de los grupos $U^{(\pi)}(6)$ y $U^{(\nu)}(6)$ para los bosones y $U^{(F)}(m_j)$ para el fermión

$$G_q^{(k)}(\ell, \ell', \rho) = [G_q^{(k)}(\ell, \ell')]_\rho \quad (3)$$

(con $\rho = \pi$ ó ν y $G_q^{(k)}(1, 1')$ el operador tensorial de la ec. (II.5))

$$G_q^{(k)}(j, j') = [a_j^\dagger \times \tilde{a}_{j'}]_q^{(k)} \quad (4)$$

donde $\tilde{a}_{jm} = (-)^{j-m} a_{j,-m}$. El Hamiltoniano IBFA-2 se puede escribir,

$$H = H_B + H_F + H_{BF} \quad (5)$$

donde H_B es el Hamiltoniano IBA-2 para el núcleo core par-par, que es

$$H_B = \epsilon_\pi \hat{n}_{d_\pi} + \epsilon_\nu \hat{n}_{d_\nu} + \kappa Q_\pi^{(2)} \cdot Q_\nu^{(2)} + V_{\pi\pi} + V_{\nu\nu} + M_{\pi\nu} \quad (6)$$

donde ϵ_π y ϵ_ν se suelen tomar iguales por simplicidad y $Q_\rho^{(2)}$, $V_{\rho\rho}$ y $M_{\pi\nu}$ ($\rho = \pi$ ó ν) son los operadores descritos en ec. (II.34-II.36) y \hat{n}_{d_ρ} ($\rho = \pi$ ó ν) viene dado por

$$\hat{n}_{d_\rho} = \left\{ \sum_\mu d_\mu^\dagger d_\mu \right\}_\rho \quad \text{con } \rho = \pi \text{ ó } \nu \quad (7)$$

H_F es el Hamiltoniano fermiónico, que para el caso de núcleos par-impar se puede reducir a un término a un cuerpo

$$H_F = \sum_{jm} E_j a_{jm}^\dagger a_{jm} \quad (8)$$

donde E_j son las energías de partícula simple en presencia de N pares, también llamadas energías de cuasipartícula, y la suma se extiende a todos los estados accesibles al fermión. El término V_{BF} en el Hamiltoniano (5) describe la interacción entre el fermión y los bosones en el núcleo core par-par y su forma general derivada de forma algebraica contiene muchos términos. V_{BF} se puede escribir en función de los generadores de $U^{(\pi)}(6)$, $U^{(\nu)}(6)$ y $U^{(F)}(m_j)$:

$G_q^{(k)}(1, 1', \pi)$, $G_q^{(k)}(1, 1', \nu)$ y $G_q^{(k)}(j, j')$ como

$$\begin{aligned}
 V_{BF} = & \sum_k v_{\nu 0}^{(k)} [G^{(0)}(0, 0, \nu) \cdot G^{(0)}(j_k, j_k)] \\
 & + \sum_k v_{\pi 0}^{(k)} [G^{(0)}(0, 0, \pi) \cdot G^{(0)}(j_k, j_k)] \\
 & + \sum_{k \leq k'} v_{\nu 2}^{(N_{kk'})} [G^{(2)}(0, 2, \nu) \cdot G^{(2)}(j_k, j_{k'}) + h.c.] \\
 & + \sum_{k \leq k'} \tilde{v}_{\nu 2}^{(N_{kk'})} [G^{(2)}(2, 0, \nu) \cdot G^{(2)}(j_k, j_{k'}) + h.c.] \\
 & + \sum_{k \leq k'} v_{\pi 2}^{(N_{kk'})} [G^{(2)}(0, 2, \pi) \cdot G^{(2)}(j_k, j_{k'}) + h.c.] \\
 & + \sum_{k \leq k'} \tilde{v}_{\pi 2}^{(N_{kk'})} [G^{(2)}(2, 0, \pi) \cdot G^{(2)}(j_k, j_{k'}) + h.c.] \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} w_{\nu}^{(N_{kk'}, \lambda)} [G^{(\lambda)}(2, 2, \nu) \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c.] \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} w_{\pi}^{(N_{kk'}, \lambda)} [G^{(\lambda)}(2, 2, \pi) \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c.] \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} v_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(0, 2, \nu) \times G^{(2)}(2, 0, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} v'_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(2, 0, \nu) \times G^{(2)}(0, 2, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} w_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(2, 2, \nu) \times G^{(2)}(2, 0, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} \tilde{w}_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(2, 2, \nu) \times G^{(2)}(0, 2, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} z_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(2, 0, \nu) \times G^{(2)}(2, 2, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} \tilde{z}_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(0, 2, \nu) \times G^{(2)}(2, 2, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} u_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(2, 0, \nu) \times G^{(2)}(2, 0, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\} \\
 & + \sum_{\lambda=0}^4 \sum_{k \leq k'} \tilde{u}_{\nu \pi 2}^{(N_{kk'}, \lambda)} \left\{ [G^{(2)}(0, 2, \nu) \times G^{(2)}(0, 2, \pi)]^{(\lambda)} \cdot G^{(\lambda)}(j_k, j_{k'}) + h.c. \right\}
 \end{aligned} \tag{9}$$

donde $N_{\kappa\kappa'} = (k'(k'-1)/2) + k$ con $k \leq k'$ y k es un número que etiqueta la órbita monoparticular de spin j_κ , como en el capítulo anterior la aspa (\times) denota productos tensoriales y el punto (\cdot) productos escalares. Como resulta obvio la ec. (9) contiene demasiados parámetros para que se pueda usar en cualquier tipo de cálculos de espectros energéticos y funciones de onda. Sin embargo, con base en el modelo de capas y usando el formalismo de seniority generalizada (Ta71, Sh72, Ta73), Scholten y Dieperink (Sc81) han derivado una expresión semimicroscópica para V_{8F} que describimos en la siguiente subsección.

2.1 La interacción bosón-fermión.

En primer lugar hay que hacer la correspondencia entre el espacio S-D más un fermión y el espacio bosónico s-d más una partícula. En la sección 5 del capítulo II ya definimos esta correspondencia para el caso de núcleos par-par, su extensión al caso de núcleos par-impar es la generalización natural de las ecs. (II.56, II.57) y se escribe (en todo lo que resta de esta sección presentamos el tratamiento para un núcleo impar en neutrones; el tratamiento para un núcleo impar en protones se obtiene sin más que intercambiar los índices π y ν)

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \left[a_{j\nu}^+ (d_{\nu}^+)^{m_{d\nu}, (L_{\nu})} \right]^{j_{\nu}} (s_{\nu}^+)^{N_{\nu} - m_{d\nu}} \right\}_M^{(j_{\nu})} |0\rangle \propto \\
 & P_{\tilde{\nu} = 2m_{d\nu} + 1} \left\{ \left[\tau_{j\nu}^+ (D_{\nu}^+)^{m_{d\nu}, (L_{\nu})} \right]^{j_{\nu}} (S_{\nu}^+)^{N_{\nu} - m_{d\nu}} \right\}_M^{(j_{\nu})} |0\rangle
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

donde $\tau_{j\nu}^\dagger$ es el operador de creación de un fermión (neutrón), $a_{j\nu}^\dagger$ es el operador de creación de un nucleón en el espacio bosónico extendido que obedece a las relaciones de conmutación,

$$[a_{j\nu}^\dagger, d_\nu] = [a_{j\nu}^\dagger, s_\nu] = [a_{j\nu}^\dagger, d_\nu^\dagger] = [a_{j\nu}^\dagger, s_\nu^\dagger] = 0 \quad (11)$$

$P_{\tilde{\nu}=2n_d+1}$ es un operador que proyecta sobre la componente del estado con máxima seniority generalizada $\tilde{\nu}=2n_d+1$ y $\{j_\nu$ son todos los números cuánticos no especificados necesarios para caracterizar únivocamente los estados. La introducción del operador $P_{\tilde{\nu}=2n_d+1}$ es una cuestión técnica necesaria ya que los estados construidos en el espacio S-D con dos o más operadores D^\dagger pueden no ser ortogonales a estados construidos con un número menor de operadores D^\dagger , por ejemplo, el estado $(D^\dagger \cdot D^\dagger)|0\rangle$ en general no es ortogonal al estado $(S^\dagger)^2|0\rangle$ con $\nu=0$. Para hacer la correspondencia entre estos estados fermiónicos y los estados bosónicos ortogonales debemos retener sólo las amplitudes de estados con seniority generalizada máxima. En general siempre es posible escribir la imagen del operador $\tau_{j\nu}^\dagger$ en el espacio bosón-fermión como un desarrollo,

$$\tau_{j\nu}^\dagger \rightarrow A_1 a_{j\nu}^\dagger + A_2 (d_\nu^\dagger \times \tilde{a}_{j\nu}^\dagger)^{(j\nu)} + A_3 (s_\nu^\dagger \times \tilde{a}_{j\nu}^\dagger)^{(j\nu)} + A_4 \left((s_\nu^\dagger \times \tilde{d}_\nu)^{(2)} \times a_{j\nu}^\dagger \right)^{(j\nu)} + \dots \quad (12)$$

los coeficientes A_j se calculan evaluando los elementos de matriz en el espacio IBFA e igualándolos a los calculados en

el espacio del modelo de capas (Sc80) lo que conduce (para estados fermiónicos con $\tilde{\nu} \leq 2$) a

$$\begin{aligned} \tau_{j\nu}^{\dagger} \rightarrow c_{j\nu}^{\dagger} = & \mu_{j\nu} a_{j\nu}^{\dagger} + \frac{v_{j\nu}}{\sqrt{N_{j\nu}}} (s_{j\nu}^{\dagger} \times a_{j\nu}^{\dagger})^{(j\nu)} + \sum_{j\nu'} \mu_{j\nu}^2 \mu_{j\nu'} \beta_{j\nu j\nu'} \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2j\nu+1}} \\ & \times (d_{j\nu}^{\dagger} \times \tilde{a}_{j\nu'})^{(j\nu)} - \sum_{j\nu'} \frac{N_{j\nu'}}{\sqrt{N_{j\nu}}} \mu_{j\nu} \mu_{j\nu'} \beta_{j\nu j\nu'} \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2j\nu+1}} s_{j\nu}^{\dagger} \times (\tilde{d}_{j\nu'} \times a_{j\nu'}^{\dagger})^{(j\nu)} \end{aligned} \quad (13)$$

donde v_j está relacionado con los coeficientes de estructura del par S (ec. II.52) $v_{j\nu} = \alpha_{j\nu} N_{j\nu} / (\sum_{j\nu} \alpha_{j\nu}^2 (2j\nu+1)/2)$, $u_{j\nu}^2 = 1 - v_{j\nu}^2$ y $\beta_{j\nu j\nu'}$ son los coeficientes de estructura del par D. Los coeficientes $v_{j\nu}^2$ se pueden considerar como probabilidades de ocupación del estado de neutrones j , en el modelo de capas y juegan el mismo papel que las cantidades correspondientes en la teoría BCS. Los operadores $c_{j\nu}^{\dagger}$ son la imagen truncada en el espacio bosón-fermión del operador fermiónico $\tau_{j\nu}^{\dagger}$ y se deben considerar como operadores efectivos de creación de una partícula. Una vez obtenido $c_{j\nu}^{\dagger}$ podemos calcular la imagen de los distintos operadores fermiónicos construyendo su forma en segunda cuantificación en función de los operadores τ_j^{\dagger} y \tilde{c}_j y reemplazando éstos por sus imágenes en el espacio bosón-fermión c_j^{\dagger} y \tilde{c}_j . Así por ejemplo a partir del operador fermiónico cuadrupolar para neutrones

$$q_{j\nu}^{(2)} = \sum_{j\nu j\nu'} Q_{j\nu j\nu'} (\tau_{j\nu}^{\dagger} \times \tau_{j\nu'})^{(2)} \quad (14)$$

se puede escribir su imagen bosónica separada en dos partes, una que actúa sobre los bosones sólomente y un término que

actúa sobre el neutrón impar,

$$Q^{(2)} = Q_B^{(2)} + Q_{BF}^{(2)} \quad (15)$$

donde $Q_B^{(2)}$ es el operador de la ec. (II.34), salvo una constante, y $Q_{BF}^{(2)}$ toma la forma

$$\begin{aligned} Q_{BF}^{(2)} &= \sum_{j\nu, j'\nu} Q_{j\nu, j'\nu} (\mu_{j\nu} \mu_{j'\nu} - \sigma_{j\nu} \sigma_{j'\nu}) (a_{j\nu}^{\dagger} \times \tilde{a}_{j'\nu})^{(2)} \\ &- \sqrt{\frac{10}{N_\nu}} \sum_{j\nu j'\nu j''\nu} Q_{j\nu j'\nu} (\mu_{j\nu} \sigma_{j'\nu} + \sigma_{j\nu} \mu_{j'\nu}) Q_{j''\nu} (\mu_{j''\nu} \sigma_{j\nu} + \sigma_{j''\nu} \mu_{j\nu}) \\ &\times \frac{1}{N_{p\nu}} \frac{1}{\sqrt{2j\nu+1}} \left[(d_{j\nu}^{\dagger} \times \tilde{a}_{j''\nu})^{(j\nu)} \times (\tilde{s}_{j\nu} \times a_{j''\nu}^{\dagger})^{(j''\nu)} \right]^{(2)} + h.c. \end{aligned} \quad (16)$$

donde $N_{p\nu} = \sum_{j\nu j'\nu} (\beta_{j\nu j'\nu} u_{j\nu} u_{j'\nu})^2$. Con este operador fermiónico cuadrupolar se puede construir la interacción bosón-fermión utilizando una interacción cuadrupolo cuadrupolo entre neutrones y protones,

$$V_{n\nu} = K_{n\nu} q_n^{(2)} \cdot q_\nu^{(2)} \quad (17)$$

y sustituyendo las expresiones para $q_n^{(2)}$ y $q_\nu^{(2)}$ se obtiene para la parte de interacción entre la partícula impar (neutrón) y los bosones en el core la forma,

$$V_{BF}^{n\nu} = \Gamma_\nu (Q_n \cdot q_\nu) + \Lambda_\nu F_{n\nu} \quad (18)$$

donde Q_n es el operador cuadrupolar para los bosones protónicos que tiene la forma de la ec. (II.34) y

$$q_{\nu} = \left\{ \sum_{j_0 j'_0} Q_{j_0 j'_0} (\mu_{j_0} \mu_{j'_0} - \nu_{j_0} \nu_{j'_0}) (a_{j_0}^{\dagger} \times \tilde{a}_{j'_0})^{(2)} \right\} \quad (19)$$

y $F_{n\nu}$ viene dada por

$$F_{n\nu} = -Q_n \cdot \left\{ \sum_{j_0 j'_0 j''_0} \sqrt{\frac{10}{N_\nu}} \frac{1}{(2j_0+1)} Q_{j_0 j'_0} (\mu_{j_0} \nu_{j'_0} + \nu_{j_0} \mu_{j'_0}) \right. \\ \left. \times Q_{j''_0 j_0} (\mu_{j''_0} \nu_{j_0} + \nu_{j''_0} \mu_{j_0}) : \left[(d_{j_0}^{\dagger} \times \tilde{a}_{j'_0})^{(j_0)} \times (\tilde{\xi}_{j_0} \times a_{j''_0}^{\dagger})^{(j''_0)} \right]^{(2)} \right\} + h.c. \quad (20)$$

donde $Q_{j_0 j'_0}$ se puede estimar como

$$Q_{j_0 j'_0} = \langle e' \ 1/2 \ j_0 \parallel Y^{(2)} \parallel e' \ 1/2 \ j'_0 \rangle \quad (21)$$

A la interacción $V_{BF}^{n\nu}$ se le suele añadir un término monopolar de la forma $A_\nu (\hat{n}_{d_n} \cdot \hat{n}_\nu)$ donde

$$\hat{n}_{d_n} = \left\{ \sum_m d_m^{\dagger} d_m \right\}_n \quad (22)$$

y

$$\hat{n}_\nu = \left\{ \sum_{jm} a_{jm}^{\dagger} a_{jm} \right\}_\nu$$

con lo que el Hamiltoniano de interacción bosón-fermión está compuesto por tres términos. Uno de interacción monopolo-monopolo cuyo efecto es el discutido en IBFA-1, un término de interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre el neutrón impar y los bosones protónicos y un término de intercambio. Este refleja el hecho de que los constituyentes de un bosón neutrónico son indistinguibles

del neutrón impar y por tanto es una forma de incluir en nuestro espacio el efecto del principio de Pauli. Los dos puntos (:) en la expresión $F_{n\nu}$ indican que al calcular sus elementos de matriz se deben despreciar las contribuciones que aparecen de conmutar $a_{j\nu}^\dagger$ y $\tilde{a}_{j\nu}$. Como hemos visto, los coeficientes v_j^2 están relacionados con las constantes de estructura del par S, sin embargo, en la formulación presente del modelo estos coeficientes y las energías monoparticulares en presencia de N_ν pares se calculan usando la aproximación BCS,

$$E_j = [(\xi_j - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} \quad (23)$$

$$v_j^2 = \frac{1}{2} \left[1 - (\xi_j - \lambda) / E_j \right]$$

donde ξ_j son las energías monoparticulares y se ha tomado $\Delta = 12A^{-1/2}$ (Bo69), λ es el nivel de Fermi que se obtiene al resolver las dos ecuaciones anteriores junto con la condición de conservación del número de partículas de valencia.

Con la interacción core-partícula presentada, los cálculos de las propiedades de los estados más bajos en los núcleos par-impar se pueden estudiar en función de tres parámetros: A_ν , Γ_ν y Λ_ν para un núcleo impar en neutrones y A_π , Γ_π y Λ_π para un núcleo impar en protones. Es necesario decir que, en general, la diagonalización del Hamiltoniano total, ec. (5), es impracticable debido al gran número de estados de la base. Esta diagonalización sólo es posible en casos muy

especiales en los que el número de nucleones de valencia es muy pequeño (Pa82). En primera aproximación se puede proceder a una diagonalización previa del Hamiltoniano del core par-par y truncar el número de estados del core antes de acoplarles los grados de libertad del nucleón impar (Vi83). Se ha comprobado que esta truncación no afecta a las características fundamentales de los estados más bajos en los que estamos interesados.

Una vez presentado el Hamiltoniano del modelo IBFA-2 pasemos a la descripción de otros operadores en este modelo. Por su importancia empezamos por los operadores electromagnéticos.

3. Transiciones electromagnéticas.

Una vez obtenidas las funciones de onda al diagonalizar el Hamiltoniano de nuestro sistema, podemos calcular con ellas las propiedades electromagnéticas de los distintos estados nucleares sin más que actuar sobre estas funciones de onda con el operador electromagnético correspondiente. En esta sección presentamos la forma de estos operadores en IBFA-2. Particularmente importantes son las transiciones eléctricas cuadrupolares, que están dominadas básicamente por los grados de libertad colectivos de nuestro sistema, es decir por la parte bosónica de la función de onda de los estados, y las transiciones magnéticas dipolares que son muy sensibles a los grados de libertad monoparticulares, es decir a la componente fermiónica de las funciones de onda de los diferentes estados. Junto a estas transiciones, las

transiciones E0 nos proporcionan información sobre los elementos de matriz del operador $(d^\dagger \times \bar{d})^{(0)}$, lo que nos permite calcular los radios cuadráticos medios de carga junto a los "isotope e isomer shifts".

3.1 Transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos.

El operador cuadrupolar eléctrico en IBFA-2 se puede escribir en la forma

$$T^{(E2)} = T_B^{(E2)} + T_F^{(E2)} \quad (24)$$

donde $T_B^{(E2)}$ representa la parte colectiva del operador E2 y tiene la forma

$$T_B^{(E2)} = e_{B,\pi} Q_\pi^{(2)} + e_{B,\nu} Q_\nu^{(2)} \quad (25)$$

siendo Q_ρ ($\rho = \pi$ ó ν) el operador cuadrupolar de protones o neutrones para transiciones que en general es

$$Q_\rho^{(2)} = \alpha_\rho (d^\dagger \times \tilde{s} + s^\dagger \times \tilde{d})^{(2)} + \chi_\rho^{(2)} (d^\dagger \times \tilde{d})^{(2)} \quad (26)$$

sin embargo en base a cálculos microscópicos (Eg84), que muestran que la estructura del operador de transiciones E2 y del Hamiltoniano es similar, en todos los cálculos realizados hasta ahora (Ar85a, Ar85b, Al85) con IBFA-2 se ha usado $\alpha_\rho = 1$ y $\chi_\rho^{(2)} = \chi_\rho$ con lo que la ec. (26) se reduce a la ec. (II.34). En ec. (25) $e_{B,\pi}$ y $e_{B,\nu}$ son cargas efectivas bosónicas para protones y para neutrones respectivamente y

se suelen tomar iguales a las usadas en el estudio de transiciones E2 para los núcleos core par-par para mantener el cálculo de $B(E2)$ y momentos cuadrupolares libres de parámetros ajustables. El segundo término en ec. (24), $T_F^{(E2)}$, representa la parte monoparticular del operador de transiciones E2 y viene dada por,

$$T_F^{(B)} = \sum_{jj'} t_{jj'}^{(2)} (a_j^\dagger \times \tilde{a}_{j'})^{(2)} \quad (27)$$

donde los coeficientes $t_{jj'}^{(2)}$ se obtienen expresando en forma de segunda cuantificación el operador monoparticular de transiciones E2, $er^2 Y^{(2)}$ y se expresan,

$$t_{jj'}^{(2)} = - \frac{e_f^{(2)}}{\sqrt{5}} \langle e \ 1/2 \ j \parallel r^2 Y^{(2)} \parallel e' \ 1/2 \ j' \rangle \quad (28)$$

siendo $e_f^{(2)}$ ($f = p$ ó n) la carga efectiva para un protón o un neutrón y $Y^{(2)}$ son los armónicos esféricos de orden dos. A estos coeficientes se les suele multiplicar por un factor $(u_j u_{j'} - v_j v_{j'})$ (Bo75), donde v_j^2 es la probabilidad de ocupación de la órbita j y $u_j^2 = 1 - v_j^2$, para asegurar la correcta transformación del operador bajo la conjugación hueco-partícula. En primera aproximación las integrales radiales en ec. (28) se pueden aproximar por una constante ya que, en general, todas las órbitas monoparticulares que entran en juego pertenecen a la misma capa de oscilador armónico. Esta constante se suele tomar como el valor de $\langle r \rangle^2$ para la capa de oscilador correspondiente al caso estudiado.

Es interesante hacer notar que en la ec. (28) debería aparecer un término a dos cuerpos debido al principio de Pauli. Los efectos de este término se espera que sean pequeños y como las transiciones E2 están dominadas por la parte colectiva de la transición, este término no ha sido incluido en el operador $T^{(E2)}$.

Las probabilidades de transición reducidas eléctricas cuadrupolares, también llamadas $B(E2)$, se obtienen directamente a partir del operador $T^{(E2)}$,

$$B(E2; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} | \langle J_f || T^{(E2)} || J_i \rangle |^2 \quad (29)$$

donde J_i es el spin del estado inicial y J_f el spin del estado final. Los momentos cuadrupolares están relacionados con el operador $T^{(E2)}$ por la expresión,

$$Q(J) = \sqrt{\frac{16\pi}{5} \frac{J(2J-1)}{(2J+3)(J+1)(2J+1)}} \langle J || T^{(E2)} || J \rangle \quad (30)$$

donde J es el spin del estado al que estamos calculando el momento cuadrupolar.

Junto con las transiciones E2, en los núcleos par-impar las transiciones M1 juegan un importante papel. En la próxima subsección describimos el operador M1 en IBFA-2.

3.2 Transiciones y momentos dipolares magnéticos.

En el caso de los núcleos de A impar las transiciones M1 son

muy importantes ya que proporcionan una prueba rigurosa sobre la composición fermiónica de la función de onda. En IBFA-2 el operador dipolar magnético se escribe (suponiendo que el operador M1 sólo contiene términos de interacciones a un cuerpo)

$$T^{(M1)} = T_B^{(M1)} + T_F^{(M1)} \quad (31)$$

donde $T_B^{(M1)}$ es la parte bosónica del operador M1, que viene dada por

$$T_B^{(M1)} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \left\{ g_{Bv} \sqrt{10} (d^{\dagger} \times \tilde{d})_v^{(1)} + g_{Bn} \sqrt{10} (d^{\dagger} \times \tilde{d})_n^{(1)} \right\} \quad (32)$$

g_{Bv} y g_{Bn} son factores g colectivos para neutrones y protones respectivamente y se pueden obtener de un estudio previo de transiciones M1 en los núcleos core par-par. El segundo término en ec. (31), $T_F^{(M1)}$, representa la parte monoparticular del operador M1 y se escribe,

$$T_F^{(M1)} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sum_{jj'} t_{jj'}^{(1)} (a_j^{\dagger} \times \tilde{a}_{j'})^{(1)} \quad (33)$$

donde los coeficientes $t_{jj'}^{(1)}$ se obtienen directamente al escribir en forma de segunda cuantificación el operador M1 monoparticular, $g_l \vec{l} + g_s \vec{s}$,

$$t_{jj'}^{(1)} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \langle l, 1/2, j \| g_l \vec{l} + g_s \vec{s} \| l', 1/2, j' \rangle \delta_{l,l'} \quad (34)$$

g_l y g_s son los factores g de partícula simple para el fermión impar, $g_{l_n} = 1.0 \mu_N$, $g_{l_v} = 0.0 \mu_N$, $g_{s_n} = 5.58 \mu_N$ y

$g_{S_0} = -3.82 \mu_N$. Análogamente a lo dicho para transiciones E2, a los coeficientes $t_{jj'}^{(k)}$, se les suele multiplicar por un factor $(u_j u_{j'} + v_j v_{j'})$ (Bo75) para asegurar la transformación correcta del operador M1 bajo la conjugación hueco partícula. Al igual que en el caso de transiciones E2, se define la probabilidad de transición reducida magnética dipolar, también denominadas B(M1), como

$$B(M1; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle J_f \parallel T^{(M1)} \parallel J_i \rangle \right|^2 \quad (35)$$

y los momentos magnéticos

$$\mu(J) = \sqrt{\frac{4\pi}{3} \frac{J}{(J+1)(2J+1)}} \langle J \parallel T^{(M1)} \parallel J \rangle \quad (36)$$

Con los operadores $T^{(E2)}$ y $T^{(M1)}$ definidos anteriormente se pueden calcular las relaciones de mezcla E2/M1, que se definen como

$$\delta(E2/M1) = 0.832 E_\gamma \Delta^{(E2/M1)} \quad (37)$$

con

$$\Delta^{(E2/M1)} = \frac{\langle J \parallel T^{(E2)} \parallel J' \rangle}{\langle J \parallel T^{(M1)} \parallel J' \rangle}$$

siendo E_γ la energía del rayo γ de la transición considerada expresada en MeV y $\Delta^{(E2/M1)}$ en unidades de eb/μ_N .

3.3 Otras transiciones electromagnéticas en IBFA-2.

Junto a los operadores de transiciones E2 y M1 en IBFA-2 se pueden definir otros operadores electromagnéticos de forma muy sencilla, así los operadores de transición E0, M3 y M4 se escriben

$$T^{(\lambda)} = T_B^{(\lambda)} + T_F^{(\lambda)} \quad \lambda = 0, 3, 4 \quad (38)$$

donde $T_B^{(\lambda)}$ es la parte colectiva del operador que viene dada por

$$T_B^{(\lambda)} = e_{B\nu}^{(\lambda)} (d_\nu^\dagger \times \tilde{d}_\nu)^{(\lambda)} + e_{Bn}^{(\lambda)} (d_n^\dagger \times \tilde{d}_n)^{(\lambda)} \quad (39)$$

donde $e_{B\nu}^{(\lambda)}$ y $e_{Bn}^{(\lambda)}$ son parámetros. La parte monoparticular de ec. (38) es

$$T_F^{(\lambda)} = e_{sp}^{(\lambda)} \sum_{jj'} t_{jj'}^{(\lambda)} (a_j^\dagger \times \tilde{a}_{j'})^{(\lambda)} \quad (40)$$

siendo $e_{sp}^{(\lambda)}$ un parámetro y los coeficientes $t_{jj'}^{(\lambda)}$ se pueden obtener escribiendo en forma de segunda cuantificación los operadores monoparticulares correspondientes. Sobre estas transiciones hay muy poca información experimental, sin embargo las transiciones E0 se pueden usar para extraer los elementos de matriz $(d_n^\dagger \times \tilde{d}_n)^{(0)}$ necesarios para el cálculo de radios cuadráticos medios de carga, "isomer" y "isotope shifts".

En IBFA-2 el radio cuadrático medio de carga para un núcleo con N_π bosones protónicos, N_ν bosones neutrónicos y un

fermión (protón o neutrón) vienen dado por,

$$\begin{aligned} \langle r_n^2 \rangle &= \langle r_n^2 \rangle_{(0,0)} + \alpha_{nn} N_n + \alpha_{nv} N_v + \beta_{nn} \langle \hat{m}_{dn} \rangle \\ &+ \beta_{nv} \langle \hat{m}_{dv} \rangle + \alpha_n \sum_j \langle \hat{m}_{jn} \rangle + \alpha_v \sum_j \langle \hat{m}_{jv} \rangle \end{aligned} \quad (41)$$

siendo $\langle r_n^2 \rangle_{(0,0)}$ el radio cuadrático medio de carga del núcleo con capas cerradas correspondiente al caso que estudiamos y \hat{n}_{dn} , \hat{n}_{dv} , \hat{n}_{jn} y \hat{n}_{jv} los operadores número de bosones protónicos d, bosones neutrónicos d, fermiones protones y fermiones neutrones respectivamente. A partir de esta expresión se pueden obtener los "isotope shifts"

$$\begin{aligned} \Delta \langle r_n^2 \rangle &= \alpha_{nn} \Delta N_n + \alpha_{nv} \Delta N_v + \beta_{nn} \Delta \langle \hat{m}_{dn} \rangle \\ &+ \beta_{nv} \Delta \langle \hat{m}_{dv} \rangle + \alpha_v \delta(\text{impar-par}) \end{aligned} \quad (42)$$

donde (impar-par) es igual a 1 si estamos calculando "isotope shifts" entre un isótopo de A impar y el isótopo par-par con A-1 y cero en el caso de "isotope shifts" entre un isótopo con número másico A y otro con número másico A-2. En los cálculos realizados hasta ahora (A185b) se ha despreciado el efecto de la deformación neutrónica $\langle \hat{n}_{dv} \rangle$ sobre el radio de carga, es decir $\beta_{nv} = 0$, con lo que se obtiene la expresión siguiente para el caso normal de $\Delta N_n = 0$ y $\Delta N_v = 1$

$$\Delta \langle r_n^2 \rangle = \alpha_{nv} + \beta_{nn} \Delta \langle \hat{m}_{dn} \rangle + \alpha_v \delta(\text{impar-par}) \quad (43)$$

donde los parámetros α_{nv} y β_{nn} se pueden tomar de algún

estudio previo de "isotope shifts" con IBA-2 en los isótopos par-par correspondientes. De manera igualmente sencilla se pueden calcular "isomer shifts"

$$\delta \langle r_n^2 \rangle = \alpha_{nn} \Delta N_n + \beta_{nn} \Delta \langle \hat{m}_{dn} \rangle \quad (44)$$

que, en el caso más simple, en que el estado isomérico no provenga de una banda intrusa, toma la forma

$$\delta \langle r_n^2 \rangle = \beta_{nn} \Delta \langle \hat{m}_{dn} \rangle \quad (45)$$

Junto a propiedades electromagnéticas, las reacciones de transferencia de un nucleón son una prueba importante para los modelos que tratan con núcleos de A impar. En la sección próxima describimos el formalismo IBFA-2 para este tipo de reacciones.

4. Reacciones de transferencia de un nucleón.

Para reacciones de transferencia de un nucleón entre un núcleo par-par y uno par-impar en los que el número de bosones $N=N_n+N_v$ se conserve, el operador de transferencia en IBFA-2 viene dado por (Sc80)

$$P_{j,p}^t = \left\{ \eta_{ij} a_j^\dagger \right\}_p + \sum_j \left\{ \eta_{j\bar{j}} (s^\dagger \bar{d} a_j^\dagger)^{(j)} \right\}_p, \quad p = \pi \text{ ó } \nu \quad (46)$$

y para reacciones en las que el número de bosones cambia en una unidad, el operador correspondiente es

$$P_{j,p}^{\dagger} = \left\{ \sigma_j (s^{\dagger} \times \tilde{a}_j)^{(j)} \right\}_p + \sum_{j'} \left\{ \sigma_{jj'} (d^{\dagger} \times \tilde{a}_{j'})^{(j)} \right\}_p, \quad p = \pi \text{ ó } \nu \quad (47)$$

los coeficientes η_j , $\eta_{jj'}$, σ_j y $\sigma_{jj'}$ en ecs. (46,47) se pueden relacionar con las probabilidades de ocupación de las órbitas monoparticulares por (Sc81, Sc80)

$$\begin{aligned} \eta_j &= \mu_j b_1, & \eta_{jj'} &= -\nu_j \beta_{jj'} \sqrt{\frac{10}{N(2j+1)}} b_2 \\ \sigma_j &= \frac{\nu_j}{\sqrt{N+1}} b_1, & \sigma_{jj'} &= \mu_j \beta_{jj'} \sqrt{\frac{10}{2j+1}} b_2 \end{aligned} \quad (48)$$

cuando el fermión impar en el núcleo par-impar es del tipo partícula y

$$\begin{aligned} \eta_j &= \nu_j b_1, & \eta_{jj'} &= -\mu_j \beta_{jj'} \sqrt{\frac{10}{N(2j+1)}} b_2 \\ \sigma_j &= \frac{\mu_j}{\sqrt{N}} b_1, & \sigma_{jj'} &= \nu_j \beta_{jj'} \sqrt{\frac{10}{2j+1}} b_2 \end{aligned} \quad (49)$$

cuando el fermión impar en el núcleo par-impar es del tipo hueco, siendo

$$\beta_{jj'} = (\mu_j \nu_{j'} + \nu_j \mu_{j'}) \langle j' || Y^{(2)} || j \rangle \quad (50)$$

y los coeficientes b_1 y b_2 se pueden obtener a partir de la relación $b_1/b_2 = K_{\beta}$ con $K_{\beta} = (\sum_{jj'} \beta_{jj'})^2$ y de las relaciones

$$\sum_{\text{odd}} |\langle \text{odd}, N = N_\nu + N_\pi, j | P_j^\dagger | \text{even}, N = N_\nu + N_\pi \rangle|^2 = (2j+1) u_j^2$$

$$\sum_{\text{odd}} |\langle \text{even}, N = N_\nu + N_\pi + 1 | P_j^\dagger | \text{odd}, N = N_\nu + N_\pi, j \rangle|^2 = (2j+1) v_j^2$$
(51)

para acoplamiento fermión-core bosónico del tipo partícula y

$$\sum_{\text{odd}} |\langle \text{odd}, N = N_\nu + N_\pi, j | P_j^\dagger | \text{even}, N = N_\nu + N_\pi \rangle|^2 = (2j+1) v_j^2$$

$$\sum_{\text{odd}} |\langle \text{even}, N = N_\nu + N_\pi + 1 | P_j^\dagger | \text{odd}, N = N_\nu + N_\pi, j \rangle|^2 = (2j+1) u_j^2$$
(52)

para acoplamiento fermión-core bosónico del tipo hueco. La suma está extendida a todos los estados de un j dado en el núcleo impar. Se define la fuerza espectroscópica como

$$S(\alpha', J' \rightarrow \alpha, J) = \frac{1}{2J'+1} I(\alpha', J' \rightarrow \alpha, J) \quad (53)$$

donde $I(\alpha', J' \rightarrow \alpha, J)$ es una medida de la intensidad de las reacciones de transferencia de un nucleón

$$I(\alpha', J' \rightarrow \alpha, J) = |\langle \alpha, J || P_j^\dagger || \alpha', J' \rangle|^2 \quad (54)$$

con α y α' números cuánticos adicionales necesarios para caracterizar totalmente los estados. Este formalismo se ha aplicado recientemente (Al85c) con resultados prometedores.

En este capítulo hemos descrito en detalle el modelo IBFA-2.

En los próximos aplicamos dicho modelo a diferentes zonas

transicionales de la tabla de núclidos tratando de establecer su validez y limitaciones para la descripción de núcleos par-impar.

IV. LA REGION TRANSICIONAL DE Xe y Cs.

1. Introducción.

La primera región nuclear elegida para realizar un estudio extensivo con IBFA-2 es la región transicional de Xe-Cs. En esta zona de la tabla de núclidos hay abundante información experimental, tanto con experimentos de iones pesados como de desexcitación, lo que nos permite hacer un estudio sistemático muy completo.

Los isótopos par-par del Xe han sido estudiados en detalle con IBA-2 (Pu80) con resultados excelentes, lo que nos asegura que la descripción de los estados de los núcleos core par-par es correcta. Dichos isótopos par-par del Xe presentan una mezcla compleja entre los diferentes límites de IBA por lo que su estudio nos permitirá demostrar que el modelo IBFA-2 no sólo puede describir situaciones límite, en las que el núcleo core par-par presenta una simetría determinada, sino también núcleos transicionales.

