

Facultad de Ciencias de la Educación

# Trabajo Fin de Grado

---

**ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO DE ESTUDIANTES DE TERCERO DE PRIMARIA A TRAVÉS DE SU PERCEPCIÓN DE LAS FIGURAS.**

**Titulación: Grado en Educación Primaria**

**Departamento: Didáctica de las matemáticas**

**Curso académico: 2017- 2018**

**Tutelado por: Dra. María del Mar Liñán García**

**Autora: Claudia Ramos Sánchez**

Sevilla, a 3 de Septiembre de 2018



## Declaración personal de no plagio

---

Dña.: Claudia Ramos Sánchez

NIF: 28825004-R

Estudiante del Grado de Educación Primaria de la Universidad de Sevilla, curso 2017-2018, como autora de este documento académico titulado:

### ***ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO DE ESTUDIANTES DE TERCERO DE PRIMARIA A TRAVÉS DE SU PERCEPCIÓN DE LAS FIGURAS.***

Y presentado como Trabajo de Fin de Grado, para la obtención del título correspondiente,

#### DECLARO QUE

es fruto de mi trabajo personal, que no copio, que no utilizo ideas, formulaciones, citas integrales e ilustraciones diversas, sacadas de cualquier obra, artículo, memoria, etc., (en versión impresa o electrónica), sin mencionar de forma clara y estricta su origen, tanto en el cuerpo del texto como en la bibliografía.

Así mismo soy plenamente consciente de que el hecho de no respetar estos extremos es objeto de sanciones universitarias y/o de otro orden.

En Sevilla a 3 de Septiembre de 2018.

Fdo: Claudia Ramos Sánchez

## AGRADECIMIENTOS

---

A mi familia, por ser el motor que me ha permitido cumplir el sueño, porque las segundas oportunidades existen y hay que saber aprovecharlas.

A mis compañeras, hoy amigas, de esta carrera, porque han hecho el proceso más sencillo e inolvidable.

A aquellos que, desde fuera, no han dejado de empujar conmigo de alguna forma, porque el calor de las personas también ayuda.

A mi compañero que entiende que los sacrificios valen, cuando se hacen de corazón. Ha merecido la pena.

Al profesorado que ha servido de ejemplo durante todo este tiempo, porque aún existen las utopías y ha sido un placer.

Al colegio y esos niños y niñas tan dispuestos, pues sin ellos nada hubiera sido posible.

Muy especialmente a mi tutora, Mar, por ofrecerme la oportunidad, por no dejar de alentarme, por su sencillez y su calidez, por mostrar esa sonrisa en cualquier momento; pero sobre todo, por abrirme esta ventana.

Los viajes que inicias con miedo, son aquellos que más te permiten crecer. Este viaje no hubiera sido posible sin muchos hombros y muchas alas que me han permitido elevarme y mirar más arriba, mirar más allá.

Cierro lo que ha sido una de las más bonitas y duras etapas con el corazón lleno y la mochila cargada de sueños.

GRACIAS



## RESUMEN

---

El presente proyecto parte de la inquietud que siempre me ha suscitado la matemática. Si nos centramos en la enseñanza de la geometría, la jurisprudencia actual, los principios y estándares enunciados en el NCTM (2003) y el conocimiento aportado por expertos como Hoffer (1981) y Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013); proponen un orden ideal para la enseñanza de este bloque. Sin embargo, es sorprendente que la mayoría de los libros de texto escolares estructuran los contenidos de forma diferente.

Por ello, este Trabajo de Fin de Grado presenta el diseño de una propuesta de intervención educativa en el ámbito escolar dirigida al alumnado de tercer curso de Educación Primaria. Dicha propuesta contempla un orden que parte de la realidad tridimensional, para llegar a objetos de dos dimensiones. La implementación de la misma se realiza en dos sesiones diferentes, y permitirá obtener información sobre el conocimiento geométrico que el alumnado tiene, así como del nivel de razonamiento de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) en el que cada uno se encuentra.

Los datos obtenidos señalan que las nociones geométricas deben trabajarse más profundamente, además permiten mejorar el diseño de actividades futuras para ayudar al alumnado a avanzar en su aprendizaje.

**Palabras clave:** geometría, Niveles de Van Hiele, figuras planas, cuerpos geométricos, aprendizaje de matemáticas.

## ABSTRACT

---

The starter point of this Project has been my personal interest on Mathematics. Focusing of the teaching of geometry, the current laws, the principles and standards from the NCTM (2003) and the knowledge provided by experts such as Hoffer (1981) and Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013); propose the ideal order for teaching geometry at school. However, surprisingly, the majority of school textbooks have organised the content differently.

Therefore, this Final Degree Project presents an educational design to third year students of Primary Education. This design follows an order which moves from three dimensional objects to two dimensional objects. The activities will be done in two different days. The information obtained will allow knowing what geometrical knowledge students have; and in which level of Van Hiele's reasoning are they situated.

The outcomes of this project suggest the need to work in the geometrical content deeply at school, and also allow us to develop new activities to improve students' learning.

**Key words:** geometry, Van Hiele's levels, plane figures, solid figures, mathematic learning.



## Contenido

1. Introducción y justificación. ....	10
2. Objetivos. ....	13
3. Marco teórico. ....	14
3.1. Currículo de Educación Primaria en Andalucía .....	14
3.2. Principios y estándares para la educación matemática .....	15
3.3. Hoffer y Van Hiele: conocimiento de los expertos.....	18
4. Metodología .....	22
4.1. Lugar de acción: el colegio. ....	22
4.2. Consideraciones para elaborar la secuencia de actividades.....	23
4.3. Propuesta didáctica de actividades.....	24
4.3.1. Actividades. ....	25
4.4. ¿Cómo se va a hacer?.....	34
4.4.1. Tablas de análisis de datos .....	35
4.5. Fases del proceso .....	36
5. Resultados .....	37
5.1. Resultados individuales.....	37
5.2. Resultados grupales .....	60
6. Conclusiones, implicaciones y limitaciones.....	62
7. Referencias Bibliográficas .....	67
8. Anexos.....	70
8.1. Anexo I: Material usado en las actividades.....	70
8.2. Anexo II: Actividades resueltas por el alumnado .....	73

# ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO DE ESTUDIANTES DE TERCERO DE PRIMARIA A TRAVÉS DE SU PERCEPCIÓN DE LAS FIGURAS.

