### Trabajo Fin de Grado Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

# Revisión sobre fusión nuclear y diseño del sistema de control de posición de FILD mediante PID y GPC

Autor: Juan Luis García Sánchez Tutores: Carlos Navarro Pintado Juan Manuel Ayllón Guerola

> Dep. de Física Aplicada III Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla

> > Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

### Revisión sobre fusión nuclear y diseño del sistema de control de posición de FILD mediante PID y GPC

Autor: Juan Luis García Sánchez

Tutores: Carlos Navarro Pintado Juan Manuel Ayllón Guerola

Dep. de Física Aplicada III Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla Sevilla, 2018

### Trabajo de Fin de Grado: Revisión sobre fusión nuclear y diseño del sistema de control de posición de FILD mediante PID y GPC

Autor: Juan Luis García Sánchez

Tutores: Carlos Navarro Pintado Juan Manuel Ayllón Guerola

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

Me gustaría agradecer todo este trabajo a mi familia y en especial a mi novia, Reyes, por apoyarme en todo momento y animarme siempre que lo necesité. También quiero agradecer a todos los profesores por los que he pasado que han ido reafirmando mi entusiasmo por la Ingeniería. Finalmente, agradecer a Juanma y a M. Toscano el darme la oportunidad de formar parte de un grupo de investigación, encomendarme un trabajo relacionado con mi intensificación y tutelar por mí en todo momento.

Muchas gracias a todos, sin vosotros no hubiera sido posible mi formación.

Juan Luis García Sánchez Sevilla, 2018 Debido a la actual demanda energética, nos vemos en la necesidad de utilizar fuentes de energía poco limpias (en el caso de combustibles fósiles) que son sensibles a cambios en las condiciones ambientales (en el caso de las renovables). Para solventar el problema se ha acudido a la fusión nuclear, la cual es capaz de generar enormes cantidades de energía con un costo en combustible ínfimo, siendo insensible a cambios atmosféricos y generando productos que, aunque radiactivos, se vuelven seguros en periodos de tiempo muy cortos. Los reactores utilizados para dichos procesos nucleares son del tipo Tokamak y del tipo Stellarator.

El panorama actual, en cuanto a fusión nuclear, se basa en mantener una reacción estable para la generación continua de electricidad. Para ello, uno de los campos abiertos de investigación se centra en el estudio de las pérdidas de iones rápidos. Para medir dichas pérdidas se utiliza un diagnóstico denominado FILD, por sus siglas en inglés Fast-Ion Loss Detector. Un avance en su estudio ayudaría a comprender dichas pérdidas y en la medida de lo posible evitarlas o incluso controlarlas. En el Tokamak ASDEX Upgrade del Instituto Max Planck se encuentran instalados dos tipos de FILD, uno dirigido con un actuador mecánico y otro dirigido magnéticamente. La diferencia entre ambos se basa en el mecanismo que los inserta dentro del reactor. Mientras que el primero se basa en el movimiento de un tornillo sin fin, el segundo se basa el giro producido en una bobina. El diseño de control se realizará al mecanismo dirigido magnéticamente.

El objetivo principal de este trabajo es la comprensión y diseño de un controlador que inserte el FILD lo más rápido posible y lo inmunice ante perturbaciones y ruidos de instrumentación. Se barajarán dos tipos de controladores, un PID (Proportional-Integral-Derivative) y un GPC (Generalized Predictive Control). El primero es el más clásico en la ingeniería y el más simple, su diseño se realizará mediante métodos frecuenciales y posteriormente se ampliará añadiéndole un controlador anticipativo para la absorción de perturbaciones. El segundo es un control predictivo basado en modelo que integra el control anticipativo de una forma más natural. El GPC consigue integrar mediante una función de coste el tipo de control que queremos y que tenga en cuenta desde la agresividad del control, hasta otros parámetros, como los esfuerzos realizados en los cojinetes del mecanismo. También es posible incluir restricciones al controlador para que nunca sobrepase un rango en la referencia y, por tanto, no sobreoscile.

Para la absorción del ruido se pretende diseñar un filtro de Kalman el cual consiga rechazar todo lo posible el ruido generado por la instrumentación y los posibles errores de modelado. Dicho filtro será colocado a la entrada de cualquiera de los controladores para suministrar una versión filtrada de las variables de control.

Este trabajo concluirá con un resumen y análisis de ventajas e inconvenientes de cada controlador y los estudios futuros a realizar en el diseño de control de FILD y las posibles mejoras y modificaciones que se pretenden realizar.

Due to the current energy demand, we are in the need of using less clean energy sources (in the case of fossil fuels) or are sensitive to environmental changes (in the case of renewables). Nuclear fusion, which is capable to generate huge amounts of energy with a tiny fuel cost, being insensitive to atmospheric changes and generating products that, although radioactive, become safe in very shorts periods, is a promissing alternative to solve this problem. The reactors used for this nuclear process are the Tokamak type and the Stellarator type.

The current scenario, in terms of nuclear fusion, is based on sustaining a stable reaction for the continuous electricity generation. For this, one of the open fields for research focuses on the study of fast ion losses detector or FILD by its acronym. An advance in its study would help to understand these losses and as far as possible avoid or even control them. In the ASDEX Upgrade tokamak two types of FILDs are installed, one mechanical and other magnetically driven. The difference between both is based on the mechanism that inserts them inside the reactor chamber. While the first one is based on the movement of a worm, the second one is based on the rotation induced by a coil. The control system of the magnetically driven FILD will be the scope of this work.

The main objective of this work is the understanding and design of a controller that inserts the FILD as fast as possible and immunizes it against disturbances and instrumentation noise. Two types of controllers are considered, a Proportional-Integral-Derivative (PID) and a Generalized Predictive Control (GPC). The first one is the most classic in engineering and the simplest, its design will be done by frequency methods and later it will be expanded by adding a feedforward controller to absorb disturbances. The second one is a predictive control based on a model that integrates the feedforward controller in a more naturally way. The GPC manages to integrate through a cost function the way that we want to perform the control and takes into account its aggressiveness and other parameters such as the forces in the mechanism. It is also possible to include restrictions on the controller so that the response never exceeds a range in the reference and, therefore, is not overdamped

For the absorption of noise, it is intended to design a Kalman filter, which will reject as much as possible the noise generated by the instrumentation and possible modelling errors. The filter will be placed at the entrance of any of the controllers to supply a filtered version of the control variables.

This work will conclude with a summary, analysis of advantages and disadvantages of each controller and future studies to be carried out in the design of FILD control along with the possible improvements and modifications that are intended to be made.

## ÍNDICE

Agradecimientos	
Resumen	іх
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Figuras	xv
Notación	
1 Introducción a la fusión nuclear	1
1 1 Demanda energética actual	1
1.2 Fusión nuclear	1
1 2 1 Plasma en las reacciones termonucleares	3
122 Viabilidad de los reactores de fusión nuclear	3
1.3. Tokamak	4
1.3.1. Componentes de un Tokamak	5
1.4. Stellarator	7
1.4.1. Componentes de un Stellarator	7
2 Detector de pérdida iones rápidos (FILD)	9
2.1. Órbitas de iones rápidos	9
2.2. Perturbaciones en los iones rápidos	11
2.2.1. Pérdidas tempranas	11
2.2.2. Colisiones Coulombianas	11
2.2.3. Inestabilidades magnetohidrodinámicas	12
2.3. Funcionamiento de FILD	12
2.4. Sistemas de posicionamiento de FILD	
2.5. Modelado del FILD dirigido magnéticamente	15
3 Linealización y análisis del sistema	19
3.1. Linealización y transformada de Laplace	19
3.2. Análisis de la estabilidad del sistema	24
3.3. Análisis de las perturbaciones en el sistema (campo magnético)	28
4 Diseño de controladores	31
<i>4.1. Diseño completo de un control PID</i>	31
4.1.1. Diseño de PID sujeto a restricciones de control	32
4.1.2. Diseño de control PID con FeedForward	35
4.1.3. Efecto Ramp-up y Ramp-down en el campo magnético	37
4.2. Diseño completo de un control predictivo GPC	40
4.2.1. Diseño de control GPC sin restricciones	40
4.2.2. Diseño de GPC con restricciones	43
4.2.3. Efecto Ramp-up y Ramp-down en campo magnético	45
4.3. Diseño de Filtro de Kalman	46
4.3.1. Filtro de Kalman con medida en corriente	48

4.3.2	. Filtro de Kalman con medida de posición	49
5 Concl	lusiones y estudios futuros	53
5.1. Res	sumen y valoración de control PID y GPC	53
5.2. Esti	udios futuros	53
Referencia	as	55

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Crecimiento de la generación de electricidad mundial.	1
Figura 1-2. Sección eficaz en función de la energía cinética de los reactivos de la fusión en escala logar	rítmica. 2
Figura 1-3. Campos magnéticos generados en un reactor Tokamak junto con el campo helicoidal result la composición de todos ellos.	ante de 5
Figura 1-4. Diseño del reactor Wendelstein 7-X, instalado por instituto Max-Planck en Alemania	7
Figura 2-1. Efecto de espejo magnético dentro de gradiente de campo magnético positivo.	10
Figura 2-2. Sección poloidal (a) y sección toroidal (b). La línea azul representa una órbita pasante, mient la línea roja representa una órbita atrapada.	tras que 11
Figura 2-3. Recombinación del campo magnético originando formación de islas magnéticas.	12
Figura 2-4. Esquema de una colisión contra la cabeza de FILD. (a) ion rápido que entra en el pinhole. ( entrar en el pinhole, la partícula es colimada en el caso de ser térmica, si no, colisiona contra la placa em un destello.	b) Tras nitiendo 13
Figura 2-5. Esquema de transporte del haz de luz hacia los dos sistemas (CCD y PMT).	13
Figura 2-6. FILD4 instalado en ASDEX Upgrade. Su funcionamiento es el magnéticamente dirigido.	14
Figura 2-7. (a) Modelado 3D de FILD4. (b) Representación de fuerzas y momentos en ilustración sim movimiento de FILD4.	nple del 15
Figura 3-1. Ilustración en Simulink de los sistemas simulados de FILD. El superior se corresponde con el sistema linealizado y simulado mediante las funcio transferencia calculadas.	sistema ones de 21
Figura 3-2. Dinámica completa de FILD en Simulink teniendo como entrada el campo magnético y la en la bobina y como salida la posición de la cabeza del detector.	tensión 22
Figura 3-3. Dinámica de la bobina en Simulink cuya entrada es la tensión, ángulo de la bobina, velocidad e la bobina y el campo magnético y como salida la corriente que circula por la bobina.	angular 22
Figura 3-4. Dinámica del detector en Simulink cuya entrada es la corriente de la bobina y el campo ma y salida el ángulo de la bobina, la velocidad angular y la aceleración angular.	gnético 23
Figura 3-5. Dinámica de FILD representada con las funciones de transferencias obtenidas ( $G_p$ y $G_b$ ).	23
Figura 3-6. Representación de FILD ante escalones en la tensión aplicada y en el campo magnético.	24
Figura 3-7. Dependencia del ángulo de equilibrio con la tensión aplicada en la bobina.	25
Figura 3-8. Depdendencia del ángulo de equilibrio con la posición.	25
Figura 3-9. Lugar de las raíces del sistema en bucle cerrado. En la primera gráfica se observa los posistema, mientras que en la segunda se acerca la zona interesante en el estudio de estabilidad.	olos del 27
Figura 3-10. Respuesta del sistema en bucle cerrado con las $K_p$ calculadas.	28
Figura 3-11. Diagrama de bode de la función de transferencia en bucle abierto.	29

Figura 3-12. Respuesta del sistema ante una perturbación que ocurre con una frecuencia de 20 ms con una amplitud de 0.1 T. La gráfica inferior se corresponde a la ampliación de la superior para poder apreciar el efecto.

29

Figura 3-13. Repuesta del sistema ante una perturbación que ocurre con una frecuencia de 5 s con una amplitud de 0.1 T. 30

Figura 3-14. Respuesta del sistema ante una perturbación que ocurre en el instante 6 s y se apaga 0.1 s d	espués.
La amplitud de dicha perturbación es de 1 T (desde 1.8 T a 2.8 T).	30
Figura 4-1. Diagrama de bode para el sistema en bucle abierto.	33
Figura 4-2. Simulación en bucle cerrado utilizando controlador PID sin ajuste fino.	34

Figura 4-3. Sistema en bucle cerrado utilizando controlador PID tras ajuste fino.

Figura 4-4. Representación de las corrientes que circulan por la bobina y su tensión asociada para la Figura 4-3. 35

34

Figura 4-5. Sistema con FeedForward con control realimentado. D(s) se corresponde a las perturbaciones,  $G_B(s)$  al sistema de las perturbaciones,  $G_{FF}(s)$  al controlador FeedForward,  $G_p(s)$  a la planta y C(s) al controlador. 35

Figura 4-6. Simulación en bucle cerrado con control PID + FeedForward. Ante una perturbación de 0.5 T se consigue controlar sin percibir perturbaciones a la salida. 36

Figura 4-7. Comparativa entre el control utilizando FeedForward y sin su utilización. Las condiciones son las mismas que la Figura 4-6. La perturbación no representada ocurre en el segundo 6 con una amplitud de 0.5 T (desde 1.8 T a 2.3 T). 37

Figura 4-8. Inserción de FILD siendo controlado mediante PID con FeedForward y considerando el efecto de Ramp-up. 38

Figura 4-9. Inserción de FILD siendo controlado mediante PID sin FeedForward y considerando el efecto de Ramp-up. 38

Figura 4-10. Retracción de FILD siendo retraída tan solo por la acción del muelle. No se contemplan golpes ni rebotes, aunque las habría, porque no se han simulado. 39

Figura 4-11. Retracción de FILD siendo retraída por la acción de control. No se contemplan golpes ni rebotes, aunque las habría, porque no se han simulado. (El "rebote" mostrado es debido a la fuerza contraelectromotriz).

Figura 4-12. Retracción de FILD siendo retraída en un inicio por el control y cuando se encuentra en la posición 0.04, se retraer exclusivamente por el muelle. 40

Figura 4-13. Respuesta en bucle cerrado mediante control GPC sin restricciones. El círculo rojo representa el inicio de una perturbación en el campo magnético de 1.8 T a 2.5 T durante 0.5 s. 43

Figura 4-14. Respuesta en bucle cerrado mediante control GPC con restricciones. El círculo rojo representa el inicio de una perturbación en el campo magnético de 1.8 T a 2.5 T durante 0.5 s. También existe un ruido blanco en el campo magnético de amplitud 0.05 T. 44

Figura 4-15. Respuesta en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones cuando se produce un ramp-up. 45

Figura 4-16. Respuesta en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones cuando se produce un rampdown. 46

Figura 4-17. Corriente que circula por la bobina cuando se controla el sistema en bucle cerrado mediante GPC. La salida del filtro de Kalman no es introducida en el sistema. 49

Figura 4-18. Respuesta del sistema en bucle cerrado controlado por GPC. La salida del filtro de Kalman no es introducida en el sistema. 49

Figura 4-19. Sistema en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones y con filtro de Kalman conectado. 50

Figura 4-20. Ampliación de la Figura 4-19 donde se aprecia el ruido medido por el detector y la corrección aplicada por el filtro de Kalman. 50

Figura 4-21. Sistema en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones y con filtro de Kalman

desconectado.

Figura 5-1. a) Elementos considerados en análisis térmicos. b) Temperatura máxima alcanzada por el detector durante una descarga en la posición de medición. 53

## Notación

TWh	Teravatio por hora
D	Deuterio ( $^{2}H$ )
Т	Tritio ( ${}^{3}H$ )
c	Velocidad de la luz
m	Masa
KeV	Kilo-electronvoltio
MeV	Mega-electronvoltio
n	Densidad del plasma
ITER	International Thermonuclear Experimental Reactor
Demo	DEMOnstration Power Station
ASDEX	Axially Symmetric Divertor Experiment
e	Carga del electrón
К	Constante de Boltzmann
В	Campo magnético
$\sigma$	Sección eficaz de fusión
FILD	Detector de pérdidas iones rápidos (Fast-Ion Loss Detector)
PID	Control Proporcional-Integral-Derivativo
GPC	Control Predictivo Generalizado (Generalized Predictive Control)

#### 1.1. Demanda energética actual

La creciente población junto con el incesante desarrollo tecnológico implica la necesidad de producir cada vez más y más energía. Esto genera un acuciante problema, las reservas naturales de las que extraemos las materias primas para la generación de potencia eléctrica se están agotando. A esto hay que añadirle el abuso de combustibles fósiles que, no solo favorecen al efecto invernadero, sino que también perjudica la salud.

Como podemos ver en Figura 1-1, las fuentes de energías predominantes son los combustibles fósiles y nucleares, mientras que las energías renovables pasan a un segundo plano. Poco a poco esta tendencia va cambiando y primando a las fuentes de energía renovables, sobre todo en Europa. Desgraciadamente las fuentes renovables dependen fuertemente de las condiciones medioambientales, por lo tanto, son una alternativa perfecta ya que son cada vez más eficientes y limpias, pero no pueden aportar una potencia constante a la red. Esto lleva a un compromiso entre la utilización de energías contaminantes, las cuales son perjudiciales para el medio ambiente y para la salud, y las renovables, las cuales son limpias pero inestables.



Figura 1-1. Crecimiento de la generación de electricidad mundial.

El panorama actual lleva al desarrollo de tecnologías tales como la fusión nuclear. Dicho proceso ha carecido de importancia con respecto a las anteriores por su complejidad y la carencia de materiales y tecnologías que pudieran sustentar una reacción de tal calibre. El desarrollo de este trabajo en los siguientes apartados intentará explicar las dificultades de mantener una reacción de fusión nuclear para obtener energía de ella.

