

Trabajo Fin de Master

Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Posicionamiento Óptimo de Sensores para
Monitorización Continua de Estructuras de
Ingeniería Civil

Autor: Ismael Salamanca Figueroa

Tutor: Javier Fernando Jimenez Alonso

Tutor ponente: Andrés Sáez Pérez

**Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y
Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Máster
Ingeniería de Caminos Canales y Puertos

Posicionamiento Óptimo de Sensores para Monitorización Continua de Estructuras de Ingeniería Civil

Autor:

Ismael Salamanca Figueroa

Tutor:

Javier Fernando Jiménez Alonso

Profesor Asociado

Tutor ponente:

Andrés Sáez Pérez

Catedrático de Universidad

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Master: Posicionamiento Óptimo de Sensores para Monitorización Continua de Estructuras de
Ingeniería Civil

Autor: Ismael Salamanca Figueroa
Tutor: Javier Fernando Jimenez Alonso
Tutor ponente: Andrés Sáez Pérez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

A mis padres María Jesús y Juan

A mi hermano Moisés

A mi abuela Encarna

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mis tutores Javier Fernando Jiménez Alonso y Andrés Sáez Pérez la labor que han hecho a lo largo de estos duros meses de trabajo. A Javier por mostrar su máxima disponibilidad para atender mis dudas de forma personal, telefónica o por correo, por mostrar interés en que el proyecto siga adelante cumpliendo los plazos marcados, por haberme guiado y enseñado en este proceso de investigación y aprendizaje, y en especial por el trato cercano que me ha dado siempre, con el cual he estado muy a gusto. A Andrés por su disponibilidad y facilidades que me ha dado para la realización de los trámites del proyecto, y en especial agradecerle su amabilidad y su maestría como profesor que me ha demostrado tanto en clase como durante el transcurso del proyecto, pues ambos aspectos fueron claves para que me decantara por realizar este proyecto.

Darle las gracias a Javier Naranjo Pérez por haberme ayudado tanto y haber invertido su tiempo en este proyecto, por haber sido tan agradable conmigo y no dudar en ningún momento en echarme una mano.

También agradecer a Noelia Morales Lozano por haber puesto tanto interés en mi trabajo, por haberme acompañado durante muchas horas de trabajo y haberlas hecho mucho más amenas, por haberme animado siempre y por su apoyo incondicional.

Agradecer a mi grupo de amigos y a la Tuna de Medicina de Sevilla el interés que han puesto en el proyecto y por darme ánimos durante todo este proceso.

Por último, agradecer a mis padres y mi hermano por ser los pilares de mi vida y por su apoyo incondicional, y en especial a mi madre por su gran sacrificio y por hacer frente a tantas dificultades, porque su constante esfuerzo y dedicación han hecho posible que haya estudiado en la universidad durante estos últimos seis años.

Resumen

A lo largo de la vida útil las estructuras civiles, los agentes externos a los que están sometidas producen una evolución de su estado, modificando sus características iniciales tales como las propiedades de los materiales, la respuesta frente a las sollicitaciones, los modos de vibración principales de la estructura etc., que se traducen en daños en la estructura. Dicho deterioro continuo es el culpable de que con el paso de los años las estructuras civiles dejen de ser aptas para realizar su función y que por lo tanto deban ser sustituidas por otras.

Usualmente, resulta más económico monitorizar el estado de la estructura en el tiempo y minimizar su desgaste con el fin de ampliar su vida útil que derrumbarla y reemplazarla por otra nueva que realice la misma función. Dicho motivo económico ha suscitado un creciente interés por el estudio de la monitorización de estructuras civiles en numerosos investigadores en las últimas décadas.

Para realizar una monitorización eficiente de estructuras civiles es necesario contar con un software de obtención de datos y de sensores para captar la información modal de la estructura, su respuesta vibracional. La adquisición de los sensores utilizados en la monitorización estructural supone un coste adicional importante, por lo que es conveniente usar el mínimo número de sensores posibles colocados de forma precisa en las posiciones adecuadas para captar una cantidad de información de la estructura adecuada para que su evaluación sea lo más precisa posible. Es decir, se procura optimizar la posición de los sensores para conocer de forma efectiva el comportamiento dinámico de la estructural y de gastar el menor capital posible, lo que se conoce como posicionamiento óptimo de sensores.

Los avances tecnológicos de los últimos años han permitido disponer de equipos de monitoreo de estructuras de alta precisión, así como potentes softwares en los que es posible realizar un modelo numérico de estructuras civiles e implementar distintos métodos de posicionamiento óptimo de sensores con un bajo coste computacional. El uso en conjunto de estas tecnologías nos capacita para realizar medidas en todos los grados de libertad de cualquier estructura civil y el monitoreo continuo con distintos métodos de posicionamiento óptimo de sensores, además de poder hacer una comparación entre los resultados obtenidos para concluir cual es el más exacto.

Así pues, éste trabajo fin de master consiste en el estudio de los distintos métodos de optimización de posicionamiento de sensores para la monitorización continua de estructural civiles, así como la identificación del método más eficaz para conseguir ahorrar lo máximo posible en el proceso de monitorización de una estructura.

Abstract

Throughout the useful life of civil structures, the external agents to which they are subjected produce an evolution of their state, modifying their initial characteristics such as the properties of materials, the response to loads, the main modes of vibration of the structure, etc., which result in damage to the structure. Due to this continuous deterioration, as time goes by, civil structures stop being suitable to perform and have to be replaced by others.

It is usually more economical to track the condition of the structure over time and minimize the damage in order to extend its service life rather than to demolish it and replace it with a new one that performs the same function. This economic motive has aroused a growing interest in the study of civil structure monitoring by numerous researchers in recent decades.

To carry out an efficient monitoring of civil structures it is necessary to have a data acquisition software and sensors to capture the modal information of the structure, its vibrational response. The acquisition of sensors used in structural monitoring is an important additional cost, so it is convenient to use the minimum number of sensors precisely placed in the appropriate positions to capture a quantity of information from the appropriate structure to make its evaluation as accurate as possible. That is to say, we try to optimize the position of the sensors to know effectively the dynamic behavior of the structures and to spend as little capital as possible, which is known as optimal sensors placement.

Technological advances in recent years have made it possible to have high-precision structural health monitoring equipment, as well as powerful software in which it is possible to make a numerical model of civil structures and implement different methods of optimal sensor positioning at a low computational cost. The joint use of these technologies enables us to perform measurements in all degrees of freedom of any civil structure and continuous monitoring with different methods of optimal sensor positioning, in addition to being able to make a comparison between the results obtained to conclude which is the most accurate.

Thus, this final master's thesis consists in the study of the different methods of optimization of sensor positioning for continuous monitoring of civil structures, as well as the identification of the most effective method to achieve maximum savings in the monitoring process of a structure.

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xv
Índice de Tablas	xvii
Índice de Figuras	xix
1 INTRODUCCIÓN	23
1.1 <i>Antecedentes</i>	23
1.2 <i>Justificación y motivación del tema</i>	23
1.3 <i>Aproximación a la monitorización continua estructural</i>	24
1.3.1 <i>Historia y desarrollo de la monitorización estructural</i>	25
1.3.2 <i>Técnicas habitualmente empleadas para la monitorización de estructuras</i>	26
1.3.3 <i>Sensores en la monitorización de estructuras</i>	32
1.4 <i>Objetivos del trabajo</i>	33
1.5 <i>Metodología de trabajo</i>	34
2 Posicionamiento Óptimo de Sensores (OSP): Estado del Arte	35
2.1 <i>Posicionamiento óptimo de sensores</i>	35
2.2 <i>Métodos para el posicionamiento óptimo de sensores</i>	36
2.2.1 <i>Métodos de clasificación directa</i>	37
2.2.2 <i>Métodos de eliminación y de expansión iterativa</i>	38
2.2.3 <i>Métodos heurísticos</i>	41
2.2.4 <i>Algoritmos genéticos (GA)</i>	50
2.2.5 <i>Funciones objetivo</i>	56
2.3 <i>Matriz de Información de Fisher (FIM)</i>	57
2.4 <i>Entropía de la información (IE)</i>	60
2.4.1 <i>Metodología de la estadística bayesiana</i>	60
2.4.2 <i>Estimación asintótica de la entropía de la información</i>	61
2.4.3 <i>Función objetivo del criterio IE en el problema de posicionamiento óptimo de sensores</i>	62
2.5 <i>Criterio de garantía modal (MAC)</i>	63
3 CASO DE ESTUDIO: PASARELA CICLOPEATONAL DE TABLADA (SEVILLA)	65
3.1 <i>Descripción General de la Estructura</i>	65
3.2 <i>Ensayo de Vibración Ambiental</i>	72
3.2.1 <i>Instrumentos utilizados</i>	73
3.2.2 <i>Desarrollo del ensayo</i>	74
3.3 <i>Análisis Modal Operacional</i>	76
3.4 <i>Modelo de Cálculo Numérico</i>	80
3.4.1 <i>Descripción del modelo</i>	80
3.4.2 <i>Análisis modal numérico</i>	85
3.5 <i>Comparación de resultados numéricos y experimentales</i>	86

3.6.	<i>Estudio de sensibilidad</i>	88
3.7.	<i>Calibración del modelo</i>	93
4	Aplicación de los Métodos de Posicionamiento Óptimo de Sensores: Caso de Estudio	99
4.1.	<i>Implementación de los métodos de posicionamiento óptimo de sensores en Matlab</i>	99
4.2.	<i>Verificación de los métodos de posicionamiento óptimo de sensores en Matlab</i>	104
4.3.	<i>Análisis del posicionamiento óptimo de sensores por el método FIM</i>	110
4.4.	<i>Análisis del posicionamiento óptimo de sensores por el método IE</i>	113
4.5.	<i>Análisis del posicionamiento óptimo de sensores por el método MAC</i>	115
4.6.	<i>Discusión de resultados</i>	121
5	CONCLUSIÓN	125
5.1.	<i>Análisis de resultados obtenidos</i>	125
5.2.	<i>Conclusiones del proyecto</i>	131
5.3.	<i>Líneas futuras de trabajo</i>	133
	REFERENCIAS	137

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 2-1: Codificación de dos dimensiones. Ejemplo de 10 sensores y 44 grados de libertad.</i>	51
<i>Tabla 2-2: Codificación binaria 1. Ejemplo de 10 sensores y 44 grados de libertad.</i>	51
<i>Tabla 2-3: Codificación binaria 2. Ejemplo de 10 sensores y 44 grados de libertad</i>	51
<i>Tabla 3-1: Parámetros modales experimentales de los modos resultantes del OMA en ARTeMIS.</i>	78
<i>Tabla 3-2: Asignación y descripción de los elementos de la pasarela.</i>	82
<i>Tabla 3-3: Propiedades de los materiales definidos en el modelo.</i>	83
<i>Tabla 3-4: Modos de actualización y sus frecuencias.</i>	87
<i>Tabla 3-5: Parámetros y grupos de elementos a los que corresponden.</i>	90
<i>Tabla 3-6: Valores de la matriz de sensibilidad.</i>	91
<i>Tabla 3-7: Mayores valores de la sensibilidad de los modos para los parámetros establecidos.</i>	92
<i>Tabla 3-8: Límite inferior y superior de los parámetros de actualización.</i>	94
<i>Tabla 3-9: Valores de las funciones objetivo antes y después del calibrado del modelo.</i>	96
<i>Tabla 3-10: Solución resultante del GA multiobjetivo.</i>	96
<i>Tabla 3-11: Frecuencias y modos actualizados.</i>	97
<i>Tabla 4-1: Condiciones de contorno para 2 sensores en viga biapoyada.</i>	105
<i>Tabla 4-2: Soluciones óptimas del MAC para una viga biapoyada con 2 sensores y 2 modos.</i>	106
<i>Tabla 4-3: Soluciones óptimas del FIM para una viga biapoyada con 2 sensores y 2 modos.</i>	107
<i>Tabla 4-4: Condiciones de contorno para 4 sensores en viga biapoyada.</i>	108
<i>Tabla 4-5: Soluciones óptimas del FIM para una viga biapoyada con 4 sensores y 4 modos.</i>	108
<i>Tabla 4-6: Soluciones óptimas del FIM para una viga biapoyada con 2 sensores y 2 modos.</i>	109
<i>Tabla 4-7: Soluciones óptimas del IE para una viga biapoyada con 4 sensores y 4 modos.</i>	109
<i>Tabla 4-8: Condiciones de contorno para 2 sensores en pasarela ciclopeatonal.</i>	111
<i>Tabla 4-9: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio FIM para 2 sensores y 6 modos en la pasarela.</i>	111
<i>Tabla 4-10: Condiciones de contorno para 4 sensores en pasarela ciclopeatonal.</i>	112
<i>Tabla 4-11: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio FIM para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.</i>	112
<i>Tabla 4-12: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio IE para 2 sensores y 6 modos en la pasarela.</i>	114
<i>Tabla 4-13: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio IE para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.</i>	115
<i>Tabla 4-14: OSP según criterio MAC basado en la Ec. (2.51) para 2 sensores y 6 modos en la pasarela</i>	117
<i>Tabla 4-15: OSP según criterio MAC basado en la Ec. 2.52 para 2 sensores y 6 modos en la pasarela.</i>	117
<i>Tabla 4-16: Coste computacional del criterio MAC sin y con la representación gráfica de la matriz MAC para sus dos funciones objetivo.</i>	118

<i>Tabla 4-17: OSP según criterio MAC basado en la Ec. (2.51) para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.</i>	119
<i>Tabla 4-18: OSP según criterio MAC basado en la Ec. (2.52) para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.</i>	120
<i>Tabla 4-19: Coste computacional del criterio MAC sin y con la representación gráfica de la matriz MAC para las dos funciones objetivo.</i>	120
<i>Tabla 4-20: Frecuencias resultantes del OMA numérico por el método FDD para 2 sensores.</i>	124
<i>Tabla 4-21: Frecuencias resultantes del OMA numérico propuestas por el método FDD para 4 sensores.</i>	124
<i>Tabla 5-1: Costes computacionales de los criterios OSP.</i>	126
<i>Tabla 5-2: Configuraciones óptimas propuestas por los criterios OSP.</i>	127
<i>Tabla 5-3: Frecuencias resultantes del OMA numérico por el método FDD para 2 sensores.</i>	129
<i>Tabla 5-4: Frecuencias resultantes del OMA numérico por el método FDD para 2 sensores.</i>	131

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1-1: Esquema del funcionamiento de una red de Bragg en fibra óptica. Fuente: [22].</i>	27
<i>Figura 1-2: Esquema acelerómetro mecánico. Editado a partir de [24].</i>	27
<i>Figura 1-3: Esquema acelerómetro piezoeléctrico. Editado a partir de [24].</i>	28
<i>Figura 1-4: Esquema acelerómetro piezoresistivo. Editado a partir de [24].</i>	28
<i>Figura 1-5: Esquema acelerómetro capacitivo. Editado a partir de [24].</i>	28
<i>Figura 1-6: Esquema acelerómetro térmico. Editado a partir de [24].</i>	29
<i>Figura 1-7: Transformada de wavelet de una señal en el dominio del tiempo y su correspondiente transformada de Fourier discreta. Fuente: Editado a partir de [27].</i>	30
<i>Figura 1-8: Aplicación in-situ de termografía con infrarrojos en un puente de hormigón y detalle del deterioro cerca de la conexión del tablero. Fuente: [29].</i>	31
<i>Figura 2-1: Posiciones óptimas para cada uno de los tres primeros modos de vibración de una viga biapoyada. Fuente: Editado a partir de [32].</i>	36
<i>Figura 2-2: Configuración óptima de sensores propuesta por el método EVP para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].</i>	37
<i>Figura 2-3: Configuración óptima de sensores propuesta por el método Efl para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].</i>	39
<i>Figura 2-4: Configuración óptima de sensores propuesta por el método Efl-DPR para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].</i>	40
<i>Figura 2-5: Configuración óptima de sensores propuesta por el método KE para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].</i>	41
<i>Figura 2-6: Diagrama de flujo básico del algoritmo SA. Fuente: Elaboración propia.</i>	42
<i>Figura 2-7: Parámetros de la analogía del algoritmo ABC dispuestos en varias configuraciones. Fuente: [53].</i>	43
<i>Figura 2-8: Diagrama de flujo básico del algoritmo ABC. Fuente: Elaboración propia.</i>	45
<i>Figura 2-9: Dibujo esquemático de los procesos seguidos por el algoritmo MA. Fuente: [54]</i>	46
<i>Figura 2-10: Diagrama de flujo básico del algoritmo MA. Fuente: Elaboración propia.</i>	50
<i>Figura 2-11: Cruce de un punto de los algoritmos genéticos. Fuente: UPV/EHU.</i>	53
<i>Figura 2-12: Cruce de dos puntos de los algoritmos genéticos. Fuente: UPV/EHU.</i>	53
<i>Figura 2-13: Cromosoma visto como un circuito. Fuente: UPV/EHU.</i>	54
<i>Figura 2-14: Mutación de un individuo en el algoritmo genético. Fuente: [56].</i>	54
<i>Figura 2-15: Diagrama de flujo de los algoritmos genéticos. Fuente: Elaboración propia.</i>	55
<i>Figura 2-16: Frente de Pareto para un problema multiobjetivo con dos funciones objetivo. Editado a partir de [66].</i>	56
<i>Figura 2-17: Ejemplo de matrices MAC antes y después de haber aplicado el proceso de optimización del OSP. Fuente: [34].</i>	64
<i>Figura 3-1: Vista en planta de la localización de la pasarela. Fuente: Agencia de Obra Pública de la Junta de Andalucía.</i>	66

<i>Figura 3-2: Conexión del carril bici de la pasarela de Tablada con el Puente de Hierro. Fuente: Agencia de Obra Pública de la Junta de Andalucía.</i>	66
<i>Figura 3-3: Vista interior de la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: Red de Ciudades por la Bicicleta.</i>	67
<i>Figura 3-4: Rampa de acceso 2 a la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: Red de Ciudades por la Bicicleta.</i>	68
<i>Figura 3-5: Detalle de conexión de las vigas en H y los conectadores de la solera. Fuente: Acciona.</i>	68
<i>Figura 3-6: Sección tipo de la rampa 1 de la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: ABC de Sevilla.</i>	69
<i>Figura 3-7: Detalle de la barandilla de seguridad y de la valla antivandalismo de la rampa 2. Fuente: ABC de Sevilla.</i>	69
<i>Figura 3-8: Terraplén de acceso a la pasarela desde San Juan de Aznalfarache. Fuente: MRN Magazine.</i>	70
<i>Figura 3-9: Esquema de los elementos de las secciones laterales del vano central. Fuente: Acciona.</i>	71
<i>Figura 3-10: Vista en planta y perfil del vano central de la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: Acciona.</i>	71
<i>Figura 3-11: A la izquierda apoyo POT guiado y a la derecha apoyo POT fijo. Fuente: Freysas Sustainable Technology.</i>	71
<i>Figura 3-12: Detalle de junta de la pasarela de Tablada. Fuente: Acciona.</i>	72
<i>Figura 3-13: Pila de la rampa 1 de la pasarela de Tablada. Fuente: Diario de Sevilla.</i>	72
<i>Figura 3-14: Tipo de sensor utilizado en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Acciona.</i>	73
<i>Figura 3-15: Grabadora multicanal utilizada en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Acciona.</i>	74
<i>Figura 3-16: Generador eléctrico utilizado en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Acciona.</i>	74
<i>Figura 3-17: Esquema del posicionamiento de sensores en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Elaboración propia.</i>	75
<i>Figura 3-18: Montaje de equipos y desarrollo del ensayo de vibración ambiental.</i>	75
<i>Figura 3-19: Geometría con una de las configuraciones de sensores en ARTeMIS. Fuente: Elaboración propia.</i>	76
<i>Figura 3-20: Frecuencias resultantes del OMA con el algoritmo SSI-UPC-Merged. Fuente: Elaboración propia.</i>	77
<i>Figura 3-21: Animación de los dos primeros modos obtenidos por en el OMA en ARTeMIS. Fuente: Elaboración propia.</i>	77
<i>Figura 3-22: Modos de vibración experimentales. Fuente: Elaboración propia.</i>	79
<i>Figura 3-23: Modelo de la pasarela de Tablada.</i>	80
<i>Figura 3-24: Geometría del elemento BEAM188. Fuente: (ANSYS 19).</i>	81
<i>Figura 3-25: Geometría del elemento SHELL181. Fuente: (ANSYS 19).</i>	81
<i>Figura 3-26: Detalle del mallado del modelo. Fuente: Elaboración propia.</i>	84
<i>Figura 3-27: Condiciones de contorno del modelo de la pasarela de Tablada. Fuente: Elaboración propia.</i>	84
<i>Figura 3-28: Modos de vibración y frecuencias del modelo numérico de ANSYS. Fuente: Elaboración propia.</i>	86
<i>Figura 3-29: Representación de la matriz de sensibilidad de la pasarela en una gráfica 3D. Fuente: Elaboración</i>	

<i>propia.</i>	91
<i>Figura 3-30: Frente de Pareto resultante del GA multiobjetivo.</i>	96
<i>Figura 4-1: Rangos de movimiento de los sensores en el OSP para 2 y 4 sensores. Fuente: Elaboración propia.</i>	100
<i>Figura 4-2: Esquema de ambas matrices de respuesta modal. Fuente: Elaboración propia.</i>	101
<i>Figura 4-3: Ejemplo de deformación cúbica de una viga discretizada en 4 elementos. Fuente: Edición a partir de [87].</i>	102
<i>Figura 4-4: Cinemática y grados de libertad de un elemento viga de Bernoulli-Euler de dos nodos. Fuente: Edición a partir de [87].</i>	103
<i>Figura 4-5: Representación de las funciones de forma cúbicas de un elemento viga.. Fuente: [87].</i>	103
<i>Figura 4-6: Esquema de viga biapoyada. Fuente: Editado a partir de [88].</i>	105
<i>Figura 4-7: Convergencia del criterio FIM. Fuente: Elaboración propia.</i>	113
<i>Figura 4-8: Convergencia del criterio IE. Fuente: Elaboración propia.</i>	115
<i>Figura 4-9: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza el valor máximo fuera de la diagonal de la matriz para 2 sensores y 6 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.</i>	118
<i>Figura 4-10: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza la suma de los valores fuera de la diagonal de la matriz para 2 sensores y 6 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.</i>	118
<i>Figura 4-11: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza el valor máximo fuera de la diagonal de la matriz para 4 sensores y 11 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.</i>	121
<i>Figura 4-12: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza la suma de los valores fuera de la diagonal de la matriz para 4 sensores y 11 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.</i>	121
<i>Figura 4-13: Diagrama de densidad espectral en frecuencia de la señal de los setups de 2 y 4 sensores (de izquierda a derecha) propuestos por los criterio FIM y IE. Fuente: Elaboración propia.</i>	122
<i>Figura 4-14: Diagrama de densidad espectral en frecuencia de la señal de los setups de 2 y 4 sensores (de izquierda a derecha) propuestos por el criterio MAC basado en la función objetivo F1. Fuente: Elaboración propia.</i>	123
<i>Figura 4-15: Diagrama de densidad espectral en frecuencia de la señal de los setups de 2 y 4 sensores (de izquierda a derecha) propuestos por el criterio MAC basado en la función objetivo F2. Fuente: Elaboración propia.</i>	123
<i>Figura 5-1: Representación de configuraciones de 2 sensores según criterios OSP. Fuente: Elaboración propia.</i>	127
<i>Figura 5-2: Respuesta en frecuencia de la señal de los setups de 2 sensores propuestos por cada criterio OSP. Fuente: Elaboración propia.</i>	128
<i>Figura 5-3: Representación de configuraciones de 4 sensores según criterios OSP. Fuente: Elaboración propia.</i>	129
<i>Figura 5-4: Respuesta en frecuencia de la señal de los setups de 4 sensores propuestos por cada criterio OSP. Fuente: Elaboración propia.</i>	130

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

La monitorización de estructuras es un proceso muy extendido en el ámbito ingenieril para evaluar el estado de estructuras y comprobar si existe algún daño crítico. El posicionamiento óptimo de los sensores resulta crucial para que la monitorización sea precisa y nos arroje una información modal realista de la estructura en cuestión. Los sistemas de monitorización estructural nos informan del estado de la estructura en tiempo real, lo cual no permite reducir costes realizando un pronóstico del estado de la estructura y llevando a cabo un mantenimiento preventivo de ella. Es por ello que continuamente se trabaja en la investigación e innovación de nuevas tecnologías para que los sensores tengan un mejor rendimiento y sus medidas sean más precisas.

Desde la década de 1970 se han desarrollado múltiples métodos para la configuración óptima de sensores en distintos campos de la ingeniería, como pueden ser aplicaciones aeroespaciales [1], en procesos industriales [2] o para operaciones de seguridad en reactores nucleares [3]. A pesar de que los métodos de optimización parecen variar según la aplicación, la mayoría comparten el hecho de que se busca obtener el comportamiento dinámico de la estructura de la forma más precisa posible.

Entre los primeros estudios relacionados con el posicionamiento óptimo de sensores se encuentran la aproximación de la matriz de covarianza [4], el método de reducción del modelo [5] y el método de la energía cinética (KEM) [6]. De entre los métodos de posicionamiento óptimo de sensores más significativos podemos destacar el método de independencia efectiva (Efi) [7], el determinante de la matriz de Fisher (FIM), el criterio de garantía modal (MAC) [8].

En los últimos años se han desarrollado algoritmos basados en analogías física y biológicas como es el caso de los algoritmos genéticos inspirados en la reproducción de una población, el algoritmo del mono que está inspirado en el proceso de escalado de una montaña por un mono [9] o el algoritmo de la colonia de abejas artificiales [10]. Estos algoritmos se han vuelto más populares por poder resolver problemas de posicionamiento de sensores más complejos que los algoritmos tradicionales de posicionamiento óptimo de sensores no son capaces de resolver.

1.2 Justificación y motivación del tema

Como se ha dicho anteriormente, los avances tecnológicos de los últimos años nos brindan la posibilidad de trabajar con sistemas de captación de datos de alta precisión en la monitorización de estructuras, además de que las investigaciones sobre el posicionamiento óptimo de sensores realizadas han dado lugar a numerosos métodos de optimizar la configuración de los sensores que pueden ser aplicados en distintos ámbitos de la ingeniería.

A pesar de esto y de que la monitorización de estructuras es una técnica actualmente muy extendida en el ámbito ingenieril, tanto el posicionamiento óptimo de sensores como el número de sensores necesarios para obtener el comportamiento dinámico de la estructura siguen presentando importantes lagunas. En la práctica de la monitorización de estructuras, el número de sensores está limitado generalmente por el presupuesto disponible, por lo que es necesario optimizar la información estructural obtenida por un número de sensores limitado.

Para caracterizar la respuesta modal de una estructura es necesario que los métodos usados para optimizar la posición de los sensores aporten soluciones muy precisas, puesto que es necesaria una cierta cantidad de información para definir el estado de la estructura. Esto se debe a que el número de modos necesarios para caracterizar una estructura puede ser variado, y para obtener la respuesta de dichos modos de forma correcta hay

que colocar los sensores allá donde las vibraciones de la estructura sean mayores, evitando los puntos donde se encuentran nodos modales, es decir, puntos de la estructura en los que no hay movimiento para un determinado modo de interés.

Para desarrollar una adecuada estrategia de detección de daño estructural, es muy importante evaluar los modos de vibración superiores de la estructura, por lo que resulta transcendental determinar con precisión las posiciones en las que los sensores obtienen una mayor información modal y que permiten minimizar el número de sensores, lo cual implica una reducción en el coste de la monitorización estructural.

Los métodos empíricos tradicionales, junto con los conocimientos y experiencia de los ingenieros implicados en la monitorización de estructuras, son capaces de resolver el problema de posicionamiento óptimo de sensores en estructuras de geometría sencilla o escasos grados de libertad. Sin embargo, para éstos métodos resulta muy complicado establecer la configuración de sensores óptima en grandes estructuras de geometría compleja, cuyo modelo de elementos finitos puede contar con miles de nodos y grados de libertad. Eso es así puesto que, como veremos más adelante en este trabajo, la complejidad de resolver el problema de optimización del posicionamiento de sensores aumenta con el número de localizaciones candidatas a ser ocupadas por los sensores en la estructura.

Así, para resolver problemas de posicionamiento de sensores complejos es necesario emplear algoritmos más avanzados e innovadores como es el caso del algoritmo genético (GA). Éste algoritmo es frecuentemente usado en la actualidad, y son múltiples los artículos y estudios realizados sobre él que avalan su utilidad en la resolución de problemas complejos. Dicho algoritmo, en conjunción con los métodos de posicionamiento de sensores de efectividad contrastada, permitirán resolver cualquier problema complejo con la mayor exactitud posible para poder determinar el estado de la estructura, su comportamiento y características dinámicas.

Partiendo de esta premisa, en este trabajo se resolverá el problema de posicionamiento óptimo de sensores para una estructura compleja real utilizando el algoritmo genético en conjunto con diferentes métodos de posicionamiento de sensores. Los resultados obtenidos por los métodos se analizarán y contrastarán con el fin de esclarecer cual es el método más fiable para posicionar los sensores correctamente en la monitorización de una estructura.

La principal aportación de éste proyecto fin de master frente a otros trabajos realizados anteriormente sobre la monitorización de estructuras será conseguir resolver el problema de posicionamiento de sensores en una estructura real, considerando como posibles posiciones óptimas de los sensores todos los puntos geométricos del vano de la estructura con una precisión milimétrica, utilizando en conjunto distintos métodos y un algoritmo de optimización. Esto no solo implica que el problema será realmente complejo y que habrá que considerar que el coste computacional no sea elevado, sino que la resolución correcta del problema de optimización permitirá obtener una precisión de la configuración de sensores más que aceptable para obtener el comportamiento modal de la estructura puesto que cualquier punto de la estructura será considerado como posición candidata a ser ocupada por un sensor. Además, el problema será resuelto para un número de modos relativamente elevado, lo cual dificulta la precisión de los resultados.

Dadas las características generales del problema de estudio del presente trabajo, en el caso de que los métodos de estudio de este trabajo nos aporten soluciones precisas tales que nos permitan conocer el comportamiento dinámico de la estructura de forma continua, podremos afirmar que contamos con una metodología que nos capacita para resolver el problema de posicionamiento óptimo de sensores para cualquier estructura civil compleja. Todas estas singularidades del proyecto y el hecho de llevar al siguiente nivel una línea de investigación de gran proyección e interés en el ámbito de la ingeniería actual son motivación suficiente para elaborar este trabajo y justifica que se continúe leyendo este proyecto.

1.3 Aproximación a la monitorización continua estructural

La creciente preocupación por el impacto socio-económico que produce el deterioro de las estructuras debido al envejecimiento y al desgaste producido por agentes meteorológicos y eventos extremos, han propiciado que la monitorización de la salud de estructuras se haya convertido en una herramienta importante y necesaria en el ámbito ingenieril. Dicha herramienta evalúa las propiedades dinámicas para determinar el estado y el nivel de seguridad de estructuras a lo largo de su vida útil, así como determinar y localizar los daños que han sufrido y

predecir el tiempo que la estructura podrá continuar dando servicio a la sociedad. Para que esto sea posible se requiere un seguimiento continuo de la estructura, que hoy en día se realiza mediante una red de sensores distribuida sobre la estructura.

Aunque la monitorización de la salud estructural (MSE) está bastante extendida en todos los dominios de la ingeniería, esta herramienta tiene una aplicación muy interesante e influyente en la industria aeroespacial y civil, donde la prevención de fallos en los elementos estructurales resulta ser un aspecto fundamental [11]. En el caso del ámbito aeroespacial, los costes de mantenimientos de las aeronaves suponen un 11% del coste total de las operaciones que se llevan a cabo en una aerolínea [12]. Por su parte, las estructuras civiles tales como puentes, edificios, presas etc., suelen tener unas grandes dimensiones y por lo tanto están sujetos a grandes cambios debido a los agentes medioambientales, lo cual exige una evaluación continua y exhaustiva de dichas estructuras. Además, la necesidad de monitorizar el estado de los elementos tan extensos que conforman las estructuras civiles han promovido el desarrollo de novedosas técnicas de monitorización.

El proceso de MSE se clasifica en cuatro niveles [13]:

- Nivel 1: Evaluación operacional.
- Nivel 2: Adquisición, normalización y depuración de datos.
- Nivel 3: Extracción de características y condensación de información.
- Nivel 4: Desarrollo de modelo estadístico.

Para poder alcanzar el nivel 2 del proceso de MSE por lo general basta con usar técnicas que identifiquen los modos de vibración o los cambios en las frecuencias naturales, para alcanzar el nivel 3 es necesario un modelo estructural que compare y cuantifique el daño de una estructura con respecto al estado inicial sin daño de dicha estructura, y, por último, para alcanzar el nivel 4 son necesarias técnicas mucho más complejas sobre fatiga mecánica, entre otros temas complejos.

Los cambios producidos en la respuesta de la estructura por factores ambientales como la temperatura o la humedad pueden ser mínimos y ser considerados ruidos en la señal captada por los sensores y el ordenador de análisis de datos, y solo en el caso de que el cambio de la señal sea significativamente mayor que el ruido de esta se podrá considerar que la medida es un daño en la estructura.

También se pueden producir cambios significativos en una estructura al eliminar alguno de sus elementos. Al excitar una estructura en su frecuencia fundamental o primer modo de vibración habrá elementos que desarrollen una deformación en mayor medida mientras que otros apenas se deformarán. Aquellos elementos que tengan una mayor deformación serán decisivos en el comportamiento dinámico de la estructura y la sustitución de estos provocará importantes cambios en los modos de vibración y en las frecuencias naturales de la estructura, cambios que pueden ser de hasta un treinta por ciento [14, 15]. Esto se aplica para estructuras hiperestáticas, puesto que al quitar cualquier elemento de una estructura isostática se produciría el colapso. Este fenómeno denominado sensibilidad se ampliará más adelante en el apartado 3.6 de este trabajo.

1.3.1 Historia y desarrollo de la monitorización estructural

La monitorización estructural se lleva desarrollando desde finales del siglo XIX, y comenzó siendo una simple inspección visual y auditiva de las estructuras. Estas inspecciones de basaban en que un operario cualificado observaba y palpaba diferentes zonas de la estructura en cuestión para detectar grietas u otros daños, o bien las golpeaban y escuchaban las vibraciones que producían y las comparaban con el sonido de otras zonas de la construcción con el mismo fin. Ésta metodología para evaluar el estado de estructuras es muy rudimentaria, puesto que cuantificar las propiedades físicas de manera visual o con métodos acústicos es difícil. Para ello se requiere un sistema de monitorización, que en el ámbito de la ingeniería civil debe ser operado remotamente y con un procesamiento de datos in situ, además de ser fáciles de instalar y mantener. Así, el término MSE es una evolución de las actividades de monitorización tradicionales basadas en la evaluación visual y auditiva de las estructuras.

Los desarrollos más significativos de la MSE se han dado en grandes proyectos de construcción. Recientemente, buena parte de los esfuerzos realizados por parte de los investigadores en mejorar el desarrollo de la MSE en el ámbito de las construcciones civiles se ha centrado en los puentes, que han eclipsado la aplicación de ésta tecnología en otras grandes estructuras como pueden ser las presas [16].

Históricamente, los programas de monitorización de puentes se han implementado con el propósito de comprender y calibrar modelos de carga y respuesta de una estructura. Una de las primeras monitorizaciones documentadas fueron las llevadas a cabo sobre el Golden Gate y el Bay Bridge de San Francisco por Carder (1937), en las que se midieron las frecuencias de varios componentes durante su construcción para conocer su comportamiento dinámico y consecuencias producidas por un posible terremoto.

En 1954 se realiza la monitorización del primer puente de Tacoma Narrows, antes de su colapso debido a la inestabilidad inducida por la acción del viento. Dicha experiencia tuvo una gran importancia para la monitorización de puentes, puesto que desde aquél momento hasta la fecha la monitorización de todos los puentes en suspensión de gran vano se ha centrado en la respuesta de la estructura frente a la acción del viento.

El desarrollo de la MSE en puentes convencionales de pequeña escala es más reciente, pero no menos beneficioso que la monitorización de grandes estructuras. En los puentes de menor tamaño la respuesta global tiene una mayor sensibilidad a los defectos, por lo que la inspección visual es menos frecuente y es necesario el uso de los sistemas de monitorización actuales [17]. Éste tipo de puentes ha sido objeto de recientes investigaciones europeas y australianas, las cuales han desarrollado respectivamente el sistema BRIMOS usado para realizar el seguimiento de las características dinámicas del puente y el sistema comercial “Bridge Health Monitor” para registrar las ondas y deformaciones inducidas por el paso de vehículos [18, 19].

Por otra parte, el desarrollo de la monitorización de edificios estuvo motivada por la necesidad de comprender cómo responden ante tormentas y terremotos. Originalmente se realizaban test de vibración para conocer respuesta dinámica, siempre siendo preferible una monitorización a largo plazo de la estructura. También es importante monitorizar los movimientos del suelo para mejorar el diseño de los edificios expuestos a movimientos del terreno debido a terremotos. Desde los años setenta se han realizado mejoras en las monitorizaciones de edificios y torres con el fin del conocer el comportamiento ante cargas de viento, como es el caso del estudio realizado en Singapur [20], en el que se estudiaron cargas de viento en un apartamento elevado para evaluar las cargas de viento en edificios aún más altos por construir, con la preocupación principal del confort de los habitantes.

Gracias al desarrollo tecnológico de los últimos treinta años, y en especial del presente siglo XXI, en la actualidad contamos con sensores de alta precisión, así como potentes sistemas de adquisición y almacenamiento de datos del comportamiento dinámico (aceleraciones, deformaciones, tensiones...). El trabajo en conjunto de estos elementos nos permite obtener una gran cantidad de información dinámica de las estructuras con el fin de monitorizar su salud de forma continua y determinar el estado en el que se encuentra para poder controlar su nivel de desgaste, realizar un mantenimiento correcto y prolongar lo máximo posible su vida útil.

1.3.2 Técnicas habitualmente empleadas para la monitorización de estructuras

A continuación, se presentan varias técnicas representativas en el reciente desarrollo de la monitorización continua de estructuras (MCE), las cuales van a ser clasificadas en base a la función que desempeñan en el proceso de monitorización:

- **Métodos de extracción de datos**
 - **Tecnología de fibra óptica**

Entre las numerosas técnicas de monitorización continua de estructuras, la tecnología de fibra óptica destaca en aplicaciones aeroespaciales y civiles de reducido tamaño y peso en las que presenta grandes ventajas [21]. Dicha tecnología tiene la capacidad de combinar dos o más señales y transmitir las por un solo medio de transmisión, lo que implica una reducción significativa del cableado con respecto a los sistemas de monitorización tradicionales de carga y deformación. Su principal limitación es la baja resistencia frente a esfuerzos cortantes y a la doblez, que hace que la probabilidad de rotura de la fibra durante su instalación o la manipulación de los elementos sea elevada. Es por ello que la manipulación de la fibra óptica debe ser muy cuidadosa, especialmente para aquellas estructuras en las que se instalen fibras de gran longitud.

Destacar de la tecnología de fibra óptica las redes de Bragg (FBG), que permiten alcanzar el nivel último del proceso de MCE trabajando en conjunto con una red de sensores distribuidos sobre la estructura en cuestión y un sistema de captación de datos de la estructura a tiempo real.

Los sensores FBG no son más que una especie de rejilla (marcado de Bragg) incluidas dentro de las líneas de fibra óptica cuyo comportamiento es similar a la de un filtro (ver Figura 1.1). Al exponer la FBG de la fibra óptica a un haz de luz de banda ancha se refleja una determinada banda muy estrecha longitud de onda de luz y deja pasar el resto de la fuente de luz. El cambio de la banda de longitud de onda luz reflejada por el sensor FBG nos permite determinar el estado de deformación en el que está sometida la estructura. Además, una misma línea de fibra óptica puede albergar al menos 24 sensores, por lo que la cantidad de cableado utilizado para realizar la monitorización de la estructura con este método es sustancialmente menor [11].

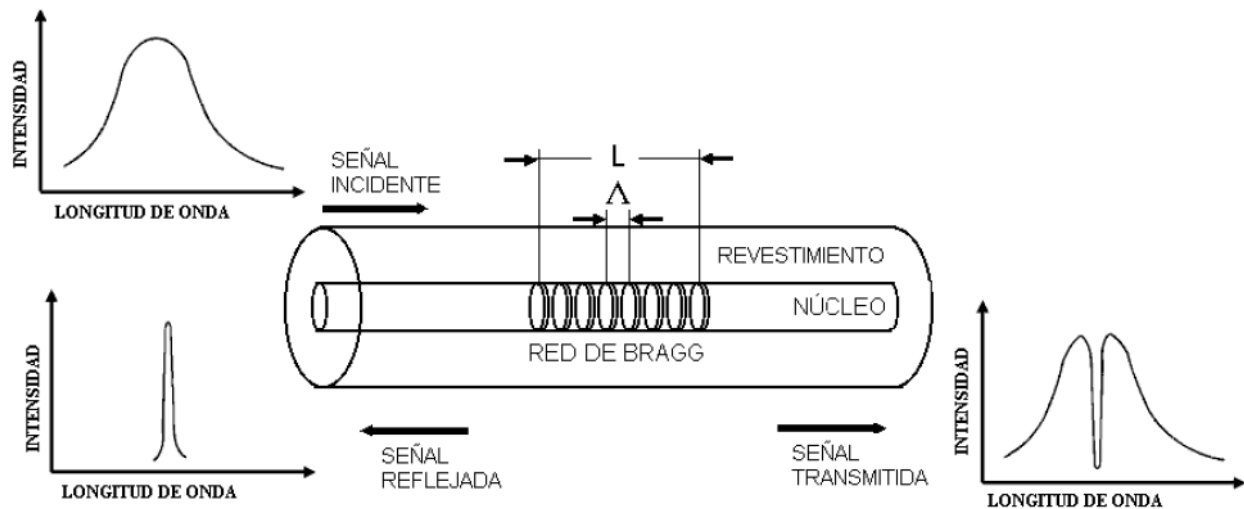


Figura 1-1: Esquema del funcionamiento de una red de Bragg en fibra óptica. Fuente: [22].

La fiabilidad de los sensores FBG en la monitorización continua de estructuras aeroespaciales está más que probada. Tal es así, que la empresa Airbus anunció recientemente que incorporará a largo plazo en todas sus aeronaves una red de estos sensores para su monitorización. Igualmente, los puentes construidos en los últimos años están incluyendo estos sensores de fibra óptica en la evaluación de daños a lo largo de su vida en servicio [23].

- Acelerómetros

Otros dispositivos muy extendidos en la monitorización de estructuras civiles son los acelerómetros, que como su nombre indica, son instrumentos que miden la aceleración del elemento al que va unido respecto de una masa inercial interna. Existen varios tipos de acelerómetros, y aunque todos cumplen la misma función, el funcionamiento de cada uno de ellos es distinto debido a que entre ellos difieren en el diseño y composición. Los parámetros más destacados que determinan la aplicación de los acelerómetros son el precio, el rango de funcionamiento en frecuencia y temperatura, la resistencia del aparato y el tamaño. Así, las características de cada tipo de acelerómetro los destina a distintas aplicaciones sujetas a ciertas condiciones. Algunos de los tipos de acelerómetros son los mecánicos, piezoeléctricos, piezoresistivos, capacitivos y los térmicos [24].

Los acelerómetros mecánicos están formados por galgas extensiométricas que unen la carcasa del instrumento con la masa inercial interna (ver Figura 1.2). Cuando hay una aceleración en el elemento al que está adherido el acelerómetro, las galgas experimentan una deformación proporcional a la aceleración y se produce una variación de corriente. Además, incluyen un sistema de amortiguación para evitar la oscilación propia y no perturbar la medición.

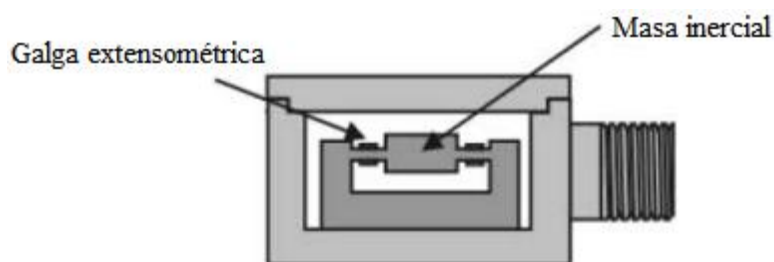


Figura 1-2: Esquema acelerómetro mecánico. Editado a partir de [24].

El funcionamiento acelerómetros piezoelectricos se basan en el fenómeno de la piezoelectricidad y las propiedades de los cristales piezoelectricos, los cuales producen corriente eléctrica a partir de su variación estructural. Estos acelerómetros están compuestos por una masa inercial y un cristal piezoelectrico situado entre la carcasa y la masa (ver Figura 1.3). Cuando se produce una deformación física del cristal piezoelectrico que albergan estos sensores en su interior, las características de la corriente eléctrica se ven modificadas. Así, cuando hay una aceleración, se produce una corriente en el artefacto, y a partir de la medida de dicha corriente se puede calcular la aceleración

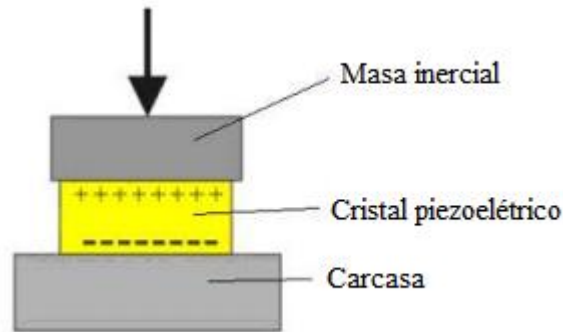


Figura 1-3: Esquema acelerómetro piezoelectrico. Editado a partir de [24].

La principal diferencia entre los acelerómetros piezoresistivos y los piezoelectricos, es que los primeros están un sustrato en vez de un cristal piezoelectrico (ver Figura 1.4). El sustrato es una delgada rebanada de material como el zafiro, el germanio o el silicio que forma parte de la resistencia de un circuito eléctrico del aparato. La fuerza que ejerce la masa inercial sobre el sustrato modifica su resistencia y por lo tanto la intensidad de la corriente, la cual es medida mediante un puente Whetstone. Esta tecnología permite medir aceleraciones hasta valores nulos de frecuencia en Hz.

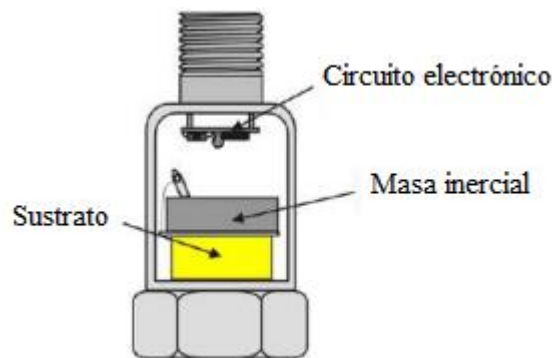


Figura 1-4: Esquema acelerómetro piezoresistivo. Editado a partir de [24].

Los acelerómetros capacitivos obtienen las aceleraciones a partir de la variación de la capacidad de dos o más conductores. La masa inercial está sujeta a unos resortes en sus extremos que permiten su libre movimiento, y a su vez tiene adherida una serie de filamentos paralelos que actúan como placas de condensador frente a placas fijas ancladas al sustrato (ver Figura 1.5). Las aceleraciones ejercen una fuerza sobre la masa, que se mueve y desplaza con ella los filamentos, provocando un cambio de capacidad que es detectado y procesado como un voltaje de salida, permitiendo calcular las aceleraciones. Estos dispositivos destacan por su gran resistencia, ya que pueden soportar aceleraciones de hasta 30000g.

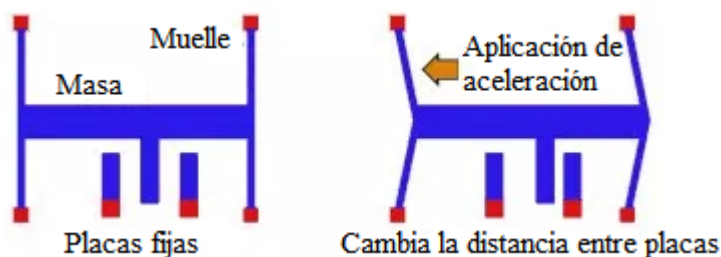


Figura 1-5: Esquema acelerómetro capacitivo. Editado a partir de [24].

Por último, los acelerómetros térmicos se basan en la convección termal. Están compuestos por un sustrato de silicio con un hueco en su mitad, donde se incluye una resistencia de silicio (calentador) suspendida en el centro de la zanja. En los extremos del calentador se disponen dos termopares simétricos respecto a éste, metales distintos que producen un voltaje que es función de la diferencia de temperatura. Sobre los termopares se forma una diminuta cavidad de aire caliente (burbuja) herméticamente sellada, que es el único elemento móvil de la estructura (ver Figura 1.6). Cuando se ejerce una fuerza externa sobre el sensor, la burbuja se mueve y se produce una variación de las condiciones térmicas de los termopares, originándose un voltaje que es captado como señal de salida, a partir de la cual se calculan las aceleraciones.

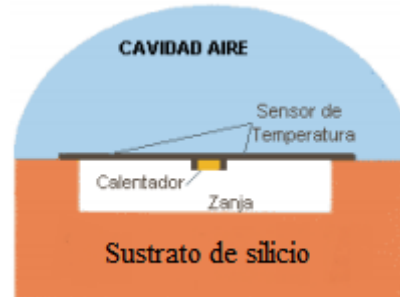


Figura 1-6: Esquema acelerómetro térmico. Editado a partir de [24].

- **Métodos de procesamiento de datos**

- **Transformada de Wavelet**

Un método para la estimación de parámetros modales (frecuencia natural, amortiguamiento y modos de vibración) e incrementa la relación señal/ruido es la Transformada de Wavelet (WT). Tradicionalmente, los datos recolectados pueden estar representados en el dominio del tiempo (o espacio), o en el dominio de la frecuencia utilizando la transformada de Fourier discreta (DFT).

Una característica que diferencia a la WT de otros métodos de localización de daño en tiempo-frecuencia, es que el análisis de wavelet permite ampliar la señal dividiendo la señal en diferentes bandas de frecuencia, en la que la localización en el tiempo y la magnitud del daño pueden ser identificados por la presencia de patrones de picos o impulsos en la señal expresada en tiempo-frecuencia. Para altas frecuencias la WT utiliza grandes anchos de banda y una buena localización del tiempo, mientras que para pequeñas frecuencias usa un pequeño ancho de banda con una localización del tiempo aún mejor. Esta descomposición de wavelet permite aumentar la relación señal/ruido, tolerando un ruido de hasta un 20% de la señal [25]. Además, el daño debe ocurrir durante el periodo de monitorización, por lo que este método solo es apropiado si la monitorización de la estructura es continua.

La WT de una señal $x(t)$ es la descomposición de $x(t)$ en un conjunto de funciones $\varphi_{a,b}(t)$ llamadas “Wavelets”, y se expresa de la siguiente forma [26]:

$$C(a, b) = \int x(t)\varphi_{a,b}(t)dt \quad (1.1)$$

Las funciones Wavelets se generan a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función wavelet $\varphi(t)$ denominada “Wavelet madre” y está definida por:

$$C\varphi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.2)$$

En la ecuación 1.1 $C(a, b)$ son los coeficientes de wavelet, siendo a y b son los parámetros de escala y de traslación respectivamente. Los coeficientes de wavelet dependen de ambos parámetros, por lo que la WT de una señal unidimensional resulta ser una función bidimensional. Para estudiar una señal obtenida en la monitorización de una estructura con la WT hay que elegir una función apropiada para la Wavelet madre $\varphi(t)$, que deben ser distintas de cero para un intervalo finito de tiempo, a diferencia de las funciones seno y coseno. Para analizar toda la duración de la señal se traslada la función variando el parámetro b , resultando $\varphi(t - b)$, y

para cambiar las características del dominio (en frecuencia o en tiempo) se varía el parámetro a y se consigue analizar la señal en diferentes frecuencias.

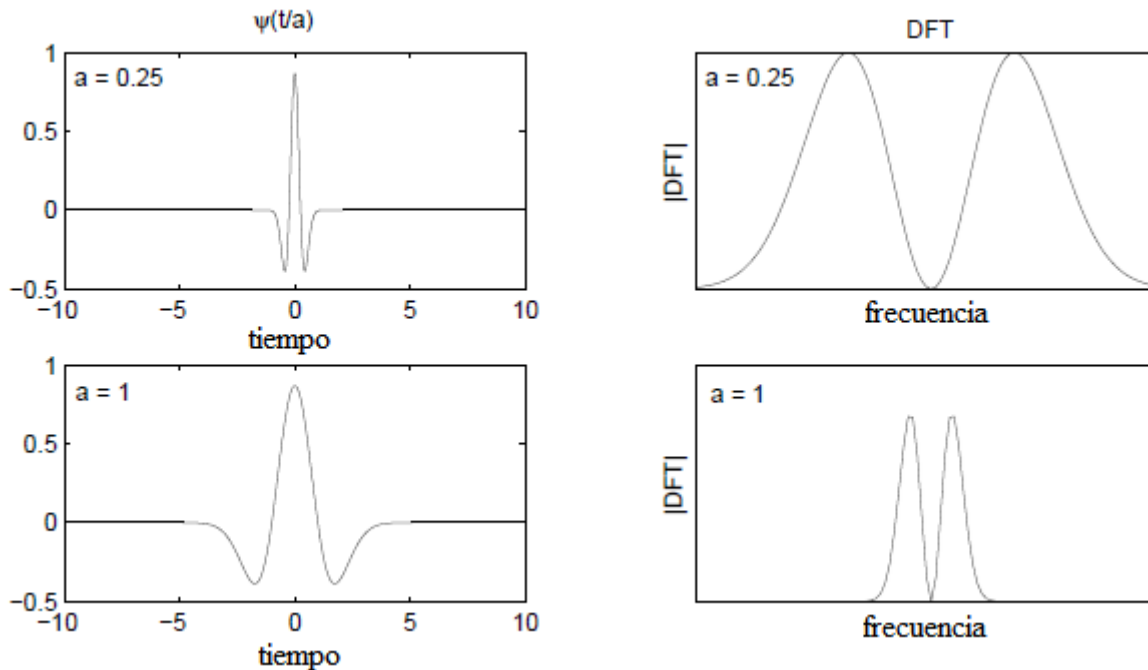


Figura 1-7: Transformada de wavelet de una señal en el dominio del tiempo y su correspondiente transformada de Fourier discreta. Fuente: Editado a partir de [27].

En la Figura 1.7 se muestra un ejemplo de una función de wavelet real llamada la señal del sombrero mejicano, con el fin de mostrar la naturaleza de la WT al variar parámetro de escala en el dominio del tiempo y su correspondiente DFT.

- Transformada de Hilbert-Huang

Más recientemente a la transformada de Fourier, se propuso otro método conocido como la transformada de Hilbert-Huang (HHT) para el análisis de estructuras de comportamiento no lineales y no estacionario [28], método que resulta útil en el campo de la MSE a través de la estimación de parámetros y la detección del momento en el que se produce el daño. La transformada de Hilbert ha sido un método popular por estimar la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguación de varias señales.

El método consiste en formar una función analítica a partir de cada respuesta modal llamada función de modo intrínseco (IMF) de la señal medida. Los valores que calcula la transformada de Hilbert para cada IMF se usan para calcular las correspondientes frecuencias, coeficientes de amortiguamiento y modo de vibración relativos.

Se sugiere usar el método de la HHT para identificar el instante en el que ocurre el daño o cuando se producen cambios repentinos en una estructura a partir de la señal grabada usando la primera IMF, que contiene la componente de mayor frecuencia de la señal.

- Descomposición Empírica en Modos

La descomposición empírica en modos (EMD) es otra técnica de procesamiento de datos para el análisis estructural, que permite analizar señales que contengan varias frecuencias para separar las distintas componentes de la frecuencia. Este método se complementa con el método de la transformada de Hilbert, puesto que puede usarse para estimar la frecuencia natural y el amortiguamiento para cada componente de la señal separada previamente por la EMD. Así, la EMD extrae la respuesta modal llamada función de modo intrínseco (IMF) de la señal medida con un procedimiento de filtración, mientras que la HHT forma una función analítica a partir de cada IMF.

Hay grandes similitudes en el cálculo de los parámetros modales realizado por ambos métodos y el método de la transformada de Wavelet anteriormente explicado. Tal es así, que las fórmulas utilizadas para calcular las frecuencias modales, los coeficientes de amortiguamiento y los modos son iguales en los tres enfoques de

análisis de señales. Sin embargo, la respuesta modal es sensible al proceso usado para filtrar la señal. Además, también se sugiere usar el método EMD para identificar el instante de ocurrencia del daño debido a cambios estructurales bruscos, al igual que con el método HHT.

- **Técnicas no destructivas y testeo experimental**

La finalidad de estos procesos es evaluar las propiedades físicas y/o la integridad estructural de materiales o estructuras, de forma que no influyan ni en la condición ni en la funcionalidad del material o estructura que está siendo analizado. El desarrollo de las técnicas no destructivas ha sido promovido por la gran cantidad de fallos y el coste adicional provocado por el uso de técnicas destructivas tradicionales en distintos campos de la ingeniería (infraestructuras civiles, aeronáutica, aeroespacial, etc.). Estas técnicas tienen múltiples funciones, tales como la detección, localización y caracterización de discontinuidades, detección de fugas, medidas de dimensiones, identificación de composiciones, determinación de propiedades mecánicas, medida de deformaciones, etc. A continuación, pasamos a describir algunas de las múltiples técnicas que pueden ser usadas para la monitorización de estructuras.

