

## El estudio de la mortalidad en España a principios del siglo XX

SONIA DE PAZ COBO

JUAN MANUEL LÓPEZ ZAFRA

Universidad Complutense de Madrid

### Antecedentes españoles en el estudio de la mortalidad

Tal y como señalamos en de Paz Cobo y López Zafra (2006), el estudio sistemático, científico de la mortalidad en España, y de sus causas y efectos sobre la población, no comienza sino a partir de la obra de Merino (1866) (y, asimismo, de cierta aportación de Coll que señala Sorribas en su obra de 1882, pero de la que desgraciadamente ya entonces no quedaba constancia alguna); como es sabido, esta autor se basa en la *Memoria sobre el movimiento de la población de España en los años 1858, 1859, 1860 y 1861* de la Junta de Estadística, cuyo principal problema metodológico estribaba en la agrupación de los fallecidos en bloques de cinco años. Más de 20 años antes, la Compañía General Española de Seguros había publicado una Tabla de Seguros sobre la Vida, GES (1841), pero no se recoge en ellas otra experiencia que la extranjera, reflejo del término medio de las publicadas en diversos lugares de Europa; cierto es que entre las tablas que cierran la publicación ninguna de ellas es de mortalidad.

Posteriormente, Sorribas (1863) publica la que puede considerarse como la obra española más importante en este ámbito en el s. XIX, al apoyarse no sólo en datos oficiales sino asimismo en lo relativos a tres poblaciones de cierta importancia para la fecha. Vuelve a enfrentarse al problema de la agrupación quinquenal de las defunciones, que resuelve empleando ciertos procedimientos actuariales y que ajusta a los datos primarios que obtiene de las tres poblaciones reseñadas.

Podemos afirmar, sin temor a equivocarnos, que estamos ante dos trabajos muy serios, de alto rigor científico, y que recogen plenamente las aportaciones científicas que en ese momento existían en Europa; sin embargo, el marco actuarial del estudio de la mortalidad

experimentaría un cambio sustancial con la obra de Makeham (1859), quien añade a la conocida desde 1825 ley de Gompertz una constante para reflejar que el tanto instantáneo de mortalidad depende no sólo de la edad. Y es precisamente la obra de los hermanos Puyol Lalaguna de 1911 la primera en España que recoge tal aportación.

### **La Tabla de mortalidad española ajustada analíticamente de los hermanos Puyol Lalaguna de 1911**

Comienzan los autores con un lamento que coincide con el expresado por D. Miguel Merino casi 50 años antes, en sus *Reflexiones y conjeturas sobre la ley de mortalidad en España* de 1866, en lo relativo a la inexistencia de tablas de mortalidad españolas “basadas sobre la experiencia de las Compañías de seguros”. Se quejan asimismo de las grandes dificultades que “la falta de datos, y aún más, la inexactitud casi inevitable de los suministrados por los censos” provocan en la elaboración de una tabla correcta, junto con las deficiencias que surgen de una población en la que la emigración es una característica fundamental.

Es necesario hacer aquí una breve reseña de los autores de este trabajo. Mateo fue un destacado actuario que ya en 1909 había publicado su *Manual de seguros sobre la vida*, una obra de carácter elemental que permitió la divulgación de los principios básicos del seguro; desde 1912 y hasta 1922 fue Jefe Técnico de la Comisaría General de Seguros, dando forma durante ese período a la fundamental acción tutelar del Estado sobre el sector asegurador; su interés por la enseñanza de la profesión queda de manifiesto cuando recibe el encargo, en 1914, por parte del Instituto de Actuarios (colegio profesional que regula el acceso a la profesión desde hace casi 100 años), de analizar la organización de los estudios actuariales en el extranjero, labor que culmina con una propuesta de lo que podría ser la enseñanza del Seguro en España. La importancia de D. Mateo en el ámbito actuarial queda reflejada en el homenaje que el Instituto de Actuarios, a través de su revista *Anales*, le brindó en su número correspondiente a los años IV y V, publicado en 1947.