#### 1.2. Fusión nuclear

La fusión nuclear es una de las fuentes de energía más prometedoras a día de hoy, pudiéndose convertir en una fuente inagotable, ya que su combustible procede del agua y de litio, y limpia porque no produce gases de efecto

invernadero, sólo produce desechos radiactivos que se desintegran en no más de 50 años, un periodo muy corto de tiempo. Estas reacciones son las que producen energía en las estrellas proporcionando luz y calor a la Tierra. Consisten básicamente en la unión de dos o más núcleos ligeros, con carga similar, que forman un núcleo más pesado. La diferencia de masas entre reactivos y productos libera una enorme cantidad de energía según la ecuación de Einstein (1.1) que podría ser utilizada para la producción de energía eléctrica.

$$E = \Delta mc^2 \tag{1.1}$$

Para que la fusión tenga lugar, es necesario que los núcleos superen la barrera electrostática y entre en juego la fuerza nuclear fuerte para mantenerlos unidos. La probabilidad de que dos elementos se fusionen viene dada por la sección eficaz que, cuanto mayor sea ésta, mayor será la probabilidad de que los núcleos se unan. La sección eficaz depende de la energía de las partículas y del tipo de partículas que se consideren para su fusión como podemos ver en la Figura 1-2.



Figura 1-2. Sección eficaz en función de la energía cinética de los reactivos de la fusión en escala logarítmica.

La energía aportada a las partículas se suministra en forma de calor, es por ello que desde el punto de vista tecnológico sea más conveniente elegir la reacción con mayor sección eficaz y menor energía. Hay que tener en cuenta que la reacción elegida para su uso en reactores nucleares también debe generar la máxima energía posible, por ello, las reacciones que se barajan para conseguir la fusión en la Tierra son las siguientes:

$$D+T \to {}^{4}He + n + 17.6MeV \tag{1.2}$$

$$D+D \rightarrow {}^{3}He+n+3.3MeV$$
(1.3)  
$$D+D \rightarrow T+H+4MeV$$
(1.4)

$$D + D \rightarrow I + II + 4I VIEV$$

$$D + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + H + 18.3MeV$$
(1.5)

La mejor en relación a sección eficaz entre energía liberada es la reacción de D+T. Partiendo de esto, también debemos plantearnos la futura obtención de dichos materiales. El deuterio (D) puede ser obtenido directamente del agua de mar que tiene una concentración de 100mg de deuterio por cada 3 L de agua. Sin embargo, el Tritio es radiactivo y tiende a desintegrarse, por tanto, su concentración en la Tierra es mucho menor pero no inexistente. A partir de un isótopo del Litio, el <sup>6</sup>Li, el cual se encuentra en el 7.5% del litio natural, se puede obtener tritio bombardeándolo con neutrones mediante la siguiente reacción.

$$^{6}Li + n \rightarrow ^{4}He + T + 4.8MeV \tag{1.6}$$

Al igual que es posible recubrir las paredes de los reactores de fisión nuclear de  $^{238}U$  para producir  $^{239}Pu$  mediante el bombardeo de neutrones que chocan con las paredes del reactor, también sería posible hacerlo con las reacciones de fusión nuclear recubriendo las paredes de  $^{6}Li$  para generar tritio.

2

#### 1.2.1. Plasma en las reacciones termonucleares

Como ya se ha explicado, es necesario elevar la energía cinética de las partículas, esto es, a nivel macroscópico, elevar su temperatura hasta órdenes de magnitud de los millones de grados Kelvin. Cuando tenemos una materia a temperaturas tan elevadas se produce el fenómeno de disociación, es decir, los electrones se liberan de los átomos. A este nuevo estado de la materia se le denomina plasma. El plasma tiene las mismas propiedades que un gas, pero incluyendo la complejidad de que, al tener protones y electrones separados, éstos son susceptibles a campos electromagnéticos.

Las reacciones nucleares necesitan ser confinadas ya que, a temperaturas tan grandes, es imposible que puedan ser contenidas en ningún tipo de material ya que lo derretiría. En las estrellas son confinadas gravitacionalmente gracias a las enormes masas de las estrellas que generan un gigantesco campo gravitatorio. Los modos de confinamiento más prometedores para reproducir en la tierra dichas reacciones son los siguientes:

- Confinamiento inercial. Se basa en el calentamiento e implosión por compresión de una pequeña esfera de combustible en un periodo muy corto de tiempo ( $\tau \approx 10^{11} s$ ). Esto se consigue mediante potentes láseres que apuntan directamente a la esfera y que lo calientan y comprimen hasta que ocurra la reacción de fusión y el plasma sea confinado por su inercia.
- Confinamiento magnético. Se utilizan grandes campos magnéticos para confinar el plasma caliente el tiempo suficiente para que la fusión pueda ocurrir (τ ≈ 10s). El plasma gira a altas velocidades siguiendo las líneas de campo magnético y haciendo chocar las partículas entre ellas. Existen, como se verá más adelante, dos tipos de reactores por confinamiento magnético, los de tipo Tokamaks y los de tipo Stellarator.

Las ecuaciones que rigen el movimiento del plasma vienen dadas por la teoría magnetohidrodinámica o MHD por su traducción inglesa MagnetoHydroDynamics. Este modelo trata el fluido sin distinguir las distintas cargas dentro de él.

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$
  

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \rho \frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{J} \times \vec{B} - \nabla p$$
  

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \qquad \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{J}$$
  

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \qquad \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho^{-\gamma}}\right) = 0$$
(1.7)

La primera columna se corresponde con las ecuaciones de Maxwell, siendo  $\vec{B}$  el campo magnético inducido,  $\vec{J}$  la densidad de la corriente y  $\vec{E}$  el campo eléctrico. En cuanto a la segunda columna, la primera ecuación se debe a la conservación de la masa (ecuación de continuidad), seguida de la conservación de momento y precedida por la ley de Ohm donde  $\rho$  es la densidad local de materia, v es la velocidad del fluido y p es la presión dinámica del plasma. Finalmente, la última ecuación se debe a la conservación de la energía donde  $\gamma = 5/3$ , siendo éste el ratio del calor específico para una ecuación de estado adiabática, además con ella se supone que la entropía se mantiene constante.

#### 1.2.2. Viabilidad de los reactores de fusión nuclear

La viabilidad de un proceso de fusión nuclear se basa simplemente en generar más electricidad de la necesaria para generar dicho proceso. Esto se refleja en el factor de amplificación Q definido de la siguiente forma:

$$Q = \frac{P_{fus}}{P_{inj}} \tag{1.8}$$

Sabiendo que  $P_{fus}$  es la energía liberada por los reactivos y que  $P_{inj}$  es la potencia que se inyecta a la reacción

para alcanzar la fusión, necesitamos que  $Q \ge 1$ . Cuando Q = 1 cubrimos los gastos, aunque en la realidad no es suficiente ya que el objetivo es generar energía. El panorama actual se centra en conseguir valores de Q altos, concretamente en el proyecto ITER se pretende conseguir valores próximos a Q = 10 y alcanzar una potencia producida de 350-400 MW. Otro parámetro importante en una reacción es el tiempo necesario para disipar la energía del plasma en el caso en el que se detuviese el suministro de energía ( $\tau_E$ ). Este tiempo viene dado por la ecuación (1.9) donde W es la energía suministrada,  $P_{dl}$  son las pérdidas directas, n es la densidad de iones y T la temperatura.

$$\tau_E = \frac{W}{P_{dl}} = \frac{3nT}{P_{dl}} \tag{1.9}$$

Si combinamos (1.8) y (1.9) podemos llegar a una condición a partir de la cual, una reacción de fusión nuclear puede ser viable si cumple (1.11) donde  $P_{br}$  son las pérdidas debidas a las colisiones entre partículas debido al fenómeno de bremsstrahlung,  $P'_{fus}$  es la energía liberada al generarse las partículas Alpha,  $\langle \sigma v \rangle$  es la reactividad,  $E_n$  es la energía liberada en la reacción,  $E_{\alpha}$  es la energía liberada al crearse las partículas Alpha y A y  $Z_{eff}$  son parámetros que definen  $P_{br}$ .

$$Q = \frac{P_{fus}}{P_{inj}} = \frac{P_{fus}}{P_{dl} + P_{br} - P'_{fus}} = \frac{\frac{1}{4}n^2 \langle \sigma v \rangle E_n}{\frac{3nT}{\tau_E} + An^2 Z_{eff} T^{1/2} - \frac{1}{4}n^2 \langle \sigma v \rangle E_\alpha} \ge 1 \quad (1.10)$$

$$n\tau_{E}T \geq \frac{12T^{2}}{\frac{6}{5}\langle \sigma v \rangle E_{n} - 4An^{2}Z_{eff}T^{1/2}}$$
(1.11)

Esta condición se conoce como el criterio de Lawson y puede simplificarse a la siguiente ecuación donde  $C_{Umbral}$  depende de la sección eficaz de la reacción considerada.

$$L_i = n_i T_i \tau_i \ge C_{Umbral} \tag{1.12}$$

Si la viabilidad depende principalmente de la densidad de iones, la temperatura y el tiempo de confinamiento, eso nos permite seleccionar inteligentemente los órdenes de magnitud para el reactor de dichas variables. En el caso de confinamiento inercial se elige una densidad y temperatura altas a costa de un tiempo de confinamiento pequeño, mientras que, si optamos por el confinamiento magnético, las densidades son bajas, las temperaturas altas y se deben mantener tiempos de confinamientos altos.

#### 1.3. Tokamak

Los reactores de tipo Tokamak (TOroidalnaya KAmera MAgnitnami Katushkami) son los más extendidos por su relativa simplicidad y se basan en el confinamiento magnético. El nuevo modelo de ITER y el futuro proyecto de DEMO, así como los actuales más relevantes tales como JET y ASDEX Upgrade son reactores de tipo Tokamak. La ecuación de movimiento que gobierna el movimiento de las partículas dentro de dichos reactores se basa en el movimiento de una partícula en el seno de un campo magnético, esto es, la fuerza de Lorentz (1.13), siendo  $\vec{B}$  el campo magnético,  $\vec{E}$  el campo eléctrico y  $\vec{v}$  la velocidad de la partícula.

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{v} \times B + \vec{E})$$
(1.13)

El confinamiento del plasma dentro de un reactor Tokamak se consigue superponiendo campos magnéticos en

dos direcciones; poloidal y toroidal, todo ello visible en la Figura 1-3.

- Campo magnético poloidal. Existen dos mecanismos:
  - Un conjunto de bobinas externas instaladas toroidalmente por las que, al circular una corriente, crea un campo magnético en dirección poloidal.
  - Un transformador situado en el centro del eje de simetría induce una corriente poloidal al plasma mediante una corriente variable debido a la ley de Lenz-Faraday. Este mecanismo es el más usado.
- Campo magnético toroidal. Se consigue mediante la colocación de las bobinas toroidales, que están dispuestas poloidalmente, colocadas al exterior y abrazando el toroide.

A esto se le superpone otro campo magnético poloidal que es generado por bobinas externas dispuestas toroidalmente para dar forma al plasma. Aunque las bobinas generan fuertes campos magnéticos, el generado en dirección toroidal es un orden de magnitud superior al poloidal. La superposición de ambos campos magnéticos genera un campo resultante cuya dirección es helicoidal.



Figura 1-3. Campos magnéticos generados en un reactor Tokamak junto con el campo helicoidal resultante de la composición de todos ellos.

Las líneas de campo helicoidales forman superficies magnéticas cerradas donde parámetros como la presión y la temperatura del plasma permanecen constantes. El número de vueltas toroidales que realizan las líneas del campo magnético durante una vuelta poloidal completa para volver a su posición original es definido como el factor de seguridad. Suele ser definido como un número racional y está relacionado con inestabilidades en el plasma cuando toma valores bajos.

$$q = \frac{m}{n} = \frac{N \acute{u}mero\ de\ vueltas\ toroidales}{N \acute{u}mero\ de\ vueltas\ poloidales}$$
(1.14)

#### 1.3.1. Componentes de un Tokamak

Un reactor tipo Tokamak está compuesto por diversos componentes, estos van el sistema de bobinas para confinar el campo magnético, pasando por todos los sistemas de alimentación de combustible e instrumentación, hasta un complejo sistema de refrigeración. A continuación, se procederá a describir algunos de los componentes principales que se encuentran en un reactor de este estilo.

#### 1.3.1.1. Bobinas magnéticas

Como ya se ha explicado, las bobinas se utilizan para confinar el plasma dentro del reactor. Deben poseer una

gran potencia, por ejemplo, en ITER está proyectado instalar bobinas capaces de almacenar 51 GJ de energía y generar un campo magnético de hasta 11.8 T para las bobinas toroidales. En cuanto a las bobinas poloidales se han diseñado para generar un máximo de 6 Teslas. Para conseguir estas cifras es necesario enfriar a temperaturas cercanas al cero absoluto para que se comporten como bobinas superconductoras.

#### 1.3.1.2. Vasija del reactor

Este componente separa el plasma del exterior. Debe estar sellado herméticamente para poder generar vacío en su interior y evitar fugas de plasma. También sirve como soporte para otros sistemas tales como la capa interna y el divertor.

La capa interna es utilizada para cubrir toda la superficie interior de la vasija. Es la primera barrera ante el plasma y debe absorber radiaciones constantes de neutrones reduciendo la velocidad de los mismos y evitando que lleguen a otros componentes como las bobinas. La energía cinética de los neutrones es transformada en calor y absorbida por agua refrigerante que se utilizará posteriormente para la producción de energía eléctrica.

El divertor se sitúa debajo del reactor. Su función es la extracción del calor y de los desechos producidos durante la reacción, de esta forma, se evitan daños debidos a que el plasma entre en contacto con las paredes del reactor. Se debe construir con materiales como el Tungsteno ya que su punto de fusión es el más elevado de los metales.

#### 1.3.1.3. Criostato

La función del criostato es la de proveer el vacío dentro del reactor y enfriar toda la vasija y sus componentes. Debe poseer infinidad de perforaciones para habilitar la conexión del reactor con el exterior, esto incluye desde la instrumentación, hasta tuberías y conexiones eléctricas.

#### 1.3.1.4. Sistemas de calentamiento

El reactor debe contar con distintos mecanismos para calentar el plasma desde temperaturas relativamente bajas hasta alcanzar la temperatura del punto de funcionamiento. Estos mecanismos son:

- Calentamiento óhmico. Al inducir un campo eléctrico en el plasma mediante el transformador central, las partículas se aceleran en el seno del plasma produciendo una corriente. Dado que la resistencia del plasma es finita, la corriente inducida pierde energía mediante colisiones, cediendo energía al plasma y calentándolo<sup>1</sup>. La dependencia de la resistencia del plasma sigue la relación:  $R \propto T^{-3/2}$ , esto significa que la resistencia disminuye con la temperatura y, por tanto, la forma de calentar el plasma mediante este mecanismo es finita.
- **Inyector de haces neutros (NBI).** También conocido por sus siglas en inglés de "Neutral Beam Injector". Se basa en la inyección de haces de átomos neutros que contienen una energía superior a los iones térmicos. Al ser neutros no sienten el campo magnético y siguen trayectorias rectilíneas en la dirección en la que se inyectan. De esta forma conseguimos alimentar de combustible el reactor ya que en cuanto cruzan el plasma, los haces neutros se ionizan y pasan a formar parte del plasma.
- Calentamiento por radiofrecuencias (RF). También conocido por sus siglas en inglés de "RadioFrequency heating". Consiste en radiar potentes ondas electromagnéticas a distintas frecuencias para calentar distintas zonas del plasma. Cuando una determinada radiación de frecuencia es inyectada, ésta es absorbida en la región de resonancia y, dependiendo de la frecuencia utilizada se consigue calentar la parte más interna o externa del plasma. Se basa en hacer resonar los iones o los electrones del plasma, dependiendo de qué se haga resonar podemos diferencia un tipo distinto de calentamiento:
  - Calentamiento por resonancia de ciclotrón de iones o por sus siglas en inglés, "Ion Cyclotron Resonance Heating" (ICRH). Este tipo consigue calentar el interior del plasma porque allí se encuentran la mayoría de los iones.
  - Calentamiento por resonancia de ciclotrón de electrones o por sus siglas en inglés, "Electron Cyclotron Resonance Heating" (ECRH). Este tipo consigue calentar el exterior del plasma

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Lo descrito es el efecto Joule que puede escribirse como  $P_{plasma} = I_{plasma}^2 R_{plasma}$ 

porque allí se encuentran la mayoría de los electrones.

#### 1.4. Stellarator

Su nombre hace referencia a las estrellas, "Stella", y la generación de energía del inglés "Generator" ya que se pretende imitar la forma de producción de energía utilizadas por las estrellas. Su principal diferencia con los Tokamak reside en que solo necesitan la utilización de bobinas que abracen al toroide, prescindiendo de las bobinas poloidales y, por tanto, del transformador central. Esto es debido a que el Stellarator amolda la forma de las bobinas para que sean prescindibles las corrientes poloidales, lo cual complica enormemente el diseño y la comprensión del reactor, así como su construcción. Sin embargo, Sin embargo, el hecho de prescindir de la corriente inducida hace mucho más adecuado el Stellarator para el funcionamiento continuo.

#### 1.4.1. Componentes de un Stellarator

Se compone básicamente de los mismos componentes que un Tokamak. Las bobinas magnéticas no tienen todas las mismas formas porque están diseñadas para crear un campo magnético tridimensional, como puede verse en la Figura 1-4. También deben diseñarse para soportar cargas mecánicas en todas las direcciones. En cuanto a la vasija del reactor y la capa interna, aunque tiene la misma función que en el Tokamak, su diseño es más complejo ya que se debe amoldar a la forma del plasma. Los divertores se distribuyen por todo el reactor ya que el plasma se mueve en consonancia a la simetría del mismo, por ello, al conocer donde se producen las derivaciones es posible la colocación de divertores en puntos específicos. Finalmente, tanto el criostato como los sistemas de calentamiento son idénticos al Tokamak con la complicación de su instalación respetando la forma del dispositivo.