La termografía infrarrojos es un método de monitorización que emergió hace unos 40 años. Se basa en el principio de que las anomalías subsuperficiales afectan al flujo de calor a través del material, y que los cambios en el flujo del calor causan diferencias ubicadas en la superficie de la temperatura, las cuales pueden ser detectadas por una cámara de radiación infrarrojo, como se muestra en la Figura 1.8.

Los mecanismos de transmisión del calor son la conducción a través de la masa de los cuerpos, la convección entre un sólido y un fluido que se mueve en una superficie sólida y la radiación a través de ondas electromagnéticas (espectro infrarrojo). La transferencia de calor depende de ciertas propiedades del material, tales como la temperatura, la densidad, la conductividad térmica, la emisividad, etc. La emisividad (ϵ) es una propiedad importante, puesto que es un coeficiente que muestra la capacidad de la superficie del material para emitir energía por radiación. Depende de varios parámetros como el color o la rugosidad de la superficie, y toma valores de 0 a 1, tomando para una superficie perfectamente negra e ideal el valor unitario ($\epsilon=1$).

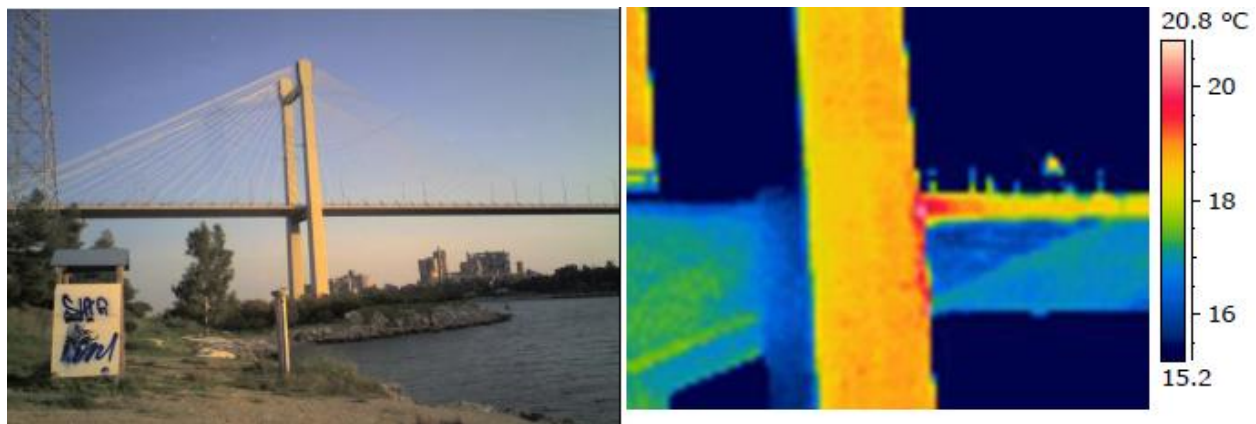


Figura 1-8: Aplicación in-situ de termografía con infrarrojos en un puente de hormigón y detalle del deterioro cerca de la conexión del tablero. Fuente: [29].

Las ventajas de la termografía con infrarrojos es que es una técnica no invasiva, aplicada de forma remota, rápida y a escala completa de las estructuras, es sensible a los huecos, humedad, delaminaciones y fugas y su uso no expone ningún peligro para los humanos. Sus limitaciones son que la profundidad y el tamaño del defecto no pueden caracterizarse simultáneamente y que la profundidad a la que identifica el daño de la estructura está limitada a menos de 0.5 m.

Un elemento muy común en la monitorización de estructuras son las galgas extensométricas, unas tiras de metal conductor utilizada para medir deformaciones de elementos. Cuando las tiras son estiradas, su alargamiento y estrechamiento producen un aumento en la resistencia eléctrica. Mientras las tensiones de la galga se mantengan en el límite elástico (de forma que las deformaciones no sean permanentes), pueden usarse para medir las tensiones aplicadas en la galga midiendo la resistencia. Las galgas extensométricas son utilizadas frecuentemente en muchas aplicaciones ingenieriles, tales como investigaciones de ingeniería mecánica y testeo de componentes de aeronaves.

Otra técnica de monitorización es el testeo con partículas magnéticas, un método basado en la distorsión que sufren las líneas de los campos magnéticos por las discontinuidades del material. Dicha distorsión atrae las partículas de polvo ferromagnéticas y hacen visible las grietas o daños en el material. Éste fenómeno ocurre porque las discontinuidades presentes en un material magnetizado interrumpen el campo magnético que fluye por él, produciéndose una inversión local en la polaridad. La forma de operar en la inspección magnética de partículas es la siguiente: al espécimen que se quiere inspeccionar se le aplica una capa de partículas de acero cubiertas con un pigmento llamativo. Las partículas son atraídas por los campos magnéticos locales de las grietas, sobre las que se colocan siendo posible su detección visual bajo unas condiciones de iluminación adecuadas.

También existen técnicas con un enfoque acústico, tales como las emisiones acústicas, las medidas ultrasónicas, impact-echo y tap tests, tecnologías usadas para evaluar condiciones globales de la estructura. Algunas de estas técnicas como el tap test son baratas y robustas.

A parte de estos métodos no destructivos expuestos existen otros muchos como son la radiografía, radiometría, testeo visual, testeo con líquido penetrante, corriente de Foucault (Eddy Current en inglés), fotoelasticidad y un largo etc. Las técnicas no destructivas son una parte importante en la monitorización de la salud de estructuras civiles, y su capacidad para identificar un tipo de daño puede resultar una parte útil para la detección del daño general de las estructuras.

1.3.3 Sensores en la monitorización de estructuras

Los avances tecnológicos nos han permitido contar con nuevos sensores, aptos para ser aplicados en mejores técnicas para la monitorización de la salud estructural. Dichos sensores incluyen aparatos con sistemas micro-electromecánicos que pueden ser usados en acelerómetros u otras aplicaciones, cápsulas de resonancia nuclear-magnética para detectar iones de cloruro, técnicas de teledetección óptica (LIDAR) para detectar desplazamientos fuera del plano causado por delaminación, termografía infrarrojos para detectar el despegue de elementos, y otros. Por lo general, estos nuevos sensores se centran en la monitorización de un tipo de daño, como por ejemplo la corrosión del acero, el fisuramiento del hormigón, la delaminación, etc. Aunque cada una de esas medidas es importante, hay que considerar que, generalmente, ninguno de esos métodos en particular refleja la salud global de la estructura [30].

En el presente siglo, los sensores se han asentado en el ámbito de las infraestructuras civiles. Hasta principios de siglo, la información recogida para la monitorización a largo plazo resultaba cara, y gran parte de estos datos eran recolectados sin ser usados puesto que el procesamiento de ellos resultaba demasiado costoso. Una forma de superar este problema es desarrollar nuevos sensores capaces de procesar la información antes de que la salida sea grabada. Tales sensores inteligentes reducen la cantidad de datos que hay que recopilar y distribuiría los esfuerzos computacionales. Otra clase de sensores inteligentes consisten en sensores que se pueden comunicar los unos con los otros. El concepto de nano-polvo es una potente red de pequeños sensores capaces de comunicarse entre ellos, que cuando se combinan con otros sensores pueden compartir y recibir información entre ellos de forma inalámbrica.

Por su parte, los sensores con cableado tienen una aplicación limitada porque normalmente tienen que instalarse durante la construcción. El cableado puede ser también un problema, ya que los cables se interponen en zonas funcionales de la estructura y limitan el número de sensores que pueden instalarse. Los sensores inalámbricos están destinados a eliminar estos problemas, y pueden abastecerse bien con baterías o bien con energía solar para evitar la necesidad de colocarse cerca de una fuente eléctrica.

El coste de los sensores siempre ha limitado la cantidad de sensores que se instalan para la monitorización de cualquier estructura. Hace unos cuarenta años, el uso de uno a tres acelerómetros era considerado aceptable, mientras que hoy en día el precio de los sensores ha disminuido drásticamente, colocándose en grandes estructuras cientos de ellos.

En estructuras civiles, la monitorización continua requiere el uso de sensores robustos que resistan el desgaste producido por el ambiente, ya que se espera que estos estén operativos durante la vida de la estructura, que puede ser de hasta 100 años.

1.4 Objetivos del trabajo

Como se ha expuesto anteriormente, en la última década se ha producido una gran evolución de los ordenadores y procesadores de datos y un avance en la tecnología de los sensores, por lo que es mucho más sencilla y eficaz la aplicación de algoritmos en el posicionamiento óptimo de sensores. Por ello, actualmente podemos obtener la información necesaria de una estructura para conocer su comportamiento dinámico y poder evaluar el estado en el que se encuentra a lo largo de su vida útil. Así pues, el objetivo principal de este trabajo es desarrollar una metodología que nos permita determinar el posicionamiento óptimo de los sensores para poder realizar la monitorización continua de las estructuras civiles de la forma más efectiva posible. Se estudiarán varios métodos de optimización y se aplicarán al posicionamiento óptimo de sensores de la monitorización de una estructura real, para posteriormente comparar los resultados obtenidos en cada método y determinar cuál de ellos aporta las posiciones más precisas para obtener la mayor cantidad de información de la estructura y el número de sensores necesarios para poder evaluar su salud de forma continua.

Para alcanzar dicho objetivo, previamente se deberá lograr una serie de objetivos intermedios que nos servirán de herramienta para conseguir el objetivo principal, y que a su vez harán que la metodología del trabajo sea más consistente y completa, y afianzarán los resultados y conclusiones obtenidas al final de este proyecto. Los objetivos intermedios que se desarrollan a lo largo del trabajo son los siguientes:

- **Realizar un modelo de elementos finitos de una estructura real.** Se realizará en ANSYS un modelo de una pasarela ciclopeatonal localizada en Sevilla, con el objetivo de poder evaluar distintos métodos de optimización sobre una estructura real. La geometría de dicho modelo será lo más parecida posible a la pasarela real, y las propiedades de los materiales serán estimadas para conseguir un modelo cuyo comportamiento dinámico sea aproximado al de la pasarela.
- **Realizar el estudio de sensibilidad y calibración del modelo de la estructura de estudio.** En primer lugar, se hará el estudio de sensibilidad del modelo de la pasarela realizado previamente con el fin de conocer cuáles son los elementos con mayor energía de deformación, es decir, aquellos elementos estructurales que influyen en el comportamiento dinámico y cuya modificación influirá de forma consistente en los modos y frecuencias naturales de la pasarela. Posteriormente, se calibrará el modelo para que su comportamiento dinámico sea representativo de la pasarela ciclopeatonal y que los resultados obtenidos en la optimización del posicionamiento de sensores de este trabajo sean aplicables a la pasarela.
- **Realizar un estado del arte de la monitorización estructural.** Se realizará un estudio de varios métodos de posicionamiento óptimo de sensores aplicables a la monitorización continua de estructuras civiles para elegir cuales son los métodos que a priori darán mejores resultados en el posicionamiento óptimo de sensores. Éste objetivo intermedio nos permitirá centrarnos en solamente tres métodos y que queden reflejados los principales aspectos sobre la monitorización estructural en el proyecto. Además, se determinará cuáles son las características de los métodos que hacen que sean más ventajosos para ser implementados en la monitorización continua de estructuras civiles.
- **Realizar una comparativa de tres métodos de posicionamiento óptimo a través de su aplicación en una estructura real.** Se programarán en Matlab los tres métodos de posicionamiento óptimo de sensores elegidos en el objetivo anterior y, en conjunto con un método de optimización, se aplicarán a la pasarela ciclopeatonal a través de los datos obtenidos en el modelo de elementos finitos. Para corroborar la correcta implementación de estos métodos, antes de aplicarlos a la estructura real, se aplicarán a un elemento sencillo cuyo comportamiento dinámico conocemos de antemano. Ésta comprobación previa también nos servirá para conocer el nivel de precisión de cada método para un determinado coste computacional.

Estos objetivos intermedios culminarán en la comparación de los resultados obtenidos por los métodos de posicionamiento óptimo de sensores. El análisis de estos resultados determinará cuales son las ventajas e inconvenientes de cada uno de los tres métodos y cuál es el más preciso y que necesita un menor número de sensores para resolver el problema de optimización de la colocación de sensores en la monitorización continua de estructuras civiles.

1.5 Metodología de trabajo

El presente trabajo fin de master está estructurado en 5 capítulos que engloban partes del proyecto cuyas temáticas están claramente diferenciadas las unas de las otras. El orden de estos capítulos ha sido definido siguiendo la secuencia temporal en la que se ha desarrollado el trabajo, de tal forma que se debe leer de principio a fin sin realizar saltos de capítulos para poder comprender el contexto de cada punto de este proyecto.

El primer capítulo se trata del actual *Capítulo 1 Introducción*, el cual sirve para poner en situación al lector y para que éste tenga una idea somera y general de qué es lo que va a leer. En él que se describen las ideas principales del trabajo, el contexto en el que se encuentra el posicionamiento óptimo de sensores, se expresan los motivos que justifican la realización de esta investigación y sus objetivos, así como una breve exposición de lo que es la monitorización estructural.

Una vez que el lector tiene una conoce el contenido y está decidido a completar su lectura por los motivos expuesto en el primer capítulo, pasamos al *Capítulo 2 Posicionamiento Óptimo de Sensores (OSP): Estado del Arte*. Dicho capítulo trata, como su nombre indica, sobre el posicionamiento óptimo de sensores (OSP). Se exponen las bases del OSP, así como varios métodos actualmente usados para resolver dicho problema, entre los cuales tres de ellos se explican con más detalle, puesto que son los métodos OSP seleccionados para realizar el análisis y comparación en un capítulo posterior.

A continuación, se presenta la aplicación del estudio del OSP a una estructura civil real en el *Capítulo 3 Caso de Estudio: Pasarela Ciclopeatonal de Tablada (Sevilla)*. Dicha estructura se trata de una pasarela ciclopeatonal situada en la provincia de Sevilla, cuyo contexto y características son explicados en este capítulo. Se realiza el análisis modal operacional de la estructura para conocer sus parámetros modales en un momento previo a su inauguración. Posteriormente se realiza un modelo de elementos finitos en Ansys con el fin de obtener los parámetros en cualquier punto de la estructura, y hace un estudio de sensibilidad del modelo de la pasarela para saber cuáles son los elementos críticos del comportamiento dinámico de la estructura. Finalmente, una vez realizado el estudio de sensibilidad, se calibra el modelo de elementos finitos para que su comportamiento dinámico sea representativo del comportamiento dinámico de la pasarela.

En este punto del trabajo contaremos con un modelo de elementos finitos del que podemos obtener los parámetros modales y la respuesta en cada uno de sus puntos, siendo el modelo representativo de la pasarela. Partiendo de esta situación, en el *Capítulo 4 Aplicación de los Métodos de Posicionamiento Óptimo de Sensores al Caso de Estudio* se habla, en primer lugar, sobre los algoritmos genéticos, puesto que serán una herramienta esencial para implementar los métodos OSP en Matlab. Después, se explica cómo se han implementado los métodos OSP en Matlab y se verifica que han sido implementados correctamente aplicándolos a un ejemplo sencillo cuyo comportamiento dinámico se conoce, como es el caso de una viga biapoyada. Una vez que nos hemos asegurado de que los métodos implementados funcionan correctamente, se aplican al caso de estudio de la pasarela ciclopeatonal utilizando el modelo de elementos finitos de Ansys. Para cerrar este capítulo, se discuten los resultados obtenidos para la aplicación de cada uno de los tres métodos OSP a la pasarela ciclopeatonal de estudio, apoyándose también en un OMA numérico que se realizará a partir del modelo de Ansys y de los resultados OSP.

Para cerrar el contenido de este trabajo fin de master, en el *Capítulo 5 Conclusión* se analizan los resultados obtenidos en el *Capítulo 4 Aplicación de los Métodos de Posicionamiento Óptimo de Sensores al Caso de Estudio* y otras consideraciones estudiadas a lo largo del presente trabajo, análisis que permite sacar unas conclusiones claras del proyecto en general. Finalmente, se proponen líneas de trabajo para ampliar y continuar en un futuro las investigaciones presentadas en este trabajo.

2 POSICIONAMIENTO ÓPTIMO DE SENSORES (OSP): ESTADO DEL ARTE

En el segundo capítulo se expone el tema que da título a éste trabajo fin de master: el posicionamiento óptimo de sensores (OSP). Actualmente, se trata de un tema muy común en la monitorización de estructuras civiles, que además de haber experimentado un gran desarrollo en los últimos años gracias a las nuevas tecnologías, es una línea de investigación de largo recorrido que evoluciona rápidamente y que resulta de gran interés en numerosos ámbitos de la ingeniería.

2.1. Posicionamiento óptimo de sensores

En el proceso de monitorización de una estructura civil basado en el estudio de las características dinámicas, el posicionamiento de los sensores es uno de los factores más decisivos para obtener información modal de confianza. La correcta colocación de los sensores juega un papel fundamental para mejorar la calidad de la monitorización de estructuras civiles, proceso en el que el número de sensores es limitado por su coste mientras que las estructuras tienen múltiples grados de libertad.

Las técnicas OSP se han aplicado en numerosos ámbitos de la ingeniería tales como la mecánica, aeroespacial o civil. Aunque hasta la actualidad se ha considerado que los parámetros modales de una estructura son unas características estructurales principal para detectar el daño, se ha probado que realmente no son las más efectivas puesto que no captan el daño local [31]. Sin embargo, es importante obtener con exactitud las características dinámicas para anticipar el comportamiento dinámico de las estructuras.

La idea básica del posicionamiento óptimo de sensores aplicado a la monitorización continua de estructuras es identificar la configuración óptima de los sensores en la estructura para que puedan captar la máxima información posible del comportamiento dinámico de la estructura. Esto es, que los sensores sean capaces de captar el número de modos de vibración deseado y distinguiendo los unos de los otros correctamente, así como obtener las frecuencias naturales de cada uno de estos modos, con el fin de realizar una monitorización efectiva de las estructuras.

El OSP se trata al fin y al cabo de un problema de optimización. Los sensores han de colocarse en aquellas posiciones de la estructura en las que la respuesta de los modos de vibración sea mayor. A priori, esto puede parecer sencillo, pero cuando exigimos que los sensores obtengan la información necesaria de un número elevado de modos se complica la resolución del problema. Cuanto mayor es la frecuencia asociada a un modo, más compleja es su forma y mayor es el número de nodos de aceleración nula que éste presenta, por lo que, cuanto mayor sea el número de modos a ser obtenido por los sensores, mayor será el número de nodos presentes en el análisis OSP de la estructura. Esto dificulta la colocación óptima de sensores, puesto que para situar los sensores en las posiciones óptimas hay que evitar las posiciones en las que se encuentran los nodos de los modos de vibración, ya que en estas posiciones se pierde información del modo al no captarse su respuesta.

Como se muestra en la Figura 2.1, las posiciones óptimas de cada modo de vibración se encuentran en los puntos donde la respuesta es máxima. Como se puede apreciar en la imagen, el primer y tercer modo tienen posiciones óptimas coincidentes con el nodo del segundo modo. Esto significa, que si se quiere que los sensores nos aporten la información necesaria para poder identificar los tres primeros modos de vibración de la estructura en cuestión (en este caso, podrían ser los tres primeros modos de una viga biapoyada), no se podrían colocar en las posiciones óptimas de los modos uno y tres.

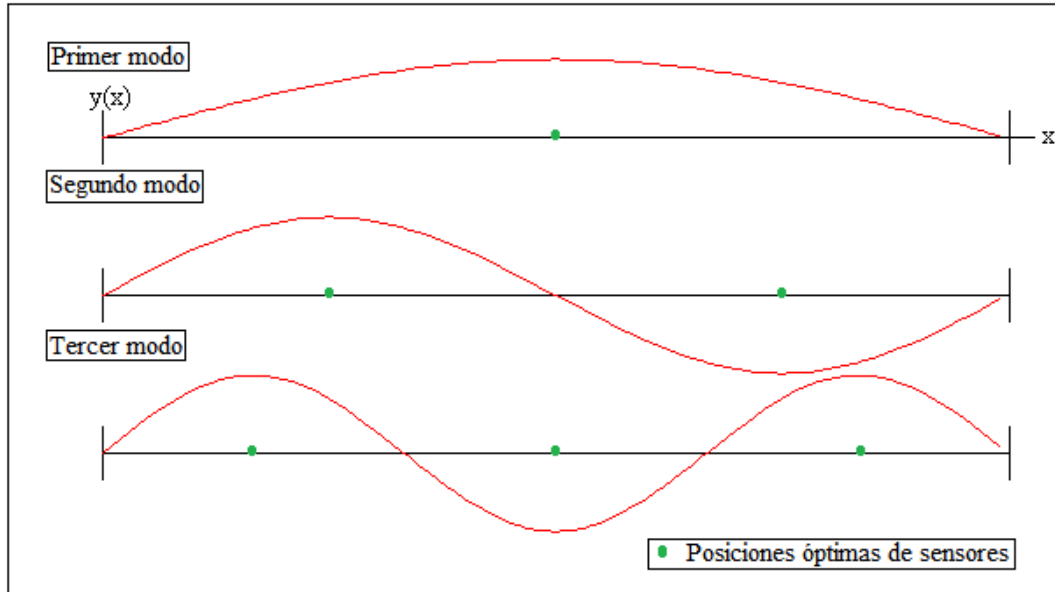


Figura 2-1: Posiciones óptimas para cada uno de los tres primeros modos de vibración de una viga biapoyada. Fuente: Editado a partir de [32].

El problema del OSP se puede formular como un problema de optimización en el que se minimiza una función objetivo relacionada con las características dinámicas del sistema estructural, en el que la posición de los sensores son parámetros definidos como variables discretas que han de optimizarse y un número determinado de restricciones del problema, que por lo general serán el número de sensores o el rango de espacio de la estructura en el que se pueden mover los sensores. Dicho problema se puede formular de la siguiente forma [33]:

$$\min f(v) \quad (2.1a)$$

$$g(v) = n \quad (2.1b)$$

$$v^{lb} \leq v \leq v^{ub} \quad (2.1c)$$

$$v \in Z^+ \quad (2.1d)$$

Siendo v esta formulación el vector de posiciones de sensores definido por números enteros $v = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$, $f(v)$ es la función objetivo, $g(v)$ es el número de posiciones total durante el proceso de optimización, n es el número de sensores, v^{lb} y v^{ub} representan las restricciones inferiores y superiores de la posición de los sensores, respectivamente, y Z^+ es el conjunto de los números enteros positivos.

2.2. Métodos para el posicionamiento óptimo de sensores

En las últimas dos décadas, el problema del OSP ha conseguido una gran atención en el ámbito de la construcción civil. En este tiempo, han sido numerosos los investigadores que han propuesto métodos de optimización de sensores, los cuales son punteros actualmente y han conseguido doblar a los tradicionales del siglo XX.

Desde los comienzos de los primeros estudios sobre la configuración óptima de sensores (años 70) hasta la actualidad, los métodos OSP han sido herramientas esenciales en la monitorización de estructuras. Aunque a lo largo este tiempo de investigación sobre el posicionamiento de sensores se han desarrollado múltiples métodos OSP, la mayoría de ellos tienen un objetivo en común: identificar el comportamiento dinámico de una estructura de la forma más exacta posible.

En función del mecanismo de optimización usado, se pueden catalogar los métodos OSP en tres categorías: métodos de clasificación directa, métodos de eliminación y expansión iterativa, y los algoritmos de optimización combinatoria o métodos heurísticos [34].

2.2.1 Métodos de clasificación directa

En primer lugar, los métodos de clasificación directa se basan en asignar un cierto índice de rendimiento a cada una de las posiciones de sensores candidatas a ser una posición óptima. Se clasifican las posiciones según el valor del índice asignado, y las posiciones con mayor índice son elegidas para formar parte de la configuración óptima de sensores. La sencillez del procedimiento de optimización hace que las técnicas englobadas en este tipo de métodos sean, hasta la fecha, la vía más rápida para seleccionar las posiciones óptimas de los sensores.

A pesar de su rapidez computacional, estos métodos tienen un importante inconveniente, y es que tienden a concentrar las posiciones óptimas de los sensores en un pequeño intervalo de grados de libertad de la estructura debido a que la función objetivo de éstos métodos toma valores altos en los puntos de excitación óptima. Por lo tanto, la distribución de sensores sobre la estructura que proponen estos métodos es muy pobre, como se puede ver en la Figura 2.2, y dicha configuración no asegura que se vayan a captar los modos de vibración de forma precisa.

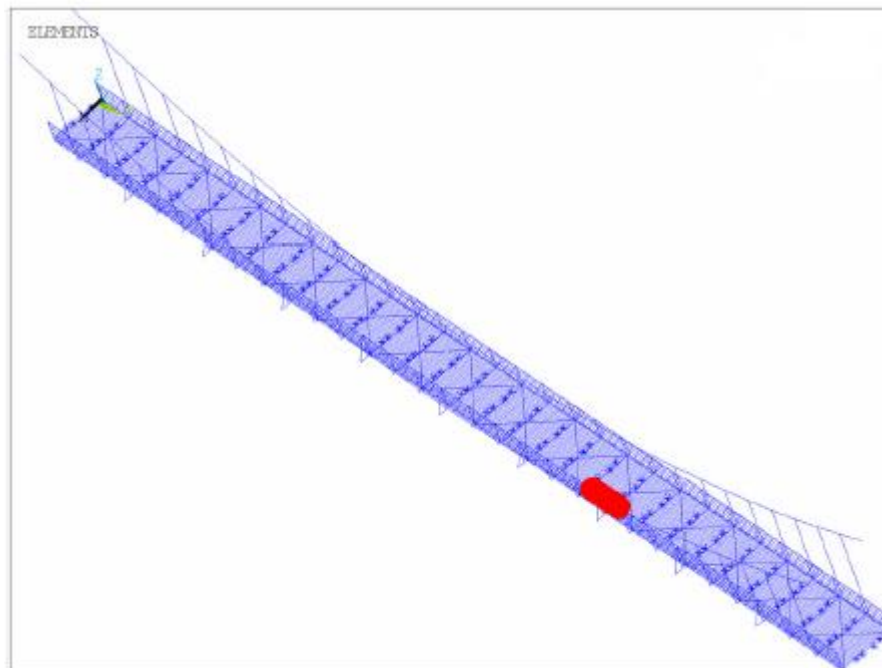


Figura 2-2: Configuración óptima de sensores propuesta por el método EVP para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].

Algunos de los métodos de clasificación directa más destacados son el método del producto del autovector (EVP) y el método del residuo del punto de conducción (DPR).

- **Método del producto del autovector (EVP)**

El método EVP es una técnica de optimización con un enfoque energético que tiende a seleccionar como posiciones óptimas aquellas posiciones que maximicen la energía de vibración de la señal captada por los sensores [36,37]. Consiste en la evaluación del vector EVP, el cual se calcula usando la siguiente expresión [36]:

$$EVP_i = \prod_{j=1}^N |\phi_{ij}| \quad (2.2)$$

En la Ec. (2.2), N es el número de modos, y ϕ_{ij} es el i-ésimo elemento del j-ésimo modo de la matriz de modos de vibración del modelo de elementos finitos, y EVP_i es el valor de la función objetivo para la i-ésima posición. Esta técnica selecciona las posiciones con los mayores valores de la Ec. (2.2), con el fin de prevenir la elección de posiciones en situadas en los nodos de un modo de vibración y maximizar su energía de vibración. Como se puede observar en la Figura 2.2, para una pasarela en suspensión con un vano de 68.58 m, el método EVP ha propuesto una distribución de sensores colocados en un área muy pequeña de la estructura civil. A

simple vista, se entiende claramente que esta configuración de sensores va a perder mucha información de algunos de los modos de vibración, y que este método, a pesar de su sencillez y bajo coste computacional, no va a ser muy bueno para resolver el problema OSP.

- **Método del residuo del punto de conducción (DPR)**

Por su parte, la formulación del método DPR es la siguiente [38]:

$$DPR_i = \sum_{j=1}^N \frac{\phi_{ij}^2}{\omega_j} \quad (2.3)$$

En la Ec. (2.3), N es el número de modos, y ϕ_{ij} es el i -ésimo elemento del j -ésimo modo de la matriz modal, ω_j es la frecuencia asociada al j -ésimo modo de vibración y DPR_i es el valor de la función objetivo para la i -ésima posición de sensor. Como explicamos en las generalidades de los métodos de clasificación directa, partiendo de un modelo de elementos finitos discretizado, el método DPR toma como posiciones óptimas aquellas cuyas coordenadas dan un mayor valor de la Ec. (2.3), las cuales estarían asociadas a las posiciones con mayor contribución a los modos de vibración.

2.2.2 Métodos de eliminación y de expansión iterativa

En cuanto a la segunda categoría, los métodos de eliminación iterativa parten de un número determinado de posiciones candidatas a ser posiciones óptimas de los sensores, y a cada una de ellas se le asigna un índice obtenido por la evaluación de la función objetivo del método en cuestión, la cual evalúa la contribución global de cada una de las posiciones a la respuesta de la estructura. La posición candidata con un menor índice es descartada, y el proceso se vuelve a repetir hasta que queda el número de posiciones deseadas, las cuales conforman la configuración óptima de sensores.

De forma contraria, los métodos de expansión iterativa amplían el número de posiciones de sensores hasta que el número de posiciones óptimas es el deseado. Ejemplos de métodos de eliminación iterativa son el método de la energía cinética (KE) y el método de independencia efectiva (EfI). A pesar de que estos métodos operan de forma distinta, se han realizado estudios comparativos del desempeño de KE y EfI en el posicionamiento óptimo de sensores que afirman que los resultados que aportan ambos es igual de efectivo y preciso [39].

- **Método de independencia efectiva (EfI)**

El método EfI parte de un número mayor de posiciones candidatas a ser óptimas que el número de sensores que se desean colocar, y fue desarrollado para maximizar la independencia de la caracterización espacial y la fuerza de la señal de los modos de vibración que se desean obtener. Esto lo consigue maximizando el determinante de la matriz de información de Fisher (FIM) asociada a cada posición candidata.

El vector de la respuesta estructural medida denotado por \mathbf{y}_s puede estimarse como una combinación de N modos a través de la siguiente expresión:

$$\mathbf{y}_s = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} + \mathbf{w} = \sum_{i=1}^N q_i \boldsymbol{\phi}_i + \mathbf{w} \quad (2.4)$$

En la expresión (2.4), $\boldsymbol{\Phi}$ es la matriz de modos de vibración del modelo de elementos finitos (FEM), \mathbf{q} el vector de coeficiente de respuesta, \mathbf{w} es un vector de ruido del sensor; asumido aleatorio estacionario de valor medio cero, N es el número de columnas de $\boldsymbol{\Phi}$ (matriz n por N , siendo n el número de posiciones candidatas), q_i es un coeficiente multiplicador que es una función de tiempo o de frecuencia, y $\boldsymbol{\phi}_i$ es la i -ésima columna de $\boldsymbol{\Phi}$ que es el i -ésimo modo de vibración.

El método EfI usa un vector estimador imparcial eficiente $\hat{\mathbf{q}}$ para evaluar el vector de coeficiente de respuesta \mathbf{q} , obteniendo la matriz de covarianza del error estimado (\mathbf{J}):

$$\mathbf{J} = E[(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})^T] = \left[\frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \right]^{-1} = \mathbf{Q}^{-1} \quad (2.5)$$

Siendo E la esperanza, σ^2 la varianza del ruido \mathbf{w} y \mathbf{Q} la matriz de Fisher, que viene dada por la siguiente expresión [40]:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} \quad (2.6)$$

Por lo tanto, la mejor estimación de q ocurre cuando se maximiza Q , por lo que el procedimiento para seleccionar el mejor posicionamiento de los sensores es descartar las posiciones de los sensores tales que maximicen el determinante del FIM.

Para lograr esto, se utiliza un algoritmo iterativo denominado vector de distribución de independencia efectiva \mathbf{E}_D , que evalúa la contribución de cada una de las posiciones candidatas a la independencia de cada modo. Dicho algoritmo viene dado por la siguiente expresión:

$$\mathbf{E}_D = [\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi}]^2 \boldsymbol{\lambda}^{-1} \{1\}_k \quad (2.7)$$

Siendo $\boldsymbol{\Psi}$ la matriz de autovectores de \mathbf{Q} , $\boldsymbol{\lambda}$ la matriz de autovalores asociado, y $\{1\}_k$ la suma de todos los coeficientes que pertenecen a la fila k . Por lo tanto, para asegurar la maximización del determinante de \mathbf{Q} , en cada iteración, se elimina la posición con el menor coeficiente \mathbf{E}_D del conjunto inicial de posiciones de sensores candidatas a posiciones óptimas, y este proceso se repita hasta que el número de posiciones candidatas en igual al número de sensores que se desean colocar.

La principal desventaja del método EfI, común a todas las metodologías basadas en FIM, es que el número de sensores debe ser, al menos, igual al número de modos de vibración objetivo, con el fin de que evitar singularidades en la matriz \mathbf{Q} y que se produzcan errores en los cálculos.

Como se puede ver en la Figura 2.3, en la que se muestra la aplicación del método EfI en la misma estructura en la que se aplicó el método EVP (Figura 2.2), los resultados obtenidos en el OSP con dicha técnica proponen una configuración de sensores bastante distribuida y espaciada uniformemente a lo largo del tablero de la pasarela.

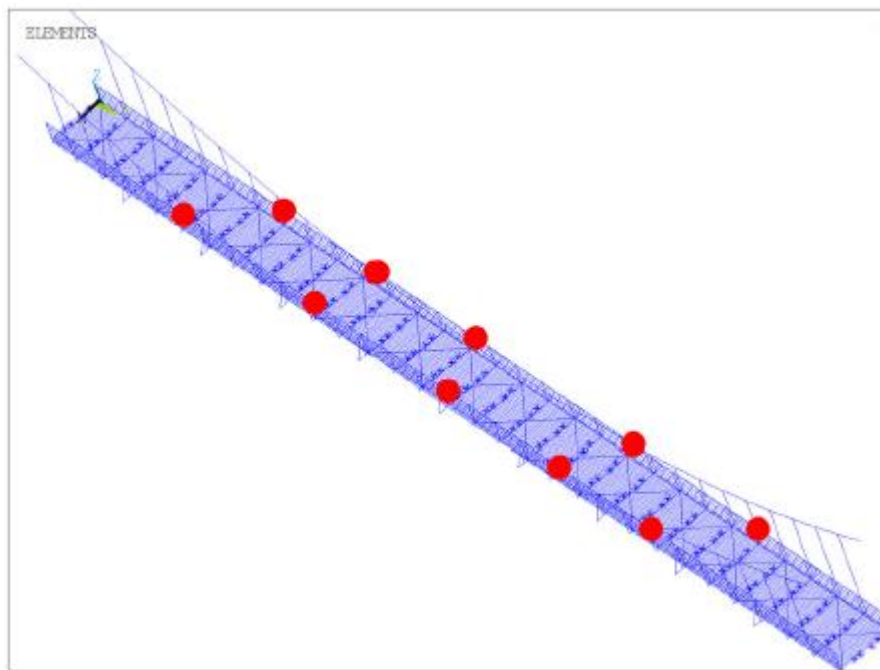


Figura 2-3: Configuración óptima de sensores propuesta por el método EfI para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].

- **Método de independencia efectiva - residuo del punto de conducción (Efi-DPR)**

Otra limitación del método Efi es que puede seleccionar posiciones que muestren un bajo contenido de energía, lo cual puede provocar cierta pérdida de información de la red de sensores. Para evitar este problema se desarrolló el método Efi-DPR, que multiplica la contribución de las posiciones candidatas del método Efi (Ec. 2.7) por el correspondiente coeficiente del método DPR (Ec. 2.3), que tiene el sentido de factor de peso en el vector E_D [41]:

$$E_{Di} = [\Phi\Psi]^2 \lambda^{-1} \{1\}_i DPR_i \quad (2.8)$$

Como podemos ver en la Figura 2.4, el método Efi-DPR, además de seleccionar posiciones en regiones con un alto contenido de energía, los sensores se distribuyen casi uniformemente en el espacio y de forma simétrica a lo largo y ancho del tablero.

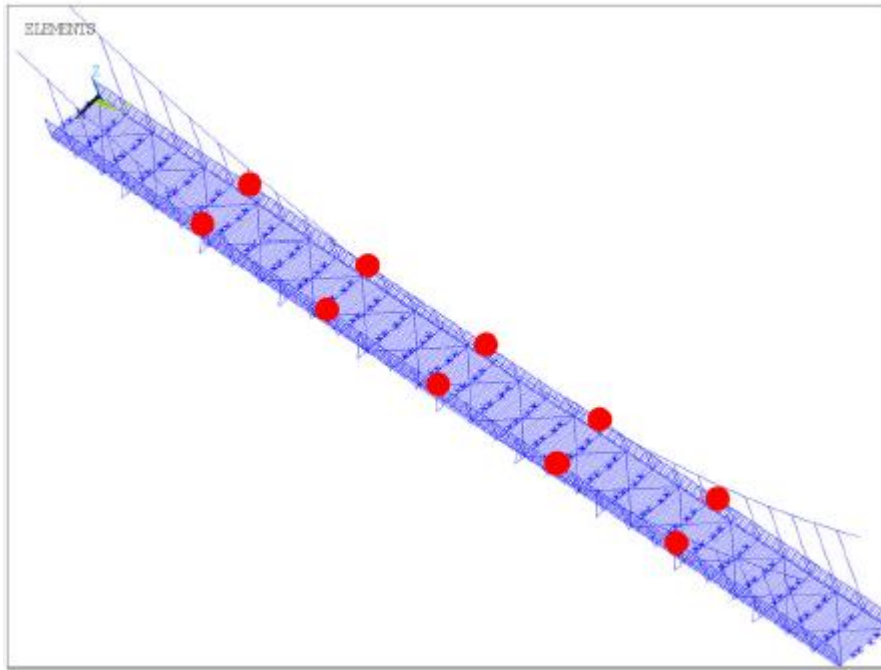


Figura 2-4: Configuración óptima de sensores propuesta por el método Efi-DPR para una pasarela en suspensión.
Fuente: [35].

- **Método de la energía cinética (KE)**

En cuanto al segundo método de eliminación iterativa que presentamos al comienzo de este apartado, el método de la energía cinética (KE) procede de forma similar al método Efi. La principal diferencia entre ambos métodos es que el método KE elimina las posiciones candidatas una a una de forma iterativa con el fin de encontrar una configuración de sensores que maximice la medida de energía cinética de la estructura, en vez de maximizar el determinante de la matriz de Fisher. La función objetivo viene dada por la matriz de energía cinética:

$$KE = \Phi^T M \Phi \quad (2.9)$$

En la expresión (2.9), Φ es la matriz de modos de vibración y M es la matriz de masa del modelo de elementos finitos. La matriz KE puede representarse también como el producto de la matriz de autovectores Ψ de la matriz de masa M y su traspuesta, de forma similar a la expresión de la matriz de Fisher Q :

$$KE = \Psi^T \Psi \quad (2.10)$$

La matriz Ψ se obtiene de la descomposición de la matriz M en las matrices triangulares superior (U) e inferior (L) de Cholesky:

$$\Psi = U\Phi \quad (2.11a)$$

$$M = LU \quad (2.11b)$$

Así, una vez que se ha evaluado Ψ , el proceso OSP del método KE es idéntico al descrito para el método Efi. Como se puede observar en la Figura 2.5, el método KE propone una configuración de sensores que tiende a concentrar la mayoría de los sensores en un lado del vano de la pasarela, configuración que contrasta con las propuestas por los métodos Efi y Efi-DPR, que son más uniformes a lo largo del vano de la estructura. Por estas diferentes configuraciones y por la simetría de la pasarela en suspensión, parece ser que la información del comportamiento dinámico obtenida por el método KE es más pobre, y que por lo tanto el método KE es un método OSP con peores resultados que los métodos Efi y Efi-DPR.

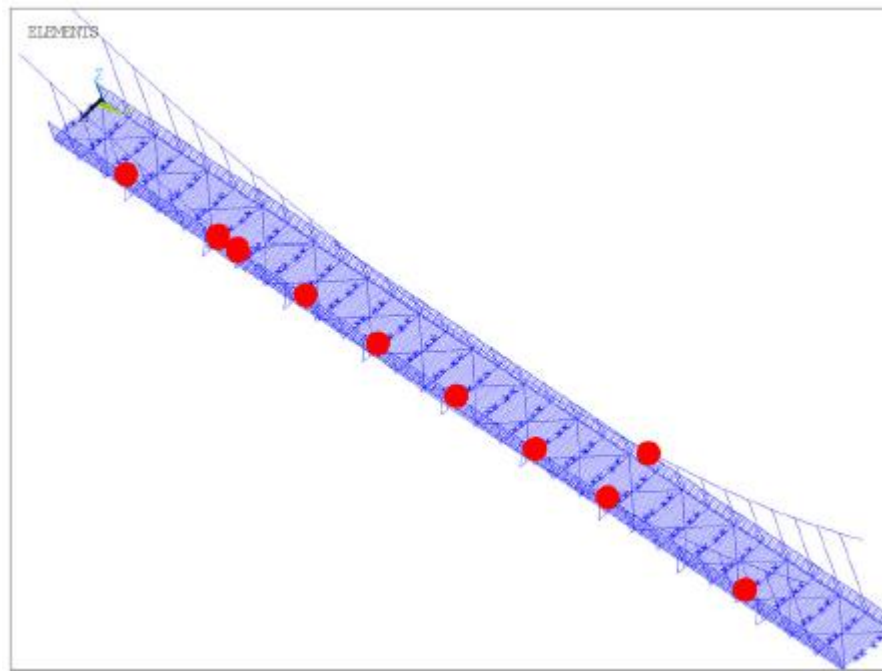


Figura 2-5: Configuración óptima de sensores propuesta por el método KE para una pasarela en suspensión. Fuente: [35].

Aunque se ha probado que los métodos de eliminación y expansión iterativa tienen un coste computacional más bajo en comparación con los métodos de optimización combinatoria, son pocos los estudios que han obtenido los modos de vibración de una estructura de forma muy precisa utilizando métodos OSP de eliminación y expansión iterativa. Esto es así porque las soluciones de estos métodos resuelven el problema OSP de forma parcial (conocidas como soluciones subóptimas), lo cual conduce a una baja precisión en la obtención de la información modal.

2.2.3 Métodos heurísticos

Debido al rápido desarrollo de la informática, muchos estudios publicados han mostrado un cambio de tendencia para resolver problemas OSP, pasando de usar los métodos de expansión y eliminación iterativa al empleo de algoritmos heurísticos. Aunque estos algoritmos requieren una alta capacidad computacional, aportan soluciones globales óptimas y precisas que resuelven las deficiencias de los métodos de expansión y eliminación iterativa.

El problema combinatorio del posicionamiento de sensores se basa en la búsqueda de la mejor combinación posible de r sensores de las n posiciones candidatas, siendo $n!/(r!(n-r)!)$ el número de posibles combinaciones. El enfoque de estos problemas es la identificación de la configuración óptima de sensores mediante una búsqueda aleatoria, de la cual se evalúan configuraciones de sensores aleatorias. Sin embargo, este enfoque es ineficiente ya que la información procesada en cada configuración aleatoria no es utilizada para encontrar mejores configuraciones en búsquedas aleatorias futuras. Es por ello, que se han desarrollado mejoras

en algoritmos heurísticos modernos tales como el algoritmo de enfriamiento simulado o *simulated annealing* (SA) *algorithm* [42], el algoritmo de la colonia de abejas artificiales (ABC) [43, 10], el algoritmo del mono (MA) [44, 45, 46] y los algoritmos genéticos (GA) [47, 48] para estimar mejores soluciones del problema OSP, que han dejado atrás a otros más antiguos y desfasados como la búsqueda tabú (TS) [49, 50].

- **Algoritmo de recocido o enfriamiento simulado (SA)**

El algoritmo SA está basado en el estudio de problemas de optimización combinatoria [51, 52]. Conceptualmente, es análogo al proceso físico del recocido, en el que un material se recalienta hasta que alcanza su punto de fusión y posteriormente se somete a un proceso de enfriamiento controlado que recristaliza su formación de microestructuras, con la consiguiente mejora de las propiedades del material. De forma similar, el último propósito del algoritmo de enfriamiento simulado es determinar la solución global óptima del problema gobernado por una función objetivo. Dicho procedimiento del algoritmo SA se muestra en la Figura 2.6.

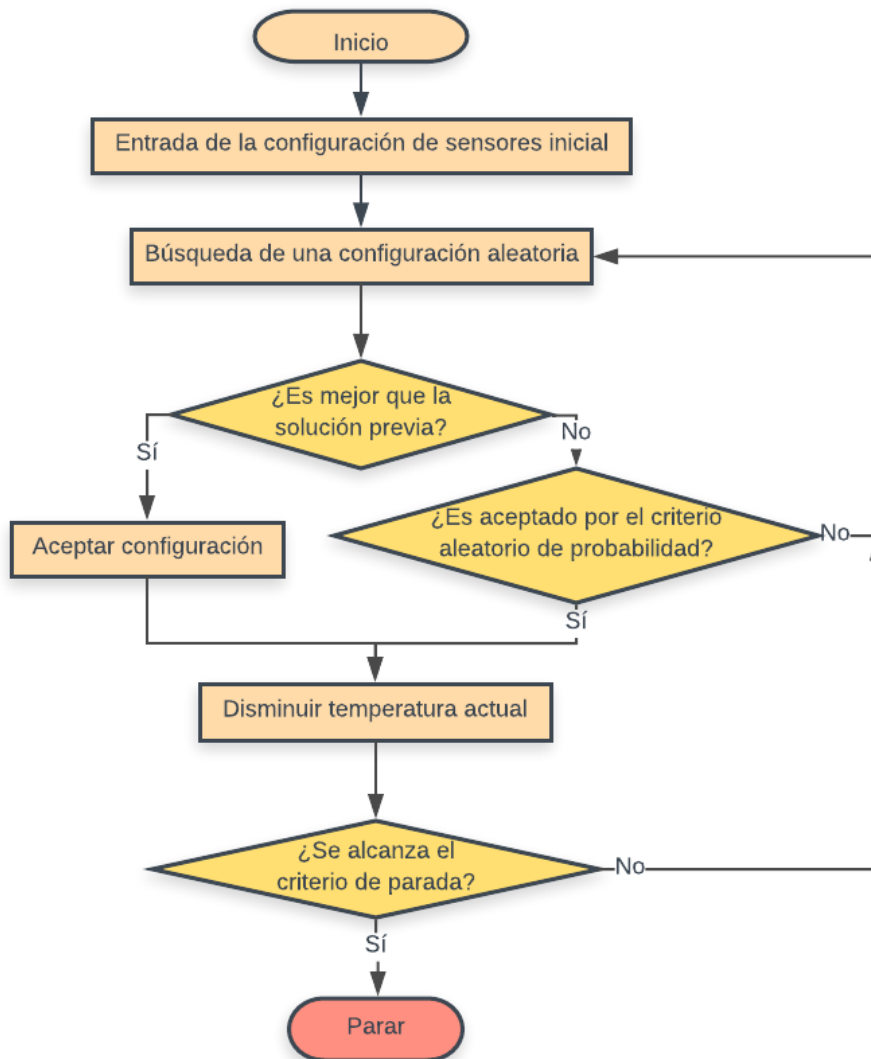


Figura 2-6: Diagrama de flujo básico del algoritmo SA. Fuente: Elaboración propia.

El proceso de optimización comienza con una configuración de sensores inicial predefinida. A partir de esta configuración, el algoritmo encuentra de forma aleatoria una nueva configuración en las proximidades de las soluciones vecinas. El radio de la búsqueda aleatoria es proporcional a la temperatura de recocido en ese momento. Normalmente, la nueva solución generada está restringida por un conjunto de condiciones de contorno tales como el límite superior e inferior. Luego, se compara esta nueva solución con la configuración de sensores previa evaluando el valor de la función objetivo. En esta comparación, la mejor solución se acepta, y la otra, llamada solución débil, se acepta solo si un número generado aleatoriamente entre 0 y 1 es mayor que el valor de la probabilidad de aceptación p dado por la siguiente expresión:

$$p = \exp(-dE/T) \tag{2.12}$$

En ésta expresión, dE es el cambio del valor de la función objetivo y T es el parámetro de temperatura, que tiene las mismas unidades que la función objetivo. En vez de aceptar solo las buenas soluciones, el algoritmo puede aceptar también soluciones débiles para evitar quedarse atrapado en una región de mínimo local. Los valores de la probabilidad de aceptación p son cercanos a 1 durante el estado inicial cuando la temperatura es alta. Finalmente, cuando las iteraciones se suceden y la temperatura disminuye, el valor de la probabilidad de aceptación se aproxima a cero, indicando que la probabilidad de aceptar soluciones débiles es baja.

La alta temperatura en las etapas iniciales del proceso de optimización mediante el algoritmo SA ofrece la capacidad de identificar de forma aproximada las características de la solución global óptima. Con la reducción de la temperatura de recocido con el paso de las múltiples búsquedas aleatorias de configuraciones de sensores, se consigue afinar las características de la solución. Esto es así, puesto que a menor temperatura T la probabilidad de aceptación p se hace menor y por lo tanto se es más restrictivo a la hora de aceptar configuraciones de sensores. Este proceso disminuye hasta que la temperatura alcanza un mínimo por el que el sistema se “congela”, que traducido al proceso de optimización significa que se ha encontrado la configuración óptima.

- **Algoritmo de la colonia de abejas artificiales (ABC)**

Otro de los algoritmos heurísticos destacados es el algoritmo de la colonia de abejas artificiales (ABC), inspirado en el comportamiento natural de las abejas buscando alimentos. En la aplicación del algoritmo ABC a los problemas OSP, el punto de partida es aceptar la equivalencia entre la ubicación de las fuentes de alimento de las abejas y el modelo estructural. Esto se explica con el hecho de que una fuente de alimentos para las abejas está caracterizada por un conjunto de parámetros que se pueden asimilar a parámetros estructurales, tales como la distancia de la fuente a la colmena, la orientación respecto al sol, etc. Mostradas en la Figura 2.7, mientras que, en el enfoque de problemas de optimización, una posición representa una posible solución. Encontrar la mejor fuente de comida posible es equivalente a encontrar el conjunto de parámetros que corresponde a la solución optimizada.

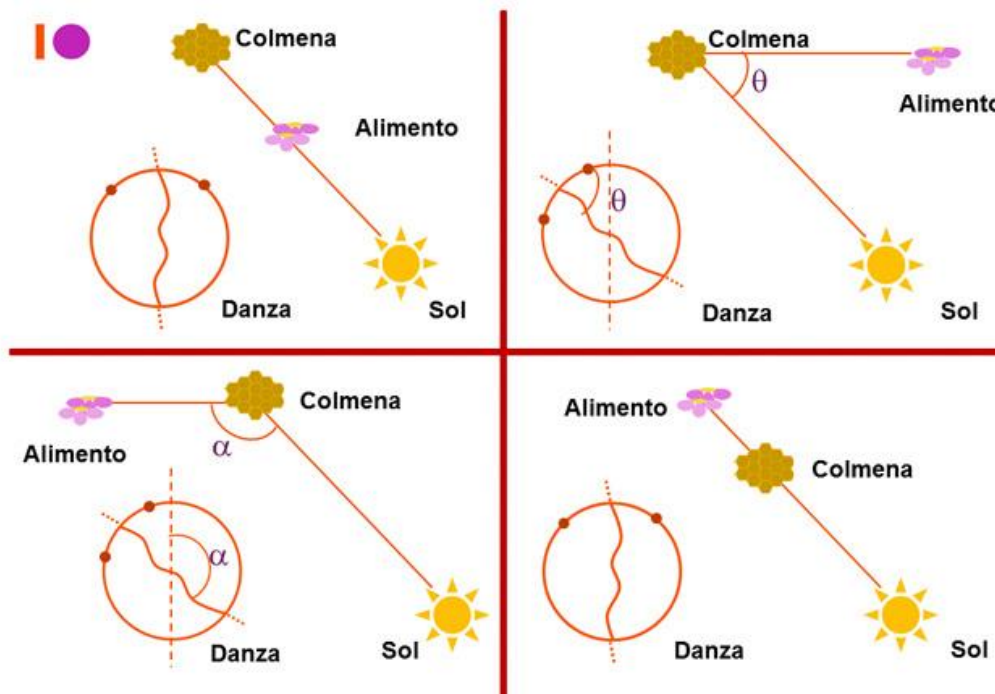


Figura 2-7: Parámetros de la analogía del algoritmo ABC dispuestos en varias configuraciones. Fuente: [53].

El paso inicial del algoritmo ABC es seleccionar una solución o población inicial, es decir, posibles ubicaciones de fuentes de alimento. En el contexto de problema OSP aplicado a modelos estructurales, se genera aleatoriamente un conjunto de posiciones inicial manteniendo los parámetros dentro de algunos rangos

especificados. De estas posiciones, aquellas que tienen asociado un menor valor de la función objetivo se seleccionan para formar parte de la población inicial, quedando el número de posiciones deseadas para realizar las sucesivas iteraciones. La i -ésima posible solución viene dada por el vector $\theta_i = \{\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{in}\}$ siendo n el número de parámetros que tienen que ser optimizados.

Partiendo de esta población inicial, se buscan soluciones mejoradas en el entorno vecino de cada una de las posiciones, lo cual sería equivalente a que las abejas explotasen mejores fuentes de alimento de sus proximidades. Así, para cada solución original se genera aleatoriamente una nueva solución candidata. Si el valor de la función objetivo es mejor que el de la solución previa se actualiza dicha solución en favor de la nueva, y si no es así, se mantiene la solución previa. Este proceso iterativo se realiza durante tanto tiempo como sea necesario para evaluar las soluciones vecinas de las iniciales, lo que sería en el algoritmo ABC explotar las fuentes de alimentos tal y como haría una abeja. En cada paso iterativo, la nueva solución candidata actualizada se representa con un vector θ_i^{up} , que proviene de la siguiente expresión:

$$\theta_{ij}^{up} = \theta_{ij} + \varphi_{ij}(\theta_{ij} - \theta_{kj}) \quad (2.13)$$

En dicha expresión, los subíndices j son el ciclo iterativo por el que va el programa θ_{ij}^{up} es la j -ésima componente (parámetro) de la i -ésima solución candidata; la nueva solución obtenida, θ_{ij} es la j -ésima componente de la i -ésima solución actual; donde se encuentra la abeja en este momento, y θ_{kj} es la j -ésima componente de la k -ésima solución seleccionada aleatoriamente; una fuente de alimento diferente de la que se encuentra la abeja. El parámetro φ_{ij} es un número real aleatorio que se mueve en el rango $[-\lambda, \lambda]$, siendo por lo general $\lambda = 1$. Dicho parámetro permite adaptar el algoritmo a una búsqueda más local o global, lo cual permite explorar todo el dominio al inicio de la búsqueda (valor alto de φ_{ij}) y afinar en la convergencia de la búsqueda para obtener la solución óptima (valor bajo de φ_{ij}).

Para seleccionar cuál de las i -ésimas fuentes de alimento seleccionar (bien la actual θ_{ij} o la nueva candidata θ_{ij}^{up}) se lleva a cabo un proceso de selección basado en la ruleta que compara los valores de ajuste correspondientes a ambos candidatos. La función de ajuste se expresa de la siguiente forma:

$$fit(\theta_i) = [1 + g(\theta_i)]^{-1} \quad (2.14)$$

Siendo en ésta expresión $g(\theta_i)$ la función objetivo y $fit(\theta_i)$ la función de ajuste para la solución θ_i .

Puede ocurrir que alguna de las soluciones deje de mejorar mientras que el resto lo siga haciendo con el paso de los ciclos. Esto significa que dicha solución represente un mínimo local de la función de ajuste, lo que sería en la analogía del algoritmo ABC que la fuente de alimento se ha agotado. En este punto, la solución se abandona y se guarda la mejor solución (análogamente, las abejas empleadas en esa fuente de alimento se convierten en abejas desempleadas), y el algoritmo continúa obteniendo nuevas soluciones para intentar mejorar la solución abandonada y evitar estancarse en mínimos locales (análogamente, nuevas abejas empleadas buscan una nueva fuente de alimento hasta sustituir a la fuente agotada). Los pasos básicos del algoritmo ABC vienen explicados en la Figura 2.8.