Su hermano José María había publicado también en 1910 la obra *Las casas baratas*, cuyo subtítulo rezaba “*Proyectos, planos y presupuestos. La amortización. El seguro. Las sociedades constructoras y el Instituto Nacional de Previsión.*” Editada por la Oficina de Trabajo de la “Acción Social Popular” de Barcelona, recogía los aspectos fundamentales (entre ellos, el del seguro) relativos a las denominadas “casas baratas”, antecedentes de las VPO. La primera Ley que en España recogía las características de este tipo de viviendas se promulgó en 1911 (aunque el primer proyecto fue aprobado en el seno del Instituto de Reformas Sociales en 1907).

En cuanto a la metodología y los datos empleados, los autores suponen que la ley de supervivencia española coincide con la de Makeham (con la salvedad, según ellos, de que la mortalidad de la población general no puede ser la misma que la de la población de asegurados) que ajustan a los datos obtenidos de los censos generales por edades de 1877 y 1887 del Instituto Geográfico y Estadístico; la razón de no emplear el último de ellos, más reciente, es a causa de reflejar variaciones debidas al cólera y a la gripe que asolaron España esos años. En cuanto a la estadística de defunciones, surge el sempiterno problema del agrupamiento por tramos quinquenales, por lo que los autores optan por ajustar proporcionalmente a la tasa de mortalidad de cada edad. Otro problema en los datos era la enorme diferencia de las edades terminadas en 9, 0 y 1 en relación a las inmediatamente anteriores y posteriores, por lo que optaron por proceder con ellas como con anteriormente expuesta acerca de los fallecidos. Tras observar que efectivamente la fórmula de Makeham

$(l_x = ks^x g^{c^x})$  ajusta correctamente la supervivencia a cada edad para los adultos, y no así en los primeros años de la vida (pág. 7), los autores pasan a ajustar las constantes  $s$ ,  $g$  y  $c$  de la referida, que

*“dependerán del clima, salubridad, higiene, sexo, etc, de todo lo que influye en la prolongación o acabamiento de la vida humana.”*

Tal y como señalan en la pág. 8, los autores siguen el método de las sumas de King y Hardy publicado en el vol. 22 (1879-1881) del *Journal of the Institute of Actuaries* (pp. 191-231), empleando como edad límite o superior los 67 años, de acuerdo con lo establecido por de Moivre.

Así, estiman finalmente los valores de las tres constantes previamente señaladas en la forma siguiente:

$$s = 0,9911431; g = 0,9990522; c = 1,0977401.$$

Del ajuste efectuado se comparan las cifras de fallecimientos previstas con las realmente observadas, obteniéndose una subestimación agregada de 4597 individuos, lo que supone una exactitud del 91 por ciento. Por último (pág. 13), tras determinar el número de supervivientes a la edad de veinte años (que depende del número arbitrario tomado como cifra inicial, que los autores fijaron en 600.000 individuos), deducen la última constante del modelo,  $k$ , como 399114. Queda pues la fórmula de supervivencia a la edad  $x$  ajustada analíticamente por los hermanos Puyol Lalaguna establecida definitivamente como

$$l_x = 399114 \times 0.9911431^x \times 0.9990522^{1.0977401^x}.$$

Finaliza este importante trabajo con las últimas páginas (14 a 21) dedicadas por los autores a exponer su Tabla de mortalidad española según el censo de 1877, así como dos cuadros en los que comparan los valores de las tasas anuales de mortalidad, por un lado, y de las rentas vitalicias de una peseta (calculadas a un tipo del 3,5%), por otro, por ellos obtenidos con los de los que se siguen de algunas de las principales tablas empleadas en operaciones de seguros, así como con un explícito diagrama con las curvas que permiten visualizar los resultados.

### **Fuentes Martiáñez y las *Tablas de mortalidad, supervivencia, vida media y vida probable de 1927. El comienzo de una nueva etapa.***

Es en 1927 cuando D. Mariano Fuentes Martiáñez, jefe del Cuerpo facultativo de Estadística, publica la citada obra. Puede considerarse, sin lugar a dudas, que es ésta la que cierra la andadura inicial del análisis de la supervivencia española y que con ella la estadística oficial española se integra de lleno, definitivamente, en la corriente científica europea en este ámbito, equiparándose en rigor, calidad y conocimientos a las de los países más avanzados de nuestro entorno, como pudieran ser el Reino Unido, Francia, Bélgica o Suecia.