En este capítulo mostramos como el comportamiento constante a lo largo de una cadena de isótopos de los tres parámetros del IBFA-2 permite hacer predicciones de propiedades de núcleos todavía no medidos experimentalmente. Este carácter predictivo, que no estaba presente en la formulación previa del IBFA en la que no se distingue entre protones y neutrones, es una de las principales ventajas del IBFA-2. Existe un estudio previo con IBFA-1 de los isótopos

impares en neutrones de Xe ($Cu82, Cu82b$) al que nos referimos más adelante.

En este capítulo presentamos los resultados IBFA-2 para los isótopos impares en neutrones del Xe y para los isótopos impares en protones del Cs, tanto de los estados de paridad negativa como de los de positiva. En la sección 2 presentamos el estudio de los estados de paridad negativa en Xe y Cs en los que, en primera aproximación, el espacio accesible a la partícula impar se restringe a una única órbita en la capa 50-82: $1h_{41/2}$, también estudiamos para Xe y Cs los estados de paridad positiva en los que hay cuatro niveles monoparticulares implicados en la capa 50-82: $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ y $3s_{1/2}$, en este caso vemos la habilidad del IBFA-2 para incluir varios niveles de partícula simple en el espacio del modelo. En la sección 3 presentamos los resultados para diferentes transiciones y momentos electromagnéticos. Por último en la sección 4 resumimos los resultados de este capítulo.

2. Espectros de energía.

Tratando de poner de manifiesto los efectos protón-neutrón hemos aplicado el modelo IBFA-2 a los isótopos impares en neutrones del Xe y a los isótopos par-impar del Cs que son impares en protones. Las dos cadenas de isótopos de A impar tienen como núcleos core par-par comunes a los isótopos par-par del Xe, de esta forma

las diferencias en los espectros provendrán de la interacción core-partícula y del Hamiltoniano fermiónico.

Como ya dijimos anteriormente los isótopos par-par del Xe se han estudiado con IBA-2 detalladamente (Pu80) y nosotros hemos tomado de este estudio los parámetros del Hamiltoniano del core, en la tabla IV.1 presentamos dichos parámetros.

En la capa 50-82 hay cinco niveles de partícula simple accesibles al fermión impar, cuatro de paridad positiva: $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ y $3s_{1/2}$ y uno de paridad negativa, $1h_{11/2}$. En la tabla IV.2 mostramos las energías monoparticulares, ϵ_j , para protones (Mu81) y para neutrones (Le77), estas energías entran en el cálculo BCS descrito esquemáticamente en el capítulo II para obtener las energías de cuasipartícula y las probabilidades de ocupación de las diferentes órbitas de partícula simple. En las tablas IV.3 y IV.4 se muestran estos resultados para Xe y Cs.

Empezamos por estudiar el caso más sencillo, que corresponde al caso de los estados de paridad negativa.

2.1 Estados de paridad negativa.

Para el estudio de los estados de paridad negativa sólo una órbita de partícula simple compone el espacio accesible al fermión impar en la capa 50-82 en primera aproximación. Por tanto, hemos realizado el estudio de estos estado incluyendo sólo el orbital $1h_{11/2}$ tanto para neutrones

Tabla IV.1

Parámetros IBA-2^{a)} para los isótopos par-par del Xe^{b)}.

A_{Xe}	ϵ (MeV)	κ (MeV)	χ_{ν}	$c_0^{(\nu)}$ (MeV)	$c_2^{(\nu)}$ (MeV)
108	0.96	-0.255	-0.80	0.30	0.10
110	0.96	-0.215	-1.00	0.30	0.10
112	0.96	-0.185	-1.00	0.20	0.00
114	0.94	-0.155	-1.00	-0.20	-0.15
116	0.85	-0.135	-0.80	-0.25	-0.15
118	0.78	-0.130	-0.60	-0.25	-0.12
120	0.76	-0.130	-0.40	-0.20	-0.12
122	0.72	-0.137	-0.20	-0.05	-0.12
124	0.70	-0.145	0.00	0.05	-0.10
126	0.70	-0.155	0.20	0.10	-0.10
128	0.70	-0.170	0.33	0.30	0.00
130	0.76	-0.190	0.50	0.30	0.10
132	0.90	-0.210	0.90	0.30	0.10

a) Para una descripción completa de los parámetros IBA-2 vease el capítulo II, sección 3.

b) $\epsilon_{\pi} = \epsilon_{\nu} = \epsilon$, $\chi_{\pi} = -0.80$, $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.12$ MeV y $\zeta_3 = -0.09$ MeV (Pu80)

para todos los núcleos. Los parámetros que no se mencionan en el texto son iguales a cero.

Tabla IV.2

Energías de partícula simple (MeV) usadas en este trabajo.

	$1g_{7/2}$	$2d_{5/2}$	$1h_{11/2}$	$3s_{1/2}$	$2d_{3/2}$
proton levels ^{a)}	0.00	0.60	1.50	3.35	3.00
neutron levels ^{b)}	0.00	0.80	2.00	2.10	2.50

a) tomadas de ref. Mu81 , b) tomadas de ref. Le77 .

Tabla IV.5

Parámetros en la interacción bosón-fermión para los estados de paridad negativa, todos en (MeV).

	Γ_{ρ}	Λ_{ρ}	A_{ρ}
protons (Cs) , $\rho = \pi$	0.60	1.30	-0.30
neutron (Xe) , $\rho = \nu$	0.60	1.30	0.00

Tabla IV.6

Parámetros en la interacción bosón-fermión para los estados de paridad positiva, todos en (MeV).

	Γ_{ρ}	Λ_{ρ}	A_{ρ}
protons (Cs), $\rho = \pi$	0.60	0.10	-0.20
neutrons (Xe), $\rho = \nu$	0.40	0.10	-0.50

Tabla IV.3

Energías de cuasipartícula y probabilidades de ocupación de las diferentes órbitas monoparticulares para los isótopos par-impar del ^{54}Xe calculados con la aproximación BCS.

A		$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$
109	E_j	2.929	2.625	2.535	1.550	1.179
	v_j^2	0.040	0.050	0.054	0.164	0.388
111	E_j	2.594	2.299	2.213	1.325	1.143
	v_j^2	0.051	0.066	0.071	0.245	0.543
113	E_j	2.310	2.026	1.943	1.186	1.202
	v_j^2	0.064	0.085	0.093	0.347	0.672
115	E_j	2.050	1.779	1.703	1.121	1.326
	v_j^2	0.081	0.111	0.123	0.472	0.768
117	E_j	1.807	1.557	1.489	1.132	1.495
	v_j^2	0.105	0.149	0.166	0.600	0.835
119	E_j	1.588	1.367	1.310	1.212	1.620
	v_j^2	0.139	0.203	0.228	0.710	0.880
121	E_j	1.404	1.222	1.180	1.335	1.891
	v_j^2	0.185	0.275	0.309	0.788	0.908
123	E_j	1.261	1.126	1.103	1.478	2.085
	v_j^2	0.243	0.361	0.403	0.841	0.927
125	E_j	1.154	1.077	1.073	1.630	2.272
	v_j^2	0.315	0.457	0.503	0.876	0.941
127	E_j	1.085	1.072	1.089	1.796	2.463
	v_j^2	0.404	0.559	0.604	0.903	0.951
129	E_j	1.057	1.118	1.154	1.987	2.675
	v_j^2	0.514	0.662	0.701	0.923	0.959

continúa...

continuación Tabla IV.3

131	E_j	1.096	1.235	1.291	2.234	2.941
	v_j^2	0.646	0.764	0.792	0.942	0.967

Tabla IV.4

Energías de cuasipartícula y probabilidades de ocupación de las diferentes órbitas monoparticulares para ^{123}Cs calculadas con la aproximación BCS^{a)}.

		$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$
123	E_j	1.918	2.216	1.085	1.356	1.782
	v_j^2	0.087	0.064	0.462	0.801	0.897

a) Sólo presentamos los valores para uno de los isótopos del ^{55}Cs ya que estos varían muy ligeramente al pasar de un isótopo a otro.

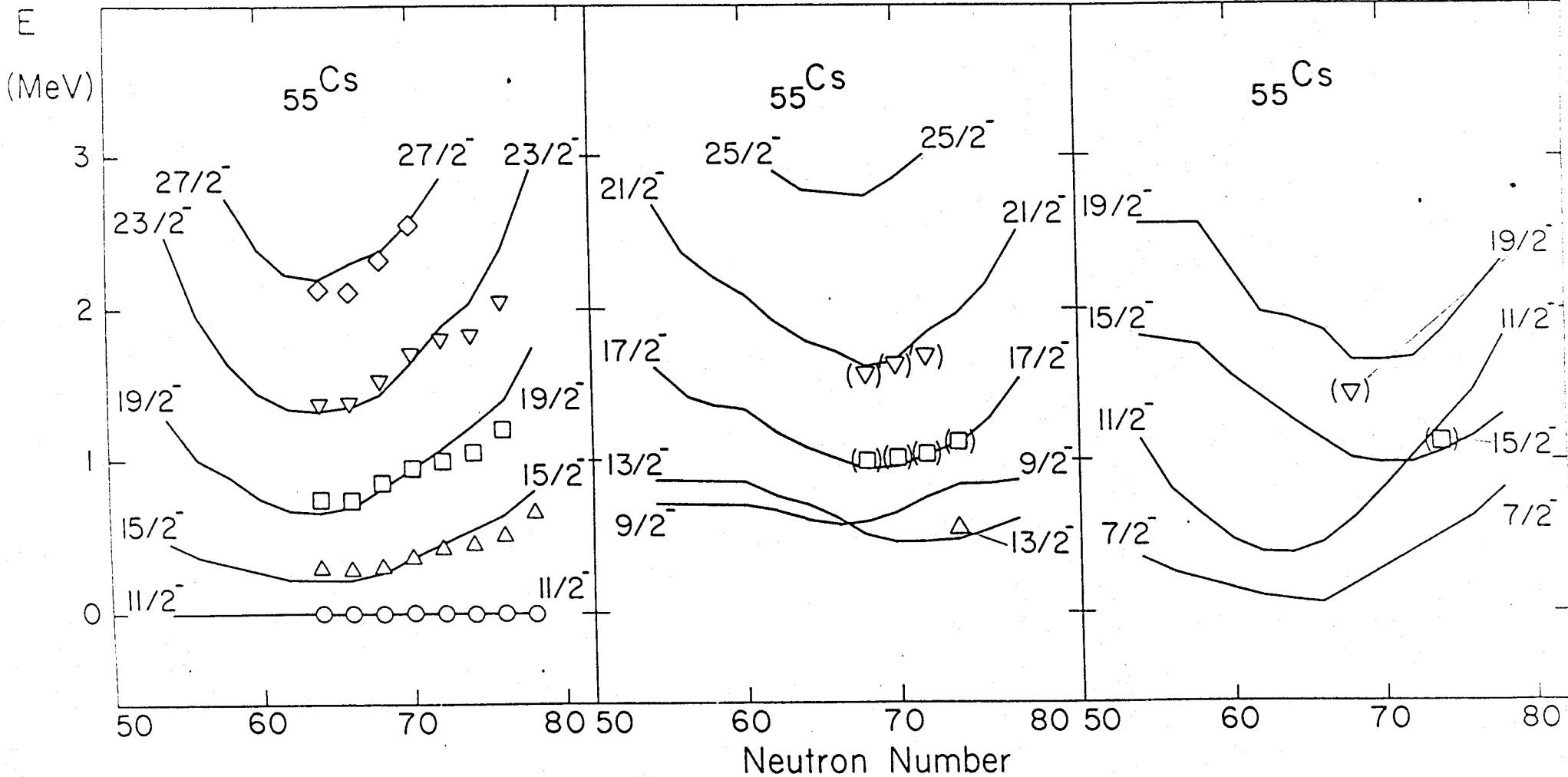


Figura 1. Comparación entre los espectros de paridad negativa experimental y calculado en los isótopos de A impar del Cs. El estado $J^P=11/2^-$ se ha tomado como cero de energía.

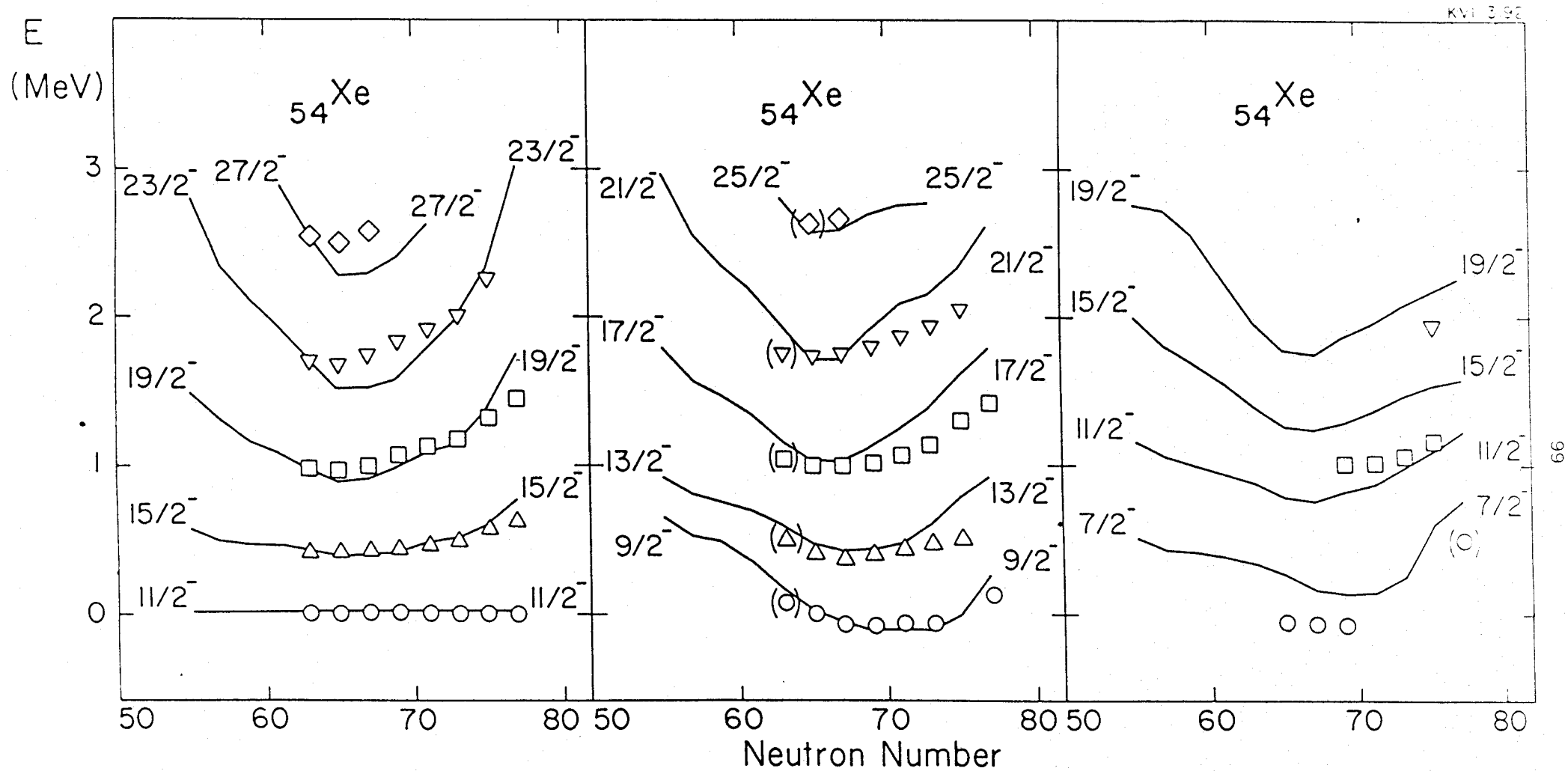


Figura 2. Comparación entre los espectros de paridad negativa experimental y teórico en los isótopos de A impar del Xe. El estado $J^P=11/2^-$ se ha tomado como cero de energía.

de todo ello es que los espectros observados son el producto del solapamiento del efecto del término de intercambio y de la transición que van presentando los core par-par al pasar de un isótopo a otro. En la figura 2 observamos como aunque la bajada hacia la mitad de la capa del estado $J^P = 7/2^-$ es cualitativamente bien reproducida en los cálculos, la energía calculada es mayor que la experimental. Este hecho ya se observó en los cálculos realizados con IBFA-1 (Cu82a) y se atribuye a la restricción del espacio del fermión impar a un único nivel de partícula simple. Se sabe que aunque la separación entre orbitales monoparticulares sea grande, los niveles más altos pueden ser necesarios para la correcta descripción de los estados colectivos más bajos en los núcleos par-impar debido a la fuerte interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre el fermión impar y el core (Ka80). En el caso del Xe se puede eliminar la diferencia cuantitativa entre las energías de excitación experimental y teórica del estado $J^P = 7/2^-$ incluyendo en el espacio del fermión las órbitas monoparticulares $2f_{7/2}$ y $1h_{4/2}$ de la siguiente capa (Cu82a).

2.2 Estados de paridad positiva.

El estudio de los estados de paridad positiva de los isótopos par-impar de Xe y Cs nos proporciona la oportunidad de probar la habilidad de IBFA-2 para incluir varios niveles monoparticulares en el espacio de modelo. Para dicha investigación hemos de incluir cuatro niveles monoparticulares de la capa 50-82: $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ y

$3s_{1/2}$ tanto para protones como para neutrones. En la tabla IV.6 mostramos los parámetros empleados en estos cálculos para la interacción bosón-fermión, como en el caso de los estados de paridad negativa, los parámetros se han mantenido constantes a lo largo de cada cadena isotópica. En las figuras 3 y 4 presentamos los espectros calculados para Cs y Xe respectivamente junto a la información experimental (Ga79, Dr80, Is82b, Ke71, Re70, He79, Ba82, Lu81, He81, Ch81). Las diferencias que se observan en las figuras 3 y 4 entre los espectros de las dos familias de isótopos se pueden atribuir fundamentalmente a la diferencia en acoplamiento con el core de un protón o un neutrón respectivamente. Mientras que los Cs son impares en protones y por tanto, en primera aproximación, las probabilidades de ocupación de las distintas órbitas monoparticulares no cambian al pasar de un isótopo a otro, en los isótopos del Xe impares en neutrones el nivel de Fermi va subiendo en energía al incrementarse el número de neutrones, haciendo que aumenten las probabilidades de ocupación de las cuatro órbitas de partícula simple implicadas en los cálculos. Por tanto, en Cs el cociente de los coeficientes del término de intercambio y de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo, que sólo depende de las probabilidades de ocupación, es constante para toda la cadena de isótopos, mientras que dicho cociente va variando sustancialmente al pasar de un isótopo a otro en el Xe. Como vemos en las figuras 3 y 4 las características básicas de los espectros de las dos cadenas isotópicas son bien reproducidas por nuestros cálculos. Sin embargo, si inspeccionamos cuidadosamente estas figuras

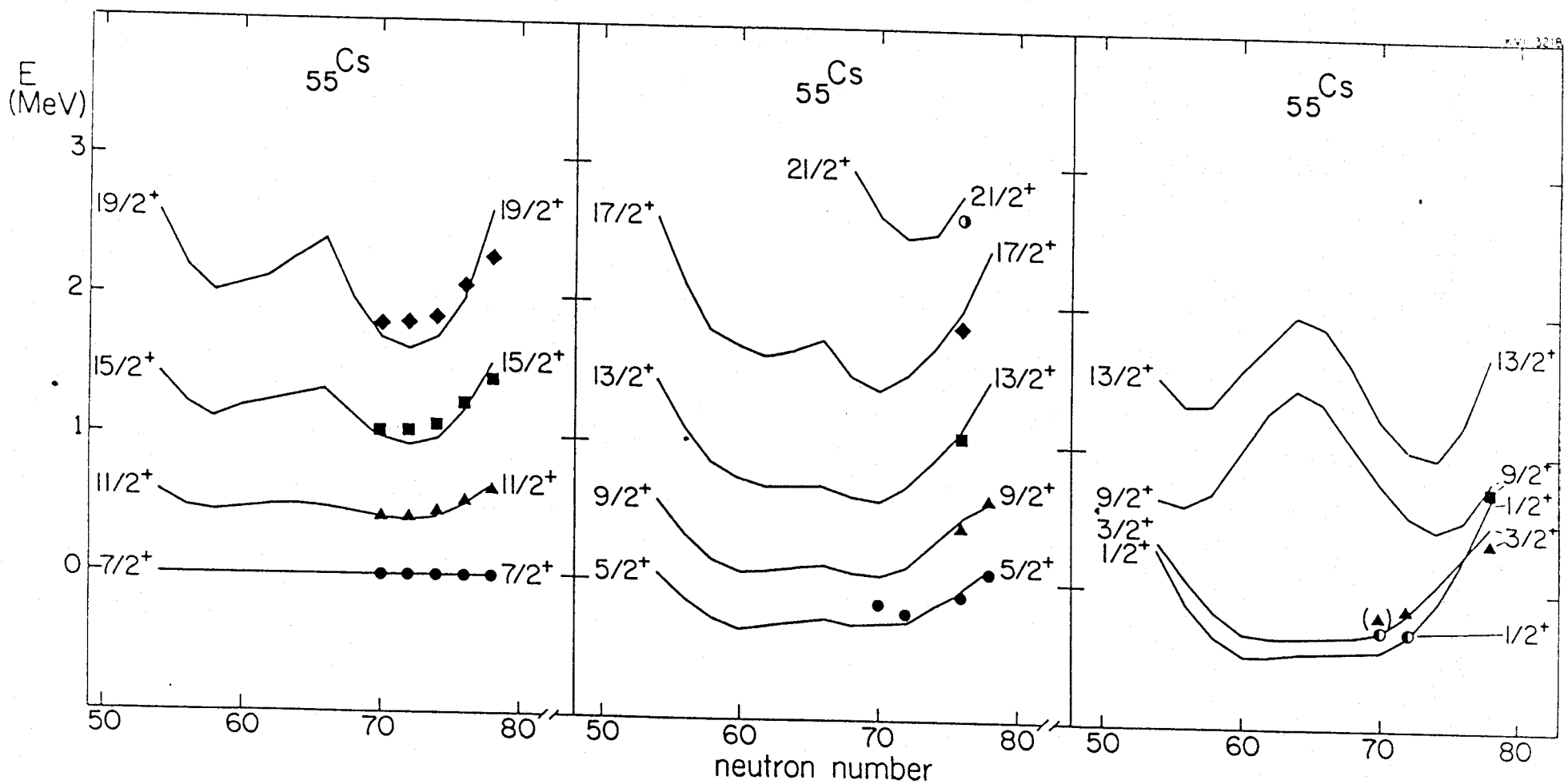


Figura 3. Comparación entre los espectros de paridad positiva experimental y teórico en los isótopos de A impar del Cs. El estado $J^P = 7/2^+$ se ha tomado como cero de energía.

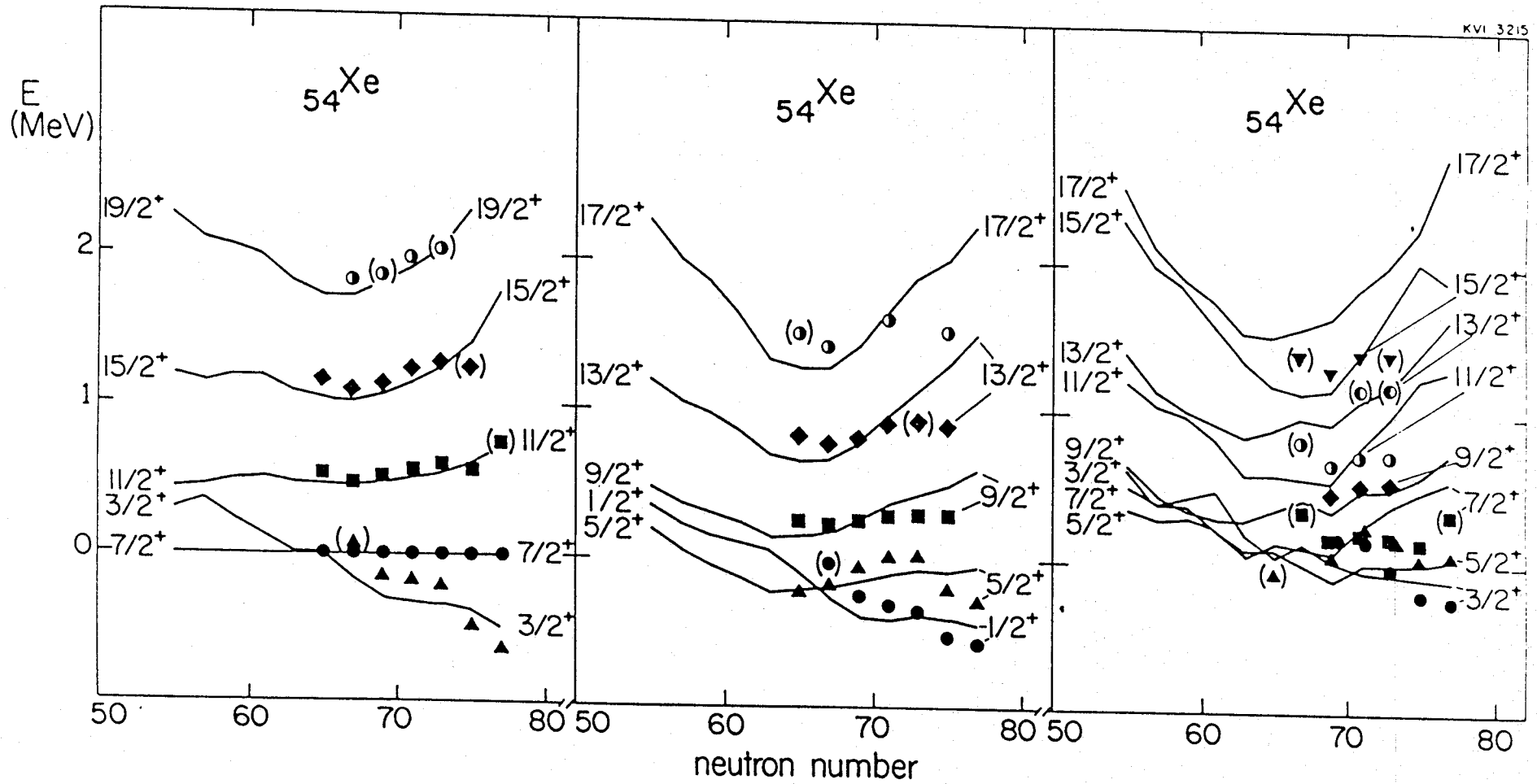


Figura 4. Comparación entre los espectros de paridad positiva experimental y teórico en los isótopos de A impar del Xe. El estado $J^P = 7/2^+$ se ha tomado como cero de energía.

podemos observar algunas desviaciones entre las energías calculadas y los datos experimentales para los isótopos más pesados ($A \sim 127, 129$) en los estados de alto y medio spin. Estas desviaciones pueden tener su origen en la descripción del core par-par ya que es bien conocido que en esta región nuclear aparecen excitaciones de dos cuasipartículas en los isótopos par-par del Xe que dan lugar a estados de spin relativamente bajo que aparecen más bajos en energía que los correspondientes estados colectivos (Ha83, Ku83). Para describir esta información experimental se deben considerar excitaciones de tres cuasipartículas, estos grados de libertad no están incluidos en nuestro modelo por el momento.

Junto a la secuencia de niveles de paridad positiva construidos a partir de los niveles de partícula simple en la capa 50-82, se ha observado experimentalmente una banda con cabecera en el estado $J^P = 9/2^+$ y secuencia $\Delta J = 1$ (Ga79) a energías de excitación muy bajas, llegando a ser el estado $J^P = 9/2^+$ el estado fundamental en el ^{119}Cs . Garg et al. (Ga79) han sugerido que esta banda es el resultado de la excitación de un protón $1g_{7/2}$ a través de la capa cerrada $Z=50$. Bandas con estructura parecida a esta se han observado en los isótopos par-impar de Sb y del In (Is77). Estas se esperan a energías de excitación ~ 4 MeV para núcleos esféricos, pero a medida que aumenta la deformación del núcleo core par-par la interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre éste y el protón (hueco) en $1g_{7/2}$ al core

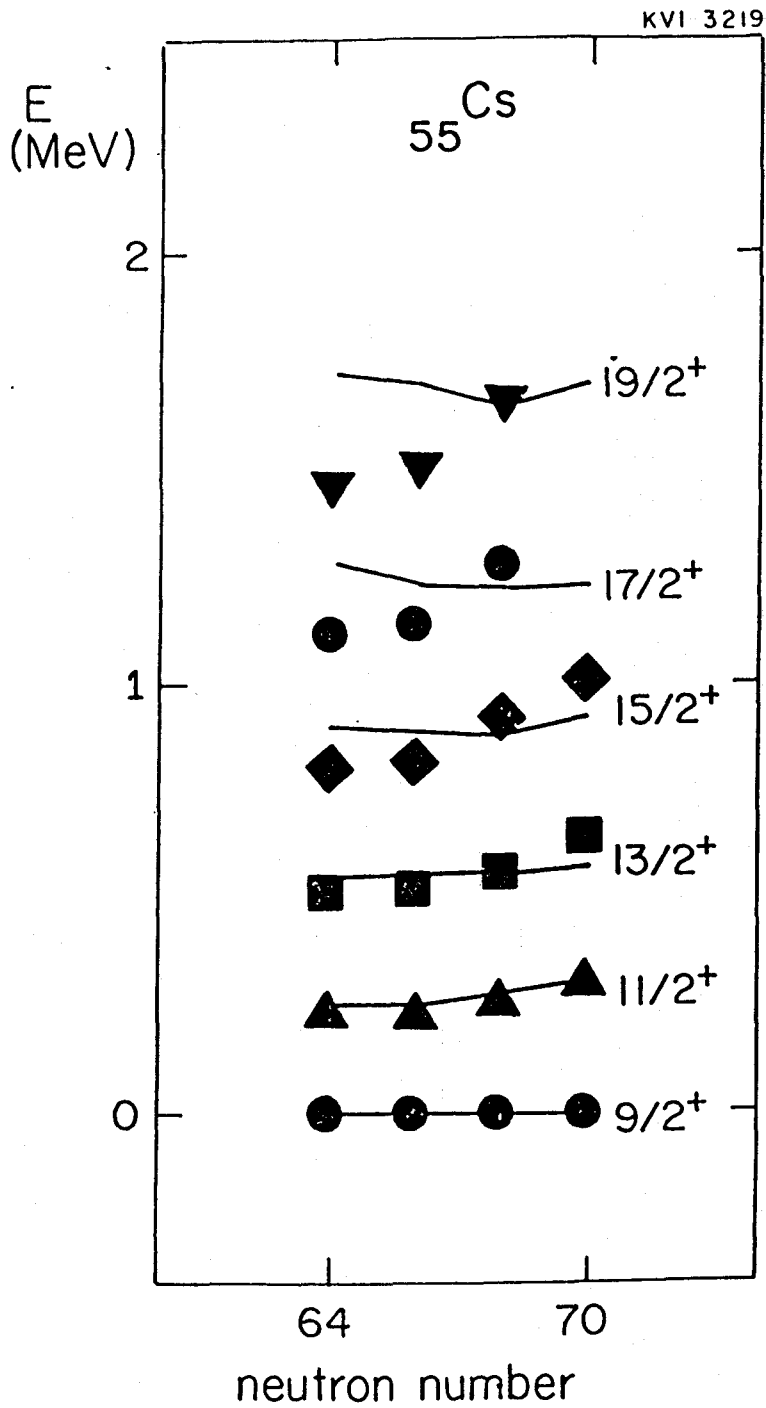


Figura 5. Comparación entre teoría y experimento para los estados de paridad positiva de la banda intrusa $1g_{9/2}$ en los isótopos par-impar del Cs. El estado $J^P=9/2^+$ se ha tomado como cero de energía.

correspondiente par-par de 5_6 Ba. En este caso el orbital $1g_{9/2}$ de protones está prácticamente completo por lo que el efecto del término de intercambio es nulo, la fuerza de la interacción monopolo-monopolo se fijó a cero para todos los isótopos estudiados y el único parámetro restante en la interacción bosón-fermión, el correspondiente al término cuadrupolo-cuadrupolo se tomó $\Gamma_n = 0.3$ MeV constante para toda la cadena isotópica. En este cálculo hemos supuesto que no hay acoplamiento entre las dos familias de estados de paridad positiva. En la figura 5 mostramos los resultados obtenidos para esta banda intrusa en los isótopos del Cs junto con la información experimental (Ga79). Las características de la banda $(\pi 1g_{9/2})^{-1}$ se reproducen bien en los cálculos para los isótopos para los que hay datos experimentales, que son los que están hacia la mitad de la capa 50-82, en los extremos de la capa a medida que el core par-par se va haciendo menos deformado se espera que esta banda aparezca mucho más alta en energía de excitación.

En conexión con este último párrafo dedicado a la aparición de una banda intrusa en los isótopos del Cs merece la pena citar que existe un estudio experimental muy detallado sobre el 119 Xe (Ba82) en el que aparecen estados con spin $J^P = 9/2^+, 13/2^+, 17/2^+$ a energía de excitación más baja que los estados del mismo spin dibujados en la figura 4. Se ha sugerido (Ba82) que esta banda basada en el estado $J^P = 9/2^+$ es el resultado de la excitación de un neutrón $1g_{9/2}$ a través de la capa cerrada $N=50$. Por tanto, la descripción

de estos estados requiere un cálculo parecido al discutido en el caso del Cs, sin embargo, para proceder a un estudio sistemático de esta banda se necesita más información experimental sobre ella en los isótopos del Xe.

Una vez comentados los resultados obtenidos para los espectros energéticos pasemos al estudio de las propiedades electromagnéticas de los distintos estados, lo que nos informará más fielmente sobre la composición de las correspondientes funciones de onda.

3. Propiedades electromagnéticas.

En los núcleos par-impar el estudio de las probabilidades de transición E2 y M1 proporcionan un test completo a las funciones de onda de los distintos estados. Las transiciones E2 están dominadas por la componente colectiva de la función de onda, mientras que las M1 están gobernadas básicamente por la componente de partícula simple de la función de onda. En esta sección presentamos los resultados IBFA-2 para las transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos y para las transiciones y momentos dipolares magnéticos y los comparamos con los datos experimentales existentes.

3.1. Transiciones y momentos cuadrupolares eléctricos.

El operador E2 en IBFA-2 ya fué definido en el capítulo III. Las cargas efectivas bosónicas que aparecen en ec. (III.25) se tomaron de un estudio previo de los isótopos par-par del Xe (Pu80), $e_{\pi,n} = e_{\nu,n} = 0.12$ eb. Para las integrales radiales que aparecen en ec. (III.28), $\langle r^2 \rangle$, tomamos el valor del radio cuadrático medio para funciones de onda de oscilador armónico, que viene dado por $\langle r^2 \rangle = (N+3/2)\hbar/M\omega$, donde N es la capa de oscilador considerada. En el caso de Xe y Cs para el cálculo de los estados de paridad negativa, el nivel $1h_{11/2}$ pertenece a la capa de oscilador N=5 lo que nos lleva a un valor $\langle r^2 \rangle = 0.33$ b. En el caso de los estados de paridad positiva los cuatro niveles monoparticulares empleados: $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ y $3s_{1/2}$ pertenecen a la capa de oscilador N=4 lo que nos proporciona un valor $\langle r^2 \rangle = 0.28$ b. Para más simplicidad hemos tomado la carga efectiva del fermión impar, $e_f^{(2)}$ en ec. (III.28), como $e_{\pi}^{(2)} = e_{\nu}^{(2)} = e$, con lo que el cálculo de B(E2) y momentos cuadrupolares está libre de parámetros ajustables.

Desafortunadamente la información experimental sobre propiedades electromagnéticas en esta región nuclear es muy reducida, por lo que nos limitamos a comentar algunas transiciones y momentos cualitativamente y presentamos muchos resultados IBFA-2 a modo de predicciones del modelo.

En la figura 6 mostramos los resultados para $B(E2; 3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+)$ para los isótopos del Cs y del Xe. Podemos observar como esta cantidad presenta un comportamiento análogo al de $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ en el núcleo core par-par del Xe (Pu80) con el número de neutrones, con un máximo hacia la mitad de la capa, $N=66$. En el caso de los isótopos par-impar del Xe las probabilidades de ocupación de los niveles monoparticulares varían al pasar de un isótopo a otro con lo que la interacción fermión-core varía al variar N . El solapamiento de este efecto con los cambios que experimentan los núcleos core conduce a un comportamiento de $B(E2; 3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+)$ más complejo en este caso que en el Cs. Podemos observar el mismo efecto en el comportamiento de los momentos cuadrupolares de los estados $J^p=11/2^-$ en el Cs y en el Xe dibujados en la figura 7. Mientras en el Cs el comportamiento de este momento cuadrupolar es análogo al de $Q_{2_1^+}$ en el núcleo core, en el Xe presenta un comportamiento diferente que refleja que el nivel $h_{11/2}$ se va llenando al incrementarse N , el cambio de signo se produce al alcanzar la ocupación del nivel el 50%.

Aunque la información experimental no es mucha y no permite establecer una conclusión definitiva, parece que la composición colectiva de las funciones de onda de IBFA-2 contiene los ingredientes correctos. Veamos que ocurre con la parte de partícula simple estudiando las $B(M1)$.