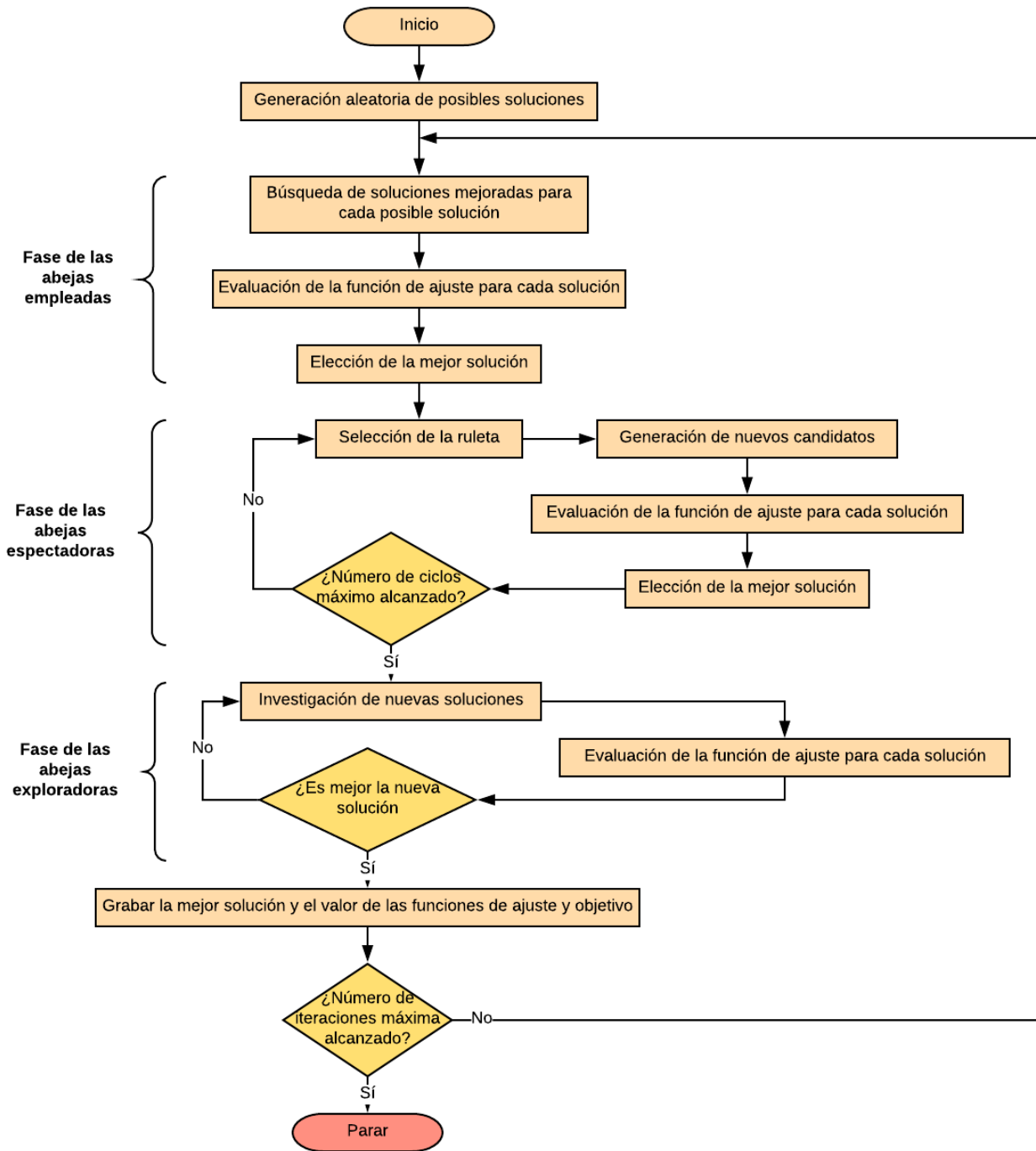


Figura 2-8: Diagrama de flujo básico del algoritmo ABC. Fuente: Elaboración propia.

• **Algoritmo del mono (MA)**

El algoritmo del mono (MA) es una herramienta útil para alcanzar ciertas metas del OSP en la aplicación de la monitorización continua de estructuras: maximiza el rendimiento mientras minimiza el coste del sistema de sensores. El algoritmo MA fue diseñado por Zhao y Tang en 2008 [9] inspirados por el proceso que siguen los monos al trepar montañas. Este algoritmo asume que en un terreno determinado (el dominio del problema de optimización) hay muchas montañas, y que los monos deben treparlas partiendo de sus respectivas posiciones para alcanzar la montaña más alta, lo que sería encontrar el valor máximo de la función objetivo.

El algoritmo se basa en varias acciones que realizan los monos para alcanzar las cimas de las montañas: proceso de escalado, de observación-salto y de voltereta. El proceso de escalada se emplea para buscar la solución óptima local, el proceso de observación-salto para buscar otros puntos cuyo valor asociado de la función

de objetivo excede el valor de las soluciones actuales para acelerar el curso de la búsqueda del mono, y el proceso de voltereta para que el mono pueda transferirse a nuevos dominios de búsqueda de forma rápida. Tras repetir las múltiples iteraciones de los tres procesos, el mono es capaz de encontrar la cima más alta, o lo que es lo mismo, el algoritmo consigue alcanzar la solución óptima. La Figura 2.9 muestra un dibujo esquemático de los procesos del algoritmo MA.

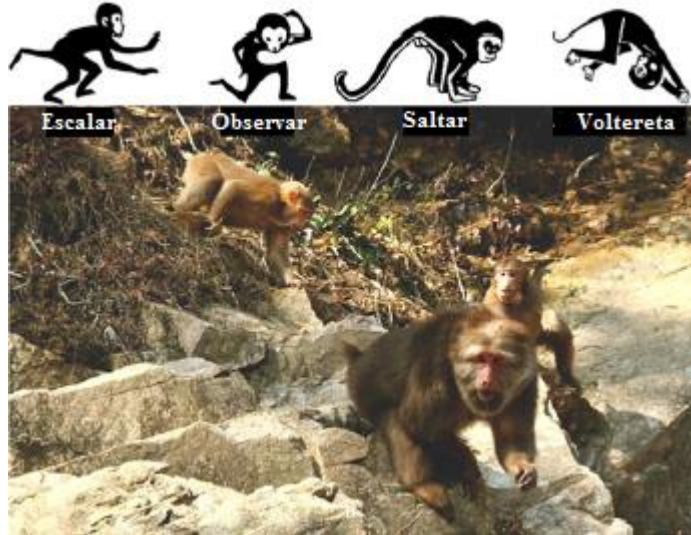


Figura 2-9: Dibujo esquemático de los procesos seguidos por el algoritmo MA. Fuente: [54]

El algoritmo MA es un tipo de algoritmo basado en poblaciones, como son por ejemplo los GA, que se puede aplicar en varios campos de la ciencia cuyos problemas requieran optimización. Dicho algoritmo puede ser un nuevo algoritmo evolutivo que puede resolver una variedad de problemas de optimización complejos como son los problemas no lineales, no diferenciables y de grandes dimensiones. Lo que diferencia al algoritmo MA de otros es que el coste computacional recae principalmente en el proceso de búsqueda de soluciones óptimas locales. Las ventajas más significativas de éste algoritmo es su rápida convergencia y bajo coste computacional, así como el hecho de que solo se tienen que ajustar unos pocos parámetros, haciendo que el algoritmo sea particularmente fácil de implementar.

El primer paso llevado a cabo por el algoritmo MA es generar una población inicial de posibles soluciones de forma aleatoria, cuyo tamaño dependerá del tamaño del dominio del problema. El algoritmo MA incorpora operaciones estocásticas durante el proceso de optimización, por lo que la calidad de la población inicial puede afectar drásticamente a la solución final. Sin embargo, puede generar soluciones muy similares para diferentes posiciones iniciales (o monos), es decir, configuraciones de sensores similares. Para evitar esta problemática e incrementar la diversidad de las posiciones de los monos, se utiliza la distancia Euclídea, definida por:

$$|x_i - x_j| = \sqrt{\sum_{s=1}^n (x_{is} - x_{js})^2} \quad (2.15)$$

En la Ec. 2.15 $|x_i - x_j|$ representa la distancia entre dos posiciones x_i y x_j distintas, siendo x_{is} y x_{js} la componente s -ésima de los vectores de posición x_i y x_j respectivamente. Una menor distancia Euclídea representa que la posición de dos monos es similar, y que por lo tanto la información que ofrecen es más redundante. Esto quiere decir que, si la información disponible y útil del proceso iterativo es menor debido a una pequeña distancia Euclídea, el algoritmo tiende a localizar el óptimo local, disminuyendo la capacidad de búsqueda global del problema. Por lo tanto, en la inicialización se propone un valor umbral de la distancia Euclídea de la posición de los monos que se debe igualar o superar, con el fin de que las posiciones de los monos sean más diversas y mantener una población inicial ideal.

Pasamos al proceso de escalado, que es un procedimiento en el que se pasa de las posiciones iniciales de los monos a otras nuevas para mejorar la función objetivo. Se pueden desarrollar procesos de escalada de paso grande o pequeño, para evitar el desorden de las direcciones de búsqueda del algoritmo a la hora de resolver problemas de optimización discreta, así como un proceso de cooperación para mejorar la interacción entre monos [55]. El proceso de escalada de paso grande hace cambiar sustancialmente las posiciones de los monos

antes/después del calibrado, lo que puede extender la búsqueda de la solución potencial. Sin embargo, la desventaja de este proceso es que, al ser mayores los pasos de escalado, puede saltarse la solución óptima global, y, por lo tanto, para obtener la solución óptima se necesita un mayor número de iteraciones; y para ciertos problemas complejos puede no ser capaz de encontrar la solución óptima.

Durante el proceso de escalado a la cima (al valor óptimo) la diversidad de la posición de los monos se reducirá gradualmente, tendiendo a una solución óptima local, fenómeno llamado “convergencia prematura”. Se emplea el mecanismo de perturbación estocástica del algoritmo de búsqueda armónica (HSA) tras escalado de paso grande para resolver el problema. Para un mono i de posición $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, $i = 1, 2, \dots, M$, siendo M el tamaño de la población de monos y n el número de sensores que queremos colocar, el proceso de escalado opera de la siguiente forma:

Paso 1. Se genera aleatoriamente un vector de números enteros $\Delta x_i = (\Delta x_{i1}, \Delta x_{i2}, \dots, \Delta x_{in})^T$ en el rango $[-a, a]$, siendo el parámetro a ($a > 0$) la longitud de paso, parámetro que juega un papel crucial en la precisión de la solución local en el escalado. Normalmente, cuanto menor sea el parámetro a , más precisa será la solución. Considerando las características del problema OSP, a debería definirse como 1, 2, u otro número entero positivo.

Paso 2. Actualizar la posición de los monos de x_i a $x_i + \Delta x_i$ en el caso de que el valor de la función objetivo sea menor:

$$f(x_i + \Delta x_i) < f(x_i) \quad (2.16)$$

Si no se cumple, la posición se mantendría (x_i), y si la posición entre dos monos cualesquiera es similar, hay que volver al paso 1.

Paso 3. Se adapta la tasa de ajuste de tono (par) en el HSA a las nuevas componentes x_{ij} del vector x_i tras el escalado de gran paso, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$x'_{ij} = x_{ij} + \text{round}(2 * u * \text{rand} - u) \quad (2.17)$$

En dicha expresión, x_{ij} es la j -ésima componente del vector x_i , u denota la distancia arbitraria de ancho de banda, rand significa un número aleatorio entre 0 y 1, y round es la operación de redondeo. Por lo tanto, se alcanza la nueva posición $x' = (x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{in})^T$, y si las componentes de x' son diferentes las unas de las otras, de forma similar al paso 2, se actualizan las posiciones de x_i a x'_i en el caso de que:

$$f(x'_i) < f(x_i) \quad (2.18)$$

Y si no se cumple, la posición de los monos se mantendría.

Paso 4. Repetir los 3 pasos anteriores hasta que haya un pequeño cambio en los valores de la función objetivo en las iteraciones o hasta que el número máximo de iteraciones (llamado número de escalado, Nc) se haya alcanzado. El propósito de comprobar cómo cambia la función objetivo durante las iteraciones es ver si se el algoritmo converge, con el fin de parar el proceso de escalado antes de que se alcance el número máximo de iteraciones.

Cuando cada mono alcanza la cima de la montaña, es natural que observe a su alrededor y busque si hay otras montañas alrededor más altas que la montaña en la que se encuentra. Si es así, saltará desde su posición hasta algún lugar de la montaña observada y de nuevo repetirá el proceso de escalada hasta que alcance la cima de la nueva montaña. Esta acción se denomina “proceso de observación-salto”.

Para el mono i de posición $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, $i = 1, 2, \dots, M$, el esquema del proceso de observación-salto es el siguiente:

Paso 1. Se generan números aleatorios y_{ij} en el intervalo $[x_{ij} - b, x_{ij} + b]$, $j = 1, 2, \dots, n$, respectivamente, siendo el parámetro b un entero positivo que representa la vista del mono, es decir, la máxima distancia que el mono puede ver. Normalmente, cuanto mayor sea el espacio factible del problema, mayor debería ser el valor del parámetro b . La vista b se puede determinar según la situación específica; al igual que la longitud a puede definirse como 1, 2, u otro número positivo entero.

Paso 2. Si son diferentes las componentes del vector y_i entre dos monos, la nueva posición x''_i puede obtenerse de nuevo tras el proceso de escalado de gran paso; se actualizan las posiciones de x''_i a x_i en el caso de que:

$$f(x''_i) < f(x_i) \quad (2.19)$$

Si no se cumple dicha expresión, se mantiene la posición x_i , y si las componente del vector y_i de dos monos es similar, se vuelve al paso 1.

Paso 3. Repetir los pasos 1 y 2 del proceso de escalado hasta alcanzar el número máximo de iteraciones (llamado “número de observación-salto”, N_w).

Tras repetir los procesos de escalado y observación-salto, cada mono encontrará una cima de altura máxima local alrededor de su punto inicial. Para encontrar una cima mucho más alta, es natural que cada mono haga una voltereta a un nuevo dominio de búsqueda, acción conocida como el proceso de voltereta. En el MA, los monos harán una voltereta en la dirección del baricentro de las posiciones actuales de todos los monos.

Para un mono i con posición $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, $i = 1, 2, \dots, M$, el esquema del proceso voltereta es el siguiente:

Paso 1. Se genera aleatoriamente números reales θ en el intervalo $[c, d]$, llamado intervalo de voltereta, que determina la distancia máxima que los monos pueden alcanzar haciendo una voltereta.

Paso 2. Se obtiene el eje $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ de los monos, punto al que los monos se dirigirán haciendo la voltereta, calculando el baricentro de todos los monos:

$$p_j = \sum_i^M x_{ij} / M, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.20)$$

Paso 3. Se actualiza la posición de los monos de x_i a x'''_i siempre que las nuevas componentes de x'''_i sean diferentes las unas de las otras, y se vuelve al proceso de escalado de gran paso:

$$x'''_{ij} = x_{ij} + \text{round}(\theta |p_j - x_{ij}|) \quad (2.21)$$

Si dicha expresión no se cumple, se vuelve al paso 1.

Una vez que los monos han realizado los procesos de escalado, observación-salto y voltereta se ha completado el algoritmo MA. Si en todo este proceso se ha alcanzado la precisión impuesta en las iteraciones o si se alcanza un gran número de iteraciones, puede darse por finalizado el MA. El resultado obtenido de un MA con pocas iteraciones puede ser una solución sub-óptima, por lo que, para obtener un resultado de alta confianza, hay que evaluar el MA repetidas veces, cada vez con una condición inicial generada aleatoriamente, o con un número suficiente de iteraciones.

Para resumir todo el proceso del MA, la Figura 2.10 muestra un diagrama de flujo con los pasos básicos del MA para resolver el problema OSP.

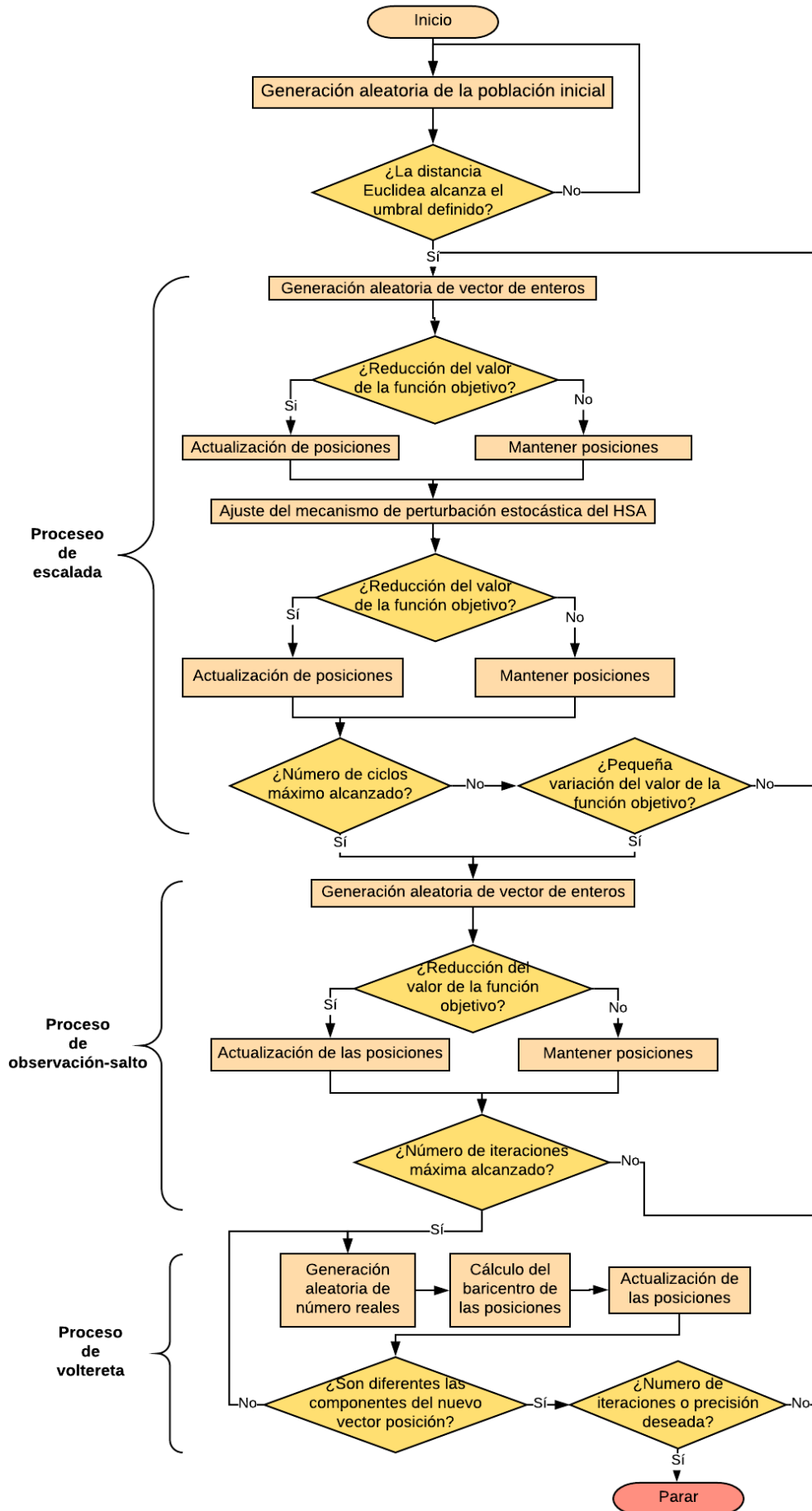


Figura 2-10: Diagrama de flujo básico del algoritmo MA. Fuente: Elaboración propia.

- **Algoritmos genéticos (GA): preámbulo**

Desde la creación de los algoritmos aplicados al problema OSP, se han hecho grandes avances en términos de rendimiento, siendo la mayoría de ellos mejoras de los GA, mientras que el desarrollo de otros algoritmos para la mejora de los resultados del posicionamiento de sensores se ha quedado bastante estancado. Por ejemplo, se han implementado nuevas estrategias en GA para hacer progresos en los resultados obtenidos por la convergencia, involucrando la mejora de los procesos de cruce y mutación de posiciones [56]. La eficiencia de los GA ha sido demostrada en cantidad de artículos usando modelos de elementos finitos de estructuras como celosías [33, 56, 57].

Más tarde, se propuso un nuevo procedimiento de optimización empleando GA para detectar la delaminación arbitraria de una placa de material compuesto usando sensores piezoeléctricos distribuidos [58]. Los GA se usaron para optimizar la posición de sensores para detectar la presencia y el alcance del daño. Posteriormente, se diseñó un GA de mutación forzada para mejorar el rendimiento del GA estándar [57]. Años después, se propuso un GA mejorado que usaba la manipulación genética y GA multiobjetivo, para optimizar el posicionamiento de sensores en estructuras aporricadas para reducir los costes de mantenimiento e incrementar la efectividad de las estrategias de mantenimiento.

Aunque estos estudios y otras muchas investigaciones han demostrado la eficiencia de los GA en la resolución de problemas OSP, se tratan de algoritmos de alto coste computacional y de tiempo como resultado de la evolución repetida de la función objetivo y la búsqueda de la población. Esta desventaja toma una mayor dimensión cuando se aplican los GA en la resolución del OSP de estructuras con muchos grados de libertad, por lo que en la mayoría de los casos el número de sensores usados es relativamente pequeño.

Por todos estos motivos que avalan la eficiencia y precisión de los resultados, así como por tratar de paliar su principal deficiencia y conseguir un bajo coste computacional, en el estudio del posicionamiento óptimo de sensores de este trabajo vamos a usar los algoritmos genéticos. Puesto que éste tema es vital en el desarrollo de éste proyecto, se va a dedicar la siguiente subsección para explicar detalladamente los fundamentos de los GA.

2.2.4 Algoritmos genéticos (GA)

Los algoritmos genéticos (GA) son algoritmos de optimización utilizados de forma extendida para encontrar el posicionamiento óptimo de sensores en el proceso de monitorización continua de estructuras. Los artículos y estudios del OSP en estructuras llevados a cabo en las últimas décadas demuestran que ha habido una tendencia de cambio a la hora de resolver dicho problema, pasando de usar métodos de expansión o eliminación a usar algoritmos heurísticos o metaheurísticos. Existe un sinfín de trabajos que avalan la eficacia de los GA en la optimización de la configuración de sensores estructurales [33, 56, 57]. Tras la presentación realizada en apartados anteriores de este trabajo, en el presente apartado se desarrollan de forma extensa las bases de los algoritmos genéticos.

La base de los GA es la generación aleatoria de soluciones dentro de unas restricciones impuestas en un proceso iterativo en el que las soluciones se “reproducen” y mutan para generar otras mejores hasta obtener una solución óptima que alcance los requisitos impuestos. Estos algoritmos desarrollan soluciones de forma evolutiva de manera análoga al principio de selección natural y de supervivencia del más fuerte de Darwin. Una de las características que desmarcan a los GA de otros métodos de optimización convencionales es que las posibles soluciones se almacenan en vectores genéticos denominados cromosomas. Cada cromosoma está formado por un conjunto de parámetros llamados genes, y tiene asociado un valor de ajuste dado por la función objetivo, que tiene que ser minimizado o maximizado dependiendo de esta. En el enfoque biológico, los parámetros que conforman cada cromosoma sería el fenotipo, que contiene información de un individuo, lo cual sería una solución del problema. A continuación, se introducen los pasos que conforman el proceso iterativo de los GA.

2.2.4.1 Codificación

La forma de almacenar y manejar las soluciones y variables del problema de optimización resulta característica de los GA. Los cromosomas y genes pueden representarse en forma de cadenas de dos dimensiones

(ver Tabla 2.1), aunque normalmente se representan en forma de cadenas binarias, es decir, con $\{0, 1\}$ (ver Tablas 2.2 y 2.3). En la codificación binaria se transforman las variables (posiciones) en cadenas binarias de una determinada longitud. Si hay n grados de libertad en las que colocar los sensores, la longitud de las cadenas será n . Si en la posición del i -ésimo grado de libertad de la cadena de un cromosoma se encuentra un 1, significará que hay un sensor colocado en dicho grado de libertad, mientras que, si se encuentra un cero, no habrá ningún sensor colocado en dicho grado de libertad. Esta forma de almacenar genes resulta la más efectiva en la aplicación de los GA a los problemas OSP, siendo por ejemplo *01000100000001* el cromosoma o solución aleatoria en la que los sensores se colocan en las posiciones 2, 6 y 14.

Tabla 2-1: Codificación de dos dimensiones. Ejemplo de 10 sensores y 44 grados de libertad.

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cromosoma 1	2	3	6	12	20	28	33	36	38	44
Cromosoma 2	2	5	8	18	24	30	35	38	40	43
...
Cromosoma m	4	6	9	16	22	32	36	38	43	44

Tabla 2-2: Codificación binaria 1. Ejemplo de 10 sensores y 44 grados de libertad.

Nº	1	2	3	4	5	6	...	42	43	44
Cromosoma 1	0	1	1	0	0	1	...	0	0	1
Cromosoma 2	0	1	0	0	1	0	...	0	1	0
...
Cromosoma m	0	0	0	1	0	1	...	0	1	1

Tabla 2-3: Codificación binaria 2. Ejemplo de 10 sensores y 44 grados de libertad

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cromosoma 1	000010	000011	000110	001100	010100	011100	100001	100100	100110	101010
Cromosoma 2	000010	000101	001000	010010	011000	011110	100011	100110	101000	101001
...
Cromosoma m	000100	000110	001001	010000	010110	100000	100100	100110	101001	101010

Si el número de sensores es q y t_i es el valor del gen de la i -ésima posición del cromosoma, la restricción del codificado binario 1 se expresa de la siguiente forma:

$$t_1 + t_2 + \dots + t_n = q \tag{2.22}$$

2.2.4.2 Población inicial y selección

El primer paso del GA es generar una población inicial aleatoria formada cromosomas (o individuos) que cumplen las restricciones impuestas, ya sea la restricción de codificación o las del problema. El número de individuos de la población dependerá de varios factores como el tamaño de cada cromosoma o el espacio del problema.

Una vez generada la población inicial, es evaluada por la función objetivo para medir la adaptación de cada uno de los individuos al problema del posicionamiento óptimo. La función objetivo asigna un número real a cada individuo, y cuanto mayor sea este valor mejor será su ajuste y por lo tanto mayor la probabilidad de ser escogido. Los individuos con una mayor adaptación al problema, o lo que es lo mismo, las mejores soluciones, serán elegidas con más frecuencia para generar posteriormente nuevos individuos con un mejor ajuste.

La elección de los individuos que van a ser cruzados para generar descendencia se realiza al azar, usando alguno de los distintos métodos de selección existentes, los cuales procuran favorecer a aquellos individuos mejor adaptados. De tal forma, los individuos con mayor probabilidad de ser escogidos serán usados frecuentemente para generar descendencia mientras que los que tengan un peor ajuste del problema serán escogidos muy de vez en cuando. Estos individuos son los denominados padres, a partir de los cuales se crearán las sucesivas generaciones de individuos, también denominados hijos, los cuales normalmente serán soluciones mejores que las de sus antepasados. La elección del método de selección de individuos es una elección de peso, puesto que el método seleccionado determinará la estrategia seguida por el GA para realizar la búsqueda de soluciones óptimas. Algunos de los métodos de selección más populares son los siguientes:

- **Selección por torneo**

Escoge aleatoriamente a un grupo de individuos para participar en torneos, y el vencedor de cada torneo, es decir, el individuo con mayor ajuste del problema, es elegido para realizar el cruce de individuos. La probabilidad de que un individuo participe en un torneo depende del tamaño de individuos que participan en un torneo. Cuanto mayor sea la capacidad del torneo, menor es la probabilidad de que se seleccionen individuos con peor ajuste, puesto que si se ha seleccionado a un individuo con un mal ajuste hay una alta probabilidad de que un individuo bien adaptado al problema esté también compitiendo en el torneo [59].

Sin embargo, una gran capacidad de los torneos no implica que las descendencias de los individuos padres sean mejores. Esto está relacionado con la presión de selección, que depende de la cantidad de individuos que compiten en un torneo, siendo mayor la presión cuando compiten muchos individuos, mientras que la presión del torneo es baja cuando compite un grupo reducido de individuos. Si la presión es alta, los vencedores de los torneos serán aquellos individuos con mejor ajuste, pero la búsqueda de la solución óptima del GA se centrará en un grupo reducido de individuos; mientras que, para presiones bajas de selección, podrán salir elegidos individuos con peor ajuste del problema, pero el GA explorará el dominio de búsqueda de forma más extensa. Un caso particular es el elitismo global [60], en el que la presión es máxima porque participan todos los individuos, por lo que la selección se vuelve totalmente determinista.

- **Selección de la ruleta**

Se trata de una analogía a la ruleta de la suerte, en la que cada gajo de la ruleta representa un individuo, y el tamaño de cada gajo es proporcional al ajuste obtenido por la función objetivo. Así, siendo N el número de individuos y f_i el ajuste obtenido por el individuo i , la probabilidad de que se escoja un individuo viene dado por la siguiente expresión [61]:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (2.23)$$

Dicha expresión sería dividir el valor de ajuste del individuo por la suma de ajustes total de los individuos. Si se normalizan estas probabilidades a 1, siendo 1 el área de la ruleta, la probabilidad de los individuos determinaría el área de cada gajo. Con este método de selección todos los individuos tienen una cierta probabilidad de ser seleccionados, puesto que la probabilidad de que se elija cualquiera de los individuos es mayor que 0 y menor que 1. Esto resulta bastante efectivo en la búsqueda de la solución óptima, puesto que los individuos con peor ajuste pueden contener parámetros que produzcan soluciones mejores en el cruce de individuos. Esto se traduce en que, aunque las soluciones malas tengan un mal ajuste de la función objetivo,

pueden contener algunas buenas posiciones de los sensores en la estructura, las cuales pueden ser heredadas por las nuevas generaciones mejorándolas.

- **Selección de sobrante estocástico**

Este método de selección calcula la relación entre ajuste del individuo y de la población total (ver Ec. 2.23), y cada individuo es copiado tantas veces como el número entero de la relación. El resto de individuos que faltan para completar la población de padres se seleccionan estadísticamente usando la parte decimal (o sobrante) de la relación de ajuste de los individuos. Hay dos variantes para completar la población:

- Sin reemplazo: se compara cada parte decimal de los individuos con un número aleatorio entre 0 y 1.
- Con reemplazo: las partes decimales se usan para formar una ruleta que es girada tantas veces como individuos sean necesarios para completar la población.

La versión más popular es la selección sin reemplazo, que parece ser más eficaz que la de la ruleta. La selección de sobrante estocástico reduce los problemas de la selección de la ruleta, pero no los llega a solucionar u además puede causar convergencia prematura.

2.2.4.3 Reproducción

En esta operación se seleccionan aleatoriamente parejas de individuos para generar descendencia. Se selecciona al azar una zona de corte, por la que se separan las cadenas de genes de ambos padres, quedando los cromosomas divididos en dos partes. La parte inicial y final de los padres se intercambian dando lugar a dos nuevos individuos. Esta técnica es conocida como cruce de un punto (ver Figura 2.11), y es la más usual, aunque también se puede llevar a cabo el cruce de dos puntos (ver Figura 2.12), en el que el intercambio de cadenas de genes se produce a partir de dos cortes de los cromosomas en vez de uno, o incluso cruces de múltiples puntos.

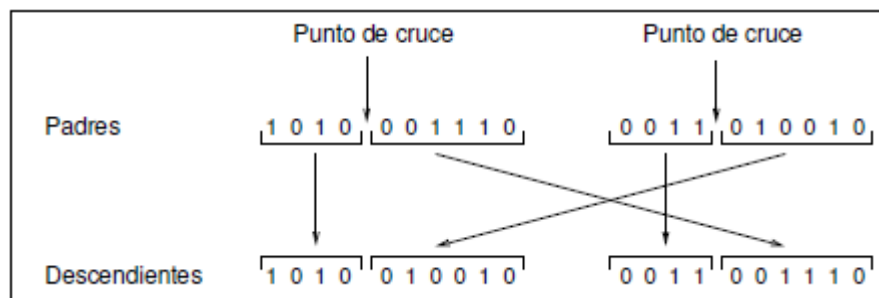


Figura 2-11: Cruce de un punto de los algoritmos genéticos. Fuente: UPV/EHU.

De Jong (1975) [62] estudió el cruce de dos puntos, así como el de múltiples puntos, llegando a la conclusión de que el cruce de dos puntos presentaba una mejora con respecto al de un punto, mientras que el cruce de más de dos puntos no añadía ninguna mejora a la búsqueda. El cruce de dos puntos permite explorar el dominio de búsqueda, con la desventaja de que puede provocar la ruptura de buenos cromosomas.

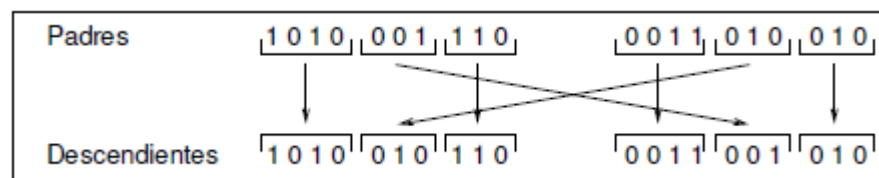


Figura 2-12: Cruce de dos puntos de los algoritmos genéticos. Fuente: UPV/EHU.

En la elección aleatoria de los puntos de corte en el cruce de dos puntos, se puede considerar que los genes de los cromosomas se disponen formando un circuito en el cual se elige la posición del corte de forma aleatoria, tal como se muestra en la Figura 2.13.

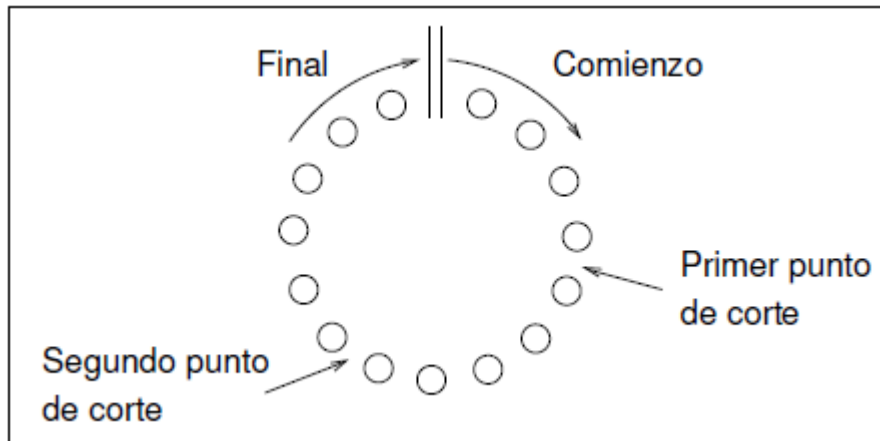


Figura 2-13: Cromosoma visto como un circuito. Fuente: UPV/EHU.

No todos los padres son seleccionados para cruzarse, siendo la probabilidad de selección entre 0.5 y 1, y en el caso en el que un padre no sea seleccionado se duplica y se añade a la siguiente generación como descendencia. Éste es el caso de los individuos élite. Cuando un individuo tiene un ajuste muy bueno, aunque tenga una alta probabilidad de ser elegido para cruzarse, se opta por no cruzarlo con otro, puesto que seguramente se cruzará con un individuo con un ajuste bastante peor y por lo tanto se generará una descendencia más deficiente.

2.2.4.4 Mutación

El siguiente paso tras el cruce de los individuos es la mutación. Éste proceso modifica uno de los genes de los cromosomas previamente generados en el cruce de forma aleatoria y con una pequeña probabilidad de que un individuo sea mutado (ver Figura 2.14). A estos genes modificados se les llama “sangre nueva”. Este paso es básico, puesto que además de proporcionar un toque de aleatoriedad al entorno de los individuos, previene que el ajuste de la población se estanque provocando la convergencia prematura de la búsqueda hacia soluciones no óptimas del problema [63].

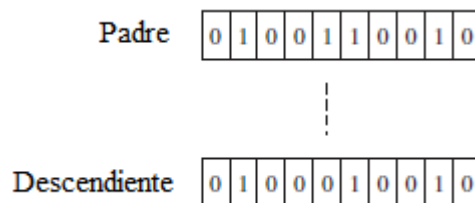


Figura 2-14: Mutación de un individuo en el algoritmo genético. Fuente: [56].

Según Davis, aunque el operador de cruce es el que realiza la búsqueda de las soluciones óptimas, la mutación adquiere mayor importancia a medida que converge la población de individuos [64]. En 1989 algunos autores [65] descubrieron que un proceso evolutivo que conste solo de los procesos de selección y mutación (denominado “evolución primitiva”) supera con creces a un proceso evolutivo consistente únicamente en los procesos de selección y cruce. Además, concluyeron que es más crucial determinar con precisión el valor de la probabilidad de mutación que el valor de la probabilidad de cruce.

La determinación del valor óptimo de la probabilidad de mutación ha sido objeto de numerosos estudios. De Jong en 1975 [62], propuso utilizar la probabilidad de mutación de un gen de l^{-1} , siendo l la longitud del cromosoma. Por su parte, Schaffer y otros autores estimaron la tasa óptima proporcional de $1/\lambda^{0.9318}l^{0.4535}$, siendo λ el número de individuos de la población [65].

Con un GA no siempre es posible determinar el ajuste que tendría el individuo perfecto. Por ello, el proceso iterativo de los GA se desarrolla hasta que se genera un grupo de individuos dominantes en la población, siendo uno o varios de estos individuos dominantes los establecidos como solución óptima. En la Figura 2.15 se muestra un esquema con los pasos básicos del algoritmo genético.

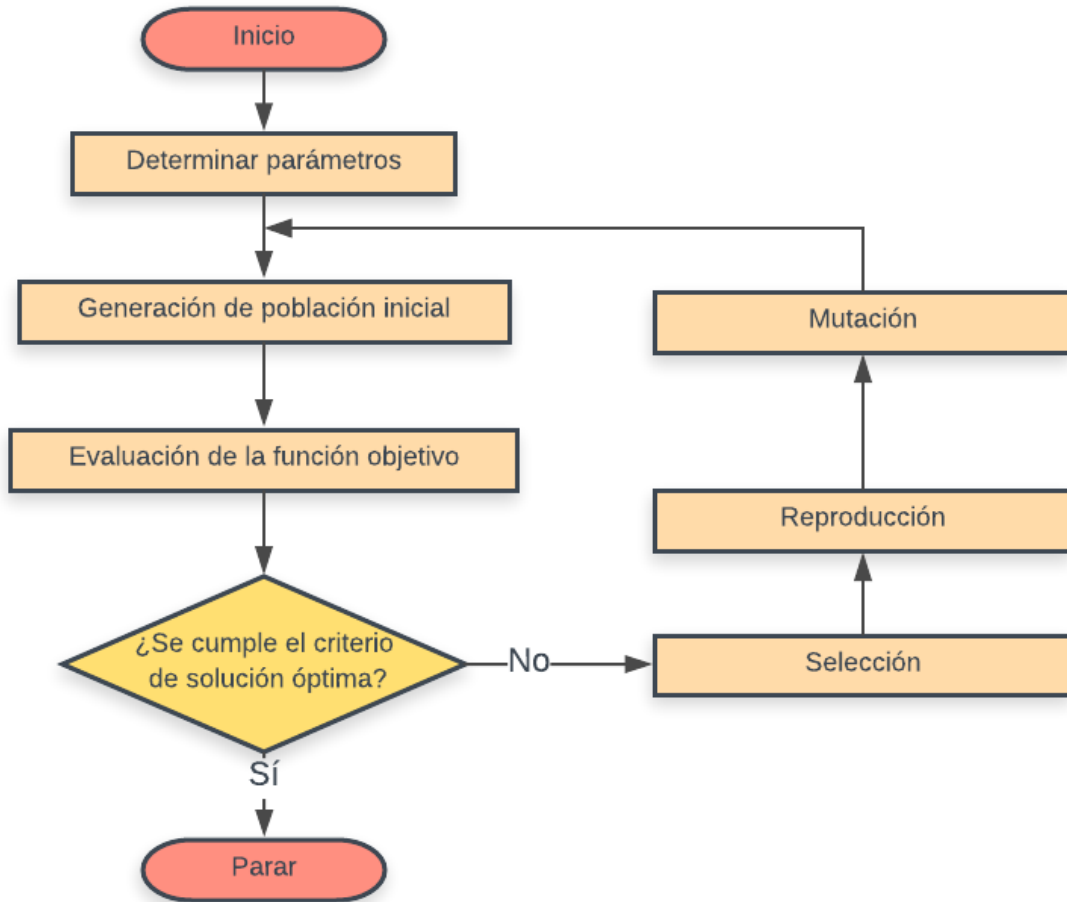


Figura 2-15: Diagrama de flujo de los algoritmos genéticos. Fuente: Elaboración propia.

2.2.4.5 Algoritmos genéticos para problemas multiobjetivo

Hasta ahora se han aplicado los algoritmos genéticos para la búsqueda de soluciones óptimas de problemas con una sola función objetivo, en los que la selección de los individuos se basaba en maximizar una cierta propiedad o criterio impuesto por la función objetivo. No obstante, en ocasiones se quiere utilizar más de un criterio de optimización, los cuales no pueden incluirse en una sola función objetivo. Estos problemas son denominados problemas de optimización multiobjetivo y se pueden aplicar los algoritmos genéticos para su resolución.

Los problemas multiobjetivo se caracterizan porque generalmente no tienen una sola solución, sino que tienen un conjunto de soluciones llamadas “pareto-óptima”. Por definición, para un problema multiobjetivo de I funciones objetivo $f_i(x)$, una solución x^* es pareto-óptima si y solo si no existe otra solución x tal que:

$$f_i(x) \leq f_i(x^*) \text{ para } i = 1, 2, \dots, I \quad (2.24a)$$

Y existe al menos una función objetivo i donde:

$$f_i(x) < f_i(x^*) \text{ para } i = 1, 2, \dots, I \quad (2.24b)$$

Es decir, una solución es pareto-óptima cuando no existe otra solución que mejore uno de los objetivos sin empeorar al menos uno de los otros. Un vector $u = (u_1, \dots, u_k)$ domina a otro vector $v = (v_1, \dots, v_k)$ cuando mejora o iguala todos los objetivos y al menos mejora uno de ellos:

$$u_i \leq v_i \text{ para } i = 1, 2, \dots, k \quad (2.25a)$$

Y, además:

$$\exists i_o \in \{1, \dots, k\} | u_{i_o} < v_{i_o} \quad (2.25b)$$

Por lo tanto, también se puede decir que una solución es Pareto-óptima cuando no es dominada por ninguna otra solución. Así, la solución óptima estará formado por un conjunto de soluciones no dominadas que forman el conocido como frente de Pareto (ver Figura 2.16).

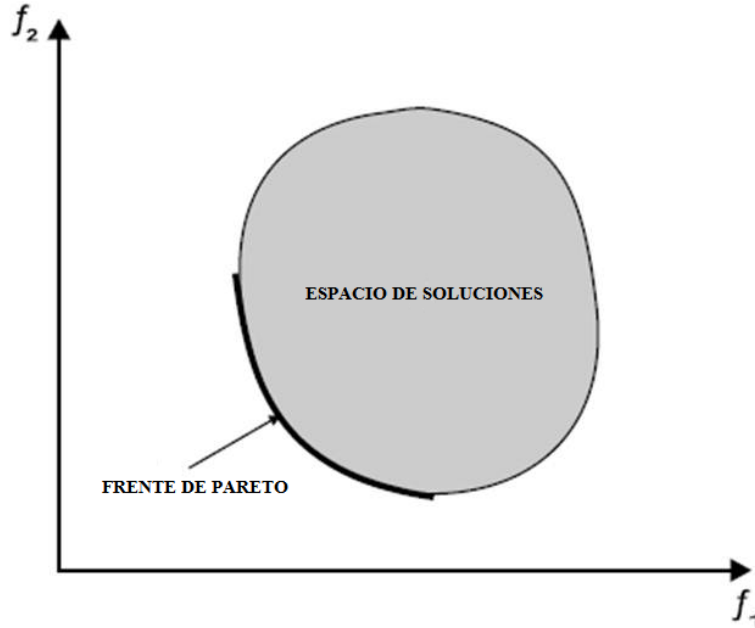


Figura 2-16: Frente de Pareto para un problema multiobjetivo con dos funciones objetivo. Editado a partir de [66].

En los algoritmos genéticos la evaluación de cada individuo dará lugar a un punto del espacio de soluciones, y aquellas que se sitúen en el frente de Pareto formarán parte de la solución óptima.

2.2.5 Funciones objetivo

Para comparar la eficacia y medir el ajuste de los métodos OSP para capturar el comportamiento vibracional de las estructuras, existen distintos criterios que permiten obtener configuraciones óptimas de sensores y sacar conclusiones sobre ellas y sus resultados. Cada uno de ellos tiene una determinada base científica, pero sin embargo todos tienen en común su finalidad: la máxima obtención de información posible sobre el comportamiento dinámico de la estructura, es decir, la mayor información posible del daño. Para conseguir dicho fin, es importante contar con función objetivo seleccionadas de forma adecuada. Entre las distintas estrategias para optimizar la posición y el número de sensores del problema de OSP, destacan las funciones objetivo del error cuadrado medio (MSE), del criterio de garantía modal (MAC), el determinante de la matriz de información de Fisher (FIM) y de la entropía de información (IE).

El MSE es un criterio que evalúa cada método OSP midiendo el error cuadrado medio entre los modos del modelo de elementos finitos y los modos obtenidos por una interpolación de curva cúbica a través de las mediciones de los sensores en las localizaciones elegidas. El MSE de cada modo de vibración suele normalizarse con respecto a la desviación estándar σ de la respuesta obtenida por los sensores, con la finalidad de evaluar MSE total. La expresión correspondiente a este método es la siguiente:

$$MSE = \sum_{i=1}^N \frac{\frac{1}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n (\phi_{ij}^{SP} - \phi_{ij}^{FE})^2}{n} \quad (2.26)$$

En la Ec. 2.26, i representa los modos de vibración, j son las componentes de cada vector asociado a un modo de vibración, ϕ_{ij}^{SP} son los modos de vibración obtenido por los sensores, ϕ_{ij}^{FE} son los modos de vibración

obtenidos del modelo de elementos finitos, n es el número de componentes de vectores de modos (número de posiciones de sensores), N es el número de combinaciones de pares de sensores, y σ^2 es la varianza de la salida.

A parte de los cuatro criterios mencionados en este apartado, hay otras alternativas para evaluar los métodos OSP, por ejemplo, las funciones objetivo basadas en la energía cinética modal y la energía de deformación modal [54, 57, 67]. Sin embargo, estos criterios son similares al criterio del determinante FIM, y además sus funciones objetivo requieren una mayor cantidad de parámetros de entrada, tales como la matriz de masa o la matriz de rigidez.

Además, son varios los estudios que demuestran que las configuraciones óptimas de sensores diseñadas por las funciones objetivo de MAC y MSE presentan errores de modos de vibración menores que otros criterios, y que las funciones MAC muestran un rendimiento ligeramente mejor cuando aplica a un número grande de sensores [34].

Por estas razones, se han seleccionado las funciones objetivo basadas en los criterios MAC y FIM para comparar su efectividad en la aplicación de problemas de localización de sensores óptima, los cuales se aplicarán a los GA en el caso de estudio que se presenta en el *Capítulo 3 Caso de Estudio: Pasarela Ciclopeatonal de Tablada (Sevilla)*. Puesto que estos criterios juegan un papel fundamental en el desarrollo de este trabajo fin de master, se les dedicará un apartado a cada uno para describir en detalle las bases de ellos. A parte de los criterios MAC y FIM, se hará hincapié en la explicación del criterio IE así como su aplicación en el caso de estudio, el cual propone una función objetivo basada en la FIM, y cuyo estudio permitirá una comparación adicional que complementará los resultados en un futuro. Además, el estudio y aplicación del criterio IE a los GA será sencillo puesto que previamente se habrá aplicado el criterio FIM, criterio del que, como se verá más adelante, parte el IE para establecer los parámetros que permiten evaluar su función objetivo.

2.3. Matriz de Información de Fisher (FIM)

La información de Fisher es una herramienta matemática que históricamente ha sido adaptada a múltiples aplicaciones del ámbito de la estadística. Antes de recibir su nombre, fue discutida a comienzos del siglo XX por varios estadísticos notables, entre los que destaca F.Y. Edgeworth, que allá por 1908 [68] ya citaba el término que posteriormente sería nombrado como información de Fisher. Dicho apelativo fue acuñado en honor al matemático y estadístico Ronald Fisher, el cual siguió los resultados iniciales de Edgeworth para enfatizar el rol de la información de Fisher en la teoría asintótica de la estimación de probabilidad máxima.

La información de Fisher es una forma de cuantificar la cantidad de información relativa a un parámetro desconocido contenido en distribución modelada por una variable aleatoria observable. Formalmente, es la esperanza de la información observada. En casos con varios parámetros podemos hablar de matriz de información de Fisher, usada en estadística para calcular matrices de covarianza asociadas a estimaciones de probabilidad máxima [69].

Se puede definir matemáticamente la información de Fisher de la siguiente forma [70]:

Sea $\{P_\theta\}_{\theta \in \Theta}$ una familia paramétrica de distribuciones en un espacio X , cada P_θ tiene una densidad de probabilidad dada por p_θ . La información asociada con el modelo es la matriz dada por:

$$I_\theta = E_\theta[\nabla_\theta \log p_\theta(X) \nabla_\theta \log p_\theta(X)^T] = E_\theta[\dot{l}_\theta \dot{l}_\theta^T] \quad (2.27)$$

En ésta expresión, la función *score* $\dot{l}_\theta = \nabla_\theta \log p_\theta(X)$ es el gradiente del logaritmo de la función de densidad de probabilidad en θ , y la esperanza E_θ denota la esperanza con respecto a P_θ . Intuitivamente, la información de Fisher capta la variabilidad del gradiente $\nabla \log p_\theta$; en una familia de distribuciones para la cual la función *score* \dot{l}_θ tiene una alta variabilidad, se espera que la estimación del parámetro θ sea más sencilla. Ante condiciones adecuadas en las densidades p_θ , hay una variedad de definiciones alternativas de la información de Fisher.

Cuando tenemos N parámetros, de forma que θ es un vector $N \times 1$ $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T$, la información de Fisher pasa a ser una matriz $N \times N$, llamada FIM:

$$I(\theta)_{i,j} = E_{\theta} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta_i} \log p_{\theta}(X) \right) \left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} \log p_{\theta}(X) \right) \right] \quad (2.28)$$

La FIM es una matriz $N \times N$ semidefinida positiva. Ante ciertas condiciones de regularidad, la FIM también se puede escribir de la siguiente forma:

$$I(\theta)_{i,j} = -E_{\theta} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \log p_{\theta}(X) \right] \quad (2.29)$$

Este resultado de la FIM tiene diversos intereses. Por ejemplo, puede ser derivada como la matriz hessiana de la entropía relativa, puede entenderse como una métrica inducida de la métrica Euclídea, en su forma compleja es la métrica del Fubini-Study, etc.

Además de tener múltiples aplicaciones en el ámbito estadístico, la FIM hizo su incursión en la resolución de problemas de optimización de sensores a finales del siglo pasado. Así, se demostró [71] que se puede lograr el posicionamiento de sensores maximizando la FIM. Para llegar a dicha afirmación, se parte de la premisa de que, para correlacionar la información obtenida de las medidas en las posiciones de la estructura con la información del modelo FEM, los modos extraídos deben ser linealmente independientes y diferenciables espacialmente. Si los modos de vibración no son espacialmente diferenciables, no se puede llevar a cabo la correlación de modos obtenidos de las medidas de campo y del modelo de elementos finitos mediante ortogonalidad y ortogonalidad cruzada, puesto que estos modos no serán distinguibles. La independencia espacial implica que, en cualquier instante de tiempo, la ecuación de la respuesta de un sensor es:

$$\mathbf{u}_s = \boldsymbol{\Phi}_s \mathbf{q} \quad (2.30)$$

Los sensores pueden muestrearse y se puede computar una estimación imparcial eficiente $\hat{\mathbf{q}}$ de los modos objetivo resolviendo la siguiente ecuación:

$$\hat{\mathbf{q}} = [\boldsymbol{\Phi}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s]^{-1} \boldsymbol{\Phi}_s^T \mathbf{u}_s \quad (2.31)$$

Donde:

- \mathbf{u}_s es la respuesta de los sensores.
- $\boldsymbol{\Phi}_s$ es la matriz de los modos de vibración objetivo del modelo de elementos finitos en las posiciones de los sensores.
- \mathbf{q} es el vector de coordenadas modales objetivo.

Por lo tanto, no basta con poder observar los modos objetivo desde un punto de vista dinámico, sino que es imprescindible que sean absolutamente identificables. Por ello, se asume que el conjunto de posiciones candidatas hacen linealmente independiente la matriz modal $\boldsymbol{\Phi}_s$.

El problema se reduce a colocar un número de sensores disponibles m menor que el número de posiciones candidatas s manteniendo la información de los modos lo más independiente posible, es decir, obtener la mejor estimación de los modos. Esto implica que la matriz de covarianza de los errores estimados será un mínimo. Siguiendo este desarrollo [72], se introduce una modificación de la respuesta:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{H}(\mathbf{q}) + \mathbf{N} = \boldsymbol{\Phi}_s \mathbf{q} + \mathbf{N} \quad (2.32)$$

Siendo:

- $\mathbf{H} \equiv$ medida de los sensores
- $\mathbf{N} \equiv$ vector que representa la varianza del ruido blanco Gaussiano estacionario ψ_0^2 , señal aleatoria cuyos valores en instantes de tiempo distintos no tienen ninguna relación entre sí y cuya función de densidad es una distribución normal o de Gauss.

La matriz de covarianza para un estimador imparcial eficiente viene dada por:

$$\mathbf{P} = E[(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})^T] = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T [\psi_o^2] \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{q}} \right) \right]^{-1} \quad (2.33)$$

Siendo E la esperanza.

En esta formulación, se asume que los sensores miden los desplazamientos, pero se obtendrían resultados similares para medidas de velocidad o aceleración. Por lo tanto, siendo $\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\phi}_s \mathbf{q}$, la matriz de covarianza es:

$$\mathbf{P} = E[\boldsymbol{\phi}_s^T (\psi_o^2)^{-1} \boldsymbol{\phi}_s]^{-1} = \mathbf{Q}^{-1} \quad (2.34)$$

Siendo \mathbf{Q} la matriz de información de Fisher (FIM). La maximización de \mathbf{Q} lleva a minimizar la matriz de covarianza y, por lo tanto, desarrollar una mejor estimación de $\hat{\mathbf{q}}$. Para simplificar el análisis, se asume que las medidas de ruido no están correlacionadas y que poseen propiedades estadísticas idénticas de cada sensor. La FIM se puede expresar como:

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{\psi_o^2} \boldsymbol{\phi}_s^T \boldsymbol{\phi}_s = \frac{1}{\psi_o^2} \mathbf{A}_o \quad (2.35)$$

Por consiguiente, para minimizar \mathbf{P} se debe maximizar una norma de \mathbf{A}_o . Usualmente, se refiere a $\mathbf{A}_o = \boldsymbol{\phi}_s^T \boldsymbol{\phi}_s$ como el FIM, puesto que el determinante de la matriz no dependerá del ruido de los sensores por sus características definidas anteriormente. En términos de contribución de cada grado de libertad, \mathbf{A}_o puede expresarse de la siguiente forma:

$$\mathbf{A}_o = \sum_{i=1}^s \boldsymbol{\phi}_s^{iT} \boldsymbol{\phi}_s^i = \sum_{i=1}^s \mathbf{A}_i \quad (2.36)$$

Donde:

- $\boldsymbol{\phi}_s^i$ es la i -ésima fila de la matriz modal $\boldsymbol{\phi}_s$
- i es el i -ésimo grado de libertad o la i -ésima posición de sensores

Ciertas referencias sugirieron usar la traza de la matriz, pues defendían que ésta era la norma más útil y con más significado físico [72, 73]. De acuerdo con [74], el determinante de la FIM es el mayor estimador lineal. El determinante de la FIM suministra información análoga al contenido de información de una posición de sensores. Para problemas de optimización de sensores que se pretenden resolver a través de la eliminación de posiciones de sensores, partiendo de un número de posiciones candidatas mayor al número de sensores disponible, el determinante de la FIM para el i -ésimo sensor puede expresarse así [75]:

$$\det(\mathbf{A}_i) = \det(\mathbf{A}) \det(1 - E_i) \quad (2.37)$$

Donde:

- $\det(\mathbf{A}_i)$ es el determinante de la FIM después de haber eliminado el i -ésimo sensor.
- E_i es el valor de independencia efectiva (EIV) del i -ésimo sensor.

En la Ec. (2.37), el EIV representa una reducción en el FIM como resultado de eliminar la i -ésima posición de sensores candidata. Los sensores se ordenan según sus EIVs, y la posición de sensores con el menor valor del EIV resulta ser la mejor opción para ser eliminada, puesto que es la posición que al ser eliminada causa una menor reducción del determinante de la FIM. El EIV viene dado por la siguiente ecuación:

$$E_i = \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\phi}_i^T \quad (2.38)$$

El valor del EIV oscilar entre 0 y 1, siendo 0 cuando los modos de vibración no son observables desde la posición del sensor, o bien cuando alguna fila de la matriz modal es nula, lo cual indica que la posición de sensores en cuestión recae sobre una línea de nodos de los modos objetivo. Por otro lado, un EIV de valor 1 implica que la posición de sensores mantiene la independencia de la matriz modal e identifica los modos objetivo a la perfección, por lo que se trataría de una posición crucial para la obtención de la información sobre el

comportamiento dinámico de la estructura. El número de sensores con un EIV igual a 1 será el número de modos de vibración objetivo, lo cual es intuitivo puesto que el número de sensores debe ser, al menos, igual al número de modos a identificar [76].

En la práctica, el número de sensores empleado es normalmente mayor que el mínimo posible con el propósito de realizar una identificación adecuada de los modos. En un proceso iterativo, se elimina de la lista de sensores aquellas posiciones con menor EIV, y se actualizan las matrices modales y de Fisher hasta que el número de sensores predefinido resta como posiciones óptimas de sensores.

Una de las ventajas que presenta este criterio, es que se cancelan las posiciones candidatas que se encuentran sobre las líneas nodales de los modos de vibración objetivo, es decir, las posiciones en las que el desplazamiento modal es nulo. Aunque la señal de las posiciones que se encuentran en los nodos apenas tiene fuerza, es importante tener en cuenta estas posiciones puesto que completan la definición de los modos y permiten distinguir visualmente diferentes modos.

La mayor desventaja de la aplicación de la FIM a la resolución de problemas de optimización de sensores para la monitorización de estructuras, es que el número mínimo de sensores debe ser igual al número de modos de vibración definidos como objetivo, puesto que de otra manera encontraríamos que la FIM es singular y no sería posible resolver el problema.