Ya en el prólogo señala el autor que “nos sugirió la idea de llegar a la formación de unas verdaderas tablas de mortalidad. Tales cálculos nunca se han intentado seriamente en nuestra patria (...)”, efectuando una no velada crítica a los intentos anteriores de Merino, Sorribas y sobre todo Puyol, cuando éste, tal y como hemos señalado, sobrepasa con mucho los trabajos de los anteriores. La notación empleada por el autor es ya completamente estándar y

lógicamente coincide con la internacionalmente aceptada, y la reseñamos en el siguiente cuadro 1.

Define la mortalidad (pág. 16) como una función tanto de las defunciones como de la población, para justificar de ese modo el empleo del período 1908-1923 y determinar el promedio anual de fallecidos para cada edad. Para hallar tal promedio prescinde del año 1918, debido a la incidencia de la gripe en la mortandad. En cuanto al dato de población, emplea los censos de 1910 y 1920, justificando a continuación el período de observación (1908-1923) en el criterio de Fan, pues según el autor deben ser considerados “los 10 años del período intercensal y 3 anteriores y 3 posteriores a ese mismo período”.

Símbolo	Explicación
$l_x$	Supervivientes a la edad $x$
$d_x$	Fallecidos a la edad $x$
$P_x$	Población censada a la edad $x$
$p_x$	Probabilidad de sobrevivir a la edad $x$
$q_x$	Probabilidad de morir a la edad $x$
$p_x^t$	Probabilidad de un individuo de edad $x$ de vivir $t$ años
$q_x^t$	Probabilidad de un individuo de $x$ años de morir antes de cumplir $x+t$ años
$\mu_x$	Tasa instantánea o fuerza de mortalidad
$L_x$	Semisuma de $l_x$ y $l_{x+1}$
$K, s, g, c$	Constantes de la fórmula de Makeham
$e_x^0$	Vida media o esperanza de completa de vida a la edad $x$
$V_p^{(x)}$	Vida probable a la edad $x$

Cuadro 1. Símbolos de conmutación empleados por Fuentes (1927)

Por vez primera aparece en España la moderna concepción de la tabla de mortalidad (pág. 17), que “debe servir al mismo tiempo de tabla de supervivencia y en ella han de hacerse constar los datos, no menos interesantes, de la vida media y la vida probable en las distintas edades del hombre”, más allá de la “mera exposición por edades de los correspondientes coeficientes de mortalidad.”

Entra a continuación el autor a señalar la formulación empleada en el estudio, con múltiples ejemplos muy didácticos sobre los ajustes que deben efectuarse para conseguir cifras adecuadas. Así, por ejemplo, define de forma directa

$$q_x = d_x / P_x,$$

lo aplica al censo de 1920 para los individuos de 25 años

$$q_{25} = 3043/357735 = 0.0085,$$

y a continuación explica el concepto que hoy conocemos como edad actuarial para corregir y conseguir

$$q_x = d_x / (P_x + d_x / 2) \quad ; \quad q_{25} = 3043 / (357735 + 3043 / 2) = 0,00847 .$$

Es en la página 20 cuando plantea el procedimiento de Knapp y Zenner para determinar la probabilidad exacta de sobrevivir a la edad  $x$ , lo aplica a  $x=25$  años, y determina a continuación por complemento el coeficiente de mortalidad, mucho más exacto que el anterior. Sin embargo, tal y como señala el propio autor, en la práctica este procedimiento puede ser inaplicable por defectos en el acta o registro de defunción, pues exige conocer no sólo la edad del finado sino también con total precisión su fecha de nacimiento, la cual no constaba por entonces en la mayoría de las ocasiones.