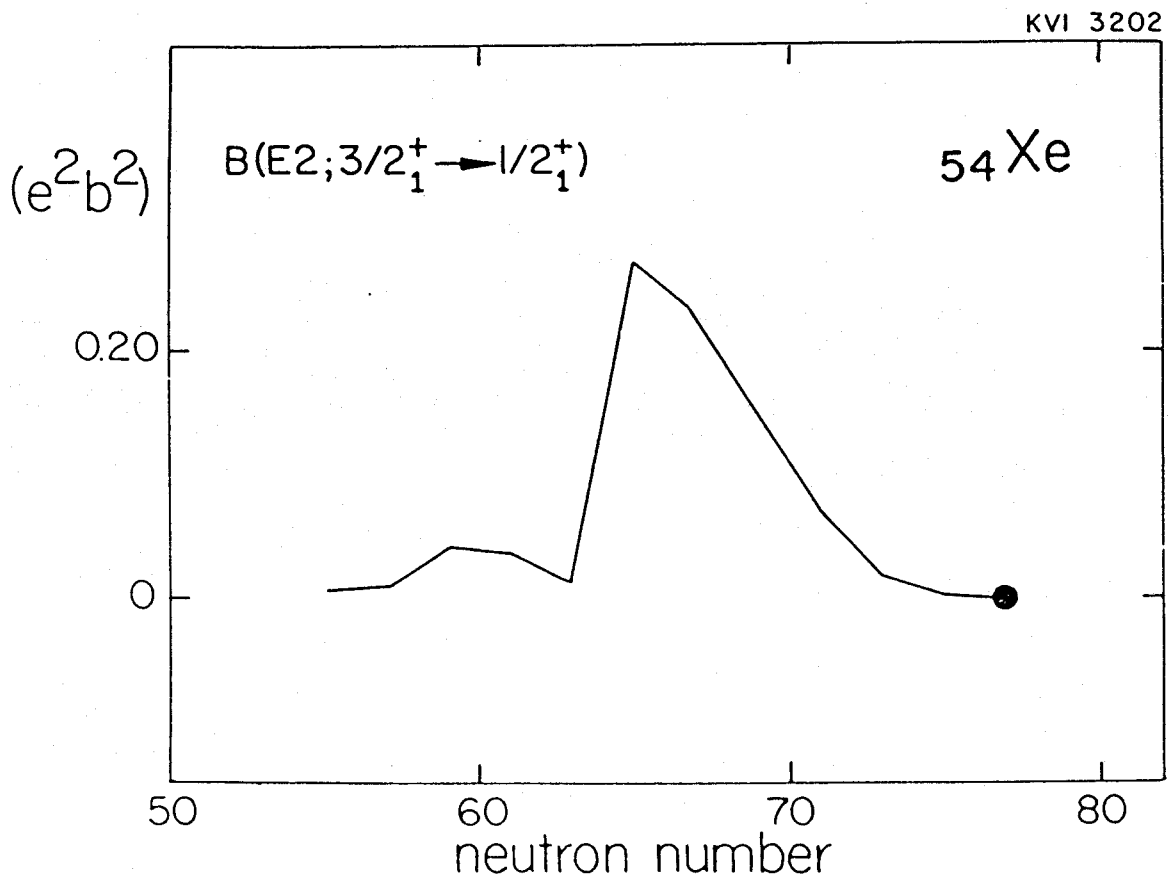
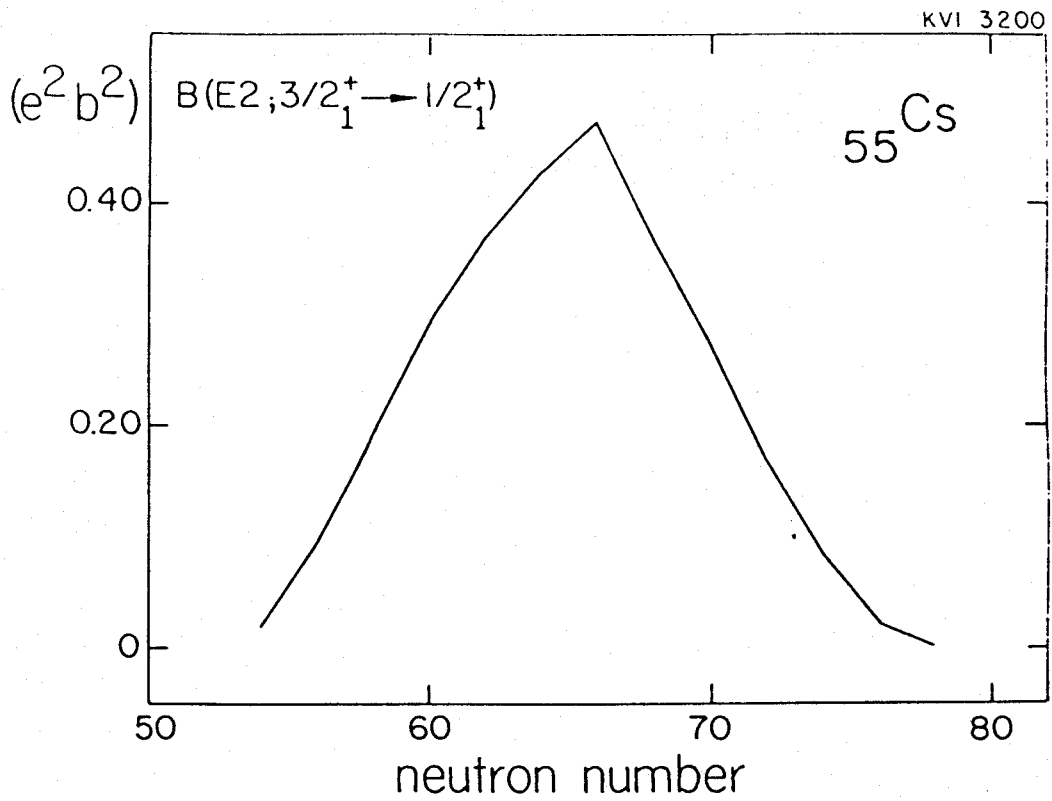


Figura 6. Probabilidades de transición reducidas $B(E2; 3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+)$ para los isótopos de A impar del Cs (arriba) y del Xe (debajo). El punto experimental es de ref. [Ma74].

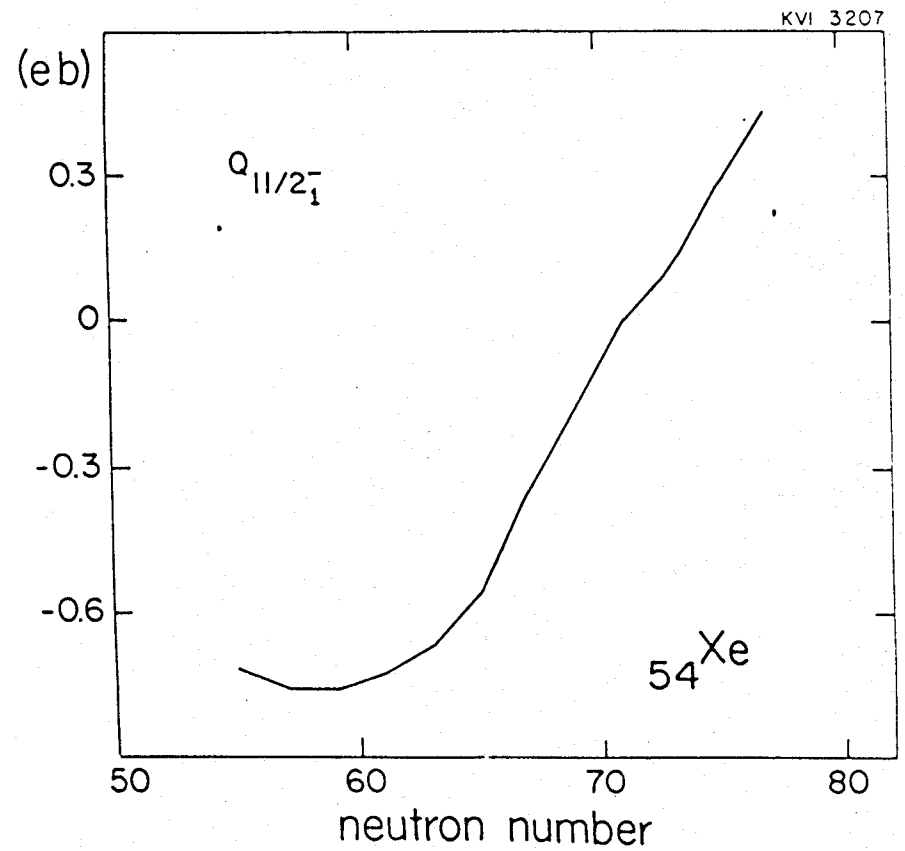
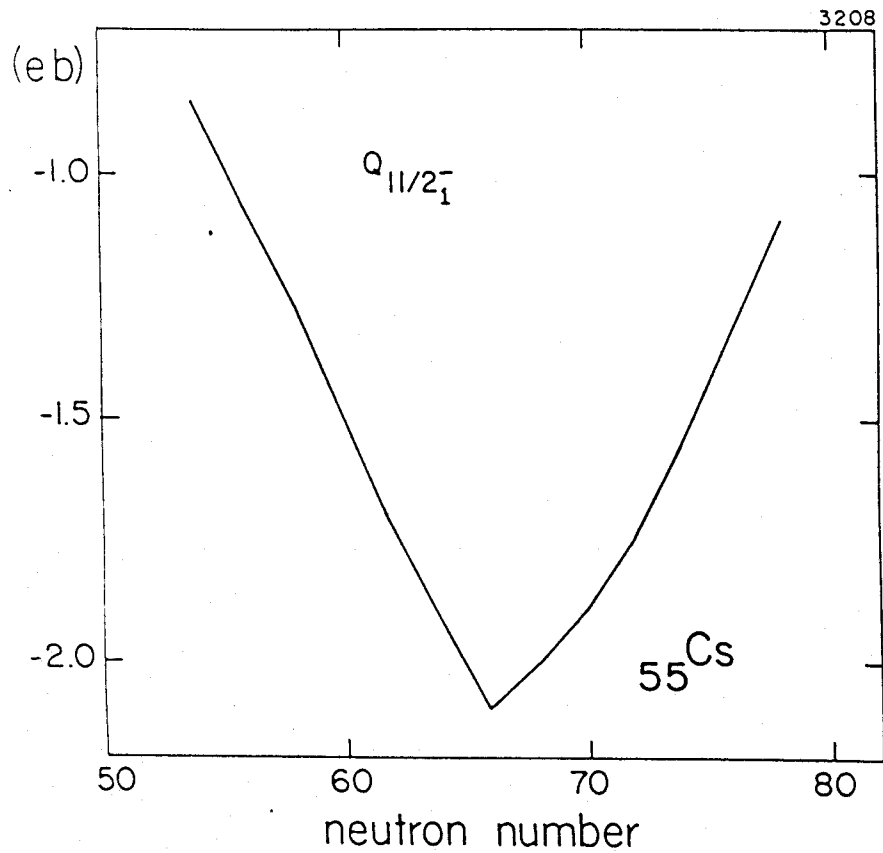


Figura 7. Momentos cuadrupolares para el estado $J^P=11/2_1^-$ en los isótopos de A impar del Cs (izquierda) y del Xe (derecha).

3.2 Transiciones y momentos dipolares magnéticos.

Para el cálculo de $B(M1)$ y momentos magnéticos necesitamos especificar los valores de los factores g colectivos, $g_{g\nu}$ y $g_{g\pi}$, que aparecen en ec. (III.32). Hemos tomado para $g_{g\nu}$ y $g_{g\pi}$ los valores obtenidos en un estudio previo de propiedades magnéticas en los núcleos core par-par del Xe (Sa84). Los factores g de partícula simple en ec. (III.33), $g_{s\nu} = -3.82$ nm, para un neutrón y $g_{s\pi} = 5.58$ nm para un protón, se han atenuado en este estudio al 70%. Esta atenuación ya se ha usado en otros estudios (He71, Sc82) aunque debido a la falta de información experimental no podemos concluir si en esta región es estrictamente necesaria.

En la figura 8 mostramos los resultados para $B(M1; 3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+)$ para Cs y Xe. De nuevo los isótopos del Cs presentan un comportamiento muy regular para esta transición, mientras que los isótopos del Xe muestran un pico muy pronunciado para $N=59$. Este pico es consecuencia de una gran componente $d_{5/2}$ en las funciones de onda de los estados $3/2_1^+$ y $1/2_1^+$, cuando N se hace mayor el nivel de Fermi se aleja mucho del nivel monoparticular $d_{5/2}$ con lo que los estados $3/2_1^+$ y $1/2_1^+$ son fundamentalmente $d_{3/2}$ y $s_{1/2}$ respectivamente por lo que la transición $B(M1; 3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+)$ para los isótopos más pesados se hace muy pequeña ya que está prohibida por la transición en l , $\Delta l=2$. En la figura 9 presentamos los momentos magnéticos del estado $J^\pi = 11/2^-$ para Cs y Xe, que muestran un

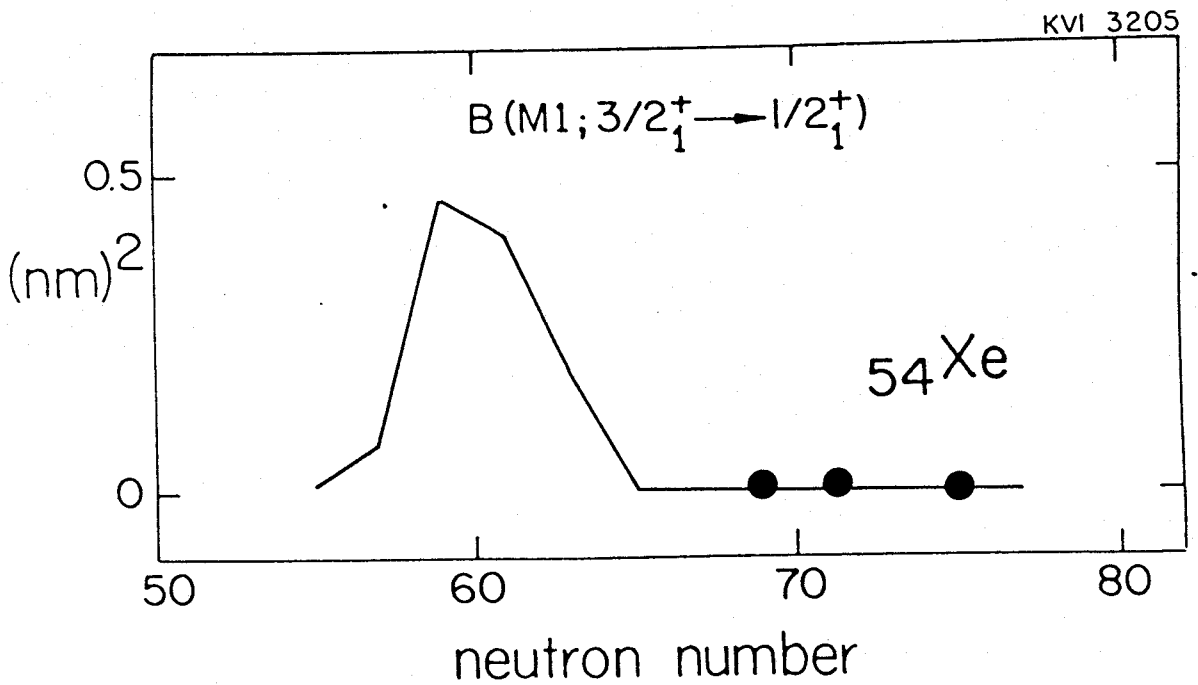
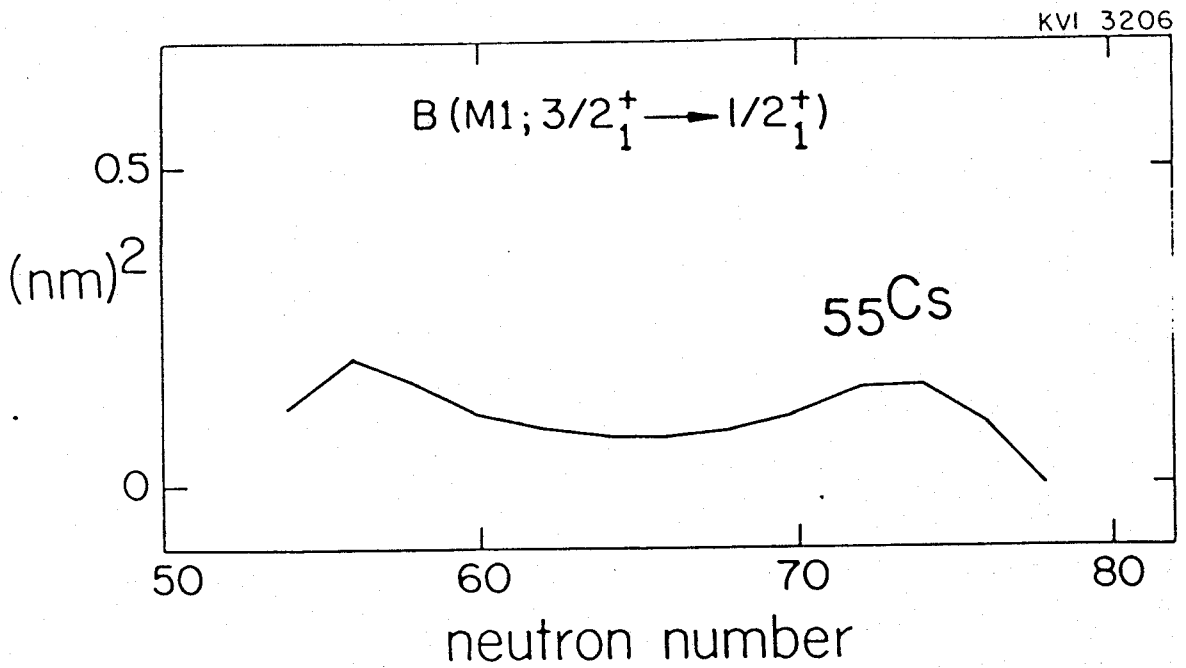
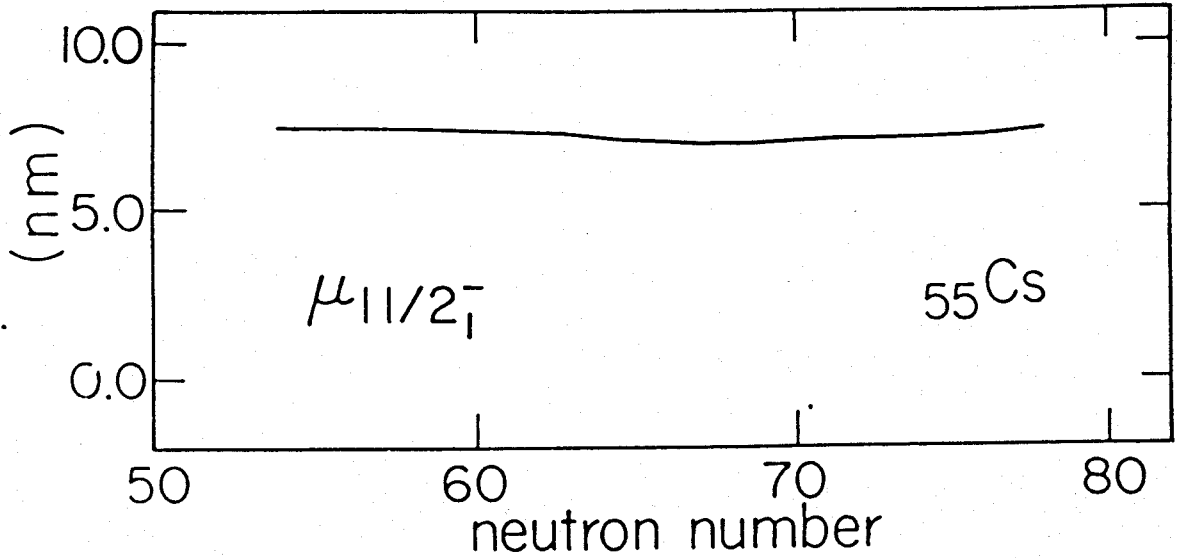


Figura 8. Probabilidades de transición reducidas $B(M1; 3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+)$ en los isótopos de A impar del Cs (arriba) y del Xe (debajo). Los puntos experimentales son de ref. [Ir79] y [Ab84].

YNT 114



YNT 115

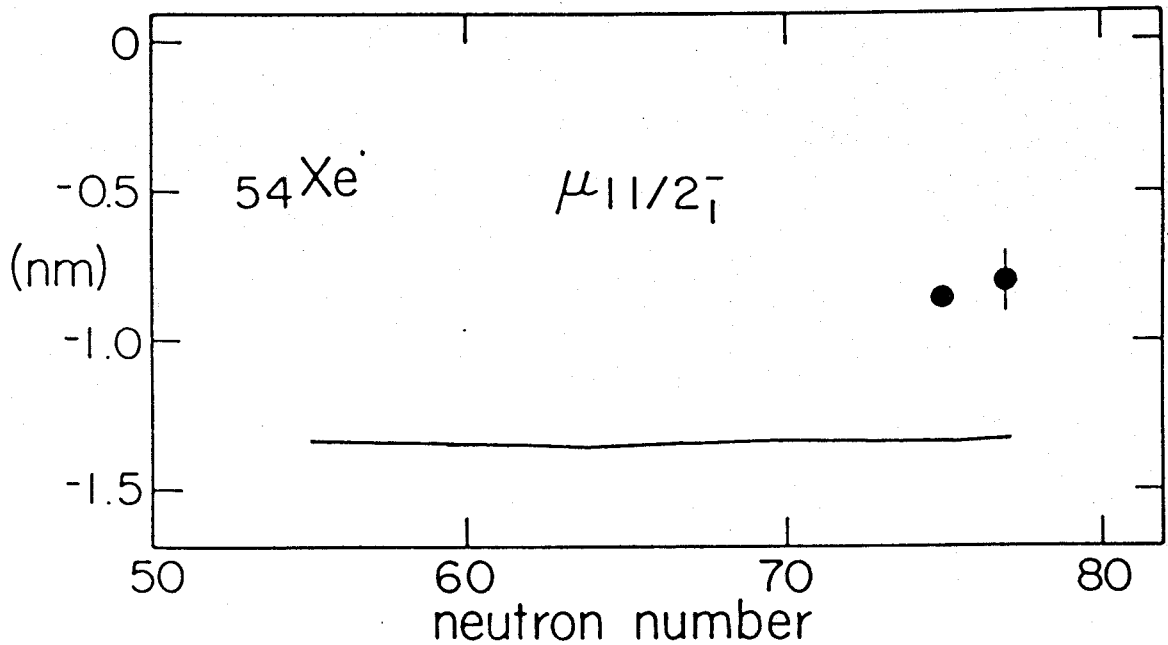


Figura 9. Momentos magnéticos de los estados $J^P=11/2_1^-$ en los isótopos de A impar del Cs (arriba) y del Xe (debajo). Los valores experimentales son de ref. [Le77].

comportamiento casi constante con el número de neutrones. En el caso del Xe podemos observar que los dos datos experimentales existentes son menores en valor absoluto que los calculados teóricamente, esto se puede corregir atenuando más los factores $g_{\sigma\nu}$, sin embargo creemos que una solución más satisfactoria es deducir que esta diferencia es debida a la restricción del espacio de partícula simple del modelo a una única órbita, $1h_{11/2}$ en este caso. La inclusión en el espacio del modelo de órbitas monoparticulares más altas en energía, aquí $1h_{9/2}$, contribuiría a mejorar la concordancia cuantitativa de nuestros cálculos con los datos experimentales.

4. Resumen.

En este capítulo hemos presentado un conjunto completo de cálculos de energías y propiedades electromagnéticas con IBFA-2 en la región nuclear de Xe y Cs. Los resultados obtenidos para los espectros energéticos son excelentes, pudiéndose reproducir los comportamientos sistemáticos de los diferentes estados en función de sólo tres parámetros. Estos parámetros se han mantenido constantes para toda una cadena de isótopos, lo que nos permite extrapolar los cálculos hacia zonas muy lejos de la estabilidad.

Los espectros de los isótopos impares en protones del Cs y los isótopos impares en neutrones del Xe presentan notables diferencias. Estas diferencias se pueden atribuir, en parte, a la diferencia en acoplamiento entre un protón

impar o un neutrón impar con los bosones del core.

Hemos visto como el modelo IBFA-2 tiene la capacidad de detectar y describir, con una correcta elección del núcleo core par-par, bandas intrusas.

En la descripción de casos en los que un único nivel monoparticular está implicado hemos discutido sobre la necesidad de ampliar el espacio de partícula simple con orbitales de la correspondiente paridad en otra capa.

Por último, aunque la información experimental sobre propiedades electromagnéticas es muy escasa, parece que los ingredientes básicos de las funciones de onda IBFA-2 de los diferentes estados son los correctos.

V. ESTUDIOS IBFA-2 EN LA REGION NUCLEAR

EN TORNO A $A=190$.

1. Introducción.

Durante los últimos años la región nuclear alrededor de $A=190$ ha sido objeto de múltiples estudios experimentales utilizando experimentos de espectroscopía de rayos- γ . Esta región nuclear presenta unas características muy complejas que la hacen especialmente atractiva. Los núcleos en esta zona de la tabla de núclidos presentan una transición entre prolatos muy deformados en la zona de $A \sim 182$ hasta oblatos poco deformados o casi esféricos en la zona de $A \sim 198$. En la zona intermedia se ha sugerido que los núcleos muestran formas fluctuantes triaxiales blandas y diversos tipos de coexistencia. Estas peculiares características han hecho de esta zona nuclear un reto para los diversos modelos nucleares. Así, dentro de la descripción nuclear en términos de variables de forma, se ha intentado con varios modelos la descripción de algunos núcleos aislados en esta región, como por ejemplo el modelo de acoplamiento vibración partícula (Bo52), el modelo rotor triaxial más partícula (Me75), el modelo de momento de inercia variable (To75) o el modelo del rotor γ blando más partícula (Le76).

Dentro del modelo nuclear algebraico (IBA) se ha realizado un estudio completo de los núcleos par-par en esta región, Os y Pt (Bi80) con resultados aceptables y un

estudio de los núcleos par-impar con IBFA-1 sólo de las bandas de paridad única: $\pi h_{11/2}$, $\nu i_{13/2}$ y $\pi h_{9/2}$ (Bi82). En este capítulo presentamos un estudio completo con IBFA-2 de los estados tanto de paridad negativa como de los de positiva en los isótopos impares en neutrones del Pt y los isótopos impares en protones del Ir, así como de la banda de paridad única $\pi h_{9/2}$ en los isótopos de Au. En este estudio hemos realizado cálculos en los que sólo un nivel monoparticular está implicado, como es el caso de los orbitales intrusos $\pi h_{11/2}$ en Ir y $\nu i_{13/2}$ en Pt y la banda $\pi h_{9/2}$ en los isótopos del Au, y cálculos en los que varios orbitales monoparticulares entran en juego, como para la descripción de los estados de paridad positiva en los isótopos del Ir.

Desde el punto de vista algebraico en esta región transicional los núcleos par-par (Os-Pt) presentan una transición entre los límites SU(3) (Ar78) y O(6) (Ar79) del IBA. En este estudio, como en todo este trabajo, no hemos tratado de obtener los mejores resultados para cada núcleo estudiado, sino que hemos intentado describir el comportamiento general de los núcleos en esta zona tanto de sus espectros energéticos como de las probabilidades de transición electromagnéticas, para tratar de obtener una visión global de esta región nuclear.

En este capítulo presentamos en primer lugar, en la sección 2, los resultados obtenidos para los isótopos del $_{77}\text{Ir}$, se estudian también los isótopos del $_{78}\text{Pt}$ para seguidamente estudiar la banda $\pi h_{9/2}$ de paridad única en los isótopos del Au. En la sección 3 presentamos los resultados IBFA-2 para distintas propiedades electromagnéticas, y en la sección 4 comentamos globalmente los resultados obtenidos en este capítulo.

2. Niveles de energía.

En la región nuclear en que estamos interesados, alrededor de $A=190$, aparecen bandas construidas sobre orbitales monoparticulares intrusos de j alta. Este es el caso de los orbitales $\pi h_{11/2}$ en la capa 50-82 para protones y $\nu i_{13/2}$ en la capa 82-126 para neutrones. Estas situaciones en las que, en primera aproximación, sólo un nivel monoparticular está involucrado en la descripción de los estados nucleares de una paridad dada, son las más sencillas de estudiar. Junto a ellas, para la descripción de los estados nucleares de paridad opuesta se han de considerar cuatro o cinco niveles de partícula simple, debido a que éstos se encuentran dentro de una misma capa separados de dos en dos por energías típicamente inferiores a 1 MeV, con lo que todos ellos son importantes para la descripción de los estados nucleares más bajos de la correspondiente paridad. El estudio de estas dos situaciones nos permitirá hacer un importante test a nuestro

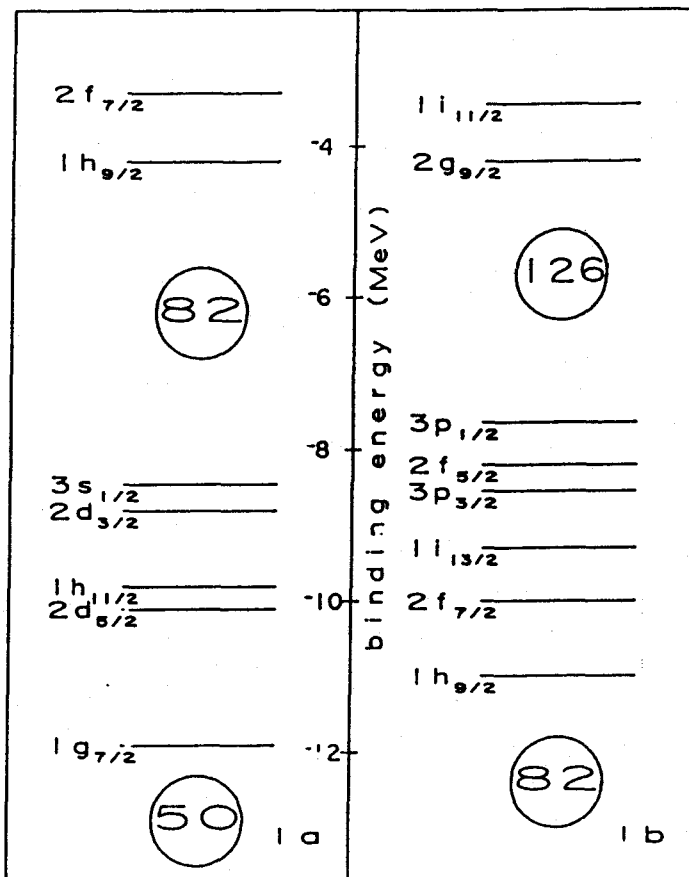


Figura 1. Niveles de partícula simple que han sido usados para A 190: 1a) protones y 1b) neutrones.

modelo IBFA-2.

Para el estudio de esta zona nuclear los cores par-par correspondientes son los isótopos par-par de $_{78}\text{Pt}$ (y de $_{76}\text{Os}$ en el caso de la banda $h_{9/2}$ en los isótopos del Ir). Los parámetros IBA-2 usados se han tomado de un estudio previo (Bi80) y los presentamos en la tabla V.1. Los niveles monoparticulares empleados para neutrones y protones han sido tomados del $^{207}_{81}\text{Tl}_{126}$ y del $^{207}_{82}\text{Pb}_{125}$ (Le77) y se presentan en la figura 1a y 1b respectivamente. En las tablas V.2, V.3 y V.4 presentamos los resultados de un cálculo BCS para obtención de las energías de cuasipartícula, E_j , y las probabilidades de ocupación, v_j^2 , de cada uno de los niveles de partícula simple implicados en este estudio.

2.1. Los isótopos del Iridio.

Los isótopos par-impar del $_{77}\text{Ir}$ se describen en IBFA-2 como un protón (hueco) acoplado al correspondiente core par-par de $_{78}\text{Pt}$, descrito en términos de IBA-2. Para los estados de paridad negativa sólo hay un nivel de partícula simple accesible al fermión impar en la capa 50-82: $1h_{11/2}$. Para la descripción de los estados de paridad positiva cuatro niveles monoparticulares en la capa 50-82 entran en juego: $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ y $3s_{1/2}$. Junto a estas configuraciones, en alguno de los isótopos se presenta una banda intrusa de paridad negativa basada en el orbital

Tabla V.1

Parámetros IBA-2 para la descripción de los isótopos par-par de ^{78}Pt y ^{76}Os .

Nucleus	ϵ	κ	χ_v	χ_π	C_{0v}	C_{2v}	C_{4v}	ξ_2	$\xi_1 = \xi_3$
^{196}Pt	0.58	-0.18	1.05	-0.80	0.60	0.02	0.00	0.04	+0.10
^{194}Pt	0.58	-0.18	0.95		0.55	0.04			
^{192}Pt	0.58	-0.18	0.80		0.45	0.00			
^{190}Pt	0.58	-0.18	0.45		0.00	-0.09			
^{188}Pt	0.58	-0.16	0.00		-0.25	-0.13			
^{186}Pt	0.62	-0.145	-0.50		-0.25	-0.16			
^{194}Os	0.45	-0.15	1.05	-1.30	0.60	0.02	0.00	0.04	+0.10
^{192}Os	0.45	-0.15	0.95		0.55	0.04			
^{190}Os	0.45	-0.15	0.80		0.45	0.00			
^{188}Os	0.45	-0.15	0.45		0.00	-0.09			
^{186}Os	0.45	-0.14	0.00		-0.25	-0.13			
^{184}Os	0.50	-0.135	-0.50		-0.25	-0.16			

Tabla V.2

Probabilidades de ocupación y energías de cuasipartícula de las diferentes órbitas monoparticulares implicadas en los cálculos para los isótopos del ${}_{77}\text{Ir}$, (E_j en MeV).

A		$1g_{7/2}$	$2d_{5/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{9/2}$
185	E_j	3.310	1.646	1.379	0.885	0.926	4.596
	v_j^2	0.982	0.922	0.884	0.539	0.349	0.009
187	E_j	3.306	1.642	1.374	0.880	0.922	4.597
	v_j^2	0.982	0.923	0.885	0.538	0.347	0.009
189	E_j	3.303	1.637	1.369	0.875	0.918	4.598
	v_j^2	0.982	0.923	0.885	0.537	0.345	0.009
191	E_j	3.299	1.633	1.365	0.871	0.915	4.600
	v_j^2	0.982	0.923	0.886	0.536	0.343	0.009
193	E_j	3.296	1.629	1.360	0.866	0.911	4.601
	v_j^2	0.983	0.924	0.886	0.535	0.341	0.009
195	E_j	3.293	1.624	1.356	0.861	0.907	4.602
	v_j^2	0.983	0.924	0.887	0.534	0.339	0.009

Las energías sin perturbar de partícula simple usadas en este capítulo están dadas en la figura 1.

Tabla V.4

Probabilidades de ocupación y energías de cuasipartícula de las diferentes órbitas monoparticulares implicadas en este estudio para el núcleo ^{195}Pt , (E_j en MeV).

	$1h_{9/2}$	$2f_{7/2}$	$3p_{3/2}$	$3f_{5/2}$	$3p_{1/2}$
E_j	2.894	1.855	0.881	0.870	1.112
v_j^2	0.977	0.943	0.610	0.422	0.183

Tabla V.3

Probabilidades de ocupación y energías de cuasipartícula de las diferentes órbitas monoparticulares implicadas en este estudio para los isótopos de ^{78}Pt y ^{79}Au , (E_j en MeV).

Band		A=185	A=187	A=189	A=191	A=193	A=195
Pt $i_{13/2}$	E_j	0.883	0.897	0.942	1.020	1.130	1.269
	v_j^2	0.515	0.604	0.688	0.762	0.822	0.868
Au $h_{9/2}$	E_j	4.193	4.196	4.198	4.201	4.203	4.205
	v_j^2	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011

Las energías sin perturbar de partícula simple usadas en este capítulo están dadas en la figura 1.

monoparticular $1h_{9/2}$ de la capa 82-126 y que se puede describir en IBFA-2 mediante el acoplamiento de un protón al correspondiente core par-par de $7/2^+$ Os. En principio las dos bandas de paridad negativa pueden mezclarse, pero se sabe que la magnitud de esta mezcla es muy pequeña (An75) por lo que en nuestros cálculos las hemos tratado independientemente.

2.1.1. El sistema de niveles $\pi h_{11/2}$.

Los datos experimentales para la banda $\pi h_{11/2}$ (Sc89, An79, An75, Lu79, Le77) muestran dos sistemas fuertemente acoplados con cabeceras en el estado isomérico $11/2^-$ y en el nivel $7/2^-$. En la figura 2 mostramos la información experimental junto a los resultados obtenidos con IBFA-2. Los parámetros empleados en este estudio se presentan en la tabla V.5. Es importante hacer notar que en éste caso, y al contrario de lo presentado en todo este trabajo, la magnitud del parámetro del término de intercambio hubo de cambiarse al pasar de un isótopo a otro para reproducir la bajada en energía observada experimentalmente en los estados $9/2^-_1$ y $11/2^-_2$ al disminuir A. Este hecho ya fué observado en un cálculo IBFA-1 previo (Bi82), sin embargo la energía de excitación a la que aparecen estos estados, que es aproximadamente 0.8 MeV sobre el estado base de la banda $\pi h_{9/2}$, nos hace pensar que estos estados no pertenecen a la banda $h_{11/2}$ sino que deben provenir del acoplamiento de un protón $h_{9/2}$ con una configuración excitada 0^+ en el núcleo core par-par. A

Tabla V.5

Parámetros de la interacción bosón-fermión utilizados en este capítulo.