Así pues, en la aplicación del FIM en la resolución de problemas OSP, se maximiza el determinante de $\phi_s^T \phi_s$ de forma equivalente a minimizar el determinante de P. La función objetivo del FIM aplicado a la monitorización continua de estructuras quedaría de la siguiente forma:

$$f = \max(|\phi_s^T \phi_s|) \quad (2.39)$$

La función objetivo de la FIM es usualmente usada para comparar el rendimiento de los métodos OSP como pueden ser los algoritmos heurísticos y metaheurísticos. Así, en el *Capítulo 4 Aplicación de los Métodos de Posicionamiento Óptimo de Sensores al Caso de Estudio* implementaremos el criterio de la matriz de Fisher a los algoritmos genéticos para obtener la configuración de sensores óptima en la estructura civil de estudio.

2.4. Entropía de la información (IE)

La entropía de la información, es conocida como la única medida de la incertidumbre probabilística de los parámetros de un modelo. Fue mostrada por primera vez en 1949 [77], y también es conocida como la entropía de Shannon debido a su autoría. A principios del siglo XXI, algunos autores [78] introdujeron la IE como la mejor medida para el testeo estructural. La IE depende del determinante del FIM, y justifica el uso del determinante en vez de la traza de la matriz, como hacen otros enfoques de la matriz de Fisher. Es usada en el proceso de optimización de la configuración de sensores, así como para calcular las características dinámicas para la identificación de modelos no lineales.

A continuación, desarrollaremos los fundamentos teóricos presentados por ciertos autores [79] sobre la IE, así como la metodología para alcanzar la función objetivo utilizada en la estimación de la posición óptima de sensores. Como veremos, para optimizar la configuración de sensores, la IE se basa en minimizar la medida directa de la incertidumbre de los parámetros, y que para obtener la expresión del IE para resolver los problemas OSP se parte de ciertas consideraciones estadísticas, como es la estadística bayesiana.

2.4.1 Metodología de la estadística bayesiana

Se considera un modelo parametrizado (por ejemplo, un modelo de elementos finitos) que describe el comportamiento de una estructura. Sea $\theta \in R^{N_\theta}$ el vector de parámetros libres (parámetros modales o físicos) del modelo que tienen que ser estimados usando los datos medidos D por la red de sensores. Sea $D = \{y_k, k = 1, \dots, N\}$ la respuesta medida en el tiempo, siendo $y_k \in R^{N_o}$ los datos de salida del modelo, N_o es el número de grados de libertad del modelo observados, k es el índice de tiempo en el momento $k\Delta t$, Δt es el intervalo de muestreo, N es el número de datos muestreados, y N_d los grados de libertad del modelo estructural. La respuesta medida y las predicciones de la respuesta del modelo en el instante $k\Delta t$ satisfacen la ecuación de error de predicción:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{L}\mathbf{x}_k(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{L}\mathbf{e}_k(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.40)$$

Donde:

- $\mathbf{e}_k(\boldsymbol{\theta})$ es el error de predicción debido al ruido de la medida y errores de modelización
- $\mathbf{x}_k(\boldsymbol{\theta})$ es la respuesta muestreada en todos los grados de libertad del modelo
- \mathbf{L} es la matriz de observación
- \mathbf{y}_k es la respuesta del modelo

La matriz de observación $\mathbf{L} \in R^{N_o \times N_d}$ está formada por ceros y unos de tal forma que mapea los grados de libertad del modelo, es decir, define la posición de los sensores en la estructura.

Utilizando una metodología de identificación bayesiana, se puede cuantificar la incertidumbre de los valores de los parámetros con funciones de densidad de probabilidad, que se obtienen usando la información dinámica D y el modelo de probabilidad para la predicción del error $\mathbf{e}_k(\boldsymbol{\theta})$. En lo que resta de desarrollo teórico de la IE, el error de predicción $\mathbf{e}_k(\boldsymbol{\theta})$ en el momento $k\Delta t$ se modela como un vector aleatorio gaussiano con media cero y covarianza $\Sigma_t \in R^{N_d \times N_d}$. También se asume que los errores de predicción de distintos instantes son independientes. Aplicando el teorema de Bayes, la función de densidad de probabilidad $p(\boldsymbol{\theta}|\Sigma_t, D)$ del conjunto de parámetros del modelo estructural $\boldsymbol{\theta}$, dados los datos medidos D y los parámetros de error de predicción Σ_t , toma la siguiente forma:

$$p(\boldsymbol{\theta}|\Sigma_t, D) = c \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N (\sqrt{\det \Sigma_t})} \exp \left[-\frac{NN_0}{2} J(\boldsymbol{\theta}|\Sigma_t, D) \right] \pi(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.41)$$

Donde:

- $J(\boldsymbol{\theta}|\Sigma_t, D)$ representa la medida de ajuste entre la respuesta medida y la respuesta del modelo
- $\pi(\boldsymbol{\theta})$ es la distribución anterior para el conjunto de parámetros $\boldsymbol{\theta}$
- c es una constante de normalización elegida tal que la integral de la función de densidad de probabilidad sea la unidad.

Siendo:

$$J(\boldsymbol{\theta}|\Sigma_t, D) = \frac{1}{NN_0} \sum_{k=1}^N [\mathbf{y}_k - \mathbf{L}\mathbf{x}_k(\boldsymbol{\theta})]^T \Sigma_t^{-1} [\mathbf{y}_k - \mathbf{L}\mathbf{x}_k(\boldsymbol{\theta})] \quad (2.42)$$

2.4.2 Estimación asintótica de la entropía de la información

La función de densidad de probabilidad (ver Ec. 2.41) representa la incertidumbre de los valores de los parámetros del modelo estructural, basándose en la información obtenida en las mediciones. La entropía de la información se define de la siguiente forma [78]:

$$h(\mathbf{L}; \Sigma, D) = E_{\boldsymbol{\theta}} [-\ln p(\boldsymbol{\theta}; \Sigma, D)] = - \int \ln p(\boldsymbol{\theta}; \Sigma, D) d\boldsymbol{\theta} \quad (2.43)$$

Ésta expresión aporta una medida escalar de la incertidumbre de los parámetros estructurales $\boldsymbol{\theta}$. La IE depende de la información disponible $D \equiv D(\mathbf{L})$ y del vector de la configuración de sensores \mathbf{L} .

Para la etapa de diseño de la configuración óptima de sensores, resulta útil usar una aproximación asintótica de la IE [80] que es válida para un gran número de datos ($NN_0 \rightarrow \infty$). La aproximación asintótica se obtiene sustituyendo en la expresión de la IE (ver Ec. 2.43) la función de densidad de probabilidad $p(\boldsymbol{\theta}; \Sigma, D)$, y reescribiendo la integral resultante como una integral de Laplace, que se puede aproximar aplicando la aproximación asintótica del método de Laplace [81]. Específicamente, se puede demostrar que, para un número grande de información medida, la siguiente expresión asintótica representa a la IE [80]:

$$h(\mathbf{L}; \Sigma, D) \sim H(\mathbf{L}; \boldsymbol{\theta}_0, \Sigma) = \frac{1}{2} N_{\boldsymbol{\theta}} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln[\det \mathbf{Q}(\mathbf{L}; \boldsymbol{\theta}_0, \Sigma)] \quad (2.44)$$

Donde:

- θ_0 es el valor óptimo del conjunto de parámetros θ que minimiza la medida de ajuste $J(\theta; \mathbf{L}, D)$ (Ec. 2.42)
- $\mathbf{Q}(\mathbf{L}; \theta, \Sigma)$ es la matriz de Fisher (FIM)

Siendo:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{L}; \theta, \Sigma) = \sum_{k=1}^N (\mathbf{L} \nabla_{\theta} \mathbf{x}_k)^T (\mathbf{L} \Sigma \mathbf{L}^T)^{-1} (\mathbf{L} \nabla_{\theta} \mathbf{x}_k) \quad (2.45)$$

En la cual $\nabla_{\theta} = [\partial/\partial\theta_1, \dots, \partial/\partial\theta_{N_{\theta}}]^T$ representa el vector gradiente con respecto al conjunto de parámetros θ . La matriz de Fisher $\mathbf{Q}(\mathbf{L}; \theta, \Sigma)$ es una matriz semidefinida positiva que contiene información sobre la incertidumbre de los valores de los parámetros θ , en base a las mediciones de las posiciones especificadas en \mathbf{L} . La matriz diagonal de covarianza se expresa como $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$, siendo \mathbf{I} la matriz identidad, se deriva según las indicaciones de [80].

En la práctica, en el escenario inicial del diseño de la configuración de sensores no contaremos con los valores óptimos de los parámetros del modelo θ , al igual que con la matriz de covarianza del error de predicción Σ . Así, un buen diseño del modelo puede ayudar a obtener valores nominales elegidos por el diseñador, de tal forma que sea representativo del sistema.

2.4.3 Función objetivo del criterio IE en el problema de posicionamiento óptimo de sensores

A la hora de determinar la configuración óptima, se procura colocar los sensores en posiciones de la estructura tales que los resultados medidos aporten la mayor información sobre los parámetros del modelo representativo de la estructura. Dado que la IE es una medida de la incertidumbre de los parámetros estimados, se selecciona aquella configuración de sensores tal que minimiza la IE. Esto se expresa de la siguiente forma:

$$f_{\text{óptimo}} = \min H(\mathbf{L}; \theta_0, \Sigma) = \min \left[\frac{1}{2} N_{\theta} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln[\det \mathbf{Q}(\mathbf{L}; \theta_0, \Sigma)] \right] \quad (2.46)$$

El valor máximo de función de la IE, o lo que es lo mismo, la peor configuración de sensores dada por el IE, también resulta útil en el estudio de éste método de optimización. Si comparamos el valor mínimo y máxima de la IE para el mismo número de sensores, obtendremos una medida de la reducción de la entropía que podemos lograr mediante la optimización de la posición de sensores, es decir, dicha comparativa nos cuantificará la mejora de la configuración de sensores que ha logrado la función objetivo del IE. La máxima IE y su correspondiente peor configuración de sensores se obtiene maximizando la expresión de la IE:

$$f_{\text{peor}} = \max H(\mathbf{L}; \theta_0, \Sigma) = \max \left[\frac{1}{2} N_{\theta} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln[\det \mathbf{Q}(\mathbf{L}; \theta_0, \Sigma)] \right] \quad (2.47)$$

Resulta intuitivo pensar que al añadir uno o más sensores en la estructura disminuirá la IE, puesto que los sensores aportarán información de los parámetros estructurales y se reducirá la incertidumbre de la estimación de los parámetros. Por ello, las funciones que minimizan y maximizan la IE son funciones decrecientes con el número de sensores.

Se ha demostrado que los resultados del enfoque de la entropía al problema OSP son similares a los de la FIM [82], ya que usa el determinante de la matriz de Fisher y no la traza, como proponen otros criterios de optimización. La entropía permite comparar y evaluar las mejoras que se producen en la configuración de sensores a la hora de colocar más sensores, así como los beneficios de medir modos estructurales adicionales. Ésta información puede ayudar a los ingenieros a determinar la configuración óptima de sensores en proyectos en los que es importante la relación coste-efectividad de la red de sensores, con la finalidad de mejorar la calidad de los modelos de predicción.

En el año 2000, varios autores demostraron que la medida basada en la entropía resuelve el problema encontrado en enfoques anteriores relacionados con la arbitrariedad en la selección de una norma apropiada para la FIM [78]. Específicamente, la norma que mejor se corresponde con el objetivo de los experimentos, que es minimizar la incertidumbre en los valores de los parámetros, es el determinante de la FIM, que surge

naturalmente del enfoque basado en la entropía de la información.

Puesto que la función objetivo de éste criterio de optimización parte de la matriz de Fisher, y al igual que el criterio de la FIM, el número de sensores debe ser como mínimo igual al número de modos de vibración objetivo del análisis OSP. A la hora de implementar el criterio IE en conjunción con los GA, la función de ajuste o función objetivo utilizada para calcular la configuración óptima de sensores será la definida en la Ec. (2.46).

2.5. Criterio de garantía modal (MAC)

A finales de los años 70, la necesidad de tener un indicador de garantía para vectores modales experimentales estimados a partir de la medición de funciones de respuesta en frecuencia, llevó al desarrollo del criterio de garantía modal (MAC). Por aquél entonces, el criterio usado para evaluar la calidad de la respuesta obtenida era la comprobación de ortogonalidad de los vectores, que arrastraba errores de varios tipos (desarrollo del modelo analítico, estimación de vectores modales, etc.), lo cual lo convertía en un criterio poco efectivo en la época.

En el desarrollo interno del MAC en la Universidad de Cincinnati, concretamente en su Laboratorio de Investigación de Dinámica de Estructuras (UCSDRL), se desarrollaron tres criterios que formarían parte del MAC definitivo: el pequeño MAC, el gran MAC y el múltiple MAC. De ellos tres, el criterio que actualmente sobrevive es el gran MAC, al cual se le asignó el acrónimo de MAC puesto que “*Big Mac*” ya estaba en uso por aquél entonces [83].

El MAC se basa en medir la correlación que existe entre dos modos de vibración, que pueden ser obtenidos de diferentes fuentes (modelo de elementos finitos, sensores sobre la estructura, etc.) La expresión del MAC es la siguiente [33]:

$$MAC_{ij}(v) = \frac{[\phi_i^T(v)\phi_j(v)]^2}{[\phi_i^T(v)\phi_i(v)][\phi_j^T(v)\phi_j(v)]} \quad (2.48)$$

Donde:

- Φ es la matriz de modos de vibración o matriz modal.
- Los subíndices i y j denotan las columnas i -ésima y j -ésima de la matriz modal Φ .
- v son los parámetros de posición de los sensores que denotan las filas de la matriz modal Φ .

Los modos de vibración seleccionados dependen de los parámetros de posición de sensores v . Así, por ejemplo, $\phi_i(v)$ representa las filas v de la i -ésima columna de la matriz modal. En cada cálculo del MAC, solo entran en juego los valores de la matriz modal seleccionados, que son los correspondientes a un par de modos y unas posiciones determinadas.

Cabe destacar que cada componente de la matriz MAC es un escalar en el rango de $[0, 1]$, que expresa la concordancia entre dos modos de vibración seleccionados. Si los dos modos son concordantes, el MAC tiene el valor de 1, y si los dos modos son ortogonales entre sí, el MAC toma el valor de 0. Para el caso de autocorrelación ($i = j$) se obtiene $MAC_{ij} \equiv 1$, puesto que si se compara un modo de vibración consigo mismo se obtiene que los dos modos analizados por el MAC (realmente uno) son coincidentes. Para el caso de $i \neq j$, en el que MAC toma un pequeño valor, los modos de vibración comparados tienen poca correlación y por lo tanto se pueden distinguir fácilmente entre sí. Sin embargo, cuando los valores de los elementos fuera de la diagonal del MAC son grandes, los dos modos seleccionados son más parecidos y por lo tanto difíciles de ser distinguidos. En la Figura 2.17, se pueden ver ejemplos del aspecto que tienen las matrices MAC, siendo el MAC de la izquierda el MAC obtenido inicialmente y el de la derecha el MAC correspondiente a una configuración óptima propuesta por el OSP.

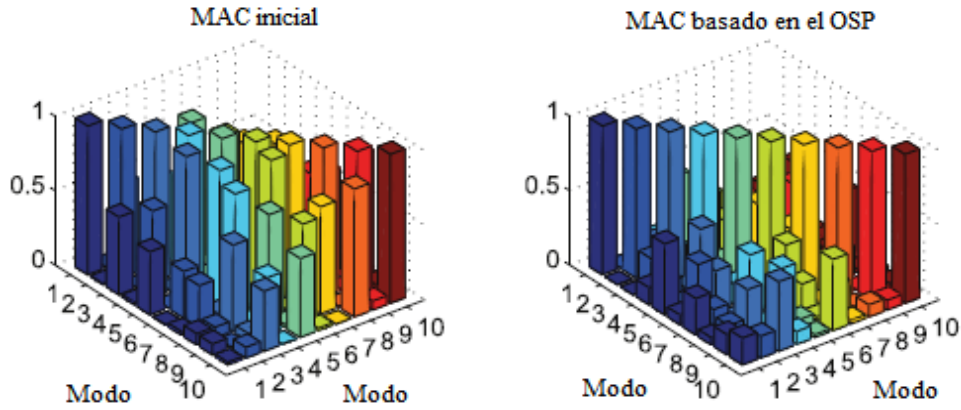


Figura 2-17: Ejemplo de matrices MAC antes y después de haber aplicado el proceso de optimización del OSP. Fuente: [34].

Si se comparan modos extraídos de distintas fuentes, los valores de la diagonal del MAC servirán para comparar cómo de parecidos son los modos obtenidos de cada fuente. Esto es útil, por ejemplo, cuando obtenemos los modos de una estructura y de su modelo de elementos finitos y queremos comparar los resultados para conocer cómo de representativos son los resultados del modelo con respecto a los de la estructura real, así como para realizar el calibrado del modelo y conseguir que la respuesta de éste sea fiel a la realidad.

Con respecto al problema OSP, todo esto significa que la configuración óptima de sensores será aquella que haga que el MAC se una matriz formada por unos en su diagonal y por números lo más cercanos a cero como sea posible en el resto de elementos, ya que ésta configuración es la que hace que los modos obtenidos por los sensores sean más distinguibles e identificables, y que por lo tanto podamos obtener más información sobre el comportamiento dinámico de la estructura. Por ello, un indicador de cómo de óptima es una configuración de sensores sería el tamaño de los elementos que se encuentran fuera de la diagonal del MAC.

Las funciones objetivo derivadas del MAC para comparar la efectividad de las distintas técnicas OSP fueron presentadas por Carne y Dohmann en 1995 [8]. Basándose en los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC de la Ec. (2.48), se estudian dos funciones objetivo. La primera determina cuál es el mayor elemento fuera de la diagonal del MAC:

$$f_1(v) = \max_{i \neq j} \{MAC_{ij}(v)\} \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (2.49)$$

Siendo p el número de modos de vibración total seleccionados para el OSP. La segunda función objetivo se define como la suma del cuadrado de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC:

$$f_2(v) = \sum_{i=1, j=1, (i \neq j)}^p [MAC_{ij}(v)]^2 \quad (2.50)$$

En el problema OSP, estas funciones deben ser minimizadas puesto que son indicadores del tamaño de los elementos fuera de la diagonal del MAC, y para encontrar la configuración óptima se busca aquella que minimice el valor de dichos elementos:

$$f(v) = \min f_1(v) \quad (2.51)$$

$$f(v) = \min f_2(v) \quad (2.52)$$

En el *Capítulo 4 Aplicación de los Métodos de Posicionamiento Óptimo de Sensores al Caso de Estudio* se estudiarán y compararán los resultados obtenidos por ambas funciones objetivo, para así poder decir cuál es más representativa de una configuración óptima o cuál aporta una mejor configuración de sensores.

3 CASO DE ESTUDIO: PASARELA CICLOPEATONAL DE TABLADA (SEVILLA)

El tercer capítulo del presente trabajo fin de master trata sobre la exposición del caso real de estudio, una estructura civil sobre la que se aplicarán varios procesos para llevar a cabo la evaluación del OSP. La razón por la que se van a estudiar las características de tal estructura es poder aplicar posteriormente el problema de la configuración óptima de sensores a una estructura real, de la cual se ha obtenido información detallada para poder realizar un modelo aproximado de ella. Para demostrar cómo se resuelve el problema OSP en estructuras civiles de forma continua, objetivo real de este trabajo, no es necesario aplicar ésta técnica en una estructura real, ya que se puede resolver para cualquier modelo inventado de una estructura civil. Sin embargo, en este proyecto se pretende desarrollar la metodología completa que ha de seguir un ingeniero cuando se encuentre ante el reto de tener que encontrar las posiciones óptimas de sensores de forma continua en cualquier estructura civil real. Es por esto, que de ahora en adelante se va a pretender encontrar un modelo representativo de la estructura real en cuestión para resolver el problema OSP sobre dicho modelo, y que las soluciones encontradas sean óptimas y aplicables a la monitorización continua de la estructura real.

Primeramente, se hablará de las características de la estructura en cuestión, así como su situación. Luego se describirá el proceso de obtención y análisis de datos de su comportamiento dinámico a través de un ensayo de vibración ambiental y del análisis modal operacional (OMA). Posteriormente, se realizará un modelo de elementos finitos representativo de la estructura en el programa ANSYS 19, software del que se darán las nociones básicas y aspectos esenciales de su funcionamiento. Para elaborar el modelo de elementos finitos se partirá de información de la estructura para que el modelo sea tal que su comportamiento dinámico sea parecido al de la estructura. También hará una comparación sobre los resultados obtenidos del OMA y del modelo de elementos finitos para evaluar cómo de bueno es el modelo realizado. Finalmente, se hará un estudio de sensibilidad del modelo de elementos finitos para saber cuáles son los elementos que modifican drásticamente la respuesta estructural y se calibrará el modelo para que éste sea fiel a la estructura.

El objetivo final de este punto es que el lector tenga una idea de las características de la estructura civil de estudio y desarrollar un modelo de la estructura apto para posteriormente aplicar sobre ella los métodos y criterios OSP descritos en el capítulo anterior. El correcto desarrollo de las secciones del presente capítulo servirá de garantía para avalar los resultados que se obtengan en los sucesivos capítulos, puesto que el contenido de éste capítulo es la base del estudio del OSP de cualquier estructura civil.

3.1. Descripción General de la Estructura

- **Localización**

La estructura civil se trata de una pasarela ciclopeatonal situada sobre la autovía de circunvalación de Sevilla SE-30, a la altura del barrio de Tablada y a escasos metros del puente del V Centenario (ver Figura 3.1).



Figura 3-1: Vista en planta de la localización de la pasarela. Fuente: Agencia de Obra Pública de la Junta de Andalucía.

La obra habilita la conexión peatonal y de los carriles bici entre Sevilla y San Juan de Aznalfarache de forma segura, fomentando así la movilidad sostenible entre los municipios del sector sur de la comarca del Aljarafe con el área metropolitana de la capital. Concretamente, une la red de carriles bici de Sevilla a su paso por Tablada con el ya existente carril bici que transita por el puente de San Juan de Aznalfarache, conocido popularmente como Puente de Hierro (ver Figura 3.2).



Figura 3-2: Conexión del carril bici de la pasarela de Tablada con el Puente de Hierro. Fuente: Agencia de Obra Pública de la Junta de Andalucía.

- **Desarrollo y contexto social**

Las obras comenzaron en 2014, pero en varias ocasiones se modificaron los términos del proyecto por motivos técnicos. En otoño de 2016 la obra volvió a licitarse y los trabajos se reiniciaron en enero de 2017. Finalmente, fue inaugurada en febrero de 2018.

Su proyecto surge de una fuerte demanda histórica de entidades ciclistas y ecologistas y de la población de San Juan, puesto que la construcción de la autovía SE-30 supuso la desaparición del antiguo camino peatonal que conectaba la ciudad con los municipios de la zona sur del Aljarafe. El proyecto tuvo una duración de 4 años, y no ejecutó con anterioridad por problemas administrativos.

Ésta estructura elevada contó con una inversión inicial de 1.22 millones de euros, que finalmente ascendió a 1.68 millones de euros. Ha sido diseñada y dirigida por Increscendo Consultores y ha sido ejecutado por la unión temporal de empresas Acciona Infraestructuras-Construcciones Garrucho. Sus elementos se han realizado en un taller de la localidad Sevilla de Utrera.

- **Descripción de elementos**

La pasarela tiene una longitud de 240 m y un vano de 58 m entre sus pilas centrales. Consta de cuatro pilas, dos estribos, y un puente metálico compuesto por tres tramos independientes, de los cuales dos son rampas de acceso. La plataforma está formada por secciones tubulares de acero que definen el contorno de la estructura, y el tablero consta de una solera sobre una chapa colaborante (ver Figura 3.3). Los elementos tubulares curvos en la sección de la pasarela tienen una curvatura que alcanza los 0.5 metros a mitad de recorrido, tal que la forma de la pasarela describe una especie de tubo en celosía.



Figura 3-3: Vista interior de la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: Red de Ciudades por la Bicicleta.

La plataforma cuenta con dos rampas de acceso de hormigón armado con una pendiente máxima de un ocho por ciento, para facilitar la accesibilidad a ciclistas y personas con movilidad reducida. El acero utilizado en toda la estructura es acero S355 J2+G3. Todas las superficies metálicas cuentan con una protección anticorrosiva para ambientes de corrosión y durabilidad alta (C4). Las superficies tienen una preparación realizada con chorro abrasivo a fondo, así como una imprimación de epoxi bicomponente con cinc activado, una capa intermedia de pintura a base de epoxi poliamida y finalmente un acabado de pintura a base de poliuretano alifático de alta resistencia a la intemperie. El trazado curvo de estos dos tramos encaja con el poco espacio disponible para realizar la pasarela, adecuándose además el alzado requerido por el Ministerio de Fomento de 5.5 metros sobre la SE-30 (ver Figura 3.4).



Figura 3-4: Rampa de acceso 2 a la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: Red de Ciudades por la Bicicleta.

La rampa 1, que conecta el vano principal de la pasarela con San Juan de Aznalfarache, tiene una longitud de 43.52 metros y se apoya en sus extremos en su estribo y en la pila 2, correspondiente a una de las pilas en las que se apoya el vano central, y a lo largo de su recorrido en la pila 1 (ver Figura 3.1). Al final de su trayecto, la rampa cambia a una de sección en celosía para adaptarse estéticamente al terraplén de acceso a la pasarela.

La sección de la rampa 1 está formada por dos secciones tubulares horizontales superiores ($CHS\ 406.4\ x\ 10$) y otras dos inferiores ($CHS\ 406.4\ x\ 10$), así como secciones tubulares ($CHS\ 219.1\ x\ 8$) a ambos lados y en la parte superior. La chapa colaborante se apoya en vigas de sección en H ($HEB-200$) a las que se une a través de conectadores (ver Figura 3.5), y sobre la chapa se encuentra una solera de hormigón armado reforzado con fibras de polipropileno. Como se muestra en la Figura 3.6, los laterales de la sección están rematados por barandillas de seguridad. Las secciones de la rampa 1 están separadas cada 2.7 metros por crucetas tubulares ($CHS\ 219.1\ x\ 8$) situadas a ambos lados de la sección y en su parte superior.

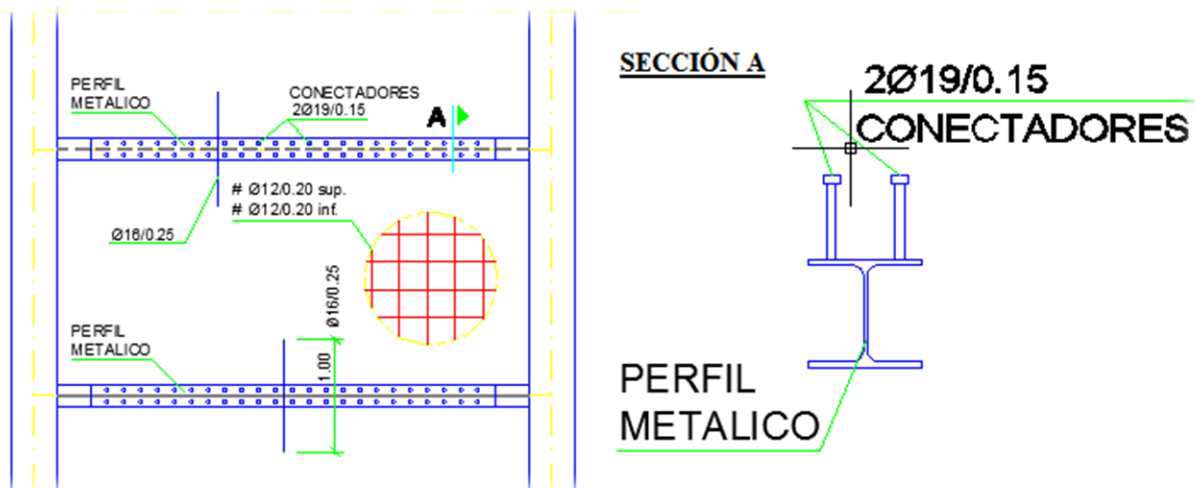


Figura 3-5: Detalle de conexión de las vigas en H y los conectadores de la solera. Fuente: Acciona.



Figura 3-6: Sección tipo de la rampa 1 de la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: ABC de Sevilla.

La rampa 2, que conecta el vano principal de la pasarela con Tablada, tiene una longitud de 32.22 metros y se apoya en sus extremos en su estribo y en la pila 3, correspondiente a una de las pilas en las que se apoya el vano central, y a lo largo de su recorrido en la pila 4. Al final de su trayecto, la rampa cambia a una de sección variable para adaptarse estéticamente al terraplén de acceso a la pasarela.

Existen dos tramos de sección ligeramente diferente en la rampa 2. El tramo que se sitúa entre la pila 3 y la pila 4 tiene una sección formada por dos secciones tubulares horizontales superiores ($CHS\ 406.4 \times 12.5$) y otras dos inferiores ($CHS\ 406.4 \times 2.50$), así como secciones tubulares verticales ($CHS\ 219.1 \times 12.5$) a ambos lados y en la parte superior. La chapa colaborante se apoya en vigas de sección en H ($HEB-200$) a las que se une a través de conectadores (ver Figura 3.5), y sobre la chapa se encuentra una solera de hormigón armado reforzado con fibras de polipropileno. Como se muestra en la Figura 3.7, los laterales de la sección están rematados por barandillas de seguridad y con una valla anti vandalismo que se extiende hasta el comienzo del vano central. Las secciones de la rampa 2 están separadas cada 2.15 metros por crucetas tubulares ($CHS\ 219.1 \times 12.5$) situadas a ambos lados de la sección y por crucetas tubulares ($CHS\ 219.1 \times 8$) en su parte superior.



Figura 3-7: Detalle de la barandilla de seguridad y de la valla antivandalismo de la rampa 2. Fuente: ABC de Sevilla.

El vano central de la estructura metálica se coloca sobre los pilares en agosto de 2017. Los trabajos consisten en la sustentación del elemento metálico sobre los pilares situados en ambos márgenes de la carretera, habiéndose ejecutado previamente el terraplén de acceso a la pasarela que da continuidad al carril bici que proviene del Puente de Hierro (ver Figura 3.8). Tras el montaje del vano central, se ejecutó el hormigonado de la losa de la pasarela en su vano central.



Figura 3-8: Terraplén de acceso a la pasarela desde San Juan de Aznalfarache. Fuente: MRN Magazine.

El vano central de la pasarela tiene una longitud de 57.95 m y se apoya en sus extremos en las pilas 2 y 3, situadas en el lado de San Juan de Aznalfarache y Tablada respectivamente (ver Figura 3.10). El vano principal tiene 3 zonas diferenciadas por dos secciones distintas, una central y otra situada en los extremos con una longitud de 9.47 metros cada una.

La sección central del vano principal está formada por dos secciones tubulares longitudinales superiores (*CHS 406.4 x 14.2*) y otras dos inferiores (*CHS 406.4 x 10*), así como secciones tubulares verticales (*CHS 219.1 x 5*) a ambos lados y una sección tubular horizontal (*CHS 219.1 x 5*) en la parte superior. La chapa colaborante se apoya en vigas de sección en H (*HEA-200*) a las que se une a través de conectadores (ver Figura 3.5), y sobre la chapa se encuentra una solera de hormigón armado reforzado con fibras de polipropileno.

Las secciones laterales del vano principal están formadas por dos secciones tubulares longitudinales superiores (*CHS 406.4 x 12.5*) y otras dos inferiores (*CHS 406.4 x 10*), así como secciones tubulares verticales (*CHS 219.1 x 5*) a ambos lados y (*CHS 219.1 x 20*) en el apoyo de las pilas, y una sección tubular horizontal (*CHS 219.1 x 5*) en la parte superior (ver Figura 3.9). La chapa colaborante se apoya en vigas de sección en H (*HEA-200*) y (*HEM-240*) en el apoyo de las pilas, a las que se une a través de conectadores (ver Figura 3.5), y

sobre la chapa se encuentra una solera de hormigón armado reforzado con fibras de polipropileno.

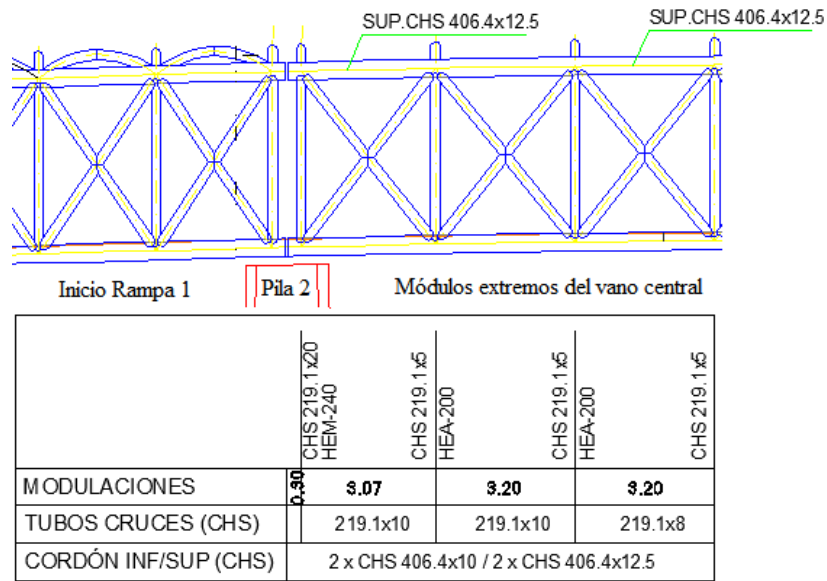


Figura 3-9: Esquema de los elementos de las secciones laterales del vano central. Fuente: Acciona.

Como se muestra en la Figura 3.3, los laterales de la sección están rematados por barandillas de seguridad. En la Figura 3.9 se puede ver que las secciones del vano central están separadas cada 3.2 m por cruces tubulares (CHS 219.1 x 8) situadas a ambos lados de la sección, y en los dos últimos módulos laterales dichas cruces tubulares son del tipo (CHS 219.1 x 10) y el último módulo de 3.07 m.

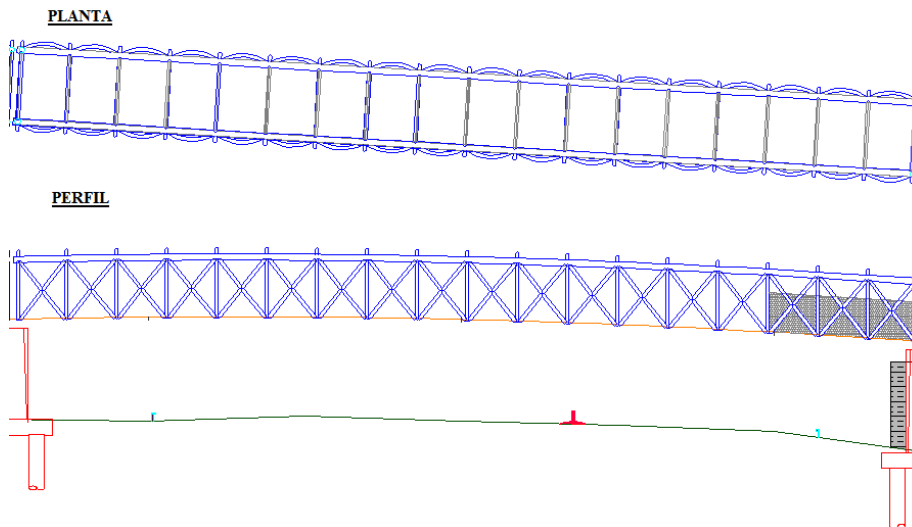


Figura 3-10: Vista en planta y perfil del vano central de la pasarela de Tablada sobre la SE-30. Fuente: Acciona.

Los aparatos de apoyo sobre los que descansa la pasarela son de tipo POT, los cuales permiten realizar los giros libremente. El vano central se apoya en un extremo sobre una pila con apoyos POT fijos (GG long. 2100-350.100) que permiten las rotaciones, y en el otro extremo sobre una pila apoyos POT guiados (FX 2100-350) que permiten las rotaciones y el movimiento en la dirección longitudinal de la pasarela (ver Figura 3.11).



Figura 3-11: A la izquierda apoyo POT guiado y a la derecha apoyo POT fijo. Fuente: Freysas Sustainable Technology.

Para la unión de los tramos de la pasarela, las pilas cuentan con juntas elastoméricas de anclaje químico como se muestra en la Figura 3.12.

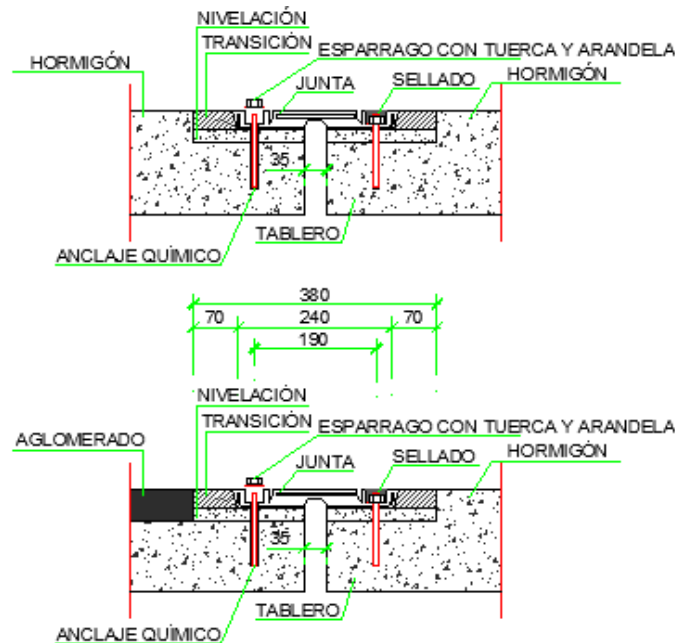


Figura 3-12: Detalle de junta de la pasarela de Tablada. Fuente: Acciona.

Las pilas de hormigón armado están pilotadas por cuatro pilotes de longitud variable, siendo mayor para las pilas del vano central (pilas 2 y 3). A los lados de las pilas se sitúan los elastómeros separados a 4.61 m , y en la zona central de algunas de las pilas se sitúan chapas verticales de 20 mm sujetas por neoprenos de $400 \times 400 \times 10$ que conectan con la chapa colaborante (ver Figura 3.13).



Figura 3-13: Pila de la rampa 1 de la pasarela de Tablada. Fuente: Diario de Sevilla.

3.2. Ensayo de Vibración Ambiental

Para determinar el comportamiento dinámico de la pasarela ciclopeatonal, es necesario llevar a cabo algún ensayo de vibración que capte la información necesaria para posteriormente ser procesada y que permita caracterizar la estructura. En particular, el ensayo de vibración seleccionado es un ensayo de vibración ambiental, el cual se basa en la obtención de mediciones de la estructura a partir de la vibración de la estructura producida

por el ambiente al que está expuesto, es decir, a las solicitaciones que sufre en su vida útil sin aplicar ninguna carga externa sobre ella.

Las mediciones se toman con sensores que pueden obtener bien los desplazamientos, velocidades o aceleraciones en distintos puntos de la estructura, los cuales son distribuidos uniformemente a lo largo del tablero de la pasarela. Al menos uno de los sensores se mantiene fijo en una posición para tenerlos de referencia, mientras que los otros sensores son móviles y se colocan en las posiciones establecidas para realizar el ensayo. De esta forma, se desarrolla un número determinado de configuraciones o *setups* como resultado de combinar los sensores fijos y móviles en las distintas posiciones discretas. En el ensayo de vibración ambiental que nos concierne, los sensores han captado como respuesta las aceleraciones de la estructura en los puntos en los que se sitúan.

Las posiciones de los sensores o acelerómetros se establecen uniformemente a lo largo del tablero de la pasarela con el fin de poder disponer de distintas configuraciones que permitan colocar los sensores de tal forma que capten la máxima información posible del comportamiento dinámico. Las posiciones óptimas serían aquellas que evitan los nodos de los modos de vibración de la estructura y que permiten a los sensores medir las mayores aceleraciones de la estructura. Como a priori no conocemos los modos de la estructura y no sabemos dónde se encontrarán los nodos o los puntos de máximo desplazamiento de los modos, la distribución uniforme de sensores que se mostrará más adelante es una buena opción para realizar las mediciones en ensayo de vibración ambiental.

3.2.1 Instrumentos utilizados

En el proceso de captación de datos, se han utilizados otros instrumentos que trabajan en conjunto con los ya mencionados sensores que forman el equipo usado para hacer el ensayo de vibración ambiental.

- **Acelerómetros**

Son aparatos destinados a la medición de aceleraciones a través de transductores, los cuales transforman una señal de entrada (una vibración en el tiempo) en otro tipo de energía, en nuestro caso en aceleraciones en el tiempo. Existen varios tipos de acelerómetros que pueden medir distintas magnitudes. Pueden ser acelerómetros de condensador, acelerómetros simples como los mecánicos, o versátiles como los piezoeléctricos, que a su vez engloban varios tipos de acelerómetros como los electrónicos, por compresión, etc.

Para recoger la información necesaria en el ensayo de vibración ambiental se ha utilizado una nueva tecnología de sensores de tres ejes (X, Y, Z), más modernos que los anteriores. Específicamente, se han usado sensores *EpiSensor* del modelo *FBA ES-T* de *Kinematics* (ver Figura 3.14), sensores de superficie triaxial útiles para grabar vibraciones en multitud de aplicaciones. La unidad consta de un acelerómetro de tres módulos de fuerza equilibrada montados ortogonalmente en un pequeño y práctico cerramiento. Tienen un rango de registro a escala completa de $\pm 0.25g$ a $\pm 4g$, proporcionando un registro a escala de los movimientos sísmicos en una amplia variedad de tipos de estructuras.



Figura 3-14: Tipo de sensor utilizado en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Acciona.

- **Unidad central de adquisición y tratamiento de la señal**

La información recogida por los acelerómetros es almacenada por una grabadora multicanal de alto rango de registro dinámico. Se trata la grabadora *Granite-12* de *Kinematics* (ver Figura 3.15), la cual consta de 12 canales de grabación y presenta una gran precisión de sincronización. Dicha unidad central de adquisición de datos está

conectada a ambos sensores, recogiendo la información que estos miden a lo largo del tiempo y transformándola a señal digital para su posterior procesamiento. Además, está conectado a un ordenador portátil encargado del procesamiento de la información de la grabadora.



Figura 3-15: Grabadora multicanal utilizada en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Acciona.

- **Fuente de energía**

Puesto que el establecimiento de la estructura no se encuentra cerca de ninguna fuente de energía, se opta por usar un generador eléctrico para abastecer a los sensores y a la unidad central y de procesamiento. Se trata de un generador eléctrico del modelo *Kipor Sinemaster IG1000*, el cual puede ser utilizado por equipos sensibles a las diferencias de voltaje, como es el caso de los ordenadores (ver Figura 3.16).



Figura 3-16: Generador eléctrico utilizado en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Acciona.

3.2.2 Desarrollo del ensayo

Una vez explicadas las bases del ensayo de vibración ambiental y el equipo utilizado para llevarlo a cabo, se desarrollan los pasos seguidos en su ejecución. Lo primero es determinar las posiciones en las que se van a colocar los sensores, cuya combinación dará lugar a las distintas configuraciones o *setups*. Como ya se ha dicho, las posiciones de los sensores se han dispuesto uniformemente a lo largo de los extremos del tablero, de forma que en cada extremo se sitúa un total de 9 sensores equidistantes entre sí, siendo 18 el número total de posiciones establecidas para obtener las mediciones en la estructura. El esquema de sensores adoptado es el más sensato teniendo en cuenta que no se conocen los modos de vibración natural de la estructura, ya que de esta forma se establece una malla de sensores que abarca todo el tablero de la estructura con la se obtendrá información distribuida de cada modo, dando lugar a una identificación más efectiva de los modos. Siguiendo estas premisas, las distintas posiciones escogidas que definen las configuraciones de sensores en el ensayo de vibración ambiental están representadas en la Figura 3.17.

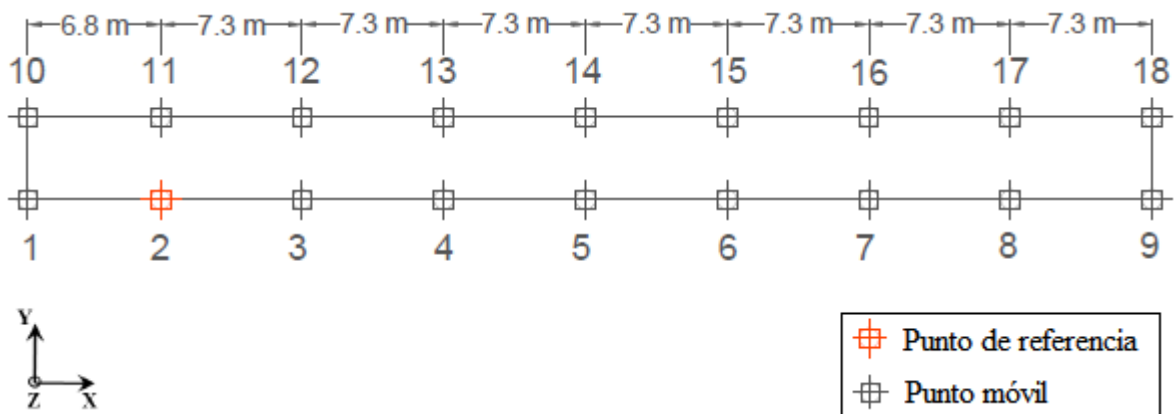


Figura 3-17: Esquema del posicionamiento de sensores en el ensayo de vibración ambiental. Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en la imagen, se establecen un total de 18 posiciones distribuidas en el tablero, siendo la posición nº 2 la ocupada por el sensor de referencia mientras que las posiciones restantes son ocupadas por sensores móviles. Las posiciones de los sensores son simétricas respecto al eje longitudinal del tablero situándose a ambos lados de él con el fin de poder captar los modos de torsión. Los sensores miden las aceleraciones en las tres direcciones en un total de 17 mediciones o configuraciones formadas por dos sensores, en las que se ha colocado un sensor fijo en el punto de referencia y otro en uno de los 17 puntos móviles del esquema.

Para que los sensores puedan recoger el número de modos deseado deben tener una frecuencia máxima en su ancho de banda de una octava superior a la frecuencia del modo de vibración en cuestión, o lo que es lo mismo, una frecuencia de al menos el doble que la frecuencia de los modos. Puesto que los sensores que se han utilizado en el ensayo de vibración ambiental son tienen un ancho de banda de 0 a 200 Hz, no habrá ninguna limitación en el número de modos de vibración que se quieran extraer. La duración de registro de aceleraciones de los sensores en cada configuración es de 10 minutos, y el desarrollo del ensayo tiene lugar a lo largo de un mismo día.

En la Figura 3.18 se muestran los equipos utilizados en el ensayo de vibración ambiental durante su desarrollo. En esta imagen se puede observar cómo los sensores se encuentran posicionados según una de las configuraciones descritas y cómo se conectan los sensores y el ordenador portátil a la unidad central mediante cableado.



Figura 3-18: Montaje de equipos y desarrollo del ensayo de vibración ambiental.

3.3. Análisis Modal Operacional

Tras realizar las mediciones oportunas en el ensayo de vibración ambiental, para caracterizar el comportamiento dinámico de la estructura a través de sus modos y parámetros dinámicos es necesario procesar la información obtenida experimentalmente. Para lograrlo, se utiliza una técnica llamada Análisis Modal Operacional (OMA), basada en la medida de la respuesta de la estructura a partir de las sollicitaciones ambientales que experimenta en su servicio o estado operacional, y cuyo uso es acertado en nuestro caso ya que se ha partido de un ensayo de vibración ambiental. Así, no es necesario excitar la estructura de forma artificial y no se interfiere en el servicio normal de la estructura. Este procesamiento de datos se va a desarrollar a través del software ARTEMIS Modal Pro, el cual tiene incorporado varios tipos de análisis modales operacionales.

Para realizar el OMA en el software, hay que definir la geometría del tablero de la estructura, así como el posicionamiento de los sensores móviles y el de referencia. Se definen las configuraciones de las 17 medidas y en cada una de ellas se incluyen los registros temporales de los acelerómetros en las tres direcciones (X, Y, Z) en las posiciones de los sensores según el *setup*. En la Figura 3.19 se puede ver cómo queda la geometría insertada en el programa, así como el posicionamiento de los sensores de la quinta medición y la medición del acelerómetro de referencia en el eje Y, siendo las flechas azules las correspondientes a los transductores del sensor de referencia (posición 2) y las rosas las correspondientes a los transductores del sensor móvil (posición 6).

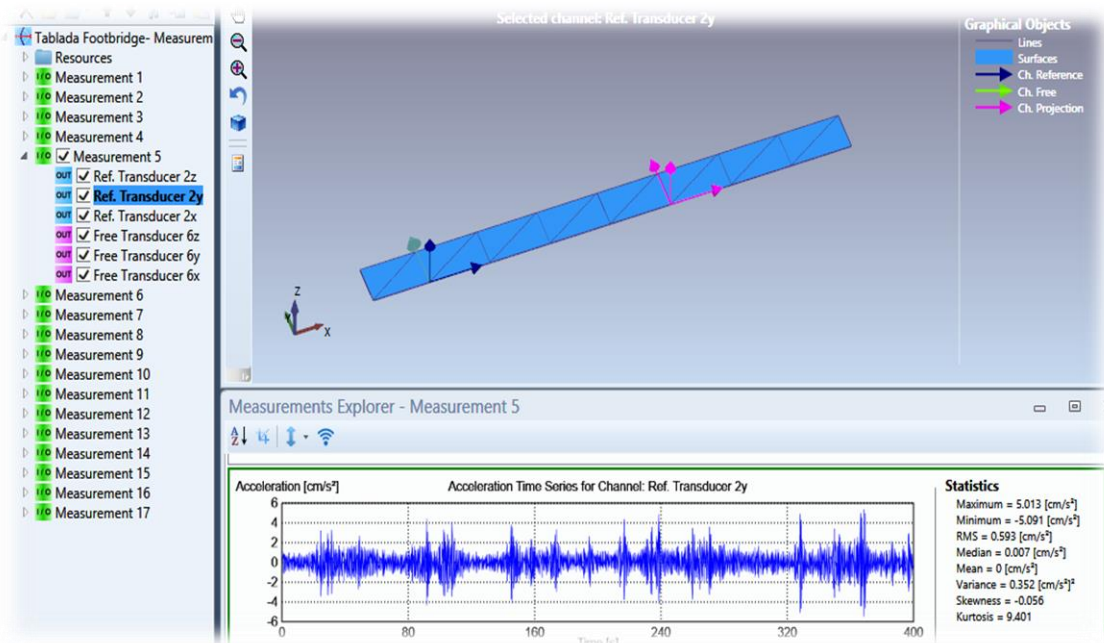


Figura 3-19: Geometría con una de las configuraciones de sensores en ARTEMIS. Fuente: Elaboración propia.

Entre los tipos de análisis modal operacional disponibles en la versión utilizada de ARTEMIS se encuentran cuatro algoritmos que se engloban en los métodos SSI (*Stochastic Subspace Identification*) o de identificación de subespacios estocásticos, caracterizados por combinar y normalizar los datos medidos de forma previa al paso de identificación modal. De estos cuatro métodos se selecciona el algoritmo SSI-UPC-Merged (*Unweighted Principal Component Merged Test Setups*), el cual puede ser usado en el caso de que se mida un conjunto de datos a partir de varias configuraciones o *setups*, como es el caso del ensayo de vibración ambiental llevado a cabo [84].

Al ejecutar el algoritmo se obtienen los primeros 11 modos de vibración de la estructura y la frecuencia natural (f_{exp}) de cada uno de ellos. Además, el método aporta otros parámetros dinámicos experimentales para cada modo, como son la desviación típica de las frecuencias naturales ($\sigma_{f,exp}$), el factor de amortiguamiento (ξ_{exp}) y la desviación típica del factor de amortiguamiento ($\sigma_{\xi,exp}$). Las frecuencias identificadas para los modos principales como resultado del OMA quedan expuestas en la Figura 3.20.

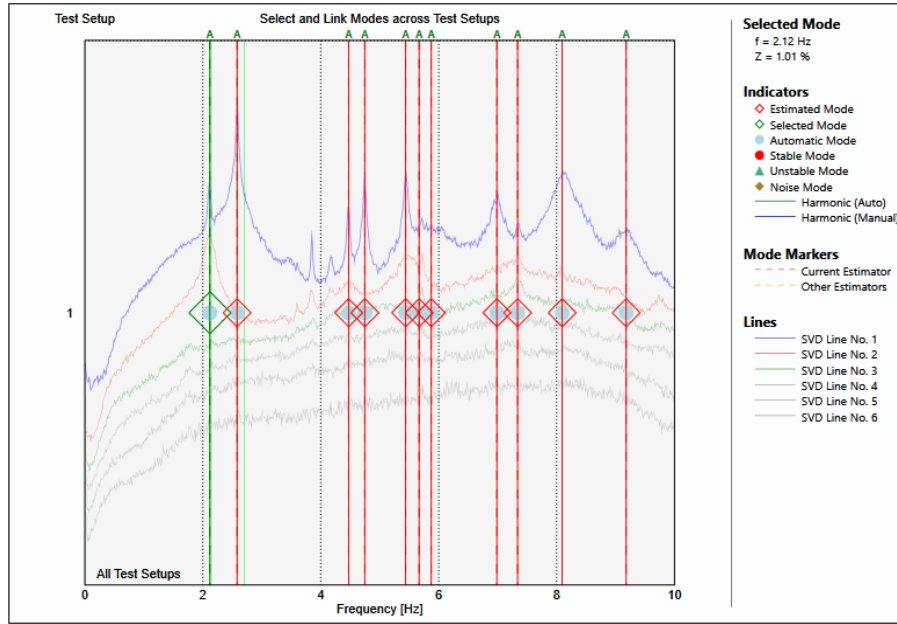


Figura 3-20: Frecuencias resultantes del OMA con el algoritmo SSI-UPC-Merged. Fuente: Elaboración propia.

Además de las frecuencias, ARTeMIS permite visualizar los modos de vibración a través de una animación de la geometría insertada en el programa, en la que cada uno de los puntos definidos como posiciones de los sensores describe el desplazamiento definido en el análisis. Esta es una animación 3D que deja observar e identificar visualmente el movimiento de cada modo y que muestra el nivel de desplazamiento que experimenta en cada momento cada sección de la geometría, asociando el color rojo a un mayor desplazamiento y el azul a un desplazamiento nulo. En la Figura 3.21 se muestran capturas de la animación de los dos primeros modos identificados por el algoritmo SSI-UPC-Merged.

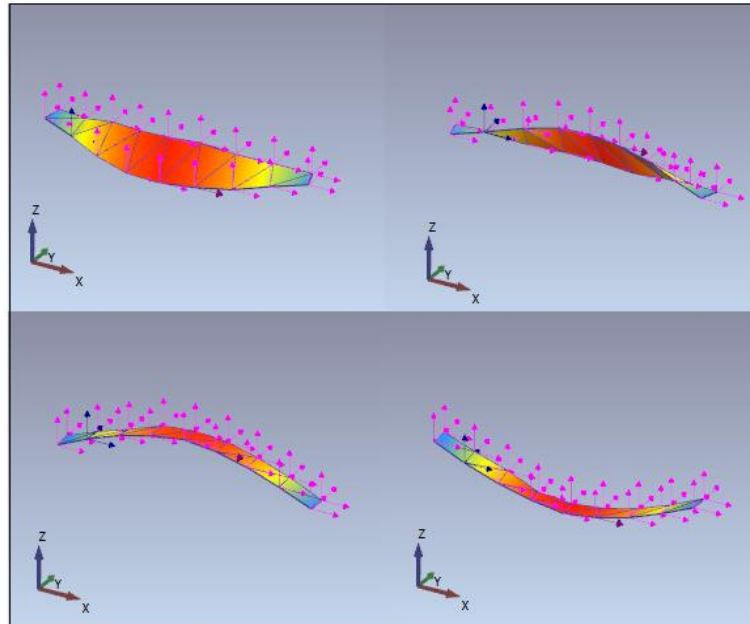


Figura 3-21: Animación de los dos primeros modos obtenidos por en el OMA en ARTeMIS. Fuente: Elaboración propia.

Los valores exactos de las frecuencias naturales experimentales para cada modo de vibración, así como el resto de parámetros que aporta el software para nuestro caso en concreto se indican en la Tabla 3.1.

Tabla 3-1: Parámetros modales experimentales de los modos resultantes del OMA en ARTeMIS.

MODO	$f_{exp}(Hz)$	$\sigma_{f,exp}(Hz)$	$\xi_{exp}(\%)$	$\sigma_{\xi,exp}(\%)$
1° lateral	2.119	0.002	1.011	0.098
1° vertical	2.581	0.002	0.324	0.034
2° lateral	4.473	0.003	0.72	0.111
2° vertical	4.747	0.004	0.36	0.026
3° vertical	5.439	0.006	0.288	0.004
4° vertical	5.668	0.001	1.083	0.007
Longitudinal	5.874	0.002	4.762	0.042
5° vertical	6.987	0	1.299	0.005
6° vertical	7.338	0	0.613	0.006
7° vertical	8.093	0	1.639	0.005
3° lateral	9.179	0	2.174	0.003

Los modos de vibración se representan en la Figura 3.22 en base a las direcciones principales del desplazamiento de los modos, es decir, se muestra la forma de los modos en la dirección predominante en cada caso según el tipo del modo, tal y como se indica en la primera columna de la Tabla 3.1. De esta manera, la forma del primer modo representa la deformada lateral (en la dirección del eje Y) de la pasarela, mientras que la forma del segundo modo representa la deformada vertical (en la dirección del eje Z) de la pasarela.