Figura 1-4. Diseño del reactor Wendelstein 7-X, instalado por instituto Max-Planck en Alemania

## 2 DETECTOR DE PÉRDIDA IONES RÁPIDOS (FILD)

La pérdida de iones rápidos supone un problema en los reactores actuales y aún peor en los futuros, como ITER, debido a la producción de partículas alfa. Su energía es superior a la de las partículas térmicas y constituyen en torno a un 5% del total de las partículas. Aunque a priori se podría despreciar, la realidad es que son responsables de muchas de las inestabilidades producidas en el reactor y es necesario confinarlas, evitando su pérdida, para el correcto calentamiento del plasma. Una pequeña inestabilidad podría desencadenar en un choque del plasma contra la pared interna del reactor, produciendo daños irreversibles y unos costos muy elevados. Es por todo esto que es prioritario entender su funcionamiento para poder predecir su movimiento, evitando así dichas inestabilidades y manteniendo una reacción estable en el tiempo. En este capítulo se describirán varios mecanismos de pérdidas de iones rápidos, así como el diagnóstico que los detecta (FILD) y su funcionamiento.

#### 2.1. Orbitas de iones rápidos

Los iones rápidos, o partículas supratérmicas, obedecen las mismas leyes que el resto del plasma, aunque sus velocidades y energías sean superiores, es decir, se les puede realizar un tratamiento clásico. La ley fundamental que las gobiernas es la fuerza de Lorentz (1.13), como ya se vio en el primer capítulo. En ausencia de campo eléctrico la fuerza de Lorentz es perpendicular a la velocidad por lo que la energía cinética se conserva. Esto hace que las partículas presenten movimientos helicoidales compuestos por giros circulares alrededor de las líneas de campo. Los parámetros que caracterizan dicho movimiento son el radio de giro o radio de Larmor ( $\rho_L$ ) (2.1), la frecuencia de giro ( $\omega_c$ ) (2.2), el ángulo que forma el vector de velocidad de la partícula con el campo magnético o más conocido como Pitch angle en inglés ( $\Lambda$ ) (2.3) y el momento magnético asociado a la partícula orbitando el campo magnético ( $\mu$ ) (2.4).

$$\rho_L = \frac{mv_\perp}{|q|B} \tag{2.1}$$

$$\omega_c = \frac{v_\perp}{\rho_L} = \frac{|q|B}{m} \tag{2.2}$$

$$\Lambda = \frac{v_{\parallel}}{v_{tot}}$$
(2.3)

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} \tag{2.4}$$

En el caso en que el campo eléctrico deje de ser nulo, aparecería una desviación de las partículas sin que el radio de giro se viera alterado. Esta deriva vendría dada por la expresión siguiente:

$$\vec{v}_E = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \tag{3.1}$$

Una desviación de este tipo desencadenaría un movimiento macroscópico del plasma ya que, como podemos ver en la ecuación anterior, no depende de la carga de la partícula. Si lo que variase dentro del reactor fuera el

campo magnético, es decir, por la aparición de un gradiente en el campo magnético generado por la dependencia radial de las bobinas, esto produciría otro tipo de deriva que vendría dada por:

$$v_{\vec{\nabla}} = \frac{v_{\perp}^2}{2\omega_c} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}B}{B^2}$$
(3.2)

También aparece la fuerza centrífuga en las ecuaciones debido a que las partículas se encuentran girando el toroide, es por ello que sienten el siguiente arrastre:

$$\vec{v}_{\vec{R}} = \frac{v_{\parallel}^2}{2\omega_c} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}B}{B^2}$$
(3.3)

Si agrupamos todos los movimientos que pueden producirse obtenemos:

$$\vec{v} = \underbrace{\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{g}}_{\vec{v} \times \vec{B}} + \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^{2}}_{Deriva \ E \times B} + \underbrace{\frac{1}{B\omega_{c}} \frac{d\vec{E}_{\perp}}{dt}}_{Deriva \ de \ polarización} + \underbrace{\frac{v_{\parallel}^{2} + v_{\perp}^{2}}{2\omega_{c}} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}B}{B^{2}}}_{Deriva \ \vec{\nabla}B + F_{centrifuga}}$$
(3.4)

En resumen, podemos entender el movimiento de los iones rápidos como dos movimientos superpuestos, uno correspondiente al movimiento ideal que hace que las partículas giren alrededor del campo magnético en dirección paralela a él, y otro que expulsa a las partículas hacia el exterior haciendo que se pierdan, es decir, en dirección perpendicular al campo magnético. El movimiento ideal se correspondería a que las ecuaciones se rigieran única y exclusivamente a la fuerza de Lorentz, mientras que las derivas serían las responsables de la pérdida de ellos. Como se describirá más tarde, existen otros mecanismos por los que se pierden estos iones que, en esencia, tienden a expulsar en dirección radial a las partículas.

El momento magnético toma importancia debido a su invariancia adiabática ya que, es el responsable de un fenómeno llamado, espejo magnético. La energía cinética  $(\frac{1}{2}mv^2)$ , es decir, el módulo de la velocidad, y el

momento magnético ( $\mu = \frac{v_{\perp}^2}{2B}$ ), es decir, el cociente entre el módulo de la velocidad perpendicular y el campo magnético se conservan a lo largo del tiempo. Conociendo esto, un incremento en *B*, produciría un incremento en  $|\vec{v}_{\perp}|$ , consecuentemente, un incremento  $|\vec{v}_{\perp}|$ , produciría un descenso en  $|\vec{v}_{\parallel}|$  ya que la velocidad total se

conserva. Si el incremento del campo magnético continúa, se llega a la situación donde  $|\vec{v}_{\parallel}| = 0$  y se ve reflejada por el campo magnético. El efecto final es representado en la Figura 2-1, donde puede verse la reflexión ante un gradiente en el campo magnético.



Figura 2-1. Efecto de espejo magnético dentro de gradiente de campo magnético positivo. Aunque es posible que se produzca el efecto del espejo magnético dentro del Tokamak debido a la dependencia

10

radial del campo magnético ( $B \propto \frac{1}{R}$ ), esto no quiere decir que siempre ocurra. Las partículas se introducen en el campo magnético mediante el NBI neutras y cuando entran en contacto con el plasma se ionizan y comienzan a seguir el campo magnético. Al ser aleatoria el momento de esta ionización, las partículas parten de condiciones iniciales distintas y, por ello, pueden verse influenciadas por el espejo magnético o no. Si la partícula al ionizarse no se encuentra en todo su recorrido con ninguna intensidad de campo que consiga anularla, ésta continuará girando sin verse reflejada recibiendo el nombre de órbita pasante o "passing orbits". En caso contrario, si en su trayectoria existiese una intensidad que anulase su  $|\vec{v}_{\parallel}| = 0$ , la partícula se vería reflejada y atrapada en una órbita distinta llamada "trapped" u órbita banana. Ambas órbitas han sido representadas en la Figura 2-2, en ella puede verse la característica forma de banana que forma una órbita "trapped".



Figura 2-2. Sección poloidal (a) y sección toroidal (b). La línea azul representa una órbita pasante, mientras que la línea roja representa una órbita atrapada.

#### 2.2. Perturbaciones en los iones rápidos

Las distintas perturbaciones que pueden producirse en los iones rápidos y que pueden desencadenar la pérdida de las partículas son varias. Ya se ha visto distintos mecanismos por los que podrían desviarse de sus órbitas, pero ocurren más, aunque basado en lo anterior explicado.

#### 2.2.1. Pérdidas tempranas

Estas pérdidas son producidas al inicio de la inyección de partículas. Una porción de los iones inyectados por el NBI se ioniza en una región no confinada y su evolución está perdida desde el inicio. Al encontrarse en una órbita perdida, la partícula está destinada a chocar contra la pared del reactor y no podrá ser dirigida al divertor para focalizar el calor que genera.

#### 2.2.2. Colisiones Coulombianas

Las colisiones coulombianas son un mecanismo que permite la transferencia de energía en el interior del plasma y la termalización de los iones rápidos. Al producirse el choque entre partículas, también se produce un cambio en la trayectoria, lo cual puede originar que se origine una nueva órbita fuera del reactor y, por lo tanto, una pérdida de los iones.

#### 2.2.3. Inestabilidades magnetohidrodinámicas

#### 2.2.3.1. Neoclassical Tearing Modes (NTM)

Reconexiones en las líneas de campo magnético originan la aparición de islas magnéticas. Las apariciones de islas generan importantes gradientes en el campo magnético que influyen en la trayectoria de la partícula y desembocan en la pérdida de iones. Esto se muestra en la Figura 2-3, donde una reconexión genera islas y puntos donde las líneas de campo magnético se cruzan.





#### 2.2.3.2. Edge Localised Modes (ELM)

Este fenómeno ocurre en los límites exteriores del plasma debido a la diferencia de presión. Consiste en una pérdida espontánea de calor e iones rápidos que reduce dicho gradiente de presión. Es un efecto periódico que puede llegar a ocurrir cientos de veces en una descarga. Además de la pérdida de iones, ellos mismo producen pequeñas perturbaciones en el campo magnético que realimentan la pérdida de iones.

#### 2.3. Funcionamiento de FILD

Con el fin de detectar la pérdida de iones rápidos se ha desarrollado un detector llamado FILD, de sus siglas en inglés, Fast-Ion Loss Detector. Su uso permite cuantificar las pérdidas producidas, así como analizar las causas que lo producen para poder evitarlas. Estos equipos han sido instalados en reactores tales como ASDEX Upgrade, DIIID o JET y todos se basan en el mismo funcionamiento, un espectrómetro magnético que utiliza el campo del Tokamak para dispersar los iones y hacerlos colisionar contra una placa centelleante. La cabeza de estos detectores debe soportar altas temperaturas pudiendo alcanzar hasta los  $300^{\circ}C$ , por esta razón no es posible monitorizar una descarga completa con un solo dispositivo y es necesario retraerlos para que no se dañen.

Las partículas siguen trayectorias como las descritas en apartados anteriores hasta encontrarse con el detector, cuando esto ocurre, entran en el pinhole y colisionan contra una placa centelleante. Al frenar repentinamente partículas con altas energías en la colisión contra el material centellador, se emite radiación electromagnética<sup>2</sup>. La imagen emitida en dicha colisión permite conocer el espacio de velocidades, es decir, los radios de giro, energías y pitch angle de las partículas antes de colisionar con el detector. Esto da suficiente información como para conocer la trayectoria que siguió en el pasado y, por tanto, conocer el origen de su pérdida.

En la cabeza de FILD se pueden distinguir tres componentes principales (visibles en la Figura 2-4); recubrimiento de grafito, el colimador y la placa centelleante. El primer componente es simplemente la carcasa donde van el resto de dispositivos y su función es la de proteger de colisiones de partículas, así como los altos flujos de calor a los que es sometido. El colimador se encarga de filtrar las partículas térmicas, dejando pasar tan solo las partículas supratérmicas o rápidas. Por último, la placa centelleante tiene la función de emitir los

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Este fenómeno se conoce como ionoluminiscencia.

destellos producidos al chocar con ella las partículas que posteriormente serán transportadas y recogidas por el sistema óptico.



Figura 2-4. Esquema de una colisión contra la cabeza de FILD. (a) ion rápido que entra en el pinhole. (b) Tras entrar en el pinhole, la partícula es colimada en el caso de ser térmica, si no, colisiona contra la placa emitiendo un destello.

Una vez generado el destello, la información es trasladada mediante un sistema de lentes (representados en la Figura 2-5) hasta un divisor del haz de luz recibida con un ángulo de 45°. Esto hace que la luz se divida en intensidades iguales, una que continuará su camino en dirección recta (hacia el PMT), y otro que será desviado perpendicularmente (hacia CCD). El primero será transmitido vía fibra óptica hacia un array de 20 detectores fotomultiplicadores donde cada uno ampliará una zona amplia del centellador. El segundo será dirigido hacia una cámara que procesará la tasa de fotones que están incidiendo en tiempo real contra el centellador. El conjunto de ambos ofrece una resolución espacial (cámara) y temporal (PMT) que ofrece toda la información anteriormente descrita.



Figura 2-5. Esquema de transporte del haz de luz hacia los dos sistemas (CCD y PMT).

#### 2.4. Sistemas de posicionamiento de FILD

La inserción de la cabeza del detector se puede realizar una vez el plasma ya se encuentra circulando por el reactor o bien mientras se está aumentando el campo magnético para comenzar la descarga. Sea como fuere,

siempre se ciñe a unas especificaciones de control que deben cumplirse en la medida de lo posible, siendo alguna de ellas restricciones prioritarias. La inserción debe ser rápida, sin sobreoscilaciones ni golpes con el fin de carrera, es decir, una entrada limpia. La rapidez se debe a la necesidad de aprovechar todo el tiempo posible para medir y a que, alcanzada una temperatura, deberemos retraer el dispositivo para no causar daños estructurales ni al reactor ni al propio FILD. También debemos velar por la integridad física del sistema, es decir, si la inserción o la retracción son muy bruscas, podría llegar a generar esfuerzos que hagan plastificar los materiales. Finalmente, debe ser inmune a perturbaciones del campo magnético, tales como: ELMs, rampdowns, NTMs, disrupciones, etc., así como mantener la posición en el final de carrera moviéndose lo menos posible.

Existen tres posiciones esenciales en el proceso de la inserción: la posición de parking, donde el dispositivo descansa y se encuentra totalmente retraído, la posición segura, donde se encuentra preparado para su inserción, pero está protegido por la capa interna del reactor, haciéndose inmune a la radiación y calentamientos, y la posición de medición, donde se encuentra en el final de carrera y toma las mediciones oportunas.

Actualmente existen dos sistemas para insertar la cabeza de FILD dentro del reactor, una dirigida mecánicamente y otra magnéticamente. El mecánico basa su funcionamiento en un tornillo sin fin que, al girar, transmite el giro y lo convierte en un desplazamiento. Si gira en una dirección inserta el detector, si gira en la contraria, lo retrae. Debe ser alimentado mediante un motor externo que transmita el par motor y que controle la potencia de giro. Por otro lado, encontramos al dirigido magnéticamente (Figura 2-6), cuyo funcionamiento se basa en el giro proporcionado por una bobina al intentar alinear su dipolo magnético (o eje geométrico) con el campo magnético (toroidal) existente en el reactor. El giro producido en la bobina es transmitido como una biela-manivela a la cabeza del detector y es insertado en su interior. Se alimenta simplemente mediante la conexión de la bobina con el exterior a una fuente de alimentación eléctrica.



Figura 2-6. FILD4 instalado en ASDEX Upgrade. Su funcionamiento es el magnéticamente dirigido.

Ambos sistemas son más adecuados para unas especificaciones y menos para otras. En cuanto a refrigeración, el mejor es el mecánico, ya que es posible la colocación de tubos refrigerantes en el interior del tornillo sin fin que evacuan el calor producido por rozamiento. En contraposición, el dirigido magnéticamente tiene problemas en este campo porque al introducir corriente por la bobina, ésta se calienta por efecto Joule y es muy complicado evacuar este calor en un ambiente con vacío. A pesar de ello, consigue ser el más rápido debido a la baja inercia del sistema, colocándolo muy por encima en este aspecto con respecto a su competidor. El mecánico es muy lento ya que la potencia se suministra mediante un motor y es necesario muchas vueltas para introducir completamente el dispositivo, esto hace que, si se produjese una perturbación importante y se tuviera que retraer a FILD instantáneamente, fuera imposible. Por último, y no menos importante, el dirigido magnéticamente es más fácil de instalar en el reactor ya que tan solo es necesario transportar los cables de conexión fuera del reactor, mientras que el mecánico hace necesario la instalación de un sistema de transmisión de giro mediante un doble Cardan y el consiguiente aislamiento entre el exterior y el vacío generado en el interior del reactor.

#### 2.5. Modelado del FILD dirigido magnéticamente

Para entender el funcionamiento mecánico del sistema de inserción magnéticamente dirigido es necesario entender todas las fuerzas que influyen durante todo el proceso. Algunas de ellas siempre aparecen, como la inercia del sistema, mientras que otras aparecen debido al campo magnético tan intenso en el que se encuentra inmerso. Se va a plantear las dos ecuaciones diferenciales que resuelven el sistema descomponiendo todos sus términos para finalmente tratar de resolverlos mediante métodos numéricos que se indicarán más adelante.

La primera ecuación consiste en plantear un balance de momentos angulares en el eje de la bobina, por tanto, debemos conocer todas las fuerzas implicadas en el sistema y su valor. Las fuerzas y pares de fuerzas aplicados se muestran en Figura 2-7 tomando como origen de coordenadas x-y el punto a.



Figura 2-7. (a) Modelado 3D de FILD4. (b) Representación de fuerzas y momentos en ilustración simple del movimiento de FILD4.

Comenzando por la fuerza más simple, la fuerza ejercida por el muelle situado en la parte trasera de FILD, como se puede observar en la Figura 2-7 (a), se puede cuantificar como:

$$\vec{F}_{muelle} = -k_{muelle}(x - x_{m0})\,\vec{j}$$
 (3.5)

Donde  $k_{muelle}$  se corresponde con la constante elástica del muelle, x a la distancia desde el punto donde el muelle se encontraría relajado hasta la posición actual del detector y  $x_{m0}$  es el punto donde el muelle se encontraría relajado<sup>3</sup>. Aunque podría parecer contradictorio la colocación de un muelle que desfavorece el movimiento del

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> El muelle se encuentra en un estado de pretensión por seguridad, es por ello que no coincide el punto donde el detector se encuentra en parking al punto donde el detector se encontraría con el muelle relajado.

dispositivo, esta ha sido colocada por motivos de seguridad. En caso de que ocurriera una desconexión repentina del suministro eléctrico, intencionado, o no, el muelle actuaría como único retractor natural y haría volver al detector a su posición de parking, evitando así posibles daños estructurales.