Calculation		A	ρ	Γ_{ρ} (MeV)	Λ_{ρ} (MeV)	A_{ρ} (MeV)
Ir	$h_{11/2}$ band	185	π	0.40	0.80	0.0
		187		0.40	0.50	0.0
		189		0.40	0.25	0.0
		191,193		0.40	0.20	0.0
	$h_{9/2}$ band	185-189		0.30	0.00	0.0
	positive-parity states	185-195		0.10	0.15	-0.2
Pt	$i_{13/2}$ band	185-195	ν	0.30	0.90	-0.3
	negative-parity states	195		0.65	0.65	-0.5
Au	$h_{9/2}$ band	185-197	π	0.30	0.00	-0.1

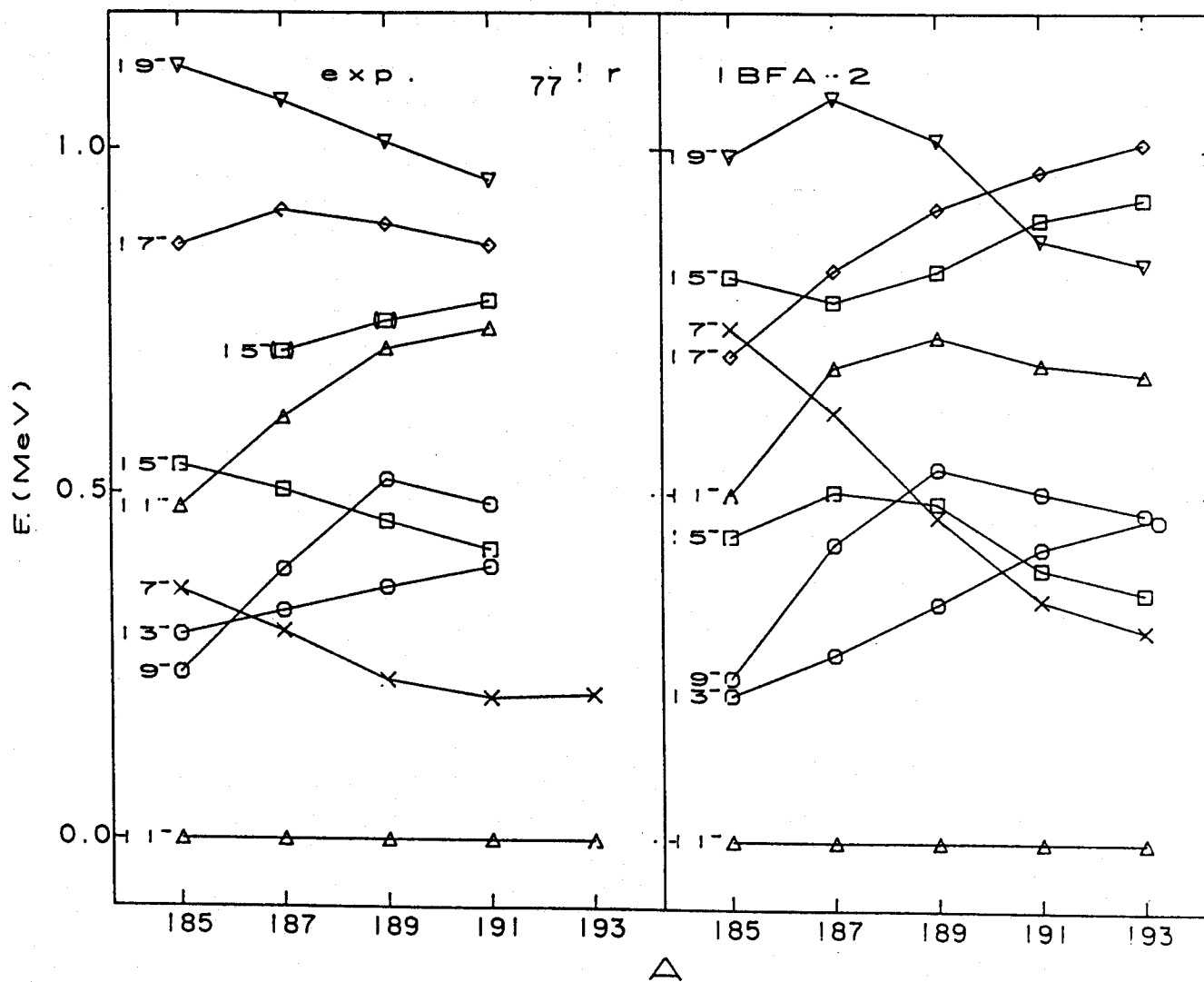


Figura 2. Sistemática experimental e IBFA-2 de la banda $h_{11/2}$ en los isótopos del Ir. El estado $J^P=11/2^-$ se ha tomado como el cero de energía. Los números a la izquierda de las curvas son el doble del spin del nivel.

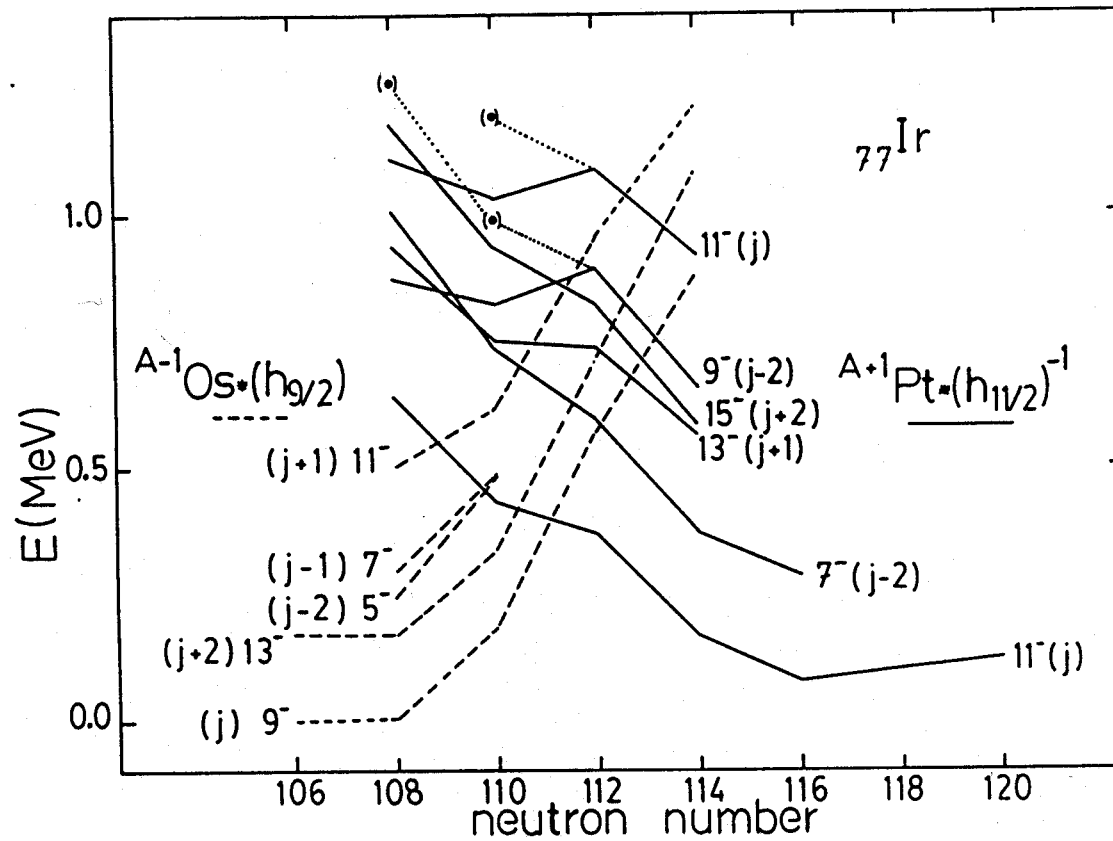


Figura 3. Sistemática de las bandas $1h_{9/2}$ y $1h_{11/2}$ en los isótopos del Iridio.

energías del orden de 1.0 MeV se espera que el núcleo core presente vibraciones β y γ . En particular, en los cálculos IBA-2 aparece un 0^+ en $^{184}_{76}\text{Os}$ y $^{186}_{76}\text{Os}$ a energías de excitación 1.042 MeV y 1.061 MeV respectivamente. La sistemática global de las bandas $h_{11/2}$ y $h_{9/2}$ presentada en la figura 3, también sugiere la misma conclusión. Además, la presencia de estados $9/2^-$ en los isótopos ^{185}Ir y ^{187}Ir a energías de excitación 1.265 MeV y 0.996 MeV y un estado $11/2^-$ en ^{187}Ir a 1.192 MeV de energía de excitación que ajustan con la sistemática de la banda $h_{11/2}$, nos lleva a pensar que es necesaria una revisión de los datos experimentales. Si en los cálculos IBFA-2 mantenemos constantes todos los parámetros obtenemos un comportamiento creciente en energía de excitación de los estados $9/2^-$ y $11/2^-$ al disminuir en A , lo que estaría de acuerdo con la asignación del estado $9/2^-$ en ^{185}Ir y ^{187}Ir a la banda $h_{11/2}$.

Como vemos en la figura 2 la sistemática del estado $7/2^-$ se reproduce bien cualitativamente aunque las energías de excitación teóricas son demasiado altas. Al igual que se sugirió en el capítulo anterior, la inclusión en el espacio del modelo de los orbitales $1h_{9/2}$ y $2f_{7/2}$ de la capa 82-126 mejoraría el acuerdo cuantitativo entre los datos experimentales y los valores calculados.

En la figura 4 presentamos una comparación detallada de los espectros experimentales y calculados para el isótopo ^{187}Ir que muestra ciertas características del esquema de acoplamiento SU(3) más partícula (vease capítulo II),

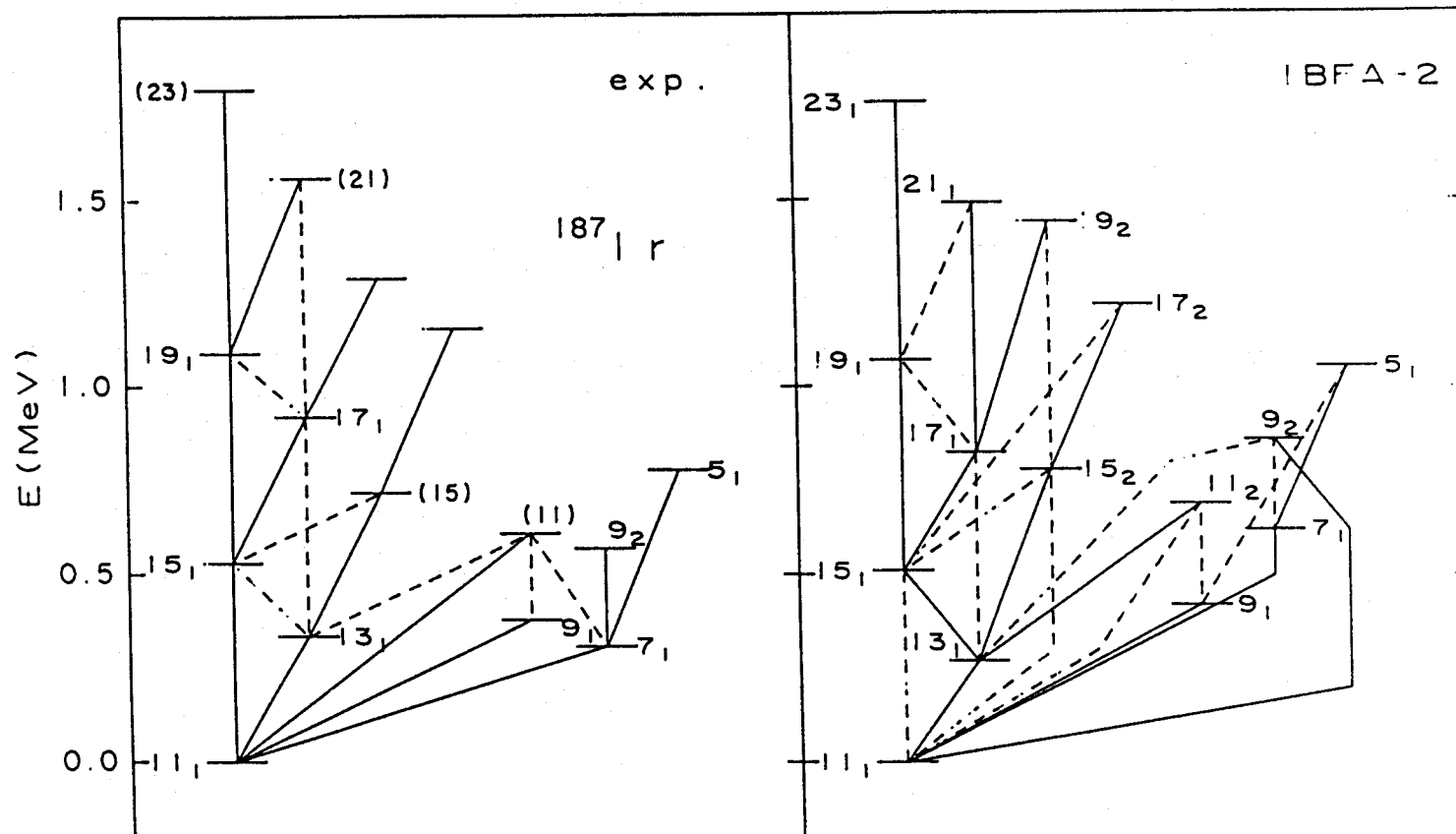


Figura 4. Comparación detallada entre los espectros experimental e IBFA-2 para el sistema de niveles $h_{11/2}$ en el isótopo ^{187}Ir . Las líneas entre niveles denotan probabilidades de transición total: continuas para las más fuertes y discontinuas para las débiles. Las probabilidades de transición calculadas se basan en los valores de las $B(E2)$ y $B(M1)$. Los números que aparecen en la figura son el doble del spin del nivel.

fuerzas transiciones dentro de la banda con cabecera en el estado $J^P=11/2^-$ con $\Delta J=2$ y más débiles con $\Delta J=1$, (nótese que este caso corresponde en el modelo de Nilsson a la situación en la que el nivel de Fermi está en la zona de K bajos) y la presencia de bandas excitadas con cabecera en los estados $J^P=9/2^-$, $7/2^-$ y $5/2^-$. Para isótopos más pesados el espectro va cambiando hacia una situación más parecida a $O(6)$ más partícula como se puede ver por el comportamiento de los estados $J^P=15/2^-$ y $13/2^-$ que al aumentar A tienden a tener la misma energía de excitación y no presentan transición E2 entre ellos.

Junto a los estados de paridad negativa basados en $\pi h_{11/2}$, los isótopos del Ir de A impar presentan otra banda bien diferenciada de paridad negativa basada en $\pi h_{9/2}$ que discutimos a continuación.

2.1.2. El sistema de niveles $\pi h_{9/2}$.

Experimentalmente está bien establecida la presencia de una banda intrusa con cabecera en el estado $J^P=9/2^-$ y con carácter de banda desacoplada en algunos isótopos de A impar del Ir (Sc79, An79, An75). En IBFA-2 esta banda se puede describir acoplando un protón al core par-par correspondiente de ^{76}Os . En la figura 5 presentamos los resultados IBFA-2 junto con los datos experimentales disponibles. Para esta banda el orbital monoparticular $1h_{9/2}$ no pertenece a la capa activa 50-82 para protones y

por lo tanto está prácticamente vacío con lo que la contribución del término de intercambio es nula. La fuerza del término monopolar se ha fijado a cero para mantener los cálculos lo más sencillos posible y por tanto el único parámetro que resta es Γ_n , que se fijó en 0.3 MeV para todos los isótopos. Vemos en la figura 5 cómo con esta sencilla elección de los parámetros se reproducen todas las características básicas observadas experimentalmente.

En la figura 6 mostramos en detalle el espectro de la banda $h_{9/2}$ del ^{187}Ir . Podemos observar cómo la secuencia de niveles con cabecera en el estado $J^P=9/2^-$ y secuencia $\Delta J=2$ tiene las características de una banda rotacional, es decir de un tipo de acoplamiento SU(3) más partícula (en este caso $v_j^2 \sim 0.0$ y se correspondería a la situación geométrica en la que el nivel de Fermi se encuentra en la zona de K altos). De hecho los tres isótopos presentados en la figura 5 muestran las características de este tipo de acoplamiento, no observándose transición aparente hacia un comportamiento O(6) más partícula. Podemos explicar esta característica por el hecho de que el core par-par de Os tiene un bosón protónico más que el core de Pt, en el caso de la banda $h_{11/2}$, por lo que presenta unos espectros más rotacionales.

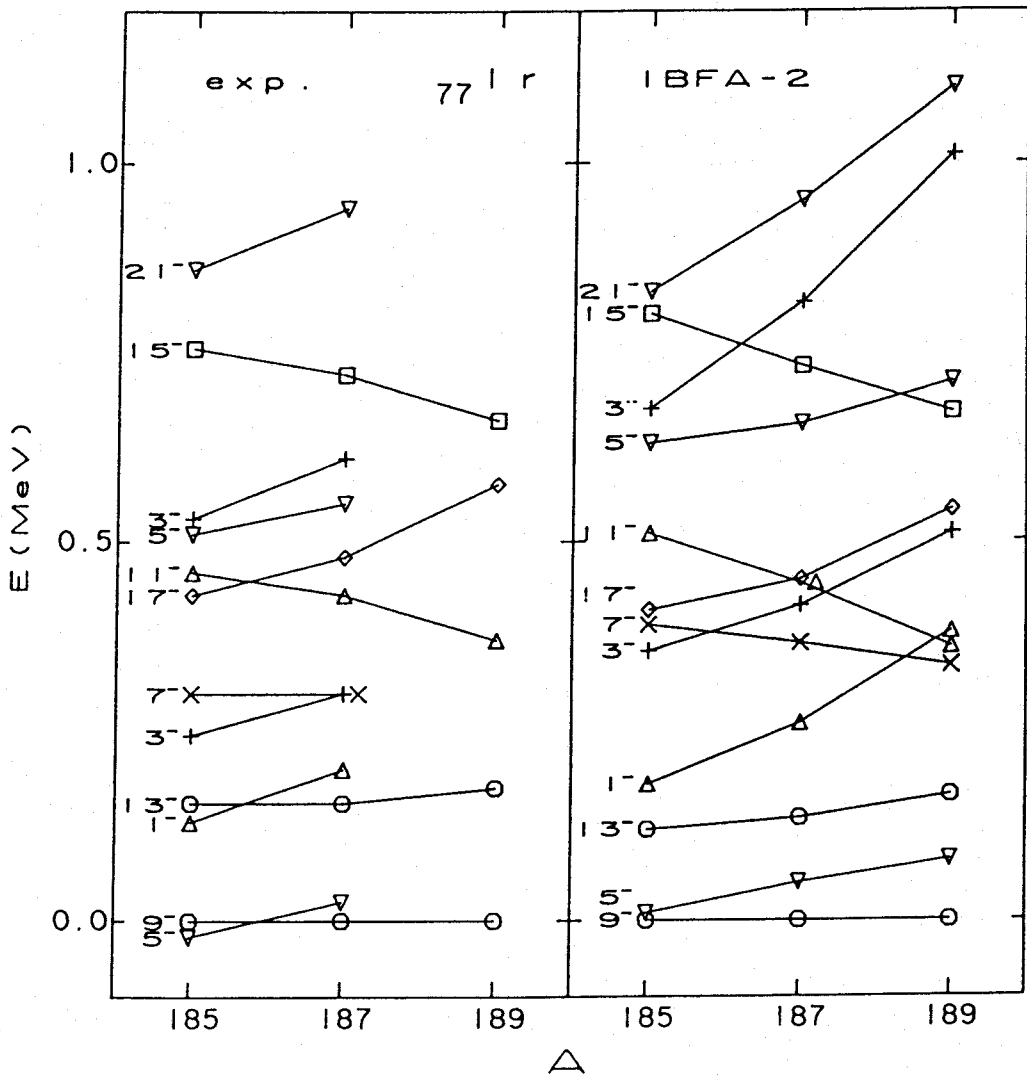


Figura 5. Sistemática experimental e IBFA-2 de la banda intrusa $\pi h_{9/2}$ en los isótopos del Ir. El estado $J^P=9/2^-$ se toma como cero de energía. Los números situados a la izquierda de las curvas son el doble del spin del nivel.

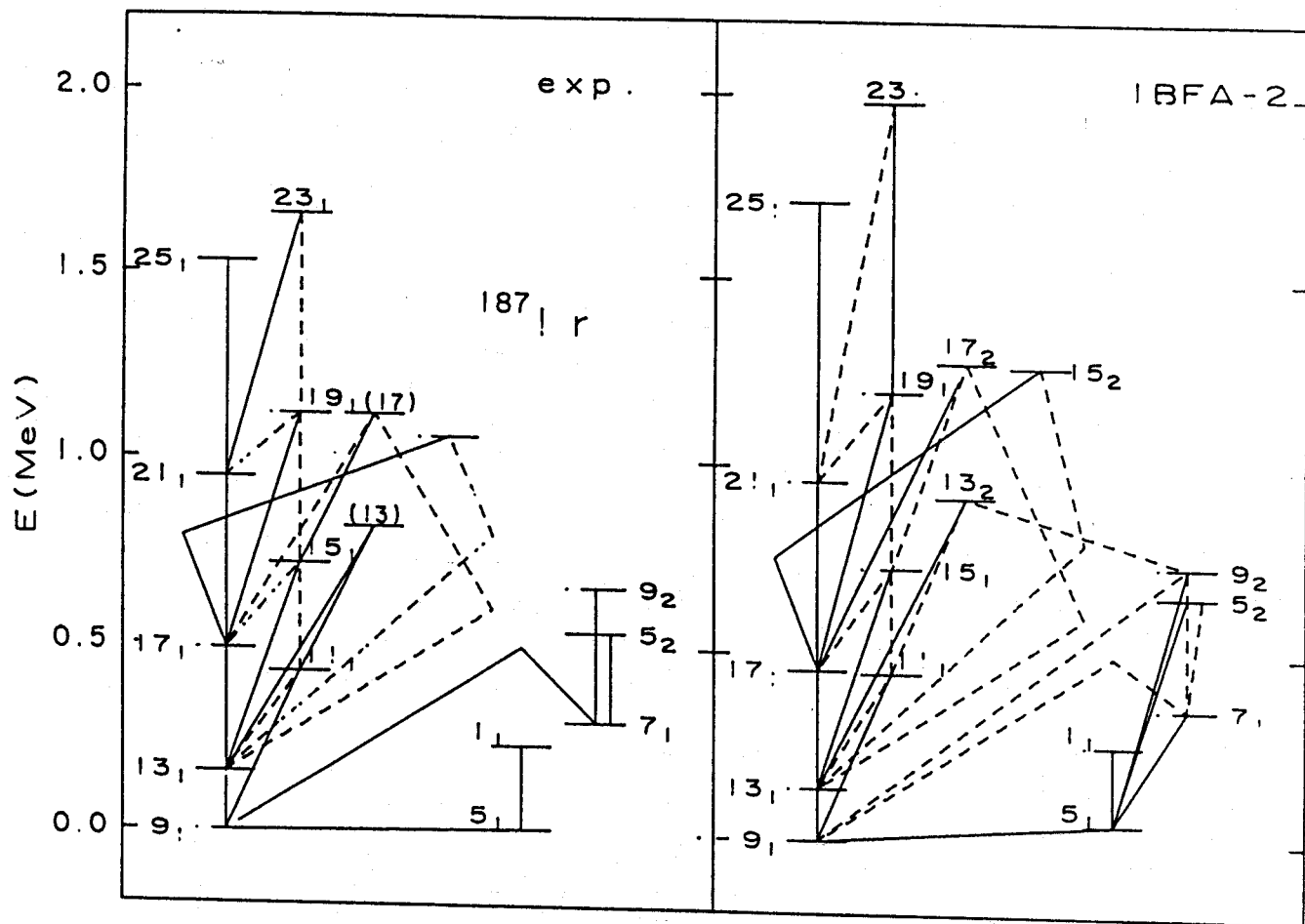


Figura 6. Igual que la figura 4 pero para la banda intrusa $\pi h_{9/2}$ en el ^{187}Ir .

2.1.3 Estados de paridad positiva.

Además de las dos bandas de paridad negativa descritas, en los isótopos par-impar del iridio aparecen estados de paridad positiva construidos por acoplamiento de los niveles de partícula simple: $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ y $3s_{1/2}$ de paridad positiva en la capa 50-82 al correspondiente core par-par. Como ya hemos mencionado anteriormente, estos casos en los que varios niveles monoparticulares están implicados son difícilmente tratables en el marco de los modelos geométricos, mientras que en IBFA su tratamiento es una extensión relativamente sencilla del caso de una única órbita.

En la figura 7 mostramos la sistemática experimental (Sc79, An79, An75, Se73, Ba72, Ma70, Be70, Ci83) de los niveles de paridad positiva junto a los resultados IBFA-2. Vemos como el comportamiento suave de descenso en energía de excitación de los distintos estados al disminuir A se reproduce bien con nuestro modelo. Los parámetros empleados en los cálculos están recogidos en la tabla V.5 y se han mantenido constantes para todos los isótopos. Es conveniente notar que al estudiar una cadena de isótopos con Z impar las probabilidades de ocupación de las distintas órbitas monoparticulares (v_j) y las energías de cuasipartícula (E_j) permanecen prácticamente constantes, por lo que el efecto de la interacción de intercambio es el mismo para todos los isótopos quedando determinado el espectro por la interacción cuadrupolar.

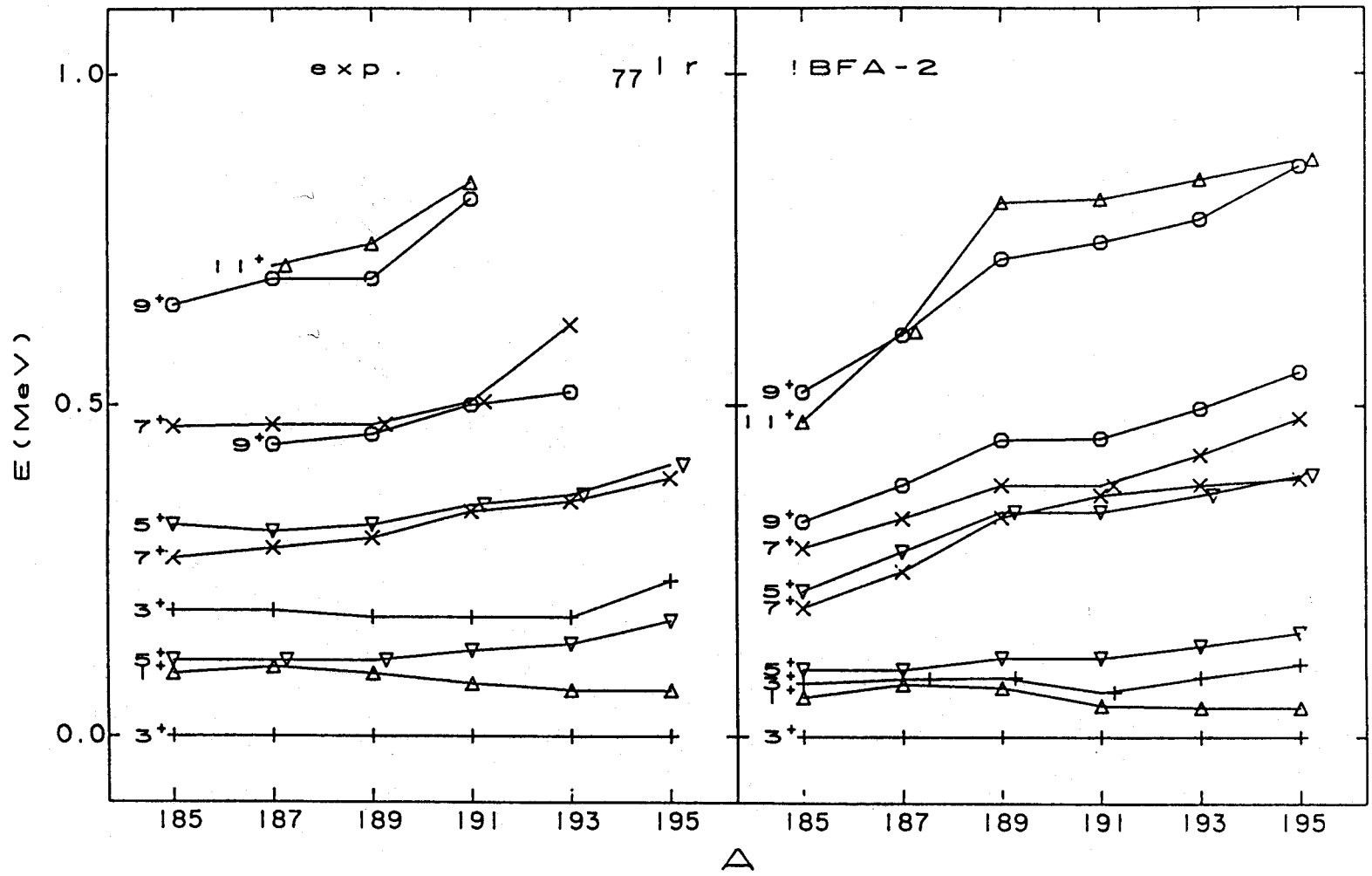


Figura 7. Sistemática experimental e IBFA-2 de los estados de paridad positiva en los isótopos del Ir. El estado $J^P = 3/2^+$ se ha tomado como el cero de energía. Los números a la izquierda de las curvas son el doble del spin del nivel.

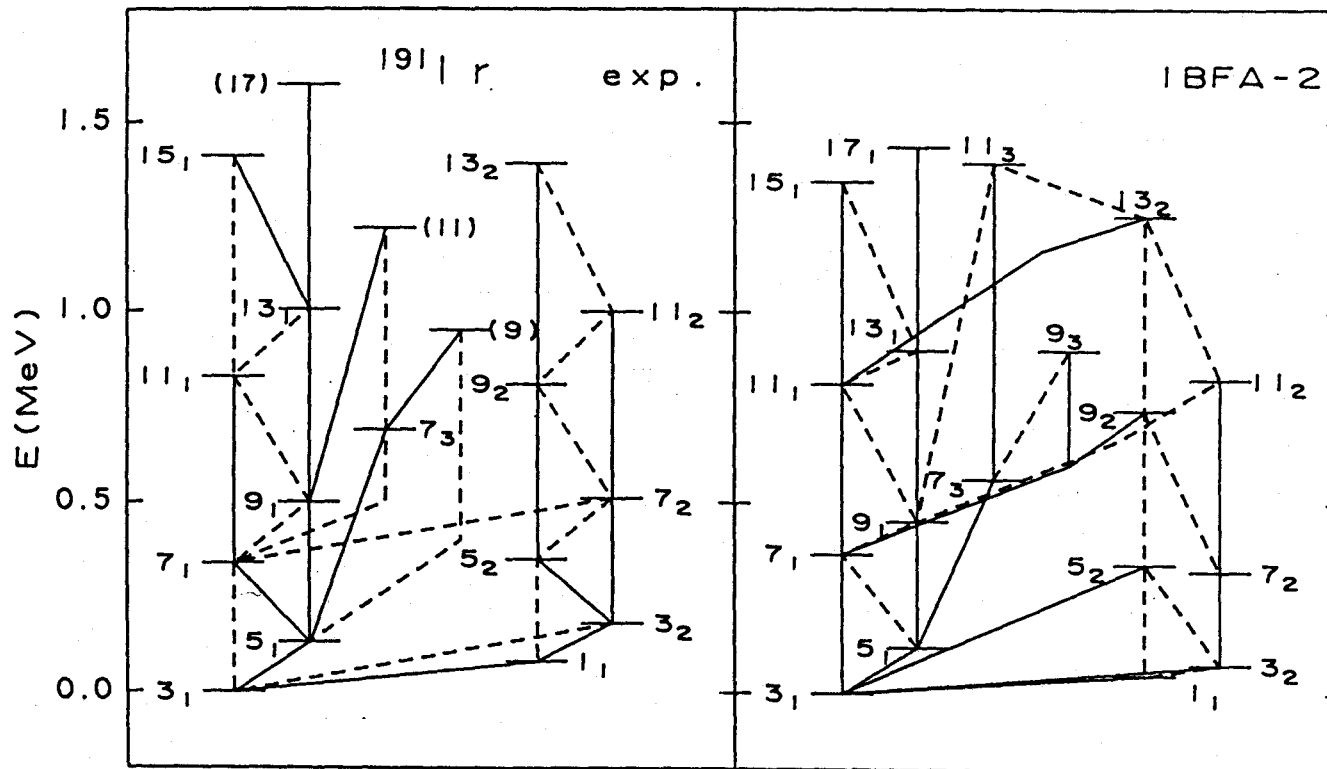


Figura 8. Igual que la figura 4 pero para los estados de paridad positiva en el ^{191}Ir .

En la figura 8 mostramos en detalle los esquemas de niveles experimental y teórico para ^{191}Ir , se observa como aparecen dos bandas bien diferenciadas, una con cabecera en el estado $J^{\pi}=3/2^{+}$ y otra con cabecera en el estado $J^{\pi}=1/2^{+}$.

2.2 Los isótopos del platino.

El mismo conjunto de núcleos core par-par de Pt que al acoplarles un protón (hueco) nos ha permitido la descripción de la banda $\pi h_{11/2}$ y los estados de paridad positiva de los isótopos par-impar del Ir, nos sirven de core para el estudio de los isótopos par-impar del Pt al acoplarles un neutrón (hueco). En la capa 82-126 para neutrones hay un único nivel de partícula simple de paridad positiva, $1i_{13/2}$, y cinco de paridad negativa, $1h_{9/2}$, $2f_{7/2}$, $3p_{3/2}$, $2f_{5/2}$ y $3p_{1/2}$. En las tablas V.3 y V.4 presentamos las probabilidades de ocupación de cada nivel monoparticular y las energías de cuasipartícula, calculadas con el formalismo BCS esquematizado en el capítulo III, para los casos estudiados. Comenzamos por el estudio de la banda de paridad única.

2.2.1 La banda $\nu i_{13/2}$.

Este sistema de niveles se describe esquemáticamente en IBFA-2 con ${}^A_{78}\text{Pt} * (\nu i_{13/2})^{-1} \rightarrow {}^{A-1}_{78}\text{Pt}$ para el caso de que la capa 82-126 de neutrones esté más de medio llena, que es para la zona de la que existen datos experimentales.