---

## 1. Introducción y justificación.

Mi vinculación con este proyecto comenzó hace más tiempo del que imaginaba. ¿Por qué el área de matemáticas para mi Trabajo Fin de Grado? Las matemáticas han supuesto siempre un obstáculo personal durante mi trayectoria académica de primaria, secundaria y bachiller; me resultaba una asignatura frustrante en muchos aspectos y me hacía sentirme, de alguna forma, inferior a mis compañeras. No conseguía entender qué fallaba en mi cabeza. Pasaron varios años hasta volver a toparme con esta problemática, pero ya no las veía desde el mismo prisma, ni era yo quien las tenía que aprobar. Fue cuando empecé a trabajar con grupos de estudiantes cuando mi visión de las matemáticas comenzó a cambiar. Como algo obvio y evidente las matemáticas se empezaban a hacer claras antes mis ojos y aquellos problemas de la infancia parecían menos problemas, mis gigantes se convirtieron en molinos de viento. Las matemáticas empezaron a tener sentido para mí, y no he dejado de construir significados y esquemas mentales de las mismas a lo largo de estos cinco años trabajando. Sin embargo, eran esos estudiantes los que ahora me preocupaban, quizás porque una parte de mí se reflejaba en ellos. Entendía sus frustraciones y sabía que veían las matemáticas como una serie de contenidos aislados, estancos y sin ninguna correlación o lógica; comprendía que se cuestionaban a sí mismos por no saber resolver un problema; y conocía la sensación de pasar horas y horas resolviendo ejercicios que parecían no tener solución y que, en apariencia, no tenían patrones predecibles. La matemática tiene una base social importante, pues está presente en actividades cotidianas y profesionales y nos permite conocer y ordenar la realidad. No obstante, parece una asignatura muy alejada del conocimiento o saber popular. Dicha contraposición me llevó a reflexionar sobre mi futuro papel docente ¿qué conocimiento matemático necesito como futura maestra? ¿Qué metodología es la más adecuada para llevar al aula?

El presente trabajo supone un reto personal por lo descrito arriba y precisamente esto es lo que ha servido de motivación al mismo. He comprobado que mi experiencia particular se repite de alguna u otra forma en el alumnado. La validez e importancia de esta investigación viene dada por la propia praxis docente, es decir, los educadores enfrentan retos diarios y situaciones cambiantes donde resulta difícil fijar una base inflexible que sirva a cada maestro y maestra, en cada aula, en cada contexto y para cada niño y niña, de la misma manera; por tanto, es a través de la propia experiencia y la ajena donde formamos un banco de conocimientos y recursos útiles en las diversas situaciones que se presentan en el camino.

Este proyecto de investigación supone una línea de exploración-acción concreta, desarrollada en dos grandes etapas. La primera de ellas, que será la que se va a tratar en este trabajo, consiste en la elaboración e implementación de una propuesta didáctica de actividades para trabajar en un aula de tercero de primaria en el bloque de geometría. Dicha propuesta servirá de instrumento de recogida de información, para su posterior análisis. El análisis consistirá en el estudio detallado de las respuestas dadas por el alumnado, para posteriormente, determinar el nivel de razonamiento geométrico en el que cada alumno y alumna se encuentra. Es fruto de la yuxtaposición de tres pilares: por un lado, el currículum para el área de matemáticas, bloque de geometría, propuesto en la LOMCE y desarrollado en nuestra comunidad autónoma por el Decreto 97/2015, de 3 de marzo, y la Orden de 17 de marzo de 2015 unido al conocimiento aportado por los expertos del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), en concreto los principios y estándares para el curso que ocupa; de otro lado, la teoría didáctica sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, centrada en este caso en la geometría; y, por último, el enfoque constructivista de dicha enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Tras la implementación de la propuesta didáctica con un grupo de seis estudiantes, se analizará el efecto de la experiencia realizada. Dicho análisis implica la crítica de los resultados obtenidos en base al marco teórico propuesto. Finalmente, se arrojarán conclusiones acerca de las indagaciones realizadas y se propondrá la prospectiva de esta investigación

Mientras que en esta primera etapa el análisis se centrará en el análisis del conocimiento del alumnado y la utilidad o no de la secuencia didáctica planteada, en una segunda etapa, que se trabajará en un proyecto futuro, se llevará a cabo un análisis más profundo acerca del conocimiento especializado que moviliza un profesor nobel en geometría en tercero de primaria al implementar esta secuencia didáctica, es decir, un análisis basado en mis propios conocimientos, una evaluación de mi propia práctica docente. Esta fase de mi proyecto no ha sido posible realizarla en estos momentos por su extensión y laboriosidad y se propone como línea futura de investigación.

La enseñanza de la geometría tradicional ha seguido un orden desde los elementos más abstractos hasta aquellos que forman parte del contexto del alumnado o pueden asemejarse a otros de su contexto; Puig (1960) argumenta que para conseguir que el alumnado llegue a abstraerse de algo, se hace necesario que ese algo ya haya surgido, por eso, la idea debería partir de aquello que los niños y niñas ya conocen e identifican para llegar hasta aquello que queremos que lleguen a conocer y comprender. El alumnado vive en una realidad tridimensional, repleta de cuerpos y figuras geométricas que los docentes debemos tomar como ejemplos y puntos de inicios para poder construir, con ellos y a partir de ellos, las nociones más complejas de una realidad bidimensional, lineal y adimensional que queremos que conozcan. En la misma línea de Puig sobre cómo iniciar geometría comentan desde Italia:

El niño está inmerso en una realidad tridimensional y es por esto que sus experiencias geométricas naturales nacen del contacto con objetos de tres dimensiones. Por lo cual creemos conveniente escoger entre los objetos los primeros modelos de

figuras geométricas para que los niños las observen, solo después, y con pasos graduales, los conduciremos hacia la observación de las figuras planas. (Instituto Irisae Piemont, 1993, p. 111)

El error debe formar parte del camino. Es de este maestro del que más aprendemos, posiblemente porque nadie llega a errar sin hacer, es decir, nadie falla sin haberlo intentado. Considerando la puesta en práctica una parte esencial en el aprendizaje, de mis futuros alumnos y el mío propio, no entendía otra forma de realizar este trabajo que sin llevarlo a la práctica y analizar los resultados. Y entendiendo que solo aquel que está dispuesto a equivocarse, está dispuesto a conseguirlo.