Pasa entonces revista a diversos métodos de ajuste y cálculo de la mortalidad (seguimiento durante 100 años de 100.000 nacidos, cálculos bajo hipótesis de estacionariedad de la población, método de Halley, de Hermann), señalando las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos (con ejemplificación numérica) para justificar finalmente (pág. 27) el empleo del de Quetelet, del diezmo mortuario o de la probabilidad de muerte ( $q_x = d_x / (P_x + d_x / 2)$  anteriormente citado). Entra entonces en la explicación de los problemas derivados de tal recargo de ciertas edades, pues “la simpatía por las cifras redondeadas introduce siempre un elemento perturbador, que es preciso corregir” (pág. 28), y en su solución mediante los distintos métodos de ajuste, de los que ofrece una detallada explicación de los diversos empleados por entonces (métodos gráficos, de Highman, de Finlaison, de interpolación parabólica, de Altenburger, de Woolhouse, de Witstein y de la fórmula de Makham); decide emplear el autor los de interpolación parabólica, por su sencillez, y el de Makeham. Efectúa entonces pruebas de los diversos métodos de ajuste a lo largo de las páginas 30 a 39.

Más adelante se introduce en los conceptos de vida media “o esperanza matemática de la vida”, mediante

$$e_0^x = \frac{1}{2} + (l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{x+n}) / l_x ,$$

aplicándolo a modo de ejemplo (pág. 40) a los casos

$$e_{15}^0 = 3118037 / 68712 = 45,88 \text{ años ,}$$

y

$$e_{50}^0 = 1001440 / 51203 = 20,06 \text{ años ,}$$

y en el de vida probable, “el tiempo  $t$  que ha de transcurrir para que un cierto número de personas de edad determinada se reduzca a la mitad”,

$$n = l_{x+r} - \frac{1}{2} l_x ; \quad n' = \frac{1}{2} l_x - l_{x+r+1}$$

$$n + n' = l_{x+r} - l_{x+r+1} = d_{x+r}$$

señalando el autor que “si en el intervalo de 1 año, que media entre  $x+r$  y  $x+r+1$ , se han producido  $d_{x+r}$  fallecimientos, se puede admitir que un fallecimiento se producirá en el lapso

de tiempo  $1/d_{x+r}$ , luego los  $n$  fallecimientos de diferencia que existen entre  $l_{x+r}$  y  $\frac{1}{2}l_x$  tardarán en producirse  $n/d_{x+r}$ , que será la fracción de año que habremos de agregar a  $r$  para obtener la vida probable a la edad  $x$ . Es decir que

$$V_p^{(x)} = r + \frac{n}{d_{x+r}},$$

que es la fórmula empleada en nuestros cálculos.” (pág. 41)

Introduce asimismo el concepto de vida normal, edad de muerte más frecuente de los individuos de una población en un momento dado. Entra a continuación (pág. 44 y ss) en la comparación de las series primitiva y ajustada, para observar las diferencias que por exceso o por defecto se dan, para cada edad, en cuanto al número de supervivientes de una población teórica de 100.000 individuos en su origen. Se observa en general que la serie ajustada presenta mayores valores (más supervivientes) que la primitiva, por lo que se plantea la necesidad de “buscar un ajustamiento más perfecto entre ambas series”, cosa que acometerá, mediante el empleo de las aportaciones de Makeham, en la segunda parte del trabajo.

Tras plantear diversas expresiones de la vida media empieza la segunda parte de la obra (pág. 50 y ss) dedicada a la fórmula de Makeham.

Efectúa el autor una introducción histórica al estudio moderno de la función de mortalidad, iniciada con de Moivre (“el número de personas existentes en cada edad es proporcional al número de años de diferencia entre la edad límite de una tabla de mortalidad y la edad considerada”), seguida con Gompertz y jalonada (entonces) con Makeham. Fija el concepto de fuerza o tasa instantánea de mortalidad (pág. 54) como

$$\mu_x = -\frac{d \ln l_x}{d_x},$$

del que ofrece una muy prolija explicación a lo largo de 5 páginas, y entra a continuación en la descomposición de la fórmula de Gompertz, para alcanzar finalmente (pág. 63) al de Makeham, de la que ofrece una explicación de unas 4 páginas. A continuación se entretiene en ofrecer una aplicación de la misma, determinando en primer lugar las constantes a través de las fórmulas de Milne (pág. 70 a 90) y de King y Hardy (pág. 90 a 106), en segundo lugar los coeficientes de supervivencia y de mortalidad (pág. 107 y 108), y en tercer y último lugar la tasa instantánea de mortalidad (pág. 108 a 120, por bloques de edad: de 23 a 75 años, de 10 a 22, de 0 a 9, y de 76 a 102). De este modo, y tras un análisis rigurosísimo y unas explicaciones de gran poder didáctico, alcanza por fin la ansiada tabla de mortalidad en la página 120 de la obra, bajo la denominación de Estado n° 4. Sin embargo, antes de dar por finalizado el trabajo, el autor (pág. 127) efectúa un conjunto de consideraciones finales. En ellas afirma la bondad del Estado n° 4 o tabla de mortalidad definitiva, señalando sin embargo la publicación complementaria (Estado n° 3) de la tabla de mortalidad obtenida por interpolación parabólica, “para que sus cifras sean confrontadas con la experiencia de las compañías de seguros domiciliadas en España” (pág. 127).