En la figura 9 presentamos la sistemática experimental de la banda $i_{13/2}$ (Sa77, Sm77, Ro80, Le77, Pi76, Wa82) junto con nuestros cálculos. Los parámetros usados se dan en la tabla V.5 junto a todos los empleados en este capítulo, y se han mantenido fijos para toda la cadena de isótopos. Vemos en la figura 9 como las principales características de los espectros se reproducen correctamente en este estudio, en particular el cruce entre los estados $J^{\pi}=13/2^{+}$ y $J^{\pi}=11/2^{+}$. La bajada de los llamados niveles no favorecidos, en nuestro caso aquellos con $J^{\pi}=11/2^{+}, 15/2^{+}, \dots$, es debida en el modelo de Nilsson a la posición del nivel de Fermi. En IBFA-2 esto es una consecuencia del cambio de ocupación del nivel monoparticular, que influye decisivamente en el efecto del término de intercambio. Este término se anula cuando el nivel está totalmente vacío o totalmente lleno y alcanza su valor máximo cuando está a medio llenar. El comportamiento cualitativo del estado $J^{\pi}=9/2^{+}$ se reproduce correctamente aunque cuantitativamente aparece algo alto en energía de excitación. Esto puede deberse a la necesidad de incluir en el espacio del modelo el nivel de partícula simple $2g_{9/2}$ por encima de $N=126$. Algunos estudios experimentales de reacciones de pick-up sobre los estados $9/2^{+}$ (Sa77, Sm77,

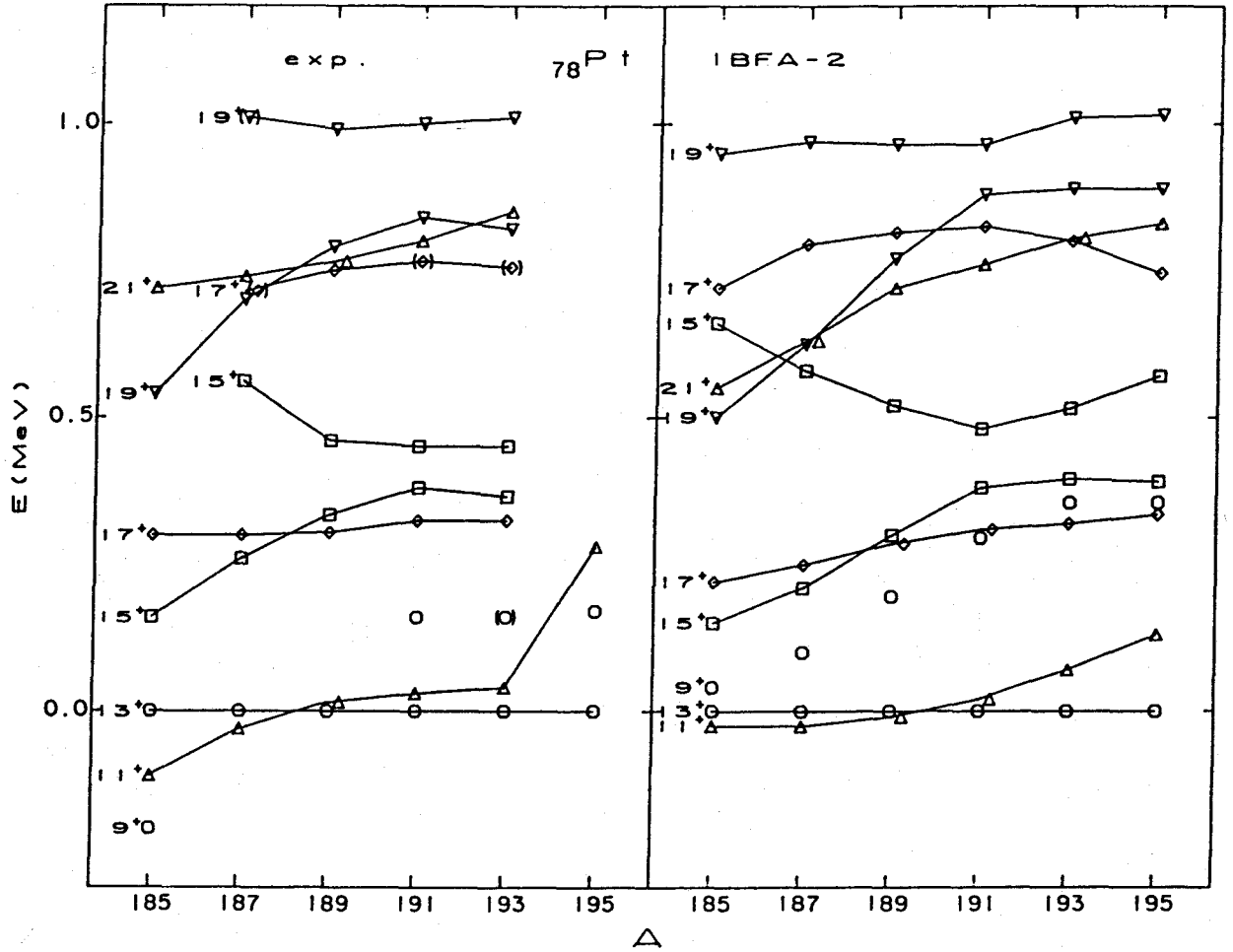


Figura 9. Sistemática experimental e IBFA-2 de la banda $i_{13/2}$ en los isótopos del Pt. El estado $J^P = 13/2^+$ se ha tomado como el cero de energía. Los números situados a la izquierda de las curvas son el doble del spin del nivel.

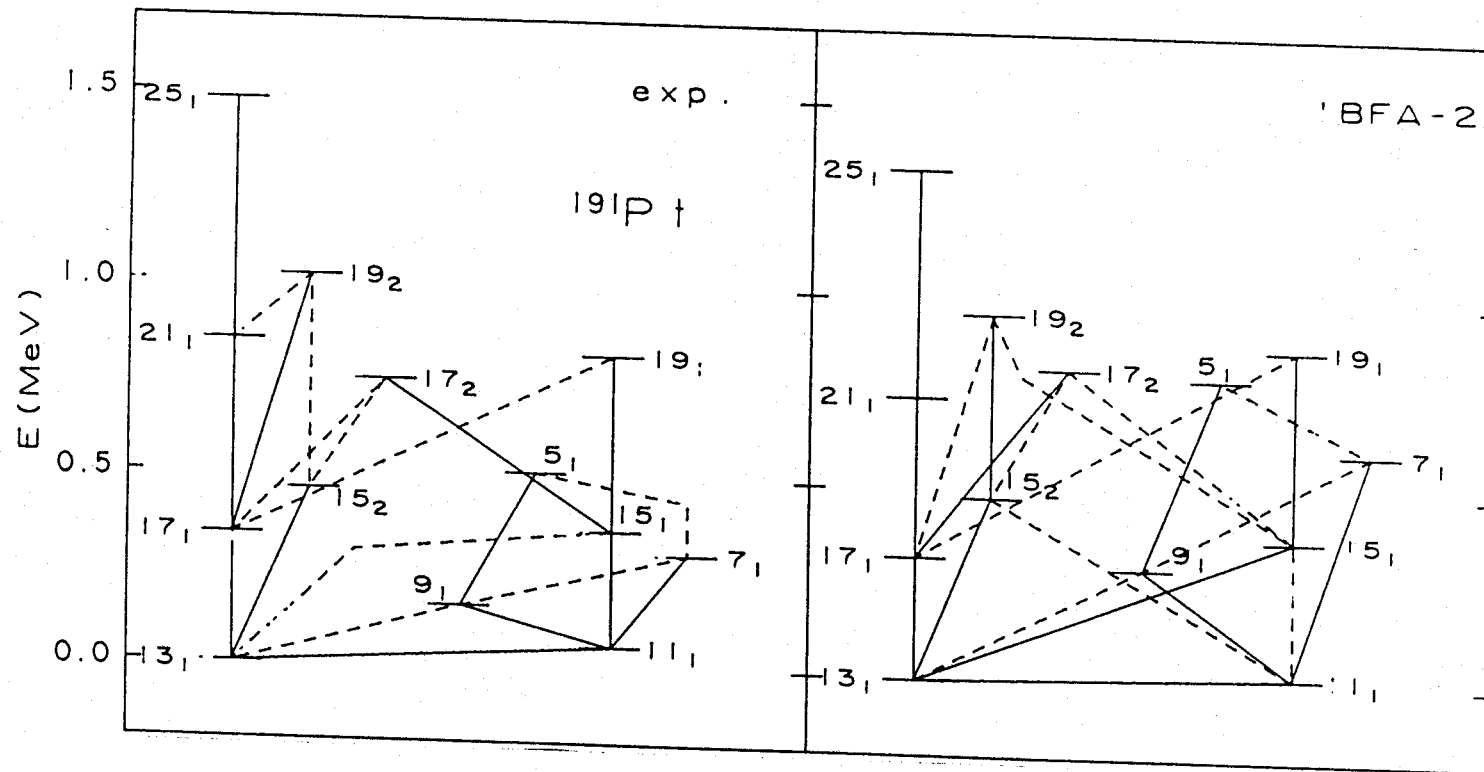


Figura 10. Igual que la figura 4, pero para la banda $\nu_{i13/2}$ en el ^{191}Pt .

Ya76) proporcionan una intensidad mayor de la que se espera en el modelo de Nilsson para un orbital $9/2^+(624)$, lo que indica la presencia de una banda intrusa $9/2^+$. En este caso la banda intrusa provendría del orbital $2g_{9/2}$.

En la figura 10 mostramos una comparación detallada de los espectros experimental y teórico del ^{191}Pt . Este núcleo presenta ciertas características del esquema de acoplamiento $O(6)$ más partícula, como son la aparición de los estados $J^P=17/2^+$ y $15/2^+$ a casi la misma energía de excitación y la ausencia de transición E2 entre ellos. Los estados $9/2^+$, $5/2^+$, $11/2^+$ y $7/2^+$ serían las posibles cabezas de banda T_2 , T_4 , R_1 y R_3 , respectivamente (vease figura II.16).

2.2.2. Los estados de paridad negativa.

La existencia de cinco niveles monoparticulares de paridad negativa relativamente cercanos en energía en la capa 82-126 hace que la densidad de estados de esta paridad sea muy alta aún por debajo de 1 MeV de energía de excitación. En este caso no es posible hacer un estudio de la sistemática de los niveles de energía ya que la mayoría de los estados observados no tienen asignado spin o lo tienen asignado de una manera dudosa y multiple. Una investigación experimental más detallada sería muy conveniente en esta zona. Sin embargo, existe un estudio bastante completo para el ^{195}Pt (Wa82) y hemos realizado el cálculo IBFA-2 para este núcleo. Lo más destacable en este caso es la presencia por debajo de 1 MeV de excitación de 11

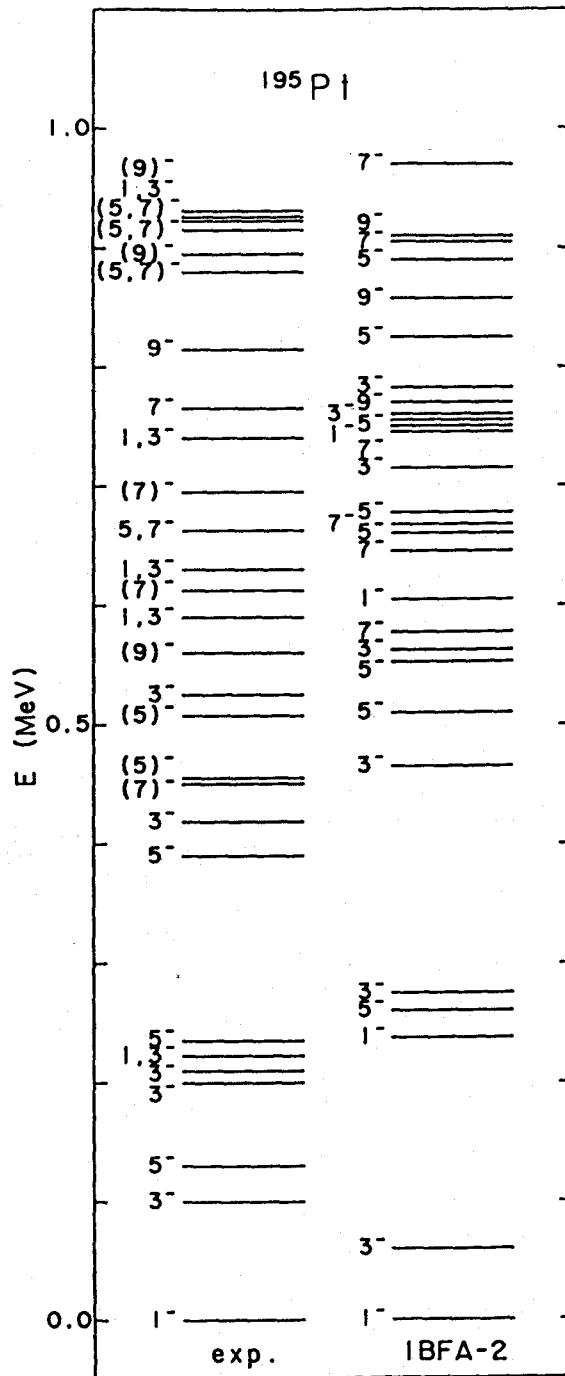


Figura 11. Comparación entre los espectros experimental e IBFA-2 para los estados de paridad negativa en el ^{195}Pt .

estados con spin $J^P = 1/2^+$ ó $3/2^+$. Este número no es reproducible a partir del modelo de Nilsson mientras que en IBFA-2 aparecen naturalmente.

En la figura 11 mostramos esquemáticamente los esquemas de niveles experimental y calculado para ^{195}Pt . Es de notar que en la figura 11 hemos dibujado todos los estados conocidos experimentalmente y todos los obtenidos teóricamente con energías de excitación menores que 1 MeV, que son en ambos casos 28. Aunque en este caso es difícil de concluir nada, ya es indicativo que un modelo pueda reproducir tal densidad de estados.

En los isótopos del ^{79}Au aparece una banda intrusa $\pi h_{9/2}$ que se puede estudiar con los core par-par del ^{78}Pt . Hacemos este estudio a continuación.

2.3 La banda intrusa $\pi h_{9/2}$ en los isótopos del Au.

Además de una banda $h_{11/2}$ los isótopos del Au presentan otra banda de paridad negativa basada en el orbital $h_{9/2}$. Esta banda es de naturaleza parecida a la banda $\pi h_{9/2}$ estudiada para los Ir, y se puede describir por el acoplamiento de un protón al core par-par correspondiente de Pt. En este caso el orbital monoparticular $\pi h_{9/2}$ está prácticamente vacío y por tanto, los efectos del término de intercambio son despreciables, por lo que la sistemática de los distintos niveles está gobernada básicamente por la interacción cuadrupolar. En la figura 12 mostramos los

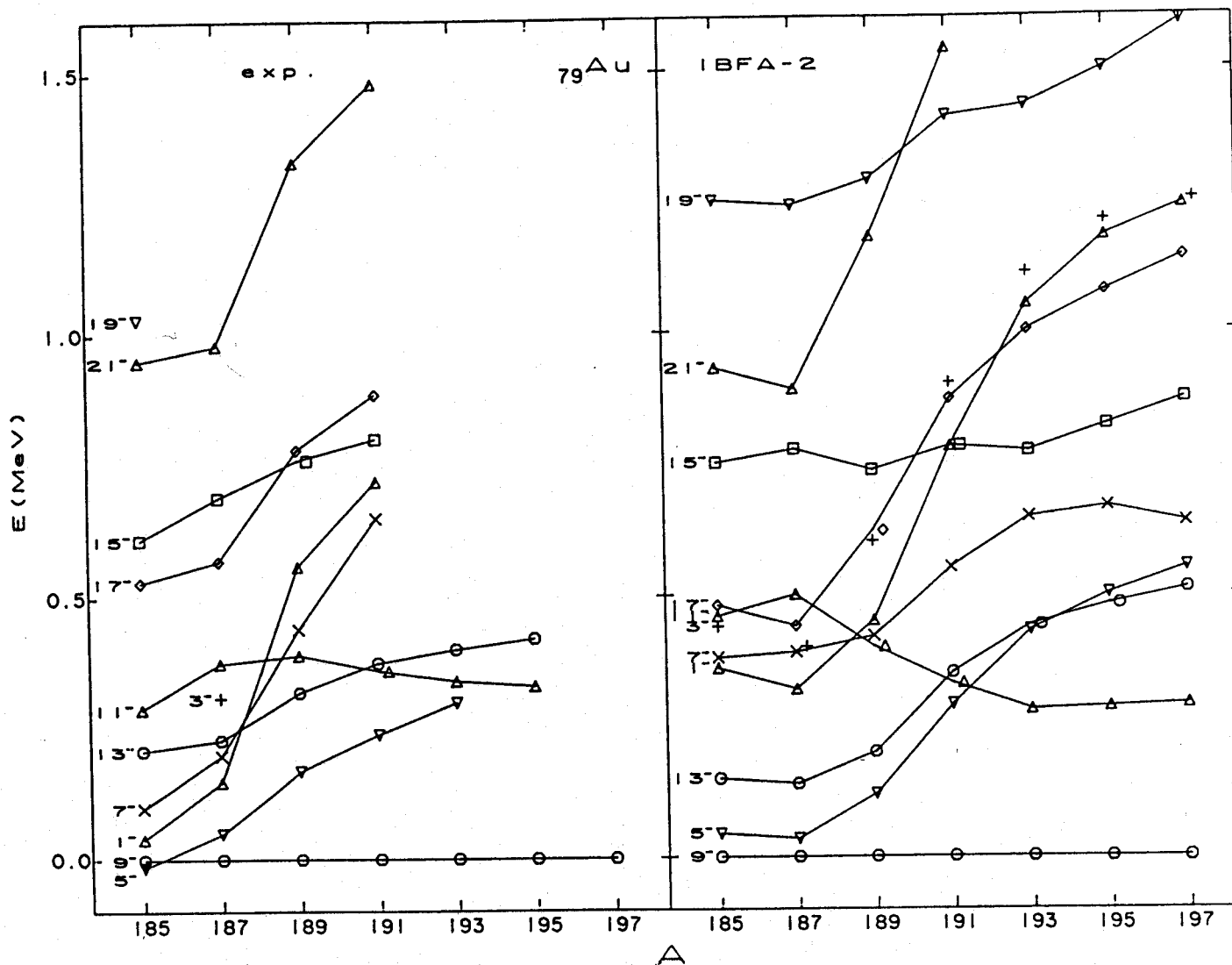


Figura 12. Sistemática experimental e IBFA-2 de la banda intrusa $\pi h_{9/2}$ en los isótopos del Au. El estado $J^P=9/2^-$ se ha tomado como cero de energía. Los números situados a la izquierda de las curvas son el doble del spin del nivel.

espectros experimental (Zg80,De79,Bo78) y teórico para esta banda. Los parámetros usados se presentan en la tabla 5. La bajada rápida en energía de excitación de los estados $J^P=5/2^-$ y $7/2^-$ cuando nos movemos hacia A más pequeña es evidencia clara de un incremento en interacción cuadrupolar. Por otra parte el comportamiento del estado $J^P=11/2^-$ a una energía prácticamente constante para todos los isótopos parece indicar que la "blandura" ζ del core compensa en cierta medida el efecto de la interacción cuadrupolar para los isótopos de A mayor. Los cruces entre estados $11/2^-$ - $13/2^-$ y entre $15/2^-$ - $17/2^-$ también son evidencia de la transición entre un esquema de acoplamiento SU(3) más partícula y uno O(6) más partícula. Estos cruces los reproducen muy bien nuestros cálculos como se observa en la figura 12.

A continuación pasamos a estudiar las propiedades electromagnéticas de los estados estudiados en esta sección.

3. Transiciones electromagnéticas.

En la zona nuclear que estamos estudiando en este capítulo hay información experimental sistemática para transiciones eléctricas cuadrupolares en varios isótopos del Ir (Se73, Vi79, Gh84, Mu84, Sa80, Ba72, Ma70, Be70).

En la sección 3 del capítulo III presentamos el formalismo IBFA-2 para el estudio de las propiedades electromagnéticas.

3.1 Estados de paridad positiva

Para que el operador $T^{(E2)}$ de la ec. (III.24) quede totalmente definido necesitamos especificar las cargas efectivas bosónicas y fermiónica, $e_{\beta n}$, $e_{\beta \nu}$ en ec. (III.25) y $e_{\rho}^{(2)}$ en ec. (III.28). Los valores empleados para $e_{\beta n}$ y $e_{\beta \nu}$ se han tomado de un estudio previo de esta zona nuclear con IBA-2 (Bi82), $e_{\beta n} = e_{\beta \nu} = 0.17$ eb. Para $e_{\rho}^{(2)} = e_n^{(2)}$ hemos tomado el valor standad de 1.5e y hemos usado las funciones de onda de oscilador para calcular $\langle r^2 \rangle$, que conducen a un valor de $\langle r^2 \rangle = 0.28$ b para la capa $N=4$ en la que se encuentra el protón impar del Ir. Con esta elección de parámetros hemos calculado las probabilidades de transición reducidas $B(E2)$ para varias transiciones entre los estados de paridad positiva de energía más baja. En la figura 13 presentamos los resultados de nuestro modelo junto a los datos experimentales disponibles. La concordancia entre teoría y experimento es aceptable y de esta figura podemos concluir que la composición del estado $3/2_2^+$ obtenido con IBFA-2 no es correcta. El estado $3/2_2^+$ tiene en nuestros cálculos una gran componente $d_{3/2}$, mientras que los resultados experimentales parecen indicar una componente fundamental $s_{1/2}$. Aunque hemos intentado mejorar estos resultados variando los niveles de partícula simple, los resultados globales no muestran una concordancia mejor con los datos experimentales. Como ya comentaremos en el próximo párrafo, esto puede ser debido a una incorrecta descripción de los núcleos core par-par de Pt. Se ha sugerido insistentemente (Wo81, Wo82, Ha82) que en esta

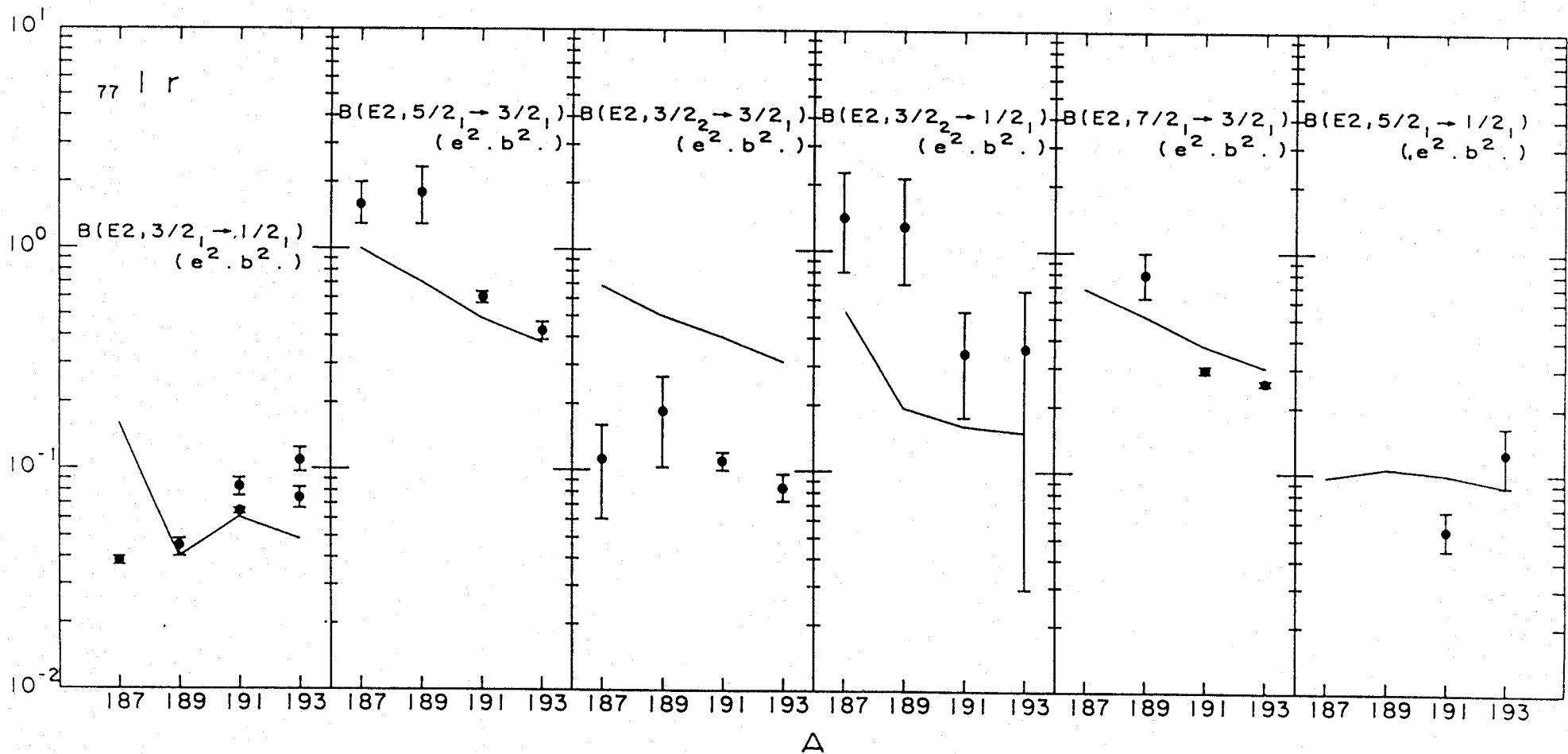


Figura 13. $B(E2)$ experimentales y calculadas para algunos estados de paridad positiva en los isótopos del Ir.

cadena de isótopos (Pt) el cálculo de espectros de energía debe incluir mezcla de configuraciones. La presencia de una configuración deformada aunque aparezca a una energía relativamente alta en los núcleos core par-par, puede ser crucial para la descripción de los núcleos par-impar debido a la fuerte interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre el fermión y los bosones del core.

En la tabla V.6 presentamos los momentos cuadrupolares de los estados fundamentales en ^{191}Ir y ^{193}Ir experimentales y calculados. La concordancia no es buena, fundamentalmente debido a que la descripción de los cores par-par parece no ser correcta. No obstante se puede mejorar esta concordancia variando ligeramente los parámetros IBA-2 para describir mejor cada núcleo en particular. El cálculo IBA-2 (Bi80) da como resultado unos momentos cuadrupolares para los estados 2_1^+ muy pequeños para ^{192}Pt y ^{194}Pt y los estados 2_2^+ y 3_1^+ se sitúan mucho más altos en energía que los observados experimentalmente. El estado $3/2_1^+$ en ^{191}Ir y ^{193}Ir tiene un 92% y un 94% respectivamente de $(d_{3/2} \times 0_1^+)^{3/2}$. Una elección de los parámetros que diera lugar a un mejor ajuste de los cores conduciría a una contribución mayor del resto de los componentes de este estado. Hemos verificado que una variación de $e_{\beta\beta}$ con el número de neutrones, como se ha sugerido (Bi80), no mejora especialmente los resultados. También se ha propuesto que la inclusión de un término de interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre bosones del mismo tipo en el Hamiltoniano IBA-2 (Di82) da lugar a una descripción más

Tabla V.8

Momentos magnéticos experimentales y teóricos (en nm) para los isótopos ^{191}Ir y ^{193}Ir .

Nucleus	J^π	Exp	IBFA-2
^{191}Ir	$3/2_1^+$	+0.146(1) ^{d)}	0.454
	$1/2_1^+$	+0.542(5) ^{c)}	1.555
	$5/2_1^+$	+0.62(7) ^{d)}	1.097
	$3/2_2^+$	+1.40(38) ^{a)}	-0.123
^{193}Ir	$3/2_1^+$	+0.163(6) ^{a)}	0.501
	$1/2_1^+$	+0.504(3) ^{a)}	1.628
	$5/2_1^+$	+0.73(13) ^{a)}	1.143
	$3/2_2^+$	+1.02(38) ^{b)}	-0.112

Tabla V.6

Momentos cuadrupolares (en eb) para los isótopos ^{191}Ir y ^{193}Ir .

Nucleus	J^P	exp.	IBFA-2
^{191}Ir	$3/2_1^+$	+0.81(21) ^{a)}	0.16
^{193}Ir	$3/2_1^+$	+0.73(19) ^{b)}	0.07

a) ref. (Vi79) .

b) ref. (Gh84) .

detallada de los núcleos core par-par de Pt. En conclusión, parece que la pobre concordancia en los momentos cuadrupolares (Tabla V.6) es debida a la incorrecta descripción de los cores y no a la interacción bosón-fermión en IBFA-2.

Como era de esperar la contribución principal a los elementos de matriz E2 proviene de las componentes bosónicas en la función de onda. La contribución de la componente fermiónica sólo es mayor que un 5% en algunas transiciones muy inhibidas.

Junto a B(E2) y momentos cuadrupolares hemos calculado probabilidades de transición reducidas B(M1) para las transiciones conocidas entre los estados más bajos de energía de $^{187-193}\text{Ir}$. El operador $T^{(M1)}$ ya fué definido en el capítulo III, sección 3 y hemos tomado como factores g colectivos, $g_{\beta\pi}$ y $g_{\beta\nu}$ en ec. (III.32), los obtenidos en un estudio previo de propiedades electromagnéticas de núcleos par-par (Sa84), $g_{\beta\pi} = 1.1 \text{ nm}$ y $g_{\beta\nu} = 0.0 \text{ nm}$. El valor de $g_{\beta\pi}$ en ec. (III.32) se ha atenuado en un 70% con respecto al valor de partícula simple. En la tabla V.7 presentamos los valores experimentales (Se73, Ba72, Ma70, Be70, Vi79, Mu84) y calculados de las B(M1) para algunas transiciones. En general las transiciones que se observan experimentalmente débiles son débiles en los cálculos y las observadas fuertes son fuertes en la teoría. El valor calculado para $B(M1; 3/2^+ \rightarrow 1/2^+)$ en ^{187}Ir es grande en comparación con el dato experimental. Esto se debe a que la composición del estado

Tabla V.7

Valores B(M1) (en nm) experimentales y teóricos para los isótopos $^{187-193}\text{Ir}$.

$J_i^\pi \rightarrow J_f^\pi$	Nucleus	Exp	IBFA-2	Nucleus	Exp	IBFA-2
$3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+$	^{187}Ir	$<3.1 \times 10^{-6}$	0.002	^{189}Ir	0.000016(3)	0.000009
$5/2_1^+ \rightarrow 3/2_1^+$		0.032(4)	0.009		0.054(12)	0.00016
$3/2_2^+ \rightarrow 3/2_1^+$		0.0067(30)	0.001		0.0048(22)	0.001
$5/2_2^+ \rightarrow 3/2_2^+$		0.55(11)	0.073		0.42(14)	0.012
$7/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$			0.013		0.100(20)	0.016
$3/2_1^+ \rightarrow 1/2_1^+$	^{191}Ir	0.00043(1)	0.000016	^{193}Ir	0.00063(6)	0.00003
$5/2_1^+ \rightarrow 3/2_1^+$		0.0328(31)	0.005		0.058(11)	0.005
$3/2_2^+ \rightarrow 3/2_1^+$		0.0029(6)	0.003		0.0048(29)	0.003
$5/2_2^+ \rightarrow 3/2_2^+$		0.106(16)	0.085		0.109(13)	0.128
$7/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$		0.054(20)	0.025		0.054(20)	0.022

$1/2_1^+$ en ^{187}Ir tiene una importante componente (79%) de $(d_{3/2} \times 2_1^+)^{1/2}$ que está conectada con la componente $(d_{3/2} \times 2_2^+)^{3/2}$ del estado $3/2_1^+$ (1%) por transición M1. Para el resto de los isótopos del Ir con A mayor, la componente fundamental del estado $1/2_1^+$ es $(s_{1/2} \times 0_1^+)^{1/2}$ que no está conectada a las componentes del estado $3/2_1^+$ por transiciones M1.

Aunque en estudios de simetrías dinámicas en IBFA-1 (Ia81b) se concluye que el estado $1/2_1^+$ viene básicamente del orbital $d_{3/2}$, en oposición a nuestros resultados, estudios recientes de reacciones de pick-up (Ci85) muestran que ese estado tiene una gran componente $s_{1/2}$, en concordancia con los cálculos IBFA-2.

Junto a probabilidades de transición reducidas $B(M1)$ hay algunos datos experimentales de momentos magnéticos (Le77, Se73, Ba72, Ma70, Be70, Vi79, Gh84, Br80) que presentamos en la tabla V.8 junto con los valores calculados. De nuevo la concordancia es sólo aceptable en general, excepto para el estado $3/2_2^+$ que es muy pobre. Esto nos confirma lo ya indicado anteriormente, por el análisis de los valores $B(E2)$, que la composición de la función de onda de este estado no es correcta. Los valores experimentales para $\mu(3/2_1^+)$ en $^{191, 193}\text{Ir}$ parecen indicar que estos estados son muy puros $d_{3/2}$, ya que el momento magnético de partícula simple para un protón en un estado $d_{3/2}$ es $\mu_{\pi}^{sp}(d_{3/2})=0.126$ nm. En nuestros cálculos la componente principal del estado $3/2_1^+$ es $(d_{3/2} \times 0_1^+)^{3/2}$ (~90%), en concordancia con lo anterior. El valor teórico

de $\mu(3/2_1^+)$ ligeramente mayor al observado es debido al "quenching" en g_{5n} . Un "quenching" menor mejora la concordancia. Por otra parte, el valor de partícula simple para un protón en un nivel $s_{1/2}$ vale $\mu_n^{sp}(s_{1/2}) = 2.79$ nm. El valor experimental del momento magnético es unas cinco veces menor lo que nos indica que este estado no es puramente $(s_{1/2} \times 0_1^+)^{1/2}$ sino que tiene otras componentes significativas. El valor calculado para $\mu(1/2^+)$ está entre los valores de partícula simple y experimental lo que indica que efectivamente, hay otras componentes importantes en la función de onda además de la $(s_{1/2} \times 0_1^+)^{1/2}$. Sin embargo, parece que el peso de esta componente, aproximadamente un 80 %, es demasiado grande.

Sin lugar a dudas, un ajuste por núcleos de los factores g implicados mejoraría todos estos resultados pero hemos preferido dejar estos cálculos libres de parámetros ajustables.

Hemos calculado también relaciones de mezcla E2/M1 para las que hay cierta información experimental en ^{191,193}Ir (Gh84, Mu84). En la tabla V.9 presentamos los datos experimentales y los resultados teóricos. Nuestro cálculo reproduce correctamente la mayoría de los signos y el orden de magnitud de las (E2/M1) que fueron definidas en el capítulo III, sección 3.

Tabla V.9

Relaciones de mezcla $\delta(E2/M1)$ experimentales y teóricas
 en ^{191}Ir y ^{193}Ir .

Transition	^{191}Ir		^{193}Ir	
	Exp	IBFA-2	Exp	IBFA-2
$5/2_1^+ \rightarrow 3/2_1^+$	-0.401(12)	-1.02	-0.34(1)	-1.01
$7/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$	-0.34(4)	-0.02	-0.34(4)	-0.24
$1/2_1^+ \rightarrow 3/2_1^+$	0.839(17)	2.51	-0.558(5)	1.53
$3/2_2^+ \rightarrow 3/2_1^+$	-0.75(3)	-0.68	-0.48(2)	-0.82

3.2. Estados de paridad negativa.

Además de información experimental de propiedades electromagnéticas para los estados de paridad positiva del Ir, hay algún dato experimental para estados de paridad negativa en $^{187,191}\text{Ir}$. En la tabla V.10 presentamos estos datos experimentales (An75, Ba70) y los resultados IBFA-2. En este caso $\langle r^2 \rangle$ para $N=5$ ($h_{44/2}$) toma un valor $\langle r^2 \rangle 0.33b$. Como vemos la concordancia entre nuestros resultados y los datos experimentales es muy buena. Es interesante hacer notar que la composición de las funciones de onda de los estados $7/2_1^-$ y $11/2_1^-$ en ^{191}Ir es principalmente $(11/2_1^- \times 2_1^+)$ en un 58% y $(11/2_2^- \times 2_2^+)$ en un 32% para el estado $7/2_1^-$ y $(11/2_2^- \times 0_1^+)$ en un 54% y $(11/2_1^- \times 2_1^+)$ en un 40% para el estado $11/2_1^-$. Esta composición, que representa una situación más compleja que varias discutidas en la literatura (Ba70) conduce sin embargo a buena concordancia entre los valores $B(E2; 7/2_1^- \rightarrow 11/2_1^-)$ teórico y experimental.

4. Resumen.

En este capítulo hemos presentado un estudio amplio de la región nuclear en torno a $A=190$ con IBFA-2. Nuestro modelo parece dar cuenta de las características fundamentales de los núcleos en esta zona nuclear, dando cuenta de la transición $0(6)$ más partícula a $SU(3)$ más partícula, aunque se han visto discrepancias con los datos experimentales en el estudio de las propiedades

Tabla V.10

Propiedades electromagnéticas de la banda de paridad negativa ($1h_{11/2}$) en los isótopos ^{187}Ir y ^{191}Ir .

Nucleus	Property	Exp	IBFA-2
^{187}Ir	$B(E2;15/2_1 \rightarrow 11/2_1)$	$1.7^{+\infty}$	0.4
	$B(E2;15/2_1 \rightarrow 13/2_1)$	-1.4	
	$B(E2;17/2_1 \rightarrow 13/2_1)$	$0.8^{+0.2}$	0.6
	$B(E2;17/2_1 \rightarrow 15/2_1)$	-0.6	
	$B(E2;15/2_2 \rightarrow 11/2_1)$	<0.1	0.09
	$B(E2;15/2_2 \rightarrow 13/2_1)$		
	$\delta(E2/M1)(9/2_1 \rightarrow 11/2_1)$	$-0.4 < \delta < -0.15$	-0.182
	$\delta(E2/M1)(13/2_1 \rightarrow 11/2_1)$	0.25-0.40	0.323
	$\delta(E2/M1)(17/2_1 \rightarrow 15/2_1)$	0.15-0.25	0.256
	$\delta(E2/M1)(15/2_2 \rightarrow 13/2_1)$	$\delta > 0.28$	0.735
	$\delta(E2/M1)(15/2_1 \rightarrow 13/2_1)$	0.0-0.25	0.203
^{191}Ir	$B(E2;7/2_1 \rightarrow 11/2_1)$	$0.37 \pm 0.04 e^2 \cdot b^2$	$0.405 e^2 \cdot b^2$
	$\mu(11/2_1)$	$3.27 \pm 0.12 \mu_N$	$6.68 \mu_N$
		$6.026 \pm 0.036 \mu_N$	
	$\delta(E2/M1)(17/2_1 \rightarrow 15/2_1)$	0.10-0.30	0.486
	$\delta(E2/M1)(9/2_1 \rightarrow 7/2_1)$	0.20-0.50	0.045
	$\delta(E2/M1)(11/2_2 \rightarrow 9/2_1)$	0.2-0.5	0.15
	$\delta(E2/M1)(21/2_1 \rightarrow 19/2_1)$	$ \delta < 0.05$	0.592

electromagnéticas. Parece ser que la fuente fundamental de las diferencias observadas entre teoría y experimento provienen de una descripción incompleta de los núcleos core par-par. La incorporación de mezcla de configuraciones a la descripción del core debe dar lugar a una mejora sustancial de los resultados IBFA-2. Por otra parte, la equivalencia y mejora, en varios casos en los que el espacio de partícula simple está formado por una única órbita, de los resultados IBFA-1, indica que la interacción fermión-core propuesta (ecs.III.18-21) contiene todos los ingredientes necesarios para la descripción de los núcleos par-impar. Por último, comentar que con base en los resultados obtenidos en la subsección 2.1.1 la inclusión de un término de mezcla en el Hamiltoniano, en este caso entre las bandas $1h_{11/2}$ y $1h_{9/2}$, puede ser conveniente.