## 2. Objetivos.

La pregunta de investigación que mueve este trabajo es, para el alumnado de tercero de primaria al trabajar con figuras planas y cuerpos geométricos, ¿Entienden las figuras como un todo o reconocen sus elementos? ¿Realizan categorizaciones o clasificaciones de figuras? Para poder analizar esas preguntas, los objetivos generales de mi trabajo son:

- \* Observar si reconocen figuras planas o elementos lineales o adimensionales.
- \* Realizar enumeraciones de atributos relevantes e irrelevantes de las figuras para ayudarles a mejorar su comprensión de las mismas.
- \* Observar si saben clasificar o categorizar figuras.
- \* Comprobar si utilizan el vocabulario matemático apropiado para denominar elementos de las figuras.
- \* Determinar en qué nivel de razonamiento de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) se encuentran.

### 3. Marco teórico.

Formar el marco teórico de este trabajo ha requerido de distintos pilares y fuentes bibliográficas que han sido necesarios para aglutinar la base de conocimientos que ha constituido el proyecto.

El punto inicial del trabajo necesita situarnos dentro del marco legal en nuestro país y más concretamente en nuestra comunidad autónoma, además del conocimiento aportado por los expertos en base a los contenidos geométricos, por ello como bases principales para este trabajo están la “*Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía*” que desarrolla en nuestra comunidad autónoma los apartados generales propuestos por la LOMCE en el área de matemáticas y “*Los principios y estándares para la Educación Matemática*” (NCTM, SAEM Thales 2003); estos dos referentes usados en complementariedad uno con otro, han servido para poder construir la secuencia didáctica en relación a qué nos dice la ley que se debe dar y qué dicen los estándares. Es decir, la orden ha sentado la base sobre qué incluye el currículo y los principios y estándares han aportado el conocimiento de los expertos en el mismo ámbito. Considero fundamental el uso de los principios y estándares ya que suponen un paso más allá sobre la educación en el área de matemáticas, son una propuesta consensuada y mejorada sobre lo que la ley esboza.

Por otro lado, una vez escogida la base de contenidos que se van a trabajar en el bloque de geometría, se hace necesario indagar sobre la teoría didáctica en la enseñanza y aprendizaje de la misma, es decir, cómo trabajar esos contenidos. Las aportaciones a la didáctica se han cogido de autores Hoffer (1981) que habla de las cinco habilidades o destrezas aplicadas a la geometría, de otro lado los niveles de desarrollo mental en geometría propuestos por Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) junto con sus fases de aprendizaje, además una breve lectura sobre imagen y definición del concepto de Turégano (2006) y, por último algunas nociones de geometría de Puig (1986).

Sin alejarme de la didáctica pero acercándome al enfoque que me ha permitido elaborar mi secuencia didáctica y tener una serie de propuestas de actividades se encuentran las aportaciones de: Alsina (2004), la profesora Chamorro (2005), Badillo (2015) y recursos web.

#### 3.1. Currículo de Educación Primaria en Andalucía

La *Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía*, divide en diferentes áreas de conocimiento el sistema educativo en la comunidad autónoma de Andalucía. El área de

matemáticas contempla cinco bloques diferenciados en relación a diversos contenidos. Este proyecto se va a centrar en el bloque cuatro de “Geometría”.

Es el currículo el que acerca al profesorado la base de contenidos, el enfoque metodológico y los criterios de evaluación a los que se debería atender en la enseñanza de los diferentes bloques. La Orden insta a que el alumnado llegue al concepto a través de modelos reales que posibiliten la conexión con su entorno; tomando el entorno cotidiano con situaciones reales como el punto de inicio para evitar los problemas que pueden derivarse del nivel de abstracción propio de los conceptos de recta, punto o segmento. Del mismo modo, dicha Orden expone que la Geometría requiere de capacidades cognitivas como clasificar, describir, analizar relaciones o razonar, así como otras manipulativas y/o experimentales tales como, construir, dibujar, modelizar o medir. Además invita a tomar el modelo de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) para el reconocimiento de formas, propiedades y relaciones geométricas, de modo que se invierta el proceso que parte de definiciones y fórmulas.

Considero importante que desde la ley se abra la puerta hacia nuevos modelos que se alejen de la enseñanza más tradicional, acercándose a la manipulación y a los contextos cercanos al alumnado, promoviendo el cambio en el orden del proceso que se ha venido siguiendo en la escuela durante años y fomentando un enfoque constructivista de la educación.

El curso que va a ocupar este proyecto va a ser segundo ciclo, tercero de primaria para el cual se espera:

- \* Que el alumnado reconozca y describa figuras planas tales como, cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio, rombo, circunferencia y círculo.
- \* Que el alumnado reconozca y describa cuerpos geométricos tales como, cubo, prisma, pirámide, esfera y cilindro.
- \* Que el alumnado clasifique las figuras y cuerpos nombrados anteriormente.
- \* Que el alumnado identifique esas figuras y cuerpos en el entorno cercano y la vida cotidiana.

### **3.2. Principios y estándares para la educación matemática.**

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en “*Los principios y estándares para la Educación Matemática*” (NCTM, 2003) propone una guía con los principios y estándares que en educación matemática el profesorado debería aplicar y promover con su alumnado.

El NCTM (2003) describe seis principios que deberían ser la base donde se construyan las propuestas didácticas en matemáticas en las aulas. Los seis principios

pretenden ser una guía profesional sólida para una educación matemática de gran calidad, es por eso por lo que paso a describirlos brevemente a continuación (pp. 10-28).