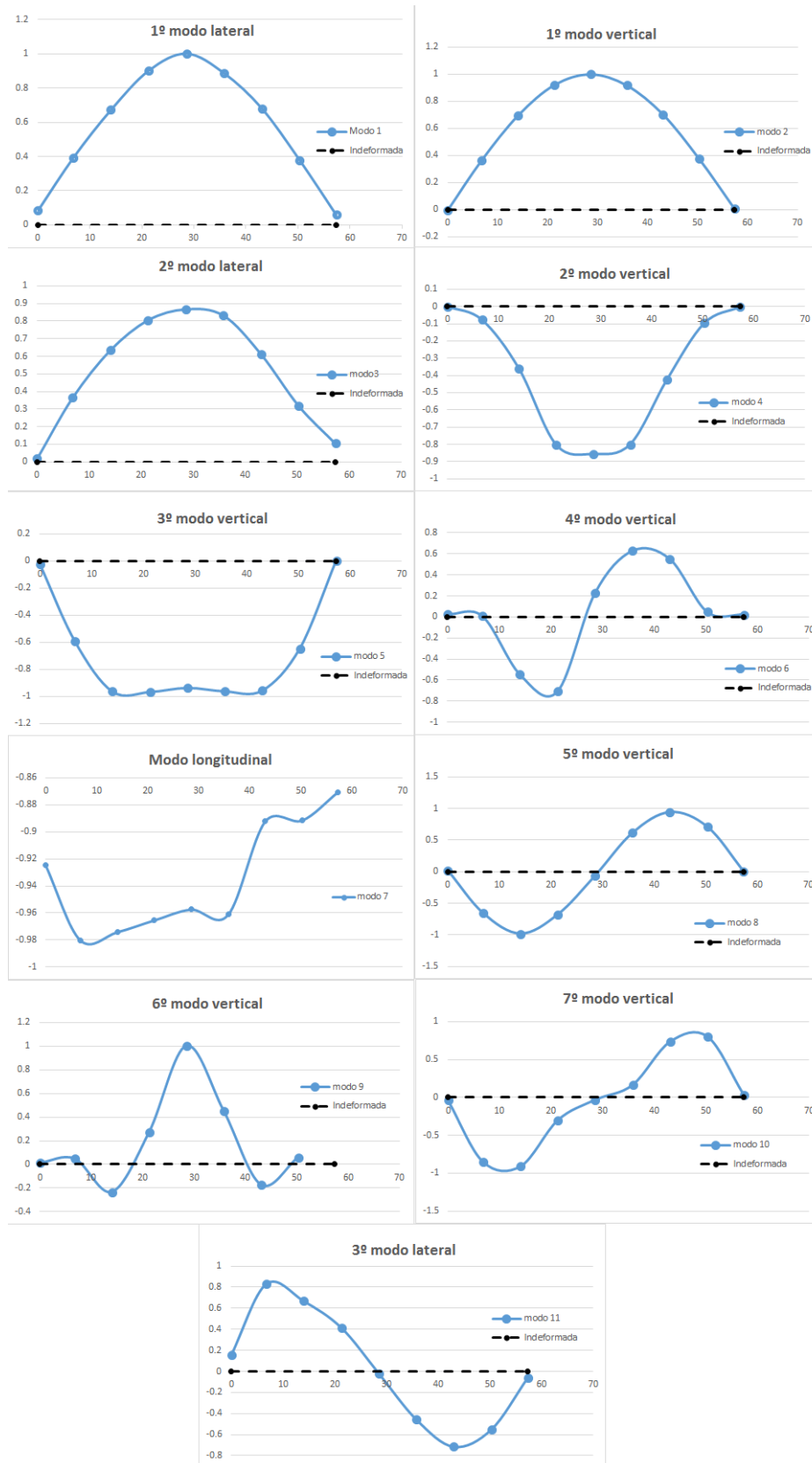


Figura 3-22: Modos de vibración experimentales. Fuente: Elaboración propia.

3.4. Modelo de Cálculo Numérico

A continuación, se va a realizar un modelo numérico de la pasarela. Dicho modelo se realiza con el fin de obtener un modelo de elementos finitos inicial más o menos representativo del comportamiento dinámico de la pasarela, del cual podremos obtener en cada uno de los infinitos puntos de la estructura la respuesta de esta. Todo nos habilitará en pasos posteriores a calibrar el modelo y a resolver el problema OSP de la pasarela para las infinitas posiciones en las que se pueden colocar los sensores.

3.4.1 Descripción del modelo

El modelo se ha realizado en el software ANSYS 19, programa que abarca un conjunto de softwares CAE (*Computer Aided Engineering*) que da soporte a multitud de problemas de ingeniería a través del diseño, análisis y simulación de modelo de elementos finitos. La metodología llevada a cabo para describir el modelo de la pasarela es la siguiente:

- 1) Definición de la geometría del modelo.
- 2) Definición de los tipos de elementos utilizados para modelar la estructura.
- 3) Definición de los materiales y sus características.
- 4) Mallado de los elementos
- 5) Condiciones de contorno

3.4.1.1 Geometría

A la hora de modelizar la pasarela decidimos que modelizaremos solamente el vano central de la pasarela, puesto que la respuesta de esta parte será representativa del comportamiento de la estructura. Así, la geometría del modelo se basa en la descripción del vano central realizado en *la Sección 3.1 Descripción General de la Estructura*. Se han modelizado las secciones tubulares y las vigas en H como barras, mientras que el tablero formado por chapa colaborante y solera de hormigón se han modelizado con placas. El modelo es simétrico respecto al eje longitudinal de la estructura, y salvando la cota de los elementos, la geometría se repite cada 3.2 m exceptuando los módulos de los extremos que tienen una longitud de 3.07 m. No han sido modeladas ni las barandillas ni el tramo de vallas antivandalismo, al igual que las pilas, que como se verá más adelante han sido representadas imponiendo las condiciones de contorno. En la Figura 3.23 se muestra el modelo de la pasarela con las líneas correspondientes a las secciones tubulares en azul y a las líneas de las vigas en blanco, mientras que las áreas del tablero se muestran en morado.

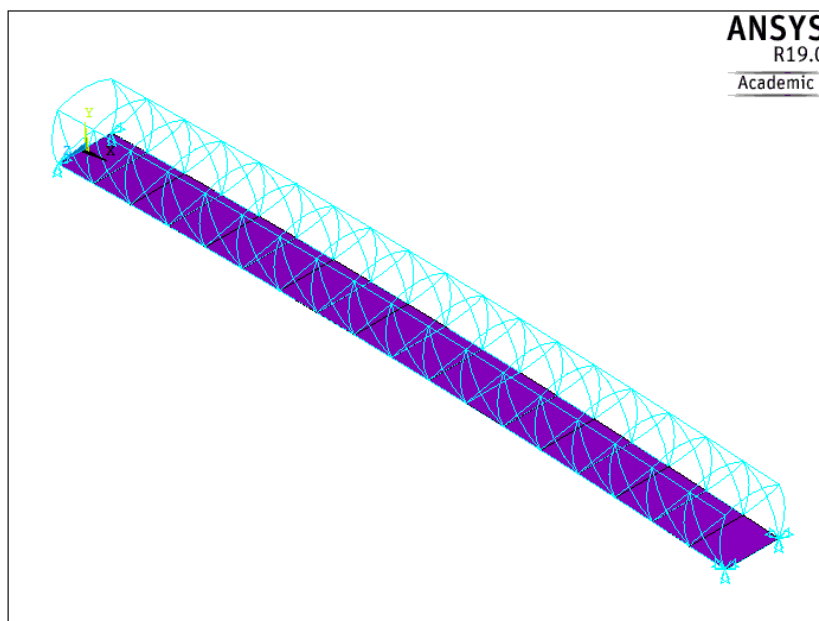


Figura 3-23: Modelo de la pasarela de Tablada.

3.4.1.2 Tipos de elementos

Para realizar el modelo se han utilizado solamente dos tipos de elementos, puesto que el modelo está compuesto únicamente por la solera y las vigas, y no existen otros tipos de elementos de distinta naturaleza como pueden ser tirantes o muelles. Así, los elementos que se han empleado en el modelo ANSYS 19 son los siguientes:

- **BEAM188**

Elemento de formulación lineal, cuadrática o cúbica, propicio para modelizar vigas esbeltas. Tiene dos nodos (I, J) con seis grados de libertad en cada nodo, que incluyen los desplazamientos y rotaciones sobre los ejes x, y, z. Permite orientar las coordenadas locales del elemento a partir de un tercer punto K. En la Figura 3.24 se puede ver un esquema del elemento BEAM188.

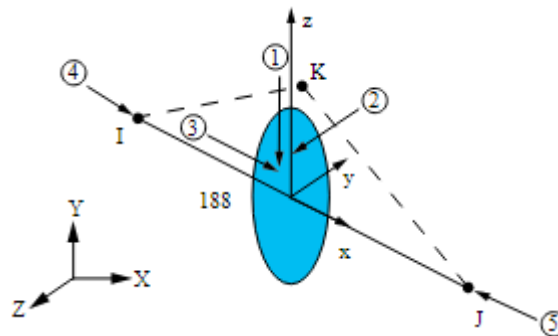


Figura 3-24: Geometría del elemento BEAM188. Fuente: (ANSYS 19).

- **SHELL181**

Elemento de cuatros nodos (I, J, K, L) con seis grados de libertad en cada uno, que incluyen los desplazamientos y rotaciones sobre los ejes x, y, z. Es un elemento apropiado para analizar placas, estructuras en las que dos de sus dimensiones es considerablemente mayor que la tercera, es decir, cuyo grosor no es demasiado grande. Su comportamiento está gobernado por la teoría de placas de Mindlin-Reissner, basado en la teoría de deformación a cortante de primer orden. La Figura 3.25 muestra la geometría, sistema de coordenadas y localización de nodos del elemento SHELL181.

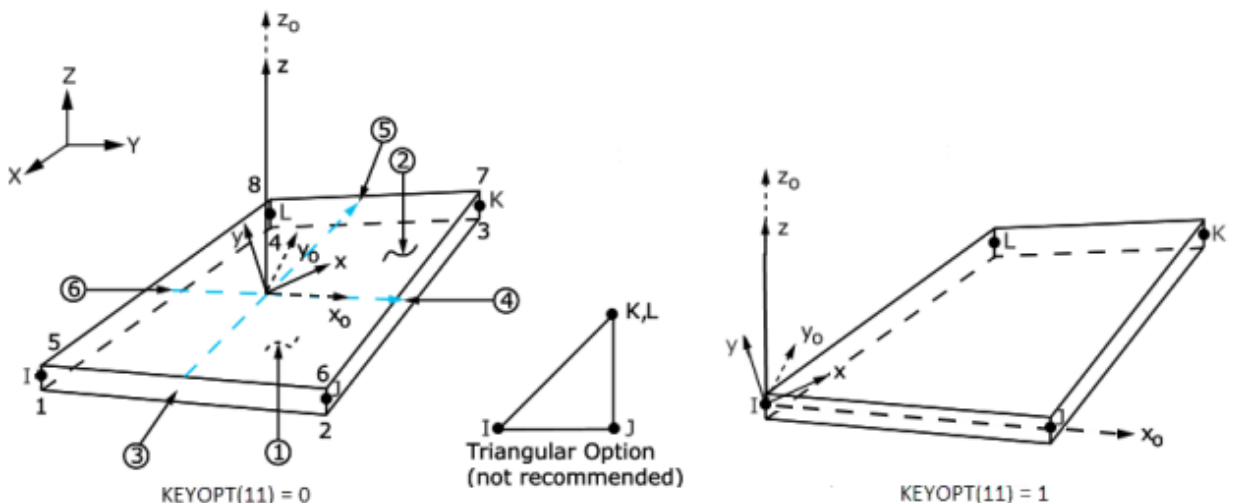


Figura 3-25: Geometría del elemento SHELL181. Fuente: (ANSYS 19).

Dichas características permiten modelizar correctamente el comportamiento de los elementos que conforman la pasarela utilizando únicamente estos dos elementos. En la Tabla 3.2 se muestra la asignación de los tipos elementos BEAM188 y SHELL181 a los elementos de la pasarela, así como la descripción de cada uno de ellos.

Tabla 3-2: Asignación y descripción de los elementos de la pasarela.

ELEMENTO ANSYS	SECCIÓN	DESCRIPCIÓN
BEAM188	Sección 1: Vigas tubulares laterales en secciones centrales y vigas tubulares transversales.	Sección hueca circular de 219.1 mm de diámetro y 5 mm de grosor, correspondiente a las vigas verticales en el tramo central y a las vigas transversales superiores de la pasarela
	Sección 2: Crucetas tubulares en secciones centrales.	Sección hueca circular de 219.1 mm de diámetro y 8 mm de grosor, correspondiente a las crucetas laterales en el tramo central de la pasarela
	Sección 3: Crucetas tubulares en secciones laterales.	Sección hueca circular de 219.1 mm de diámetro y 10 mm de grosor, correspondiente a las crucetas laterales en los tramos extremos de la pasarela
	Sección 4: Vigas tubulares laterales en apoyos.	Sección hueca circular de 219.1 mm de diámetro y 20 mm de grosor, correspondiente a las vigas verticales en los apoyos de la pasarela
	Sección 5: Vigas tubulares longitudinales inferiores	Sección hueca circular de 406.4 mm de diámetro y 10 mm de grosor, correspondiente al par de vigas longitudinales inferiores en el tramo central de la pasarela
	Sección 6: Vigas tubulares longitudinales superiores en secciones laterales.	Sección hueca circular de 406.4 mm de diámetro y 12.5 mm de grosor, correspondiente al par de vigas longitudinales superiores en los tramos extremos de la pasarela
	Sección 7: Vigas tubulares longitudinales superiores en secciones centrales.	Sección hueca circular de 406.4 mm de diámetro y 14.2 mm de grosor, correspondiente al par de vigas longitudinales superiores en el tramo central de la pasarela
	Sección 8: Vigas en H transversales en secciones centrales.	Sección en H de 200 mm de ancho, 190 mm de alto, 10 mm de grosor en las alas y 6.5 mm de grosor en el alma, correspondiente a las vigas transversales en el tramo central de la pasarela.
	Sección 9: Vigas en H transversales en apoyos.	Sección en H de 248 mm de ancho, 270 mm de alto, 32 mm de grosor en las alas y 18 mm de grosor en el alma, correspondiente a las vigas transversales en los apoyos de la pasarela.
SHELL181	Sección 10: Tablero.	Sección de 20 mm de grosor de un material representativo del conjunto de la solera de hormigón y la chapa colaborante.

3.4.1.3 Materiales

Para conseguir que el modelo de elementos sea representativo de la estructura real, además de asignar correctamente el tipo de elementos a cada sección, es importante realizar una buena estimación inicial de las características de los materiales.

Así, es necesario definir diferentes características a los elementos de la estructura en función del material del que estén hechos o del tipo de sección. Exceptuando el tablero, la pasarela está formada exclusivamente por elementos de acero *S355 J2+G3*, por lo que se ha optado por definir un único material cuyas propiedades son características de éste tipo de acero. Por su parte, el tablero está formado por una capa de 20 cm de hormigón HA-30/B/17/IIA y una chapa colaborante, que finalmente se ha optado por definir como un material isótropo, puesto que tras realizar multitud de análisis se ha concluido que esta caracterización no influye en el comportamiento dinámico del modelo y disminuye ligeramente el coste computacional del análisis modal en Ansys.

Esta definición de los materiales es lo suficientemente discreta como para obtener una aproximación inicial del comportamiento dinámico de la pasarela y para que la calibración del modelo pueda llevarse a cabo correctamente. En la Tabla 3.3 se muestran las propiedades de los materiales definidos en el modelo de elementos finitos.

Tabla 3-3: Propiedades de los materiales definidos en el modelo.

MATERIAL	PROPIEDADES
Acero	Módulo elasticidad (E) = $210 \cdot 10^9$ Pa Coeficiente de Poisson = 0.3 Densidad = 7850 Kg/m^3
Hormigón armado	Módulo elasticidad (E) = $30 \cdot 10^9$ Pa Coeficiente de Poisson = 0.2 Densidad = 2500 Kg/m^3

3.4.1.4 Mallado

Una vez que se realizado la geometría del modelo y se han definido los tipos de elementos, las propiedades de los materiales y las secciones, es el momento de realizar el mallado, que consiste en asignar a las líneas y áreas del modelo las secciones, materiales y tipos de elementos previamente definidos, así como dividir ciertos elementos del modelo en un número de divisiones determinadas para aproximar mejor la respuesta de la estructura. La asignación debe ser lo suficientemente amplia para que el estudio de sensibilidad pueda identificar cuáles son los elementos que influyen drásticamente en el comportamiento dinámico de la estructura, y así poder posteriormente realizar un buen calibrado de la pasarela.

Los elementos han sido divididos en elementos de 0.5 m aproximadamente, que viene siendo la división de los elementos barra en seis partes, como se muestra en la Figura 3.26. Esta discretización es lo suficientemente fina como para obtener una buena aproximación de los resultados. Sin embargo, a la hora de calibrar el modelo se realizará el análisis modal del modelo de forma iterativa numerosas veces, y una discretización como la propuesta puede incrementar el coste computacional notablemente. Es por ello que se ha hecho un estudio del mallado en el que se ha realizado el análisis modal para distintas discretizaciones, con el fin de comprobar si un mallado más grueso aporta soluciones aceptables y similares a las obtenidas con el mallado más fino y así poder ahorrar tiempo a la hora de calibrar el modelo. Así, en la fase de calibrado del modelo que se explicará más adelante se reducirá el mallado a cuatro divisiones de los elementos.

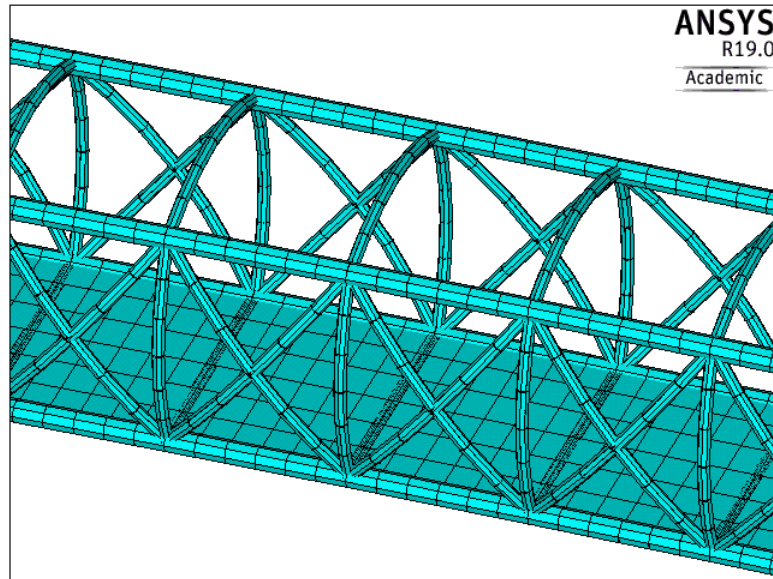


Figura 3-26: Detalle del mallado del modelo. Fuente: Elaboración propia.

3.4.1.5 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno de la pasarela deben adecuarse a los grados de libertad de los sistemas de apoyo POT colocado en las pilas 2 y 3. Como ya se ha dicho, una de las pilas cuenta con un par de apoyos POT guiados que permiten las tres rotaciones y el desplazamiento en la dirección longitudinal de la pasarela, mientras que la otra pila con un par de apoyos POT fijo que permiten únicamente las tres rotaciones. Por lo tanto, las condiciones de contorno del modelo son las siguientes:

- Restricción de los desplazamientos (apoyo fijo) en los dos puntos de apoyo de un extremo de la pasarela coincidentes con la posición de los elastómeros.
- Restricción de los desplazamientos en dirección Y y Z (apoyo simple) en los dos puntos de apoyo del otro extremo de la pasarela coincidentes con la posición de los elastómeros.

Estas condiciones de contorno se pueden visualizar en la Figura 3.27.

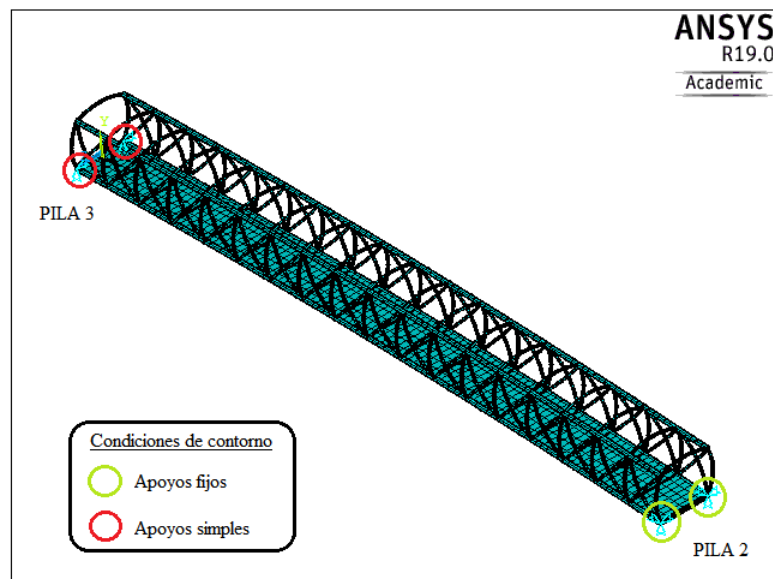


Figura 3-27: Condiciones de contorno del modelo de la pasarela de Tablada. Fuente: Elaboración propia.

3.4.2 Análisis modal numérico

Una vez que se ha realizado el modelo de elementos finitos, se lleva a cabo el análisis modal numérico para obtener las características modales, es decir, para conocer los modos de vibración naturales de la estructura y sus frecuencias. Los resultados obtenidos serán comparados posteriormente con los del análisis modal operacional para determinar cómo de aproximado es el modelo de elementos finitos, así como para calibrar el modelo.

El análisis modal numérico se ejecuta en el software ANSYS 19, y se partirá del modelo de elementos finitos elaborado con las características expuestas en los apartados anteriores. Para extraer los modos y las frecuencias del modelo se utiliza el método Block Lanczos, usado por defecto por ANSYS para resolver el análisis modal. Éste método requiere poco espacio en el disco de la computadora, además de ser recomendado su uso en modelos que constan de elementos tipo lámina, como es nuestro caso. Se ha seleccionado este método con miras de poder realizar la calibración del modelo con un bajo coste computacional, ya que el método Block Lanczos es más rápido que otros incorporados en el software, y para calibrar el modelo será necesario calcular la respuesta del modelo multitud de veces. Para realizar los cálculos el método utiliza una matriz de masa y de rigidez ensamblada, además de matrices que son combinación de las matrices de masa y rigidez calculadas en varios puntos.

Puesto que en el análisis modal operacional se han extraído once modos de vibración, en el análisis modal numérico se extrae el mismo número de modos. En la Figura 3.28 se muestran los once modos de vibración extraídos y sus frecuencias.

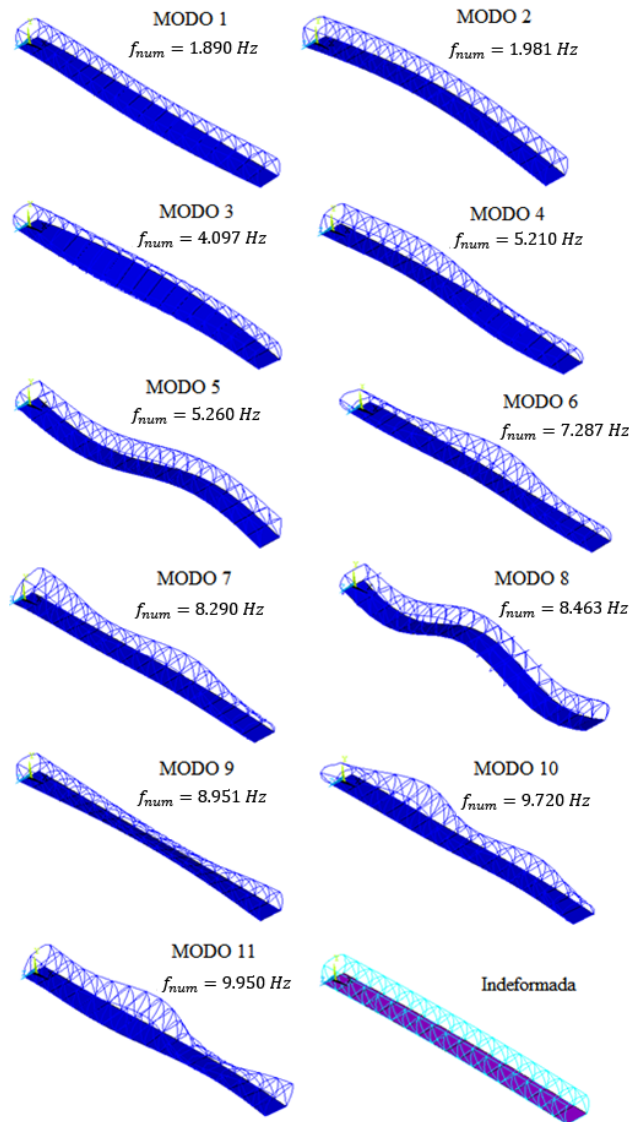


Figura 3-28: Modos de vibración y frecuencias del modelo numérico de ANSYS. Fuente: Elaboración propia.

3.5. Comparación de resultados numéricos y experimentales

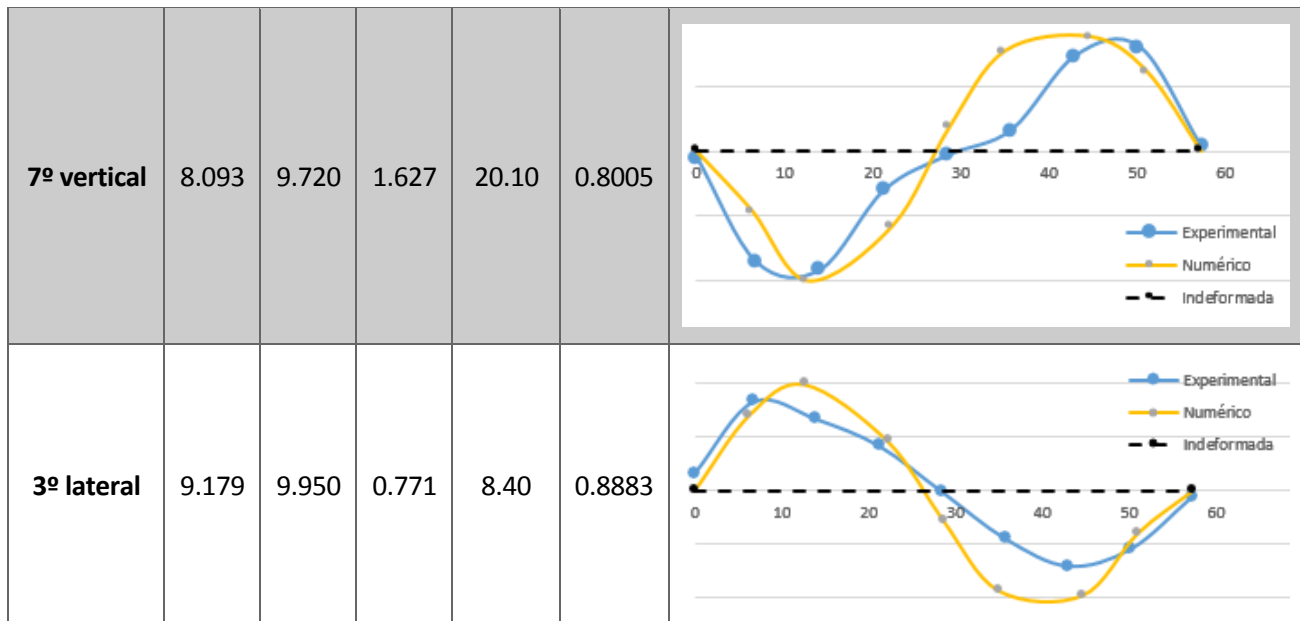
Después de haber obtenido el comportamiento dinámico numéricamente a partir del modelo de elementos finitos y experimentalmente a través del análisis modal operacional, se comparan los resultados obtenidos relativos a las frecuencias y modos de vibración para comprobar cómo se ajustan ambos resultados, y por lo tanto determinar el nivel de fidelidad con el que el modelo numérico representa a la pasarela.

En el análisis modal de los 11 primeros modos de vibración del modelo de elementos finitos de la pasarela realizado en Ansys se identifican, además de la mayoría de los modos obtenidos experimentalmente, otros tantos que no se han reconocido tras la realización conjunta del ensayo de vibración ambiental y el OMA. Esto se debe a que, al no conocerse los modos de vibración natural de la pasarela previamente al ensayo de vibración ambiental, se dispusieron los sensores en varias configuraciones seleccionadas a partir de la experiencia personal en la caracterización del comportamiento dinámico de estructuras, de tal forma que estas formaran una malla que abarcara todo el tablero con una distribución de sensores uniforme y equilibrada a ambos extremos del tablero. Puesto que el posicionamiento de los sensores de los *setups* establecidos en el ensayo de vibración no es el mejor posible, y el número de configuraciones es reducido, lógicamente la información obtenida en el ensayo de vibración ambiental no será la óptima. Además, la caracterización de la pasarela en el modelo de elementos finitos inicial no puede ser perfecta ya que hay aspectos de la estructura que actualmente no pueden modelizarse, como son las capas protectoras de los materiales de la estructura.

Debido a esto, 6 de los 11 modos de vibración identificados por el análisis modal del modelo de elementos finitos coinciden con los modos experimentales y presentan un buen valor del MAC. Esto, sumado al hecho de que la calibración del modelo se debe realizar con modos de vibración con un MAC bastante aceptable (mínimo del en torno a 0.85) para asegurar la convergencia, hace que para ejecutar la calibración del modelo se hallan seleccionado aquellos modos que reúnen los requisitos y no la totalidad de modos obtenidos en los análisis modales numérico y experimental. Así, los modos que serán actualizados y la comparación de resultados analíticos y experimentales se muestra en la Tabla 3.4:

Tabla 3-4: Modos de actualización y sus frecuencias.

MODO	f_{exp} (Hz)	f_{num} (Hz)	$ \Delta f $ (Hz)	Error relat. (%)	MAC	REPRESENTACIÓN MODOS
1º lateral	2.119	1.890	0.229	10.81	0.9463	
1º vertical	2.58	1.981	0.599	23.24	0.9973	
2º lateral	4.472	4.097	0.375	8.39	0.9021	
5º vertical	6.987	5.260	1.727	24.72	0.9929	



En la Tabla 3.4 se observa que las frecuencias obtenidas son parecidas y el valor del MAC para cada modo es superior del 80%, por lo que el ajuste de estos modos identificados experimental y numéricamente es bueno. Dicho ajuste también se comprueba visualmente en la representación de los modos numéricos y experimentales. Por otro lado, las diferencias entre frecuencias numéricas y experimentales podrían disminuirse de forma notable en algunos modos que presentan un error relativo de la frecuencia algo superior al 20%, además de la existencia de modos con un MAC inferior al 90%. Esta situación expone la necesidad de calibrar el modelo para afinar el comportamiento dinámico del modelo.

3.6. Estudio de sensibilidad

La comparación de los resultados numéricos y analíticos realizados en la última sección ponen de manifiesto que, aunque el modelo de elementos finitos resulta ser una buena aproximación inicial del comportamiento dinámico de la pasarela, las diferencias son lo suficientemente notables como para tener que calibrar el modelo y obtener en el problema OSP una configuración de sensores óptima adecuada para la estructura en cuestión.

El primer paso para calibrar el modelo es realizar el estudio de sensibilidad. Éste estudio se basa en conocer cuáles son los elementos del modelo cuyos parámetros tienen una importante influencia en el comportamiento dinámico del modelo, es decir, qué características del modelo debo modificar para que se produzca un cambio notable en el modelo. Así, la sensibilidad de la respuesta modal ante los cambios de los parámetros permitirá conocer qué parámetros se deben modificar para que exista un cambio sustancial en los modos de vibración de la estructura. Una vez conocidos los parámetros que hay que modificar se podría llevar a cabo el calibrado del modelo para obtener un modelo de elementos finitos que nos aporte la respuesta de la estructura en cada uno de sus puntos.

Un sistema alternativo para elegir los parámetros que van a ser modificados para calibrar el modelo, es optar por seguir un criterio físico de los elementos del modelo, teniendo en cuenta los modos de vibración de la estructura y la disposición de los elementos, así como elegir como parámetros las propiedades del modelo que se han definido con menos seguridad y se piensa que pueden alejarse más de las propiedades del modelo calibrado. Éste método para seleccionar los parámetros de ajuste para calibrar el modelo requiere de experiencia por parte del técnico que realiza el proceso. En nuestro caso, optamos por usar este sistema a la hora de decidir los parámetros candidatos del calibrado, en conjunto con el desarrollo del estudio de sensibilidad del modelo de elementos finitos para obtener una respuesta numérica y fiable de los parámetros a elegir para realizar el calibrado.

Para realizar el estudio de sensibilidad, se va a seguir la formulación de Fox y Kapoor [85] que expone la relación existente entre la sensibilidad de las frecuencias naturales de los modos de vibración, equivalente a la sensibilidad de los autovalores, y la energía de deformación modal de los elementos de la estructura, según la

siguiente fórmula:

$$\frac{\partial \lambda_{NUM,j}}{\partial a^e} = \sum_{e=1}^{ne} \frac{-2MSE_j^e}{(1 - a^e)} \quad (3.1)$$

Siendo:

$$a^e = \frac{\theta^e - \theta_0^e}{\theta_0^e} \quad (3.2)$$

Donde:

- a^e es el factor de corrección adimensional que representa la diferencia relativa entre el valor del parámetro actualizado θ^e y su valor inicial antes del calibrado del modelo θ_0^e .
- $\lambda_{NUM,j}$ es el autovalor numérico del modo j .
- MSE_j^e es la energía de deformación modal del modo j para elemento e .
- ne es el número de elementos a los que se les ha modificado alguna propiedad al haber sido elegida como parámetro en la calibración del modelo.

En base a esta formulación, se puede determinar la sensibilidad de los elementos de un modelo a los distintos modos de vibración calculando la energía de deformación modal de los elementos para cada modo, puesto que ambos factores resultan ser proporcionales. Así, cuanto mayor sea la energía de deformación mayor será la sensibilidad de los elementos del modelo a un cierto modo de vibración. La energía de deformación modal se extrae del modelo de elementos finitos de la pasarela en ANSYS mediante el comando SENE. Para que el software calcule la energía de deformación modal, previamente hay que realizar el análisis modal de la estructura indicando que se extrapolen los resultados sobre los elementos del modelo. Una vez hecho esto, se puede sacar la energía de deformación modal de cada uno de los elementos para cada modo que se haya calculado en el análisis modal.

Para comparar la sensibilidad de los distintos elementos del modelo frente a los modos, se podría sumar la energía de deformación de aquellos elementos que compartan un mismo parámetro y comparar la energía de deformación total de cada parámetro para determinar cual es más sensible para cada modo. Para hacer la comparación más sencilla, se va a calcular la energía de deformación modal de cada parámetro para un modo y se va a comparar con la energía de deformación modal total del modelo para dicho modo. Esto se va a llevar a cabo con cada parámetro para cada modo de vibración, y los resultados resultados se van a almacenar en una matriz con tantas filas como parámetros iniciales y con tantas columnas como modos de vibración, cuya expresión es la siguiente:

$$M_{ij} = \frac{\sum_{e=1}^{ne} MSE_i^e}{\sum_{e=1}^N MSE_j^e} \cdot 100 \quad (3.3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n_\theta \quad j = 1, 2, \dots, n_m$$

Donde:

- M_{ij} es el valor de la matriz de sensibilidad para el parámetro i para el modo de vibración j .
- ne es el número de elementos que tienen en común el parámetro θ_i
- N es el número total de elementos del modelo
- n_θ es el número de parámetros considerados
- n_m es el número de modos considerados

En primer lugar se va a seleccionar un conjunto de parámetros, los cuales serán comunes para un grupo de elementos del modelo. La definición de los parámetros es crucial en la calibración del modelo, puesto que si se

eligen correctamente los parámetros iniciales, cuando realicemos el estudio de sensibilidad obtendremos parámetros fuertemente sensibles a un modo en concreto, lo cual es muy favorable para que el calibrado sea efectivo. Sin embargo, si la elección de los parámetros iniciales es mala, obtendremos que un mismo parámetro es sensible a muchos de los modos, lo cual es negativo para el calibrado, puesto que modificando uno de los parámetros elegidos con el fin de calibrar un solo modo de vibración estaremos modificando otros modos de vibración, haciendo inexacto el calibrado del modelo.

Se han diferenciado 7 parámetros, los cuales corresponden a diferentes grupos de elementos de sección o localización diferenciables en la pasarela con el fin de que el calibrado del modelo sea efectivo. Los elementos de acero se han agrupado en cinco grupos mientras que el tablero se ha dividido en dos grupos. El criterio para definir estos grupos ha sido diferenciar los elementos con distinta disposición en la estructura o los elementos que, teniendo la misma disposición, por situarse en una zona concreta del tablero y por tener una sección distinta al resto, pueden tener distintas propiedades. Así, por ejemplo, el tablero se ha dividido en un grupo formado por las áreas situadas en los extremos del tablero y en otro formado por las áreas centrales. Se ha decidido que los parámetros seleccionados son únicamente los módulos de elasticidad de los distintos grupos de elementos de la estructura, por ser una propiedad decisiva en el comportamiento dinámico de la estructura. En la Tabla 3.5 se muestran los parámetros y los grupos de elementos a los que corresponden dichas propiedades.

Tabla 3-5: Parámetros y grupos de elementos a los que corresponden.

PARÁMETRO	GRUPOS DE ELEMENTOS	PROPIEDAD
θ_1	Secciones huecas circulares longitudinales inferiores	Módulo de elasticidad longitudinal
θ_2	Secciones huecas circulares longitudinales superiores	Módulo de elasticidad longitudinal
θ_3	Crucetas	Módulo de elasticidad longitudinal
θ_4	Secciones huecas circulares de los pórticos	Módulo de elasticidad longitudinal
θ_5	Vigas transversales en H	Módulo de elasticidad longitudinal
θ_6	Tablero (zonas extremas)	Módulo de elasticidad longitudinal
θ_7	Tablero (zona central)	Módulo de elasticidad longitudinal

Para rellenar la matriz de sensibilidad, obtendremos con el modelo de elementos finitos de ANSYS la aportación de energía de deformación modal total del modelo a cada modo de vibración y se almacena en un vector en un documento de texto, que en nuestro caso tendrá once filas puesto que éste es el número de modos calculados. Posteriormente, se obtienen las de energía de deformación modal de cada grupo de elementos (ver Tabla 3.5) a cada modo de vibración y se almacena en un vector en otro documento de texto, que en nuestro caso tendrá setenta y siete elementos puesto que son siete los parámetros elegidos. Esta información obtenida en ANSYS es importada en el programa de cálculo numérico Matlab, y a partir ésta se crea la matriz de sensibilidad realizando los cálculos de la Ec. 3.3. Para visualizar la matriz de sensibilidad, se genera un gráfico de barras en 3D de la matriz que se muestra en la Figura 3.29.

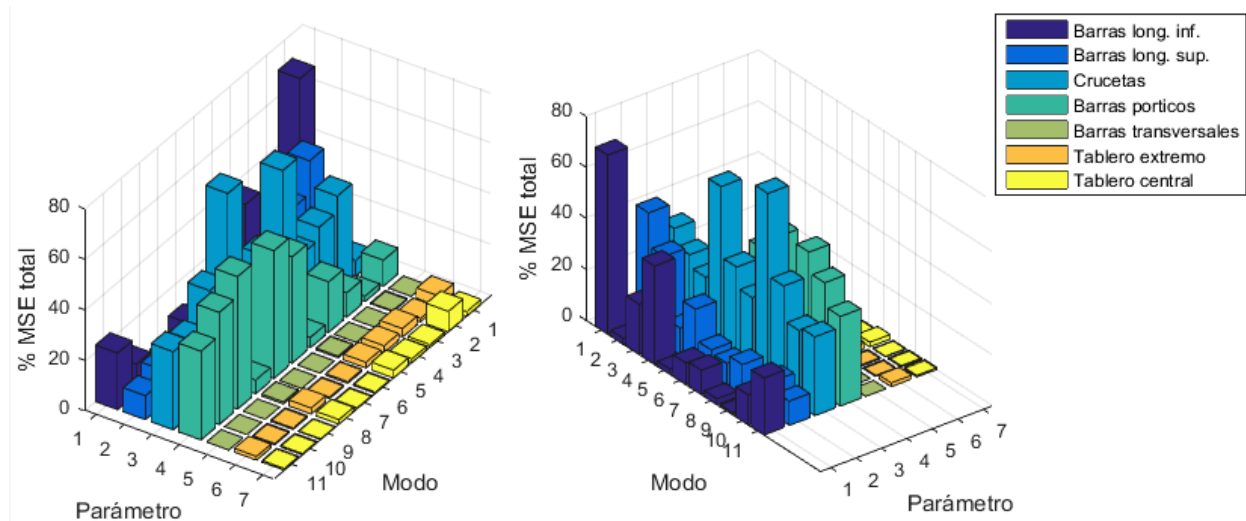


Figura 3-29: Representación de la matriz de sensibilidad de la pasarela en una gráfica 3D. Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la matriz de sensibilidad, los once modos de vibración analizados en el modelo apenas son sensibles a los parámetros correspondientes a las vigas transversales y al tablero, a diferencia de los cuatro parámetros restantes. Esto quiere decir, que si eligiésemos los siete parámetros para realizar el calibrado del modelo, tres de ellos no aportarían a la hora de modificar los modos de vibración y sus frecuencias, mientras que los cuatro restantes sí servirían para calibrar el modelo puesto que el comportamiento dinámico de la estructura es sensible a dichos parámetros. Para conocer de forma exacta cómo de sensibles son los modos a cada parámetro es necesario ver los valores numéricos de la matriz de sensibilidad, los cuales pueden visualizarse en la Tabla 3.6 y han sido ordenados de mayor a menor para cada modo en la Tabla 3.7.

Tabla 3-6: Valores de la matriz de sensibilidad.

Modos/Parámetros	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7
Modo 1	70.17	7.12	6.27	10.30	0.03	4.12	1.95
Modo 2	2.35	47.74	37.81	2.18	0.38	1.38	8.13
Modo 3	19.74	34.63	31.48	9.61	0.02	3.41	1.09
Modo 4	38.56	10.55	26.62	19.98	0.05	2.69	1.52
Modo 5	2.05	21.80	66.08	4.10	0.66	2.23	3.07
Modo 6	8.46	9.80	38.47	42.04	0.05	0.65	0.50
Modo 7	9.57	8.49	30.45	50.53	0.04	0.54	0.36
Modo 8	2.34	11.95	75.29	5.47	0.79	2.36	1.78
Modo 9	0.84	3.05	42.91	52.44	0.00	0.51	0.24
Modo 10	11.81	13.47	29.38	44.36	0.02	0.45	0.47
Modo 11	22.37	9.50	30.90	35.09	0.01	1.47	0.65

Tabla 3-7: Mayores valores de la sensibilidad de los modos para los parámetros establecidos.

Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5		Modo 6	
θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}
θ_1	70.17	θ_2	47.74	θ_2	34.63	θ_1	38.56	θ_3	66.08	θ_4	42.04
θ_4	10.30	θ_3	37.81	θ_3	31.48	θ_3	26.62	θ_2	21.80	θ_3	38.47
θ_2	7.12	θ_7	8.13	θ_1	19.74	θ_4	19.98	θ_4	4.10	θ_2	9.80
θ_3	6.27	θ_1	2.35	θ_4	9.61	θ_2	10.55	θ_7	3.07	θ_1	8.46

Modo 7		Modo 8		Modo 9		Modo 10		Modo 11	
θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}	θ_i	M_{ij}
θ_4	50.53	θ_3	75.29	θ_4	52.44	θ_4	44.36	θ_4	35.09
θ_3	30.45	θ_2	11.95	θ_3	42.91	θ_3	29.38	θ_3	30.90
θ_1	9.57	θ_4	5.47	θ_2	3.05	θ_2	13.47	θ_1	22.37
θ_2	8.49	θ_1	2.34	θ_1	0.84	θ_1	11.81	θ_2	9.50

Viendo la clasificación de la Tabla 3.7, queda claro que los parámetros con una mayor contribución a la sensibilidad de los modos son los cuatro primeros, por lo que se puede afirmar que los parámetros a los que las frecuencias de los modos son más sensibles son los siguientes:

1. Módulo de elasticidad de las secciones circulares huecas longitudinales inferiores.
2. Módulo de elasticidad de las secciones circulares huecas longitudinales superiores.
3. Módulo de elasticidad de las secciones circulares huecas de las crucetas laterales.
4. Módulo de elasticidad de las secciones circulares huecas de los pórticos.

Por lo tanto, estos serían los 4 parámetros elegidos para realizar la calibración del modelo de elementos finitos.

3.7. Calibración del modelo

La calibración o actualización de un modelo es el proceso en el que se modifican algunos de los parámetros del modelo para conseguir que tenga un comportamiento representativo de la estructura real. Los parámetros que se modifican son los seleccionados tras realizar el estudio de sensibilidad, puesto que estos son las propiedades que tienen una mayor influencia en el comportamiento dinámico del modelo y cuyo cambio también producirán un cambio sustancial en los modos del modelo.

Para conocer los nuevos valores que deben tener dichos parámetros, se realiza un análisis comparativo de la respuesta del modelo tras modificar los valores de los parámetros hasta encontrar los valores de los parámetros que ajusten la respuesta del modelo a la respuesta experimental. Puesto que las características dinámicas del modelo que queremos ajustar (frecuencias naturales y modos de vibración) no están correlacionados linealmente con los parámetros de actualización, para encontrar los valores de los parámetros hay que realizar muchas pruebas hasta conseguir el ajuste. Es por ello que este análisis comparativo se realiza mediante algoritmos de optimización iterativos, como es el caso de los algoritmos genéticos.

Como se ha explicado en la *Sección 3.5 Comparación de resultados numéricos y experimentales*, se va a actualizar el modelo de elementos finitos de la estructura para 6 de los 11 modos de vibración identificados en el OMA. Los modos seleccionados son aquellos mostrados en la Tabla 3.4.

Como se pretende que tanto las frecuencias naturales como los modos de vibración del modelo se ajusten a las experimentales, el calibrado del modelo se realizará mediante una optimización multiobjetivo que minimizará dos funciones objetivo: un residuo de la frecuencia y un residuo de las coordenadas modales. El residuo de la frecuencia se define como la diferencia relativa entre las frecuencias numéricas y experimentales:

$$r_{freq,i}(\theta) = \frac{f_{NUM,i}(\theta) - f_{EXP,i}}{f_{EXP,i}} \quad i = 1, 2, \dots, n_m \quad (3.4)$$

Siendo $f_{NUM,i}(\theta)$ la i -ésima frecuencia numérica, $f_{EXP,i}$ la i -ésima frecuencia experimental y n_f el número de modos considerados para realizar la actualización. Por su parte, el residuo de las coordenadas modales cuantifica la diferencia entre los modos de vibración numéricos y experimentales. Una forma de definirlo es usando el valor de la matriz MAC para cada modo considerado, que expresa cuanto se parecen los modos numéricos y experimentales:

$$r_{MAC,i}(\theta)^2 = \frac{(1 - \sqrt{MAC_i(\theta)})^2}{MAC_i(\theta)} \quad i = 1, 2, \dots, n_m \quad (3.5)$$

$$MAC_i(\theta) = \frac{(\phi_{NUM,i}(\theta)^T \cdot \phi_{EXP,i})^2}{(\phi_{NUM,i}(\theta)^T \cdot \phi_{NUM,i}(\theta)) \cdot (\phi_{EXP,i}^T \cdot \phi_{EXP,i})} \quad (3.6)$$

Siendo $\phi_{NUM,i}(\theta)$ la coordenada modal del i -ésimo modo numérico, $\phi_{EXP,i}$ la coordenada modal del i -ésimo modo experimental y n_m el número de modos considerados para realizar la actualización.

Las funciones objetivo se expresan de la siguiente forma:

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$f_1(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n_m} r_{freq,i}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n_m} \left(\frac{f_{NUM,i}(\theta) - f_{EXP,i}}{f_{EXP,i}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.8)$$

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n_m} r_{MAC,i}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n_m} \frac{(1 - \sqrt{MAC_i(\theta)})^2}{MAC_i(\theta)} \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

La resolución del problema de optimización de dos funciones objetivo queda plasmada en el llamado frente de Pareto, el cual permite visualizar las soluciones óptimas y se explicará en detalle en la *Sección 4.1 Introducción a los Algoritmos Genéticos*.

El proceso de actualización del modelo se realiza de forma conjunta en Matlab y en Ansys. En Matlab se codificará el algoritmo genético multiobjetivo que realizará un número de iteraciones a partir de un programa que calculará los residuos y las funciones objetivo del problema. Dicho programa llamará a Ansys para almacenar un vector de frecuencias naturales de los modos seleccionados y la matriz de coordenadas modales del modelo en los puntos donde se han realizado las mediciones experimentalmente. La elaboración de ambos códigos se detalla a continuación.

• Algoritmo genético multiobjetivo

En primer lugar, se codifica el algoritmo genético multiobjetivo para optimizar las funciones objetivo que se definan posteriormente. En el algoritmo genético multiobjetivo se define el rango de movimiento de las soluciones del problema en la optimización, es decir, el valor mínimo y máximo por el que se pueden multiplicar los parámetros seleccionados en el estudio de sensibilidad. Estos límites superiores e inferiores de los parámetros se han tomado iguales para los cuatro parámetros puesto que son los módulos de elasticidad de elementos de acero de geometría similar, y quedan expuestos en la Tabla 3.8. El rango superior es más amplio debido a que en el modelo no se han tenido en cuenta características de la estructura que pueden aumentar su rigidez como son las capas protectoras y de pintura.

Tabla 3-8: Límite inferior y superior de los parámetros de actualización.

Parámetros	Límite inferior	Límite superior
E_m secciones circulares huecas longitudinales inferiores.	0.9	2.0
E_m secciones circulares huecas longitudinales superiores.	0.9	2.0
E_m secciones circulares huecas de las crucetas laterales.	0.9	2.0
E_m secciones circulares huecas de los pórticos.	0.9	2.0

También se determinan las opciones del GA multiobjetivo con operador *gaoptimset* de Matlab. De las múltiples opciones que se pueden establecer, se fijan las siguientes:

- *PopulationSize*: es el tamaño de la población. Se disponen 100 individuos en la población.
- *MutationFcn*: establece el método de mutación de los descendientes. Se utilizará la función de mutación adaptativa (*mutationadaptfeasible*), la cual realiza las mutaciones en base a los ajustes de las soluciones obtenidas, promoviendo una mutación menos aleatoria, además de utilizarse para búsquedas con restricciones como es nuestro caso.
- *SelectionFcn*: establece el método de selección de los individuos que serán cruzados para generar descendientes. Se utilizará el método de selección por torneo (*selectiontournament*).
- *Generations*: establece el número de descendencias que se producirán para buscar la solución óptima, es decir, el número de iteraciones del algoritmo. Se fija en 50 generaciones.
- *PlotFcns*: establece la forma de graficar los resultados computados por el algoritmo. En este caso de optimización multiobjetivo con dos funciones objetivo, se mostrará el frente de Pareto (*gaplotpareto*).

- *Display*: establece la salida de información por pantalla acerca de la búsqueda del algoritmo. Se fija que se muestre la información de cada iteración (*iter*).
- *FitnessLimit*: criterio de parada que detiene el algoritmo cuando el mejor ajuste obtenido es igual o menor que uno determinado.

Para concluir la codificación del algoritmo multiobjetivo en Matlab, se utiliza el operador *gamultiobj*, el cual utiliza el algoritmo genético para resolver problemas de optimización multiobjetivo generando un frente de Pareto. Éste operado llama a la función *@mobj_lab_foot_7.m*, la cual define las funciones objetivo del problema, y determina el número de variables del problema, que es el número de parámetros seleccionados en el estudio de sensibilidad y que en nuestro caso es de 4 parámetros. De la resolución del problema obtendremos como argumentos de salida del código los valores por los que hay que multiplicar a los parámetros de actualización del modelo y el ajuste de las funciones objetivo de cada conjunto de valores de los parámetros. El código del GA multiobjetivo implementado en Matlab se llama *mohs_ml.m* y se puede acceder a él en el CD-ROM adjunto al proyecto.

• Funciones objetivo

Para definir las funciones objetivo del problema multiobjetivo y resolverlo con el GA es necesario crear una función en Matlab cuyo argumento de entrada sean los valores por los que habría que multiplicar los parámetros de actualización dados por el GA, los cuales son valores aleatorios dentro del rango de restricción impuesto. Éste código llama a Ansys y abre el modelo de elementos finitos de la pasarela para extraer las frecuencias y coordenadas modales de cada modo en los puntos de medición experimental, con el fin de que la comparación de los modos extraídos numérica y experimentalmente sea correcta. Esto se consigue por medio de un archivo de entrada en Ansys llamado *pasarela_mu_3.txt*.

Posteriormente se establecen las frecuencias y coordenadas modales experimentales de los modos de actualización obtenidas en Artemis, y se indican los ejes principales de cada uno de los 7 modos, puesto que la actualización se realizará para cada modo según la dirección en la que su forma presenta una mayor deformación. Esto quiere decir, que de las coordenadas modales de cada modo se compararán solo las coordenadas en uno de los tres ejes, ya que serán las coordenadas más representativas de la forma de los modos.

Se cargan las frecuencias y coordenadas modales experimentales de los modos de actualización obtenidas en Ansys y se establecen de nuevo los ejes principales, puesto que, aunque las direcciones principales de los modos ya se han descrito anteriormente en el código, el sistema de ejes coordenados de Ansys es distinto al de Artemis, y para que se escojan las coordenadas modales numéricas y experimentales de los mismos ejes hay que volver a indicarlos según el sistema de coordenadas de Ansys. El programa además calcula cuales son los modos numéricos y experimentales para los que el ajuste de las funciones objetivo es mejor.

Finalmente, se implementan los residuos y las funciones objetivo expuestas en las Ecuaciones (3.4) a (3.9), que son el argumento de salida del código. Dicho código se encuentra en el CD-ROM adjunto al proyecto con el nombre *mobj_lab_foot_7.m*.

• Frente de Pareto

Al ejecutar el GA multiobjetivo, se genera una gráfica cuyos ejes son los valores de las funciones de ajuste en la que se van dibujando puntos que forman el frente de Pareto. Cada uno de los puntos que forman el frente de Pareto son el conjunto de puntos no dominados de todos los aleatorios propuestos por el GA multiobjetivo, es decir, son aquellos puntos que no son mejorados por ningún punto en uno de los objetivos sin empeorar en el otro. Los puntos del frente representan un par de valores de las funciones objetivo y están asociados a cuatro valores correspondientes a la solución del problema buscado, es decir, a los valores por los que hay que multiplicar los parámetros de actualización para conseguir el calibrado del modelo.

Como resultado del GA multiobjetivo, se obtiene el frente de Pareto de la Figura 3.30. Está formado por 34 puntos o soluciones no dominadas, de los cuales solo un par está repetido.

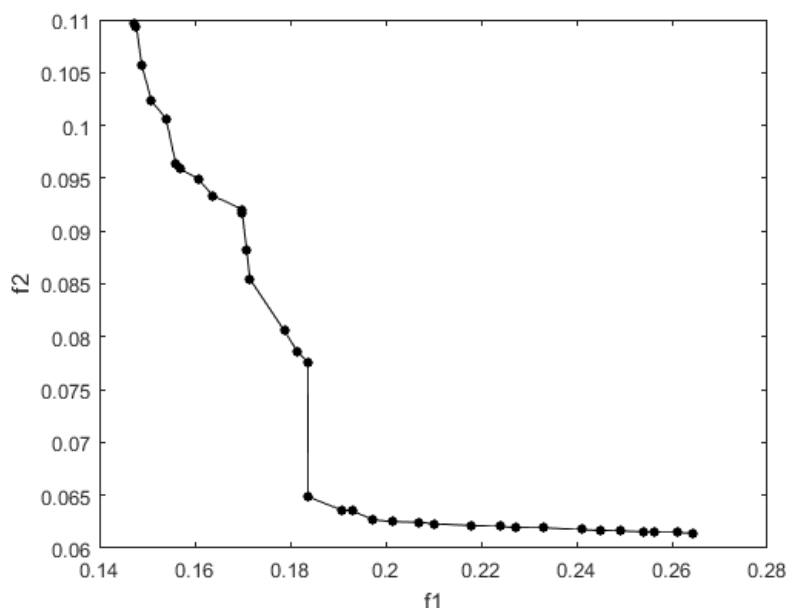


Figura 3-30: Frente de Pareto resultante del GA multiobjetivo.

• Comparación modelo inicial y calibrado

De las soluciones óptimas del frente de Pareto, hay que seleccionar una de ellas como solución del problema. Se elige aquella que esté más cerca del centro de ejes, puesto que dicha solución será la que presente un módulo del vector solución menor y por tanto la solución óptima. Los valores de los objetivos para tal punto y para el modelo antes de la actualización se pueden observar en la Tabla 3.9, donde se observa la mejoría en ambos ajustes.

Tabla 3-9: Valores de las funciones objetivo antes y después del calibrado del modelo.

Funciones objetivo	Modelo inicial	Modelo calibrado
1. Frecuencia	0.2128	0.1837
2. Modos	0.0728	0.06487

El punto seleccionado como solución del problema tiene asociado un valor para cada uno de los cuatro parámetros de actualización, el cual multiplica al valor inicialmente fijado del módulo de elasticidad del acero de la Tabla 3.3. La solución obtenida en el frente de Pareto se expone en la Tabla 3.10.