VI. LA ZONA NUCLEAR EN TORNO a A=100.

1. Introducción.

La zona nuclear en torno a A=100, en la que se encuentran los isótopos de ${}_{46}\text{Pd}$ - ${}_{45}\text{Rh}$ - ${}_{44}\text{Ru}$ - ${}_{43}\text{Tc}$, ha sido recientemente objeto de múltiples estudios tanto experimentales como teóricos, debido a la evidencia de que el carácter transicional de estos núcleos es una función muy fuerte del número de protones. En esta región los núcleos presentan una competencia entre características colectivas y de partícula simple, y unos pocos nucleones marcan la diferencia entre carácter esférico y deformado. En la mitad de la capa N=50-82 se pueden dar en principio los diferentes tipos de deformación: prolata, oblata o triaxial, ya que ninguno de ellos está favorecido energéticamente sobre los otros. Federman y Pittel (Fe79) han sugerido que en esta región nuclear se da una fuerte interacción de isospin entre el nivel $1g_{7/2}$ de neutrones, que se está llenando, y el orbital $1g_{9/2}$ de protones. Como consecuencia de ello aparece una zona de deformación estable alrededor de N=60.

La forma nuclear está dominada por la competición de dos efectos, por una parte la interacción de "pairing", que favorece la solución esférica, y por otro la interacción isoscalar n-p, que favorece la deformación. Para que un núcleo sea deformado este segundo efecto debe ser dominante sobre el primero. Para núcleos medios, como es el caso que vamos a tratar en este capítulo, los efectos de capas son

muy importantes, limitando el número de nucleones activos. Sólo se puede dar la solución deformada cuando las órbitas activas de protones y neutrones tengan buen solapamiento espacial. Este es el caso de los núcleos que vamos a estudiar, en los que no se daría una deformación estable a no ser por el hecho del llenado simultáneo de los orbitales $\nu 1g_{7/2}$ y $\pi 1g_{9/2}$.

El estudio detallado de esta región nuclear es interesante debido a la gran variedad de excitaciones nucleares que se dan en los espectros observados en estos núcleos transicionales, lo que proporciona un buen test a cualquier modelo nuclear.

Desde el punto de vista algebraico, los isótopos par-par de Pd y Ru presentan una transición entre los límites $O(6)$ y $SU(3)$ (Is80, St82). Esta transición se pone de manifiesto claramente en tres puntos:

i) La razón $E_{4_1^+} / E_{2_1^+}$, que pasa del valor 2 correspondiente a un vibrador armónico al valor 2.5 para el límite $O(6)$.

ii) El comportamiento de la $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, presentado en la figura 1, que muestra una transición entre los límites mencionados.

iii) La razón $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+) / B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$, que está prohibida en el límite $SU(5)$ pero no en el $O(6)$ y cuyo comportamiento experimental vemos en la figura 2 para Pd y Ru.

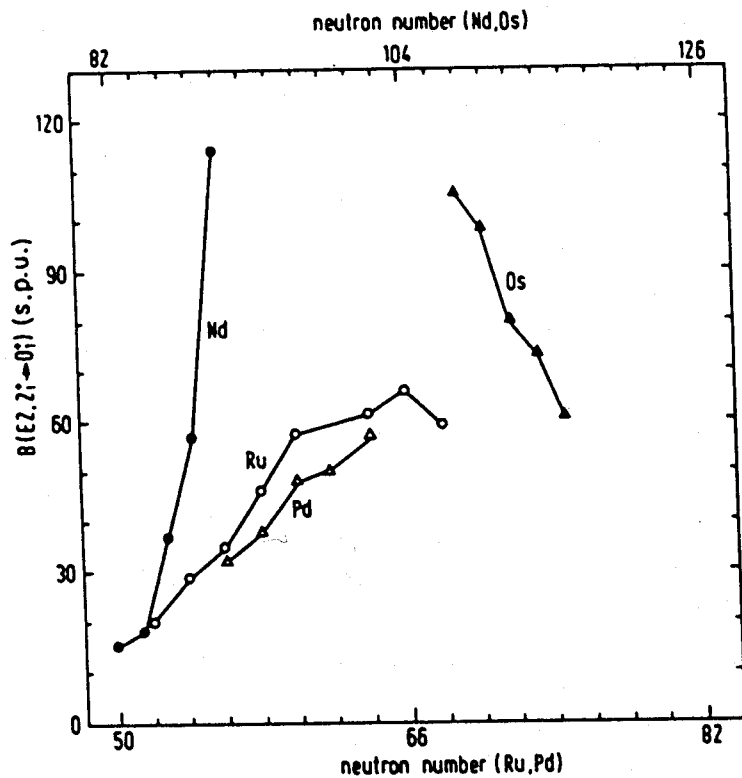


Figura 1. Sistematica de los valores $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ en los isótopos par-par de Pd, Ru, Nd y Os.

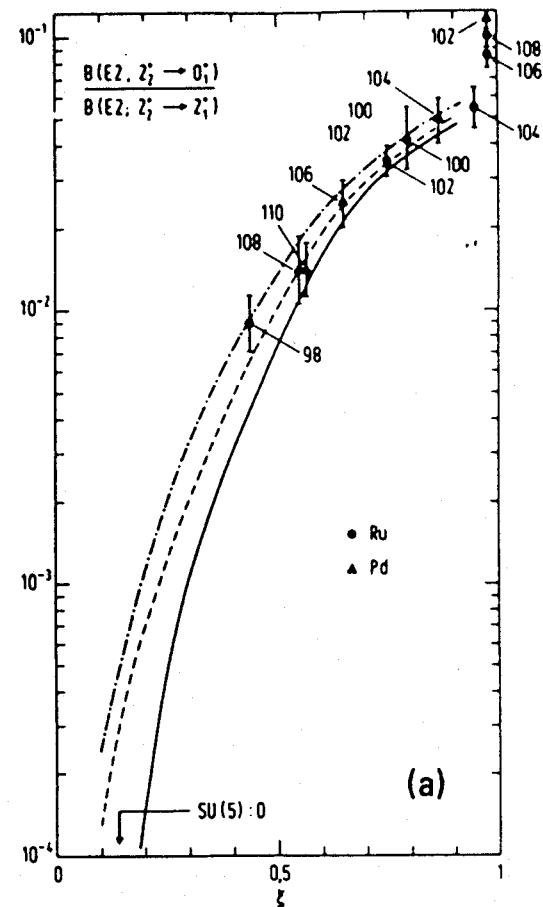


Figura 2. Comportamiento del cociente $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+) / B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ para los isótopos par-par de Pd y Ru. Para ver el significado de ξ ver la referencia [St82].

Los estudios sistemáticos de los isótopos de A impar con IBFA-1 en este entorno son escasos, reduciéndose a uno de los estados de paridad positiva del Tc (Ge83) y del Rh (Bu85, Jo85). En este capítulo nos proponemos estudiar esta región nuclear de una forma global, incluyendo isótopos impares en protones ($_{43}\text{Tc}$, $_{45}\text{Rh}$) e isótopos impares en neutrones ($_{44}\text{Ru}$, $_{46}\text{Pd}$). En la sección 2 presentamos los resultados para niveles energéticos, dedicando la subsección 2.1 al estudio de los estados de paridad negativa y la subsección 2.2 al estudio de los estados de paridad positiva. En la sección 3 mostramos los resultados para varias propiedades electromagnéticas y, por último, resumimos los resultados de este capítulo en la sección 4.

2. Niveles energéticos.

Para el estudio de los isótopos de A-impar del Pd y del Rh, los núcleos core par-par son los del $_{46}\text{Pd}$ y para el caso del Ru y Tc son los del $_{44}\text{Ru}$, suponiendo que no consideramos el 40 como número mágico. Los isótopos par-par del Pd y Ru han sido estudiados detalladamente con IBA-2 (Is80) y en la tabla VI.1 presentamos los parámetros IBA-2 tomados de ese estudio. Hemos de hacer notar que, debido a que estamos interesados en un estudio sistemático de esta zona nuclear, no hemos hecho ningún intento de retocar estos parámetros, a pesar de que la descripción de algunos estados no es del todo satisfactoria. Por tanto, la descripción detallada de

Tabla VI.1

Parámetros empleados en la descripción IBA-2 de los núcleos core par-par de Pd y Ru [Is80] .

	A	N	ϵ	κ	χ_{π}	χ_{ν}	C_0	C_2	C_4	n_{ν}	n_{π}
^{46}Pd	100	54	0.927	-0.275	0.2	-0.80	0.30	0.10	-0.30	2	2
	102	56	0.927	-0.257	0.2	-1.00	0.30	0.10	-0.20	3	2
	104	58	0.927	-0.251	0.2	-1.00	0.20	0.00	-0.05	4	2
	106	60	0.927	-0.219	0.2	-1.00	-0.20	-0.15	0.00	5	2
^{44}Ru	98	54	0.930	0.200	0.4	-0.80	0.30	0.10	-0.30	2	3
	100	56	0.890	-0.180	0.4	-1.00	0.30	0.10	-0.20	3	3
	102	58	0.870	-0.170	0.4	-1.00	0.20	0.00	-0.05	4	3
	104	60	0.780	-0.160	0.4	-1.00	-0.20	-0.15	0.00	5	3

un isótopo en concreto pasaría por un ajuste más detallado del core par-par. Los núcleos que nos interesan tienen $Z=43-46$ y $N>50$ por lo que los niveles de partícula simple implicados en este estudio son los que forman la capa 20-50 para protones: $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$ y $1g_{9/2}$, y los que forman la capa 50-82 para neutrones: $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$, $1h_{11/2}$ y $2d_{3/2}$. Ya comentaremos más adelante una posible ampliación del espacio de partícula simple. La elección de niveles esféricos de partícula simple es complicada en esta zona y en la bibliografía se han utilizado diversas opciones. Nosotros hemos elegido la secuencia de niveles de partícula simple propuestos por Reental y Sorensen (Re70b) que parecen dar cuenta de la sistemática de los distintos estados de cuasipartícula. En la figura 3 presentamos esta secuencia de niveles donde hemos incluido la órbita $2d_{5/2}$ para protones, que hemos situado 4 MeV por encima de la $1g_{9/2}$, y las órbitas $2f_{7/2}$ y $1h_{9/2}$ para neutrones situadas a 3 MeV y 3.12 MeV por encima de $2d_{3/2}$, respectivamente. Las tablas VI.2 y VI.3 muestran los resultados de un cálculo BCS, descrito en el capítulo III, para la obtención de probabilidades de ocupación y energías de partícula simple en presencia de N pares de las distintas órbitas para Pd-Ru y Rh-Tc. Empezamos estudiando los estados de paridad negativa.

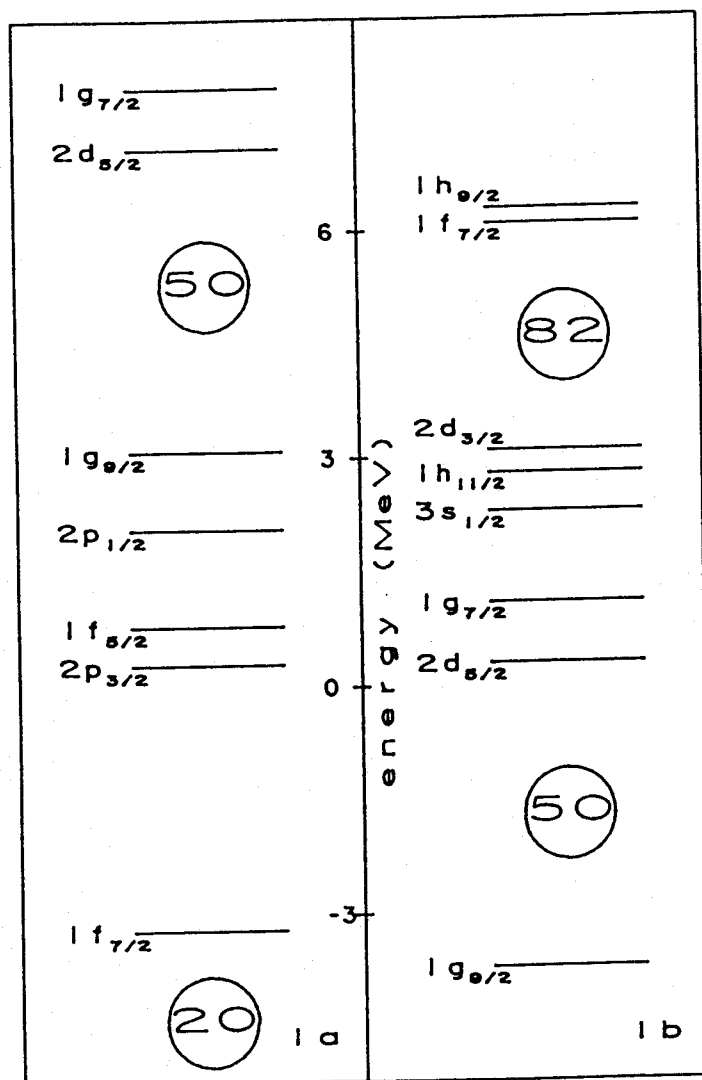


Figura 3. Niveles de partícula simple para $A \approx 100$; 1a) para protones y 1b) para neutrones.

Tabla VI.2

Energías de cuasipartícula y probabilidades de ocupación de las diferentes órbitas monoparticulares para los isótopos par-impar del Pd y Ru calculados con la aproximación BCS.

A		$1g_{9/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{3/2}$	$2f_{7/2}$	$1h_{9/2}$		
^{46}Pd	101	v_j^2	0.978	0.447	0.194	0.064	0.045	0.037	0.010	0.010	
		E_j	4.054	1.201	1.511	2.438	2.884	3.160	6.045	6.143	
	103	v_j^2	0.982	0.604	0.290	0.086	0.057	0.046	0.011	0.011	
		E_j	4.413	1.209	1.303	2.111	2.540	2.809	5.673	5.771	
	105	v_j^2	0.984	0.722	0.408	0.114	0.073	0.058	0.012	0.012	
		E_j	4.729	1.308	1.191	1.839	2.247	2.508	5.348	5.446	
	107	v_j^2	0.987	0.805	0.541	0.155	0.095	0.073	0.013	0.013	
		E_j	5.031	1.465	1.164	1.602	1.980	2.230	5.040	5.138	
	^{44}Ru	99	v_j^2	0.977	0.445	0.194	0.065	0.045	0.038	0.010	0.010
			E_j	4.051	1.213	1.525	2.450	2.896	3.171	6.054	6.152
		101	v_j^2	0.981	0.601	0.290	0.087	0.058	0.047	0.011	0.011
			E_j	4.412	1.219	1.316	2.121	2.549	2.818	5.680	5.777
103		v_j^2	0.984	0.720	0.408	0.116	0.074	0.059	0.012	0.012	
		E_j	4.729	1.316	1.203	1.849	2.256	2.516	5.353	5.451	
105		v_j^2	0.986	0.803	0.540	0.157	0.096	0.074	0.014	0.013	
		E_j	5.031	1.473	1.175	1.611	1.988	2.238	5.045	5.142	

Tabla VI.2

Energías de cuasipartícula y probabilidades de ocupación de las diferentes órbitas monoparticulares para los isótopos par-impar del Pd y Ru calculados con la aproximación BCS.

A		$1g_{9/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{3/2}$	$2f_{7/2}$	$1h_{9/2}$		
^{46}Pd	101	v_j^2	0.978	0.447	0.194	0.064	0.045	0.037	0.010		
		E_j	4.054	1.201	1.511	2.438	2.884	3.160	6.045	6.143	
	103	v_j^2	0.982	0.604	0.290	0.086	0.057	0.046	0.011	0.011	
		E_j	4.413	1.209	1.303	2.111	2.540	2.809	5.673	5.771	
	105	v_j^2	0.984	0.722	0.408	0.114	0.073	0.058	0.012	0.012	
		E_j	4.729	1.308	1.191	1.839	2.247	2.508	5.348	5.446	
	107	v_j^2	0.987	0.805	0.541	0.155	0.095	0.073	0.013	0.013	
		E_j	5.031	1.465	1.164	1.602	1.980	2.230	5.040	5.138	
	^{44}Ru	99	v_j^2	0.977	0.445	0.194	0.065	0.045	0.038	0.010	0.010
			E_j	4.051	1.213	1.525	2.450	2.896	3.171	6.054	6.152
		101	v_j^2	0.981	0.601	0.290	0.087	0.058	0.047	0.011	0.011
			E_j	4.412	1.219	1.316	2.121	2.549	2.818	5.680	5.777
103		v_j^2	0.984	0.720	0.408	0.116	0.074	0.059	0.012	0.012	
		E_j	4.729	1.316	1.203	1.849	2.256	2.516	5.353	5.451	
105		v_j^2	0.986	0.803	0.540	0.157	0.096	0.074	0.014	0.013	
		E_j	5.031	1.473	1.175	1.611	1.988	2.238	5.045	5.142	

Tabla VI.3

Energías de cuasipartícula y probabilidades de ocupación de las diferentes órbitas monoparticulares para los isótopos par-impar del Rh y Tc calculados con la aproximación BCS.

A		$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	$1f_{5/2}$	$2p_{1/2}$	$1g_{9/2}$	$2d_{5/2}$	$1g_{7/2}$		
^{45}Rh	99	v_j^2	0.991	0.963	0.948	0.843	0.557	0.023	0.016	
		E_j	6.549	3.175	2.719	1.658	1.214	4.047	4.816	
	101	v_j^2	0.992	0.963	0.949	0.844	0.556	0.022	0.016	
		E_j	6.545	3.168	2.712	1.647	1.202	4.046	4.816	
	103	v_j^2	0.992	0.964	0.950	0.846	0.555	0.022	0.015	
		E_j	6.540	3.161	2.704	1.637	1.190	4.045	4.815	
	105	v_j^2	0.992	0.964	0.950	0.847	0.555	0.021	0.015	
		E_j	6.535	3.155	2.697	1.627	1.178	4.044	4.815	
	^{43}Tc	97	v_j^2	0.990	0.951	0.929	0.759	0.395	0.019	0.014
			E_j	6.159	2.815	2.374	1.424	1.246	4.433	5.207
		99	v_j^2	0.990	0.952	0.930	0.761	0.394	0.019	0.014
			E_j	6.156	2.809	2.367	1.414	1.234	4.430	5.204
101		v_j^2	0.991	0.952	0.931	0.763	0.392	0.019	0.013	
		E_j	6.154	2.804	2.361	1.403	1.223	4.427	5.202	
103		v_j^2	0.991	0.953	0.932	0.764	0.391	0.018	0.013	
		E_j	6.152	2.799	2.355	1.393	1.211	4.424	5.199	

2.1 Estados de paridad negativa.

Aunque la información experimental para estados de paridad negativa en los isótopos impares de neutrones de Pd (Si74, Ha76, Ri77, K176) y Ru (Wh83, Ma81, K182) no es mucha, si es suficiente para hacer un primer test a cualquier modelo, debido a la presencia de los estados $7/2^-$ y $3/2^-$ a energías de excitación muy diferentes a las de los estados $15/2^-$ y $19/2^-$. Para la descripción de estos estados de paridad negativa, el espacio de partícula simple se reduce, en primera aproximación, a un único orbital $\nu 1h_{11/2}$ en la capa 50-82. Los resultados obtenidos en este caso concuerdan cualitativamente con los datos experimentales. No obstante, y al igual que ocurría en el caso de los isótopos de Xe (capítulo IV), la posición del estado $J^P = 7/2^-_1$ se calcula a una energía de excitación demasiado alta. Para corregir este hecho incluimos en el espacio de nuestro modelo las órbitas monoparticulares $2f_{7/2}$ y $1h_{9/2}$. La fuerte interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre las órbitas $1h_{11/2}$ y $2f_{7/2}$ reduce drásticamente la energía de excitación del estado $7/2^-$, llevando a una buena concordancia con los datos experimentales. Para mejorar este acuerdo tuvimos que aumentar la probabilidad de ocupación del nivel $1h_{11/2}$, utilizando los valores listados en la tabla VI.2 aumentados en 0.1. Este resultado nos indica que el nivel de partícula simple $1h_{11/2}$ debe estar situado más bajo en energía de excitación relativa al $2d_{5/2}$ de lo que obtienen Reenhal y Sorensen e incluso quizás por debajo del orbital $3s_{1/2}$.

Tabla VI.4

Parámetros en la interacción bosón-fermión utilizados en los cálculos de este capítulo.

	ρ	parity	Γ_{ρ}	Λ_{ρ}	A_{ρ}	orbits
^{43}Tc	π	+	1.0	1.6	-0.2	$1g_{9/2}, 2d_{5/2}$
^{43}Tc	π	-	1.2	1.2	-0.5	$1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}$
^{44}Ru	ν	+	0.8	0.9	-0.1	$1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 3s_{1/2}, 2d_{3/2}$
^{44}Ru	ν	-	1.5	2.3	-0.5	$1h_{11/2}, 2f_{7/2}, 1h_{9/2}$ *
^{45}Rh	π	+	1.0	1.4	-0.3	$1g_{9/2}, 2d_{5/2}$
^{45}Rh	π	-	1.2	1.2	-0.5	$1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}$
^{46}Pd	ν	+	1.1	0.8	-0.2	$1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 3s_{1/2}, 2d_{3/2}$
^{46}Pd	ν	-	2.2	2.3	-0.5	$1h_{11/2}, 2f_{7/2}, 1h_{9/2}$ *

* Estos cálculos se realizaron aumentando la probabilidad de ocupación de la órbita de partícula simple $1h_{11/2}$ en 0.1 con respecto al cálculo BCS que se presenta en la Tabla VI.2, como se explica en el texto.

En las figuras 4 y 5 presentamos los resultados IBFA-2 para los estados de paridad negativa del Pd y Ru. Como se observa, la concordancia entre teoría y experimento es buena para los estados conocidos, aunque sería deseable un estudio experimental más detallado de estas bandas para hacer una prueba más concluyente a los distintos modelos nucleares. Los parámetros utilizados en estos cálculos están compilados en la tabla VI.4 junto a todos los usados en este capítulo y se mantuvieron constantes a lo largo de la cadena de isótopos.

Junto a los estados de paridad negativa de los isótopos del Ru-Pd, impares en neutrones, que presentan unas características parecidas, hemos estudiado los estados de paridad negativa de los isótopos del Tc-Rh, impares en protones. Para la descripción de estos estados, el espacio de partícula simple está compuesto por cuatro niveles monoparticulares en la capa 20-50: $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$ y $2p_{1/2}$.

En las figuras 6 y 7 mostramos los resultados obtenidos en este caso. Vemos como el modelo IBFA-2 reproduce fielmente la estructura de dobletes observada experimentalmente (Ka82, Ch82, Ka83b, Fl83) en los isótopos del Rh, y en particular, la energía de excitación prácticamente constante del primer doblete $3/2^- - 5/2^-$ para los isótopos más pesados. Una ojeada a la figura 7 nos permite darnos cuenta de la influencia crucial en la estructura nuclear, en esta zona de la tabla periódica, de una pareja de protones menos. Como es el caso del Tc con

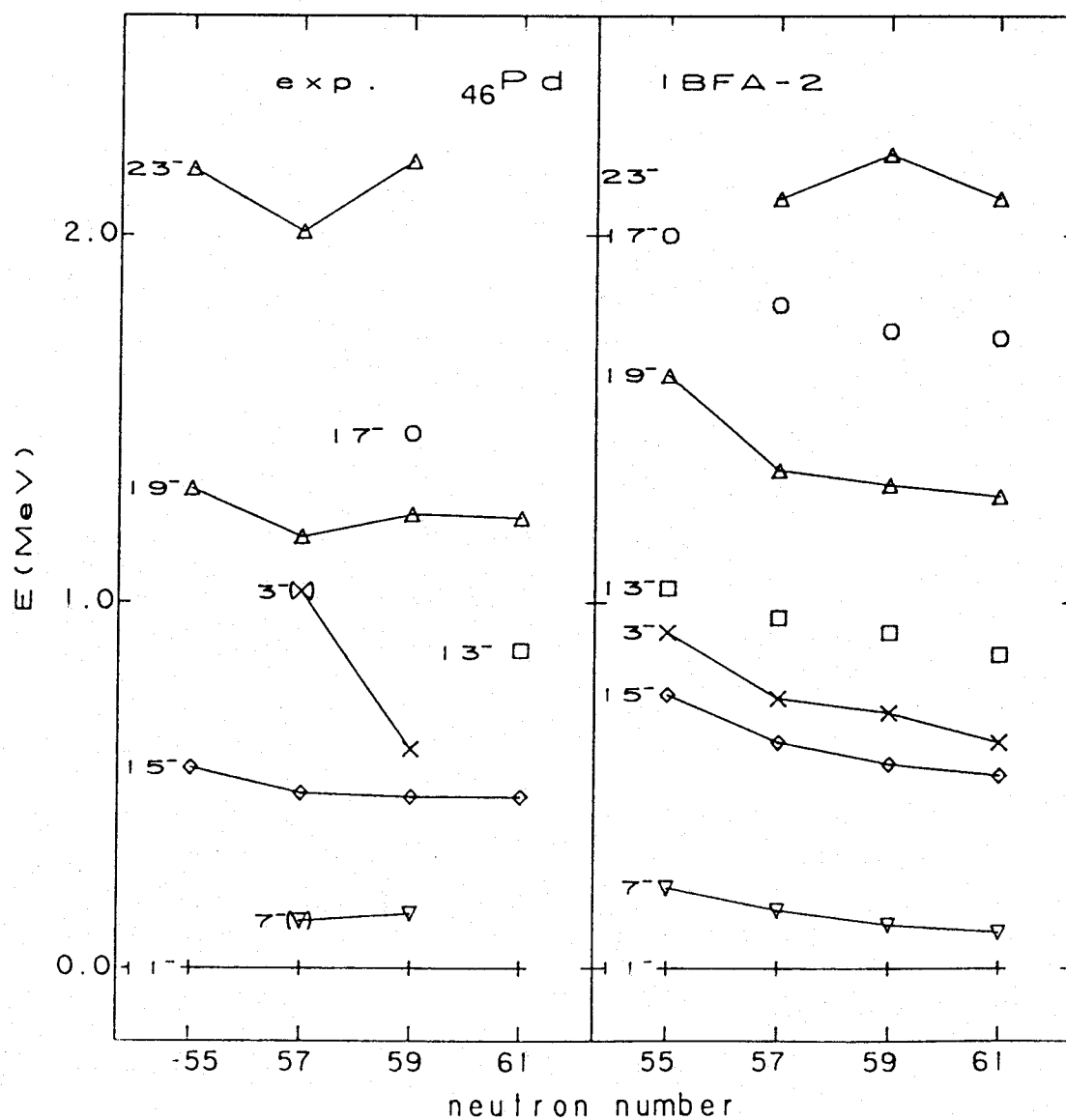


Figura 4. Comparación entre la información experimental y los resultados teóricos para los estados de paridad negativa del ^{46}Pd .

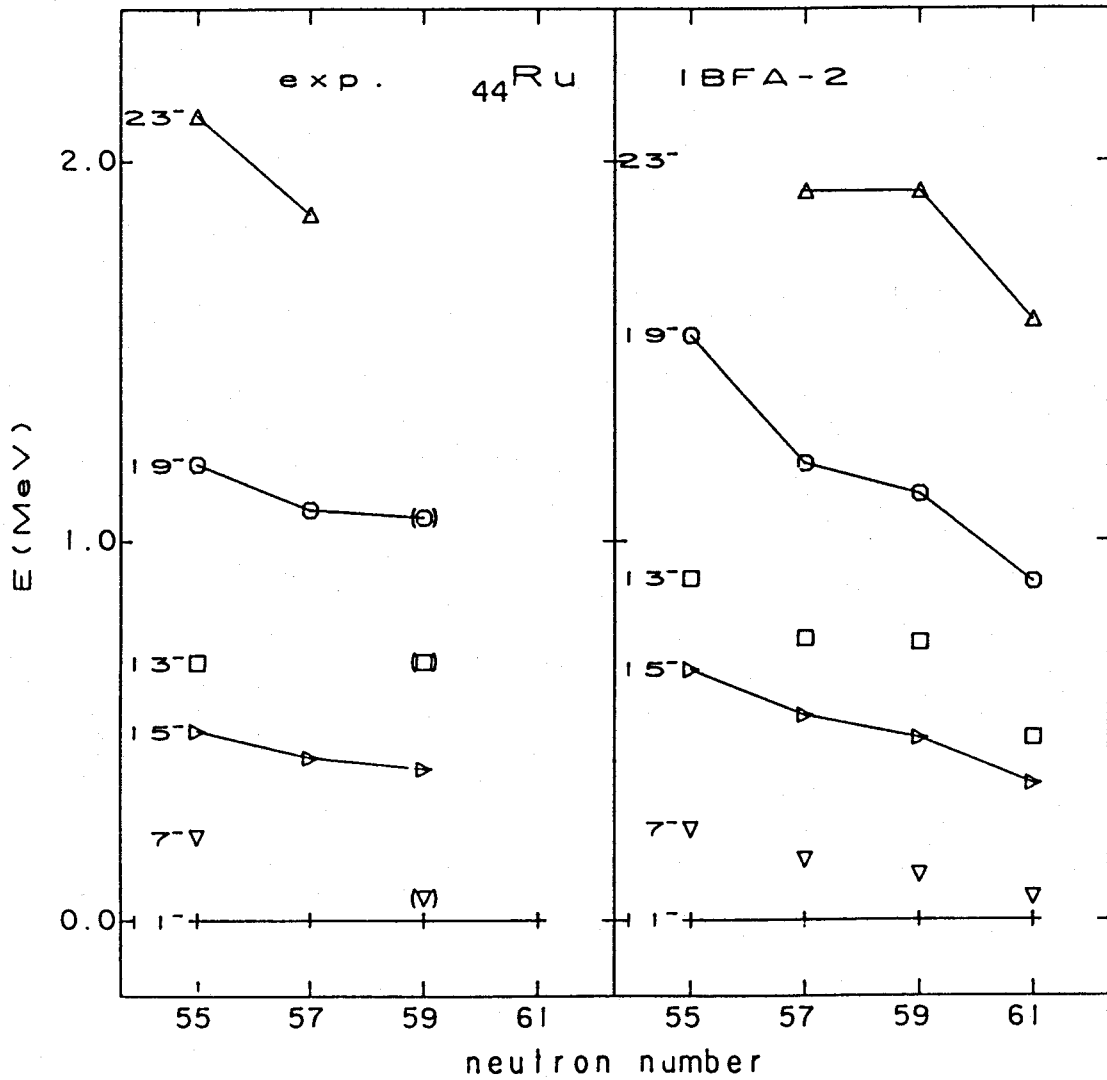


Figura 5. Sistemática experimental y teórica en los estados de paridad negativa del ^{44}Ru .

respecto al Rh, ahora los estados $3/2^-$ - $5/2^-$ caen abruptamente (Ka85, Ge83, F181, F182, Sv76, Ka82b, Ka82c, Ze84, Hi83, La80) hacia el estado fundamental al aumentar A, llegando a ser el estado $3/2^-$ el fundamental para A=103. Es importante ver como el modelo IBFA-2 reproduce de un modo conjunto el comportamiento sistemático de los niveles más bajos en ambos casos, a pesar de las diferencias drásticas que se presentan entre las dos cadenas de isótopos. En el caso del Rh y Tc las probabilidades de ocupación y las energías de cuasipartícula de las diferentes órbitas se mantienen prácticamente constantes para cada cadena de isótopos, por lo que el cambio en el comportamiento de la sistemática de los niveles de energía viene dictado, básicamente, por los cambios en la estructura de los núcleos core par-par.

La comparación entre las figuras 6 y 7 nos proporciona una evidencia más de que los ingredientes básicos de la interacción fermión-core están recogidos en nuestra V_{BF} (ec. III.18), y en concreto, que la interacción cuadrupolo-cuadrupolo se da fundamentalmente entre el protón impar y los neutrones en el núcleo core par-par. Por otra parte, las diferencias entre el comportamiento nuclear reflejado en las figuras 4,6 y 5,7 son claras y nos proporcionan un ejemplo más de que el grado de libertad protón-neutrón juega un papel importante en el estudio de la estructura nuclear en núcleos par-impar. Los parámetros utilizados para estudiar los estados de paridad negativa en Rh y Tc están recogidos en la tabla VI.4.

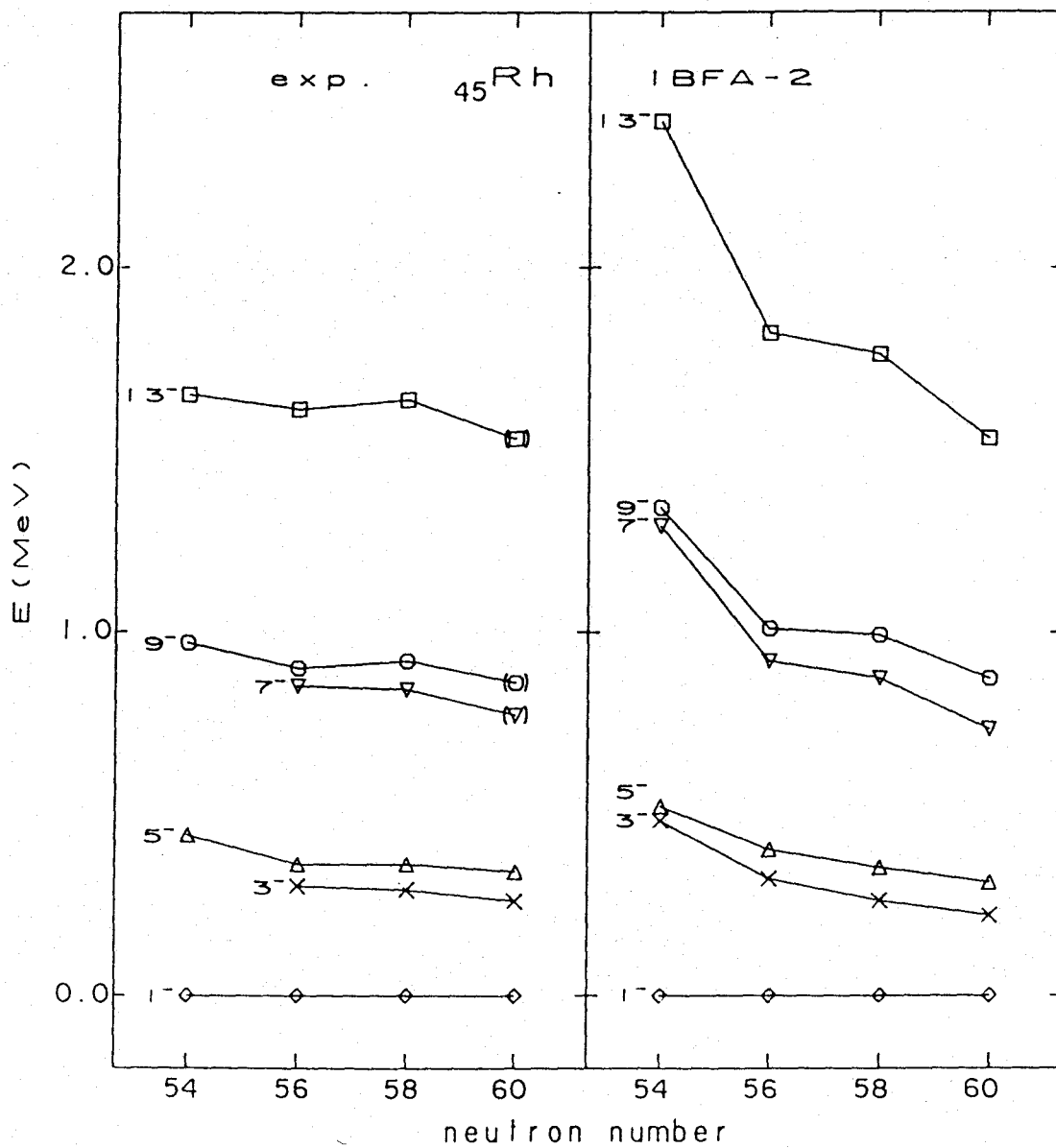


Figura 6. Comparación entre la información experimental y los resultados teóricos para los estados de paridad negativa del ^{45}Rh .