- \* **Igualdad:** todo el alumnado deben tener oportunidades para estudiar matemáticas y apoyo para aprenderlas. Esto no implica una instrucción idéntica sino la posibilidad de que todos/as obtengan logros, mediante las adaptaciones necesarias. Para una igualdad real se requiere tener en cuenta las diferencias del alumnado para prestar ayuda distinta a cada uno/a en función de sus habilidades y necesidades.
- \* **Currículo:** el currículo debe permitir que el alumnado avance en matemáticas construyendo y enlazando ideas y principios unos con otros. El currículo por ello debe aportar aspectos útiles de las matemáticas que favorezcan en el alumnado el gusto por la misma.
- \* **Enseñanza:** este principio recoge la idea de que la enseñanza de matemáticas se haga de forma eficaz por parte del profesorado y efectiva para cada discente en cada aula. Un profesorado eficaz es aquel que posee el conocimiento matemático, sabe cómo transmitirlo según a qué alumnado y es consciente del complejo proceso que requiere la enseñanza atendiendo a flexibilidad que hay en las aulas, además de anticipar posibles problemas y de tener una propuesta de evaluación rica.
- \* **Aprendizaje:** la matemática requiere de un aprendizaje comprensivo que permita construir nuevos conocimientos en base a los que ya se tienen, de forma significativa. Aprender de forma comprensiva genera mayor seguridad en los estudiantes porque entienden lo que estudian y saben cómo y dónde aplicarlo; además, las matemáticas cobran más sentido para el discente.
- \* **Evaluación:** la forma de evaluar debe contribuir al aprendizaje de los estudiantes, es decir, debe servir para que el docente conozca los avances, logros y debilidades de su alumnado, pero también, para que el propio alumnado pueda mejorar su aprendizaje.
- \* **Tecnología:** como facilitadora en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, además de ser una herramienta que permita adaptar la enseñanza a las necesidades del alumnado. De otro lado, la tecnología también influye en qué se enseña, no solo en el cómo, ya que puede suponer variaciones en el currículo, al hacer cálculos con número más elevados o usar programas a la hora de ver cuerpos geométricos.

Los estándares pretenden asegurar la calidad, señalar metas y promover cambios. Esto puede cumplirse siempre que se asegure el debate entre los profesionales que participan en la educación. Por ello, los estándares son exposiciones acerca de lo que los estudiantes de matemáticas deberían conocer y lograr durante cada etapa. Estos estándares se refieren a niveles o etapas escolares que tienen sus equivalentes en nuestro sistema educativo. A continuación se añade un cuadro que clarifica y compara estos

niveles educativos de Estados Unidos con España, sobretudo en términos de nomenclatura.

EDAD	ESTADOS UNIDOS		ESPAÑA	
5 años	Kindergaten (K)	Etapa P-K-2	Infantil [3-5 años]	
6 años	Niveles 1 y 2	Prekindergarten, kindergaten, niveles 1-2	1º EPO	1er ciclo primaria
7 años			2º EPO	
8 años	Niveles 3, 4 y 5	Etapa 3-5	3º EPO	2º ciclo primaria
9 años			4º EPO	
10 años		Elementary School 5 a 11 años	5º EPO	3er ciclo primaria
11 años			6º EPO	
12 años	Niveles 6, 7 y 8	Etapa 6-8	1º ESO	Educación Secundaria Obligatoria
13 años		Junior High School Middle School	2º ESO	
14 años			3º ESO	
15 años	Niveles 9, 10, 11 y 12	Etapa 9-12	4º ESO	
16 años			1º Bachiller	
17 años		2º Bachiller		
18 años		High School		

**Tabla 1. Comparativa del el sistema educativo de Estados Unidos y el sistema educativo de España, por edades<sup>1</sup>.**

La etapa 3-5 es la que correspondería con la edad de 8-9 años de tercero EPO de nuestro sistema, por tanto, pasamos a mencionar los estándares que se prevén para dicha etapa en geometría.

Los estudiantes deberían estar capacitados para (p. 168): analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas; localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación; aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas; utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización para resolver problemas.

Aunque no podemos entender que la geometría sea una serie de contenidos estancos y no conectados entre sí, es cierto que siguiendo la línea de objetivos de este proyecto, el foco de interés va a estar en el análisis de las características de figuras, que se desglosaría en los siguientes puntos (p. 168):

<sup>1</sup> Nótese que las edades no son exactas según niveles y ciclos y pueden presentar variaciones ya que no son años naturales sino académicos. Fuente: Elaboración propia con la información obtenida en el NCTM

- \* Identificar, comparar y analizar atributos de figuras de dos y tres dimensiones y desarrollar el vocabulario para describirlos.
- \* Clasificar figuras de dos y tres dimensiones de acuerdo con sus propiedades y desarrollar las definiciones de algunas clases de figuras, como los triángulos y las pirámides.
- \* Investigar, describir y razonar los resultados de subdividir, combinar y transformar figuras.
- \* Explorar la congruencia y la semejanza.
- \* Formular y comprobar conjeturas sobre las propiedades geométricas y las relaciones, y desarrollar argumentos lógicos para justificar las conclusiones

Entienden que estos puntos deben consistir en que conozcan un vocabulario matemático adecuado que permita referir atributos, ideas o nociones de forma exacta; que dibujen y construyan figuras; que comparen y discutan los atributos de distintas figuras; que clasifiquen y elaboren definiciones basadas en propiedades.

### 3.3. Hoffer y Van Hiele: conocimiento de los expertos.

Hoffer (1981) y Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), aportan un conocimiento para la geometría que permite identificar en qué momento del aprendizaje se encuentra el alumnado, ayudar mejorar la comprensión de la geometría por los estudiantes y realizar un análisis de la práctica de aula atendiendo al nivel del alumnado. Es importante mencionar que pese a que ambos autores presentasen sus estudios en este campo hace tiempo, los expertos en la materia consideran que son los pilares en dicho ámbito y que nada posterior se ha hecho que no esté basado en sus consideraciones. Tanto es así, que en la LOMCE también se menciona que se tenga en cuenta lo dicho por Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) para la programación de este bloque en las aulas.

De un lado, según Hoffer (1981), en geometría se deben fomentar unas habilidades o estrategias de carácter más práctico pero de naturaleza geométrica, en lugar de demostraciones que supongan un alto nivel de abstracción mental. Estas estrategias proporcionan al alumnado distintas formas de acercarse a la geometría, complementándose unas con otras. Estas habilidades, que a continuación se presentan, se desglosan en cinco áreas que son: visual, verbal, de dibujo, lógica y aplicada.