La siguiente fuerza implicada en el balance corresponde a la generada por la inercia al movimiento de la cabeza del detector, es decir, sería la responsable de hacer continuar el movimiento que llevase el sistema si todas las fuerzas desaparecieran y tiene la siguiente expresión:

$$\vec{F}_{sonda} = -m\ddot{x}\,\vec{j} \tag{3.6}$$

Donde m es la masa del detector. Esta fuerza es tanto más débil cuanta menos masa posea el dispositivo, es decir, lo ideal sería fabricar el detector de un material ligero. Debido a los movimientos de rotación de la bobina, se inducen unas corrientes parásitas, llamadas corrientes de Foucault, provocadas por la distribución de cargas eléctricas al verse sumergidas en un fuerte campo magnético. Esto provoca corrientes circulares que, a su vez, generan un campo magnético que intenta alinearse con el del reactor. La expresión que modela este comportamiento viene dada por (3.7).

$$\tau_{Foucault} = -(\kappa B^2 \cos^2(\theta))\dot{\theta}$$
(3.7)

Donde  $\kappa$  es una constante dependiente de las propiedades de la geometría del material por donde circula las corrientes parásitas. Si igualamos esta expresión al torque que produciría una corriente contraelectromotriz en una bobina (3.8), la cual viene dada por (3.9), se obtendría el número de vueltas de una hipotética bobina con la misma geometría que la instalada en FILD (3.10).

$$I_{contraelectromotriz} = -\frac{NBA\frac{d}{dt}\sin(\theta)}{R} = -\frac{NBA\cos(\theta)\dot{\theta}}{R}$$
(3.8)  
$$\tau_{contraelectromotriz} = NBAI_{contraelectromotriz}\cos(\theta) = -\frac{(NBA\cos(\theta))^2}{R}\dot{\theta}$$
(3.9)  
$$N_{Foucault} = \frac{\sqrt{\kappa R}}{A}$$
(3.10)

Donde  $N_{Foucault}$  es el número de vuelta de la bobina equivalente, A es la sección de la bobina principal, B es el campo magnético percibido por la bobina y generado en el reactor, R es la resistencia eléctrica de la bobina principal y  $\theta$  es el ángulo formado entre la vertical y el brazo que conecta con la cuerpo del detector. Con todo esto, el par de fuerzas producido por las corrientes de Foucault haciendo el equivalente con la fuerza contraelectromotriz es:

$$\vec{\tau}_{Foucault} = -\frac{\left(N_{Foucault}BA\cos(\theta)\right)^2}{R}\dot{\theta}\,\vec{k}$$
(3.11)

Este par de fuerzas puede ser despreciado ya que su contribución oscila entre el 3% y el 6% siempre y cuando  $27 < N_{Foucault} < 38$ , pudiendo contribuir aún menos si  $N_{Foucault}$  fuera menor. El último par de fuerzas considerado es el que controla el sistema, esto es, el debido a la corriente inyectada por la bobina. Se expresa de la siguiente forma:

$$\vec{\tau}_{bobina} = NBAI\cos(\theta) k$$
 (3.12)

Donde N es el número de vueltas en la bobina e I es la corriente que circula por dicha bobina. Si se realiza el balance de pares de fuerza en el punto a, se obtiene la siguiente expresión:

$$i\ddot{\theta} = \tau_{bobina} + \tau_{Foucault} + \tau_{muelle} + \tau_{sonda} = NBAI\cos(\theta) - \frac{(N_{Foucault}BA\cos(\theta))^2}{R}\dot{\theta} - D_{ax}k_{muelle}(x - x_{m0}) - D_{ax}m\ddot{x}$$
(3.13)
Conocida la relación entre la posición y el ángulo formado, y sus derivadas:

$$x = D_{ax}(\tan(\theta) - \tan(\theta_0))$$
  

$$\dot{x} = D_{ax} \sec^2(\theta) \dot{\theta}$$

$$\ddot{x} = D_{ax} \sec^2(\theta) (2 \tan(\theta) \dot{\theta} + \ddot{\theta})$$
(3.14)

Es posible reformular (3.13) de forma que las incógnitas de la ecuación sean  $\theta \in I$ . Con ello se obtiene:

$$i\ddot{\theta} = NBAI\cos(\theta) - \frac{(N_{Foucault}BA\cos(\theta))^2}{R}\dot{\theta} - D_{ax}^2k_{muelle}(\tan(\theta) - \tan(\theta_{m0})) - D_{ax}^2m\sec^2(\theta)(2\tan(\theta)\dot{\theta} + \ddot{\theta}))$$
(3.15)

En la ecuación (3.15), I puede ser expresada en función de  $\theta$  y V (la tensión aplicada en la bobina), es por ello que se necesita una segunda ecuación. Ésta se obtiene sumando todas las contribuciones de corrientes posibles a través de la bobina.

$$I = I_{control} + I_{contraelectromotriz} + I_{autoinducida}$$
(3.16)

La primera se correspondería a la corriente aplicada a través de la fuente de alimentación. Dicha corriente se controla mediante la tensión aplicada en los bornes de la bobina y tendría la siguiente expresión:

$$I_{control} = \frac{V}{R} \tag{3.17}$$

La corriente contraelectromotriz, como ya se ha explicado anteriormente, viene dada por (3.8) y es debida a la variación de flujo magnético a través de la bobina cuando ésta gira. Finalmente, la corriente autoinducida se produce por la variación de corriente que circula por la bobina, la cual varía el flujo magnético generando una corriente electromotriz.

$$I_{autoinducida} = L_{self} \frac{dI}{dt}$$
(3.18)

Aunando todos los términos se llega a la expresión final:

$$I = \frac{1}{R}(V - NBA\frac{d}{dt}\sin(\theta) - L_{self}\frac{dI}{dt}) = \frac{1}{R}(V - NBA\cos(\theta)\dot{\theta} - L_{self}\dot{I}) \quad (3.19)$$

17

## 3.1. Linealización y transformada de Laplace

Un aspecto necesario para la simplificación de las ecuaciones y posterior análisis del sistema es la linealización de éste. A partir de una linealización es posible realizar un análisis simple de las perturbaciones que afectan el sistema y sus regiones de inestabilidad, así como el diseño de controladores tales como un PID. Partiendo de las ecuaciones obtenidas la sección anterior, pero reestructuradas convenientemente:

$$\begin{cases} \underbrace{M(\theta)}_{(i + D_{ax}^{2}m \sec^{2}(\theta))\ddot{\theta} + (2D_{ax}^{2}m \sec^{2}(\theta)\tan(\theta) + \frac{(N_{Foucault}BA\cos(\theta))^{2}}{R})\dot{\theta} = NBAI\cos(\theta) - D_{ax}^{2}k_{muelle}(\tan(\theta) - \tan(\theta_{m0}))\dot{\theta} \\ L_{self}\dot{I} + RI = V - NBA\cos(\theta)\dot{\theta} \\ X = D_{ax}(\tan(\theta) - \tan(\theta_{0})) \end{cases}$$

(3.1)

Definiendo las variables incrementales como el incremento entre la variable real menos el punto de funcionamiento de la siguiente forma:

$$\begin{split} \tilde{\theta} &= \theta - \overline{\theta} & \tilde{I} = I - \overline{I} & \tilde{V} = V - \overline{V} \\ \tilde{\dot{\theta}} &= \dot{\theta} & \tilde{I} = I & \tilde{B} = B - \overline{B} \\ \tilde{\ddot{\theta}} &= \ddot{\theta} & \tilde{X} = X - \overline{X} \end{split}$$
(3.2)

Donde  $\tilde{\theta}$ ,  $\tilde{\dot{\theta}}$ ,  $\tilde{\ddot{\theta}}$ ,  $\tilde{I}$ ,  $\tilde{I}$ ,  $\tilde{V}$ ,  $\tilde{B}$  y  $\tilde{X}$  se corresponde a las variables incrementales (diferencia de la variable real respecto del punto de funcionamiento),  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$ , I,  $\dot{I}$ , V, B y X son las variables que representan el valor real en cada instante, y por último,  $\bar{\theta}$ ,  $\bar{I}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\bar{B}$  y  $\bar{X}$  se corresponden a los valores del punto donde se linealiza y que se elige haciéndolo coincidir con el del punto de funcionamiento<sup>4</sup>. Aplicando polinomios de Taylor [1] a (3.1) y haciendo uso de las variables incrementales para obtener unas ecuaciones más sencillas se llega a:

$$\begin{cases} M(\bar{\theta})\tilde{\ddot{\theta}} + T(\bar{\theta})\tilde{\dot{\theta}} + (\overline{NBAI}\sin(\bar{\theta}) + D_{ax}^{2}k_{muelle}\sec^{2}(\bar{\theta}))\tilde{\theta} = NBA\cos(\bar{\theta})\tilde{I} + NA\tilde{I}\cos(\theta)\tilde{B} \\ L_{self}\tilde{I} + R\tilde{I} = \tilde{V} - NBA\cos(\bar{\theta})\tilde{\dot{\theta}} \\ \tilde{X} = D_{ax}\sec^{2}(\theta)\tilde{\theta} \end{cases}$$
(3.3)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Punto donde el sistema trabaja normalmente. En el caso de FILD se corresponde a la posición donde se realiza la medida.

Aunque lineales, las ecuaciones siguen siendo diferenciales. La forma más sencilla de tratarlas y de analizar su estabilidad (y posterior diseño de controladores) parte de la utilización de la transformada de Laplace. Esta transformación es muy sencilla para sistemas lineales además de simplificar en gran medida la resolución de ecuaciones diferenciales. Se habla de transformada en el dominio frecuencial porque la nueva variable, fruto de la transformación, tiene unidades de  $s^{-1}$ =Hz. Así pues, si despreciamos las condiciones iniciales del sistema, las cuales no tienen relevancia desde el punto de vista del comportamiento del mismo, y utilizando las propiedades de dicha transformada, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{cases} \theta(s) \left( M(\bar{\theta})s^{2} + T(\bar{\theta})s + P(\bar{\theta}) \right) = N\bar{B}A\cos(\bar{\theta})I(s) + NA\tilde{I}\cos(\theta)B(s) \\ I(s) \left( L_{self}s + R \right) = V(s) - N\bar{B}A\cos(\bar{\theta})s\theta(s) \\ X(s) = D_{ax}\sec^{2}(\bar{\theta})\theta(s) \end{cases}$$
(3.4)

Partiendo de las ecuaciones transformadas, es posible llegar a una relación lineal entre las perturbaciones que afectan al sistema (tensión y campo magnético) y la salida (posición del detector). Esta relación es conocida como función de transferencia y a partir de ella es posible resolver las ecuaciones diferenciales obteniendo, por tanto, la respuesta del sistema ante una perturbación conocida. Cada función de transferencia se obtiene suponiendo que la otra perturbación es nula y posteriormente se unen ambos comportamientos tal como se refleja en las siguientes expresiones:

$$G_{p}(s) = \frac{X(s)}{V(s)}\Big|_{B=0} y G_{B}(s) = \frac{X(s)}{B(s)}\Big|_{V=0}$$
 (3.5)

Finalmente, se obtienen las funciones de transferencia del sistema  $G_p(s)$  y de las perturbaciones  $G_B(s)$ , así como la total G(s):

$$\begin{split} G_{p}(s) &= \frac{X(s)}{V(s)} \bigg|_{B=0} = \frac{N\overline{B}A\cos(\overline{\theta})D_{ax}\sec^{2}(\overline{\theta})}{L_{self}M(\overline{\theta})s^{3} + (RM(\overline{\theta}) + L_{self}T(\overline{\theta}))s^{2} + (L_{self}P(\overline{\theta}) + RT(\overline{\theta}) + (N\overline{B}A\cos(\overline{\theta}))^{2})s + RP(\overline{\theta})} \\ G_{B}(s) &= \frac{X(s)}{B(s)} \bigg|_{V=0} = \frac{L_{self}NA\overline{I}\cos(\overline{\theta})D_{ax}\sec^{2}(\theta)s + RNA\overline{I}\cos(\overline{\theta})D_{ax}\sec^{2}(\overline{\theta})}{L_{self}M(\overline{\theta})s^{3} + (RM(\overline{\theta}) + L_{self}T(\overline{\theta}))s^{2} + (L_{self}P(\overline{\theta}) + RT(\overline{\theta}) + (N\overline{B}A\cos(\overline{\theta}))^{2})s + RP(\overline{\theta})} \\ G(s) &= G_{p}(s)V(s) + G_{B}(s)B(s) \end{split}$$

La función de transferencia resultante consta de un sistema de tercer orden, es decir, que tiene 3 polos<sup>5</sup>. Estos polos son los responsables de la respuesta temporal del sistema. Si los polos son reales y negativos, éstos inducen exponenciales con exponentes negativos (del tipo  $e^{-pt}$ ) los cuales se atenúan hasta desaparecer, en contraposición, si los polos son reales pero positivos, estos inducen exponenciales positivas (del tipo  $e^{pt}$ ) que inestabilizan el sistema. Si los polos resultan ser imaginarios (los cuales aparecen cuando el orden del denominador es mayor de 2), se induce una respuesta con componentes senoidales.

Estas funciones de transferencia podrían ser simplificadas despreciando términos ya que, en la realidad, hay dinámicas predominantes. Partiendo de que  $L_{self}$  es del orden de los miliHenrios, y que  $M(\overline{\theta})$  se correspondería a la inercia del sistema (la cual es pequeña ya que se ha diseñado el sistema para ser ligero), podríamos despreciar el término  $L_{self}M(\overline{\theta})s^3$ . El siguiente término sería también despreciable (aunque es varios órdenes mayores que el término anterior) ya que  $M(\overline{\theta})$  es pequeña y  $T(\overline{\theta})$  también lo es porque depende de la masa del detector. Finalmente, el resto de términos no son despreciables ya que son de órdenes de magnitud similares y tienen importancia. La diferencia entre el orden de magnitud de  $s^2$  y el resto es de 1 y

20

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Valores de *s* para los cuales la función de transferencia tiende a infinito. Estos se obtienen de la factorización del denominador de la función de transferencia.

puede ser obviado. En cuanto al numerador de  $G_B(s)$ , el primer término es despreciable porque está acompañado de  $L_{self}$  y, como hemos razonado antes, es muy pequeño. Todo esto hace que podamos simplificar las funciones de la siguiente forma (Aunque por exactitud y potencia de cálculo sobrante se han considerado todos los términos):

$$G_{p}^{1^{er} orden}(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{N\overline{B}A\cos(\overline{\theta})D_{ax}\sec^{2}(\theta)}{(L_{self}P(\overline{\theta}) + RT(\overline{\theta}) + (N\overline{B}A\cos(\overline{\theta}))^{2})s + RP(\overline{\theta})}$$

$$G_{B}^{1^{er} orden}(s) = \frac{X(s)}{B(s)} = \frac{RNA\overline{I}\cos(\overline{\theta})D_{ax}\sec^{2}(\overline{\theta})}{(L_{self}P(\overline{\theta}) + RT(\overline{\theta}) + (N\overline{B}A\cos(\overline{\theta}))^{2})s + RP(\overline{\theta})}$$
(3.7)

Con ello se concluye que realmente el sistema se comporta como uno de primer orden que, además, es estable ya que no posee polos positivos. Esto aporta información del comportamiento del sistema, el cual siempre se comportará sin sobreoscilaciones ante un escalón en la perturbación, por ello, será más robusto y sencillo de controlar.

También sería posible, a partir del sistema linealizado (3.3), obtener el espacio de estados correspondiente para el sistema ya que será necesario para el diseño del filtro de Kalman.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\ddot{\theta}} \\ \tilde{\dot{\theta}} \\ \tilde{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{P(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} & -\frac{T(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} & \frac{N\bar{B}A\cos(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{N\bar{B}A\cos(\bar{\theta})}{L_{self}} & -\frac{R}{L_{self}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \tilde{\dot{\theta}} \\ \tilde{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{NA\bar{I}\cos(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{self}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V} \\ \tilde{B} \end{bmatrix}$$
(3.8)

Para comprobar que las funciones de transferencia simulan el comportamiento de una forma bastante aproximada se ha simulado en la herramienta de Simulink (Figura 3-1., Figura 3-2, Figura 3-3, Figura 3-4 y Figura 3-5) de MATLAB las ecuaciones diferenciales ya obtenidas (3.1), haciendo de esta forma que queden claras las relaciones y realimentaciones entre las ecuaciones. Con esta herramienta se simulará el comportamiento de FILD cuando se controla mediante controladores tipo PID. La Figura 3-1. Ilustración representa los modelos de caja negra donde solo se tienen las entradas que afectan al sistema y las salidas que arroja.



Figura 3-1. Ilustración en Simulink de los sistemas simulados de FILD. El superior se corresponde con el sistema real mientras que el inferior se corresponde con el sistema linealizado y simulado mediante las funciones de transferencia calculadas.

Las siguientes imágenes se adentran en las cajas negras para desarrollar el funcionamiento de estas. En la Figura 3-2 se describe la dinámica real de FILD, mientras que en la Figura 3-3 y Figura 3-4 muestran las dos dinámicas que describen el movimiento de FILD, la bobina y la cabeza del detector. Las ecuaciones mostradas en estas dos últimas figuras no son más que las descritas en el capítulo anterior ((3.15) y (3.19)).



Figura 3-2. Dinámica completa de FILD en Simulink teniendo como entrada el campo magnético y la tensión en la bobina y como salida la posición de la cabeza del detector.



Figura 3-3. Dinámica de la bobina en Simulink cuya entrada es la tensión, ángulo de la bobina, velocidad angular de la bobina y el campo magnético y como salida la corriente que circula por la bobina.