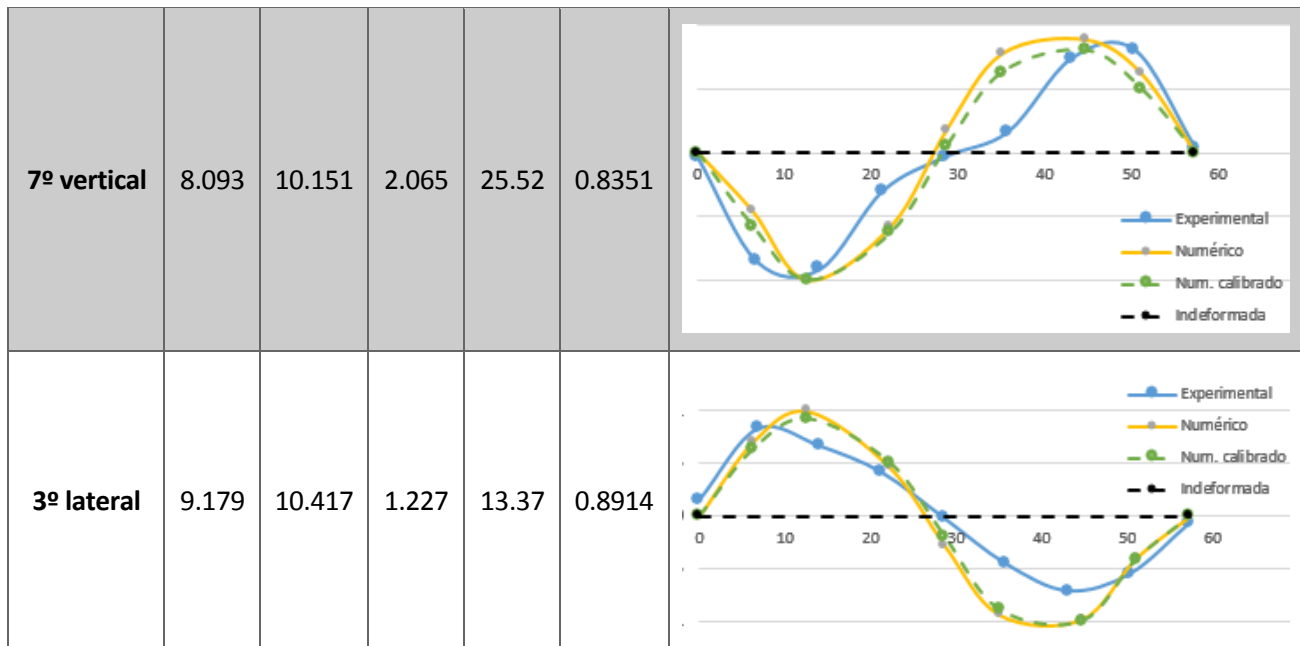
Tabla 3-10: Solución resultante del GA multiobjetivo.

Parámetros	Factores
E_m secciones circulares huecas longitudinales inferiores.	1.2172
E_m secciones circulares huecas longitudinales superiores.	1.6793
E_m secciones circulares huecas de las crucetas laterales.	1.0902
E_m secciones circulares huecas de los pórticos.	0.9132

Las frecuencias y modos del modelo calibrado se muestran en la Tabla 3.11. Si comparamos estos resultados con los del modelo inicial (ver Tabla 3.4), se observa que las frecuencias mejoran excepto para los dos últimos modos, mientras que los modos permanecen prácticamente igual o mejoran algo en todos los modos menos en el tercero.

Tabla 3-11: Frecuencias y modos actualizados.

MODO	f_{exp} (Hz)	f_{num} (Hz)	$ \Delta f $ (Hz)	Error relat. (%)	MAC	REPRESENTACIÓN MODOS
1º lateral	2.119	2.0537	0.065	3.08	0.9464	
1º vertical	2.58	2.253	0.327	12.67	0.9973	
2º lateral	4.472	4.5705	0.098	2.20	0.8893	
5º vertical	6.987	5.686	1.301	18.62	0.9931	



4 APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE POSICIONAMIENTO ÓPTIMO DE SENSORES: CASO DE ESTUDIO

En el cuarto capítulo del presente trabajo fin de master se aplicarán las tres funciones objetivo de posicionamiento óptimo de sensores en las que se hizo hincapié en el *Capítulo 2 Posicionamiento Óptimo de Sensores (OSP): Estado del Arte* a la resolución del caso real presentado en el *Capítulo 3 Caso de Estudio: Pasarela Ciclopeatonal de Tablada (Sevilla)*.

Primeramente, se explicará cómo se han implementados los tres métodos OSP en Matlab en conjunción con los algoritmos genéticos anteriormente explicados en el *Capítulo 2 Posicionamiento Óptimo de Sensores (OSP): Estado del Arte*. Matlab es el software en el que se realizarán los cálculos para resolver el problema OSP de la pasarela. Una vez se hayan implementado los métodos y los algoritmos genéticos en Matlab, comprobaremos que se han implementado y funcionan correctamente con un modelo de viga biapoyada. Éste ejemplo tan simple, además de ayudarnos a comprobar la validez de nuestros códigos nos dará una primera idea de cómo trabajan los métodos con el algoritmo genético y de la precisión de cada uno de ellos. Cuando tengamos la seguridad de que nuestros programas funcionan correctamente, los aplicaremos al caso real de estudio usando los resultados del modelo de elementos finitos generado en ANSYS con los códigos implementados en Matlab. Finalmente, se discutirán los resultados obtenidos en la aplicación de los algoritmos genéticos en el problema OSP de la pasarela usando las tres funciones objetivo.

4.1. Implementación de los métodos de posicionamiento óptimo de sensores en Matlab

A continuación, se lleva a cabo la implementación del algoritmo genético, así como las funciones objetivo de los criterios MAC, matriz de Fisher y entropía de la información. Dicha implementación se realiza en el software Matlab versión R2015b. Matlab permite utilizar los algoritmos genéticos con el operador *ga* que ya tiene implementado el programa. Dicho operador llama a la función objetivo en la que se basa el criterio de búsqueda de la solución óptima, y además tiene como entrada el número de variables del problema, una serie de restricciones y opciones de optimización.

- **Algoritmo genético (GA)**

El número de variables del problema OSP será el número de sensores que queramos colocar en la configuración óptima de sensores. Las posiciones posibles por las que se moverán los sensores serán los infinitos puntos de las secciones circulares huecas situadas a ambos lados del tablero. Las restricciones que permite establecer el operador *ga* de forma simultánea son varias [86]:

- Restricción de la solución x a las inequaciones $A \cdot x \leq b$, siendo A una matriz y b un vector. El operador *ga* calcula $A \cdot x$ con x traspuesto $A \cdot x'$, siendo x el vector de soluciones cuya dimensión es la misma a la del número de variables (sensores) del problema. De esta forma se restringe la solución a una o más desigualdades determinando en el código la matriz A y el vector b .
- Restricción de la solución x a las ecuaciones $Aeq \cdot x = beq$, siendo Aeq una matriz y beq un vector. El operador *ga* calcula $Aeq \cdot x$ con x traspuesto $Aeq \cdot x'$, siendo x el vector de soluciones cuya dimensión es la misma a la del número de variables (sensores) del problema. De esta forma se restringe la solución a una o más igualdades determinando en el código la matriz Aeq y el vector beq .
- Límites inferiores lb y superiores ub , de tal forma que se permite a la solución moverse en el espacio comprendido entre dichos valores: $lb \leq x \leq ub$

- Restricciones no lineales de la solución x . Se puede llamar a una función *nonlcon* en la cual se definen inecuaciones no lineales c y ecuaciones no lineales ceq .

En nuestro caso de problema OSP de la pasarela ya descrita, se definen exclusivamente límites inferiores y superiores de la respuesta, los cuales restringen el dominio en el que se pueden mover los sensores. Estos límites son vectores de tamaño igual al número de sensores del problema. La determinación de los límites permite jugar con el posicionamiento de los sensores y distribuirlos de tal forma que el dominio de cada sensor no se solape con el de otros para evitar configuraciones óptimas con posiciones repetidas.

Así, en el caso de que se usen 2 sensores, se impondrán unos límites tales que permitan que un sensor se desplace a lo largo de la mitad de la longitud de un extremo del tablero, mientras que el otro sensor se desplace por la mitad opuesta del otro extremo del tablero. Tal elección se debe a que la estructura es simétrica con respecto al plano XY perpendicular al tablero, por lo que la respuesta deberá ser la misma en ambas secciones, y, además, de este modo estamos implicando a ambas secciones en la búsqueda del posicionamiento óptimo y se conseguirá una configuración más equilibrada a lo largo del tablero.

En el caso de que se implique a 4 sensores, dos sensores se repartirán las dos mitades del dominio de un extremo y los dos sensores restantes harán lo mismo en el otro extremo del tablero. Los rangos de espacio en los que se mueven los sensores en el caso de 2 y 4 sensores durante la ejecución del GA están plasmados en la Figura 4.1.

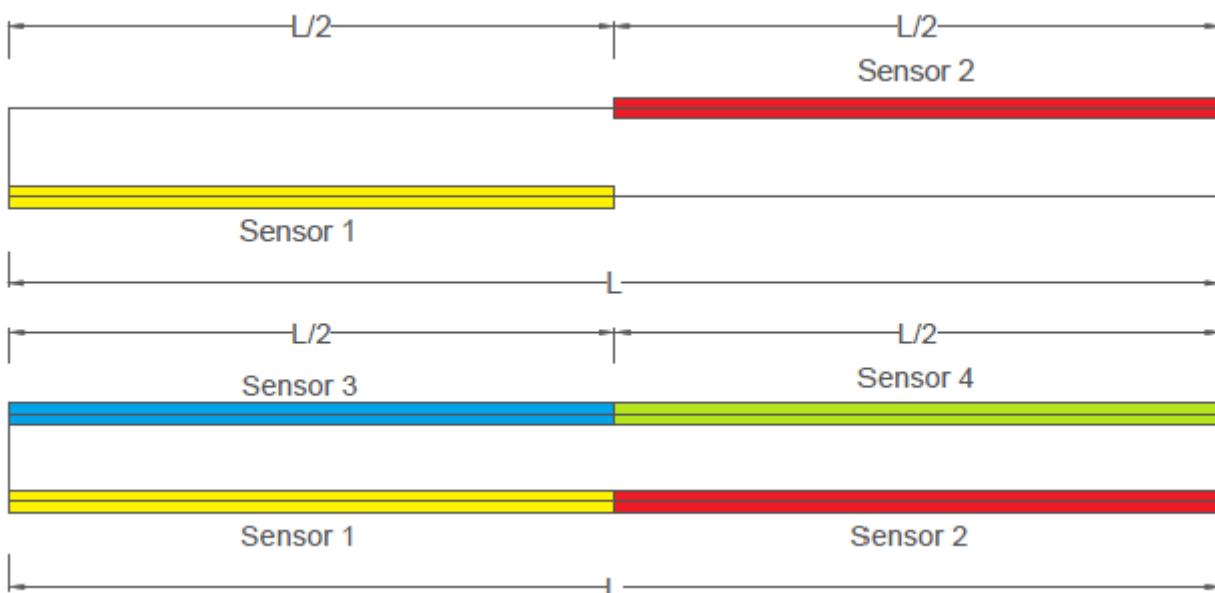


Figura 4-1: Rangos de movimiento de los sensores en el OSP para 2 y 4 sensores. Fuente: Elaboración propia.

Por último, se establece la estructura de las opciones del GA con operador *gaoptimset* de Matlab. De las múltiples opciones que se pueden personalizar, se fijan las siguientes [86]:

- *PopulationSize*: es el tamaño de la población. Por lo general se dispondrán 100 individuos en la población, pero se podrá variar dicho valor para obtener un menor ajuste de las soluciones a cambio de un mayor tiempo computacional.
- *MutationFcn*: establece el método de mutación de los descendientes. Se utilizará la función de mutación adaptativa (*mutationadaptfeasible*), la cual realiza las mutaciones en base a los ajustes de las soluciones obtenidas, promoviendo una mutación menos aleatoria, además de utilizarse para búsquedas con restricciones como es nuestro caso.
- *SelectionFcn*: establece el método de selección de los individuos que serán cruzados para generar descendientes. Se utilizará el método de selección por torneo (*selectiontournament*)
- *Generations*: establece el número de descendencias que se producirán para buscar la solución óptima, es decir, el número de iteraciones del algoritmo.
- *PlotFcns*: establece la forma de graficar los resultados computados por el algoritmo. Por lo general, se

mostrará el mejor ajuste y el ajuste medio frente a las generaciones (*gaplotbestf*) así como el ajuste mínimo, medio y máximo de cada generación (*gaplotrange*).

- *Display*: establece la salida de información por pantalla acerca de la búsqueda del algoritmo. Se fija que se muestre la información de cada iteración (*iter*).
- *FitnessLimit*: criterio de parada que detiene el algoritmo cuando el mejor ajuste obtenido es igual o menor que uno determinado.

Una vez se han impuesto las restricciones, las opciones y el número de variables ya solo quedaría implementar los tres criterios de búsqueda, puesto que el algoritmo genético ya estaría codificado. Una vez implementemos los criterios, en el *ga* habrá que llamar a la función correspondiente al criterio deseado. De cada búsqueda realizada obtendremos como argumentos de salida del código el posicionamiento óptimo de los sensores y el ajuste de este. El código del GA implementado en Matlab se llama *GA.m* y se puede acceder a él en el CD-ROM adjunto al proyecto.

• **Matrices de respuesta modal**

Ahora se implementan los tres criterios expuestos en el *Capítulo 2 Posicionamiento Óptimo de Sensores (OSP): Estado del Arte*. Los códigos de los tres criterios parten de la respuesta modal del modelo de elementos finitos de ANSYS, la cual se ha organizado en dos matrices, una correspondiente a los desplazamientos modales y otra a las rotaciones modales. Las filas de estas matrices representan las coordenadas X, Y, Z de la respuesta en cada punto donde se ha medido, y las columnas representan los modos de vibración. En nuestro caso, del modelo de ANSYS se ha extraído la respuesta en 38 puntos, correspondientes a los 19 puntos de encuentro entre cada sección circular hueca del tablero y un pórtico. El código usado para extraer la respuesta modal del modelo de elementos finitos se encuentra en el CD-ROM adjunto en este trabajo con el nombre “*pasarela_mu_int_11_osp.txt*”. Ambas matrices de respuesta modal estarán formadas por 114 filas (3 por cada punto) y tantas columnas como modos del modelo se deseen tener en cuenta en para resolver el OSP de la pasarela. En la Figura 4.2 se muestra un esquema de la estructura de las matrices de respuesta modal. Las coordenadas de la matriz de rotaciones de la respuesta modal han sido dispuestas en ese orden para facilitar más adelante el codificado de las funciones de forma.

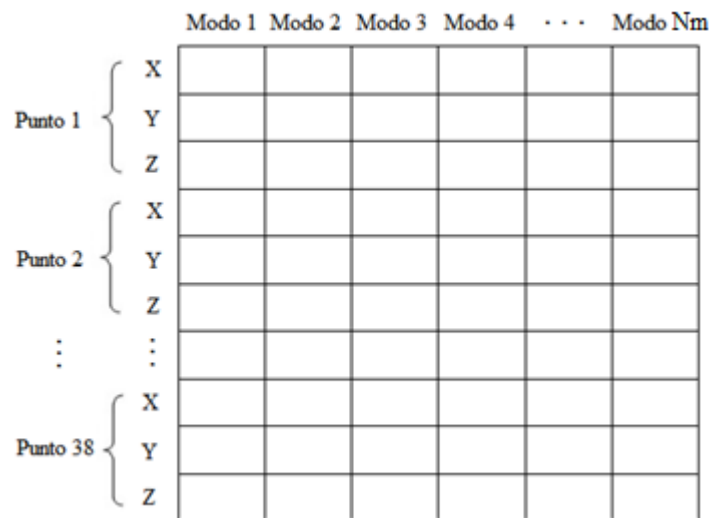


Figura 4-2: Esquema de ambas matrices de respuesta modal. Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, esta información no viene dada de esta forma, puesto que la extracción de la respuesta modal del modelo se presenta en un vector, y para procesar esta información nos conviene que tenga la forma indicada previamente. Para ello, se cargan en Matlab los documentos generados por el código “*pasarela_mu_int_11_osp.txt*” y se transforman ambos vectores en matrices como la de la Figura 4.2 usando el código “*pasarela_mu_to_MAC*”, también disponible en el CD-ROM.

• **Criterio de garantía modal (MAC)**

El código que implementa el criterio MAC en Matlab es una función llamada *MAC_FF.m*, cuya entrada son las posiciones aleatorias propuestas por el GA. Inicialmente, se llama a las matrices de respuesta modal, se define

el número de variables (sensores) y un vector de las coordenadas X de los nodos de donde se ha extraído la respuesta modal. Dicho vector sirve para determinar qué par de puntos (6 elementos) de cada matriz hay que utilizar para interpolar la respuesta modal en la posición en la que se encuentran los sensores colocados aleatoriamente por el GA. Así, se compara la posición de los sensores con el vector y se determina entre qué dos puntos de medición de respuesta modal se sitúa cada sensor.

Posteriormente, se definen las funciones de forma para interpolar la respuesta modal en los puntos de los sensores, lo cual nos permitirá tener una aproximación bastante acertada de la respuesta de la estructura en cualquiera de los infinitos puntos en los que se pueden colocar los sensores. Los elementos de interpolación son elementos viga BEAM188, por lo que se opta por usar funciones de forma cúbicas de Hermite, las cuales cumplen con los requisitos de continuidad de funciones de forma clase C^1 , es decir, continuidad de desplazamientos $v(x)$ y de giros $\theta = v'(x) = dv(x)/dx$ a lo largo de todo el elemento y entre elementos (ver Figura 4.3).

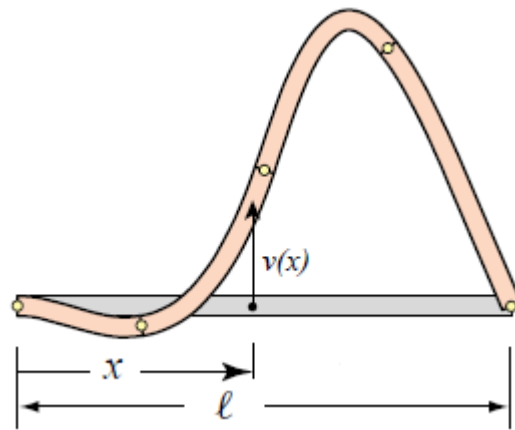


Figura 4-3: Ejemplo de deformación cúbica de una viga discretizada en 4 elementos. Fuente: Edición a partir de [87].

La formulación de Hermite para un elemento de Bernoulli-Euler de dos nodos y cuatro grados de libertad es la siguiente [87]:

$$v^e = [N_{v1}^e \ N_{\theta1}^e \ N_{v2}^e \ N_{\theta2}^e] \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{N}^e \mathbf{u}^e \quad (4.1)$$

Siendo:

- v_1 y v_2 los desplazamientos de los nodos 1 y 2 (ver Figura 4.4).
- θ_1 y θ_2 las rotaciones de los nodos 1 y 2 (ver Figura 4.4).
- N_{v1}^e es la función de interpolación correspondiente al desplazamiento del nodo 1.
- $N_{\theta1}^e$ es la función de interpolación correspondiente al giro del nodo 1.
- N_{v2}^e es la función de interpolación correspondiente al desplazamiento del nodo 2.
- $N_{\theta2}^e$ es la función de interpolación correspondiente al giro del nodo 2.

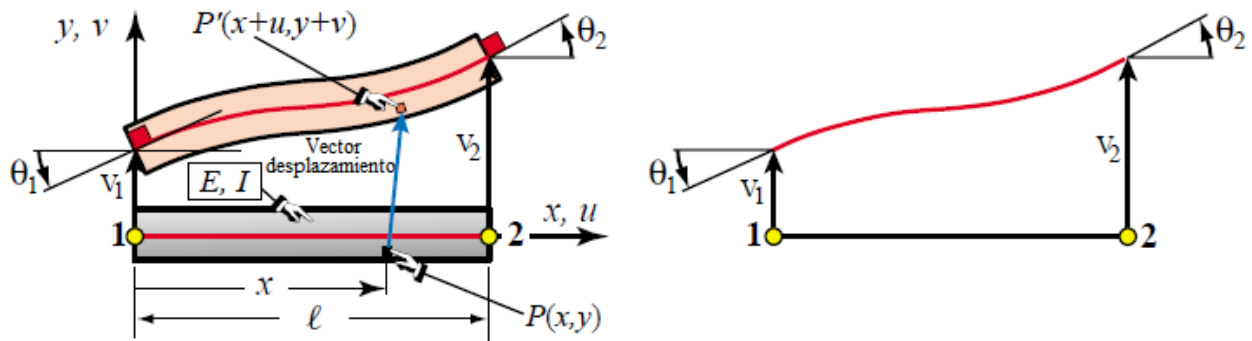


Figura 4-4: Cinemática y grados de libertad de un elemento viga de Bernoulli-Euler de dos nodos. Fuente: Edición a partir de [87].

Estas funciones de forma son expresadas en coordenadas naturales adimensionales, que varían de $\xi = -1$ en el nodo 1 ($x = 0$) a $\xi = +1$ en el nodo 2 ($x = l$), siendo l la longitud del elemento:

$$\xi = \frac{2x}{l} - 1 \quad (4.2)$$

Teniendo en cuenta que $dx/d\xi = l/2$ y que $d\xi/dx = 2/l$, las funciones de forma en coordenadas naturales son las siguientes:

$$N_{v1}^e = \frac{1}{4}(1 - \xi)^2(2 + \xi) \quad N_{v2}^e = \frac{1}{4}(1 + \xi)^2(2 - \xi) \quad (4.3a)$$

$$N_{\theta1}^e = \frac{1}{8}l(1 - \xi)^2(1 + \xi) \quad N_{\theta2}^e = -\frac{1}{8}l(1 + \xi)^2(1 - \xi) \quad (4.3b)$$

Estas 4 funciones está representadas en la Figura 4.5.

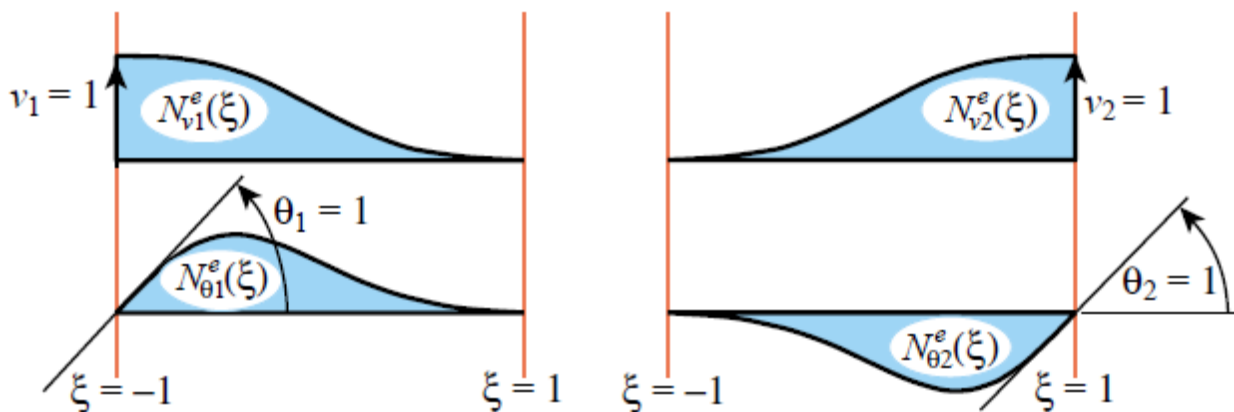


Figura 4-5: Representación de las funciones de forma cúbicas de un elemento viga. Fuente: [87].

Así pues, en Matlab se definen las funciones de forma de la Ec. 4.3, y posteriormente se almacenan los desplazamiento y rotaciones correspondientes al par de puntos donde se ha calculado la respuesta modal correspondientes a la posición de cada sensor, seguido del cálculo de las nuevas coordenadas de las posiciones de sensores para cada modo como muestra la Ec. 4.1. La respuesta interpolada para cada punto se almacena en una matriz de dimensión 3-número de sensores x número de modos, y a partir de la información que almacena se evalúa la expresión del MAC de la Ec. 2.48. Finalmente se representa la matriz del MAC en un diagrama de barras 3D, el cual va evolucionando a la par que la búsqueda del GA.

Para completar la implementación del criterio MAC en Matlab, se evalúan las funciones objetivo propuestas en las Ecs. 2.49 y 2.50. Aunque ambas funciones estén implementadas, realmente solo una de ellas será la función objetivo del problema, y para comparar los resultados obtenidas con ambas habrá que ejecutar el programa un par de veces, uno por cada función objetivo.

- **Matriz de información de Fisher (FIM)**

La estructura del código de la FIM es muy similar al código del MAC en cuanto a inicialización de matrices de respuesta modal, determinación de variables, vector de posición y funciones de interpolación. La novedad con respecto al código del MAC es que, en vez de evaluar el criterio del MAC se evalúa la función objetivo del FIM según la Ec. 2.39. Puesto que el GA minimiza la función objetivo y la función objetivo del FIM consiste en maximizar el determinante de la matriz de Fisher, se establece como salida del código la inversa de la función objetivo del FIM. El código que implementa el criterio FIM en Matlab se encuentra en un archivo llamado *FIM_FF.m*.

- **Entropía de la información (IE)**

La estructura del código de la IE es idéntica al código de la FIM, puesto que este criterio de optimización se basa en el determinante de la matriz de Fisher. Así, con respecto al código anterior solo habría que añadir la función objetivo expuesta en la Ec. 2.46 y eliminar la inversa de la función objetivo, puesto que en este caso la función objetivo minimiza una expresión. El código que implementa el criterio FIM en Matlab se encuentra en un archivo llamado *IE_FF.m*.

4.2. Verificación de los métodos de posicionamiento óptimo de sensores en Matlab

La implementación que hemos realizado del algoritmo genético en conjunto con los criterios de optimización siguiendo los pasos teóricos, no nos asegura que estos programas funcionen correctamente y aporten soluciones óptimas para cualquier problema OSP. Es frecuente cometer varios errores en el código o en el proceso de obtención y transformación de la respuesta modal del modelo de elementos finitos que provocan que los programas originen como soluciones óptimas configuraciones de sensores cuya información captada es insuficiente para caracterizar el comportamiento dinámico de las estructuras.

Además, si se utilizan estos códigos en un problema de cierta complejidad como es nuestro caso, al no ser tan trivial la respuesta óptima que se debería obtener, podemos obtener unas soluciones similares en los tres criterios y darlas por buenas por el simple hecho de ser coincidentes en todos los casos, aunque realmente difieran totalmente de los resultados óptimos. Así pues, es necesario elaborar un modelo basado en una estructura o elemento estructural sencillo cuyo comportamiento dinámico sea conocido, con el fin de poder comprobar si los resultados que se obtengan en la optimización llevada a cabo por los tres criterios es válida y qué nivel de precisión tienen.

Por ello, se decide implementar en Matlab el comportamiento dinámico de una viga biapoyada (ver Figura 4.6) para verificar la implementación de los criterios OSP realizada previamente. Se ha elegido este elemento estructural puesto que la evolución de sus modos de vibración es muy sencilla (ver Figura 2.1) y su respuesta modal viene dada por la siguiente expresión:

$$y(x) = A \operatorname{sen} \left(n\pi \frac{x}{l} \right) \quad (4.4)$$

Donde:

- A es la amplitud de las oscilaciones.
- n es el número del modo de vibración.
- x es el punto de posición en la viga.
- l es la longitud de la viga

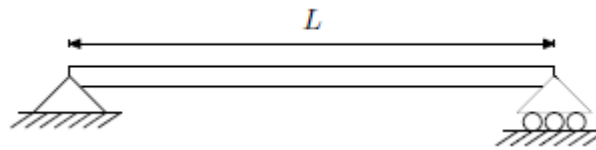


Figura 4-6: Esquema de viga biapoyada. Fuente: Editado a partir de [88].

Como se conocen los modos de la viga biapoyada y además estos se encuentran en un plano y su dirección de desplazamiento principal es siempre la misma (perpendicular a la viga), es fácil tener una idea del posicionamiento óptimo de los sensores en esta estructura. Para los primeros modos y un número reducido de sensores, la configuración óptima de sensores resulta trivial, lo cual permite saber a ciencia cierta si los códigos han sido implementados correctamente y tener una primera idea de las diferencias de efectividad que hay entre los tres criterios de estudio.

En Matlab, se crean tres códigos, uno para cada criterio, en los cuales se implementa la expresión de la respuesta modal de la viga biapoyada (Ec. 4.4) adaptada a los códigos relativos a la implementación de los tres criterios. Para simplificar el problema al máximo, se fija la longitud de la viga $l = 1$ y la amplitud $A = 1$. Cada código permite ajustar el número de variables (sensores) así como los modos para los que se desean calcular la configuración óptima, y además están enlazados al algoritmo genético de la misma forma los códigos aplicados al modelo de elementos finitos de la pasarela. A diferencia de los códigos que se aplicarán posteriormente a la resolución del problema OSP de la pasarela, los códigos aplicados a la viga biapoyada tienen en cuenta únicamente la respuesta del elemento en una sola dirección perpendicular a él, de tal manera que la configuración de sensores que aporten resolverá el problema en una sola dirección de la respuesta.

La configuración que se fijará será el cálculo del OSP para 2 modos de vibración de la viga y 2 sensores. Puesto que la respuesta modal máxima de la viga para el primer modo se sitúa en el centro ($x = 0.5$) y las respuestas modales máximas del segundo modo se encuentran a un cuarto de los apoyos ($x = 0.25, x = 0.75$), es lógico pensar que las respuestas óptimas que nos deberá arrojar el programa se situarán entre estas posiciones. Además, las posiciones óptimas se encontrarán más cercanas de las posiciones óptimas del modo 2 ya que la pendiente de la respuesta modal del modo 1 es menor y decae menos a la altura de las posiciones del modo 2 que la respuesta modal del modo 2, que es nula en el centro del vano. Así, para evaluar la calidad de las soluciones, podemos afirmar de forma aproximada que la solución óptima deberá situarse alrededor de ($x = 0.30, x = 0.70$).

A continuación, se evalúan los criterios de optimización aplicados al modelo de viga biapoyada para diferentes parámetros del problema. El análisis de los resultados obtenidos nos permitirá establecer la configuración de los parámetros del problema para reducir el coste computacional sin prescindir de resultados óptimos.

- **Criterio de garantía modal (MAC)**

Comenzamos evaluando este criterio en el caso de 2 sensores y 2 modos de vibración para la función objetivo que minimiza la suma de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC. Cada sensor se mueve en el dominio de media viga mientras que el otro sensor se mueve en la otra mitad (ver Tabla 4.1).

Tabla 4-1: Condiciones de contorno para 2 sensores en viga biapoyada.

RANGO A LO LARGO DE LA VIGA	
SENSOR 1	$x_1 = [0, 0.5]$ m
SENSOR 2	$x_2 = [0.5001, 1]$ m

Ejecutaremos el programa repetidas veces modificando ciertos parámetros del código *GA.m*, como son la tolerancia mínima requerida del mejor ajuste de las soluciones para parar el algoritmo y el tamaño de la población de individuos. Para cada configuración del GA se realizan 20 cálculos del problema y se escogerán las soluciones con mejor ajuste de las funciones objetivo, ya que el algoritmo es aleatorio y en cada ejecución del programa se

obtendrán distintas soluciones. La elección de estas soluciones no es sencilla, puesto que para un problema tan simple como este, el algoritmo crea pocas generaciones de poblaciones, por lo que el ajuste medio suele ser mucho mayor que el mejor ajuste. Esto quiere decir que, aunque una solución tenga un mejor ajuste muy bueno, el ajuste medio no lo será tanto, y por lo tanto la solución no tiene porqué ser tan acertada. Así, para seleccionar las mejores soluciones se tendrá en cuenta el mejor ajuste y el ajuste medio de la función objetivo. Se comprobará que las soluciones irán teniendo una menor dispersión al aumentar el tamaño de la población y disminuyendo la tolerancia.

Se utilizará la función objetivo que minimiza la suma de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC. En este código, la función objetivo se puede minimizar en gran medida, y su precisión depende totalmente del ajuste que se realice de la tolerancia límite de parada, es por ello que analizaremos los resultados del programa dados para varios valores límite de la función objetivo. Para facilitar la toma de datos, en el programa se deshabilita inicialmente la representación de la matriz MAC, de forma que los tiempos asociados a las soluciones no conllevan tal representación. Aun así, posteriormente se harán los cálculos con tal representación y se comentará de qué forma afecta al coste computacional. Los resultados obtenidos son los expuestos en la Tabla 4.2.

Tabla 4-2: Soluciones óptimas del MAC para una viga biapoyada con 2 sensores y 2 modos.

POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)				
POBLACIÓN	Ajuste límite: 1e-5	Tiempo	Ajuste límite: 1e-10	Tiempo
50	$x_1 = 0.2795, x_2 = 0.6718$	0.4 s	$x_1 = 0.2931, x_2 = 0.7066$	0.3 s
100	$x_1 = 0.2863, x_2 = 0.6782$	0.3 s	$x_1 = 0.3403, x_2 = 0.7331$	0.4 s
200	$x_1 = 0.2998, x_2 = 0.6918$	0.3 s	$x_1 = 0.3176, x_2 = 0.6812$	0.3 s
POBLACIÓN	Ajuste límite: 1e-20	Tiempo	Ajuste límite: 1e-30	Tiempo
50	$x_1 = 0.3015, x_2 = 0.6985$	0.9 s	$x_1 = 0.3040, x_2 = 0.6960$	1.2 s
100	$x_1 = 0.3075, x_2 = 0.6993$	1.0 s	$x_1 = 0.3037, x_2 = 0.6955$	1.3 s
200	$x_1 = 0.3045, x_2 = 0.6963$	0.9 s	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	1.2 s

Como se puede observar en la Tabla 4.2, para una población de tamaño 50 las soluciones parecen buenas, puesto que las soluciones en las cuatro tolerancias impuestas difieren entre sí de unos 3 cm sobre la longitud total de la viga de 1 m. Estas diferencias van disminuyendo al disminuir la tolerancia, obteniendo en el caso más restrictivo una solución que parece ser bastante acertada teniendo en cuenta el razonamiento previo sobre el posicionamiento óptimo en este caso. El tiempo de ejecución es ínfimo, aumentando levemente para ajustes límite más restrictivos.

Para una población de tamaño 100 la situación es similar, las soluciones son aproximadas con un margen de error de pocos cms cuando la tolerancia es menos restrictiva. A partir de la tolerancia 1e-20 mejoran sustancialmente las soluciones consiguiendo un gran ajuste y una convergencia aceptable, siendo similares las soluciones de las distintas ejecuciones. También se ha de destacar que, para esta población, cuando los sensores se dejan desplazar libremente por todo el dominio de la viga, la convergencia es algo más efectiva y además el coste computacional es menor.

Para una población de tamaño 200 se repiten las situaciones anteriores, con la diferencia de que para todas las tolerancias las soluciones seleccionadas son bastante parecidas entre sí. A partir de la tolerancia 1e-20 la búsqueda presenta un ajuste bastante bueno, así como soluciones precisas. El coste computacional evoluciona de igual forma que en los casos anteriores

Comparando los resultados de la Tabla 4.2, se ve que para el ajuste límite más restrictivo las soluciones óptimas obtenidas para los tres casos de tamaño de población son muy similares pues distan en milímetros, y además el coste computacional es prácticamente el mismo.

En general, para tolerancias mayores, la convergencia se alcanza demasiado rápido, terminando el proceso de búsqueda en las primeras generaciones, lo cual denota imprecisión del programa. Esto provoca que, al término de la ejecución del GA, el ajuste medio de la población no sea bueno a pesar de que la mejor solución de la población tenga un buen ajuste. Además, para tolerancias mayores las soluciones son cambiantes para distintas ejecuciones, lo que significa que existe una mala convergencia en estos casos.

Con este código se ha obtenido un posicionamiento muy parecido al esperado antes de ejecutar el programa, y además las posiciones propuestas en tolerancias bajas muestran simetría, lo cual es correcto debido a las formas simétricas de los modos del ejemplo. Según el estudio teórico de las bases del MAC, el coste computacional es elevado, y aunque en los resultados mostrados aparezca un coste computacional bajo, si se desea representar la matriz MAC en los cálculos, el coste computacional alcanza hasta 100 segundos para el caso de máxima población y ajuste límite más restrictivo. La representación de la matriz MAC es crucial para analizar los resultados en problemas en los que se tienen en cuenta un número importante de modos de vibración y no siempre puede ser obviado como en este caso. Así, teniendo en cuenta la simpleza del problema, este tiempo de cálculo es excesivo, por lo que se confirma la teoría del MAC acerca del coste computacional.

El programa permite calcular el problema para distintas configuraciones de sensores y modos de vibración, pudiendo calcular el posicionamiento óptimo en la viga para un número de sensores menor al número de modos. Teniendo en cuenta estos pros y contras, se puede confirmar que el código MAC ha sido implementado correctamente y puede utilizarse para resolver el problema OSP de cualquier otra estructura civil como la pasarela de estudio.

- **Matriz de información de Fisher (FIM)**

De forma análoga, se evalúa el código basado en el criterio FIM para el problema OSP de la viga biapoyada para 2 sensores y 2 modos de vibración (ver Tabla 4.1). En este caso no hace falta fijar un ajuste límite de parada puesto que, como se verá a continuación, el valor de la función objetivo es cercano a la unidad y no es necesario determinar una precisión como en el caso anterior. De nuevo, se realizan 20 cálculos, pero en este caso se escogerá como solución óptima para cada configuración la solución más repetida y el tiempo medio, ya que, como se verá a continuación, los resultados son prácticamente idénticos en todos los cálculos y solo varía el tiempo de ejecución. El ajuste asociado a cada solución, aunque es el ajuste obtenido por el programa, realmente se trata del inverso del ajuste a la función objetivo del problema, ya que el GA minimiza la función de salida del programa y en este caso la función objetivo se trata de maximizar el determinante de Fisher, por lo que se ha establecido como función de salida la inversa de la función objetivo. Los resultados obtenidos se encuentran en la Tabla 4.3.

Tabla 4-3: Soluciones óptimas del FIM para una viga biapoyada con 2 sensores y 2 modos.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	0.4219	2.12 s
100	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	0.4219	2.14 s
200	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	0.4219	2.25 s

Observando esta tabla se ve que las posiciones óptimas y sus ajustes son idénticos. Para los casos de población de 50 y 100 individuos, la diferencia entre las soluciones obtenidas es de 0.1 mm, mientras que para una población de 200 individuos las soluciones son exactamente las mismas. Además, el coste computacional es mucho menor que en el caso del MAC cuando se representa la matriz MAC, siendo prácticamente igual al aumentar la población. Estas soluciones son muy similares a las obtenidas en el MAC para un tamaño de población de 200 y la tolerancia mínima, las cuales eran las esperadas por el razonamiento previo a la evaluación del criterio, por lo que parece claro que estas son las soluciones óptimas del problema. A pesar de que ambos métodos han llegado a la configuración óptima, hay una gran diferencia computacional entre ambos métodos,

además de la necesidad de una población mayor en el MAC para obtener la solución.

Puesto que el coste computacional de este caso ha sido muy bajo y las soluciones muy precisas, se prueba a evaluar el programa con 4 sensores y 4 modos, colocando 2 sensores en una mitad de la viga y los otros 2 en la otra mitad (ver Tabla 4.4) para comprobar de qué manera aumenta el coste computacional y si existe algún otro inconveniente en este criterio a la hora de abordar problemas de optimización más complejos. Los resultados obtenidos quedan reflejados en la Tabla 4.5.

Tabla 4-4: Condiciones de contorno para 4 sensores en viga biapoyada.

RANGO A LO LARGO DE LA VIGA	
SENSORES 1 Y 2	$x_{1,2} = [0, 0.5] \text{ m}$
SENSORES 3 Y 4	$x_{3,4} = [0.5001, 1] \text{ m}$

Tabla 4-5: Soluciones óptimas del FIM para una viga biapoyada con 4 sensores y 4 modos.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 0.1698, x_2 = 0.3896, x_3 = 0.6104, x_4 = 0.8303$	0.02219	2.56 s
100	$x_1 = 0.1698, x_2 = 0.3896, x_3 = 0.6104, x_4 = 0.8302$	0.02219	2.52 s
200	$x_1 = 0.1698, x_2 = 0.3896, x_3 = 0.6104, x_4 = 0.8302$	0.02219	2.75 s

De nuevo se obtienen resultados idénticos y con un tiempo de computación que, a pesar de ser ligeramente mayor a la evaluación de 2 sensores y 2 modos, sigue siendo bastante bajo. Se vuelve a mostrar simetría en los resultados, y el posicionamiento está bastante repartido a lo largo de la viga, por lo que parece que las soluciones son muy acertadas. Sin embargo, en este caso hemos encontrado una serie de errores en la búsqueda de soluciones. Para obtener los resultados expuestos en la Tabla 4.5 se han llevado a cabo ejecuciones del programa que solo han desarrollado una generación de la población inicial debido a que la función objetivo tomaba valores infinitos a causa de singularidades. Estos errores se han obtenido aproximadamente en un 60% de las ejecuciones para tamaños de población 50 y 200 y en un 50% para una población de tamaño 100. Esto implica que, a mayor complejidad del problema, peor es la eficacia del código pese a que los resultados son realmente buenos.

Por último, se ejecuta el código para un número de sensores inferior al de modos, con el fin de verificar la teoría expuesta en capítulos anteriores, la cual afirma que los criterios basados en la FIM no funcionan en estos casos debido a singularidades de la matriz. Así, se prueba a resolver el problema OSP de la viga biapoyada para el caso de 2 sensores y 4 modos de vibración. Efectivamente, al ejecutar el programa en repetidas ocasiones y con distintas configuraciones del tamaño de población y de las restricciones de las posiciones, se obtienen búsquedas de una sola generación con valores infinitos de la función objetivo. Por lo tanto, se ratifica la incapacidad de este criterio para resolver este tipo de problemas.

En base a la calidad de los resultados obtenidos en las dos configuraciones del problema de optimización de la viga biapoyada abordadas y teniendo en cuenta los inconvenientes encontrados al criterio, se corrobora la validez del código para resolver problemas OSP en estructuras civiles.

- **Entropía de la información (IE)**

Finalmente, se evalúa el código basado en el criterio IE para el problema OSP de la viga biapoyada para 2 sensores y 2 modos de vibración (ver Tabla 4.1). Al igual que en el FIM, no hace falta fijar un ajuste límite de parada puesto que, como se verá a continuación, el valor de la función objetivo es cercano a la unidad y no es necesario determinar una precisión como en el caso anterior. Al igual que en el caso anterior, se realizan 20 cálculos y se escogerá como solución óptima para cada configuración la solución más repetida y el tiempo medio, ya que, como se verá a continuación, los resultados son prácticamente idénticos en todos los cálculos y solo varía el tiempo de ejecución. Los resultados obtenidos se encuentran en la Tabla 4.6.

Tabla 4-6: Soluciones óptimas del FIM para una viga biapoyada con 2 sensores y 2 modos.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	1.406	2.26 s
100	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	1.4063	2.16 s
200	$x_1 = 0.3041, x_2 = 0.6959$	1.4063	2.27 s

Observando esta tabla se aprecia que las posiciones óptimas y sus ajustes son iguales y además coinciden con los resultados del FIM. Además, el coste computacional también es mucho menor que en el caso del MAC cuando se representan las matrices MAC. Para esta configuración, la eficacia y el coste computacional del FIM y del IE son muy similares. A diferencia del criterio FIM, para un tamaño de población de 50 individuos se obtienen errores en el 10% de los cálculos, y para 200 individuos en el 5%.

Siguiendo la metodología de la evaluación del FIM, ejecutamos el código del IE para el caso de 4 sensores y 4 modos de vibración (ver Tabla 4.4). Esta vez, el ajuste de la función objetivo aumenta con respecto al caso anterior, puesto que se trata de minimizar una expresión de la función objetivo y el problema es más complejo. Los resultados obtenidos quedan reflejados en la Tabla 4.7.

Tabla 4-7: Soluciones óptimas del IE para una viga biapoyada con 4 sensores y 4 modos.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 0.1698, x_2 = 0.3896, x_3 = 0.6104, x_4 = 0.8302$	1.7717	3.80 s
100	$x_1 = 0.1698, x_2 = 0.3896, x_3 = 0.6104, x_4 = 0.8302$	1.7717	3.10 s
200	$x_1 = 0.1698, x_2 = 0.3896, x_3 = 0.6104, x_4 = 0.8303$	1.7717	3.19 s

De la misma forma que en el código del FIM, se obtienen resultados idénticos y con un tiempo de computación ligeramente mayor a la evaluación de 2 sensores y 2 modos, y se muestra simetría en los resultados, y el posicionamiento está bastante repartido a lo largo de la viga, por lo que parece que las soluciones son muy acertadas. También, se han encontrado una serie de errores en la búsqueda de soluciones. Algunas de las ejecuciones del programa han sido erróneas debido a que la función objetivo devuelve números complejos a causa de singularidades. Estos errores se han obtenido aproximadamente en un 55% de las veces para tamaños de población 50, en un 45 % para una población de tamaño 100 y en un 55% para una población de tamaño 200. Esto implica que, a mayor complejidad del problema, peor es la eficacia del código pese a que los resultados son realmente buenos. Por otra parte, decir que este criterio funciona bastante bien con poblaciones pequeñas, tanto por el tiempo de ejecución como en la calidad de la convergencia.

Por último, se evalúa el código para un número de sensores inferior al de modos, con el fin de verificar la teoría expuesta en capítulos anteriores, la cual afirma que los criterios basados en la FIM no funcionan en estos casos debido a singularidades de la matriz, como es el caso de la IE. Así, se prueba a resolver el problema OSP de la viga biapoyada para el caso de 2 sensores y 4 modos de vibración. Efectivamente, al ejecutar el programa en repetidas ocasiones y con distintas configuraciones del tamaño de población y de las restricciones de las posiciones, se obtienen búsquedas de una sola generación con valores infinitos de la función objetivo. Por lo tanto, se ratifica la incapacidad de este criterio para resolver este tipo de problemas.

Tras comprobar la validez del código del FIM para resolver problemas OSP, era de esperar que el programa del IE funcionase correctamente, puesto que el IE parte de la matriz de FIM y ambos códigos son muy similares. Asimismo, el comportamiento del criterio en conjunto con el algoritmo genético ha resultado ser bastante parecido al demostrado por el FIM, aunque es probable que para problemas más complejos se intensifiquen las diferencias de coste computacional y de eficacia de ambos criterios, lo cual permitirá hacer una comparación de la validez de los dos criterios.

4.3. Análisis del posicionamiento óptimo de sensores por el método FIM

A continuación, se procede a resolver el problema OSP de la pasarela de estudio por medio del criterio de búsqueda de posiciones basada en la FIM en conjunto con el algoritmo genético previamente expuesto. De forma análoga a la aplicación de los programas elaborados a la resolución del problema OSP de la viga biapoyada, se va a tratar de obtener la configuración óptima para 2 y 4 sensores para el modelo de la pasarela previamente calibrado.

A pesar de haber calibrado 6 de los 11 modos que se han calculado en el análisis modal, se decide aplicar el problema OSP a los 11 modos para aumentar la dificultad de la resolución y poder así caracterizar en detalle el rendimiento de los métodos, puesto que para un problema sencillo los criterios OSP pueden dar soluciones más parecidas y esto entorpecería la comparativa que se realizará posteriormente de estos métodos. Además, la resolución del problema que abordamos con la totalidad de los modos nos permitirá llevar a la práctica la limitación que tiene este método con respecto al número mínimo de sensores para un número dado de modos.

La naturaleza estocástica del GA hace que el algoritmo aporte diferentes soluciones en cada cálculo. Para evitar la incertidumbre de las soluciones, para cada caso se ejecutará el cálculo OSP tantas veces como sea necesario para conocer de qué forma converge la búsqueda, mostrándose un número de soluciones tal que represente la calidad de la convergencia en cada caso.

- **Análisis OSP para 2 sensores**

Como bien se ha dicho en la implementación de los métodos OSP en Matlab, los códigos aplicados a la pasarela están adaptados a la resolución del problema de configuración óptima de sensores en los 3 ejes X, Y, Z. Estos códigos parten de la respuesta modal del modelo de elementos finitos expresada en las tres direcciones, por lo que cada posición de sensores tiene asociado en el código tres valores de respuesta modal, cada uno ligado a una dirección.

En la sección de evaluación de los criterios OSP, se comprobó que, tal y como relata la bibliografía sobre la aplicación de la matriz de Fisher a la resolución de estos problemas, los métodos OSP que se basan en este criterio deben contar con un mínimo de sensores igual al número de modos para los que se quiera calcular la configuración óptima de sensores. Esto se debe a singularidades encontradas en la matriz de Fisher, debido a que la matriz de respuesta modal que da lugar a la FIM tiene un número de filas inferior al número de columnas, siendo las filas de dicha matriz las componentes X, Y, Z de la respuesta modal captada por los sensores y las columnas los modos de vibración.

Teniendo en cuenta esto, en la evaluación del presente problema con estos códigos tendremos matrices de respuesta modal con 6 filas (3 por cada sensor) y una columna por modo, haciendo un total de 11. Puesto que el número de filas es inferior al de columnas, según los fundamentos teóricos analizados y la aplicación del criterio al modelo de viga biapoyada no se podría resolver el problema a causa de singularidades en la FIM.

Efectivamente, al abordar el problema con 2 sensores, se obtienen búsquedas de una sola generación debido a que el determinante de la matriz de Fisher tiende a infinito, por lo que el resultado obtenido es totalmente erróneo y la evaluación del código finaliza al momento de haber inicializado el programa. Así, se vuelve a corroborar la incapacidad de este criterio ante problemas con un alto número de modos, que hacen necesario un mayor número de modos y por lo tanto una inversión más importante.

Para poder tener una estimación de la configuración óptima de sensores con este criterio para el caso de 2 sensores, se opta por aplicar el código para los 6 primeros modos de vibración de la pasarela. Aunque los resultados de este caso no puedan ser comparados con los resultados del MAC para 11 modos de vibración, se podrá repetir este caso para el criterio IE y sacar algunas conclusiones a partir de la comparación de ambos, puesto que, previsiblemente, el criterio de la entropía mostrará la misma incapacidad que el FIM ante la resolución del problema para 2 sensores.

Así, se ejecuta el programa de Matlab del criterio FIM en conjunto con el GA. Esto se llevará a cabo 20 veces al igual que en el caso de la viga biapoyada, puesto que las búsquedas de soluciones del algoritmo genético tienen una componente aleatoria y para ciertas poblaciones se pueden obtener diversas soluciones debido a la convergencia del programa frente al problema en cuestión. Las soluciones mostradas serán aquellas que muestren un mejor ajuste, y el tiempo que se les asocie será el tiempo medio de los cálculos para cada configuración, puesto que el programa halla las mismas soluciones en repetidas ocasiones y los cálculos tienen una duración similar. De esta forma, se va a modificar el tamaño de población para comprobar cómo trabaja el programa y los niveles de precisión que tiene para cada configuración de los parámetros, fijando un máximo de 200 generaciones en el GA. También se fijarán las condiciones de contorno del posicionamiento de los sensores, que restringirán la movilidad de uno de los sensores a una mitad de uno de los extremos del tablero mientras que el otro sensor se situará en la otra mitad del otro extremo del tablero (ver Tabla 4.8). Las soluciones óptimas obtenidas para distintas poblaciones se pueden consultar en la Tabla 4.9. Cabe decir que, como se explicó para el caso de la viga biapoyada en el criterio FIM, los ajustes mostrados en esta tabla son la inversa del ajuste real del criterio.

Tabla 4-8: Condiciones de contorno para 2 sensores en pasarela ciclopeatonal.

RANGO A LO LARGO DEL TABLERO	
SENSOR 1 (EXTREMO IZQUIERDO)	$x_1 = [0, 28.67] \text{ m}$, $z_1 = +2.305 \text{ m}$ (ejes Ansys)
SENSOR 2 (EXTREMO DERECHO)	$x_2 = [28.67001, 57.34] \text{ m}$, $z_2 = -2.305 \text{ m}$ (ejes Ansys)

Tabla 4-9: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio FIM para 2 sensores y 6 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 20.3371$ $x_2 = 28.6702$	2.50E+05	8.70 s
100	$x_1 = 20.3371$ $x_2 = 28.6702$	2.50E+05	12.74 s
200	$x_1 = 20.3371$ $x_2 = 28.6702$	2.50E+05	20.33 s

Como se puede ver en la Tabla 4.9, en los tres casos la configuración de sensores con mejor ajuste a la función objetivo es la misma, diferenciándose en el tiempo medio de cálculo. A medida que aumenta el tamaño de la población, además de aumentar el coste computacional, el programa converge con mayor frecuencia a la solución óptima, siendo la gran mayoría de soluciones la configuración óptima en el caso de una población de 200 individuos. Se observa que el coste computacional aumenta en menor medida que el tamaño de población, y que el tiempo de cálculo no es excesivo teniendo en cuenta la complejidad del problema.

El tiempo de cálculo para el caso de 50 individuos se encuentra entre los 7 y 12 segundos, con un tiempo medio de 8.2 s; para el caso de 100 individuos se encuentra entre los 9 y 16 segundos, con un tiempo medio de 12.74 s; y para el caso de 200 individuos se encuentra entre los 17 y 22 segundos, con un tiempo medio de 20.33 s. Se observa que los tiempos medios de cálculo aumentan en menor medida que el tamaño de población de cada caso.

Las posiciones de sensores propuestas por este criterio se encuentran relativamente cerca en el dominio del tablero, lo cual es indicativo de que esta configuración no ha de ser muy correcta. Además, la segunda solución se encuentra a 2 mm del límite inferior impuesto al rango de posicionamiento del segundo sensor, lo cual hace dudar de la calidad de esta configuración.

- **Análisis OSP para 4 sensores**

Posteriormente, se evalúa el criterio FIM en conjunto con el GA implementado en Matlab para resolver el problema OSP de la pasarela ciclopeatonal para el caso de 4 sensores. Como se ha explicado en el caso de 2 sensores, en el caso de resolución del problema OSP para la respuesta de la estructura en las tres direcciones X, Y, Z, los criterios basados en la matriz de Fisher deben contar con un número de sensores tal que la matriz de respuesta modal de la estructura tenga al menos tantas filas, asociadas a la respuesta de los sensores en X, Y, Z, como columnas, asociadas al número de modos. Puesto que el análisis modal del modelo de elementos finitos de la pasarela se llevó a cabo para 11 modos de vibración, para el caso de 4 sensores se debería poder resolver el problema OSP con el código desarrollado para el FIM aplicado al modelo de la pasarela.

Dicho esto, se ejecuta el programa de la FIM en conjunto con el GA 20 de veces para poder caracterizar la convergencia del programa y obtener la solución óptima propuesta por el criterio. Se va a modificar el tamaño de población para comprobar cómo trabaja el programa y los niveles de precisión que tiene para cada configuración de los parámetros, fijando un máximo de 200 generaciones en el GA. También se fijarán las condiciones de contorno de los sensores, que restringirán la movilidad de los 2 primeros sensores a cada mitad de uno de los extremos del tablero, de la misma forma que con los otros 2 sensores en ambas mitades del otro extremo (ver Tabla 4.10). De nuevo, se muestran las configuraciones de sensores con mejor ajuste a la función objetivo para cada configuración, siendo descritas en la Tabla 4.11.

Tabla 4-10: Condiciones de contorno para 4 sensores en pasarela ciclopeatonal.

RANGO A LO LARGO DEL TABLERO (m)

SENSORES 1 Y 2 (EXTREMO IZQUIERDO)	$x_1 = [0, 28.67], x_2 = [28.67001, 57.34], z_{1,2} = +2.305$ (ejes Ansys)
SENSORES 3 Y 4 (EXTREMO DERECHO)	$x_3 = [0, 28.67], x_4 = [28.67001, 57.34], z_{3,4} = -2.305$ (ejes Ansys)

Tabla 4-11: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio FIM para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 17.6830, x_2 = 47.5502, x_3 = 8.9787, x_4 = 29.0278$	6.16E+08	14.13 s
100	$x_1 = 17.6830, x_2 = 47.5502, x_3 = 8.9788, x_4 = 29.0278$	6.16E+08	28.80 s
200	$x_1 = 17.6830, x_2 = 47.5502, x_3 = 8.9788, x_4 = 29.0278$	6.16E+08	29.47 s

Como se aprecia en la Tabla 4.11, en los tres casos la configuración de sensores con mejor ajuste a la función objetivo es la misma, diferenciándose en el tiempo medio de cálculo. A medida que aumenta el tamaño de la población, además de aumentar el coste computacional, el programa converge con mayor frecuencia a la solución óptima, siendo la gran mayoría de soluciones la configuración óptima en el caso de una población de 200 individuos. Así, para una población de 50 individuos se ha obtenido la solución óptima tan solo en el 10% de las ejecuciones del programa y para 100 individuos en el 40%, mientras que para 200 individuos la configuración óptima de sensores se ha obtenido en el 90% de los cálculos. Este hecho muestra una mejora sustancial de la convergencia del programa al aumentar la población.

Se observa que el coste computacional aumenta en menor medida que el tamaño de población, puesto que al cuadruplicar la población el coste computacional ha aumentado el doble. Además, el tiempo de cálculo no es excesivo teniendo en cuenta que se está calculando el posicionamiento óptimo de 4 sensores para 11 modos. Para una población de 50 individuos el coste computacional ha estado entre los 10 y 20 segundos, para 100 individuos entre 14 y 24 s, y para 200 individuos entre 25 y 42 s. Las posiciones de sensores propuestas por este criterio muestran una dispersión a lo largo del tablero, lo que hace pensar que la solución puede ser buena.