Añade la posibilidad de que “seguramente” sus estimaciones acerca de la mortalidad excedan la de las citadas compañías aseguradoras, aduciendo que “la población asegurada es más sana que la población total del país”; este tipo de consideración favorable hacia la selección positiva era relativamente normal en la época, al considerarse que los más proclives

a contratar un seguro de vida (o de cualquier otra índole) eran los más pudientes, y en ese sentido posiblemente con mayores expectativas de vida que el resto de la población.

Defiende el autor sus tablas también con un argumento de futuro, al indicar que las tablas calculadas sobre la población total puedan ser de gran utilidad a los seguros de carácter social (pensiones, vejez, enfermedad, invalidez), en los que en ocasiones es el Estado el único gestor, como es el caso de las clases “de recursos económicos más precarios” (pág. 130).

Muestra por último unas comparaciones internacionales en cuanto a la vida media, aunque lo más interesante son las consecuencias que extrae en la relación de los coeficientes de mortalidad por él obtenidos y los que manejan las entidades aseguradoras tanto españolas como extranjeras. Así, por ejemplo, las tablas francesas (AF y RF) presentan una menor mortalidad en los diez primeros años de vida; mayor entre los 11 y los 17 años; desde los 18, la RF mantiene valores siempre inferiores, mientras que la AF presenta coeficientes superiores en el tramo de 38 a 67 años, siendo menores de nuevo desde los 68 años en adelante. Del mismo modo, la tabla inglesa de las 17 compañías (que no considera edades por debajo de los 10 años), desde los 11 hasta los 64 presenta coeficientes de mortalidad mayores a las de Fuentes, de forma similar a lo que ocurre (aunque sólo hasta los 45) en la *American Experience Table of Mortality*, muy empleada en los EE.UU.

### Conclusiones.

Culmina de este modo ejemplar un periplo que comenzaba más de 60 años atrás gracias a Coll y a Merino, proseguía con Sorribas y se asentaba con los hermanos Puyol Lalaguna. El estudio de la mortalidad española sigue desde ese momento la senda marcada por los países europeos con mayor tradición actuarial, y conforma un preludio al análisis sistemático que llevará a cabo el Instituto Nacional de Estadística a partir de la finalización de la Guerra Civil.

### Bibliografía

- COMPAÑÍA GENERAL ESPAÑOLA DE SEGUROS CONTRA INCENDIO (1841) *Tablas de seguros sobre la vida*. Imp. de don Eusebio Aguado, Madrid.
- FUENTES MARTIÁÑEZ, M. (1927) *Tablas de mortalidad, supervivencia, vida media y vida probable*. Madrid.
- DE PAZ COBO, S; LÓPEZ ZAFRA, JM (2006) “El estudio de la mortalidad en España en el Siglo XIX” *Historia de la Probabilidad y la Estadística*, Vol. III. Delta, Madrid.
- MAKEHAM, W. (1859). “On the Law of mortality and the construction of annuity tables”. *Journal of the Institute of Actuaries and Assurance Magazine*, 8.
- MERINO, MIGUEL (1866) *Reflexiones y conjeturas sobre la ley de mortalidad en España*. Eduardo Cuesta, Madrid.
- PUYOL LALAGUNA, M.; PUYOL LALAGUNA, JM. (1911) *Tabla de mortalidad española ajustada analíticamente*. Ricardo F. de Rojas, Madrid.
- SORRIBAS Y ZAIDÍN, JA (1883). *Memoria dilucidando un tema de seguros sobre la vida*. Jaime Jepús, Barcelona.