La Figura 3-5 que simula el sistema se corresponde al modelo linealizado, el cual se muestra mediante sus funciones de transferencia (3.6).



Figura 3-5. Dinámica de FILD representada con las funciones de transferencias obtenidas ( $G_p$  y  $G_b$ ).

Conocida la forma en la que se ha simulado el sistema, los resultados obtenidos mediante este modelo se representan en la Figura 3-6. Como se puede observar, el comportamiento es muy similar salvando las diferencias ya que se trata de un sistema linealizado. Las discrepancias en los regímenes permanentes no son importantes ya que se deben a los puntos de linealización elegidos y no influyen a la hora del control. Así pues, se puede concluir que el hecho de aproximar al sistema mediante Polinomios de Taylor es suficiente para simular el comportamiento del sistema y no tener la necesidad de recurrir a métodos más complejos para representar matemáticamente ese comportamiento no lineal.



Figura 3-6. Representación de FILD ante escalones en la tensión aplicada y en el campo magnético.

# 3.2. Análisis de la estabilidad del sistema

Es necesario la localización de estados que vuelvan al sistema inestable, por esta razón, se necesita estudiarlos para que el sistema se encuentre lejos de ellos. Si se analiza la característica estática<sup>6</sup>, se puede inferir la dependencia del ángulo de la bobina (o posición del detector) con la tensión aplicada. Si se eliminan las derivadas, las cuales se anulan cuando el sistema se encuentra en régimen permanente y, por tanto, está en reposo, y se despeja la tensión en función del ángulo de la bobina en la ecuación (3.15), se obtiene la siguiente relación, la cual se ha representado para distintos valores de  $\theta$  en la Figura 3-7 y Figura 3-8:

$$V_{eq} = \frac{RD_{ax}^2 k_{muelle} (\tan(\theta_{eq}) - \tan(\theta_{m0}))}{NBA\cos(\theta_{eq})}$$
(3.9)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Valor de las variables cuando el sistema se encuentra en régimen permanente, es decir, cuando todas las derivadas con respecto al tiempo se anulan.



Figura 3-7. Dependencia del ángulo de equilibrio con la tensión aplicada en la bobina.



Figura 3-8. Dependencia del ángulo de equilibrio con la posición.

Como podemos observar en la Figura 3-7 y Figura 3-8, los puntos singulares son alcanzados cuando la bobina forma un ángulo de 90° o -90°, zona donde la tensión aplicada debe ser infinita para conseguir hacer girar la bobina. Esto ocurre porque el momento magnético depende del coseno del ángulo de la bobina, y si éste es un múltiplo de 90°, el momento aplicado se anula. También se puede ver, mediante la Figura 3-8, que se pretendería llevar al detector a una posición en el infinito para la cual se necesita una tensión infinita. Esto nunca ocurre porque el sistema tiene restringido su movimiento y solo se le permite movimiento entre un  $\theta_{máx}$  y un  $\theta_{mín}$  que se encuentran en torno a 21° y -21°, por tanto, el sistema jamás alcanza puntos singulares en su región de funcionamiento.

En el caso de realizar un control simple, como un proporcional, sería interesante conocer los órdenes de magnitud de dicha constante para los que el sistema se inestabiliza o incluso, cuando comienza a presentar sobreoscilaciones. Para ello, se ha aplicado el criterio de Routh-Hurwitz el cual, partiendo de las funciones de transferencia deducidas anteriormente (3.6), cerrando el bucle de control con un controlador proporcional y aplicando el criterio de Routh-Hurwitz, se obtiene el intervalo de  $K_p$  (proporcional) para el que el sistema es estable (3.10).

El criterio de Routh-Hurwitz se basa en el análisis de los polos de la función de transferencia en bucle cerrado (

 $G_{bc}(s) = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)}$ ). Con este criterio es posible conocer si el sistema se inestabiliza por la aparición de polos

inestables de una forma sencilla y sin la necesidad de analizar el espacio de estados (3.8) calculando los autovalores de la matriz de estados. Cuando se cierra el bucle de control con un controlador proporcional ( $G_{bc}(s) = \frac{K_p G_p(s)}{1 + K_p G_p(s)}$ ) y tomando  $K_p$  como parámetro, es posible obtener el intervalo a partir del cual es

sistema es estable. Dicho intervalo de estabilidad se obtiene con la siguiente expresión (tras aplicar Routh-Hurwitz):

$$K_{p} \leq \frac{(RM(\overline{\theta}) + L_{self}T(\overline{\theta}))(L_{self}P(\overline{\theta}) + RT(\overline{\theta}) + (N\overline{B}A\cos(\overline{\theta}))^{2}) - RP(\overline{\theta})L_{self}M(\overline{\theta})}{L_{self}M(\overline{\theta})N\overline{B}A\cos(\overline{\theta})D_{ax}\sec^{2}(\overline{\theta})}$$
(3.10)

Si realizamos el cálculo para FILD4, que será instalado en ASDEX Upgrade, se obtiene el intervalo de  $K_p \leq 7541$  para el cual es sistema es estable, siendo un valor enorme<sup>7</sup>. Al ser tan elevado, proporciona la seguridad de que es complicado inestabilizar el sistema por errores. Si analizamos un aspecto más interesante, como es el punto (o el intervalo de  $K_p$ ) a partir del cual es sistema comienza a sobreoscilar, se obtiene, mediante simulaciones de MATLAB, un valor en torno a  $K_p \le 71.3$ . Esto quiere decir que, mientras  $K_p$  sea inferior a ese valor, el sistema no sobreoscilará, haciéndolo mucho más estable, además de mantenerse alejado de la zona de inestabilidad (en torno a  $K_p = 7541$ ) lo cual proporciona seguridad. Este nuevo valor está mucho más acorde con el orden de magnitud que utilizaremos más adelante. Su obtención se realiza, como podemos ver en la Figura 3-9, donde se representa el lugar de las raíces, en el punto de separación con el eje de abscisas o eje Real. El lugar de las raíces es el lugar geométrico de los polos y los ceros de una función de transferencia (en este caso  $G_p(s)$ ) a medida que se varía la ganancia ( $K_p$ ) del sistema. Como ya se ha explicado, si se coloca un polo en el semiplano derecho, el sistema se inestabiliza por la aparición de exponenciales positivas, esto quiere decir que el punto (o puntos) frontera con el semiplano derecho se corresponden con el valor de  $K_n$  que hace inestable al sistema. Como se puede ver en la Figura 3-9, dicho valor corresponde con el calculado, mostrándose este como "Gain: 7.54e+03". También se explicó que cuando los polos son complejos (o imaginarios), el sistema presenta sobreoscilaciones, esta es la razón por la que el punto del lugar de las raíces donde se separa del eje Real se corresponde con el valor de  $K_p$  que hace al sistema sobreoscilante. En la Figura 3-9 se muestra que dicho punto se obtiene cuando  $K_p \leq 71.3$  ("Gain: 71.3"), así como la reafirmación de que no presenta sobreoscilaciones porque "Overshoot (%): 0", es decir, que no presenta sobreoscilaciones.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> El valor se considera grande ya que con un proporcional del orden mil se multiplicaría cualquier error en la referencia por dicho proporcional. Si consideramos que el control se realiza en tensión y que la referencia se compara con la posición del detector, esto lleva a que un error del orden de  $10^{-3}$  m supondría una tensión del orden de  $1 \vee$ . Esto es demasiado agresivo, por ello se considera enorme.



Figura 3-9. Lugar de las raíces del sistema en bucle cerrado. En la primera gráfica se observa los polos del sistema, mientras que en la segunda se acerca la zona interesante en el estudio de estabilidad.

El resto de valores mostrados en la Figura 3-9 se corresponden con el polo que induce el controlador ("Pole"), así como la frecuencia o valor de *s* a la que esto ocurre ("Frequency (rad/s)"). La frecuencia se correspondería con el módulo o distancia del polo inducido respecto del origen. Por último, el "Damping" está relacionado con la sobreoscilación, siendo este nulo cuando la sobreoscilaciones son permanentes (100%) y de valor unidad cuando no existen sobreoscilaciones.

Para terminar, se puede observar en la Figura 3-10 la respuesta del sistema con las distintas  $K_p$  calculadas. Ante una referencia de 0.01, el valor de  $K_p = 7500$  presenta unas sobreoscilaciones desmesuradas, si estas se aproximaran aún más al valor calculado se haría inestable. En cuanto al valor de  $K_p = 70$ , no presenta sobreoscilaciones como se predijo. El hecho de no alcanzar la referencia se debe a que solo se está controlando con un proporcional y esto imposibilita el alcance de la referencia. Para evitar esto se utilizan integradores en los controladores (como se hará en el diseño del control PID) o bien se sube la ganancia (valor de  $K_p$ ) a costa de un comportamiento más sobreoscilante. Teóricamente se consigue anular el error en régimen permanente con un controlador proporcional cuando éste tiende a infinito, lo cual imposibilita su implementación en la práctica.



Figura 3-10. Respuesta del sistema en bucle cerrado con las  $K_n$  calculadas.

# 3.3. Análisis de las perturbaciones en el sistema (campo magnético)

La cuantificación de las perturbaciones y cómo afectan éstas al sistema es otro punto de estudio necesario. Existen dos perturbaciones claras, una es la tensión aplicada a la bobina, siendo ésta intencionada para habilitar el control del dispositivo, la otra es el campo magnético. Como se ha explicado, existen numerosas fuentes de perturbaciones en el campo magnético, como se ha podido observar en las ecuaciones, el hecho de variar el campo magnético dentro del reactor afecta al movimiento de la bobina. Si por alguna circunstancia el campo magnético variara, también perturbaría al ángulo de la bobina y en última instancia, a la posición del detector. Con el fin de evitarlo, es necesario analizar la función de transferencia responsable de dichas perturbaciones, y esta es G<sub>R</sub>. La forma más adecuada de realizar el análisis es mediante métodos frecuenciales, es decir, realizando el diagrama de bode de  $G_{B}$ . Dicho diagrama consiste en la representación del módulo de la función de transferencia para cada frecuencia ("Magnitude en la Figura 3-11") y en la fase de dicho módulo ("Phase" en la Figura 3-11). La representación del diagrama de bode se realiza siempre en bucle abierto, además las perturbaciones ocurren en bucle abierto porque no son controlables en el caso de FILD. Lo interesante en el análisis de cómo afectan las perturbaciones al sistema se encuentra en la magnitud o ganancia del sistema, con ello es posible conocer por cuanto se multiplica una perturbación que ocurre con una determinada frecuencia. Como se ilustra en la Figura 3-11, si la perturbación es constante, es decir, no se repite en el tiempo (f = 0 Hz ), la perturbación se manifestará sin atenuación<sup>8</sup>. De igual forma, a frecuencias de perturbación altas, se puede observar como la ganancia se atenúa, es por esta razón que es posible determinar una frecuencia de corte a partir de la cual comienza a percibirse una atenuación en la ganancia.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Se habla de que la perturbación no se atenúa porque la magnitud es prácticamente constante, aunque realmente desde el inicio la ganancia es de -30 dB, lo cual "atenúa" la magnitud, pero esto se debe a que se transforma una perturbación en el campo magnético del orden de Teslas a una salida en metros del orden de los centímetros.



Figura 3-11. Diagrama de bode de la función de transferencia en bucle abierto.

Como se puede observar en la Figura 3-11, la frecuencia de oscilación de la perturbación a partir de la cual la respuesta del sistema comienza a atenuarse se encuentra en 0.2 Hz (frecuencia de corte<sup>9</sup>), o equivalentemente cuando la perturbación oscila con un periodo de 5 s. Por tanto, podemos incidir en que, si la perturbación tiene una frecuencia mayor de 0.2 Hz, entonces, la perturbación será tanto menos significativa cuanto más frecuente sea dicha perturbación (Figura 3-12) y análogamente, la perturbación será tanto más significativa cuando más perdure en el tiempo (Figura 3-13).



Figura 3-12. Respuesta del sistema ante una perturbación que ocurre con una frecuencia de 20 ms con una amplitud de 0.1 T. La gráfica inferior se corresponde a la ampliación de la superior para poder apreciar el efecto.

<sup>9</sup> Es la frecuencia a partir de la cual la ganancia comienza a disminuir. Se corresponde con el polo más rápido de la función de transferencia



Figura 3-13. Repuesta del sistema ante una perturbación que ocurre con una frecuencia de 5 s con una amplitud de 0.1 T.

Esto magnifica como de largo en el tiempo debe ser la perturbación para que afecte el sistema, en el caso de FILD4 en ASDEX Upgrade, debería ocurrir una perturbación que se mantuviese durante al menos 5 s para que se manifestase claramente en la salida. También existiría el caso de que la perturbación fuera de un orden de magnitud importante, lo suficiente para que, con una duración más corta, ésta se manifieste a la salida (Figura 3-14). Conociendo el orden de magnitud y la frecuencia de oscilación de las perturbaciones que ocurren en el reactor, es posible conocer cuanto más importante es la consideración de las perturbaciones en el sistema. En FILD4, las perturbaciones son de duración corta y débil, aunque si se producen inestabilidades cerca del detector podrían ser significativas. Todo este análisis cobra interés ya que se desea evitar dichos inconvenientes porque movimientos en la posición del detector infieren en errores en la toma de datos. Además, el análisis de una perturbación de este estilo habilitaría un control para el caso en que la inserción de FILD4 se produjera cuando el campo magnético está incrementándose para realizar un experimento, o incluso la retracción del detector una vez acabado el experimento para su estacionamiento en consonancia con el decremento de dicho campo magnético.



Figura 3-14. Respuesta del sistema ante una perturbación que ocurre en el instante 6 s y se apaga 0.1 s después. La amplitud de dicha perturbación es de 1 T (desde 1.8 T a 2.8 T).

# 4.1. Diseño completo de un control PID

La primera opción a la hora de diseñar cualquier tipo de control siempre se basa en el diseño de un PID ya que en el ámbito industrial y de procesos es el más sencillo y adecuado para bajo nivel. Un PID no es más que un controlador que reacciona de forma proporcional, integral y derivativa al error<sup>10</sup> en cada tiempo de muestreo, de ahí proviene su nombre (Proportional, Integral, Derivative). El más sencillo de todos sería tan solo un proporcional, el más típico es un PI ya que anula el error en régimen permanente y en casos donde sea importante el régimen transitorio se utiliza el PID. Este tipo de controladores tiene ciertos problemas que veremos en el último capítulo y que se irán dejando ver a lo largo de este, pero debido a su relativa sencillez continúa en cabeza en cuanto a sus usos en procesos. El PID tiene la siguiente forma:

PID en función del tiempo: 
$$x(t) = K_c \quad (e(t) + T_d = \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau$$

PID como función de transferencia: 
$$C(s) = \frac{X(s)}{e(s)} = K_c (1 + T_d s + \frac{1}{T_i s}) = K \frac{1 + \tau_1 s}{\tau_1 s} (1 + \tau_2 s)$$
 (4.1)

$$K_{c} = K \frac{\tau_{1} + \tau_{2}}{\tau_{1}}; \quad T_{d} = \frac{\tau_{1}\tau_{2}}{\tau_{1} + \tau_{2}}; \quad T_{i} = \tau_{1} + \tau_{2}$$

Para su diseño, como se puede observar, es necesario la selección de tres términos; el proporcional ( $K_c$ ), el integral ( $T_i$ ) y el derivativo ( $T_d$ ). Si el término proporcional es grande incurrirá en un control agresivo y rápido, pero con sobreoscilaciones, mientras que si es más pequeño conllevará un control lento y con poca o ninguna sobreoscilación. El término integral, como ya se ha dicho, asegura un error nulo en régimen permanente y si está bien diseñado no interferirá en el control. Por último, el término derivativo pretenderá anticiparse al futuro y reaccionar a ello, es por eso que mejorará en la medida de lo posible el régimen transitorio.

Aunque la realidad es continua, la implementación de un PID es discreta, es decir, actúa cada tiempo de muestreo. Esto lleva a tener que reformular la ecuación anterior, que utilizando la aproximación de la integral de Euler hacia delante toma la siguiente forma:

$$C(z) = K_c \left(1 + \frac{T_d}{T_s} \frac{z - 1}{z} + \frac{T}{T_{is}} \frac{1}{z - 1}\right)$$
(4.2)

Siendo  $T_s$  el tiempo de muestreo. Como dato importante, el hecho de utilizar un controlador discreto modifica el controlador de tal forma que, si el tiempo de muestreo no es lo suficientemente pequeño, podría llegar a inestabilizar el sistema. Si el tiempo de muestreo elegido es en torno a 10 veces inferior a la constante de tiempo del sistema, todo funcionará como si de un controlador continuo se tratase. Si consideramos la función de transferencia como una de primer orden (3.7), la constante de tiempo de FILD se encuentra en torno a 1.11 s,

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> El error se refiere a la diferencia entre la referencia que se quiere alcanzar y la salida del sistema (en el caso de FILD la posición del detector). error=referencia–posición

por tanto, un buen tiempo de muestreo debería ser inferior a  $\frac{1}{10 \cdot 1.11} \approx 0.1 \text{ Hz}$ , aunque por exceso de medios (algo normal porque la frecuencia obtenida es bastante grande en relación a los tiempo de muestreo de los PID industriales) se ha utilizado en las simulaciones tiempos de muestreo del orden del KHz (entre 0.5 KHz y 1 KHz).