Finalmente, se decide evaluar el programa para el caso de 500 individuos, para comprobar cómo aumenta el tiempo computacional, así como para verificar si se consigue una convergencia excelente ante una población grande, obteniéndose la misma solución que en los casos anteriores. El ajuste y el coste computacional también son similares. Aunque el tiempo de cálculo se mueve entre 80 y 90 segundos, el coste computacional ha aumentado en torno a 5 veces para una población de tamaño 10 veces mayor con respecto al caso de población de tamaño 50, por lo que la evolución de este coste es bastante favorable al uso de tamaños de población mayores con los que se obtendrá una gran convergencia, pudiendo afirmar que la relación del aumento del tamaño de población – aumento del coste computacional para este criterio es de 2 a 1.

En la Figura 4.7 se muestra la convergencia del programa que resuelve el problema OSP con el criterio FIM para el caso de 4 sensores y 11 modos.

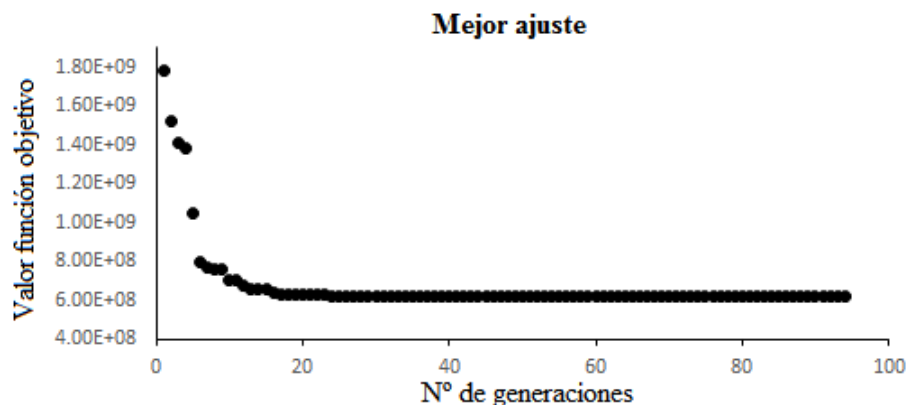


Figura 4-7: Convergencia del criterio FIM. Fuente: Elaboración propia.

4.4. Análisis del posicionamiento óptimo de sensores por el método IE

En esta sección se van a analizar los resultados obtenidos en la resolución del problema OSP de la pasarela de estudio por medio de los códigos implementados en Matlab del criterio de búsqueda de posiciones basada en la IE en conjunto con el GA. En vista de los resultados obtenidos en el análisis del OSP llevado en la sección anterior para el FIM, y teniendo en cuenta que ambos criterios se basan en la matriz de Fisher, se va a proceder de forma análoga exponiendo los diferentes casos que se aborden en el mismo orden.

Como se demostró en la resolución del OSP en la viga biapoyada, los métodos basados en la matriz de Fisher tienen limitaciones con respecto al número de sensores mínimo usado en función del número de modos del problema, hecho que ha sido corroborado en el análisis del OSP para el FIM. Teniendo en cuenta este hecho, se va a realizar el análisis del OSP para los 6 primeros modos de la pasarela para 2 sensores, y posteriormente se realizará el análisis para los 11 modos de vibración de la pasarela para 4 modos.

La naturaleza estocástica del GA hace que el algoritmo aporte diferentes soluciones en cada cálculo. Para evitar la incertidumbre de las soluciones, para cada caso se ejecutará el cálculo OSP tantas veces como sea necesario para conocer la tendencia de la búsqueda que marca la convergencia, y se mostrarán las soluciones que sean representativas.

- **Análisis OSP para 2 sensores**

Se comienza el análisis ejecutando el programa de Matlab del criterio IE en conjunto con el GA para 2 sensores. Teniendo presente la aleatoriedad de la búsqueda de posiciones del algoritmo genético, se efectuarán 20 ejecuciones del programa para cada caso con el fin de caracterizar la convergencia del programa y para encontrar las soluciones óptimas. De esta forma, se va a modificar el tamaño de población para comprobar cómo trabaja el programa y los niveles de precisión que tiene para cada configuración de los parámetros, fijando un máximo de 200 generaciones en el GA. También se fijarán las mismas condiciones de contorno del posicionamiento de los sensores, que restringirán la movilidad del primer sensor a una mitad de uno de los extremos del tablero mientras que el otro sensor se situará en la otra mitad del otro extremo del tablero (ver Tabla 4.8). Las sucesivas soluciones obtenidas para distintos tamaños de población se pueden consultar en la Tabla 4.12.

Tabla 4-12: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio IE para 2 sensores y 6 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 20.3371$ $x_2 = 28.6702$	11.73	7.56 s
100	$x_1 = 20.3371$ $x_2 = 28.6702$	11.73	10.38 s
200	$x_1 = 20.3371$ $x_2 = 28.6702$	11.73	17.44 s

Como se aprecia en la Tabla 4.12, en los tres casos la configuración de sensores con mejor ajuste a la función objetivo es la misma, diferenciándose en el tiempo medio de cálculo. A medida que aumenta el tamaño de la población, además de aumentar el coste computacional, el programa converge con mayor frecuencia a la solución óptima, siendo la gran mayoría de soluciones la configuración óptima en el caso de una población de 200 individuos. Así, para una población de 50 individuos se ha obtenido la solución óptima tan solo en el 25% de las ejecuciones del programa y para 100 individuos en el 35%, mientras que para 200 individuos la configuración óptima de sensores se ha obtenido en el 85% de los cálculos. Este hecho muestra una mejora sustancial de la convergencia del programa al aumentar la población.

El tiempo de cálculo para el caso de 50 individuos se encuentra entre los 6 y 10 segundos, con un tiempo medio de 7.56 s; para el caso de 100 individuos se encuentra entre los 8 y 12 segundos, con un tiempo medio de 10.38 s; y para el caso de 200 individuos se encuentra entre los 15 y 20 segundos, con un tiempo medio de 17.44 s. Se observa que los tiempos medios de cálculo aumentan en menor medida que el tamaño de población de cada caso.

Las posiciones de sensores propuestas por este criterio son idénticas a las resultantes del criterio FIM, y se encuentran relativamente cerca en el dominio del tablero, lo cual es indicativo de que esta configuración no ha de ser muy correcta. Además, la segunda solución se encuentra a 2 mm del límite inferior impuesto al rango de posicionamiento del segundo sensor, lo cual hace dudar de la calidad de esta configuración.

• Análisis OSP para 4 sensores

Posteriormente, se evalúa el criterio IE en conjunto con el GA implementado en Matlab para resolver el problema OSP de la pasarela ciclopeatonal para el caso de 4 sensores. Esta vez, se va a resolver el problema para los 11 primeros modos de vibración del modelo de elementos finitos de la pasarela, en base a las explicaciones realizadas anteriormente en este apartado sobre los métodos basados en la matriz de Fisher.

De forma análoga al caso de resolución del OSP con la FIM, se ejecuta el programa de la IE en conjunto con el GA 20 veces y se escogen las configuraciones con mejor ajuste para cada caso. Se va a modificar el tamaño de población hasta alcanzar la correcta convergencia del GA para comprobar cómo trabaja el programa y los niveles de precisión que tiene para cada configuración de los parámetros, fijando un máximo de 200 generaciones en el GA. También se fijarán las condiciones de contorno de los sensores, que restringirán la movilidad de los 2 primeros sensores a cada mitad de uno de los extremos del tablero, de la misma forma que con los otros 2 sensores en ambas mitades del otro extremo (ver Tabla 4.10).

Al aumentar el número de sensores y de modos a calcular la complejidad del problema es mayor, y para tamaños de población menores se obtendrá una peor convergencia y el programa arrojará alguna configuración no óptima. Así, se opta por plasmar la solución óptima de los 20 cálculos realizados, con el fin de valorar a partir de qué tamaño de población la convergencia es buena y cómo de imprecisas son las soluciones no óptimas obtenidas. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.13.

Tabla 4-13: Posicionamiento óptimo de sensores según criterio IE para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 17.6831, x_2 = 47.5502, x_3 = 8.9789, x_4 = 29.0278$	20.23	9.15 s
100	$x_1 = 17.6831, x_2 = 47.5502, x_3 = 8.9788, x_4 = 29.0278$	20.23	14.69 s
200	$x_1 = 17.6830, x_2 = 47.5501, x_3 = 8.9788, x_4 = 29.0278$	20.23	24.92 s

Como se aprecia en la Tabla 4.13, en los tres casos la configuración de sensores con mejor ajuste a la función objetivo es la misma, diferenciándose en el tiempo medio de cálculo. A medida que aumenta el tamaño de la población, además de aumentar el coste computacional, el programa converge con mayor frecuencia a la solución óptima, siendo la gran mayoría de soluciones la configuración óptima en el caso de una población de 200 individuos. Así, para una población de 50 individuos se ha obtenido la solución óptima tan solo en el 25% de las ejecuciones del programa y para 100 individuos en el 25%, mientras que para 200 individuos la configuración óptima de sensores se ha obtenido en el 80% de los cálculos. Este hecho muestra una mejora sustancial de la convergencia del programa al aumentar la población.

Se observa que el coste computacional aumenta en menor medida que el tamaño de población, puesto que al cuadruplicar la población el coste computacional ha aumentado entre dos y tres veces, por lo que la evolución del tiempo de cálculo favorece el uso de tamaños de población mayores con los que se obtendrá una gran convergencia. Además, el tiempo de cálculo no es excesivo teniendo en cuenta que se está calculando el posicionamiento óptimo de 4 sensores para 11 modos. Para una población de 50 individuos el coste computacional se ha movido entre los 8 y 11 segundos, para 100 individuos entre 12 y 17 s, y para 200 individuos entre 21 y 28 s. Las posiciones de sensores propuestas por este criterio muestran una dispersión a lo largo del tablero, lo que hace pensar que la solución puede ser buena.

En la Figura 4.8 se muestra la convergencia del programa que resuelve el problema OSP con el criterio IE para el caso de 4 sensores y 11 modos.

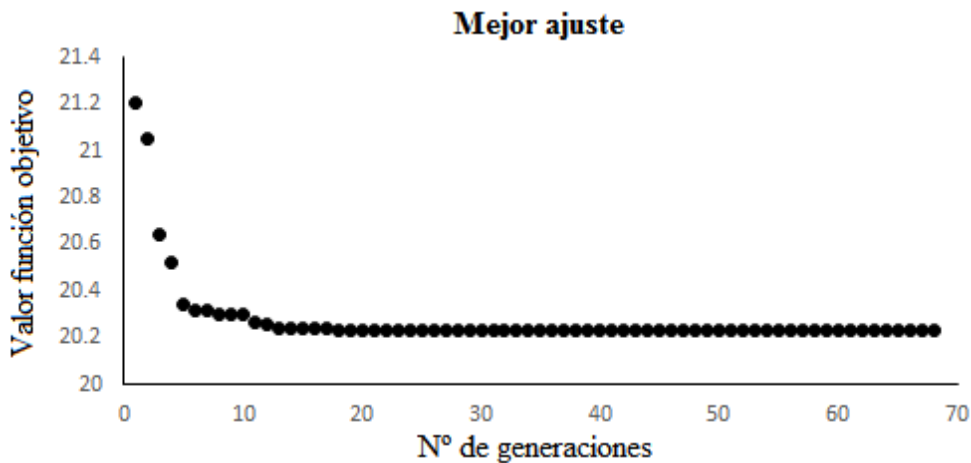


Figura 4-8: Convergencia del criterio IE. Fuente: Elaboración propia.

4.5. Análisis del posicionamiento óptimo de sensores por el método MAC

El tercer y último análisis del OSP aplicado a la pasarela de estudio llevado a cabo en este trabajo se va a realizar con el ya conocido criterio MAC. Al igual que para los criterios de la FIM y la IE, el método de resolución de la configuración óptima de sensores utilizado será el GA expuesto anteriormente, el cual utilizará el código MAC para ajustar la búsqueda de soluciones a las funciones objetivo MAC. Se realizará el análisis OSP para ambas funciones objetivo, cuyos resultados y ajustes nos darán una idea de cuál de las dos es mejor para resolver el problema OSP de nuestra estructura civil.

A diferencia de los dos criterios restantes, el criterio de optimización MAC no presenta ninguna restricción del número de sensores mínimo con respecto a la relación número de sensores - número de modos de vibración. Este hecho da lugar a realizar el cálculo de la configuración óptima con el número deseado de sensores y para cualquier número de modos de vibración del problema. Así, sería posible realizar el análisis del OSP de la pasarela ciclopeatonal con 2 y 4 sensores para los 11 modos de vibración. Sin embargo, al no poder haber resuelto el problema OSP con 2 sensores para 11 modos con los criterios FIM y IE, se va a realizar el análisis del OSP con 2 sensores para los 6 primeros modos de vibración poder realizar una comparativa de resultados de los tres criterios en este caso.

- **Análisis OSP para 2 sensores**

Se comienza el análisis ejecutando el programa de Matlab del criterio MAC en conjunto con el GA para 2 sensores. En este caso, el problema es sustancialmente más complejo que el caso simple de viga biapoyada que utilizamos para comprobar que el GA y los criterios habían sido implementados en Matlab correctamente, por lo que el ajuste será mucho mayor en comparación con dicho caso. Este hecho da un vuelco a la presentación de los resultados con respecto al caso de viga biapoyada, en el que el ajuste límite de parada debía ser fijado para obtener una buena convergencia del programa y soluciones válidas. Así, se fijará el mismo ajuste límite de parada en todos los casos de tamaño de población, el cual no va a ser decisivo en la calidad de los resultados y cuyo valor es el mismo que el usado en los otros dos criterios.

En el código del MAC de Matlab se implementaron las dos funciones objetivo descritas en otro apartado anterior en el que se habló sobre éste criterio. Una de estas funciones objetivo minimizaba el valor máximo de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC, mientras que la otra minimizaba la suma de los valores de los elementos situados fuera de la diagonal de la matriz MAC. Los cálculos se realizarán con ambas funciones objetivo, y los resultados más representativos serán reflejados en las tablas para poder esclarecer cuál de las funciones objetivo tiene un mejor rendimiento en nuestro estudio mediante la comparación de ellos.

Debido al alto coste computacional de este método, inicialmente vamos a ejecutar el programa sin representar las matrices MAC, que como se ha comprobado en las secciones anteriores, de esta forma el tiempo de cálculo se reduce enormemente. Posteriormente se representarán dichas matrices y se hablará del coste computacional de los cálculos representando el MAC. Asimismo, se espera que la precisión de las soluciones sea mejor que los otros criterios para una población inferior.

Estos primeros cálculos corresponden al caso de 2 sensores y 6 modos de vibración, que permitirán analizar el rendimiento de los tres criterios para dicho caso. Se comenzará utilizando un tamaño de población muy bajo debido al alto coste computacional mostrado anteriormente en el ejemplo de la viga biapoyada, esperando que la convergencia en estos pasos iniciales sea nefasta. Se usará la metodología aplicada hasta ahora y mostraremos varios de los resultados obtenidos al ejecutar el programa en cada caso, de forma que los resultados expuestos sean representativos de los obtenidos tras multitud de evaluaciones del código en Matlab. Esto se hace así debido a la naturaleza estocástica del GA, que aporta diferentes soluciones en cada cálculo. Para evitar la incertidumbre de las soluciones y para conocer la tendencia de la búsqueda que marca la convergencia, para cada caso se ejecutará el cálculo OSP 20 veces.

De esta forma, se va a ir aumentando progresivamente el tamaño de población para comprobar cómo trabaja el programa y cuales son niveles de precisión que tiene para cada configuración de los parámetros, fijando un máximo de 200 generaciones en el GA y un ajuste límite de $1E-5$ que será meramente representativo puesto que en ningún caso se alcanzará dicho ajuste y la parada de la búsqueda se producirá por el criterio de convergencia. También se fijarán las mismas condiciones de contorno del posicionamiento de los sensores, que restringirán la movilidad del primer sensor a una mitad de uno de los extremos del tablero mientras que el otro sensor se situará en la otra mitad del otro extremo del tablero (ver Tabla 4.8).

Dicho esto, las sucesivas soluciones obtenidas para distintos tamaños de población para la función objetivo de la Ec. (2.51), a la cual también se referirá como F1, se pueden consultar en la Tabla 4.14. Para que la tendencia de las soluciones según la población quede expuesta en dicha tabla, se ha decidido plasmar en dicha tabla las soluciones con mejor ajuste para cada tamaño de población.

Tabla 4-14: OSP según criterio MAC basado en la Ec. (2.51) para 2 sensores y 6 modos en la pasarela

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)		AJUSTE	TIEMPO
50	$x_1 = 0.6111$	$x_2 = 57.2071$	0.5098	10.3 s
100	$x_1 = 0.6333$	$x_2 = 56.9957$	0.5164	12.4 s
200	$x_1 = 0.6140$	$x_2 = 57.1866$	0.5095	25.3 s

Como se aprecia en la Tabla 4.14, las posiciones óptimas obtenidas para cada caso son muy parecidas, diferenciándose entre ellas en escasos centímetros, y a su vez, el ajuste que presentan también es muy similar. A diferencia del FIM y el IE, las soluciones que aporta el programa del MAC son dispares, principalmente para el caso de menor tamaño de población, y la solución óptima para cada caso solamente se ha dado en una de las veinte ejecuciones del programa. Los ajustes también varían para cada ejecución, y tienden a parecerse más cuando se aumenta el número de individuos, lo cual es indicativo de una mejor convergencia.

El tiempo de cálculo para el caso de 50 individuos se encuentra entre los 8 y 11 segundos, con un tiempo medio de 9.34 s; para el caso de 100 individuos se encuentra entre los 12 y 17 segundos, con un tiempo medio de 13.65 s; y para el caso de 200 individuos se encuentra entre los 21 y 28 segundos, con un tiempo medio de 24.55 s. Se observa que los tiempos medios de cálculo aumentan en menor medida que el tamaño de población de cada caso, puesto que al cuadruplicar el tamaño de población el coste computacional ha aumentado en torno a 2.5 veces.

Las posiciones de sensores propuestas por este criterio son distintas a las resultantes de los criterios anteriores, situándose ambas muy cerca de los extremos del tablero.

Ahora, se va a repetir el mismo proceso resolviendo el problema con la función objetivo de la Ec. 2.52, a la cual también se referirá a partir de ahora como F2. Las soluciones obtenidas se exponen en la Tabla 4.15.

Tabla 4-15: OSP según criterio MAC basado en la Ec. 2.52 para 2 sensores y 6 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)		AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 21.1538$	$x_2 = 29.0270$	1.2300	8.78 s
100	$x_1 = 21.1538$	$x_2 = 29.0269$	1.2300	12.95 s
200	$x_1 = 21.1538$	$x_2 = 29.0270$	1.2300	21.80 s

Como se aprecia en la Tabla 4.15, las posiciones óptimas obtenidas para cada caso son idénticas y presentan el mismo ajuste. A diferencia del caso anterior en el que la función objetivo del MAC era la Ec. 2.51, las soluciones que aporta el programa del MAC para la función objetivo de la Ec. 2.52 se repiten y el número de soluciones distintas es mucho menor para cada caso. Aumentando el tamaño de población se consigue una mejor convergencia del programa, de tal forma que para 200 individuos el programa converge casi siempre a la solución de mejor ajuste. Así, para un tamaño de población de 50 individuos, el programa ha obtenido la solución óptima en el 55% de los casos, para un tamaño de población de 100 individuos, el programa ha obtenido la solución óptima en el 40% de los casos, y para un tamaño de población de 200 individuos, el programa ha obtenido la solución óptima en el 90% de los casos.

El tiempo de cálculo para el caso de 50 individuos se encuentra entre los 6 y 11 segundos, con un tiempo medio de 8.78 s; para el caso de 100 individuos se encuentra entre los 11 y 16 segundos, con un tiempo medio de 13.61 s; y para el caso de 200 individuos se encuentra entre los 20 y 25 segundos, con un tiempo medio de 21.80 s. Se observa que los tiempos medios de cálculo aumentan en menor medida que el tamaño de población de cada caso, puesto que al cuadruplicar el tamaño de población el coste computacional ha aumentado en torno a 2.5 veces.

Con respecto a las soluciones de los criterios FIM y IE, las posiciones de sensores propuestas por esta función

objetivo son parecidas, con una diferencia de menos de 1 m para ambas posiciones. Cabe destacar, que la segunda posición, no se encuentra tan pegada al límite inferior establecido como en las soluciones propuestas por los programas de FIM y IE, lo cual da a entender que este posicionamiento es más efectivo.

Aunque se ha demostrado en las Tablas 4.14 y 4.15 que el criterio MAC tienen un coste computacional ligeramente superior al coste de los criterios FIM y IE, hasta ahora no se ha representado la matriz MAC en las ejecuciones del criterio MAC. La representación de dicha matriz resulta muy útil para comprobar a simple vista cómo se parecen los distintos modos identificados por los sensores, y en este criterio es un paso básico que ha de llevarse a cabo. Al generar Matlab dicha gráfica, el coste computacional se dispara, aumentándose hasta en más de 100 veces con respecto al cálculo de las soluciones sin tal representación. En la Tabla 4.16 se muestran los costes computacionales del programa MAC para ambas funciones objetivo representando la matriz MAC.

Tabla 4-16: Coste computacional del criterio MAC sin y con la representación gráfica de la matriz MAC para sus dos funciones objetivo.

CRITERIO	Max. MAC fuera de la diagonal (F1)		Suma MAC fuera de la diagonal (F2)	
POBLACIÓN	Coste sin MAC	Coste con MAC	Coste sin MAC	Coste con MAC
50	10.3 s	119.14 s	8.78 s	139.88 s
100	12.4 s	235.44 s	12.95 s	256.30 s
200	25.3 s	493.14 s	21.80 s	440.27 s

En las Figuras 4.9 y 4.10 se muestra la convergencia y la matriz MAC del criterio MAC obtenido para ambas funciones objetivo para el caso de 2 sensores y 6 modos.

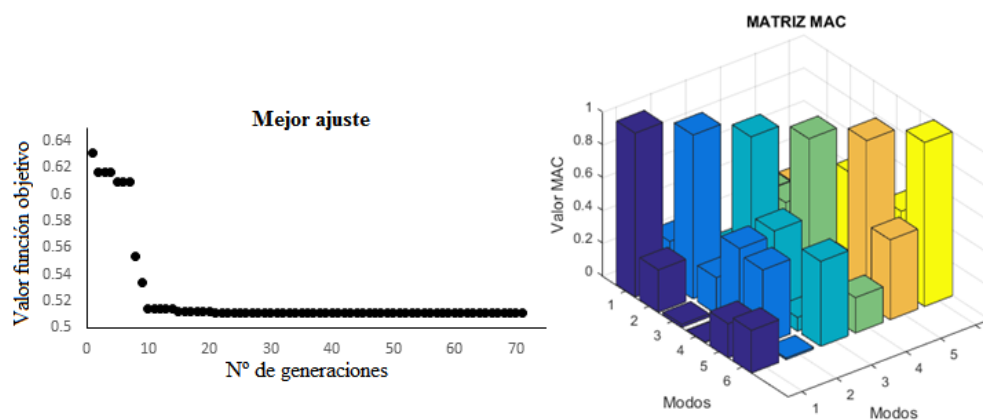


Figura 4-9: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza el valor máximo fuera de la diagonal de la matriz para 2 sensores y 6 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.

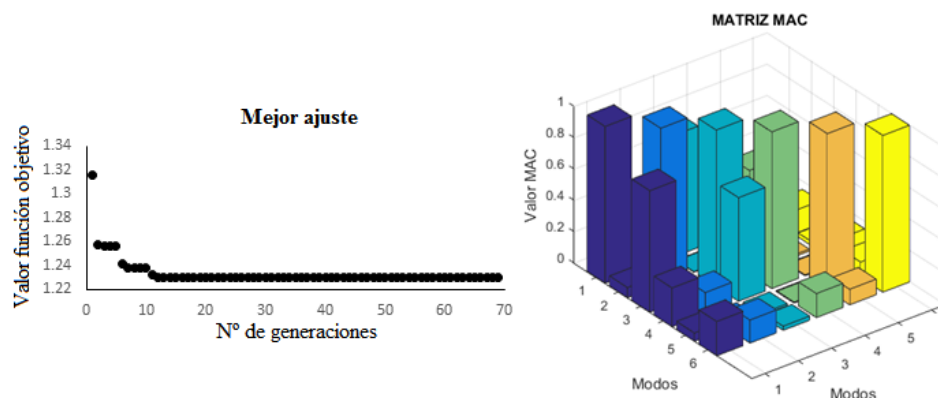


Figura 4-10: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza la suma de los valores fuera de la diagonal de la matriz para 2 sensores y 6 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.

• **Análisis OSP para 4 sensores**

Posteriormente, se evalúa el criterio MAC en conjunto con el GA implementado en Matlab para resolver el problema OSP de la pasarela ciclopeatonal para el caso de 4 sensores. Esta vez, se va a resolver el problema para los 11 primeros modos de vibración del modelo de elementos finitos de la pasarela. Se va a proceder de forma análoga a los dos criterios anteriores, fijándose las mismas condiciones de contorno de los sensores expuestas en la Tabla 4.10. Igualmente, el programa se ejecutará 20 veces para analizar su convergencia y obtener para cada caso la solución óptima.

Nuevamente, se evaluará el programa para cada función objetivo y en el mismo orden que en el apartado anterior. Inicialmente, se realizarán los cálculos sin representar la matriz MAC, puesto que el coste computacional de Matlab para graficar esta matriz en cada generación de la población del GA es muy elevado, y llevar a cabo tantas ejecuciones del programa lleva mucho más tiempo y se obtendrán las mismas soluciones y conclusiones. Posteriormente, se cargará el programa con la representación de la matriz y se comentará la magnitud del incremento de tiempo de cálculo que conlleva dicha operación. Así, los resultados obtenidos para 4 sensores y 11 modos estableciendo como función objetivo la descrita en la Ec. (2.51) sin graficar la matriz MAC se muestran en la Tabla 4.17.

Tabla 4-17: OSP según criterio MAC basado en la Ec. (2.51) para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 17.8582, x_2 = 39.5609, x_3 = 7.8893, x_4 = 47.8700$	0.5693	17.55 s
100	$x_1 = 17.8698, x_2 = 39.5581, x_3 = 7.8925, x_4 = 47.8700$	0.5691	27.86 s
200	$x_1 = 17.8854, x_2 = 39.5475, x_3 = 7.9099, x_4 = 47.8700$	0.5688	49.53 s

Como se aprecia en la Tabla 4.17, las soluciones óptimas que se han obtenido en los tres casos son muy parecidas, diferenciándose entre sí algunas posiciones por escasos centímetros y presentando un ajuste muy similar. Los ajustes de las soluciones obtenidas son bastante dispersos, sobretodo en el caso de menor población, donde el ajuste de las soluciones se encuentra en un rango de 0.56 a 0.71, rango que se va haciendo cada vez más pequeño con el aumento de la población. Este hecho demuestra la mejora de la convergencia del programa al aumentar la población. Por ende, del conjunto de soluciones obtenidas no se han obtenido dos soluciones iguales, lo que quiere decir que cuando se usa la función objetivo de la Ec. (2.51) es necesario ejecutar el programa numerosas veces para dar con la solución óptima.

Se observa que el coste computacional aumenta en menor medida que el tamaño de población, puesto que al cuadruplicar la población el coste computacional ha aumentado entre dos y tres veces, por lo que la evolución del tiempo de cálculo favorece el uso de tamaños de población mayores con los que se obtendrá una gran convergencia. Además, el tiempo de cálculo no es excesivo teniendo en cuenta que se está calculando el posicionamiento óptimo de 4 sensores para 11 modos. Para una población de 50 individuos el coste computacional se ha movido entre los 12 y 30 segundos, para 100 individuos entre 18 y 43 s, y para 200 individuos entre 33 y 83 s. Las posiciones de sensores propuestas por este criterio muestran una dispersión a lo largo del tablero, lo que hace pensar que la solución puede ser buena.

A continuación, se va a repetir el mismo proceso resolviendo el problema con la función objetivo de la Ec. (2.52). Las soluciones obtenidas se exponen en la Tabla 4.18.

Tabla 4-18: OSP según criterio MAC basado en la Ec. (2.52) para 4 sensores y 11 modos en la pasarela.

POBLACIÓN	POSICIONAMIENTO ÓPTIMO (m)	AJUSTE	TIEMPO MEDIO
50	$x_1 = 1.2236, x_2 = 31.2532, x_3 = 17.1192, x_4 = 47.8700$	1.9870	14.41 s
100	$x_1 = 1.2235, x_2 = 31.2532, x_3 = 17.1192, x_4 = 47.8700$	1.9870	23.97 s
200	$x_1 = 1.2236, x_2 = 31.2531, x_3 = 17.1192, x_4 = 47.8700$	1.9870	44.48 s

Como se aprecia en la Tabla 4.18, las posiciones óptimas obtenidas para cada caso son idénticas y presentan el mismo ajuste. De nuevo, los ajustes de las soluciones obtenidas son bastante dispersos, sobretodo en el caso de menor población, donde el ajuste de las soluciones se encuentra en un rango de 1.98 a 3.05, rango que se va haciendo cada vez más pequeño con el aumento de la población. Este hecho demuestra la mejora de la convergencia del programa al aumentar la población.

Se observa que el coste computacional aumenta en menor medida que el tamaño de población, puesto que al cuadruplicar la población el coste computacional ha aumentado tres veces, por lo que la evolución del tiempo de cálculo favorece el uso de tamaños de población mayores con los que se obtendrá una gran convergencia. Además, el tiempo de cálculo no es excesivo teniendo en cuenta que se está calculando el posicionamiento óptimo de 4 sensores para 11 modos. Para una población de 50 individuos el coste computacional se ha movido entre los 12 y 18 segundos, para 100 individuos entre 21 y 31 s, y para 200 individuos entre 34 y 55 s. Las posiciones de sensores propuestas por este criterio muestran una dispersión a lo largo del tablero, lo que hace pensar que la solución puede ser buena.

Aunque se ha demostrado en las Tablas 4.17 y 4.18 que el criterio MAC tienen un coste computacional del orden del doble del coste de los criterios FIM y IE para el caso de 4 sensores y 11 modos de vibración, hasta ahora no se ha representado la matriz MAC en las ejecuciones del criterio MAC, que como se ha dicho anteriormente, incrementa enormemente el tiempo de cálculo del problema OSP. En la Tabla 4.19 se muestran los costes computacionales del programa MAC para ambas funciones objetivo representando la matriz MAC.

Tabla 4-19: Coste computacional del criterio MAC sin y con la representación gráfica de la matriz MAC para las dos funciones objetivo.

CRITERIO	Max. MAC fuera de la diagonal (F1)		Suma MAC fuera de la diagonal (F2)	
	Coste sin MAC	Coste con MAC	Coste sin MAC	Coste con MAC
50	17.55 s	211.89 s	14.41 s	280.14 s
100	27.86 s	424.04 s	23.97 s	395.53 s
200	49.53 s	889.77 s	44.48 s	775.55 s

En las Figuras 4.11 y 4.12 se muestra la convergencia y la matriz MAC del criterio MAC obtenido para ambas funciones objetivo para el caso de 4 modos y 11 sensores.

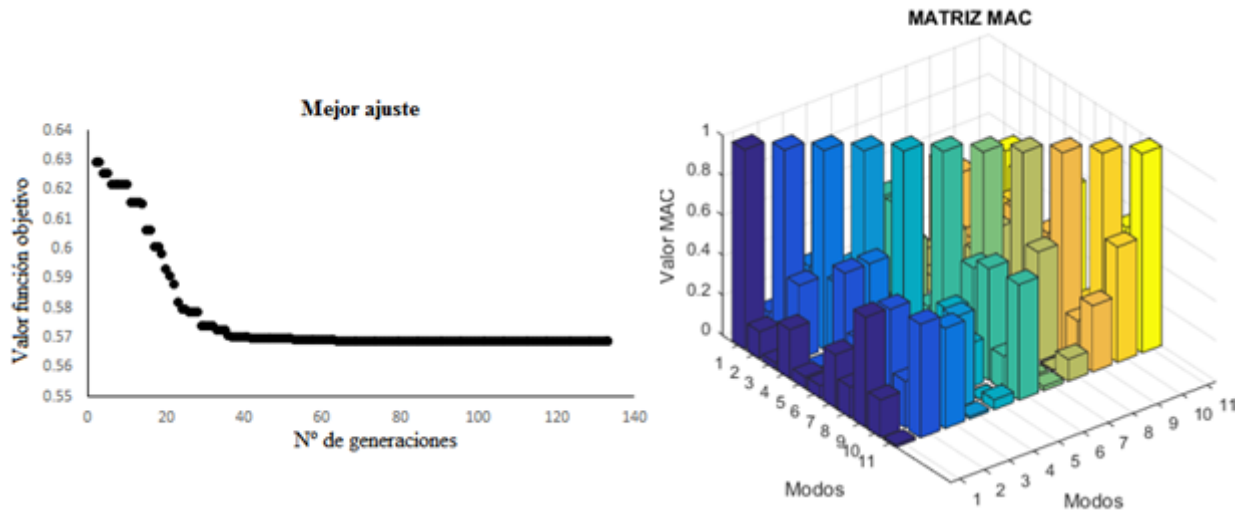


Figura 4-11: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza el valor máximo fuera de la diagonal de la matriz para 4 sensores y 11 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.

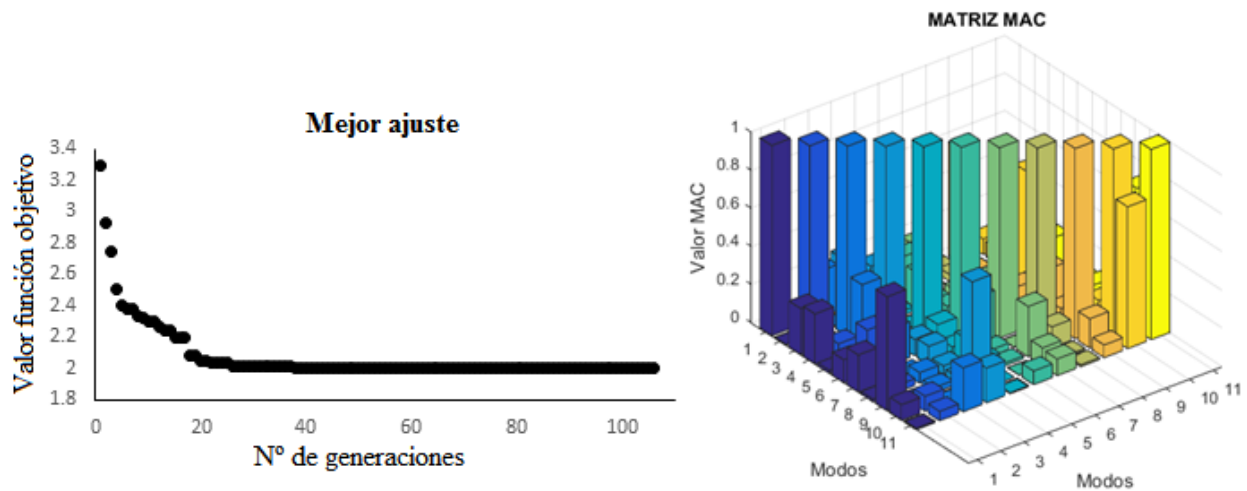


Figura 4-12: Convergencia y matriz MAC para la función objetivo que minimiza la suma de los valores fuera de la diagonal de la matriz para 4 sensores y 11 modos de vibración. Fuente: Elaboración propia.

4.6. Discusión de resultados

Para cerrar este capítulo, se van a discutir los resultados obtenidos en la sección anterior en la que se ha resuelto el problema OSP de la pasarela ciclopeatonal de Tablada (Sevilla) mediante un GA en conjunto con tres criterios de optimización: el criterio de garantía modal (MAC), el criterio de la matriz de información de Fisher (FIM) y la entropía de la información (EI). Tal problema ha sido resuelto por cada criterio para dos casos: para 2 sensores y 6 modos y para 4 sensores y 11 modos de vibración. Además, el criterio MAC ha sido utilizado con dos funciones objetivo distintas. La razón por la que se realiza esta sección es considerar si los resultados obtenidos hasta ahora son suficientes como para poder sacar conclusiones claras sobre los métodos abordados en un análisis de resultados que se realizará posteriormente.

En adición a las cuestiones teóricas expuestas sobre los métodos OSP, las soluciones aportadas en las 3 secciones anteriores nos permiten evaluar la convergencia y el coste computacional de los 3 métodos OSP. Esto aportará información suficiente como para destacar el desempeño de cada criterio en cada caso, pero no permitirá determinar cuál de las configuraciones de sensores basadas en el OSP aporta una mayor información estructural en cada caso, o lo que es lo mismo, cuáles de los *setups* propuestos por cada criterio es mejor para monitorizar la estructura civil, independientemente del desempeño del criterio en cuestión. Puesto que uno de los objetivos principales de este proyecto es determinar cómo de adecuados son los métodos de posicionamiento óptimo para

la monitorización continua de estructuras, y con los resultados obtenidos en los procesos llevados a cabo hasta ahora no podemos determinar cuan óptimos son los *setups* de cada método OSP, es necesario realizar un estudio con otro enfoque que permita de alguna forma conseguir tal fin.

Así, para determinar la cantidad de información que detectan las distintas posiciones de sensores sobre el comportamiento dinámico de la estructura se va a realizar un análisis modal operacional numérico. A diferencia del análisis modal operacional experimental ejecutado previamente, no se va a realizar un ensayo de vibración ambiental en la propia pasarela, sino que se va a simular dicho ensayo en el modelo de Ansys de la estructura. Para ello, se va a excitar el modelo de Ansys con un ruido generado en Matlab que simule la excitación ambiental de la pasarela. Tal excitación se define en Matlab como un vector aleatorio de distribución normal de tamaño 60.000, acompañado de un vector de tiempo del mismo tamaño con elementos de 0.01 hasta 600 aumentando de 0.01 en 0.01, para simular un ensayo de vibración ambiental de 600 s.

Posteriormente, se realiza un análisis transitorio en Ansys en el que se aplican inicialmente las condiciones de contorno y posteriormente se realiza un paso de carga en el que se aplica el vector de ruido generado en Matlab como fuerzas en cada uno de los nodos de la estructura en las 3 direcciones. El tiempo de cálculo es de 600 s puesto que este es el tiempo invertido en medir las aceleraciones de la estructura con los sensores en la pasarela. Tras completar el análisis, se extraen las aceleraciones del modelo en las 3 direcciones en una de las posiciones OSP propuestas por los tres criterios según los resultados obtenidos en las 3 secciones anteriores.

Hasta aquí, se habría realizado el ensayo de vibración ambiental de forma numérica, y de ahora en adelante se actúa de forma similar a cuando se hizo por primera vez el OMA de la pasarela, es decir, las aceleraciones obtenidas en cada posición de sensores se implementan en Artemis para evaluar qué modos identifica cada *setup*. A diferencia del primer OMA realizado, en este solo se implementa un solo *setup* por cada análisis modal, ya que queremos saber cómo caracteriza cada *setup* el comportamiento dinámico de la estructura de forma individual, para poder comparar posteriormente los diagramas de densidad espectral correspondiente a cada configuración.

De este modo, en primer lugar, se agregan al modelo de Artemis de la pasarela los puntos geométricos de las posiciones obtenidas por los 3 criterios OSP en Matlab. Luego se importan las aceleraciones de cada uno de los puntos obtenidos del modelo de Ansys correspondientes a una de las configuraciones OSP, y se asocian a los puntos geométricos en las direcciones correspondientes, puesto que los ejes de referencia de Ansys y de Artemis son diferentes. Tras esto se procesa la señal implementada y se observa la respuesta en frecuencia obtenida del OMA a través del método *Frequency Domain Decomposition* (FDD). Esto se repetiría para cada una de las configuraciones, con el fin de obtener un diagrama de densidad de espectral para cada caso y poder compararlos. Así, en las Figuras 4.13, 4.14 y 4.15 se muestran tales diagramas para cada criterio en los casos de 2 y 4 sensores.

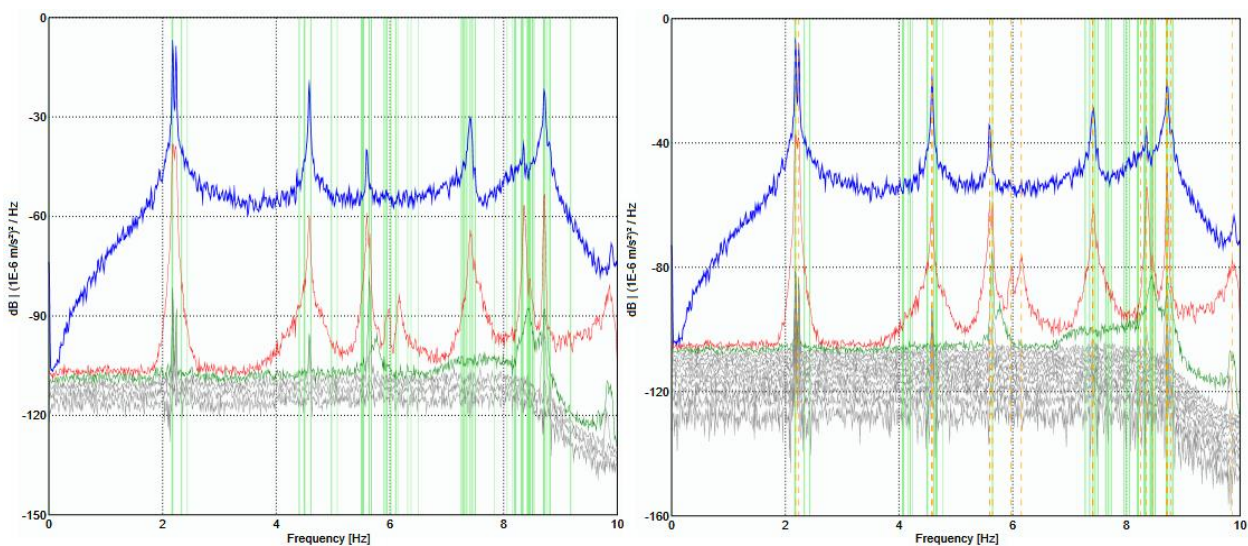


Figura 4-13: Diagrama de densidad espectral en frecuencia de la señal de los *setups* de 2 y 4 sensores (de izquierda a derecha) propuestos por los criterios FIM y IE. Fuente: Elaboración propia.

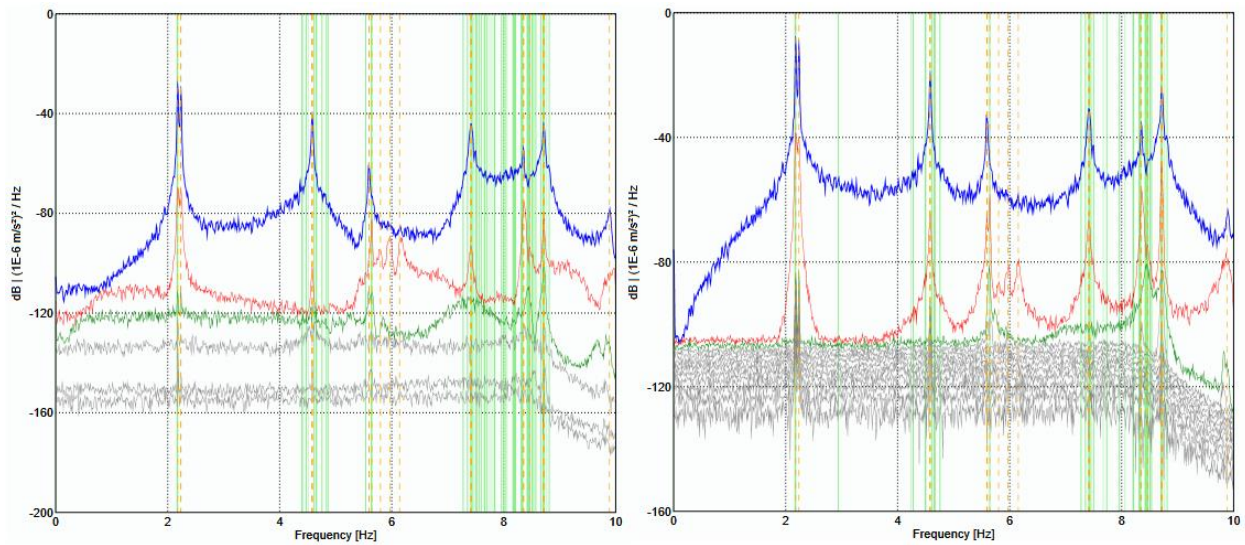


Figura 4-14: Diagrama de densidad espectral en frecuencia de la señal de los setups de 2 y 4 sensores (de izquierda a derecha) propuestos por el criterio MAC basado en la función objetivo F1. Fuente: Elaboración propia.

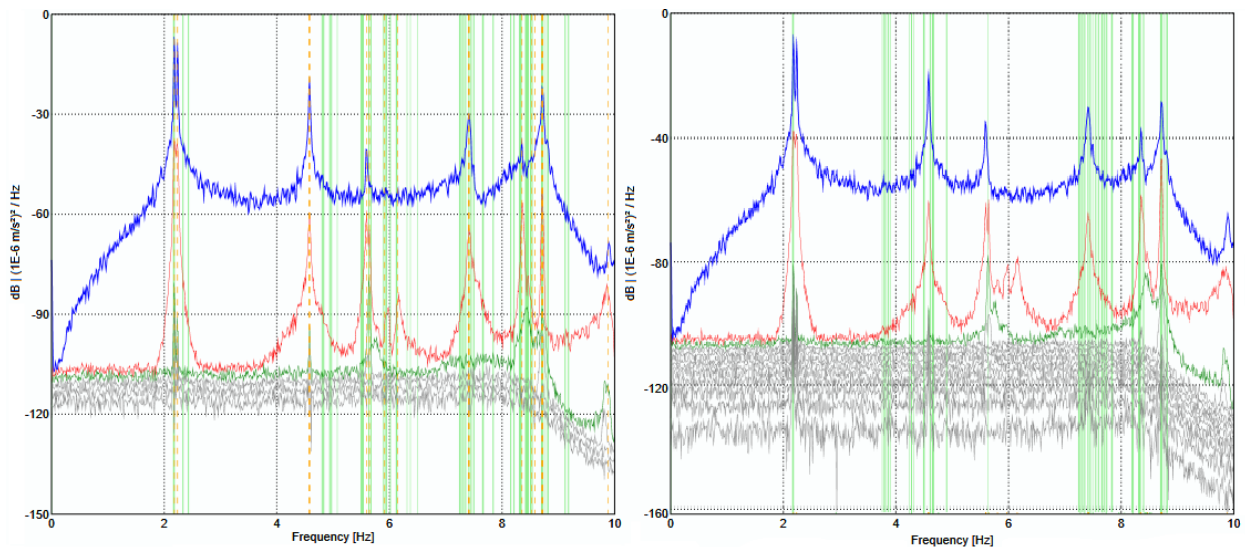


Figura 4-15: Diagrama de densidad espectral en frecuencia de la señal de los setups de 2 y 4 sensores (de izquierda a derecha) propuestos por el criterio MAC basado en la función objetivo F2. Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en la Figura 4.13, la respuesta en frecuencia de las configuraciones de sensores correspondientes a los criterios FIM y IE son iguales, puesto que sus *setups* son idénticos. Además, ambos *setups* son bastante parecidos a los del criterio MAC para F2 para 2 sensores (ver Figura 4.14), cuyo diagrama de densidad de frecuencia también presenta importantes similitudes con los dos anteriores. Por su parte, el criterio MAC para F1 propuso una configuración de sensores totalmente distinta a la del resto de criterio, y es por ello que su respuesta en frecuencia es diferente de las demás gráficas para ambos casos (ver Figura 4.15).

Por otro lado, las respuestas en frecuencia de las configuraciones de sensores para 4 sensores presentan una forma similar con los mismos picos de frecuencia. De nuevo, las correspondientes a los criterios FIM y IE son iguales, puesto que sus *setups* son idénticos, mientras que las gráficas para ambas funciones del criterio MAC son similares, pero en cada una los picos de frecuencia tienen un rango determinado de densidad espectral.

En las Tablas 4.20 y 4.21 se exponen los modos identificados por el método FDD así como las frecuencias asociadas a cada uno. Como se puede observar, las frecuencias son muy parecidas, con la diferencia de que en cada caso los métodos identifican un número de modos diferente para cada criterio. Analizando éste fenómeno, así como las gráficas de respuesta en frecuencia de las señales, se podrá estimar la calidad de las respuestas aportadas por los criterios OSP, y así, en conjunto con los resultados expuestos en las secciones anteriores, se tendrá la información suficiente sobre los criterios como para sacar un conjunto sólido de conclusiones que apoyen las sentencias finales de este trabajo.

Tabla 4-20: Frecuencias resultantes del OMA numérico por el método FDD para 2 sensores.

MODO	f_{exp} (Hz)	$f_{FIM\ y\ IE}$ (Hz)	$f_{MAC\ F1}$ (Hz)	$f_{MAC\ F2}$ (Hz)	$ \Delta f_{FIM\ y\ IE} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F1} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F2} $ (Hz)
1º vertical	2.58	2.275	2.236	2.275	0.305	0.344	0.305
2º lateral	4.472	4.58	5.576	4.531	0.108	1.104	0.059
7º vertical	8.093	8.74	-	8.74	0.647	-	0.647

Tabla 4-21: Frecuencias resultantes del OMA numérico propuestas por el método FDD para 4 sensores.

MODO	f_{exp} (Hz)	$f_{FIM\ y\ IE}$ (Hz)	$f_{MAC\ F1}$ (Hz)	$f_{MAC\ F2}$ (Hz)	$ \Delta f_{FIM\ y\ IE} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F1} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F2} $ (Hz)
1º lateral	2.119	2.144	2.144	2.144	0.025	0.025	0.025
1º vertical	2.58	2.237	-	2.237	0.343	-	0.343
2º lateral	4.472	4.579	4.579	4.579	0.107	0.107	0.107
5º vertical	6.987	5.593	5.591	5.592	1.394	1.396	1.395
7º vertical	8.093	8.664	8.662	-	0.571	0.569	-

5 CONCLUSIÓN

Para cerrar este trabajo fin de master, se van a sacar unas conclusiones a partir del análisis de los resultados de la aplicación de los tres criterios de optimización al caso real de estudio, obtenidos en el *Capítulo 4 Aplicación de los Métodos de Posicionamiento Óptimo de Sensores al Caso de Estudio*. Las conclusiones que se expondrán en este capítulo darán a conocer cuáles son las deficiencias y virtudes de cada uno de los métodos OSP analizados, cuál es la tendencia de la configuración óptima de parámetros para cada problema según su naturaleza, así como determinar cuál es la mejor técnica para monitorizar de forma continua estructuras civiles teniendo en cuenta la comparativa de las características de los métodos.

En primer lugar, y en base a los resultados y comentarios expuestos en el capítulo anterior, se van a analizar las soluciones obtenidas para cada uno de los métodos OSP con el fin de comparar los distintos aspectos de interés en las técnicas de optimización de configuración de sensores a partir de algoritmos genéticos, como es el coste computacional, la calidad de las soluciones óptimas propuestas por cada criterio, cómo de precisa es la convergencia para un tamaño de población determinado, la relación calidad de las soluciones - tiempo de computación, etc.

Luego, del análisis de resultados se sacará un conjunto de conclusiones que den respuesta al objetivo principal de este proyecto, que es desarrollar una metodología que nos permita determinar el posicionamiento óptimo de los sensores para poder realizar la monitorización continua de las estructuras civiles de la forma más efectiva posible. Estas no solo serán conclusiones sobre los resultados obtenidos, sino que serán una serie de argumentos globales de la totalidad de este trabajo fin de master, que permitan al lector tener una idea clara de cuáles son los frutos del trabajo fin de master y de las aportaciones que se han realizado a la comunidad científica por la realización de este proyecto.

Finalmente, se propondrán líneas de investigación en las que se puede trabajar para continuar y ampliar este trabajo fin de master para futuros proyectos, con el objeto de facilitar el punto de partida de sucesivos estudios sobre el posicionamiento óptimo de sensores. Estas líneas de investigación serán, principalmente, el estudio de mejoras recientes de los algoritmos expuestos en el *Capítulo 3 Caso de Estudio: Pasarela Ciclopeatonal de Tablada (Sevilla)*, las cuales pueden presentar un mejor rendimiento en el cálculo de configuraciones óptimas de sensores.

5.1. Análisis de resultados obtenidos

En la presente sección, se va a realizar un análisis de los resultados y comentarios expuestos en el capítulo anterior para poder destacar las diferencias que existen entre los métodos OSP en los que se ha hecho hincapié en este trabajo fin de master, así como las principales características que permitan describir el desempeño de cada uno de los criterios.

Primeramente, se van a considerar dos aspectos íntimamente relacionados como son la convergencia y el coste computacional de los criterios. Observando las gráficas de convergencia de los 3 criterios expuestas en el capítulo anterior, se pueden destacar algunas diferencias entre los métodos OSP de estudio. Las gráficas de convergencia de los criterios FIM e IE son similares, alcanzando el criterio IE su valor óptimo en generaciones anteriores y con un número de generaciones menor con respecto al criterio FIM, lo cual se traduce en un mayor tiempo de cálculo. Por ello, se puede decir que **la convergencia del criterio IE es superior a la del criterio FIM**.

En cuanto al criterio MAC, la gráfica de convergencia de la función objetivo que minimiza el valor máximo de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC manifiesta una curva de convergencia escalonada que tarda en encontrar la solución óptima, mientras que la gráfica de convergencia de la función objetivo que minimiza la suma de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC presenta una curva de convergencia con una forma similar a la de los criterios FIM y IE que alcanza su valor óptimo en generaciones anteriores con respecto a la primera función objetivo del criterio MAC. Además, la matriz MAC de la segunda función objetivo

muestra un mejor ajuste en general, identificando únicamente tres pares de modos similares, uno de los cuales (modos 10 y 11) ya de por sí fue identificado como similar por el OMA realizado en la pasarela. Ambas funciones objetivo del criterio MAC presentan un número de generaciones mayores a las dos funciones objetivo de los criterios basados en la matriz de Fisher.

En base a estos comentarios realizados sobre la convergencia de los criterios, **se puede afirmar que el criterio IE presenta la mejor convergencia de los criterios de estudio, y que la convergencia del criterio MAC varía notablemente para sus dos funciones objetivo.** Cabe añadir que el criterio MAC presenta una convergencia más robusta cuando utiliza la función objetivo basada en la suma de los elementos fuera de la diagonal de su matriz (F2) en comparación con el caso en el que se usa la función objetivo basada en el mayor elemento fuera de la diagonal de la matriz MAC (F1).

En cuanto al tiempo de cálculo de cada método, en el capítulo anterior se elaboraron tablas que contienen tal información para cada caso. Para abordar esta característica, se van a comparar los resultados para el caso de 4 sensores y 11 modos, puesto que en esta situación los programas están expuestos a un problema más complicado que puede ser más representativo de cualquier otro problema OSP real que se pueda originar.

Así, en la Tabla 5.1 se exponen los costes computacionales de los 3 criterios OSP, diferenciando los costes de ambas funciones objetivo del MAC con o sin representación de la matriz MAC. A la hora de analizar los tiempos expuestos en la Tabla 5.1 y a lo largo de este proyecto, hay que considerar que todos los cálculos se han realizado con un ordenador portátil con un procesador Intel Core i5-3230M de dos núcleos a 2.6 GHz y una RAM de 4 GB. En dicha tabla se puede comprobar que el método IE tiene el menor coste seguido del criterio FIM, mientras que el MAC es el criterio que mayor tiempo de cálculo precisa. Dentro del criterio MAC, la función objetivo que minimiza la suma de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC (F1) presenta un coste computacional ligeramente mayor a la otra función objetivo (F2). Analizando estos resultados se comprueba que la calidad de la convergencia y el coste computacional de los métodos están muy relacionados.

Tabla 5-1: Costes computacionales de los criterios OSP.

POBLACIÓN	COSTE FIM	COSTE IE	COSTE MAC (F1)		COSTE MAC (F2)	
			Sin MAC	Con MAC	Sin MAC	Con MAC
50	14.13 s	9.15 s	17.55 s	211.89 s	14.41 s	280.14 s
100	28.80 s	14.69 s	27.86 s	424.04 s	23.97 s	395.53 s
200	29.47 s	24.92 s	49.53 s	889.77 s	44.48 s	775.55 s

Como se puede observar, la representación de la matriz MAC supone un incremento desmesurado del tiempo de cálculo para las dos funciones objetivo, multiplicando el coste computacional aproximadamente por 18 en ambos casos para una población de tamaño 200. Así, para este tamaño de población y representando la matriz MAC se superan los 10 minutos de cálculo para ambas funciones objetivo. Este tiempo de cálculo puede no parecer desorbitado, pero si se tiene en cuenta que los programas se han ejecutado 20 veces para cada caso para asegurarnos de obtener la solución óptima para cada criterio debido al factor aleatorio del GA, el lector se podrá dar cuenta de la magnitud que alcanza el coste computacional al representar la matriz MAC.

Así, el tiempo medio transcurrido en total para obtener las soluciones óptimas del criterio FIM es de aproximadamente 24 minutos, en obtener las soluciones óptimas del criterio IE es de unos 16 min, para el criterio MAC usando la función F1 sin representación de la matriz MAC el coste es de unos 32 min, y para el criterio MAC usando la función F2 sin representación de la matriz MAC el coste es de unos 28 min. Sin embargo, con la representación de la matriz MAC, el tiempo de cálculo total supera las 8 h para ambas funciones. Estos datos reflejan el mayor coste computacional que presenta el MAC sobre los otros dos criterios, concordando con la información teórica analizada en múltiples artículos científicos en el *Capítulo 2 Posicionamiento Óptimo de Sensores (OSP): Estado del Arte*.