Las estrategias **visuales** permiten que el alumnado explore y experimente las figuras de forma manipulativa ya que, la geometría, es eminentemente visual; además facilitan el desarrollo de los dos hemisferios cerebrales, yuxtaponiendo funciones lógicas y analíticas con otras espaciales y holísticas. Las estrategias **verbales** son especialmente interesantes en este bloque ya que hay un gran número de definiciones y conceptos matemáticos que deben enunciar de forma adecuada; si se potencian dichas estrategias se conseguirá un doble objetivo: que el alumnado sepa describir de forma exacta los

conceptos y que sean capaces de reconocer sus propias carencias. Las estrategias de **dibujo** son esenciales porque los/as estudiantes deben dibujar figuras y cuerpos para desarrollar proporciones o comprender propiedades; al dibujar deben hacer explícitos los atributos de las figuras, además de promover en ellos/as el uso de la regla, el transportador o la rejilla. Las estrategias **lógicas** potencian el desarrollo de la comprensión y de la elaboración de argumentos válidos o no. Ha existido una tendencia a memorizar en lugar de comprender, lo cual ha hecho que esa naturaleza lógica de la geometría no se llegue a poner en juego. Finalmente las estrategias **aplicadas** consisten en llevar la matemática hasta el contexto cotidiano, haciéndonos conscientes de que la matemática está presente en numerosos fenómenos físicos y desarrollados en muchas disciplinas.

De otro lado, según Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), el alumnado no presenta la misma capacidad de razonamiento, comprensión y expresión a lo largo de los diferentes cursos académicos, por ello, cree evidente que existan distintos niveles de razonamiento del estudiante. Si bien es cierto que se habla de cinco niveles, mencionaremos los cuatro primeros, dado que el último solo será alcanzable por determinados cursos universitarios. A lo largo de los mismos el razonamiento matemático de los estudiantes va progresando y perfeccionándose. Además también se habla de “fases de aprendizaje”, que sirven a los docentes como guías que les ayudan a promover entre su alumnado la promoción de un nivel a otro superior. A continuación se describen brevemente las características que pueden observarse para cada nivel.

### **Nivel 1, de reconocimiento.**

- \* Perciben las figuras geométricas de forma total como una unidad, pudiendo incluir atributos irrelevantes.
- \* Incapaces de hacer generalizaciones; percibiendo las figuras como individuales.
- \* Las semejanzas o diferencias entre figuras se basan en el aspecto físico de las mismas.
- \* El contexto cercano ayuda a describir figuras basándose en semejanza con otros de su realidad. Por ejemplo “*se parece a...*” “*tiene forma de...*”
- \* No se reconocen propiedades matemáticas ni las partes que conforman la figura.

Este nivel es característico de los primeros cursos. Especial importancia cobra el tamaño, forma o color de las figuras para sus descripciones y valoraciones. De este nivel podemos esperar que nombren elementos matemáticos de la forma de: “*redondez, puntas o picos, etc.*”

### **Nivel 2, de análisis.**

- \* Describen partes que integran las figuras y enuncian propiedades de manera informal.
- \* Deducen propiedades en base a generalizaciones por experimentación.
- \* Incapaces de hacer clasificaciones, pues no relacionan unas figuras con otras basándose en sus elementos.

En este nivel tiene más relevancia las diferencias que hacen que unas figuras no sean otras, que las semejanzas que agruparían dichas figuras por clases. Además empiezan a hacer razonamientos “matemáticos” lo cual es el paso previo necesario para hacer ordenaciones.

### **Nivel 3, de clasificación.**

- \* Reconocen que de unas propiedades se deducen otras, lo que empieza a llevarles a razonamientos formales; sin embargo, aún dependen de la manipulación.
- \* Son capaces de hacer definiciones matemáticamente correctas.
- \* Pueden comprender una demostración pero no pueden elaborarla por sí mismos.

### **Nivel 4, de deducción.**

- \* Entienden y realizan razonamientos lógicos formales.
- \* Comprenden la estructura axiomática de la matemática.
- \* Entienden que se puede llegar al mismo resultado por diferentes premisas.

De estos niveles se debe tener en cuenta que presentan las siguientes características:

- \* Los niveles presentan una **jerarquización y secuencialidad**, pues el paso a un nivel superior no puede darse sin antes haber estado en el inferior, es decir hablamos de una **estructura recursiva** ya que lo que en un nivel previo es implícito, en un nivel superior se hace explícito.
- \* Se produce una **especificidad en el lenguaje**, esto es que a medida que la complejidad de sus expresiones y deducciones aumenta, también su vocabulario y lenguaje. Cada nivel presenta un vocabulario simbólico y una relación entre ese vocabulario simbólico y el vocabulario matemático apropiado. Es cierto que el lenguaje utilizado por el docente puede ser una barrera con el discente si no conecta con el nivel que tenga el mismo.
- \* Existe una **continuidad** entre un nivel y el siguiente. Esto ha sido rebatido por quienes creen que se produce un salto de nivel a nivel, pero la realidad ha mostrado que es progresivo y que las destrezas se adquieren gradualmente.

Por último, Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) identifica cinco “fases de aprendizaje” a través de las cuales un profesor puede ayudar a promocionar de un nivel a otro a sus discentes mediante secuencias de actividades concretas.

- \* **1ª fase, información.** Sirve de toma de contacto del alumnado y el profesor. Estos deben situarse en la temática a trabajar y aprender a manejar materiales. El docente indaga en los conocimientos previos que tengan estos.
- \* **2ª fase, orientación dirigida.** Fundamental que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan conceptos y propiedades de figuras. Esta fase sentará la base que permita que el alumnado haga futuras relaciones.

- \* **3ª fase, explicitación.** Deben formarse grupos de debate entre los estudiantes en los que haya posibilidad de que surjan ideas diversas que tengan que defender, lo cual les obligará a cerciorarse de lo que saben, de organizarlo y de cómo lo expresan. En esta fase no se aprende nada nuevo, pero se revisa todo y se asienta el conocimiento.
- \* **4ª fase, orientación libre.** La clave de esta fase está en buscar problemas que puedan solucionarse por más de un camino y que el alumnado pueda combinar los conceptos aprendidos. Esto permitirá establecer relaciones más complejas.
- \* **5ª fase, integración.** Deben establecer conexiones más generales entre los contenidos estudiados y otros campos de estudio. Se trata de condensar en un todo lo adquirido.