### 4.1.1. Diseño de PID sujeto a restricciones de control

Cuando se pretende diseñar un PID, lo primero a tener en cuenta son las restricciones a las que está sujeto. En el caso de FILD4 están claras, las prioritarias serían la sobreoscilación y el error en régimen permanente nulas. En la medida de lo posible, entre todos los controladores posibles, se elegirá el más rápido, es decir, el que tenga un tiempo de establecimiento más pequeño. Conociendo todo esto, se han partido de las siguientes condiciones de diseño:

$$t_s \le 0.3 \text{ s}$$
  
 $SO(\%) = 0 \%$  (4.3)  
 $e_{rp} = 0$ 

Donde  $t_s$  es el tiempo de subida (tiempo que tarda en la referencia), SO(%) es la sobreoscilación y  $e_{rp}$  es el error en régimen permanente. El diseño del controlador se va a realizar mediante métodos frecuenciales [2], esto requiere que las restricciones anteriores se reformulen en términos de frecuencia de la siguiente forma:

$$t_{s} \simeq \frac{\pi}{2\omega_{c}} \longrightarrow \omega_{c} \ge \frac{\pi}{2t_{s}} = 5.24$$

$$SO(\%) \simeq 70 - M_{f} \longrightarrow M_{f} \le 70$$
(4.4)

Donde  $\omega_c$  es la frecuencia de corte<sup>11</sup> y  $M_f$  es el margen de fase<sup>12</sup>. Aunque el tiempo de subida solo tiene sentido para sistemas que sobreoscilen, ya que si no lo hace idealmente nunca llegará, se utilizará como aproximación por tener una ecuación tan sencilla y, en la práctica, ser útil. La última restricción se podría traducir a un valor del proporcional suficientemente alto (teóricamente infinito) pero la utilización de un integrador asegura un error en régimen permanente nulo, por tanto, no es necesario aumentar el proporcional. Finalmente se ha utilizado una  $\omega_c = 7$  rd/s y un  $M_{fd} = 80$  (Margen de fase deseado). Comenzando por el diseño del término derivativo, se busca la adición de un cero tal, que el margen de fase introducido haga que el margen de fase resultante sea 80, esto es:

$$\Delta M_f = M_{fd} - M_f(\omega_c) + 6 = 80 - 82.6 + 6 = 3.4^{\circ}$$
(4.5)

El término de  $M_f(\omega_c)$  se obtiene directamente de la representación del diagrama de bode para el sistema en bucle abierto, tal y como se representa en la Figura 4-1.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Frecuencia para la cual la magnitud del diagrama de bode es nula.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Diferencia entre la fase de 180° y la fase que tiene el sistema en la frecuencia de corte. Si no tuviera frecuencia de corte, el margen de fase es infinito.



Figura 4-1. Diagrama de bode para el sistema en bucle abierto.

Siendo  $M_f(\omega_c)$  el margen de fase que tiene el sistema en bucle abierto para la frecuencia de corte elegida, en este caso  $\omega_c = 7$  rd/s. La ecuación que relaciona la posición del cero del término derivativo con el margen de fase y frecuencia de corte viene dada por la ecuación:

$$\tau_2 = \frac{\tan(\Delta M_f)}{\omega_c} = 8.487 \cdot 10^{-3} \tag{4.6}$$

La elección de  $\tau_1$  suele elegirse suficientemente lejos de la frecuencia de corte para que no modifique el diagrama de bode a frecuencias bajas, es decir, se coloca el polo a frecuencias altas. La relación elegida es:

$$\tau_1 = \frac{10}{\omega_c} = 1.429 \tag{4.7}$$

El término proporcional se obtiene aplicando la condición de que, en la frecuencia de corte, la amplificación es nula. Aplicando lo anteriormente dicho y las relaciones que relacionan la posición de los polos con sus constantes (4.1) se obtiene:

$$\begin{split} \left| C(j\omega_{c})G(j\omega_{c}) \right| &= \left| \frac{K_{c}\tau_{1}}{(\tau_{1} + \tau_{2})} \frac{1 + \tau_{1}\omega_{c}j}{\tau_{1}\omega_{c}j} \right|^{\approx 1} (1 + \tau_{2}\omega_{c}j)G(j\omega_{c}) \right|_{dB} = 0; \\ K_{c} &= \frac{(\tau_{1} + \tau_{2})}{\tau_{1}} 10^{\left( \frac{-G(j\omega_{c}) - 20\log_{10}\left(\sqrt{4 + (\tau_{2}\omega_{c}j)^{2}}\right)^{\approx 0}}{20} \right)} = 96.07 \end{split}$$

$$\begin{aligned} (4.8) \\ T_{i} &= 1.438 \\ T_{d} &= 8.44 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

El diseño realizado no es más que una aproximación debido a que se ha linealizado el sistema y partimos de un sistema que no es completamente fiel, es decir, sus dinámicas no se ajustan perfectamente a la realidad (precisamente por la linealización). Todo esto desemboca en que, a la hora de realizar su implementación en las simulaciones, no se obtenga el comportamiento deseado en un principio, aunque es un buen punto de partida. Todo esto se puede observar en la Figura 4-2 donde se puede observar que no consigue alcanzar la referencia de una forma rápida y clara, al menos no tan bien como lo podría hacer.



Figura 4-2. Simulación en bucle cerrado utilizando controlador PID sin ajuste fino.

Con el fin de evitar esto, y partiendo de los parámetros ya calculados, se ha realizado un ajuste fino en el que, tras varios intentos, se ha llegado a una solución satisfactoria. Bajando el término integral se ha conseguido alcanzar la referencia totalmente y sin retardos, además de despreciar el término derivativo por tener un valor tan bajo. También es destacable el hecho de que se consigue sin la aplicación de corrientes ni tensiones muy elevadas o muy rápidas. En la Figura 4-3 y Figura 4-4 se pueden ver los resultados de la simulación del sistema controlado mediante un PID con los siguientes valores:

$$K_c = 100$$
  
 $T_i = 1.25$  (4.9)  
 $T_d = 0$ 



Figura 4-3. Sistema en bucle cerrado utilizando controlador PID tras ajuste fino.



Figura 4-4. Representación de las corrientes que circulan por la bobina y su tensión asociada para la Figura 4-3.

## 4.1.2. Diseño de control PID con FeedForward

Las perturbaciones a la salida del sistema siempre son perjudiciales. Debido a que, por el comportamiento de un control PID, cuyo modelo de funcionamiento es SISO (Single Input Single Output), solo tiene en cuenta las entradas para producir una única salida. Siendo esto cierto, no puede corregir eficientemente las perturbaciones ya que solo tiene en cuenta el error en la variable de salida producida por la entrada y no el producido por la perturbación, haciendo que absorba la perturbación, pero de forma más lenta de lo que realmente podría hacerlo si ésta se tuviera en cuenta. La solución a esta problemática es, si se posee una forma de medir la perturbación, pero no de controlarla, hacer que el único controlador posible reaccione antes y de forma eficiente. Esto se consigue obteniendo un modelo de las perturbaciones y aplicando un lazo de realimentación obteniendo el siguiente de la Figura 4-5.



Figura 4-5. Sistema con FeedForward con control realimentado. D(s) se corresponde a las perturbaciones,  $G_B(s)$  al sistema de las perturbaciones,  $G_{FF}(s)$  al controlador FeedForward,  $G_p(s)$  a la planta y C(s) al controlador.

Conociendo la relación entre la perturbación y la salida se llega a la expresión:

$$Y(s) = (G_B(s) + G_P(s)G_{FF}(s))D(s)$$
(4.10)

Si se impone que la contribución de las perturbaciones debe anularse se llega a:

$$G_B(s) + G_p(s)G_{FF}(s) = 0 \quad \rightarrow \quad G_{FF}(s) = -\frac{G_B(s)}{G_p(s)} \tag{4.11}$$

Como el denominador de  $G_p(s)$  y  $G_B(s)$  son iguales, esto desencadena que la función de transferencia resultante de su división tenga como ceros, los ceros de  $G_B(s)$  y como polos, los ceros de  $G_p(s)$ . Como el orden de los ceros de la perturbación es mayor que el orden de los ceros del sistema, esto lleva a una  $G_{FF}(s)$ con más ceros que polos, es decir, un sistema no causal imposible de implementar porque predeciría el futuro. Una forma de solventar esto es siendo menos ambiciosos en el diseño del controlador, esto se consigue compensando el permanente de la perturbación mediante un diseño de control anticipativo estático, viéndose reflejado en:

$$\lim_{s \to 0} G_{FF}(s) = -\lim_{s \to 0} \frac{G_B(s)}{G_P(s)} = -\frac{K_B}{K_P} = -0.61$$
(4.12)

Siendo  $K_B$  y  $K_p$  las ganancias estáticas de sus respectivas funciones de transferencia. Al igual que ocurre en el diseño del PID, el valor que se obtiene de  $G_{FF}(s)$  es el obtenido a partir de un sistema linealizado que no se ajusta perfectamente a la realidad, es por esta razón que se parte de dicho valor y se realiza un ajuste fino. Tras varias pruebas se llega a que con un  $G_{FF}(s) = -0.45$  se absorbe casi completamente perturbaciones en el campo magnético de hasta un 30% (Figura 4-6 y Figura 4-7). Si se produjeran variaciones mayores, el control FeedForward actúa, pero al alejarse tanto del punto de funcionamiento, éste comienza a comportarse de forma más lenta (aunque más rápida que en la situación en la que no existiese dicho control). Finalmente concluimos con que es un control que puede ser necesario tanto como importantes sean las perturbaciones a lo largo de un experimento.



Figura 4-6. Simulación en bucle cerrado con control PID + FeedForward. Ante una perturbación de 0.5 T se consigue controlar sin percibir perturbaciones a la salida.



Figura 4-7. Comparativa entre el control utilizando FeedForward y sin su utilización. Las condiciones son las mismas que la Figura 4-6. La perturbación no representada ocurre en el segundo 6 con una amplitud de 0.5 T (desde 1.8 T a 2.3 T).

## 4.1.3. Efecto Ramp-up y Ramp-down en el campo magnético

Para comenzar con el experimento es preciso que el campo magnético se cree y se inyecten las partículas para formar el plasma y poder producir la fusión. Como el objetivo de FILD es capturar en todo momento la pérdida de iones rápido, se ha pretendido introducir el detector mientras el campo magnético está creándose (Ramp-up), de esta forma sería posible tener preparado a FILD para la captura de datos antes de que comenzase el experimento y no durante éste.

Para su introducción se han supuesto dos hechos simples: el campo magnético crecerá de forma lineal tardando 1 segundo en alcanzar la referencia (hecho que se ajusta a la realidad) y la referencia a alcanzar será el final de carrera del mecanismo, es decir, el punto de medida. Antes de realizar las simulaciones se deben realizar ciertas mejoras al control ya que se están considerando condiciones de funcionamiento nuevas. Las mejoras no consistirán en cambiar los parámetros de diseño ni añadir un nuevo control, sino en introducir una referencia variable en el tiempo. Esta mejora se ha debido incluir por una simple razón, a campos magnéticos débiles, el par de fuerzas generado por la bobina también se debilita y esto genera que el controlador deba aplicar mucha más tensión para conseguir los mismos resultados. A esto se le añade que, mientras varía el campo magnético, la tensión ya ha alcanzado valores altos y debe frenar el detector, produciendo de esta forma sobreoscilaciones o comportamientos no deseados. Si se introduce una referencia variable los errores con la referencia se hacen mucho más pequeños y el controlador no necesita ser tan agresivo.

Existen varias formas de aplicar una referencia variable en el tiempo, por ejemplo, mediante rampas. En este caso se ha elegido interpolar entre dos puntos requiriendo que la derivada de la referencia sea nula en los extremos, de esta forma se evitan cambios bruscos en la referencia que se reflejen en altos valores de aceleraciones. Al tratar de introducir el detector aplicando el FeedForward se consigue una respuesta rápida (Figura 4-8), pero con una pequeña sobreoscilación, en la realidad no es tan grave ya que el golpe se produce al inicio del experimento y ni siquiera hay plasma dentro. Tampoco se llega a la referencia con gran velocidad (en torno a 4.2 cm/s) por lo que el golpe sería menor. Un efecto absorbido por el FeedForward es el comportamiento de fase no mínima<sup>13</sup> que presenta el sistema al inicio debido a que se comienza a insertar cuando se alcanza un

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Comportamiento que presentan los sistemas que, al incrementar la variable de control, no incrementa la variable controlada, al contrario, disminuye.



campo magnético dado (0.2 T en la simulación) y éste provoca la retracción, aunque se esté aplicando tensión.

Figura 4-8. Inserción de FILD siendo controlado mediante PID con FeedForward y considerando el efecto de Ramp-up.

Tanto en esta simulación como en la siguiente se ha permitido que el sistema saliera de los límites físicos para poder ilustrar y cuantificar la magnitud de las sobreoscilaciones. Si se quisiera evitar la sobreoscilación con su correspondiente golpe en el fin de carrera, simplemente se debería anular el control FeedForward, pero sin olvidar que esto provocaría un control más lento y la aparición de la fase no mínima que no se vería compensada (Figura 4-9). En este caso, el comportamiento de fase no mínima no tendría importancia en la realidad porque no se producirían golpes ni inestabilidades ya que, al existir límites físicos, estos detendrían el movimiento de retracción por encontrarse al principio de la carrera y simplemente generarían esfuerzos mecánicos en dichos límites físicos.



Figura 4-9. Inserción de FILD siendo controlado mediante PID sin FeedForward y considerando el efecto de Ramp-up.

Una vez discutidos los efectos del Ramp-up y como resolverlos, el siguiente problema aparece con el estudio

del Ramp-Down. Esencialmente es lo mismo, pero en lugar de un campo magnético creciente, es decreciente. Surgen tres soluciones para este problema que se analizarán en detalle. La primera consiste en retraer desde el punto de medida solo con el muelle, es decir, desactivando el control (Figura 4-10). Esta es solución más lenta ya que no existe aporte energético para la retracción más allá de la almacenada por el muelle, aun así, la respuesta es del orden del segundo. El muelle consigue retraer el detector incluso antes de que se anule el campo magnético pero el golpe con el inicio de carrera es inevitable ya que no hay nada que lo pare.



Figura 4-10. Retracción de FILD siendo retraída tan solo por la acción del muelle. No se contemplan golpes ni rebotes, aunque las habría, porque no se han simulado.

La segunda opción sería el control completo de todo el proceso de retracción, junto con el muelle. Aunque es la opción que consigue la respuesta más rápida, también es la que genera mayores corrientes por la bobina y, por tanto, una mayor fatiga y calentamientos evitables. Se recuerda que se deben evitar dichos calentamientos ya que la evacuación de calor es complicada dentro de la vasija. En la Figura 4-11 se observa un pequeño rebote, éste es debido a la frenada repentina al chocar contra el principio de carrera el cual libera la energía almacenada en forma de fuerza contraelectromotriz generando un pequeño resalto.



Figura 4-11. Retracción de FILD siendo retraída por la acción de control. No se contemplan golpes ni rebotes, aunque las habría, porque no se han simulado. (El "rebote" mostrado es debido a la fuerza

### contraelectromotriz).

La última opción es la de retraer lo más rápido posible utilizando la acción de control y, cuando el campo magnético comience a ser escaso o el detector se encuentre cerca del parking, dejar de actuar retrayendo tan solo con la acción del muelle. Esto mejora los controles anteriores recogiendo los mejores aspectos de cada uno; la rapidez del control y la insensibilidad a campos magnéticos del muelle. Se ha simulado eligiendo la posición de seguridad en 0.04 m (zona donde el detector se encuentra protegida del plasma) para la desconexión del control y la acción única del muelle. Como se puede observar en la Figura 4-12, no existen resaltos por almacenamientos de energía en la bobina y es ligeramente más lenta que la anterior, aunque por la inercia que llevaría el detector, éste experimentaría algún rebote.



Figura 4-12. Retracción de FILD siendo retraída en un inicio por el control y cuando se encuentra en la posición 0.04, se retraer exclusivamente por el muelle.

# 4.2. Diseño completo de un control predictivo GPC

El control predictivo es una herramienta nacida en el mundo académico y aceptado por la industria por su gran versatilidad. Permite, mediante un modelo, predecir la respuesta del sistema y tomar la decisión óptima desde el punto de vista del control. Dicha decisión no se basa únicamente en el error entre la referencia y la posición actual, sino que puede incluir diversos factores a tener en cuenta siempre y cuando puedan ser medibles o estimables en todo momento. Se trata de un control pesado computacionalmente pero que, una vez implementado, sus parámetros de control son muy intuitivos. Con este tipo de control se puede llegar a conseguir la respuesta deseada, siempre y cuando sea realista, e incluso anular fácilmente efectos de retardos, kick-backs<sup>14</sup> y perturbaciones medibles. Todo ello se integra de forma natural sin la necesidad de implementación de nuevos bloques de control y, por tanto, todo puede ser gestionado desde la misma unidad de control. Éste apartado consistirá en el diseño y simulación de un control GPC, de sus siglas en inglés Generalized Predictive Control, el cual se realizará sin restricciones, y posteriormente con ellas.