En cuanto a las configuraciones óptimas propuestas por cada criterio, en la Tabla 5.2 se exponen los resultados aportados por cada programa tras ser ejecutados multitud de veces para obtener las soluciones óptimas, como ya se ha explicado anteriormente. Se puede observar que los métodos basados en la matriz de

Fisher (FIM y IE) aportan las mismas soluciones en los dos casos, por lo la diferencia entre estos dos criterios radicaría en que **el método IE es una mejora del método FIM por su mejor convergencia y menor coste computacional**. Por su parte, el criterio MAC aporta soluciones distintas para ambas funciones objetivo.

Tabla 5-2: Configuraciones óptimas propuestas por los criterios OSP.

CRITERIOS OSP	CONFIGURACIONES ÓPTIMAS (m) [según ejes Artemis]	
	2 SENSORES	4 SENSORES
FIM	$x_1 = 20.3371, y_1 = 0$ $x_2 = 28.6702, y_2 = 4.2$	$x_1 = 17.6830, x_2 = 47.5502, y_{1,2} = 0$ $x_3 = 8.9788, x_4 = 29.0278, y_{3,4} = 4.2$
IE	$x_1 = 20.3371, y_1 = 0$ $x_2 = 28.6702, y_2 = 4.2$	$x_1 = 17.6830, x_2 = 47.5501, y_{1,2} = 0$ $x_3 = 8.9788, x_4 = 29.0278, y_{3,4} = 4.2$
MAC (F1)	$x_1 = 0.6140, y_1 = 0$ $x_2 = 57.1866, y_2 = 4.2$	$x_1 = 17.8854, x_2 = 39.5475, y_{1,2} = 0$ $x_3 = 7.9099, x_4 = 47.8700, y_{3,4} = 4.2$
MAC (F2)	$x_1 = 21.1538, y_1 = 0$ $x_2 = 29.0270, y_2 = 4.2$	$x_1 = 1.2236, x_2 = 31.2531, y_{1,2} = 0$ $x_3 = 17.1192, x_4 = 47.8700, y_{3,4} = 4.2$

Para visualizar fácilmente las configuraciones expuestas en esta tabla, se van a representar gráficamente los *setups* de 2 y 4 sensores. Como podemos ver en la Figura 5.1, en la que se representan las configuraciones de 2 sensores, además de ser idénticas las configuraciones de los métodos basado en la matriz de Fisher, son similares a la configuración de 2 sensores propuesta el MAC para la función objetivo basada en la suma de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC (F2). Sin embargo, el segundo sensor de los criterios FIM y IE se encuentra en el límite inferior de su rango de movimiento, lo cual da a entender que la solución puede no ser demasiado buena, o al menos, no tanto como la aportada por el criterio MAC para F2. Por su parte, la configuración de 2 sensores del criterio MAC para F1 es totalmente distinta al resto, por lo que no podemos decir si es mejor o peor al resto de configuraciones visualmente.

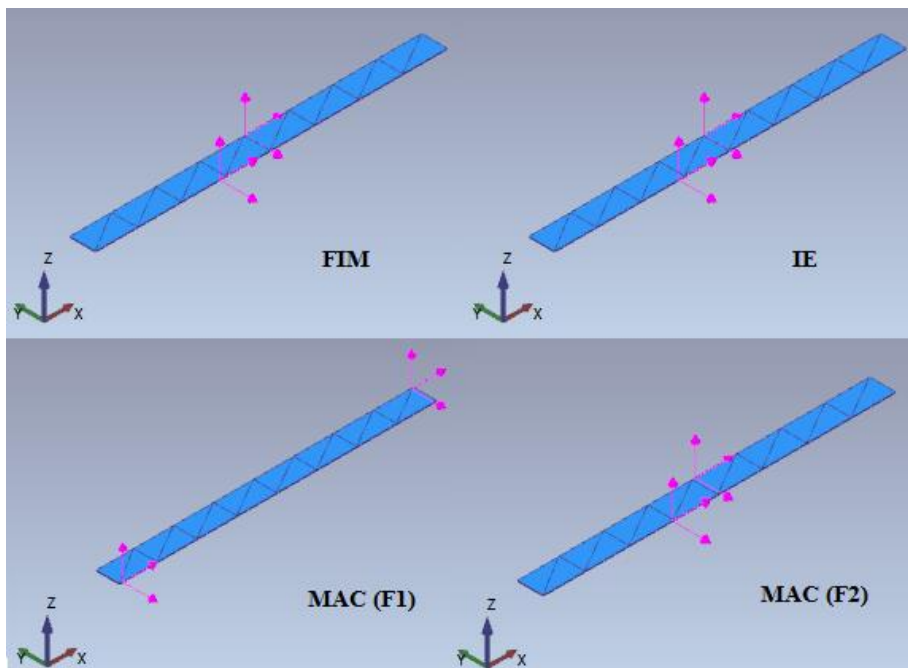


Figura 5-1: Representación de configuraciones de 2 sensores según criterios OSP. Fuente: Elaboración propia.

Puesto que el análisis visual de las configuraciones de sensores no nos permite determinar con certeza la calidad es estos *setups*, para conseguir tal fin es necesario comparar los diagramas de densidad de frecuencia dados por el OMA numérico realizado en el capítulo anterior.

Para ello, la Figura 5.2 compila las respuestas de las señales en frecuencia para las configuraciones de 2 sensores. En esta imagen se observa que los picos se encuentran en puntos de frecuencia muy similares a las frecuencias naturales de la estructura, incluso en frecuencias asociadas a ciertos modos para los que los sensores no fueron calculados debido a la restricción de modos de los métodos basados en la matriz de Fisher, lo cual manifiesta un buen posicionamiento de los sensores en general. Como se puede apreciar en ella, los criterios FIM y IE comparten el mismo diagrama ya que el *setup* es el mismo en ambos casos, y además guarda bastante similitud con el diagrama del MAC basado en la función objetivo F2. En esta situación, podría parecer que la calidad de estas tres configuraciones es igual, pero el hecho de que uno de los dos sensores de los criterios FIM e IE coincida con el límite inferior de su rango de movimiento indica que estos criterios deben tener una cierta afinidad a situar los sensores en los límites de su movimiento en los casos en los que una posición óptima se encuentre cerca de estos perímetros.

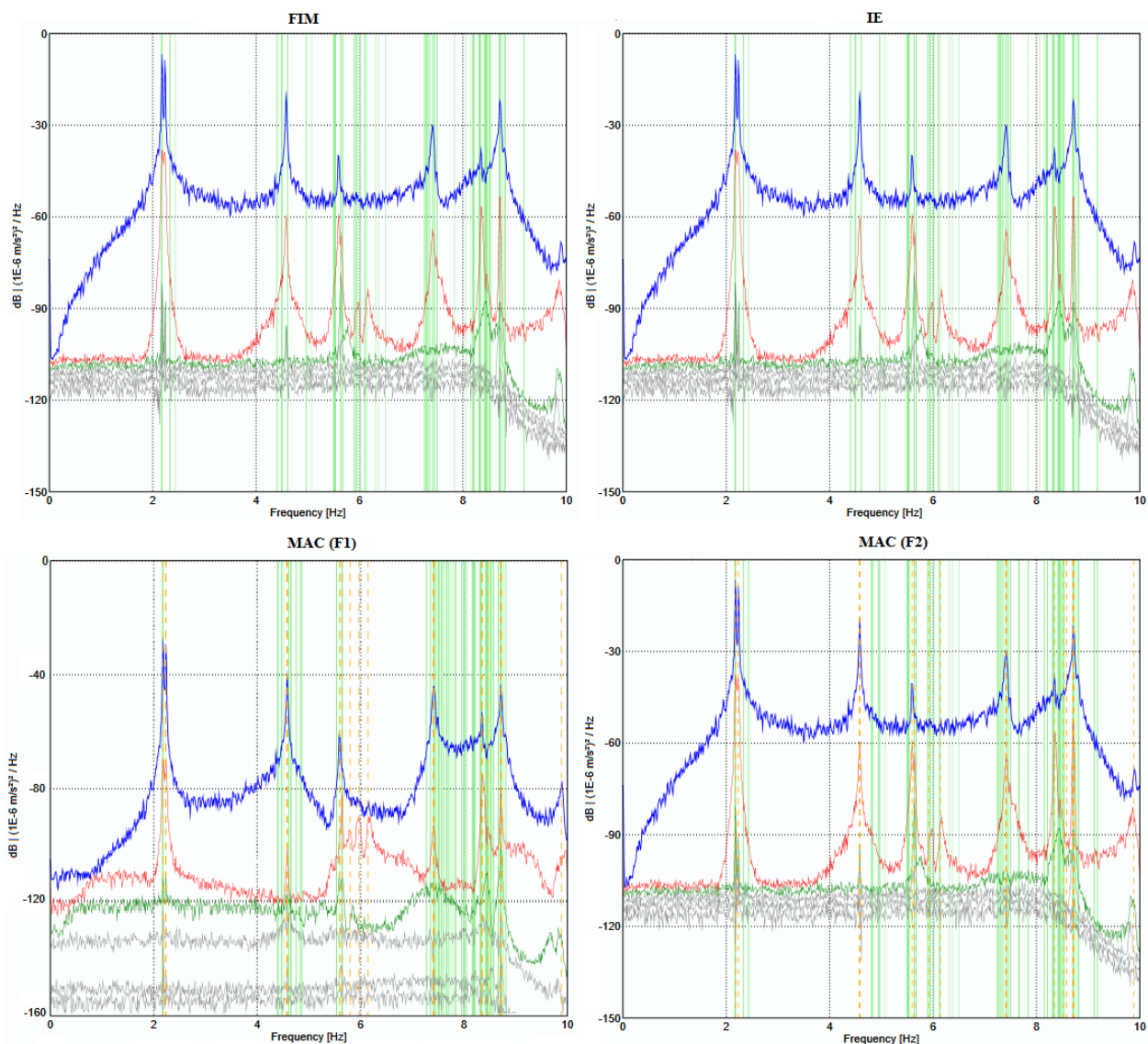


Figura 5-2: Respuesta en frecuencia de la señal de los *setups* de 2 sensores propuestos por cada criterio OSP. Fuente: Elaboración propia.

Por otra parte, si analizamos las frecuencias expuestas en la Tabla 5.3, podemos observar que son realmente parecidas en todos los criterios, con la diferencia de que el método MAC para la función objetivo F1 aporta un modo de vibración menos que los otros dos. Ello, sumado al hecho de que la solución del MAC para F1 propone un *setup* de sensores casi en los extremos del vano, nos lleva a decir que **el criterio MAC basado en la función objetivo F1 es el que aporta una peor solución para el caso de 2 sensores**. Comparando las frecuencias de los métodos FIM y IE con el MAC para la función objetivo F2 se observa una mejor aproximación de uno de los modos. Por este motivo, y por la ya mencionada afinidad de los criterios FIM y IE a situar los sensores en los límites de su movimiento en los casos en los que una posición óptima se encuentre cerca de estos perímetros, se puede afirmar que **la calidad de la configuración de sensores del criterio MAC basado en la función objetivo F2 para 2 sensores es ligeramente mejor que la de los criterios FIM y IE para el caso de 2 sensores**.

Tabla 5-3: Frecuencias resultantes del OMA numérico por el método FDD para 2 sensores.

MODO	f_{exp} (Hz)	$f_{FIM\ y\ IE}$ (Hz)	$f_{MAC\ F1}$ (Hz)	$f_{MAC\ F2}$ (Hz)	$ \Delta f_{FIM\ y\ IE} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F1} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F2} $ (Hz)
1º vertical	2.58	2.275	2.236	2.275	0.305	0.344	0.305
2º lateral	4.472	4.58	5.576	4.531	0.108	1.104	0.059
7º vertical	8.093	8.74	-	8.74	0.647	-	0.647

Repetimos el mismo proceso para analizar las configuraciones de los criterios para el caso de 4 sensores, comenzando por la representación gráfica del posicionamiento de estos *setups* en la Figura 5.3. Como podemos ver en la imagen, las configuraciones de los criterios OSP presentan una buena distribución a lo largo del tablero, lo cual denota un buen posicionamiento inicial de los sensores. De nuevo, las configuraciones de los criterios FIM y IE son iguales, pero se desconoce si estas configuraciones aportan una mayor o menor cantidad de información de los modos que las correspondientes al criterio MAC.

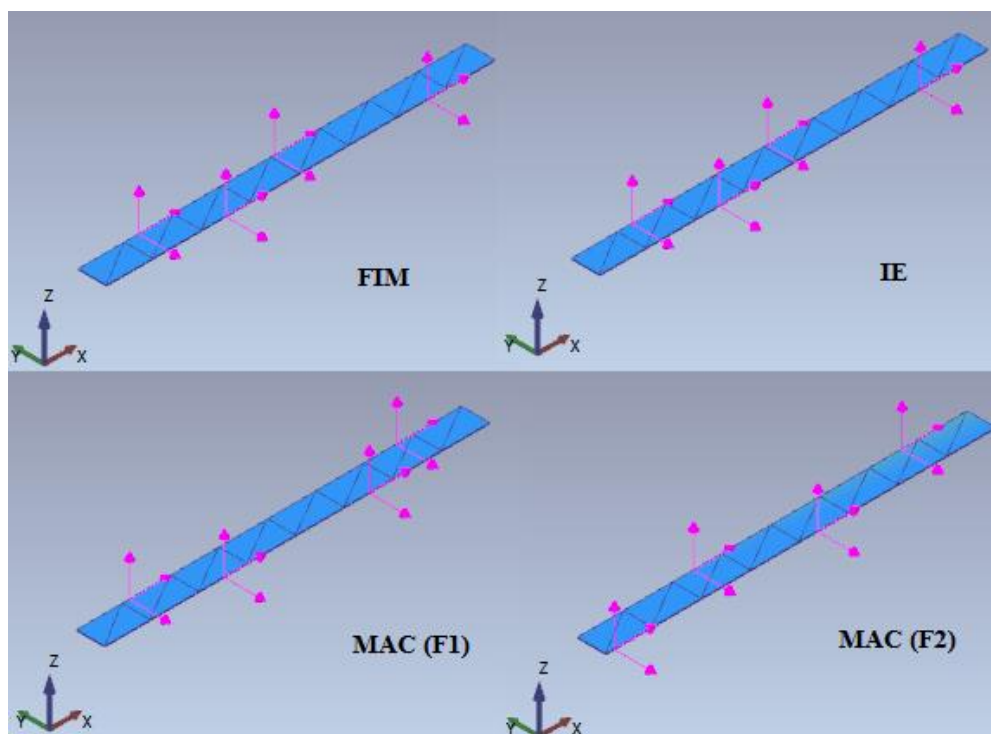


Figura 5-3: Representación de configuraciones de 4 sensores según criterios OSP. Fuente: Elaboración propia.

Debido a ello, volvemos a analizar los diagramas de densidad espectral de las señales para el caso de 4 sensores, recogidos en la Figura 5.4. En esta figura se observa que los picos se encuentran en puntos de frecuencia muy similares a las frecuencias naturales de la estructura que se encuentran entre 0 y 10 Hz, lo cual manifiesta un buen posicionamiento de los sensores en general. A simple vista, parece que el desempeño de las 4 configuraciones es el mismo, pero en la identificación de algunos modos reside la distinción entre la calidad de los *setups*.

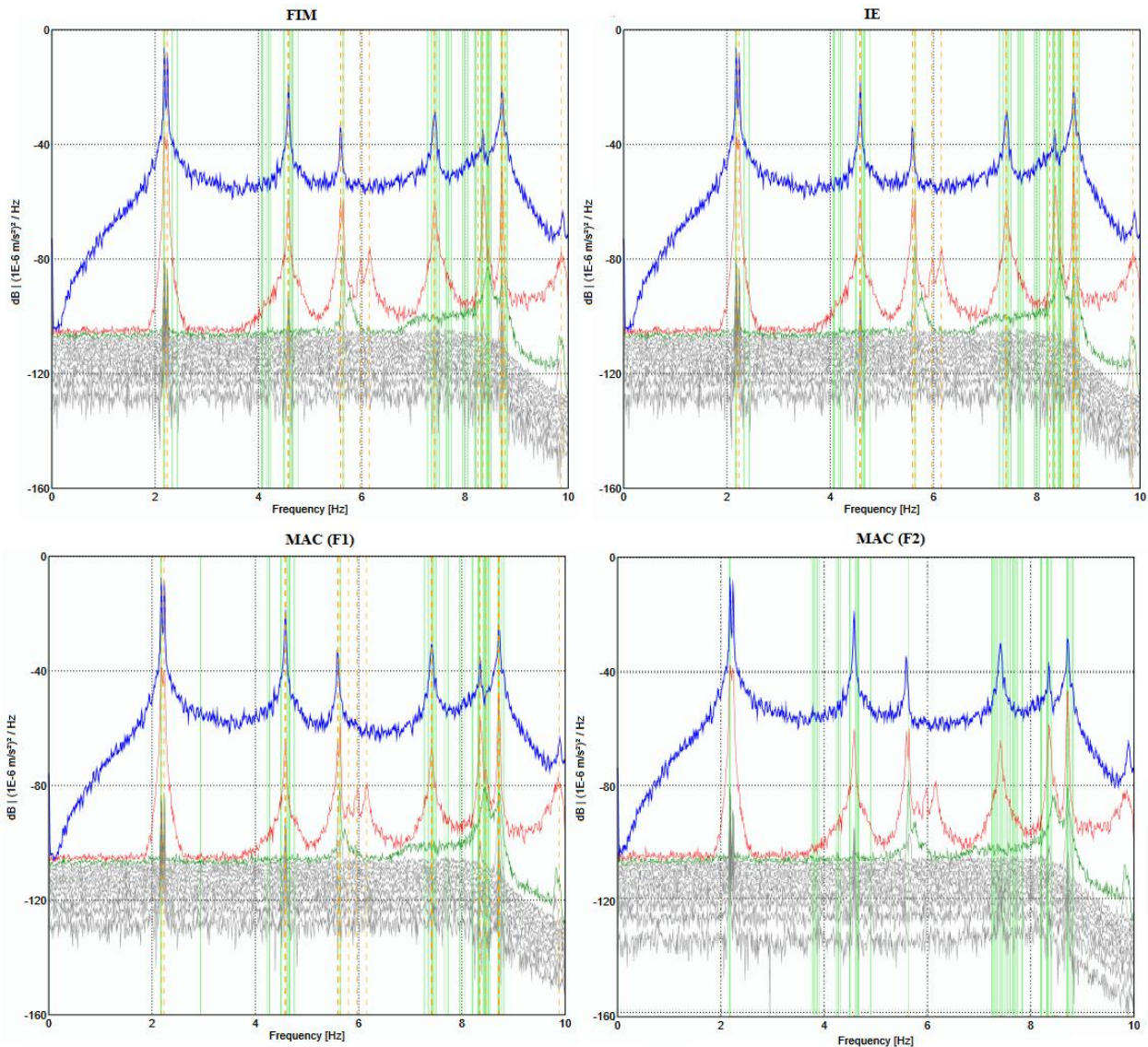


Figura 5-4: Respuesta en frecuencia de la señal de los *setups* de 4 sensores propuestos por cada criterio OSP. Fuente: Elaboración propia.

Así, observamos las frecuencias expuestas en la Tabla 5.4, podemos observar que son realmente parecidas en todos los criterios, con la diferencia de que ambos métodos MAC aportan un modo de vibración menos que los métodos basados en la matriz de Fisher. Esto nos lleva a decir que **los criterios FIM y IE aportan una mejor solución para el caso de 4 sensores que los criterios MAC**. Comparando las frecuencias asociadas a los modos identificados para ambos criterios MAC, se observa que la aproximación de las frecuencias es similar, y solo varía el modo que identifica cada criterio, por lo que se puede decir que **ambos criterios basados en la matriz MAC aportan soluciones de calidades similares para el caso de 4 sensores**.

Tabla 5-4: Frecuencias resultantes del OMA numérico por el método FDD para 2 sensores.

MODO	f_{exp} (Hz)	$f_{FIM\ y\ IE}$ (Hz)	$f_{MAC\ F1}$ (Hz)	$f_{MAC\ F2}$ (Hz)	$ \Delta f_{FIM\ y\ IE} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F1} $ (Hz)	$ \Delta f_{MAC\ F2} $ (Hz)
1º lateral	2.119	2.144	2.144	2.144	0.025	0.025	0.025
1º vertical	2.58	2.237	-	2.237	0.343	-	0.343
2º lateral	4.472	4.579	4.579	4.579	0.107	0.107	0.107
5º vertical	6.987	5.593	5.591	5.592	1.394	1.396	1.395
7º vertical	8.093	8.664	8.662	-	0.571	0.569	-

5.2. Conclusiones del proyecto

En este trabajo fin de master, se ha llevado a cabo una metodología para la monitorización continua de estructuras civiles a través de la investigación y el estudio del posicionamiento óptimo de sensores. Como novedad en el posicionamiento óptimo, se ha impuesto que los programas elaborados para tal fin permitan considerar cada uno de los infinitos puntos del dominio de las estructuras para seleccionar las configuraciones óptimas de sensores. En esta metodología se han abordado tanto cuestiones teóricas de métodos y criterios OSP como la aplicación del posicionamiento óptimo de sensores a un problema real, partiendo de diversas técnicas ingenieriles y la elaboración de programas informáticos con el apoyo de diversos softwares. Todo ello culmina con la resolución del problema OSP de la estructura real mediante varios criterios y el análisis de los resultados obtenidos.

Este camino recorrido consta de varios procesos acometidos con múltiples herramientas, de los cuales se puede extraer un conjunto de conclusiones que ayuden al lector a conocer mejor el estado del arte del posicionamiento óptimo de sensores y la monitorización continua de estructuras civiles, así como esclarecer cuales son los frutos obtenidos de la elaboración de este proyecto. De este modo, se van a enumerar y comentar las principales conclusiones que se han extraído durante la ejecución de este trabajo:

- **Clasificación de métodos de posicionamiento óptimo de sensores.** Del conjunto de métodos OSP analizados, los métodos de clasificación directa son los peores en la aplicación de estructuras civiles, puesto que aportan una configuración de sensores muy concentrada en una zona concreta, siendo en una zona del tablero en la aplicación a pasarelas. Luego se situarían los métodos de eliminación y expansión iterativa, de los cuales los métodos EfI y EfI-DPR son superiores al método KE en la aplicación de estructuras civiles, debido a un mejor reparto de los sensores en los dos primeros métodos frente al método KE, que tiende a concentrar la mayoría de los sensores en un lado del vano de las pasarelas y puentes. Aunque éste tipo de métodos tienen un coste computacional más bajo que los métodos heurísticos, resuelven el problema OSP de forma parcial obteniendo una baja precisión en la obtención de la información modal. Finalmente, los métodos heurísticos y metaheurísticos son el presente y futuro del OSP gracias a la mejora de los procesadores y equipos informáticos, que permiten un gran rendimiento en la búsqueda de posiciones óptimas trabajando en conjunto con diferentes criterios de búsqueda y funciones objetivo.
- **Caracterización de una estructura civil en un modelo de elementos finitos.** Debido a los múltiples aspectos que caracterizan a una estructura civil y a los diversos elementos de todo tipo que forman parte de ellas actualmente, resulta complejo elaborar una modelo de elementos finitos cuyo comportamiento dinámico sea fiel al de la estructura real. Por ello, puede ser necesario realizar ciertas consideraciones acerca del número de modos que se van a tener en cuenta en el cálculo del posicionamiento óptimo de sensores o bien en la calibración del modelo, como por ejemplo reducir el número de modos en caso de que el número de modos inicialmente estimado sea elevado, o seleccionar aquellos modos que sean más

puros.

- **Elementos con mayor sensibilidad al comportamiento dinámico de pasarelas.** Si se realiza el estudio de sensibilidad de una pasarela de características similares a la pasarela de estudio (secciones huecas circulares, esbeltez, longitud, etc.) en la que los parámetros que se tienen en cuenta se basan únicamente en los módulos de elasticidad de los distintos grupos de elementos organizados por su posicionamiento en la estructura, los elementos que tendrán una mayor influencia en los modos de vibración de la estructura serán las secciones circulares huecas. Por otro lado, los elementos que apenas serán sensibles al comportamiento dinámico de tal estructura serán los elementos del tablero. En el caso de que la pasarela esté formada por otros elementos como tirantes, o se tengan en cuenta otros parámetros como la rigidez de ciertos elementos, habría que realizar el estudio de sensibilidad para conocer qué elementos son más sensibles.
- **Calibración de un modelo de elementos finitos de una estructura civil.** El uso conjunto de los programas Matlab y Ansys, implementando en Matlab un algoritmo genético multiobjetivo y el modelo de elementos finitos en Ansys, resulta una herramienta excelente para calibrar un modelo de elementos finitos de una estructura civil. Aunque este proceso requiere un tiempo de cálculo importante, el algoritmo genético multiobjetivo permite calibrar modos con un valor MAC aceptable (entorno de 0.80 o más), estableciendo como objetivos los residuos de la frecuencia y de los modos. De esta forma, se consigue mejorar en general ambos parámetros en los modos calibrados del modelo, además de poder elegir de forma crítica los valores de los factores de los parámetros a través de los puntos del Frente de Pareto. Sin embargo, si se calibran solamente algunos de los modos del total calculados en el modelo de elementos finitos, la mejora general del modelo puede ser pequeña, en función del porcentaje de modos calibrado sobre el total. Así, un calibrado del 55% de los modos con tal GA multiobjetivo mejoraría la frecuencia y forma de modos de ciertos modos y los empeoraría en otros, causando una escasa mejoría general del modelo. Por ello, no se debe realizar un calibrado parcial del modelo de una estructura civil si se pretende obtener una mejora notable de este, o en caso de tener un modelo de elementos finitos que no sea totalmente representativo de la estructura, disminuir el número de modos calculados en el modelo para poder calibrar todos los modos.
- **Algoritmos genéticos como método para resolver problemas OSP en estructuras civiles.** Los algoritmos genéticos son un método muy potente para resolver problemas OSP en estructuras civiles en conjunto con otros criterios de optimización. Una gran ventaja que presenta la implementación de este método en Matlab es la posibilidad de poder acotar el rango de movimiento de los sensores, de tal forma que asegura una distribución mínima por parte de los criterios de optimización, mejorando las posibles configuraciones óptimas que pueden aportar. La selección por torneo, implementado en Matlab, es un buen criterio de búsqueda de soluciones óptimas que logra un gran rendimiento del GA. El uso de este GA implementado en Matlab es una gran herramienta para la resolución de problemas OSP en los que se desea calcular las configuraciones óptimas teniendo en cuenta los infinitos puntos de tablero de la estructura, puesto que permite implementar los criterios OSP de tal forma que se puedan calcular las posiciones teniendo en cuenta cada uno de los puntos de la estructura, y además el software tiene una alta velocidad de cálculo y sus requisitos técnicos no son desmesurados.
- **Ensayo de vibración ambiental y OMA numérico para analizar las configuraciones OSP.** Un ensayo de vibración ambiental numérico en el modelo de elementos finitos de una estructura civil en Ansys es válido para obtener las aceleraciones de los puntos exactos obtenidos en la resolución del problema OSP. Tras resolver el problema OSP, esta técnica puede sustituir al ensayo de vibración ambiental experimental realizado en la estructura a través del equipo de almacenamiento de datos y sensores. De este modo, tendríamos un medio más rápido, cómodo y económico de realizar el OMA de la estructura. Además, es una herramienta muy útil para analizar la cantidad de información que aportan las configuraciones de sensores, estimar si los *setups* identifican los modos de la estructura y poder comparar el desempeño de distintas configuraciones para poder elegir la más óptima.
- **Valoración de los criterios OSP aplicados al caso real: FIM, IE y MAC.** Los criterios basados en la matriz de Fisher (FIM y IE) presentan una limitación importante frente a los problemas OSP de estructuras civiles, y es que el número mínimo de sensores viene dado por el número de modos que se deseen calcular. Este hecho puede obligar en algunos casos a disminuir el número de modos que se abordan en el problema, puesto que los sensores son artefactos caros y el número de sensores usado en

la monitorización de estructuras civiles suele estar limitado de 2 a 4. En cuanto al rendimiento de estos dos criterios, se concluye que el criterio IE es una mejora del FIM, puesto que ambos aportan las mismas soluciones de los problemas OSP y el IE presenta una convergencia más estable y un menor tiempo de computación. Además, se ha demostrado que para el caso de 4 sensores la calidad de ambos criterios es superior que la de los criterios MAC. El criterio MAC aporta las configuraciones de sensores más óptimas en problemas OSP para 2 sensores y además presenta una buena convergencia que se sitúa superior a la del FIM y algo inferior a la del IE. Además, los criterios MAC permiten visualizar el nivel de coincidencia de los modos identificados por las soluciones aportadas a través de la matriz MAC. Sin embargo, el coste computacional del criterio MAC es muy elevado, siendo del en torno a 16 veces mayor que el coste computacional de los criterios FIM y IE. Cuando se implementa el criterio MAC con la función objetivo basada en la suma de los elementos fuera de la diagonal de la matriz MAC (F2), se obtiene una convergencia más rápida y robusta con un tiempo de cálculo inferior con respecto a la función objetivo basada en el máximo elemento fuera de la diagonal de la matriz MAC (F1). Las soluciones del MAC para la función objetivo F2 son mejores que las del MAC para la función objetivo F1 para el caso de 2 sensores, y para el caso de 4 sensores ambas soluciones son prácticamente igual de óptimas, aunque las configuraciones aportadas por el MAC para la función objetivo F2 son ligeramente mejores que cuando se usa la función objetivo F1. Por lo tanto, aunque el criterio MAC sea el mejor en términos de cantidad de información modal para el caso de 2 sensores, hay que considerar si vale la pena obtener una configuración de sensores ligeramente mejor y por lo tanto una monitorización de la estructura algo más óptima a cambio de invertir mucho más tiempo en realizar los cálculos que con otros criterios como el IE, que en conjunto con el GA aporta muy buenas soluciones, presenta una convergencia estable y un coste computacional bajo.

5.3. Líneas futuras de trabajo

Para cerrar este capítulo, se van a proponer un conjunto de líneas de investigación en las que trabajar para continuar y ampliar este trabajo fin de master para futuros proyectos, con el objeto de facilitar el punto de partida de sucesivos estudios sobre el posicionamiento óptimo de sensores. El motivo de dedicar unas páginas para realizar estas propuestas es que el posicionamiento óptimo de sensores es una línea de investigación que resulta de gran interés actualmente y que concierne a multitud de ámbitos de la ingeniería, puesto que los avances tecnológicos de los últimos años han suscitado un mayor interés en el OSP debido a la mejora de los sensores y de los sistemas de análisis de datos.

Las líneas de investigación que se van a exponer son algunas de las muchas con las que se ha dado a lo largo del proceso de investigación y documentación llevado a cabo para poder realizar este trabajo, y han sido seleccionadas tras contrastar los buenos resultados obtenidos a partir de la aplicación de sus enfoques en los problemas OSP en estructuras civiles. Estas líneas de investigación son, principalmente, el estudio de mejoras recientes de los algoritmos expuestos en otros capítulos y su aplicación a la resolución de problemas OSP en estructuras civiles, las cuales podrían presentar un mejor rendimiento en el cálculo de configuraciones óptimas de sensores que los métodos aplicados en este trabajo. A continuación, se describen dichas líneas futuras de trabajo.

- **Estudio y aplicación de otros algoritmos mejorados**

Existen estudios muy recientes acerca de formulación alternativa o mejoras realizadas en algoritmos de optimización, las cuales consiguen paliar algunas de las desventajas que presentan los algoritmos genéticos. Es por ello que, se propone realizar un estudio de estos algoritmos siguiendo una metodología similar a la efectuada en este trabajo. Dicho estudio se basaría en un proceso de información sobre las mejoras realizadas en los algoritmos, así como la aplicación de estos algoritmos y del GA a la resolución de un problema OSP de una estructura civil utilizando el mismo criterio de ajuste. Los resultados obtenidos por los distintos algoritmos se compararían con los obtenidos con el GA y entre sí, con la intención de establecer cuáles de los algoritmos presentan un mejor rendimiento que los genéticos, además de precisar las ventajas e inconvenientes de la utilización de estos algoritmos.

Este estudio podría concluir con que el uso de alguno de los algoritmos mejorados que se van a proponer a continuación es más beneficioso para la monitorización continua de estructuras civiles que los GA. Ello

conllevaría una mejor caracterización del comportamiento dinámico de estructuras civiles u otras ventajas como pueden ser una menor inversión económica por la reducción del número de sensores, un menor coste computacional en el proceso de búsqueda de configuraciones óptimas, etc.

Los algoritmos propuestos para desarrollar esta línea de estudio futuro del posicionamiento óptimo de sensores aplicado a la monitorización continua de estructuras son los siguientes:

- **Algoritmo genético mejorado**

Una vez que los algoritmos genéticos generan la población inicial, todos los individuos que conforman dicha población forman parte del proceso de búsqueda de soluciones óptimas independientemente de la calidad de sus cromosomas, lo cual provoca que las sucesivas generaciones puedan presentar una baja mejora o incluso un empeoro del ajuste, aumentando el coste computacional. Para impedir que esto ocurra, en 2016 varios autores [89] propusieron reducir parcialmente la población generada, y posteriormente someterla al proceso de selección por torneo. De esta forma lo que procura la reducción de la población en los GA es separar del resto los mejores cromosomas con mejor ajuste, dando lugar a una nueva población mejorada.

Otro enfoque de mejora de los algoritmos genéticos es la inclusión de la mutación forzada. Dicho operador se introduce para modificar aquellos cromosomas que están repetidos forzando la mutación de sus genes, es decir, cuando se sitúan dos sensores en el mismo punto se modifican las posiciones para que no haya información redundante en la búsqueda de posiciones óptimas. La introducción de la mutación forzada en el GA puede dar lugar a una mejor convergencia en menor o mayor medida.

- **Algoritmo del mono mejorado**

Este algoritmo ha sido modificado y aplicado en varias ocasiones para monitorizar estructuras civiles en los últimos años, mostrando distintos atributos de provecho con respecto al algoritmo del mono. Una de estas propuestas es el algoritmo del mono inmune (IMA) [45], un novedoso algoritmo híbrido de optimización que combina el algoritmo del mono con el algoritmo inmune. Éste algoritmo incluye mejoras de los procesos del algoritmo del mono como puede ser el proceso de escalado avanzado, así como otros procesos del algoritmo inmune que mantienen la diversidad de población e inhiben su degeneración durante la evolución. La eficacia de este método ha sido demostrada en algunas estructuras civiles e investigaciones que afirman que el algoritmo supera al algoritmo del mono original en términos de solución óptima y de convergencia.

Por otro lado, se encuentra el algoritmo del mono adaptable (AMA) [46], propuesto para enfrentarse a carencias del algoritmo del mono relacionadas con la eficiencia computacional y la estabilidad de la convergencia en problemas con restricciones. El AMA se sirve de una técnica de ajuste de los procesos de escalado y observación-salto del MA en función del rendimiento observado, además de incluir dos nuevos procesos de voltereta para fortalecer la capacidad de búsqueda global.

Una última aportación contrastada de mejora del algoritmo del mono es el algoritmo del mono de escalada asíncrona (ACMA) [44], también asociado al diseño de configuración de sensores para la monitorización de estructuras. Este algoritmo ajusta la trayectoria de los individuos en el dominio en función del propio rendimiento de individuo y del resto de la población. Incluye el concepto “rey mono”, individuo óptimo que guiaría los movimientos del resto de monos reflejando el principio de selección natural de Darwin.

- **Algoritmo de la colonia de abejas artificiales mejorado**

Muy recientemente se ha desarrollado una mejora del algoritmo de la colonia de abejas artificiales con un rendimiento superior a cualquiera de las variantes desarrolladas anteriormente. Se trata del algoritmo de la colonia de abejas artificiales mejorado (IABC) [90], el cual usa una ecuación de búsqueda distinta para superar la capacidad de exploración en la búsqueda y acelerar la velocidad de convergencia.

- **Uso de algoritmos genéticos multiobjetivo**

Se propone el uso de un GA multiobjetivo, también denominado algoritmo de manipulación de genes (MGA), para optimizar el posicionamiento de los sensores en estructuras para reducir el coste e incrementar la efectividad de la búsqueda de soluciones. La metodología propuesta reduce el número de sensores a usar basándose en el frente de Pareto, y reduce el número de generaciones requeridas hasta en un 40% sin tener un impacto negativo en la calidad de las soluciones obtenidas [91]. Este algoritmo genético implementa estrategias de modificación de genes fundamentadas en nuevos mecanismos de recombinación/mutación de genes que

aplican distintas perturbaciones a los valores de las variables. Además, define una tasa de manipulación genética para definir el porcentaje de individuos de la población que experimentarán la manipulación de sus genes.

El MGA muestra un rendimiento superior frente a otros algoritmos multiobjetivos, siendo el beneficio primario de su implementación la reducción del tiempo de análisis sin sacrificar la calidad de las soluciones propuestas por el frente de Pareto. En términos de posicionamiento de sensores, propone configuraciones más uniformes a lo largo de la estructura y de mayor eficiencia. También permite definir manipulaciones genéticas en los valores de las variables directamente, dando lugar a un mayor énfasis en la búsqueda local.

- **Otros algoritmos alternativos**

Se han de destacar ciertos algoritmos emergentes que han dado buenos resultados en numerosas investigaciones sobre el OSP, como por ejemplo el algoritmo de optimización del enjambre de partículas (PSO). El PSO se basa en el comportamiento de banco de peces o una bandada de pájaros (población) que se mueven en el dominio del problema. Cada partícula presenta un vector de posición y otro de velocidad además de una memoria que almacena la mejor posición que ha alcanzado la partícula, siendo posible la comunicación entre individuos vecinos.

Un algoritmo evolutivo como el GA es el algoritmo de evolución diferencial (DE), propuesto para superar la capacidad de los GA para realizar búsquedas locales. En el DE todas las soluciones tienen la misma probabilidad de ser elegidas como padres sin depender del ajuste que presenten, de forma contraria al GA. El proceso de selección del DE es bastante ambicioso y es por ello que su convergencia es tan rápida.

• **Uso de criterios de ajuste alternativos**

Además de los tres criterios de optimización aplicados en este trabajo fin de master, existen otros muchos cuyas funciones objetivo podrían producir mejores resultados para la monitorización de estructuras siendo usados en conjunto con algoritmos de optimización. Para verificar la validez y la calidad de estos criterios en la resolución de problemas OSP en estructuras civiles, se pueden aplicar en conjunto con un algoritmo como el GA y ser comparados con los resultados obtenidos por dicho algoritmo en conjunto con el criterio MAC. Si estos criterios alternativos presentan un mejor rendimiento estaríamos ante un avance en la investigación del OSP en estructuras civiles.

Entre los criterios expuestos en este trabajo, cabe destacar la función objetivo del error cuadrado medio (MSE), el cual ha sido desarrollado por multitud de artículos y aplicado a la resolución de la configuración óptima de sensores en estructuras civiles en la última década. Aunque se ha demostrado que el MAC presenta buenos resultados en el ámbito que nos compete, en problemas con ciertas características puede resultar de provecho el uso del criterio MSE en sustitución al MAC [34, 35].

REFERENCIAS

- [1] Padula S.L., Palumbo D.L., Kincaid R.K.. Optimal sensor/actuator locations for active structural acoustic control, AIAA Paper 98-1865, Long Beach, California; 1998.
- [2] Naimimohasses D.M., Barnett D.M., Smith P.R. Sensor optimization using neural network sensitivity measures. *Measurement Science Technology* 1995;6:1291–300.
- [3] Oh DY, No HC. Determination of the minimal number and optimal sensor location in a nuclear system with fixed incore detectors. *Nuclear Engineering and Design* 1994; pp. 152:197–212.
- [4] T. K. Yu, J. H. Seinfeld. Observability and optimal measurement location in linear distributed parameter systems. In: *International Journal of Control*; 1973, pp. 785 - 799. <https://doi.org/10.1080/00207177308932556>
- [5] R. D. Henshell, J. H. Ong. Automatic Masters for Eigenvalue Economization. In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 3(4); 1974, pp. 375-383. <https://doi.org/10.1002/eqe.4290030408>
- [6] M. Salama, T. Rose, J. Garba. Optimal placement of excitations and sensors for verification of large dynamical systems. In: *Proceedings of the 28th structures, structural dynamics, and materials conference*, Monterey, USA; 1987, pp.1024–1031. DOI: 10.2514/6.1987-782.
- [7] D. C. Kammer. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. In: *Proceedings of the American Control Conference*. San Diego, Calif, USA.; 1990, pp. 2984–2990.
- [8] Carne T. G., Dohmann C. R. A modal test design strategy for modal correlation. In: *Proc. of the 13th Int. Modal Analysis Conf.* Schenectady, New York, USA; February 13–16, 1995.
- [9] Zhao R Q and Tang W S. Monkey algorithm for global numerical optimization *J. Uncertain. Syst.* 2; 2008, pp. 165–76.
- [10] Sun H, Luş H and Betti R Identification of structural models using a modified artificial bee colony algorithm. In: *Comput. Struct.* 116; 2013, pp. 59–74.
- [11] R. Fernandez, N. Gutierrez, H. Jimenez, F. Martin, L. Rubio, J.D. Jimenez-Vicaria et al. On the Structural Testing Monitoring of CFRP Cockpit and Concrete/CFRP Pillar by FBG Sensors, *Adv. Eng. Mater.* 18; 2016, pp. 1289-1298. doi:10.1002/adem.201600065.
- [12] IATA’s Maintenance Cost Task Force. Airline maintenance cost. Executive commentary. An Exclusive Benchmark Analysis (FY2016 data); 2017, p. 9.
- [13] Farrar CR, Worden K. An introduction to structural health monitoring. In: *Phil. Trans. R. Soc. A;* Feb. 2007, 365(1851):303-15 DOI: 10.1098/rsta.2006.1928
- [14] Begg, R.D., Mackenzie, A.C., Dodds, C.J. and Loland, O. Structural Integrity Monitoring Using Digital Processing of Vibration Signals. In: *Proceedings of 8th Annual Offshore Technology Conference*, Houston, TX, 1976, pp. 305-311.

- [15] Vandiver, J.K. Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response. In: *Proceeding of the 7th Annual Offshore Technology Conference*; 1977, pp. 305-310.
- [16] J.M.W Brownjohn. Structural health monitoring of civil infrastructure. *Phil. Trans. R. Soc. A*; 2007, p. 365. doi: 0.1098/rsta.2006.1925.
- [17] Alampalli, S. & Fu, G. Instrumentation for remote and continuous monitoring of structure conditions. *Transport. Res. Rec.* 1432; 1994, pp. 59–67.
- [18] Geier, R. & Wenzel, H. Bridge classification based upon ambient vibration monitoring. In: *Proc. First European conference on structural health monitoring*, Paris; 2002, pp. 981–988.
- [19] Heywood, R. J., Roberts, W., Taylor, R. & Anderson, R. Fitness-for-purpose evaluation of bridges using health monitoring technology. In: *Transport. Res. Rec.* 1696; 2000, pp. 193–201.
- [20] Balendra, T., Ma, Z. & Tan, C. L. Design of tall residential buildings in Singapore for wind effects. In: *Wind Struct.* 6; 2003, pp. 221–248.
- [21] P. Moyo, J. M. W. Brownjohn, R. Suresh, S. C. Tijin. Development of FBG sensors for monitoring civil infrastructure. *Eng. Struct.* 27; 2005, pp. 1828-1834. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.04.023>
- [22] J. D. Causado-Bulevas, N. D. Gómez-Cardona, E. González-Valencia, D. Jessie, P. Torres. Applications Of Fiber Bragg Gratings Sensors In Civil Structures. In: *Revista Colombiana de Física*, Vol. 43, No. 3; 2011.
- [23] Z. Zhou, J. Ou. Development of FBG sensors for structural health monitoring in civil structures. In: *Proceedings North American Euro-pacific Workshop Sensing Issues in Civil Structural Health Monitoring*, Workshop Proceedings. Waikiki Beach, Oahu, Hawaii, USA; 2004, p. 197.
- [24] Arenas Mas M. Diseño e implementación de un sistema de adquisición de aceleraciones con procesamiento mediante microcontrolador. Proyecto fin de carrera. Capítulo 4: Sensor medidor de aceleración. *Acelerómetro*. Universidad de Sevilla; junio 2008, pp. 39-54.
- [25] Hou, Z.K. and Noori, M. Application of wavelet analysis for structural health monitoring. In: *Proceedings of the 2nd International Workshop on Structural Health Monitoring*. Stanford University, Stanford, CA; 1999, pp. 946–955.
- [26] Daubechies, I. *Ten Lectures on Wavelets*, Soc. for Industrial and Applied Math; 1999.
- [27] Saurabh S. Bisht. *Methods for Structural Health Monitoring and Damage Detection of Civil and Mechanical Systems*. Blacksburg, Virginia; 2005.
- [28] Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q. et al. The empirical model decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. In: *Proc. R. Soc. Lond. A*, 454; 1998, pp. 903-995.
- [29] Van Hemelrijck, D. and Aggelis, D. G. *Termography Testing*. Lecture on the course: *Experimental Techniques, Non-Destructive Testing and Structural Health Monitoring*. Vrije Universiteit Brussels; 2014.
- [30] Peter C. Chang, Alison Flatau and S. C. Liu. Review Paper: Health Monitoring of Civil Infrastructure; 2003. <https://doi.org/10.1177/1475921703036169>
- [31] M Chang, SN Pakzad. Optimal Sensor Placement for Modal Identification of Bridge Systems Considering Number of Sensing Nodes. *Journal of Bridge Engineering*, © ASCE, ISSN 1084-0702/04014019(10)/\$25.00.; 2014.

- [32] Franco García, A. Modos normales de vibración de una barra elástica: Ondas estacionarias en una cuerda. En: Física con ordenador: curso interactivo de física en internet. Universidad del País Vasco. http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/vibracion_barra/vibracion_barra.htm
- [33] Sun, H. and Büyüköztürk, O. Optimal sensor placement in structural health monitoring using discrete optimization. Department of Civil & Environmental Engineering, MIT, Cambridge, MA 02139, USA; 2015.
- [34] K.H. Tong, Norhisham Bakhary, A.B.H. Kueh and A.Y. Mohd Yassin. Optimal sensor placement for mode shapes using improved simulated annealing. *Smart Structures and Systems*, Vol. 13, No. 3; 2014, pp. 389-406. DOI: <http://dx.doi.org/10.12989/sss.2014.13.3.389>
- [35] M. Meo, G. Zumpano. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure. *Engineering Structures* 27. School of Engineering, Cranfield University, Bedford, MK43 0AL, UK; 2005, pp. 1488–1497.
- [36] Doebling SW. Measurement of structural flexibility matrices for experiments with incomplete reciprocity. Ph.D. dissertation. Colorado University; 1996.
- [37] Larson CB, Zimmerman DC, Marek EL. A comparison of modal test planning techniques: excitation and sensor placement using the NASA 8-bay truss. In: *Proceedings of the 12th international modal analysis conference*. 1994. pp. 205–11.
- [38] Worden K, Burrows AP. Optimal sensor placement for fault detection. In: *Engineering Structures* 23; 2001, pp. 885–901. [http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296\(00\)00118-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0141-0296(00)00118-8)
- [39] Li, D.S., Li, H.N. and Fritzen, C.P. The connection between effective independence and modal kinetic energy methods for sensor placement. In: *J. Sound Vib.*, 305(4-5); 2007, pp. 945-955.
- [40] Dowski E. Fisher information and Cramer-Rao bound. Colorado University; 2002.
- [41] Imamovic N. Model validation of large finite element model using test data. Ph.D. dissertation. Imperial College London; 1998.
- [42] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. Jr and Vecchi, M.P. Optimization by simulated annealing. In: *Science*, 220 (4598); 1983, pp. 671-680.
- [43] Hao Sun and Oral Büyüköztürk, published. Optimal sensor placement in structural health monitoring using discrete optimization; 2015, p. 4-5. Department of Civil & Environmental Engineering, MIT, Cambridge, MA 02139, USA.
- [44] Yi T-H, Li H-N and Zhang X-D. Sensor placement on canton tower for health monitoring using asynchronous climb monkey algorithm *Smart Mater*. In: *Struct*. 21; 2012, pp. 125023.
- [45] Yi T-H, Li H-N and Zhang X-D Health monitoring sensor placement optimization for canton tower using immune monkey algorithm. In: *Struct. Control Health Monit*. 22; 2015, pp 123–38.
- [46] Yi T-H, Li H-N, Song G and Zhang X-D Optimal sensor placement for health monitoring of high-rise structure using adaptive monkey algorithm. In: *Struct. Control Health Monit*. 22; 2015, pp. 667–81.
- [47] Furuya, H. and Haftka, R.T. Combining genetic and deterministic algorithms for locating actuators on space structures. In: *J. Spacecraft Rockets*, 33(3); 1996, pp. 422-427.
- [48] Ponslet, E., Haftka, R.T. and Cudney, H.H. Optimal placement of tuning masses on truss structures by genetic algorithms. In: *Proceedings of the 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Struct., Structl. Dyn. and Mater. Conference*, California; 1993.

- [49] Glover, F. and Laguna, M. Tabu search - Part I. In: *ORSA J. Comp.* 1; 1989 pp. 190-206.
- [50] Glover, F. and Laguna, M. Tabu search - Part II. In: *ORSA J. Comp.*, 2; 1990 pp. 4-32.
- [51] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N. and Teller, A.H. Equation of state calculations by fast computing machines. In: *J. Chem. Phys.*, **26**(6); 1953, pp. 1087-1092.
- [52] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. Jr and Vecchi, M.P. Optimization by simulated annealing. In: *Science*, **220**(4598); 1983, pp. 671-680.
- [53] [50] Daniel H. G. Adaptación del algoritmo de colonia de abejas al cálculo de rutas. *Análítica avanzada*; 2014. <https://decidesoluciones.es/adaptacion-del-algoritmo-de-colonia-de-abejas-al-calculo-de-rutas/>
- [54] Yi, T.H., Li, H.N. and Zhang, X.D. A modified monkey algorithm for optimal sensor placement in structural health monitoring. In: *Smart Mater. Struct.*, 21(10), 105033; 2012.
- [55] Wang J R, Yu Y X, Zeng Y and Luan W P. Discrete monkey algorithm and its application in transmission network expansion planning. In: Proc. 2010 IEEE Power and Energy Society General Mtg, Minneapolis, MN; July 2010.
- [56] Guo, H.Y., Hang, L.Z., Zhang, L.L. and Zhou, J.X. Optimal placement of sensors for structural health monitoring using improved genetic algorithms. *Smart Mater. Struct.*, **13**(3); 2004, pp. 528-534.
- [57] Liu, W., Gao, W.C., Sun, Y. and Xu, M.J. Optimal sensor placement for spatial lattice structure based on genetic algorithms. In: *J. Sound Vib.*, 317(1-2); 2008, pp. 175-189.
- [58] Swann, C. and Chattopadhyay, A. Optimization of Piezoelectric Sensor Location for Delamination Detection in Composite Laminates. In: *Eng. Opt.*, 38(5); 2006, pp. 511-528.
- [59] Markus Kress. Intelligent business process optimization for the service industry. Karlsruhe KIT Scientific. Karlsruhe, Univ.; 2009.
- [60] Victor Manuel A. A. Modelo de un Algoritmo Genético con Selección Discriminatoria de Individuos bajo un Esquema de Ponderación de Probabilidades de Mutación. UCSP – Universidad Católica San Pablo; 2013.
- [61] Pencheva T., Atanassov K., Shannon A. Modelling of a Roulette Wheel Selection Operator in Genetic Algorithms Using Generalized Nets. In: *BioAutomation* 13 (4); 2009, pp. 257-64.
- [62] K.A. De Jong. An analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems. Tesis doctoral, University of Michigan; 1975.
- [63] C. Mares, C. Surace. An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures, *Journal of Sound and Vibration* 195; 1996 pp. 195-215.
- [64] L. Davis. Applying adaptive algorithms to epistatic domains. In: *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*; 1985, pp. 162-4.
- [65] J.D. Schaffer, R.A. Caruna, L.J. Eshelman, R. Das. A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization. In: *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann; 1989, pp. 51-60.
- [66] Marlyn D., Cuadrado G., Hugo J. Lara U., Elisa M. Verruschi P. Distribución de catalizadores en el reactor de hidrot ratamiento de destilados medios, vía optimización multiobjetivo. *FARAUTE*. 7(1); 2012, pp.1-10.

- [67] Rao, A.R.M. and Anandakumar, G. Optimal placement of sensors for structural system identification and health monitoring using a hybrid swarm intelligence technique. In: *Smrt. Mater. Struct.*, 16(6); 2007, pp. 2658-2672.
- [68] Savage, L. J. On Rereading R. A. Fisher. In: *Annals of Statistics*. 4 (3); 1976, pp. 441–500. doi:10.1214/aos/1176343456. JSTOR 2958221.
- [69] Markus Abt and William J. Welch. Fisher Information and Maximum-Likelihood Estimation of Covariance Parameters in Gaussian Stochastic Processes. In: *The Canadian Journal of Statistics / La Revue Canadienne de Statistique*. Vol. 26, No. 1; Mar., 1998, pp. 127-137. DOI: 10.2307/3315678
- [70] John D. Lectures Notes for Statistics 311. Electrical Engineering 377. University of Stanford; Winter 2016, pp. 78-81. <https://web.stanford.edu/class/stats311/Lectures/lec-09.pdf>
- [71] Daniel C. Kammer. Sensor Placement for On-iOrbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures. University of Wisconsin, Madison, Wisconsin 53706. Vol. 14, No. 2, March-April 1991.
- [72] Udawadia, F. E., and Garba, J. A. Optimal Sensor Locations for Structural Identification. In: *PL Proceedings of the Workshop on Identification and Control of Flexible Space Structures*, April 1985, pp. 247-261.
- [73] Yu, T. K., and Seinfeld, J. H. Observability and Optimal Measurement Locations in Linear Distributed Parameter Systems. In: *International Journal of Control*, Vol. 18, No. 4, 1973, pp. 785-799.
- [74] Fedorov, V. V. *Theory of Optimal Experiments*, translated and edited by W. J. Studden and E. M. Klimko, Academic, New York, 1972, p. 28.
- [75] Saurabh Prabhu and Sez Atamturktur. Selection of Optimal Sensor Locations Based on Modified Effective Independence Method: Case Study on a Gothic Revival Cathedral. Article in *Journal of Architectural Engineering*; December 2013.
- [76] Li, D. S., Fritzen, C. P., and Li, H. N. Extended MinMAC algorithm and comparison of sensor placement methods. In: *Proc., 26th Int. Modal Analysis Conf., Society for Experimental Mechanics*, Bethel, CT; 2008.
- [77] Shannon, C. E. *The Mathematical Theory of Communications*, University of Illinois Press, Urbana; 1949.
- [78] C. Papadimitriou, J.L. Beck, S.K. Au. Entropy-based optimal sensor location for structural model updating. In: *Journal of Vibration and Control* 6 (5); 2000, pp. 781–800.
- [79] C. Papadimitriou, G. Lombaert. The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics. In: *Mechanical Systems and Signal Processing*; 2011. doi:10.1016/j.ymssp.2011.05.019
- [80] C. Papadimitriou. Optimal sensor placement methodology for parametric identification of structural systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 278 (4); 2004, pp. 923–47.
- [81] N. Bleistein, R. Handelsman. *Asymptotic Expansions for Integrals*. In: Dover Publications, New York; 1986.
- [82] Udawadia, F. E. Methodology for optimal sensor locations for parameters identification in dynamic systems. In: *Journal of Engineering Mechanics* 120(2); 1994, 368-90.
- [83] Randall J. Allemang. The Modal Assurance Criterion –Twenty Years of Use and Abuse. In: *Sound and vibration*. University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio; August 2003.

- [84] M. Döhler, P. Andersen, L. Mevel L. Data Merging for Multi-Setup Operational Modal Analysis with Data-Driven SSI. In: Proulx T. (eds) Structural Dynamics, Volume 3. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Springer, New York, NY; 2011. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9834-7_42
- [85] R. Fox y M. Kapoor. Rate of change of eigenvalues and eigenvectors. In: AIAA Journal, vol. 6; 1968, pp. 2426-29.
- [86] O. Tahvonen, S. Pihlainen, S Niinimäki. On the economics of optimal timber production in boreal Scots pine stands. In: Canadian Journal of Forest Research. 43(8); 2013, pp. 719-730. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2012-0494>
- [87] C. A. Felippa. Variational formulation of plane beam element. Introduction to Finite Element Methods. Department of Aerospace Engineering Sciences. University of Colorado, Boulder, Colorado, EE.UU.; 2018. <https://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/IFEM.d/IFEM.Ch12.d/IFEM.Ch12.pdf>
- [88] I. Romero. Pandeo de vigas. Apuntes de clase. ETSI Industriales, Universidad Politécnica de Madrid; 2016.
- [89] R. R. Patel, S. J. Patel, D. S. Patel, T. T. Desai. Improved GA using population reduction for load balancing in cloud computing. 2016 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI); 21-24 Sept. 2016. DOI: 10.1109/ICACCI.2016.7732410
- [90] Y. Cao, Y. Lu, X. Pan, N. Sun. An improved global best guided artificial bee colony algorithm for continuous optimization problems. In: Cluster computing; 2018. <https://doi.org/10.1007/s10586-018-1817-8>
- [91] Y. J. Cha, A. Raich, L. Barroso, and A. Agrawal. Optimal placement of active control devices and sensors in frame structures using multi-objective genetic algorithms. In: Struct. Control Health Monit.; 2011. <https://doi.org/10.1002/stc.468>