## 4. Metodología

El trabajo ha partido con una inquietud propia acerca de la geometría, la cual ha aumentado a medida que realizaba búsquedas y lecturas e indagaba en lo que otros ya habían pensado. Un primer paso fundamental ha sido la búsqueda previa de información, para saber qué se había dicho y hecho. Esta búsqueda me permitió, en primer lugar, saber qué decía la ley acerca de la geometría; en segundo lugar, ser consciente de qué principios y estándares proponía el National Council of Teachers of Mathematics; y en tercer lugar, qué nociones de la enseñanza y el aprendizaje de los expertos como Hoffer (1981) y Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) podían servirme. Tras este primer paso, aclaré mis objetivos y definí mi pregunta de investigación. Si bien es cierto que el objetivo inicial era más amplio, pero como ya expliqué anteriormente queda abierto a una futura línea de investigación para continuar este proyecto.

El instrumento de recogida de datos que se plantea en este trabajo es una secuencia didáctica breve, formada por nueve actividades planteadas a un grupo de seis niños y niñas de tercero de primaria, que nos aportarán información para, en un análisis posterior, dar respuesta a los objetivos de investigación planteados.

### 4.1. Lugar de acción: el colegio.

El centro donde se implementa la secuencia didáctica, es un centro concertado en la provincia de Sevilla, situado en el distrito Macarena. Pertenece a un entorno residencial cuya clase, en cuanto al nivel socio-económico, es media-baja. Precisamente es la condición social, cultural y económica de las familias del centro, lo que condiciona que en el mismo los logros escolares lleguen a tener más peso que el currículo o los recursos con los que se cuenta.

El colegio cuenta con una línea de infantil, otra en primaria y dos en secundaria, sin tener bachillerato. El grupo de alumnos/as con el que se desarrolla la propuesta didáctica pertenece al segundo ciclo de Educación Primaria, concretamente el tercer curso. La clase está compuesta por veinticinco alumnos y alumnas, dieciséis niños y nueve niñas. Creando un grupo bastante heterogéneo donde encontramos diferentes alumnos que acuden al aula de apoyo e integración. Así como distintos niveles de adquisición de contenidos. Es una clase cohesionada como grupo ya que tiene un fuerte trabajo en valores desde el centro educativo y el tutor.

La propuesta de actividades se realiza con un grupo paritario de seis alumnos y alumnas, tres niños y tres niñas<sup>2</sup>. Para llevar a cabo la implementación de la propuesta y

---

<sup>2</sup> Para llevar a cabo las grabaciones e implementar las sesiones se firmó previamente un compromiso de confidencialidad; además se informó a las familias de los niños y niñas de la actividad que se realizó.

la grabación, el colegio ofrece una sala donde habitualmente se reúne el profesorado para poder trabajar con el grupo de niños y niñas de una forma más cómoda.

En relación al nivel de desarrollo cognitivo del grupo de seis alumnos y alumnas cabe destacar que no es del todo homogéneo, ya que aunque hay un niño que tiene un mayor dominio y conocimiento, hay otros cuatro que situaríamos en un nivel medio, y el otro en un nivel bajo<sup>3</sup>. Considero importante y enriquecedora la diversidad en el grupo porque realmente casa con las aulas, donde la diversidad, la complejidad y los distintos niveles son las características habituales de cualquier grupo-clase.

La implementación se realiza en dos días separados en dos sesiones de cuarenta y cinco minutos cada una, una cada día. Las sesiones son grabadas para poder realizar un análisis posterior más rico y no perder minutos de la sesión en ir anotando incidencias, comentarios o situaciones que se produzcan durante la misma.

Para poder poner en marcha las sesiones es necesaria la coordinación con el tutor y el centro para disponer del espacio y contar con el alumnado sin interferir en el resto de asignaturas del horario lectivo de ellos. Por ello, cabe destacar las facilidades mostradas por parte del tutor y el colegio.

## 4.2. Consideraciones para elaborar la secuencia de actividades.

Quiero dejar constancia en este punto que elaborar la propuesta didáctica ha requerido que me plantee y replantee mis propias nociones geométricas. Este trabajo me ha brindado la oportunidad de asentar mi conocimiento y de poner en tela de juicio qué sabía y qué creía saber. En relación a esto ha sido importante la lectura de Puig (1986), aunque es una lectura extensa quiero poner el foco de atención en la definición axiomática que ofrece del término punto. Para completar y aclarar ese término incluye una nota a pie de página. La definición y la nota a pie de página siguen así:

Reconocemos la existencia de infinitos entes llamados ‘puntos’, cuyo conjunto llamaremos ‘espacio’ (\*)

(\*) Esta ‘denominación’ no implica una ‘definición’ de espacio como simple conjunto de infinitos puntos. Sólo cuando éstos cumplen ciertas relaciones llámase a su conjunto ‘espacio’. Ya hemos dicho que son todos los axiomas admitidos los que, en definitiva, ‘definen’ los conceptos en ellos enunciados. Huelga, pues, hacer idéntica observación con los conceptos ‘recta’, ‘plano’. (Puig, 1986, p. 4)

Siguiendo a Puig (1986), los axiomas que definen los elementos de la geometría euclídea, punto, recta, plano o espacio, no son en sí mismos definiciones porque necesitamos del uno para definir el otro. Por ejemplo, para definir el punto, necesitamos

---

<sup>3</sup> Conocer el nivel cognitivo del alumnado con el que se ha trabajado ha sido posible gracias a las nociones que el tutor ha facilitado acerca de los niños y niñas, los cuales fueron elegidos por él.

de la recta y viceversa; así entendemos que un punto es un lugar geométrico donde se cortan dos rectas, y que una recta es una sucesión de infinitos puntos con igual dirección. Por ello, todas juntas son una definición de los elementos de la geometría euclídea, sin embargo, por separado son denominaciones, ya que matemáticamente no tendrían validez. Sin embargo, en los colegios se hace frecuente que estos términos se enseñen como definiciones *per se* sin entender la complejidad y dificultad que estas entrañan, y sin saber que no son definiciones por sí solas.