## 4.2.1. Diseño de control GPC sin restricciones

El GPC se basa en un modelo cuya función de transferencia es de tipo CARIMA [3], esto es una ecuación que relaciona las entradas con las salidas del sistema, pero teniendo en cuenta un error que podría estar correlado consigo mismo (las salidas futuras dependen de las pasadas). Este modelo tiene la siguiente forma:

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Kick-back es un efecto de sobreoscilación que ocurre por debajo de la referencia. Al ocurrir por debajo de la referencia no es una sobreoscilación porque no oscila en torno a la referencia, pero sí es un efecto negativo y, por tanto, tiene nombre propio.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + D(z^{-1})v(t) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad \text{con: } \Delta = 1 - z^{-1}$$
(4.13)

Donde  $A(z^{-1})$  se corresponde a la respuesta del sistema debido a y(t) (salida del sistema),  $B(z^{-1})$  a la respuesta debida a u(t-1) (control aplicado),  $D(z^{-1})$  a la respuesta de las perturbaciones debida a v(t) (perturbaciones), d al retardo y  $C(z^{-1})$  al comportamiento producido por e(t) (errores aleatorios). Si consideramos que los errores aleatorios no están correlados entre sí (no depende de errores anteriores), es decir, que es ruido blanco, entonces  $C(z^{-1})=1$ . Para obtener  $A(z^{-1})$  y  $B(z^{-1})$  se recurre a la función de transferencia obtenida a partir de la linealización del sistema y se realiza la transformada en Z mediante un mantenedor de orden 0.

$$G_p(s) \to G_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{Y(t)}{U(t-1)} \to A(z^{-1})Y(t) = B(z^{-1})U(t-1)$$
 (4.14)

Se actúa de la misma forma para  $D(z^{-1})$ , obteniendo el polinomio  $A(z^{-1})$  y siendo éste el mismo que en (4.14), y el polinomio  $D(z^{-1})$ . Se ha utilizado notación genérica que, concretando en nuestro caso, Y(t) = X(t) la salida se corresponde con la posición del detector, U(t-1) = V(t-1) la acción de control con la tensión aplicada en la bobina y D(t) = B(t) la perturbación con el campo magnético que percibe el detector.

$$G_B(s) \to G_B(z) = \frac{D(z)}{A(z)} = \frac{Y(t)}{P(t)} \to A(z^{-1})Y(t) = D(z^{-1})P(t)$$
 (4.15)

Partiendo de la ecuación diofántica<sup>15</sup> (4.16) y multiplicando (4.13) por  $E_j(z^{-1})z^j\Delta$ , se llega a la expresión (4.17), a partir de la cual se consigue obtener la mejor predicción en el instante t (4.18).

$$E_{j}(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_{j}(z^{-1}) = 1; \quad \text{con:} \tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1}) \quad (4.16)$$

$$y(t+j) = F_{j}(z^{-1})y(t) + E_{j}(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_{j}(z^{-1})D(z^{-1})\Delta v(t+j) + E_{j}(z^{-1})e(t+j) = 0$$
 Valor esperado de ruido blanco nulo  
(4.17)  
$$\hat{y}(t+j|t) = G_{j}(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_{j}(z^{-1})y(t) + H_{j}(z^{-1})\Delta v(t+j)$$
  
Donde:  $G_{j}(z^{-1}) = E_{j}(z^{-1})B(z^{-1})$  y  $H_{j}(z^{-1}) = E_{j}(z^{-1})D(z^{-1})$  (4.18)

Si separamos el conjunto de predicciones, podemos distinguir varios términos. Uno correspondiente a la respuesta forzada, es decir, la respuesta del sistema debida a las perturbaciones inducidas, sean intencionadas o no. Otro relacionado con la respuesta libre, es decir, la respuesta que tendría el sistema en el caso de que no se perturbara. Finalmente, el último término es el referido a la respuesta libre dependiente de las perturbaciones pasadas, las cuales contribuirían a la respuesta libre también.

$$\hat{y}(t+1) = \overbrace{G\Delta u(t)}^{\text{Respuesta forzada}} + \overbrace{F(z^{-1})y(t)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{G'(z^{-1})\Delta u(t-1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{G'(z^{-1})\Delta u(t-1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{F(z^{-1})v(t)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{G'(z^{-1})\Delta u(t-1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respuesta forzada}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{H'(z^{-1})\Delta v(t)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{G'(z^{-1})\Delta u(t-1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respuesta forzada}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respuesta forzada}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respuesta libre}} + \overbrace{Hv(t+1)}^{\text{Respues$$

Esta ecuación se puede simplificar en dos términos, los relacionados con la respuesta libre del sistema, es decir, el desarrollo que seguiría el sistema si se dejara de perturbar, más la respuesta forzada, es decir, las acciones de control que se aplicarán en el instante de tiempo actual. De esta forma se puede implementar un control FeedForward de forma natural en las ecuaciones sin tener que añadir controladores ni lazos de control

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Ecuación resultante de dividir el polinomio 1 entre  $\tilde{A}(z^{-1})$  hasta que se obtiene un resto que se puede factorizar como  $z^{-j}F_j(z^{-1})$  y siendo el cociente el polinomio  $E_j(z^{-1})$ .

alternativos ya que se actúa en función de la respuesta libre que el sistema fuera a tener.

$$\hat{y}(t+1) = G\Delta u(t) + f'$$
Donde:  $f' = f + Hv(t+1) + H'(z^{-1})\Delta v(t)$  y  $f = F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1)$ 
(4.20)

Como podemos ver en las ecuaciones, la predicción futura depende de valores futuros y pasados de las perturbaciones no intencionadas v(t). Esto lleva a que se deba conocer el valor de dichas perturbaciones antes de que ocurran, o lo que es lo mismo, a que se deba predecir o estimar la magnitud de las mismas. Se ha tomado para el diseño del predictor que los incrementos en las perturbaciones futuras son iguales que en el instante anterior, de esta forma estaremos siendo conservadores. El valor de la predicción en (4.20) esta condicionado por el valor que la acción de control va a tomar en el instante actual, esto permite que podamos optimizar la acción de control de forma que la predicción sea la óptima desde el punto de vista de alguna función de coste. La función de coste une todos los términos a tener en cuenta para aplicar una acción de control, desde el error cometido entre la referencia y el estado actual, hasta la magnitud de los incrementos en la acción de control e incluso términos correspondientes a valores específicos como los esfuerzos generados en los cojinetes del detector.

$$J(u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta[\widetilde{\hat{y}(t+j)} - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2$$
(4.21)

Donde  $N_1$  se corresponde al inicio del horizonte de predicción,  $N_2$  al final del horizonte de predicción, w(t + j) la referencia,  $N_u$  al horizonte de control y  $\delta$  y  $\lambda$  a las ponderaciones elegidas en la función de coste. Estos últimos parámetros consiguen ponderar la importancia de cada término, de tal forma que, si toman valores altos, se estaría penalizando el uso del recurso asociado al término. Por ejemplo, si  $\delta$  toma un valor alto y  $\lambda$  un valor bajo, se estaría incentivando un control agresivo porque se está priorizando que el error decrezca lo más pronto posible, frente a que la acción de control se le permite que cambie abruptamente porque no tiene importancia. Concretando para el sistema estudiado, se ha tomado un  $\delta = 1$  y se ha ajustado el valor de  $\lambda$ . También son importantes los valores del horizonte de predicción y control cuando se quiere controlar un sistema. En primer lugar, su valor repercute directamente en la carga computacional porque cuanto mayor sean los horizontes de predicción y control, mayores serán las ecuaciones que se deberán optimizar. En segundo lugar, cambiar dichos horizontes varía el valor que toma la función de coste y, por tanto, el tipo de control obtenido. Si no se le quiere dar importancia al transitorio, el horizonte de predicción puede enfocarse en intervalos donde se conozca que el sistema ya se encuentra estabilizado, mientras que, si el horizonte de control es grande, se controlará teniendo en cuenta más tramo de predicción y control completos, es decir,  $N_1 = 1$  y  $N_u = N_2$ .

Para optimizar el control se debe optimizar la función de coste minimizándola, esto se realiza reescribiéndola de la siguiente forma:

$$J(u) = \delta(Gu + f' - w)^{T}(Gu + f' - w) + \lambda u^{T}u = \frac{1}{2}u^{T}Hu + bu + f_{0}$$
Donde:  $H = 2\delta(G^{T}G + \lambda I); \quad b = 2\delta(f - w)^{T}G; \quad f_{0} = \delta(f - w)^{T}(f - w)$ 
(4.22)

La nueva forma de escribirla es precisamente la notación cuadrática. El problema de encontrar el mínimo de ecuaciones cuadráticas sin estar sujetas a restricciones es sencillo y se puede llegar a la solución óptima con la siguiente expresión:

$$u_{out} = -H^{-1}b^T \tag{4.23}$$

Una vez aplicadas las ecuaciones ya explicadas en el control del sistema, se llegan a los siguientes resultados (Figura 4-13) con un  $\delta = 1$  y  $\lambda = 0.001$ :



Figura 4-13. Respuesta en bucle cerrado mediante control GPC sin restricciones. El círculo rojo representa el inicio de una perturbación en el campo magnético de 1.8 T a 2.5 T durante 0.5 s.

Como se puede observar en la figura, existen sobreoscilaciones debidas a valores de  $\lambda$  bajos, pero esto se solventará cuando apliquemos restricciones próximamente. Aun así, se ha conseguido una respuesta sustancialmente más rápida que en el caso del PID con una pequeña sobreoscilación que desaparece rápido.

### 4.2.2. Diseño de GPC con restricciones

La adición de restricciones en el caso del control predictivo es muy sencilla desde el punto de vista de su implementación, basta con añadir restricciones lineales (y si no lo son, se linealizan) a la función de coste anteriormente explicada, aunque desde el punto de vista del cómputo, el cálculo del óptimo sujeto a restricciones es mucho más costoso. De esta forma se plantea un nuevo problema de control:

$$u_{opt} = \arg \ min \ J(u)$$
  
s.a.  $Ru \le c$  (4.24)

Siendo R y c las restricciones. Las más habituales suelen ser; restringir la acción de control, el crecimiento de la acción de control, la respuesta del sistema u otras como la imposición de monotonicidad, la cual obliga a la acción de control a solo crecer o decrecer hasta que alcance la referencia. Todas ellas se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\underbrace{\underline{U}} \leq u(t) \leq \overline{\underline{U}} 
 \underline{u} \leq u(t) - u(t-1) \leq \overline{u} 
 \underline{y} \leq \hat{y}(t) \leq \overline{y}$$
(4.25)

Donde  $\overline{U}$  y  $\underline{U}$  son los límites superiores e inferiores respectivamente de la acción de control,  $\overline{u}$  y $\underline{u}$  son los límites superiores e inferiores respectivamente de los incrementos en la acción de control y y e y son los límites superiores e inferiores respectivamente de la respuesta del sistema. A su vez, estas restricciones pueden ser traducidas a las siguientes restricciones:

$$\underline{U} \leq Tu + u(t-1) \leq \overline{U}$$

$$\underline{u} \leq u \leq \overline{u}$$

$$\underline{y} \leq Gu + f' \leq \overline{y}$$
(4.26)

Como puede observarse, se podrá cumplir la restricción de y e y tan bien como el sistema sea predicho, es

decir, tan bien como sea el modelo de predicción. Finalmente, estas restricciones pueden reescribirse juntándolas en una matriz R y c como se vio anteriormente:

$$R = \begin{bmatrix} I_{N \times N} \\ -I_{N \times N} \\ T \\ -T \\ G \\ -G \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} \overline{u} \\ -\underline{u} \\ \overline{U} - u(t-1) \\ -\underline{U} + u(t-1) \\ \overline{y} - f' \\ -\underline{y} + f' \end{bmatrix}$$
(4.27)

Donde T es una matriz triangular inferior. Con el objetivo de evitar sobreoscilaciones, es habitual imponer la restricción de que la respuesta del sistema no puede superar en ningún momento la referencia, por tanto, se impone que  $\hat{y}(t) = Gu + f' \le w(t)$ . Por último, aunque no se ha implementado en el control de FILD porque no ocurre dicho problema, es posible eliminar el kick-back simplemente imponiendo que  $\hat{y}(t+j) \le \hat{y}(t+j+1)$ , esto se puede reescribir como:

$$Gu + f' \leq \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ G_p \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} y(t) \\ \vdots \\ f_p \end{bmatrix}$$
(4.28)

Siendo  $G_p$  y  $f'_p$  iguales a G y f' pero eliminando la última fila. Se han implementado restricciones que evitan que la posición del detector supere la referencia, con ello se consigue evitar sobreoscilaciones manteniendo la rapidez del sistema. Otra restricción implementada es que, una vez se encuentre en la posición de medición, el detector no se retrajese en más de un 0.1% su posición. Con estas restricciones y unos valores de  $\delta = 1$  y  $\lambda = 0.01$  (iguales a los anteriores cuando no existían restricciones) se obtienen los resultados mostrados en la Figura 4-14. Se puede observar que las sobreoscilaciones desaparecen completamente y que, aun así, la respuesta del sistema sigue siendo muy rápida. Aunque ocurre un leve efecto de kick-back, éste es producido por el constante ruido en el campo magnético que se ha inducido en la simulación. En condiciones de funcionamiento normales, el campo magnético tiene unas perturbaciones mucho más pequeñas y, por tanto, despreciables.



Figura 4-14. Respuesta en bucle cerrado mediante control GPC con restricciones. El círculo rojo representa el inicio de una perturbación en el campo magnético de 1.8 T a 2.5 T durante 0.5 s. También existe un ruido

#### blanco en el campo magnético de amplitud 0.05 T.

Es posible que ocurran errores en momentos determinados donde la función de coste no sea posible minimizarla con las restricciones aplicadas en ese momento. Esto puede ocurrir por diversas situaciones como exceso de restricciones, pocos grados de libertad, restricciones temporalmente incompatibles durante los transitorios, perturbaciones que sacan al sistema de la zona válida, etc. Para ello, es necesario gestionar dichas restricciones en caso de que se produzcan fallos en la optimización de las ecuaciones. Habitualmente se sigue una jerarquía de restricciones a partir de la cual se comienzan a ir eliminando para liberar al sistema, si aun así es imposible minimizar la función caben dos opciones: desconectar el controlador dejándolo en bucle abierto o parar el sistema de alguna forma. En el caso del sistema a estudiar, las prioridades en caso de fallo serían las siguientes:

- 1) Eliminación de restricciones:
  - a) Asociadas a valores máximos y mínimos en tensión.
  - b) Asociadas a los límites físicos del sistema (finales de carrera).
- 2) Control en bucle abierto.
- 3) Desconexión eléctrica y funcionamiento único del muelle para retraer el detector.

## 4.2.3. Efecto Ramp-up y Ramp-down en campo magnético

Al igual que en el apartado anterior, también es interesante estudiar los efectos del ramp-up y ramp-down cuando se implementa un control GPC. Empezando por el efecto de ramp-up, el control se ha conseguido mejorar con la utilización del control predictivo (Figura 4-15). Esto se ha conseguido añadiendo restricciones al control que consisten en restringir los valores de tensión máximos aplicados en la bobina (siendo la restricción de 2 V máximos en la bobina). En el caso de no aplicar dichas restricciones, el control es altamente oscilante y se genera una respuesta muy pobre en términos de control. Así pues, se ha aplicado una rampa de campo magnético creciente en el cual se comienza a controlar cuando éste alcanza el valor de 0.5 T. Se comienza a controlar con un valor no nulo de campo magnético porque a valores pequeños de campo, la tensión que se debe aplicar en la bobina debe ser muy grande y hace imposible el control. También se ha considerado la existencia de ruido para comprobar su robustez.



Figura 4-15. Respuesta en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones cuando se produce un ramp-up.

En la aplicación de un efecto de ramp-down se han aplicado restricciones similares. Éstas consisten en restringir el valor máximo de tensión en la bobina en 4 V y el valor mínimo en -2 V. Para evitar inestabilidades, se ha controlado hasta que la posición del detector alcanza valores próximos a 0.01 m, y entonces se ha desconectado el control para que el muelle retraiga el detector de una forma más suave. Con todo esto se consigue lo mostrado en la Figura 4-16.



Figura 4-16. Respuesta en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones cuando se produce un rampdown.

Como se puede observar, la referencia dada al controlador es la posición de 0.01 m, de esta forma se asegura que, mediante el controlador, se llega a posiciones cercanas a ésta de forma suave para que, posteriormente, el muelle retraiga suavemente a la posición de parking.