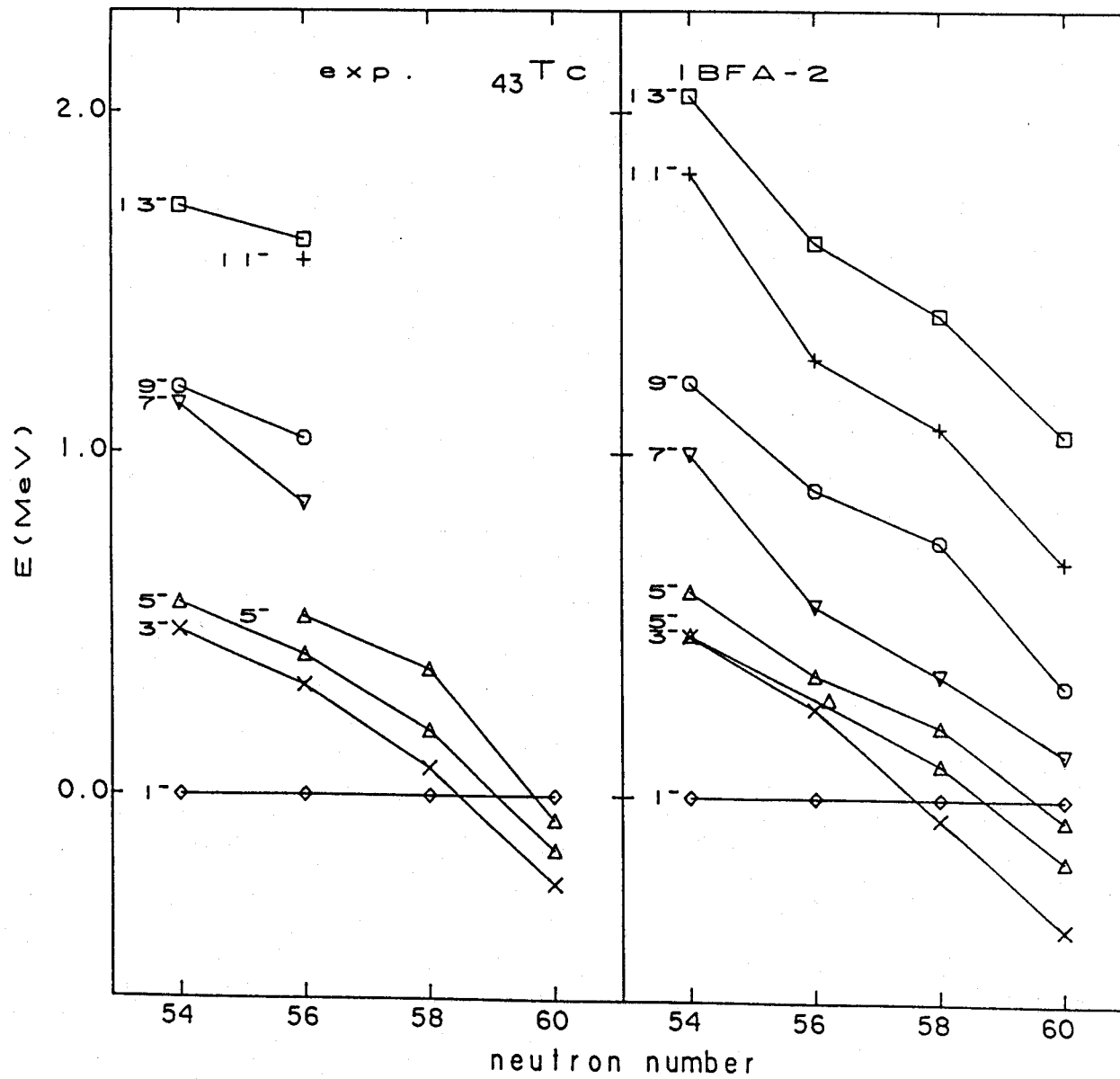


Figura 7. Sistemática experimental y teórica en los estados de paridad negativa del ^{43}Tc .

2.2 Los estados de paridad positiva.

La información experimental existente para los estados de paridad positiva en los isótopos del Ru-Pd es más abundante que para los estados de paridad negativa y nos permitirá hacer una prueba más rigurosa al modelo IBFA-2. En este caso el espacio de partícula simple está compuesto, en principio, de los cuatro niveles monoparticulares de paridad positiva en la capa 50-82: $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$ y $2d_{3/2}$, sin embargo, discutiremos la posible inclusión del nivel monoparticular $1g_{9/2}$.

Una de las características más notables de los espectros de los isótopos, impares en neutrones, del Pd, y en menor medida del Ru, es la aparición en los isótopos más ligeros de tres bandas desacopladas, dos de paridad positiva, con cabezas de banda en los estados monoparticulares $5/2^+$ y $7/2^+$ y una de paridad negativa con cabeza de banda en el estado $11/2^-$ que ya discutimos en la subsección anterior. Estas bandas se pueden identificar fácilmente con los grandes valores de las $B(E2)$ entre los miembros de una banda y mucho más pequeños (unos dos órdenes de magnitud) entre miembros de bandas diferentes. El hecho más notable en los isótopos del Pd es el cambio que se produce en la banda con cabecera en el estado $5/2^+$ a medida que aumenta N. Esta banda tiene carácter $\Delta I=2$ en ^{104}Pd y pasa a tener carácter $\Delta I=1$ en ^{105}Pd . Ya que los cores par-par ^{100}Pd y ^{104}Pd no muestran diferencias importantes,

la descripción de este efecto constituye una prueba importante a un modelo nuclear. En la figura 8 presentamos la secuencia de niveles de paridad positiva (Le77, So75, Ri77, K176, Si74) en los isótopos del Pd, separados en dos bandas, una con cabeza en $5/2^+$ y otra en $7/2^+$. Vemos como los resultados en IBFA-2 dan cuenta de la sistemática correctamente. Sin embargo, para poder reproducir el estado fundamental, que en todos los casos es $5/2^+$, es necesario incluir en el espacio de partícula simple el nivel monoparticular $1g_{9/2}$. La fuerte interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre las órbitas $2d_{5/2}$ y $1g_{9/2}$ hace posible reproducir correctamente el estado fundamental, aunque la distancia relativa entre las dos cabezas de banda se calcula demasiado pequeña. En la tabla VI.5 mostramos estas distancias relativas experimental y teórica y el efecto de incluir el orbital $1g_{9/2}$. Nótese que en la figura 8 hemos fijado el estado $7/2^+$ teórico al experimental, para poder hacer una comparación más clara de la banda $7/2^+$. Es probable que para reproducir correctamente la distancia relativa entre las cabezas de banda sea importante la mezcla de las bandas normales con una banda intrusa (sobre todo en esta zona en la que los protones están completando una capa y los neutrones empezando a llenar la siguiente). Esta última banda se calcularía de un modo análogo a como lo hicimos en el capítulo IV en el caso de la banda intrusa $1g_{9/2}$ en los isótopos del Cs. En el caso del Pd, la configuración intrusa no estaría tan baja en energía como en el caso del Cs, pero su mezcla con las bandas normales puede no ser despreciable y quizás necesaria para reproducir la

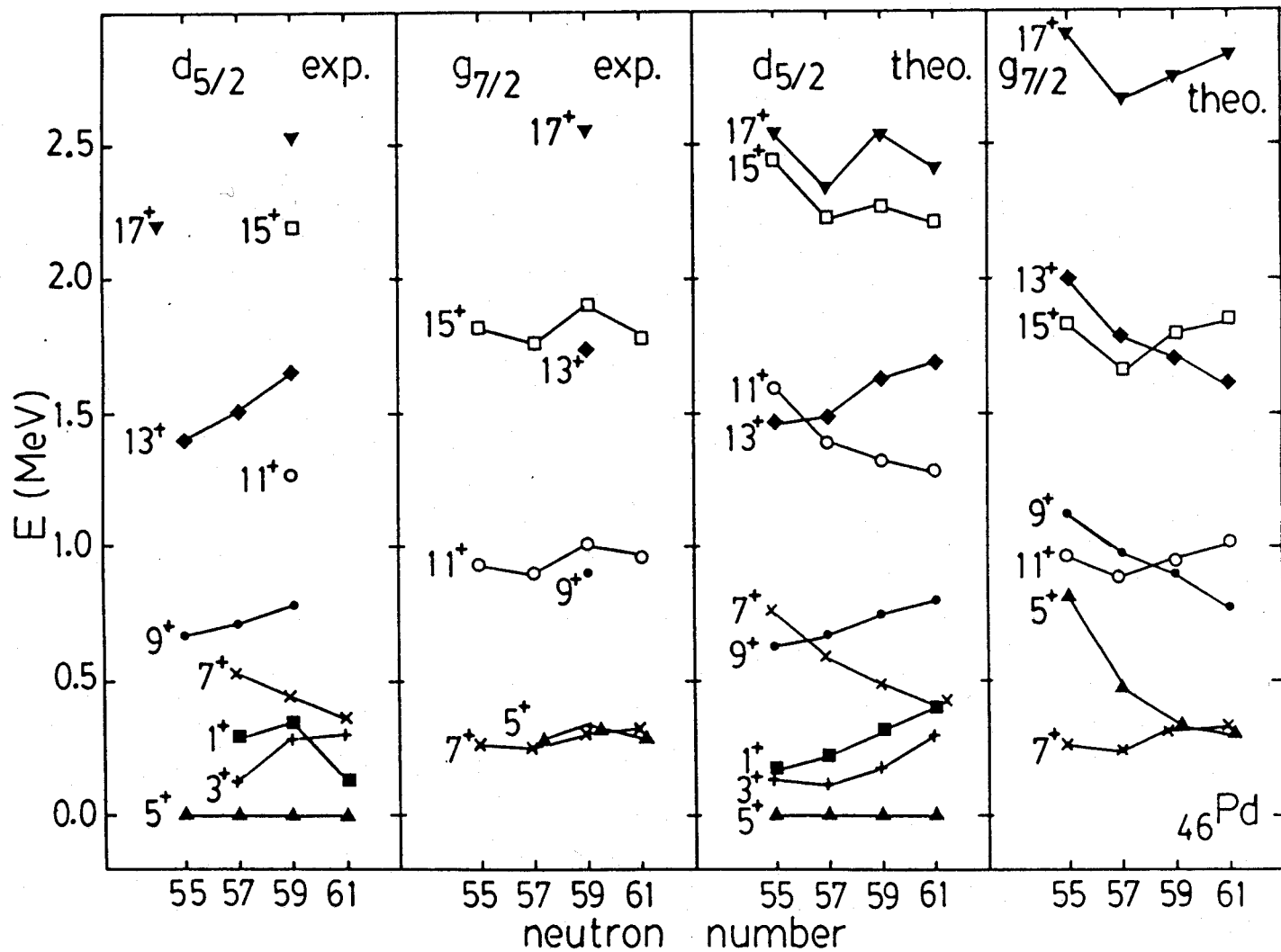


Figura 8. Comparación entre las sistemáticas experimental y teórica para los estados de paridad positiva en los isótopos par-impar del ${}_{46}\text{Pd}$. Hemos separado el espectro en dos bandas, como se observa experimentalmente, una con base en el estado $5/2^+$ y otra con base en el estado $7/2^+$. El estado $7/2^+$ se ha fijado a la energía de excitación experimental, como se explica en el texto.

Tabla VI.5

Diferencias de energía experimental y teórica entre las bases de las bandas $d_{5/2}$ y $g_{7/2}$ en los isótopos de ^{46}Pd y ^{44}Ru . Mostramos el efecto de incluir en el espacio del modelo el orbital $1g_{9/2}$.

		N =				
		55	57	59	61	
^{46}Pd	$E(7/2_1) - E(5/2_1)$ (keV)	exp.	261.	244.	306.	313.
		theo.	1.0 -135.	50. -95.	131. -6.	167. 13.
^{44}Ru	$E(7/2_1) - E(5/2_1)$ (keV)	exp.	341.	307.	216.	228.
		theo.	102. 19.	120. 18.	103. 77.	154. 145.

a) incluyendo el nivel de partícula simple $1g_{9/2}$ en el espacio del modelo.

b) sin incluir la órbita monoparticular $1g_{9/2}$ en el espacio del modelo.

diferencia $E(7/2_1^+) - E(5/2_1^+)$. Volviendo a la figura 8, vemos como la bajada del nivel $7/2_2^+$, correspondiente a la banda $5/2^+$, es bien reproducida por las cálculos, dando una primera indicación, confirmada posteriormente por el estudio de las propiedades electromagnéticas, de que nuestro modelo da cuenta del cambio en carácter de la banda $5/2^+$ pasando de una secuencia $\Delta I=2$ para el isótopo más ligero a una secuencia $\Delta I=1$ para el ^{105}Pd . Los parámetros empleados en estos cálculos se presentan en la tabla VI.4.

En la figura 9 mostramos los espectros experimentales (Wh83, Ma81, Kl82, Ka83c) y teóricos para las bandas de paridad positiva en los isótopos del Ru, en los que de nuevo aparecen dos bandas bien diferenciadas: una con cabecera en el estado $5/2^+$ y otra en el estado $7/2^+$. Aunque en los isótopos más pesados el estado fundamental es $3/2^+$, en principio esto se puede interpretar en IBFA-2 como el resultado del efecto del término de intercambio sobre el estado $(5/2_2^+ \times 2_1^+)^{3/2}$. Sin embargo, el hecho de que el estado $3/2^+$ sea fundamental para $A=59,61$, en cuyo caso el orbital $d_{5/2}$ debe estar casi lleno y por tanto el término de intercambio no tan importante, junto con el hecho de que nuestros cálculos parecen no reproducir correctamente la caída en energía de excitación de varios estados al aumentar N y alcanzar la zona del teórico comienzo de deformación, parece confirmar el hecho, ya observado en la literatura para Zr y Mo, de que en esta zona nuclear, en los núcleos core par-par, coexisten dos configuraciones, una normal y otra más deformada correspondiente a la excitación de una

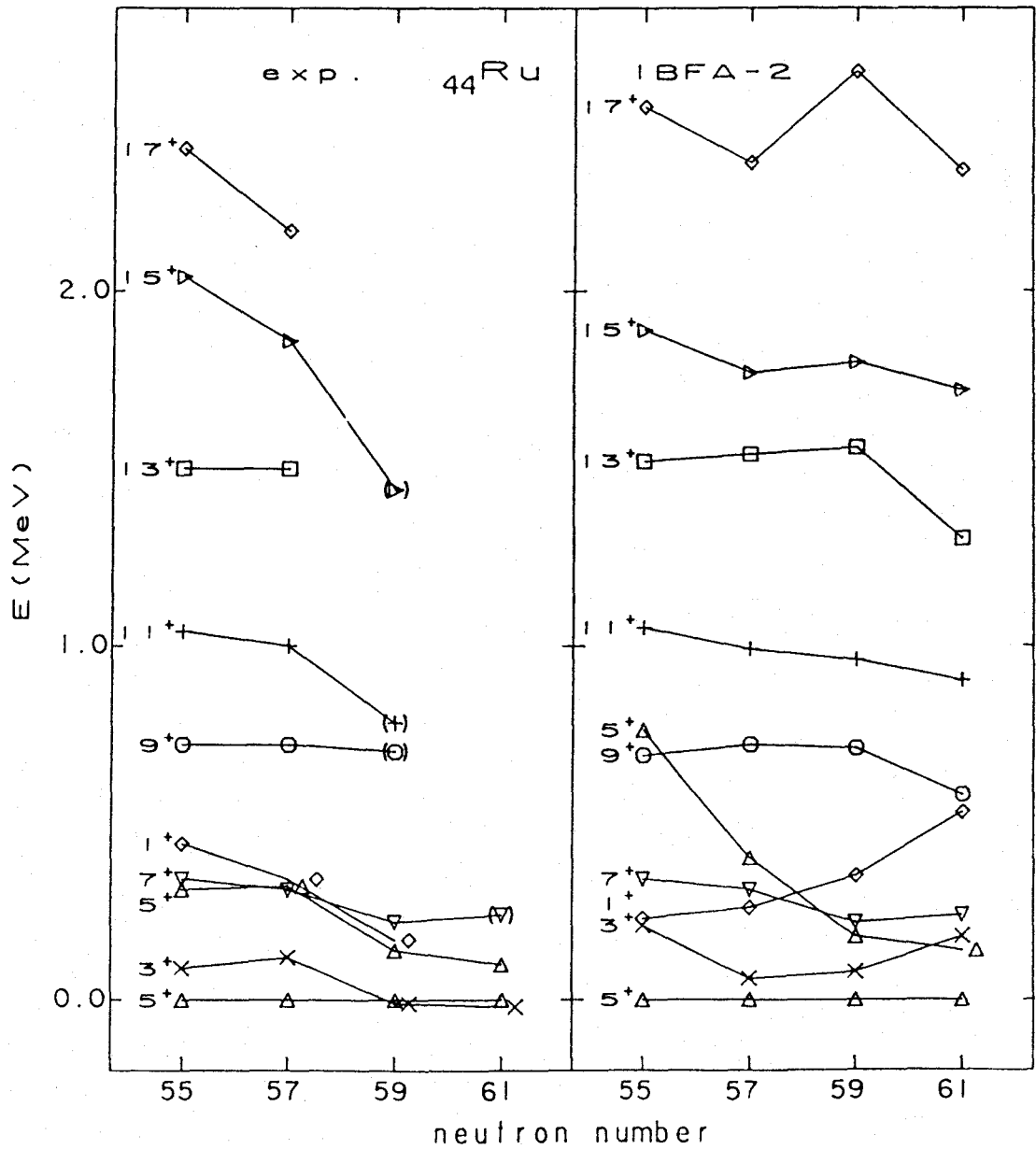


Figura 9. Espectros experimentales y teóricos para los estados de paridad positiva en los isótopos par-impar del ${}^{44}\text{Ru}$.

pareja de protones más ligados al nivel $g_{9/2}$. Debido a la fuerte interacción de isospín, las dos configuraciones se cruzan para $N \approx 60$ habiéndose propuesto que para $N \approx 60$, la configuración deformada es el estado fundamental en Zr. La configuración deformada se encuentra más alta en energía de excitación al aumentar Z, encontrándose muy alta en los isótopos par-par del Ru; no obstante, en los isótopos impares, la configuración deformada sería bajada en energía debido a la fuerte interacción con el neutrón impar, llegando a ser la configuración más baja para $N \approx 59$. Este efecto es menos pronunciado aún en los isótopos del Pd, aunque pudiera ser el responsable de algunas pequeñas desviaciones entre los cálculos presentados y los datos experimentales en ^{107}Pd . En los cálculos que hemos realizado no hemos incluido mezcla de configuraciones en los cores par-par, por lo que no es de extrañar que no podamos reproducir la sistemática. Esto parece confirmar, una vez más, la existencia de una zona de deformación estable alrededor de $A=100$ y comenzando con $N \approx 58,60$. En la tabla VI.4 presentamos los parámetros empleados en los cálculos de las figuras 8 y 9.

Para los isótopos, impares en protones del Tc y Rh hay una única órbita de partícula simple de paridad positiva en la capa 20-50 : $1g_{9/2}$, sin embargo, discutiremos la mejora introducida en nuestro estudio al incluir en el espacio de partícula simple la órbita $2d_{5/2}$ de la capa siguiente. La información experimental para estos estados no es mucha y sólo es posible hacer un estudio sistemático para los

niveles más bajos. No obstante, es importante ver si nuestro modelo puede reproducir los cambios bruscos en estos niveles. El estudio de estos estados incluyendo sólo el nivel $1g_{9/2}$ reproduce las características principales de la sistemática de niveles tanto en Tc como en Rh. La inclusión del orbital de partícula simple $2d_{5/2}$, perteneciente a la capa 50-82 mejora notablemente el acuerdo cuantitativo de algunos de los niveles IBFA-2 con respecto a los experimentales. En las figuras 10 y 11 mostramos el resultado de este estudio con dos niveles para Rh (Ka82, Ch82, Ka83b, Ar75b) y Tc (Ka85, Ge83, Fl81, Fl82, Ka82b, Ka82c, Ze84, Hi83) respectivamente, utilizando los parámetros listados en la tabla VI.4, junto con los datos experimentales. En las figuras 10 y 11 vemos como, de una forma unificada, el modelo IBFA-2 reproduce correctamente la sistemática de los niveles más bajos en ambas cadenas de isótopos. El cruce de los estados $9/2^+$ y $7/2^+$ en el Rh y de los estados $9/2^+$, $7/2^+$ y $5/2^+$ en el Tc es bien reproducido en nuestros cálculos. Nótese que en los datos experimentales de algunos isótopos, tanto del Rh como del Tc, aparecen estados excitados $9/2^+$ a energías de excitación de aproximadamente 800 keV sobre el estado $9/2^+$, que no tienen correspondencia en nuestro cálculo teórico. Estos estados pueden estar asociados a los estados 0_2^+ en los cores de Ru-Pd, que parecen no tener origen colectivo y que, en cualquier caso, no eran reproducidos en los cálculos IBA-2 de los núcleos core par-par (Is80).

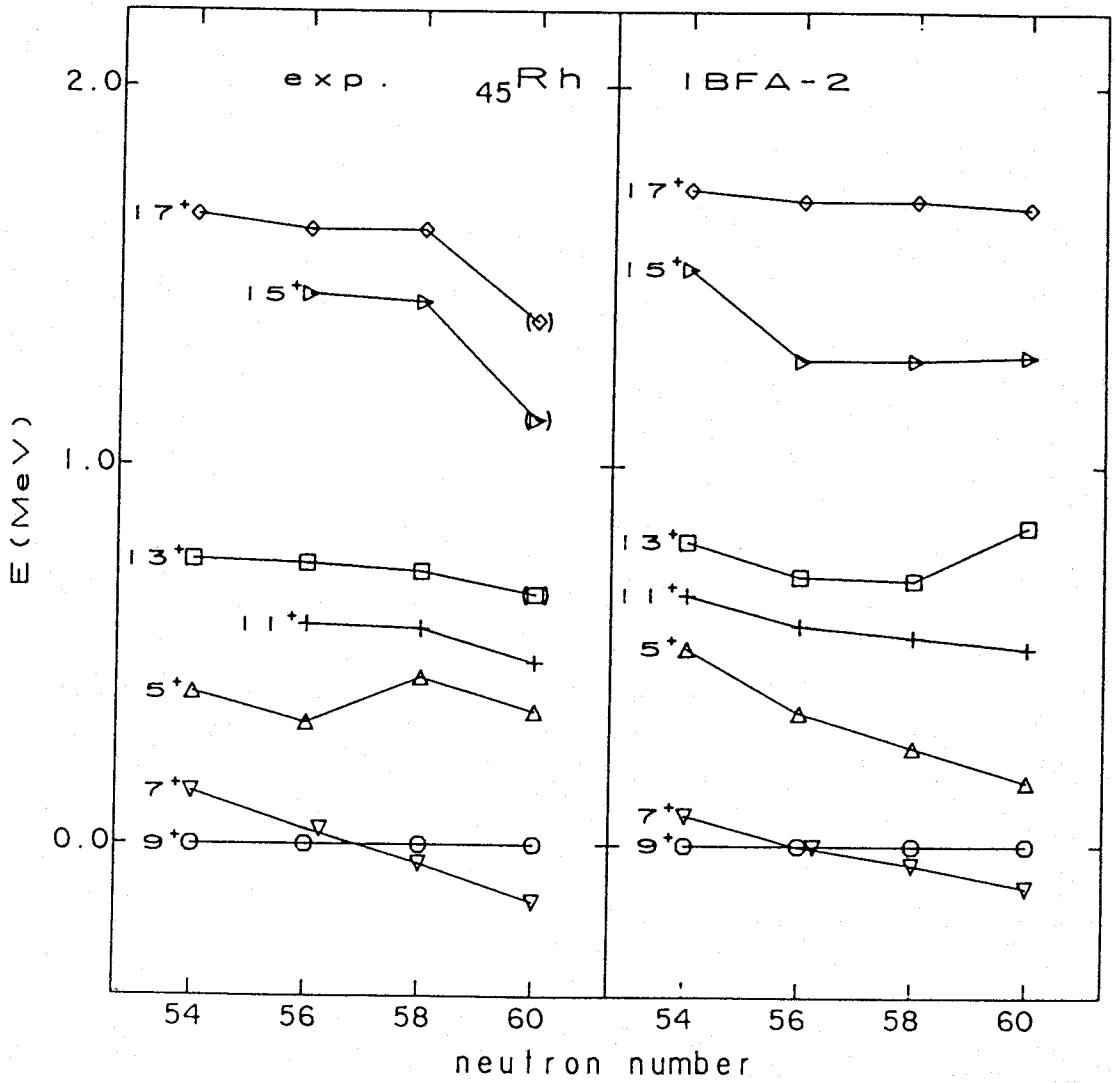


Figura 10. Sistemáticas experimental y teórica para los estados de paridad positiva en los isótopos par-impar del ^{45}Rh .

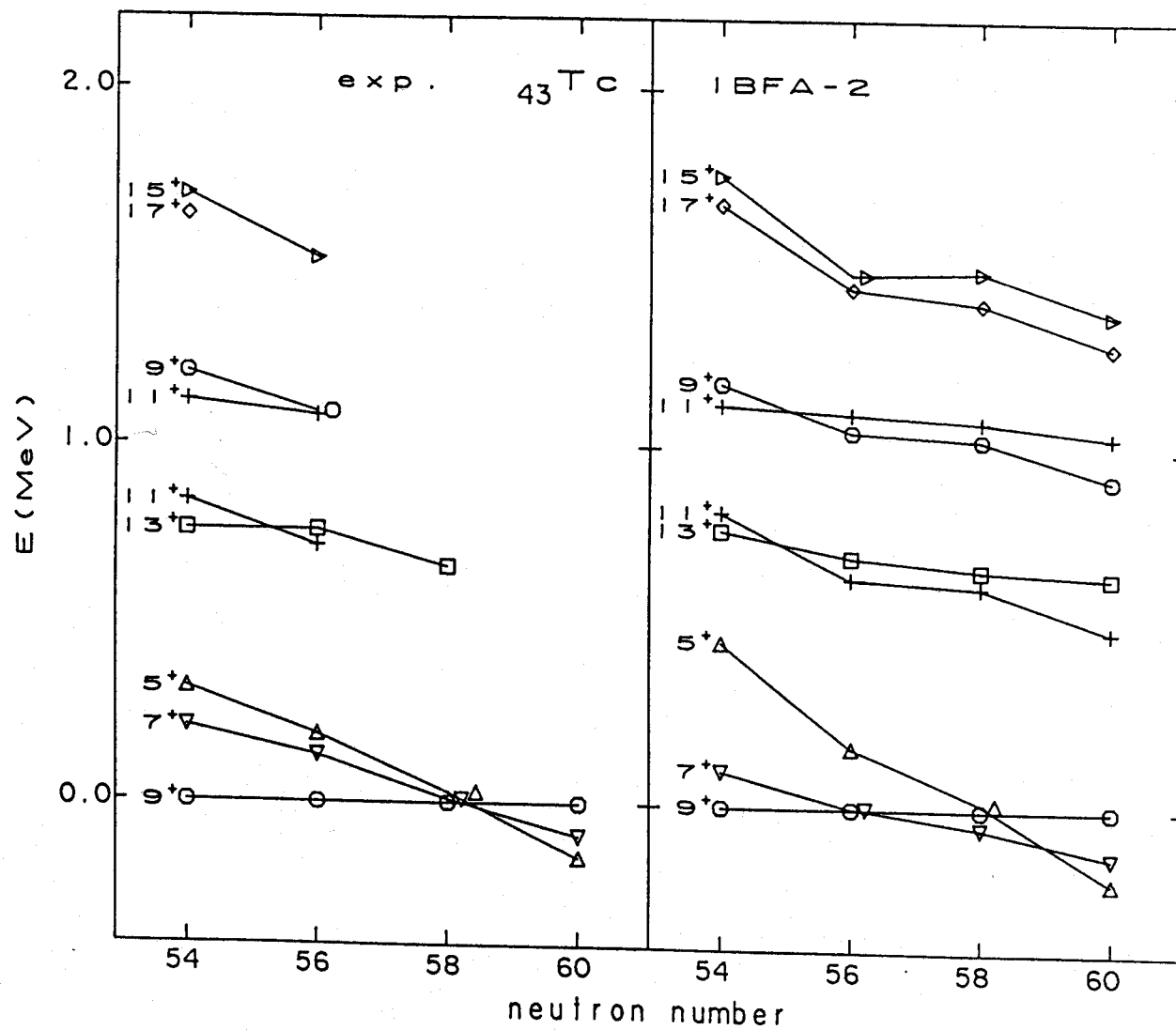


Figura 11. Sistemáticas experimental y teórica para los estados de paridad positiva en los isótopos par-impar del ^{43}Tc .

3. Propiedades electromagnéticas.

Como ya hicimos en los capítulos anteriores, vamos a completar el estudio con IBFA-2 de la región nuclear en torno a $A=100$ calculando con las funciones de onda obtenidas en la sección anterior las probabilidades de transición cuadrupolares y dipolares. Aunque la información experimental no es mucha, si puede ser suficiente para arrojar alguna luz sobre la validez de nuestras funciones de onda. Comenzamos estudiando las transiciones E2 que están dominadas por la parte colectiva de la función de onda.

3.1 Transiciones E2.

El operador $T^{(E2)}$ en IBFA-2 viene dado por las ecuaciones (III.24-III.28). Las cargas efectivas bosónicas $e_{g\pi}$ y $e_{g\nu}$ que aparecen en la ecuación (III.25) se han tomado de un estudio IBA-2 previo (Pu80) de los isótopos del Pd y Ru, $e_{g\pi} = e_{g\nu} = 0.103$ eb para los isótopos de Ru y Tc, y $e_{g\pi} = e_{g\nu} = 0.106$ eb para los isótopos de Pd y Rh. Para las cargas efectivas del fermión impar, $e_f^{(2)}$ en la ecuación (III.28), se han tomado los valores tradicionales, $e_n^{(2)} = 1.5$ e para los núcleos en los que el fermión impar es un protón (Tc, Rh) y $e_\nu^{(2)} = 0.5$ e para aquellos en que el fermión impar es un neutrón (Pd, Ru). Para el valor medio de $\langle r^2 \rangle$ en la ecuación (III.28) hemos tomado los valores correspondientes para un oscilador armónico, es decir, $\langle r^2 \rangle = (N + 3/2) \hbar / M\omega$, que nos proporciona los valores $\langle r^2 \rangle = 0.21$ b para $N=3$ y $\langle r^2 \rangle = 0.26$ b para $N=4$. De esta forma el cálculo de

probabilidades de transición reducidas E2 y momentos cuadrupolares se encuentra libre de parámetros ajustables.

En la tabla VI.6 presentamos los datos experimentales existentes (Ki67, Bh78) para las probabilidades de transición reducidas B(E2) en los isótopos del Ru. Esta información se limita a algunas transiciones entre estados de paridad positiva en los isótopos ^{99}Ru y ^{101}Ru . Como vemos en la tabla VI.6 nuestros resultados teóricos están en muy buena concordancia con los valores medidos. Esto nos indica que, al menos en lo que se refiere a estos dos isótopos, la componente colectiva de la función de onda de los diferentes estados es correcta.

De los isótopos impares en neutrones del Pd, la única información disponible corresponde a algunos estados de paridad positiva del ^{105}Pd (Bo71). En la tabla VI.7 presentamos estos datos experimentales junto con los resultados IBFA-2. La concordancia entre teoría y experimento no es tan buena como en el caso anterior y ello puede ser debido a la presencia de una configuración deformada a baja energía (^{105}Pd , N=59) que daría lugar al comienzo de una zona de deformación permanente alrededor de N=60. Ya comentamos este efecto en el caso del Ru y puede que, aunque más débilmente, también esté presente en los isótopos del Pd con N \approx 60. De nuevo la tabla VI.7 parece confirmar el inicio de una zona de deformación por la interacción entre los niveles de partícula simple, $1g_{9/2}$ de protones y $1g_{7/2}$ de neutrones.

Tabla VI.6

Comparación entre las probabilidades de transición B(E2) experimentales y teóricas para algunas transiciones entre estados de paridad positiva en los isótopos ^{99}Ru y ^{101}Ru .

J_i	J_f	^{99}Ru		^{101}Ru	
		$B(E2)_{\text{exp}} (e^2 b^2)$	$B(E2)_{\text{theo}} (e^2 b^2)$	$B(E2)_{\text{exp}} (e^2 b^2)$	$B(E2)_{\text{theo}} (e^2 b^2)$
$3/2_1$	$5/2_1$	0.150(10)	0.074	0.057(4)	0.145
$3/2_2$	$5/2_1$	≤ 0.003	0.042	0.025(2)	0.020
$7/2_1$	$5/2_1$	≤ 0.002	0.001	0.005(2)	0.001
$1/2_1$	$5/2_1$	0.018(2)	0.048	0.018(1)	0.036
$5/2_2$	$5/2_1$	0.024(3)	0.014	0.020(3)	0.024
$7/2_2$	$5/2_1$	0.062(8)	0.054	0.105(10)	0.092
$9/2_1$	$5/2_1$	0.077(15)	0.075	0.060(8)	0.100
$9/2_2$	$5/2_1$	----	0.007	$0.006 \begin{bmatrix} +10 \\ -5 \end{bmatrix}$	0.006

Tabla VI.7

Comparación entre las probabilidades de transición reducidas experimentales y teóricas B(E2) para el ^{105}Pd .

J_i	E_i (keV)	J_f	E_f (keV)	B(E2; $J_i \rightarrow J_f$) ($e^2 b^2$)	
				exp.	theo.
3/2	280	5/2	0.0	0.017(1)	0.081
7/2	306	5/2	0.0	0.0009(2)	0.003
5/2	319	5/2	0.0	0.0081(10)	0.023
1/2	344	5/2	0.0	0.0045(3)	0.026
7/2	442	5/2	0.0	0.127(13)	0.134
3/2	650	5/2	0.0	0.0099(13)	0.024
1/2	673	5/2	0.0	0.0171(11)	0.030

Para los isótopos, impares en protones, del Tc y del Rh hay también cierta información experimental (Sv76) y (Ka82, Ka84, Ha79, Ba73, Ja72) respectivamente que presentamos en las tablas VI.8 y VI.9. En dichas tablas observamos como la concordancia de los resultados IBFA-2 con los datos experimentales es muy buena en general.

Por tanto, podemos concluir que la parte colectiva de las funciones de onda IBFA-2 es correcta, salvo presencia de otro tipo de configuraciones distinta a la que estamos considerando.

3.2 Transiciones M1, momentos magnéticos y $\delta(E2/M1)$.

Para describir totalmente el operador $T^{(M1)}$ en la ecuación (III.31) hay que especificar los factores g colectivos, $g_{g\eta}$ y $g_{g\nu}$, y los factores g de partícula simple, g_{e_p} y g_{s_p} , que aparecen en las ecuaciones (III.32) y (III.34) respectivamente. Para los factores g colectivos tomamos los valores obtenidos a partir de un estudio IBA-2 previo (Sa84). Estos valores son $g_{g\eta} = 0.80$ nm y $g_{g\nu} = 0.0$ nm. Para los factores g del fermión tomamos los de partícula simple, haciendo un "quenching" al 70% g_{s_p} como ya es habitual. Con estos datos queda especificado totalmente el operador $T^{(M1)}$ y podemos calcular probabilidades de transición reducidas $B(M1)$ y momentos magnéticos.

En la figura 13 mostramos los valores experimentales (Ba76, Bh78, Kr83) y las sistemáticas teóricas de los momentos magnéticos de los estados $3/2_1^+$ y $5/2_1^+$ para los isótopos del ^{44}Ru .

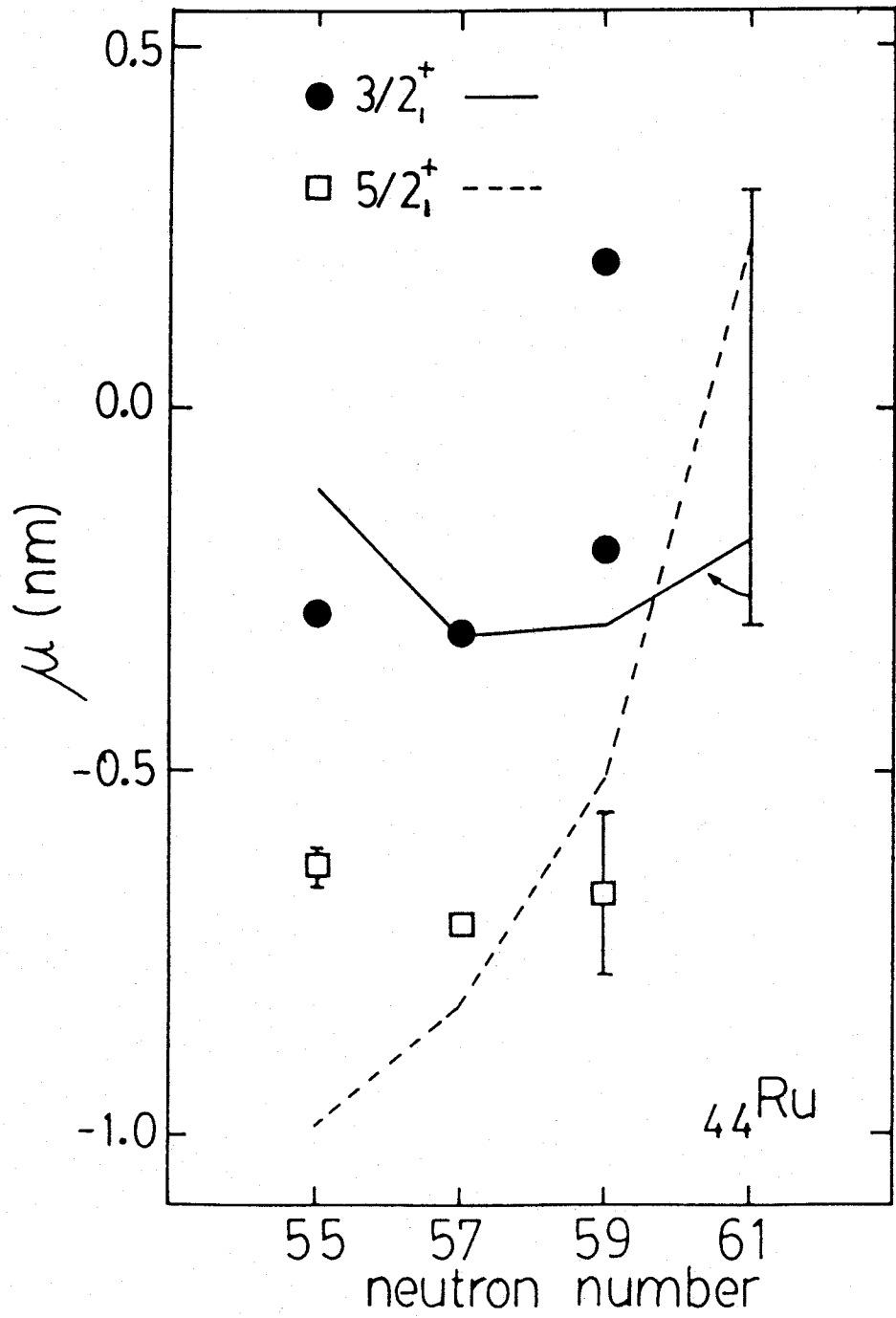


Figura 12. Momentos magnéticos experimentales y calculados para los estados $3/2_1^+$ y $5/2_1^+$ en los isótopos del ^{44}Ru .