Dos ideas fundamentales que también he tenido en cuenta en la elaboración de las actividades han sido: de un lado, que mi enfoque tenía que partir de la realidad conocida por el alumnado, de objetos que tuvieran formas tridimensionales, y desde ahí llegar a una realidad plana y bidimensional; de otro lado, considerando las dificultades referidas por la profesora Muñoz-Catalán (2015) durante segundo curso, donde apuntó que las figuras no debían presentarse de forma estática, ya que esto implica errores en el alumnado como pensar que en el rectángulo su base es mayor que su altura, intentar no presentarlas cayendo en ese error.

En último lugar, también hay que tener en cuenta el tiempo del que se dispone para llevar a cabo la implementación, la altura del curso en la que se realiza, y que el clima que se genere con el alumnado sea relajado y distendido para que puedan expresarse de una forma más segura y tranquila. Por supuesto desarrollar actividades para un nivel cognitivo determinado, en este caso tercero de primaria (8-9 años).

### **4.3. Propuesta didáctica de actividades.**

Para la propuesta de actividades me han servido de inspiración, de forma más directa o indirecta, ciertas lecturas: Chamorro (2005), Alsina (2004), Puig (1986), además de ciertas experiencias didácticas de Badillo (2015) y recursos web. Aunque quiero mencionar que las actividades que se presentan a continuación son de elaboración propia.

Se propone una batería de actividades sencilla, llevada a cabo en dos sesiones, con la que se pretende recoger información de cada alumno y alumna que permita responder a los objetivos planteados en este trabajo e identificar, siempre que sea posible, en qué nivel de razonamiento se encuentran. Las nueve actividades planteadas pretenden principalmente fomentar la discusión entre los niños y niñas y que a través de preguntas, imágenes y dibujos se replanteen sus propias ideas.

Las actividades han sido planificadas de forma que solo se trabajan algunas figuras y cuerpos geométricos, ya que resulta imposible en tan poco tiempo abarcar más tipos de figuras. Por ello, siendo aconsejada por mi tutora se trabajan en cuerpos geométricos, dos poliedros: prisma y pirámide (con bases triangulares y cuadrangulares). Mientras que en figuras planas: cuadriláteros paralelogramos como el cuadrado, rectángulo y

rombo y, de otro lado, el triángulo. Así mismo, tal como Hoffer (1981) señala la importancia de trabajar la geometría usando diferentes estrategias, en las actividades se han querido poner de manifiesto las mismas, porque la experiencia de aprendizaje del alumnado será más enriquecedora si hacemos un material que permita acceder al contenido a través de diferentes canales. Estas actividades requieren que el contenido geométrico se trabaje desde lo visual, verbal, el dibujo y la lógica de forma yuxtapuesta.

Para reflejar de una forma más clara y práctica la secuencia de actividades que sigue, he creado una tabla para cada actividad donde se detallan los siguientes puntos:

- \* Número de la actividad.
- \* Objetivo u objetivos que se persigue con la actividad.
- \* Material y/o recursos usados para llevar a cabo la misma.
- \* Desarrollo, donde se enumeran los enunciados, preguntas o comandos usados en cada una, para conocer de qué forma se lleva a cabo la actividad.
- \* Explicación de la propuesta, para comprender el porqué de las preguntas elegidas.
- \* Aclaraciones, por si son necesarias.

#### **4.3.1. Actividades.**

<b>ACTIVIDAD 1</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conocer qué vocabulario matemático usan, si es que lo usan.</li> <li>- Conocer qué figuras nombran o reconocen.</li> <li>- Observar si nombran figuras planas o elementos lineales de las imágenes.</li> </ul>	<p>Ordenador u hoja impresa.</p> <p>Composición de imágenes con diferentes formas.</p> <p>Para la composición de imágenes de esta actividad véase <i>anexo I, ilustración 2</i>.</p>
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se proyecta en el ordenador una composición con 9 imágenes diferentes. Se le pide al alumnado que responda a las siguientes cuestiones. Las preguntas deben fluir de forma natural llevando una conversación que ayude a que el alumnado exprese mejor sus ideas. Las preguntas propuestas son las que siguen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Veamos las siguientes imágenes, ¿Sabéis qué son? ¿Reconocéis alguna figura? ¿Sabéis cómo se llaman?</li> <li>2. ¿Creéis que tienen forma de algo? ¿Podrías decir algún otro objeto que tenga una forma similar?</li> <li>3. ¿Qué podéis decir de estas figuras? ¿Algo os llama la atención?</li> <li>4. ¿Se parece alguna figura a otra? ¿Por qué sí? ¿Por qué no?</li> </ol>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>Las tres cuestiones de la pregunta número 1 quieren romper el hielo y empezar a tomar contacto con el grupo. Se pretende ver qué términos empiezan a decir, si hacen relaciones con la matemática o si alguna de las imágenes les resultan familiares a su contexto.</p> <p>En las cuestiones de la pregunta número 2 se espera escuchar alguna comparación con alguna figura de las que ya conocen, como el prisma, la pirámide o el cubo; además se pretenden que piensen en otros similares para intentar que tengan una rica variedad de ejemplos de los objetos.</p> <p>En las dos cuestiones de la pregunta número 3 se busca que el alumnado destaque algún atributo de las imágenes usando vocabulario matemático o no. Lo ideal sería que mencionasen esquinas, puntas o picos, lados, etc., aunque se espera que hablen de atributos irrelevantes como el color, la textura, o el lugar donde está.</p> <p>Por último, en la pregunta número 4 se pretende que hagan comparaciones de las figuras y busquen atributos o formas en común, si pueden hacer alguna clasificación o categorización y qué lenguaje usan para expresarse.</p>	
<b>ACLARACIONES</b>	

La batería de preguntas propuestas puede variar en la implementación; ya que pueden considerarse inoportunas, ya respondidas o no ha lugar, en función de cómo vaya fluyendo la conversación y qué ideas vaya expresando el alumnado.

Puede resultar necesario ir guiando la conversación y discusión que vaya surgiendo, ya que pueden hacer énfasis en atributos irrelevantes, sin ser capaces de centrarse en atributos relevantes o de usar lenguaje matemático.