## 4.3. Diseño de Filtro de Kalman

El ruido producido por la instrumentación es un serio problema, sobre todo cuando los sensores instalados tienen poca resolución y no es posible o viable instalar otros más precisos. El ruido puede ser producido por diversas fuentes, desde el ruido térmico producido por la temperatura que, recombina las cargas dentro de la resistencia, pasando por el ruido Flicker, producido en los amplificadores, hasta ruidos correlados que dependen directamente de ligeras perturbaciones imposibles de modelar. Estos problemas pueden solventarse instalando filtros físicos como condensadores que absorban el ruido de alta frecuencia actuando como un filtro de paso bajo (tan solo dejan pasar frecuencias bajas). Debido al entorno hostil en la que se encuentra FILD, es imposible la instalación de dispositivos reactivos como condensadores o bobinas por su fuerte interacción con campos electromagnéticos. La solución a este problema pasa por la implementación de un filtro digital que absorba el ruido. El filtro de Kalman es un estimador estadístico que minimiza los errores cuadráticos producidos por ruido blanco y corrige la medida basándose en el modelo del sistema. Aunque se va a obviar la demostración y obtención del algoritmo recursivo resultante que se va a implementar, se procederá a explicar su funcionamiento y el significado de sus términos. Partiendo de un sistema lineal y discreto con la siguiente forma:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k$$
  

$$y_k = Cx_k + v_k$$
(4.29)

Donde  $x = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} & I \end{bmatrix}^T$  es el vector de estados, el cual representa las variables implicadas en las ecuaciones, y es la variables medida y la salida del filtro, w se corresponde a errores de modelado y ruido inyectado en el sistema y v es el ruido de instrumentación como descalibraciones o errores asociados a los sensores. Comenzando por una primera estimación del estado del sistema basado en el modelo, se predice la matriz de covarianzas,  $\tilde{P}_k$ , la cual representa los errores estadísticos producidos. A continuación, se calcula la ganancia de Kalman,  $K_k$ , cuya función es ponderar la veracidad del modelo con respecto a la medida y, siendo su valor entre 0 y 1. Al inicio, la ganancia de Kalman es próxima a la unidad ya que estaría influenciada por las medidas y, debería tender a 0, momento en el que el modelo sería el predominante en el filtro. Una vez obtenido dicho parámetro, se calcula la corrección de la medida predicha usando la medida tomada y se corrige la matriz de covarianzas. La implementación del filtro de Kalman es del siguiente modo:

Etapa de predicción:  

$$\tilde{x}_{k} = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1}$$
  
 $\tilde{P}_{k} = AP_{k-1}A^{T} + Q$   
Etapa de corrección: (4.30)  
 $K_{k} = \tilde{P}_{k}C^{T}(C\tilde{P}_{k}C^{T} + R)^{-1}$   
 $\hat{x}_{k} = \tilde{x}_{k} + K_{k}(y_{k} - C\tilde{x}_{k})$   
 $P_{k} = (I - K_{k}C)\tilde{P}_{k}$ 

Donde Q es una matriz que se añade a las predicciones de las covarianzas para modelar posibles dispersiones y errores en el modelo dinámico y R es una matriz que modela las dispersiones y errores en la medida. Si se parte de las ecuaciones linealizadas, escritas en forma de espacio de estados (3.8), es posible obtener las matrices para el filtro de Kalman pero en el dominio continuo ( $\dot{x} = Ax + Bu$ ), siendo estas:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{P(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} & -\frac{G(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} & \frac{N\bar{B}A\cos(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{N\bar{B}A\cos(\bar{\theta})}{L_{self}} & -\frac{R}{L_{self}} \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} \frac{NA\bar{I}\cos(\bar{\theta})}{M(\bar{\theta})} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{self}} & 0 \\ \frac{1}{L_{self}} & 0 \end{bmatrix}$$
(4.31)
$$C_{rer} = [D_{rer}\sec^{2}(\bar{\theta}) & 0 & 0]; \qquad C_{I} = [0 & 0 & 1]$$

La discretización de estas matrices se realiza mediante métodos numéricos (función c2dm en MATLAB) porque tienen las siguientes expresiones:

$$A_{d}(x_{k}) = \exp(A(x_{k}))T$$

$$B_{d}(x_{k}) = \left(\int_{0}^{T} \exp(A(x_{k})\tau)d\tau\right)B(x_{k})$$

$$C_{d}(x_{k}) = C(x_{k})$$
(4.32)

Todas las ecuaciones vistas son válidas para sistemas lineales y discretizadas, pero el sistema estudiado es altamente no lineal y expresado de forma continua. La forma de abordar este problema es utilizando el filtro de Kalman extendido. Éste es una extensión del anterior donde se consigue, mediante una linealización de Taylor despreciando términos de segundo orden, una reformulación del algoritmo para sistemas no lineales. Partiendo de las ecuaciones no lineales que describen el espacio de estados del sistema y las que describen la medida:

Sistema: 
$$X_{kp} = f(X_{k-1}, a_{kp})$$
  
Medida:  $Y_k = g(X_k, n_k)$  (4.33)

Siendo  $X_{kp}$  la predicción del estado,  $X_{k-1}$  el estado en el instante anterior,  $a_{kp}$  el ruido dinámico aleatorio, f la matriz de ecuaciones del modelo dinámico,  $Y_k$  la medida,  $X_k$  el estado en el instante actual,  $n_k$  el ruido de las medidas y g la matriz de ecuaciones de la medida. Si se linealizan dichas ecuaciones se llega a (4.34) donde  $\tilde{x}_k$  es la última estimación del estado,  $\tilde{y}_k = g(X_{kp}, 0)$  y  $\partial f / \partial x$  y $\partial g / \partial x$  se corresponden a las matrices jacobianas de las funciones que describen el sistema y la medida respectivamente.

$$X_{kp} = \tilde{x}_{k} + \frac{\partial f}{\partial x} (X_{k-1} - X_{(k-1)p}) + \frac{\partial f}{\partial a} a_{kp}$$

$$Y_{k} = \tilde{y}_{k} + \frac{\partial g}{\partial x} (X_{k} - X_{kp}) + \frac{\partial g}{\partial n} n_{k}$$
(4.34)

Suponiendo que no existe correlación en el ruido se tiene que  $\partial f / \partial a$  y  $\partial g / \partial n$  son matrices identidad. Con todo esto, la implementación del filtro de Kalman extendido es como sigue:

(4.35)

Etapa de predicción:

$$X_{kp} = f(X_{k-1}, 0)$$
$$\tilde{P}_{k} = \frac{\partial f}{\partial x} P_{k-1} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^{T} + Q$$

Etapa de corrección:

$$K_{k} = \tilde{P}_{k} \frac{\partial g}{\partial x} \left(\frac{\partial g}{\partial x} \tilde{P}_{k} \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{T} + R\right)^{-1}$$
$$\hat{X}_{k} = X_{kp} + K_{k} \left(Y_{k} - \frac{\partial g}{\partial x} \tilde{x}_{k}\right)$$
$$P_{k} = \left(I - K_{k} \frac{\partial g}{\partial x}\right) \tilde{P}_{k}$$

Finalmente, es posible aproximar las matrices jacobianas a las matrices resultantes de la linealización del sistema, es decir, que  $\frac{\partial f}{\partial x} = A_d$  y  $\frac{\partial g}{\partial x} = C_d$ . Por último, la estimación del estado se realizará mediante métodos numéricos que integren las ecuaciones del sistema teniendo como condiciones iniciales la salida del filtro en el instante anterior. Los métodos numéricos utilizados en las simulaciones se han realizado con el método de Runge Kutta clásico y con un paso de integración que es la mitad del tiempo de muestreo. Esto se puede expresar como (4.36) siendo  $h = \frac{T}{2}$  el paso de integración.

$$X_{kp} = \hat{X}_{k-1} + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = hf(\hat{X}_{k-1})$$

$$k_2 = hf(\hat{X}_{k-1} + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = hf(\hat{X}_{k-1} + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = hf(\hat{X}_{k-1} + k_3)$$
(4.36)

#### 4.3.1. Filtro de Kalman con medida en corriente

La corriente que circula por la bobina es una variable sencilla de medir, además con bastante exactitud y sin apenas ruido electromagnético ya que los cables que se conectan a el detector están completamente apantallados para evitar dichos efectos. A pesar de esto, si se supone un entorno sin ruido en la corriente, las perturbaciones y las actuaciones del controlador hacen que la señal de la corriente se comporte de forma errática. Es por esto que, aunque se posea de un modelo no lineal preciso, la propagación de errores se amplifica de una variable a otra. Además, aunque el filtro de Kalman consigue estimar el espacio de estados, éste modifica las medidas convenientemente (por la ganancia de Kalman) para ajustarse a la variable que está midiendo. En la Figura 4-17 se ha representado la corriente que circula por la bobina y la que se estima utilizando el filtro. No se ha conectado la salida de las predicciones al sistema porque, como se puede ver en la Figura 4-18, la salida se ve fuertemente

influenciada por pequeñas perturbaciones o errores en la corriente estimada y, si se conectase, sería imposible controlar el sistema.



Figura 4-17. Corriente que circula por la bobina cuando se controla el sistema en bucle cerrado mediante GPC. La salida del filtro de Kalman no es introducida en el sistema.



Figura 4-18. Respuesta del sistema en bucle cerrado controlado por GPC. La salida del filtro de Kalman no es introducida en el sistema.

Vistas las simulaciones, se puede concluir que es necesaria la implementación de un sensor que mida la posición en todo momento porque una pequeña discrepancia, error, perturbación en la corriente que circula por la bobina, desencadena en una discrepancia importante en la estimación de la posición del detector.

## 4.3.2. Filtro de Kalman con medida de posición

El sensor de posición que se planea instalar en FILD en el ASDEX Upgrade se basa en el cambio de resistividad de un material cuando este se estira. A partir del cálculo de la resistencia de dicho material se puede inferir la

distancia que el material se ha traccionado, deduciendo, por tanto, la distancia en la que se encuentra el detector. Suponiendo un material puramente resistivo, éste no se vería influenciado por los fuertes campos magnéticos, aunque la realidad es que puede producir distribuciones de cargas que, junto con las altas temperaturas que podría alcanzar el sensor resistivo, se produciría ruido que sería nocivo para el control del dispositivo.

Implementando la medida de la posición mediante un sensor resistivo, y suponiendo un ruido blanco de amplitud  $10^{-3}$ , se obtienen los resultados mostrados en Figura 4-19, con una ampliación (Figura 4-20) para poder observar con mayor resolución dicha figura.



Figura 4-19. Sistema en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones y con filtro de Kalman conectado.



Figura 4-20. Ampliación de la Figura 4-19 donde se aprecia el ruido medido por el detector y la corrección aplicada por el filtro de Kalman.

Los resultados obtenidos se han simulado bajo condiciones muy desfavorables, esto es, con un ruido tal que los valores medidos solo fueran exactos en la primera cifra significativa. Aun así, se consigue controlar el sistema de una forma satisfactoria y sin descontroles ni sobreoscilaciones debido al control restrictivo implementado. Si se pretendiese controlar el sistema sin el filtro, el sistema se volvería inestable como se observa en Figura 4-21. La única forma de controlarlo sería relajando las restricciones y volviéndolo mucho menos agresivo. Se concluye por tanto que, si realmente se cumple que el entorno influye de forma importante en la medida, sería necesario la implementación de un filtro de Kalman.



Figura 4-21. Sistema en bucle cerrado controlado por GPC con restricciones y con filtro de Kalman desconectado.

Todo lo explicado y mostrado con GPC puede extrapolarse al entorno del PID ya que tan solo es una etapa anterior que muestrea y corrige las medidas introducidas. La diferencia es que con el control PID, el ruido se tolera mucho mejor, pero a costa de aplicar cambios muy bruscos en la acción de control, tanto que producen movimientos en el detector que en la realidad serían imposibles de implementar y habría que desintonizar el controlador haciéndolo menos agresivo, tal y como ocurriría con el GPC.
## **5** CONCLUSIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

## 5.1. Resumen y valoración de control PID y GPC

Los objetivos principales buscados en el comportamiento de la inserción de FILD se pueden resumir en rapidez, ausencia de sobreoscilaciones, absorción de ruido y perturbaciones y robustez. Poco a poco se han ido abordando todos estos temas y se les ha dado una solución. Dependiendo del controlador utilizado, dichos problemas se abordan desde diferentes perspectivas y cada uno tiene sus puntos fuertes.

El controlador PID ha sido capaz solucionar todos los problemas de manera satisfactoria. A esto se le añade la simplicidad en el diseño, así como su implementación. Es sencillo corregir ligeros errores simplemente ajustando los parámetros del controlador y, además, no ha sido necesario la introducción de términos derivativos que, en la realidad suelen ser problemáticos y difíciles de implementar.

El controlador GPC ha conseguido mejorar en todos los aspectos el comportamiento del sistema con respecto al PID. En contrapartida, tiene un diseño complejo y su implementación es complicada desde el punto de vista conceptual. A pesar de ello, una vez instalado, la corrección de ligeros errores cambiando parámetros del controlador es sencillo. Al tratarse de un control predictivo, consigue anticiparse a eventos futuros, tales como tendencias hacia la inestabilidad, haciendo que pueda desconectarse el controlador antes de errores mayores.

La elección de controlador no solo se puede basar en el comportamiento dado, se debe valorar tanto la simplicidad de diseño, la facilidad de depuración de errores, el costo del dispositivo y la robustez y seguridad que aporta. Por tanto, desde el punto de vista de comportamiento, el mejor controlador es el GPC, pero si la prioridad es la sencillez para futuros cambios en FILD, el PID destaca en ello ya que es un dispositivo barato y consigue satisfacer correctamente las restricciones de control.

## 5.2. Estudios futuros

El control y las especificaciones de control explicadas no acaban aquí. En el reactor ASDEX Upgrade se planea mejorar el comportamiento de FILD. Un aspecto a mejorar es la retracción automática basada en la temperatura del detector (Figura 5-1), es decir, cuando ésta alcanza una temperatura que pueda comprometer la integridad del dispositivo y del propio reactor, debe retraerse automáticamente. Esto puede entenderse como un problema de control que, prediciendo mediante modelo la temperatura que va a alcanzar el detector instantes posteriores al actual, ésta decida automáticamente su posible retracción. Con ello sería posible optimizar el tiempo que el detector se encuentra dentro del reactor, todo ello apoyado en un control robusto que permita una retracción rápida y sin golpes como la estudiada en este trabajo.



Figura 5-1. a) Elementos considerados en análisis térmicos. b) Temperatura máxima alcanzada por el detector durante una descarga en la posición de medición.

Existen cámaras con las que es posible visualizar el interior del reactor y, gracias ellas, también es posible estimar la temperatura de determinadas zonas en la imagen. Se basan en que los materiales emiten radiación en la banda visible debido a su elevada temperatura, es por ello que, con apuntar una cámara hacia la dirección de FILD, es posible conocer su temperatura, obedeciendo a la ley de Planck. La medida es limitada, pero con ayuda de modelos que describan el comportamiento de la temperatura en todo el detector a lo largo del tiempo, sería posible automatizar el proceso de forma inteligente, haciendo así que la toma de datos acerca de la pérdida de iones rápidos pueda verse aumentada por un incremento en el tiempo de residencia de FILD en el reactor.

## REFERENCIAS

- [1] Asignaturas: "Matemáticas I, II y III". 1º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2015.
- [2] «Asignatura: "Fundamentos de control automático". 2º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2016».
- [3] «Asignatura: "Ingeniería de control". 3º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2017».
- [4] M. Ariola y A. Pironti, Magnetic Control of Tokamak Plasmas, Springer, 2008.
- [5] G. GRIEGER, C. BEIDLER, E. HARMEYER, W. LOTZ, J. KIJ3LINGER, P. MERKEL, J. NUHRENBERG, F. RAU, E. STRUMBERGER y H. WOBIG, «MODULAR STELLARATOR REACTORS AND PLANS FOR WENDELSTEIN 7-X».
- [6] Y. Song, W. Wu y S. Du et al., Tokamak Engineering Mechanics, Springer, 2014.
- [7] «Asignatura: "Ampliación de Física". 2º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2016».
- [8] «Asignatura: "Ampliación de matemáticas". 2º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2016».
- [9] «Asignatura: "Complementos de control". 4º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2018».
- [10] «Asignatura: "Fundamentos de máquinas y mecanismos". 2º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2016».
- [11] «Asignaturas: "Física I y II". 1º Curso del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla. Año 2015».
- [12] J. F. Rivero Rodríguez, Implementation of a Fast-Ion Loss Detector in the MAST Upgrade Spherical Tokamak. Trabajo de Fin de Master. Escuala Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla, Año 2017.
- [13] M. Rodríguez Ramos, Calibración absoluta y aplicación de los detectores de pérdidas de iones rápidos basados en materiales centelleadores para dispositivos de fusión nuclear. Tesis Doctoral. Facultad de Física. Universidad de Sevilla, Sevilla, Año 2017.
- [14] M. E. Aranda Romasanta, «Estudio y aplicación del Filtro de Kalman en fusión de sensores en UAVs. Trabajo FIn de Grado. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla.,» Año 2017.

- [15] J. M. Díaz Cano, «Una Revisión Sobre Fusión Nuclear y Aplicación Inicial de Multipow a Datos del Tokamak ASDEX del Instituto Max Planck. Trabajo FIn de Grado. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad de Sevilla,» Año 2017.
- [16] J. Ayllon-Guerola, J. Gonzalez-Martin, M. Garcia-Munoz, J. Rivero-Rodriguez, A. Herrmann, S. Vorbrugg, P. Leitenstern, S. Zoletnik, J. Galdon, J. Garcia Lopez, M. Rodriguez-Ramos, L. Sanchis-Sanchez, A. D. Dominguez, M. Kocan, J. P. Gunn, D. Garcia-Vallejo y J. Dominguez, «A fast feedback controlled magnetic drive for the ASDEX Upgrade fast-ion loss detectors. Review of Scientific Instruments 87, 11E705,» Año 2016.
- [17] J. Ayllon-Guerola, M. Garcia-Munoz, M. Kocan, J. Gonzalez-Martin, J. Rivero-Rodriguez, L. Bertalot, Y. Bonnet, J. P. Catalan, J. Galdon, J. Garcia Lopez, T. Giacomin, J. P. Gunn, M. Rodriguez-Ramos, R. Reichle, L. Sanchis-Sanchez, G. Vayakis, E. Veshchev, C. Vorpahl, M. Walsh y R. Walton, «Dynamic and thermal simulations of a fast-ion loss detector for ITER.Fusion Engineering and Design 123 807-810,» Elsevier, Año 2017.
- [18] J. P. Gunn y J. Y. Pascal, «A magnetically driven reciprocating probe for tokamak scrape-off layer measurements. Review of Scientifi Instruments 82, 123505,» Año 2011.
- [19] A. Schmid, A. Herrmann, V. Rohde, M. Maraschek, H. W. Müller y t. A. U. T., «Magnetically driven filament probe. Review of Scientifi Instruments 78, 053502,» Año 2007.
- [20] M. García Muñoz, M. Kocan, J. Ayllon Guerola, L. Bertalot, L. Bonnet, N. Casal, J. Galdon, J. García Lopez, T. Giacomin, J. Gonzalez Martin, J. Gunn, M. Jimenez Ramos, V. Kiptily, S. Pinches, M. Rodriguez Ramos, R. Reichle, J. Rivero Rodriguez, L. Sanchiz Sanchez, A. Snicker, G. Vayakis, E. Veshchev, C. Vorpahl, M. Walsh y R. Walton, Conceptual design of the ITER fast-ion loss detector. Review of Scientific Instruments 87, 11D829, Año 2016.
- [21] M. Kocan, M. Garcia-Munoz, J. Ayllon-Guerola, L. Bertalot, Y. Bonnet, N. Casal, J. Galdon, J. Garcia-Lopez, T. Giacomin, J. Gonzalez-Martin, J. P. Gunn, M. Rodriguez-Ramos, R. Reichle, J. F. Rivero-Rodriguez, L. Sanchis-Sanchez, G. Vayakis, E. Veshchev, C. Vorpahl, M. Walsh y R. Walton, «The impact of the fast ion fluxes and thermal plasma. Journal of Instrumentation 12 C12027,» 2017.