Tabla VI.8

Comparación entre los valores experimentales y teóricos de varias probabilidades de transición B(E2) y B(M1) entre estados de paridad positiva en el ^{99}Tc .

J_i	E_i (keV)	J_f	E_f (keV)	exp. *		theo.	
				B(E2) ($e^2 b^2$)	B(M1) (nm^2)	B(E2) ($e^2 b^2$)	B(M1) (nm^2)
7/2	140.5	9/2	0.0	0.14(2)	0.076(9)	0.165	0.019
5/2	181.1	9/2	0.0	0.044(5)		0.068	
5/2	181.1	7/2	140.5	0.16(4)	0.0116(15)	0.115	0.160
11/2	726.7	9/2	0.0	{ 0.068(10) <0.13	<0.05	0.081	0.025
7/2	726.7	9/2	0.0	{ 0.102(15) 0.0016(8)	0.049(5) 0.0021(4)	$8 \cdot 10^{-5}$	0.403
11/2	726.7	7/2	140.5	0.061(7)		0.048	
7/2	726.7	7/2	140.5	{ 0.014(3) 0.058(3)	0.011(2) 0.0009(4)	0.048	0.010
5/2	761.7	9/2	0.0	{ 0.033(5) 0.048(29)		0.047	
5/2	761.7	7/2	140.5	0.026	0.19(11) <0.0012	0.035	0.430
5/2	761.7	5/2	181.1	{ <0.013 0.140 $^{+20}_{-110}$	≈ 0.03 0.005 $^{+25}_{-3}$	0.004	0.221

continúa ...

continúa Tabla VI.8

J_i	E_i (keV)	J_f	E_f (keV)	exp.*		theo.	
				B(E2) ($e^2 b^2$)	B(M1) (nm^2)	B(E2) ($e^2 b^2$)	B(M1) (nm^2)
13/2	762.0	9/2	0.0	{ 0.102(14) 0.088(11)		0.119	
9/2	1081.4	9/2	0.0	{ 0.026(4) 0.0054(270)	0.017(6) 0.003(2)	0.018	0.009
11/2	1081.4	9/2	0.0	{ 0.022(4) 0.026	<0.022	0.024	0.036
9/2	1081.4	7/2	140.5	{ 0.0009(5) 0.029	0.017(6) 0.00002	0.005	0.383
11/2	1081.4	7/2	140.5	0.029(9)		0.033	

* En general, en la referencia [Sv76] se obtienen dos valores alternativos para cada transición.

Tabla VI.9

Comparación entre los datos experimentales disponibles de probabilidades de transición B(E2) en varios isótopos del ${}_{45}\text{Rh}$ y los resultados de este estudio.

	J_i^P	J_f^P	$B(E2)_{\text{exp}} (e^2 b^2)$	$B(E2)_{\text{theo}} (e^2 b^2)$
${}^{99}\text{Rh}$	$13/2_1^+$	$9/2_1^+$	0.0757(429)	0.061
	$17/2_1^+$	$13/2_1^+$	> 0.0363	0.079
${}^{103}\text{Rh}$	$9/2_1^+$	$7/2_1^+$	0.6(2)	0.164
	$3/2_1^-$	$1/2_1^-$	0.109	0.153
	$5/2_1^-$	$1/2_1^-$	0.188	0.146
	$5/2_2^-$	$1/2_1^-$	0.0044	0.005
	$5/2_2^-$	$3/2_1^-$	0.007	0.013
			0.077	
	$5/2_2^-$	$5/2_1^-$	0.015	0.029
			0.225	
	$7/2_1^-$	$3/2_1^-$	0.130	0.178
	$9/2_1^-$	$5/2_1^-$	0.181	0.199
$3/2_2^-$	$1/2_1^-$	not observed	$1.5 \cdot 10^{-7}$	
${}^{105}\text{Rh}$	$9/2_1^+$	$7/2_1^+$	>0.0248	0.218

Con los operadores $T^{(M1)}$ y $T^{(E2)}$ completamente especificados podemos calcular también relaciones de mezcla $\delta(E2/M1)$.

En la tabla VI.8 presentamos algunos datos experimentales (Sv76) y resultados teóricos para B(M1) en ^{99}Tc . Para los isótopos del Rh hay escasa información experimental de transiciones M1 (Ba73, Ja72) y momentos magnéticos (Le77) que presentamos en la tabla VI.10 junto a los resultados teóricos. Con tan poca información experimental es difícil concluir nada sobre la parte fermiónica de las funciones de onda. Sí parece claro que el modelo describe mejor, en general, la parte colectiva que la parte de partícula simple de las funciones de onda.

En la tabla VI.11 presentamos los datos existentes (Ka82c, Ba76, La80, Kr83, Ka82) para las relaciones de mezcla $\delta(E2/M1)$ junto a los resultados teóricos. El acuerdo es razonable reproduciéndose correctamente todos los signos.

4. Resumen

En este capítulo hemos estudiado la zona transicional con $A \cong 100$ en la que se da una transición entre los límites algebraicos $O(6)$ y $SU(5)$.

Tabla VI.10

Comparación entre los datos experimentales y teóricos para las probabilidades de transición reducidas $B(M1)$ y momentos magnéticos conocidos en los isótopos del ${}_{45}\text{Rh}$.

N	$B(M1; 9/2_1 \rightarrow 7/2_1) \text{ (nm)}^2$		$\mu(7/2_1) \text{ (nm)}$		$\mu(9/2_1) \text{ (nm)}$	
	exp.	theo.	exp.	theo.	exp.	theo.
54	-----	0.010	----	4.83	-----	5.42
56	-----	0.039	----	4.75	~5.5	5.16
58	0.075(4)	0.057	~4.8	4.71	6.5(9)	5.04
60	<0.025	0.093	~4.6	4.66	-----	4.84

Tabla VI.11

Comparación de las relaciones de mezcla $\delta(E2/M1)$ teóricas con los datos experimentales.

	J_i^P	J_f^P	E_γ (keV)	$\delta(E2/M1)$	
				exp.	theo.
^{99}Rh	$5/2^+$	$7/2^+$	263.5	$+0.43 \begin{pmatrix} +18 \\ -21 \end{pmatrix}$	+0.082
^{101}Rh	$5/2^+$	$7/2^+$	296.0	$+0.06 \begin{pmatrix} +3 \\ -2 \end{pmatrix}$	+0.093
	$11/2^+$	$9/2^+$	590.4	$-0.68 \begin{pmatrix} +12 \\ -14 \end{pmatrix}$	-0.425
	$15/2^+$	$13/2^+$	715.8	$-0.59 \begin{pmatrix} +17 \\ -14 \end{pmatrix}$	-0.234
^{103}Rh	$5/2^+$	$7/2^+$	497.0	-0.368(11)	-0.844
^{97}Tc	$11/2^+$	$9/2^+$	833.0	$-2.7(2)$ $-0.53 \begin{pmatrix} +9 \\ -12 \end{pmatrix}$	-2.016
	$11/2^+$	$9/2^+$	1127.0	$+1.2(2)$ $+0.84 \begin{pmatrix} +50 \\ -30 \end{pmatrix}$	+0.667
	$9/2^+$	$7/2^+$	984.1	$+1.9(2)$ $+0.97 \begin{pmatrix} +30 \\ -40 \end{pmatrix}$	+0.092
	$3/2^-$	$1/2^-$	483.6	$+0.58 \begin{pmatrix} +530 \\ -90 \end{pmatrix}$	-0.182
	$7/2^+$	$9/2^+$	855.5	$-1.07 \begin{pmatrix} +59 \\ -175 \end{pmatrix}$	-0.018
	$7/2^+$	$9/2^+$	215.7	+0.27(2)	+0.255
	$5/2^+$	$7/2^+$	569.7	+0.12(5)	+0.319

Estudiamos los isótopos impares en protones de ${}_{43}\text{Tc}$ y ${}_{45}\text{Rh}$ y los impares en neutrones de ${}_{44}\text{Ru}$ y ${}_{46}\text{Po}$. Los cálculos realizados parecen confirmar la iniciación de una zona de deformación estable alrededor de $N=60$.

El modelo IBFA-2 describe correctamente la sistemática de los niveles energéticos más bajos en energía de los isótopos de Rh y Tc y las diferencias entre los espectros Rh, impar en protones, y Pd, impar en neutrones.

Nuestros resultados, por otra parte, parecen indicar la presencia de una configuración deformada en los núcleos cor par-par que debido a la interacción con el fermión impar baja en energía hasta ser el estado fundamental en algunos de los isótopos más pesados. La descripción del core par-par mediante mezcla de configuraciones puede parecer no necesaria, en lo que respecta a los niveles más bajos en energía, pero es crítica para el estudio de los núcleos par-impar.

Los resultados para probabilidades de transición son buenos para $N < 60$, pero empeoran al aumentar N , lo que parece confirmar la anterior.

VII. CONCLUSIONES.

Para finalizar comentamos las principales conclusiones de este trabajo.

1. Se presentan en detalle los diferentes modelos nucleares que constituyen el enfoque algebraico (IBA) del núcleo atómico.
2. Como extensión natural de los anteriores se desarrolla un modelo algebraico para el estudio de núcleos de A impar que incluye los grados de libertad protón-neutrón, tanto en los bosones en interacción que forman el núcleo core par-par, como en el fermión acoplado. Con lo que se pueden distinguir efectos de isospin.
3. Se muestra la validez de una truncación del espacio bosónico para la descripción de los niveles de más baja energía en los núcleos par-impar, con la consiguiente simplificación de cálculo computacional.
4. Se encuentra que en la interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre el fermión individual y los bosones del core, domina la correspondiente a la ejercida entre los bosones protónicos (neutrónicos) y el neutrón (protón) acoplado.
5. Se confirma que la descripción de la zona de baja energía de los espectros de los núcleos par-impar

hace imprescindible la inclusión del término de intercambio en la interacción bosón-fermión.

6. En los análisis realizados con el modelo se encuentra que la descripción algebraica del núcleo core par-par es crítica para la descripción adecuada de los núcleos impar correspondientes, en particular sus propiedades electromagnéticas.
7. Como primera aplicación del modelo se ha estudiado con detalle la zona transicional de las familias isotópicas correspondientes a $Z=54,55$. Se encuentra muy buena concordancia entre los resultados y los datos experimentales de espectros energéticos y propiedades electromagnéticas.
8. Como comprobación restrictiva del modelo se estudia la compleja zona de núclidos de $A=190$ correspondiente a la transición entre los límites algebraicos $O(6)$ y $SU(3)$. Mientras que los niveles energéticos se describen bien con el modelo, aparecen discrepancias en los resultados de diferentes propiedades electromagnéticas. Estas hacen inducir la coexistencia de diferentes configuraciones en los núcleos core par-par.
9. Para completar el estudio del modelo, se analiza la zona transicional entre los límites $SU(5)$ y $O(6)$. Se encuentra buen acuerdo entre los diferentes datos experimentales y los resultados del modelo. Se sugiere la presencia de una configuración deformada

en los núcleos par-par que, debido a la interacción cuadrupolo-cuadrupolo con el fermión acoplado, desciende en energía al aumentar N , llegando a ser en algunos isótopos su nivel fundamental.

10. El modelo, en general, presenta las ventajas siguientes respecto a los modelos algebraicos previos:

i) Incluye los grados de libertad realísticos en el estudio del problema nuclear mediante la distinción de bosones protónicos y neutrónicos y la naturaleza del fermión acoplado.

ii) Se conecta, así, íntimamente el modelo con el de capas pudiéndose, en principio, obtener los parámetros de aquél a partir de cálculos microscópicos.

iii) Con tres parámetros ajustables que permanecen constantes para cada cadena de isótopos, se pueden describir sistemáticamente gran cantidad de datos experimentales de muchas familias de isótopos.

iv) Esto dota al modelo de carácter predictivo en zonas aún no exploradas experimentalmente.

Referencias.

- A182 C.E. Alonso, Tesina de Licenciatura, Universidad de Sevilla, 1981.
- A183 Y. Alhassid, F. Gurse y F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 50(1983)873.
- A184 Y. Alhassid, en "Bosons in Nuclei", D.H. Feng, S. Pittel y M. Vallieres eds., World Scientific, Singapore, 1984.
- A184b C.E. Alonso, J.M. Arias, R. Bijker and F. Iachello, Phys. Lett. 144B(1984)141.
- A185 C.E. Alonso, J.M. Arias y M. Lozano, en preparación.
- A185b C.E. Alonso, J.M. Arias y F. Iachello, presentado para su publicación a Phys. Lett. B.
- A185c C.E. Alonso, J.M. Arias y F. Iachello en preparación.
- An75 S. Andre, J. Boutet, J. Rivier, J. Treherne, J. Jastrzebski, J. Lukasiak, Z. Sujkowski and C. Sebille-Schuck, Nucl. Phys. A243(1975)229.
- An77 S. André, J. Genevey-Rivier, J. Treherne, J. Jastrzebski, R. Kaczarowski y J. Lukasiak, Phys. Rev. Lett. 38(1977)327
- An79 S. Andre, J. Genevey-Rivier, J. Treherne, R. Kaczarowski, J. Lukasiak, J. Jastrzebski and C.

- Schuck, Nucl. Phys. A325(1979)445.
- Ar75 A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 35(1975)1069.
- Ar75b N.K. Aras y W.B. Walters, Phys. Rev. C11(1975)927.
- Ar76 A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. (NY) 99(1976)253.
- Ar76b A. Arima y F. Iachello, Phys. Rev. C14(1976)761.
- Ar77 A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. 66B(1977)205.
- Ar78 A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. (NY) 111(1978)201.
- Ar79 A. Arima and F. Iachello, Ann. Phys. (NY) 123(1979)468.
- Ar85a J.M. Arias, C.E. Alonso and R. Bijker, presentado a Nuclear Physics A.
- Ar85b J.M. Arias, C.E. Alonso y M. Lozano, aceptado para su publicación en Phys. Rev. C.
- Ba70 A. Backlin, V. Berg and S.G. Malmskog, Nucl. Phys. A156(1970)647.
- Ba72 A. Backlin, G. Hedin, V. Berg and S.G. Malmskog, Nucl. Phys. A181(1972)76.
- Ba73 Ch. Bargholtr, J. Becker, L. Eriksson, L.

- Gidefeldt, L. Holmberg y V. Stefansson, Phys. Scripta 8(1973)90.
- Ba76 J.A. Barclay, S.S. Roseblum, W.A. Steyert y K.S. Krane, Phys. Rev. C14(1976)1183.
- Ba81 A.B. Balantekin, I. Bars y F. Iachello, Nucl. Phys. A370(1981)284.
- Ba82 V. Barci, J. Gizon, A. Gizon, J. Crawford, J. Genevey, A. Plochocki y M.A. Cunningham, Nucl. Phys. A383(1982)309.
- Ba83 A. F. Barfield, B. R. Barrett, K.A. Sage y P.D. Duval, Z. Phys. A311(1983)205.
- Ba84 I. Bars, en "Bosons in Nuclei", D.H. Feng, S. Pittel y M. Vallieres eds., World Scientific, Singapore, 1984.
- Be70 V. Berg, S.G. Malmskog and A. Backlin, Nucl. Phys. A143(1970)177.
- Bh78 S. Battacharya y S.K. Basu, Phys. Rev. C18(1978)2765.
- Bi80 R. Bijker, A.E.L. Dieperink, O. Scholten and R. Spanhoff, Nucl. Phys. A344(1980)207.
- Bi82 R. Bijker and A.E.L. Dieperink, Nucl. Phys. A379(1982)221.
- Bi84 R. Bijker, Ph. D. Thesis, University of Groningen, 1984.
- Bo52 A. Bohr, K. Dann. Vidensk. Selsk. Mat-Fys. Medd. 26, n 14(1952).

- Bo53 A. Bohr y B. Mottelson, K. Dann. Vidensk. Selsk. Mat-Fys. Medd. 27, n 16(1953).
- Bo69 A. Bohr y B. Mottelson, "Nuclear Structure" vol. I, New York, W.A. Benjamin, 1969.
- Bo71 H.H. Bolotin y D.A. McClure Phys. Rev. C3(1971)797.
- Bo75 A. Bohr y B. Mottelson, "Nuclear Structure" vol.II, New York, W.A. Benjamin, 1975.
- Bo78 C. Bourgeois, P. Kilcher, J. Letessier, V. Berg, M.G. Desthuilliers and The ISOCELE collaboration, Nucl. Phys. A295(1978)424.
- Bo80 A. Bohr y B. Mottelson, Phys. Scripta 22(1980)468.
- Bo84 D. Bohl, A. Ritcher, W. Steffan, A.E.L. Dieperink, N. Lo Iudice, F. Palumbo y O. Scholten, Phys. Lett. 137B(1984)27.
- Br80 E. Browne, Nuclear Data Sheets 30(1980)653.
- Bu85 D. Bucurescu, G. Căta, D. Zutoiu, G. Constantinescu, M. Ivascu y N.V. Zamfir, preprint 1985.
- Ca78 R.F. Casten y J.A. Cizewski, Nucl. Phys. A309(1978)477.
- Ci83 J.A. Cizewski, D.G. Burke, E.R. Flynn, R.E.

- Brown and J.W. Sunier, Phys. Rev. C27(1983)1040.
- Ci85 J.A. Cizewski, comunicación privada.
- Cu82a M.A. Cunningham, Nucl. Phys. A385(1982)204.
- Cu82b M.A. Cunningham, Nucl. Phys. A385(1982)221.
- Ch81 P. Chowdhury, U. Garg, T.P. Sjoreen y D.B. Fossan, Phys. Rev. C23(1981)733.
- Ch82 A. Charvet, J. Tréherne, R. Duffait, M. Meyer, A. Gizon, A. Emsallem y R. Beraud, Proc. de la Conferencia Internacional sobre Estructura Nuclear, Amsterdam 1982, Pag. 202.
- Da84 H.J. Daley, Ph. D. , Universidad de Arizona, 1984.
- Da85 H.J. Daley y F. Iachello, para publicarse.
- De79 M.G. Desthuilliers, C. Bourgeois, P. Kilcher, J. Letessier, F. Beck, T. Byrski and A. Knipper, Nucl. Phys. A313(1979)221.
- Di80 A.E.L. Dieperink, O. Scholten y F Iachello, Phys. Rev. Lett. 44(1980)1747.
- Di80b A.E.L. Dieperink Y O. Scholten, Nucl. Phys. A346(1980)125.
- Di82 A.E.L. Dieperink y R. Bijker, Phys. Lett. 116B(1982)77.
- Di83 A.E.L. Dieperink, en "Collectiva Bands in Nuclei",

- D. Wilkinson ed., Pergamon Press, New York, 1983.
- Dr80 C.H. Droste, D. Chlebowska, J. Dobaczewski, F. Donau, A. Kerek, G. Leander, J. Srebrny y W. Walus, Nucl. Phys A341(1980)98.
- Du81 P.D. Duval y B.R. Barrett, Phys. Lett. 100B(1981)223.
- Du82 P.D. Duval y B.R. Barrett, Nucl. Phys. A376(1982)213.
- Eg83 A. van Egmond y K. Allaart, Nucl. Phys. A394(1983)173.
- Eg84 A. van Egmond y K. Allaart, para publicarse.
- El80 J.P. Elliott y A.P. White, Phys. Lett. 97B(1980)169.
- El81 J.P. Elliott y J.A. Evans, Phys. Lett. 101B(1981)216.
- En85 J. Engel y F. Iachello, para publicarse en Phys. Lett. B, 1985.
- Fe79 P. Federman y S. Pittel, Phys. Rev. C20(1979)820.
- Fe81 D.H. Feng, R. Gilmore y S.R. Deans, Phys. Rev. C23(1981)1254.
- Fl81 E.R. Flynn, F. Ajzenberg-Selove, R.E. Brown, J.A. Cizewski y J.W. Sunier, Phys. Rev. C24(1981)902.

- F182 E.R. Flynn, F. Ajzenberg-Selove, R.E. Brown, J.A. Cizewski y J.W. Sunier, Phys. Rev. C25(1982)2851.
- F183 E.R. Flynn, F. Ajzenberg-Selove, R.E. Brown, J.A. Cizewski y J.W. Sunier, Phys. Rev. C27(1983)2587.
- Ga79 U. Garg, T.P. Sjoreen y D.B. Fossan, Phys.Rev. C19(1979)207 y 217.
- Ge83 P. de Gelder, D. de Frenne, K. Heyde, N. Kaffrell, A. M. van der Berg, N. Blasi, M.N. Harakeh y W.A. Sterrenburg, Nucl. Phys. A401(1983)397.
- Gh84 H.H. Ghaleb and K.S. Krane, Nucl. Phys. A426(1984)20.
- Gi79 R. Gilmore, J. Math. Phys. 20(1979)891.
- Gi80 J.N. Ginocchio y M.W. Kirson, Phys. Rev. Lett. 44(1980)1744.
- Gi80b J.N. Ginocchio, Ann. Phys. (N.Y.) 126(1980)234.
- Gi82 R. Gilmore y D.H. Feng, Phys. Rev. C26(1982)766.
- Gn71 G. Gneuss y W. Greiner, Nucl. Phys. A171(1971)449.
- Go49 M. Goeppert-Mayer, Phys. Rev. 75(1949)1969.
- Ha49 O. Haxel, J.H.D. Jensen y H.E. Sves, Phys. Rev. 75(1949)1766.
- Ha62 M. Hamermesh, "Group Theory and its Applications to

Physical Problems", Reading, Mass.; Addison-Wesley 1962.

- Ha76 A. Hastings, Jr. Smith y F.A. Rickey, Phys. Rev. C14(1976)1946.
- Ha79 B. Harmatz, Nuclear Data Sheets 28(1979)403.
- Ha82 J.H. Hamilton en "Heavy-Ion Collisions", Proc. de La Rábida International Summer School 1982, G. Madurga y M. Lozano edts., Lecture Notes in Physics n 168, Springer-Verlag 1982, pag. 300.
- Ha83 H. Hanewinkel, W. Gast, U. Kaup, H. Harter, A. Dewald, A. Gelberg, R. Reinhardt, P. von Brentano, A. Zemel, C.E. Alonso y J.M. Arias, Phys. Lett. 133B(1983)9.
- He71 K. Heyde y M. Waroquier, Nucl. Phys. A167(1971)545.
- He79 H. Helppi, J. Hattula y A. Luukko, Nucl. Phys. A332(1979)183.
- He81 H. Helppi, J. Hattula, A. Luukko, M. Jaaskelainen y F. Donau, Nucl. Phys. A357(1981)333.
- Hi83 D. Hippe, H.W. Schuh, U. Kaup, K.O. Zell, P. von Brentano y D.B. Fossan, Z. Phys. A311(1983)329.
- Ia74 F. Iachello, Proc. 1974 Amsterdam Conf.on Nucl.

Struct. and Spectroscopy (Scholar's Press, Amsterdam 1974) pag.163.

- Ia79 F. Iachello Ed., "Interacting Bosons in Nuclear Physics", Plenum Press (NY), 1979.
- Ia79b F. Iachello and O. Scholten, Phys. Rev. Lett. 43(1979)679.
- Ia80 F. Iachello, en Lecture Notes in Physics, vol.119. "Nuclear Spectroscopy" (G. Bertsch y D. Kurath, eds.) Springer-Verlag, Berlin (1980).
- Ia80b F. Iachello, en "Nuclear Structure", Proc. Dronten Intern. Summer School 1980, K. Abrahams, K. Allaart y A.E.L. Dieperink, eds., Plenum Press(N.Y.) 1980.
- Ia81 F. Iachello, Chem. Phys. Lett. 78(1981)581.
- Ia81b F. Iachello y S. Kuyucak, Ann. Phys. (N.Y.) 136(1981)19.
- Ia82 F. Iachello y A.D. Jackson, Phys. Lett. 108B(1982)151.
- Ia82b F. Iachello y R.D. Levine, J. Chem. Phys. 77(1982)3046.
- Ia83 F. Iachello, en "Collective Bands in Nuclei", D. Wilkinson ed., Pergamon Press, New York (1983).
- Ia84 F. Iachello, en "Bosons in Nuclei", D.H. Feng, S. Pittel and M. Vallieres eds. World Scientific,

Singapore (1984).

- Is77 P. van Isacker, M. Waroquier, H. Vincx y K. Heyde, Nucl. Phys. A292(1977)125.
- Is80 P. van Isacker y G. Puddu, Nucl. Phys. A348(1980)125.
- Is81 P. van Isacker y J.Q. Chen, Phys. Rev. C24(1981)684.
- Is81b P. van Isacker, K. Heyde, M. Waroquier y G. Wenes, Phys. Lett. 104B(1981)5.
- Is82 P. van Isacker, K. Heyde, M. Waroquier y G. Wenes, Nucl. Phys. A380(1982)383.
- Is82b Y. Iozumi, Ch. Briancon y R.J. Walen, Phys. Rev. C25(1982)3078.
- Ja72 H.C. Jain, S.K. Bhattachajee y C.V.K. Bama, Nucl. Phys. A178(1972)437.
- Jo85 J. Jolie, P. van Isacker, K. Heyde, J. Moreau, G. van Landeghem, M. Waroquier y O. Scholten, preprint 1985.
- Ka80 U. Kaup, A. Gelberg, P. von Brentano and O. Scholten, Phys. Rev. C22(1980)1738.
- Ka82 G. Kajryst, M. Irshad, S. Landsberger, R. Lecomte, P. Paradis y S. Monaro, Phys. Rev. C26(1982)138.

- Ka82b G. Kajrys, S. Landsberger, R. Lecomte, P. Paradis y S. Monaro,
Phys. Rev. C26(1982)1451.
- Ka82c G. Kajrys, M. Irshad, S. Landsberger, R. Lecomte, P. Paradis y S. Monaro, Phys. Rev. C26(1982)1462.
- Ka83 U. Kaup, C. Monkemeyer y P. von Brentano, Z. Phys. A310(1983)129.
- Ka83b G. Kajrys, S. Landsberger y S. Monaro, Phys. Rev. C28(1983)2335.
- Ka83c G. Kajrys, R. Lecomte, S. Landsberger y S. Monaro, Phys. Rev. C28(1983)1504.
- Ka84 G. Kajrys, G. Dufour, S. Pilotte y S. Monaro, Phys. Rev. C30(1984)831.
- Ka85 G. Kajrys, W. del Bianco, S. Pilotte, S. Landsberger y S. Monaro, Phys. Rev. C31(1985)409.
- Ke71 A. Kerek, A. Luukko, M. Grecescu y J. Sztarkier, Nucl. Phys. A172(1971)603.
- Ki67 O.C. Kistner y A. Schwarzschild, Phys. Rev. 154(1967)1182.
- Ki71 T. Kishimoto y T. Tamura, Nucl. Phys. A163(1971)100.

- K176 W. Klamra y J. Rekstad, Nucl. Phys. A258(1976)61.
- K182 W. Klamra, K. Fransson, B. Sundstrom, M. Brenner, S. Engman y R. Kvarnstrom, Nucl. Phys. A376(1982)463.
- Kr83 K.S. Krane, Phys. Rev. C27(1983)411.
- Ku83 H. Kusakari, K. Kiato, K. Sato, H. Katsuragawa y M. Sugawara, Nucl. Phys. A401(1983)445.
- La80 S. Landsberger, R. Lecomte, P. Paradis y S. Monaro, Nucl. Phys. A339(1980)238.
- Le76 G. Leander, Nucl. Phys. A273(1976)286.
- Le77 C.M. Lederer and V.S. Shirley, ed., Table of Isotopes, 7th edition (Wiley, New York, 1977).
- Lo79 N. Lo Iudice y F. Palumbo, Nucl. Phys. A326(1979)193.
- Lu79 J. Lukasiak, R. Kaczarowski, J. Jastrzebski, S. Andre and J. Treherne, Nucl. Phys. A313(1979)191.
- Lu81 A. Luukko, J. Hattula, H. Helppi, O. Knuuttila y F. Donau, Nucl. Phys. A357(1981)319.
- Ma70 S.G. Malmskog, V. Berg, A. Backlin and G. Hedin, Nucl. Phys. A143(1970)160.
- Ma81 E.H. du Marchie van Voorthuysen, M.J.A. de Voigt, N. Blasi y J.F.W. Jansen, Nucl. Phys. A355(1981)93.

- Mc78 J.B. McGrory, Phys. Rev. Lett. 41(1978)533.
- Me75 J. Meyer-ter-Vehn, Nucl. Phys. A249(1975)111,141.
- Mu81 P. Mukherjee, R. Bhattacharya e I. Mukherjee,
Phys. Rev. C24(1981)1810.
- Mu84 S.J. Mundy, J. Lukasiak and W.R. Phillips, Nucl.
Phys. A426(1984)144.
- Ni55 S.G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.
29(1955) n 16.
- Ot77 T. Otsuka, paquete de programas NPBOS, Universidad
de Tokio, Japón (1977).
- Ot78 T. Otsuka, A. Arima, F. Iachello and I. Talmi,
Phys. Lett. 76B(1978)139.
- Ot78b T. Otsuka, A. Arima and F. Iachello, Nucl. Phys.
A309(1978)1.
- Ot81a T. Otsuka, Phys. Rev. Lett. 46(1981)710.
- Ot81b T. Otsuka, Nucl. Phys. A368(1981)244.
- Pa82 J. Panqueva, H.P. Hellmeister, L. Luhmann, F.J.
Bergmeister, K.P. Lieb y T. Otsuka, Nucl. Phys.
A389(1982)424.
- Pi76 M. Piiparinen, S.K. Saha, P.J. Daly, T.L. Khoo,
C.L. Dors and F.M. Bernthal, Nucl. Phys.
A265(1976)253.
- Pi84 S. Pittel, en "Bosons in Nuclei", D.H. Feng, S.

- Pittel y M. Vallieres edts., World Scientific, Singapore, 1984.
- Pu80 G. Puddu, O. Scholten and T. Otsuka, Nucl. Phys. A348(1980)109.
- Ra50 J. Rainwater, Phys. Rev. 79(1950)432.
- Re70 I. Rezanka, A. Kerek, A. Luukko y C.J. Herlander, Nucl. Phys. A141(1970)130.
- Re70b B.S. Reehal y R.A. Sorensen, Phys. Rev. C2(1970)819.
- Ri77 F.A. Rickey, J.A. Grau. L.E. Samuelson y P.C. Simms, Phys. Rev. C15(1977)1530.
- Ro80 G. Rotbard, G. Berrier-Ronsin, M. Vergnes, J. Kalifa, J. Vernotte and R.K. Sheline, Phys. Rev. C21(1980)1232.
- Ro82 O.S. Roosmalen, A.E.L. Dieperink y F. Iachello, Chem. Phys. Lett. 85(1982)32.
- Sa77 S.K. Saha, M. Piiparinen, J.C. Cunnane, P.J. Daly, C.L. Dors, T.L. Khoo and F.M. Bernthal, Phys. Rev. C15(1977)94.
- Sa80 R. Sahu, M. Satpathy and L. Satpathy, Phys. Rev. C23(1980)1777.
- Sa84 M. Sambataro, O. Scholten, A.E.L. Dieperink and G. Piccito, Nucl. Phys. A423(1984)333.

- Sc76 O. Scholten, Paquete de programas PHINT, K.V.I.,
Universidad de Groningen, Holanda, 1976.
- Sc76b J.P. Schiffer y W.W. True, Rev. Mod. Phys.
48(1976)191.
- Sc78 O. Scholten, F. Iachello y A. Arima, Ann. Phys.
(N.Y.) 115(1978)325.
- Sc79 C. Schuck, J. Genevey-Rivier, V. Berg, A.
Knipper, G. Walter, C. Richard-Serre and A.
Hoglund, Nucl. Phys. A325(1979)421.
- Sc80 O. Scholten, Ph. D. Thesis, University of
Groningen, 1980.
- Sc81 O. Scholten and A.E.L. Dieperink, in "Interacting
Bose-Fermi Systems in Nuclei", F. Iachello Ed.,
Plenum Press, New York (1981), pag. 343.
- Sc82 O. Scholten and N. Blasi, Nucl. Phys.
A380(1982)509.
- Se73 C. Sebille-Schuck, M. Finger, F. Foucher, J.P.
Husson, J. Jastrzebski, V. Berg, S.G. Malmskog,
G. Astner, B.R. Erdal, P. Patzelt and P.
Siffert, Nucl. Phys. A212(1973)45.
- Sh63 A. de Shalit e I. Talmi, Nuclear Shell Theory,
Academic Press, New York, 1963.
- Sh72 S. Shlomo e I. Talmi, Nucl. Phys. A198(1972)81.
- Si74 P.C. Simms, G.J. Smith, F.A. Rickey, J.A. Grau,

- J.R. Tesmer y R.M. Steffen, Phys. Rev. C9(1974)684.
- Sm77 G.R. Smith, N.J. Di Giacomo, M.L. Munger and R.J. Peterson, Nucl. Phys A290(1977)72.
- So75 J. Soon Kim, Y.K. Lee, K.A. Hardy, P.C. Simms, J.A. Grau, G.J. Smith y F.A. Rickey, Phys. Rev. C12(1975)499.
- St82 J. Stachel, P. van Isacker y K. Heyde, Phys. Rev. C25(1982)650.
- Sv76 L.G. Svensson, D.G. Sarantites y A. Backlin, Nucl. Phys. A267(1976)190.
- Ta71 I. Talmi, Nucl. Phys. A172(1971)1.
- Ta73 I. Talmi, Riv. Nuovo Cimento 3(1973)85.
- Ta79 I. Talmi, en "Interacting Bosons in Nuclear Physics", F. Iachello ed., Plenum Press (N.Y.) 1979, pag.79.
- Ta81 I. Talmi, in "Interacting Bose-Fermi Systems in Nuclei", F. Iachello Ed., Plenum Press, New York (1981), pag. 329.
- To75 H. Toki and A. Faessler, Nucl. Phys. A253(1975)231.
- Ve75 R.M. del Vecchio, R.A. Naumann, J.R. Duray, H.Hubel, W.W. Daehnick, Phys. Rev. C12(1975)69.

- Vi79 C.H. Vieu, S.E. Larsson, G. Leander, I. Ragnarsson, W. de Wieclawik and J.S. Dionisio, Z. Physik A290(1979)301.
- Vi83 V. Visscher and R. Bijker, Computer Program ODDPAR, 1983; K.V.I. Groningen.
- Wa82 D.D. Warner, R.F. Casten, M.L. Stelts, H.G. Borner and G. Barreau, Phys. Rev. C26(1982)1921.
- Wh83 C.S. Whisnant, R.H. Castain, F.A. Rickey y P.C. Simms, Phys. Rev. Lett. 50(1983)724.
- Wi56 J. Wilets y M. Jean, Phys. Rev. 102(1956)788.
- Wo81 J.L. Wood, "Proc. 4th International Conference on Nuclei far from stability", L.O. Skolen, Helsingor (Dinamarca) 1981, pag.612.
- Wo82 J.L. Wood, en "Proc. International Conference on Nuclear Structure", A. van der Woude y B.J. Verhaar, eds., Nucl. Phys. A396(1983)245c.
- Wy74 B.G. Wybourne, "Classical Group for Physicists", Wiley, New York, 1974.
- Ya76 Y. Yamazaki and R.K. Sheline, Phys. Rev. C14(1976)531.
- Yo82 N. Yoshida, A. Arima y T. Otsuka, Phys. Lett. 114B(1982)86.
- Ze84 K.O. Zell, H. Harter, D. Dippe, H.W. Schuh y P. von Brentano, Z. Phys. A316(1984)351.

- Zg80 E.F. Zganjar, Proc. Int. Symposium on Future Directions in Studies of Nuclei Far from Stability, Nashville, Tennessee Sept 1979, pag. 49, Eds. J.H. Hamilton et al. (North Holland Publ. Co., Amsterdam 1980).
- Zi82 M.R. Zirnbauer y D.M. Brink, Nucl. Phys. A384(1982)1.
- Zi84 M.R. Zirnbauer, Nucl. Phys. A419(1984)241.

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE CIENCIAS

Reunido el Tribunal Investigador el día de la fecha, para juzgar la Tesis Doctoral de José Miguel Arias Canasco titulada "Desarrollo y aplicaciones del modelo de bosones (protonios y neutronios) en interacción para núcleos de A impar".
Se acordó otorgarle la calificación de APTO "cum laude"

Sevilla, 22 de junio

1.9.85

El Vocal,

El Vocal,

El Vocal,

Francisco Lull

R. Serrano

José M. Jiménez
El Doctorado

El Presidente,

El Secretario,

J. Madrigal

AB

José M. Arias