**Tabla 2. Actividad 1**

<b>ACTIVIDAD 2</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analizar si utilizan vocabulario matemático.</li> <li>- Conocer qué tipo de similitudes y diferencias extraen.</li> </ul>	<p>Ordenador u hoja impresa.</p> <p>Composición de imágenes con diferentes formas.</p> <p>Folios de colores para la lluvia de ideas y lápices.</p> <p>Para la composición de imágenes de esta actividad véase <i>anexo I, ilustración 2</i>.</p>
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se proyecta en el ordenador la misma composición de imágenes de la <i>actividad 1</i>. Se le pide al alumnado que responda a las siguientes cuestiones:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Alguien podría describirme una de esas figuras? ¿Qué diríamos de ella?</li> <li>2. ¿Qué es lo importante que debemos decir para saber que hablamos de esa figura y no de otra?</li> </ol> <p>A continuación se elabora una lluvia de ideas con palabras que pueden ayudarnos a describir las figuras.</p>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>Una vez que hemos roto el hielo y situado al alumnado en la temática, se pretende que empiecen a usar términos matemáticos que conozcan. Para ello, seguimos trabajando con la misma composición de imágenes que en la <i>actividad 1</i>, pero se profundiza más y se insiste en la idea de que se use vocabulario matemático.</p> <p>Se parte de la premisa de que usen atributos irrelevantes para hablar de las figuras, por ello, es importante guiar la conversación y las preguntas.</p> <p>La lluvia de ideas busca indagar sobre las nociones que realmente tienen en geometría, así como afianzar términos que van a utilizarse en adelante en la sesión.</p> <p>Para las respuestas de la lluvia de ideas véase <i>anexo II, actividad 2, ilustraciones 6 y 7</i>.</p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>La figura del docente debe guiar la conversación y las preguntas para hacerles llegar a dónde se pretende. Se asume que el alumnado va a partir de atributos irrelevantes, por ello, si se hace necesario se tomará más tiempo y se les ayudará para que acaben empleando atributos relevantes o al menos vocabulario matemático.</p>	

**Tabla 3. Actividad 2**

<b>ACTIVIDAD 3</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprobar si realizan clasificaciones de figuras.</li> <li>- Comprobar si realizan categorizaciones de figuras.</li> <li>- Observar si son capaces de justificar sus ideas.</li> </ul>	<p>Ordenador u hoja impresa. Composición de imágenes con diferentes prismas y pirámides. Folios de colores A5 y lápices. Para la composición de imágenes de esta actividad véase <i>anexo I, ilustraciones 2 y 3.</i></p>
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se proyecta en el ordenador una nueva composición de figuras, donde se pueden ver cuatro prismas y dos pirámides, <i>ilustración 3</i>. Se pregunta al alumnado cómo son y cuáles podrían agruparse juntas por ser parecidas.</p> <p>Después, se retoman todas las imágenes vistas hasta el momento, de las <i>ilustraciones 2 y 3</i>. Se pide al alumnado que las agrupe o clasifique según el criterio que considere. Posteriormente, se hace una pequeña puesta en común para que cada uno explique el porqué de su clasificación.</p>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>Con esta actividad se quiere comprobar si el alumnado es capaz de clasificar las figuras en prismas y pirámides; o dentro de primas entenderlos según base triangular, cuadrangular y cubo. También podría ocurrir que hicieran categorizaciones de las figuras buscando atributos comunes. Por último, puede que no sean capaces de ver similitudes entre las figuras mostradas, lo cual también sería indicio del nivel de razonamiento en que pueden situarse.</p> <p>Para las respuestas proporcionadas por el alumnado véase <i>anexo II, actividad 3, ilustraciones 8, a 13 incluidas.</i></p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>Con esta actividad se puede observar qué tipo de razonamiento poseen los niños y niñas, por eso es importante la puesta en común posterior, para que puedan verbalizar sus ideas.</p>	

**Tabla 4. Actividad 3**

<b>ACTIVIDAD 4</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observar qué tipo de representaciones elaboran.</li> <li>- Comprobar si son conscientes de los atributos de las figuras que dibujan.</li> <li>- Valorar si clasifican o categorizan figuras según sus descripciones.</li> </ul>	<p>Folios cuadriculados tamaño A5. Lápices y gomas.</p>
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se le entrega a cada niño y niña un folio cuadriculado tamaño A5, con la consigna siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>A.</b> Debéis dibujar las siguientes figuras: triángulo, rectángulo, círculo, cuadrado y rombo.</li> <li><b>B.</b> Debéis dibujar de nuevo esas cinco figuras en una posición diferente a la inicial.</li> <li><b>C.</b> Le damos la vuelta a la hoja y debéis escribir, ¿qué propiedades tienen el cuadrado, el rombo, el triángulo y el rectángulo? ¿qué características tienen? Eso es lo que os hace dibujarlos de una forma y no de otra.</li> </ul>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>Se trabaja con figuras planas, bidimensionales. Se quiere comprobar si tienen una imagen del concepto predeterminada y estática, o si por el contrario tienen diversos ejemplos que son capaces de plasmar.</p> <p>En una segunda parte se pide que escriban los elementos de las figuras para que hagan explícitos sus conocimientos a través del lenguaje.</p> <p>Para las respuestas proporcionadas por el alumnado véase <i>anexo II, actividad 4, ilustraciones 14 a 19 incluidas</i>.</p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>Las cuatro primeras actividades han trabajado cuerpos geométricos, porque se consideran más cercanos a su realidad. Mientras que esta actividad se empiezan a trabajar las figuras planas. Se utiliza la estrategia de dibujo porque esta permite que hagan explícitos los atributos de las figuras.</p> <p>No se les pide ningún tipo de triángulo en particular, se les da libertad para que hagan el que consideren a su gusto.</p> <p>Se tiene en cuenta que en el segundo dibujo el cuadrado y círculo no van a tener otra representación.</p>	

**Tabla 5. Actividad 4**

<b>ACTIVIDAD 5</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recordar las ideas vistas hasta el momento.</li> <li>- Organizar la información de manera clara y ordenada.</li> </ul>	<p>Tarjetas o fragmentos de folios de colores con nombres o información acerca de cuerpos geométricos y de figuras planas.</p> <p>Para las tarjetas elaboradas con la información de esta actividad véase <i>anexo I, ilustración 4.</i></p>
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se les explica que vamos a volver a ver algunas ideas. Que se va a elaborar un pequeño mapa de ideas entre todos y que deben ordenarlo para que tenga sentido.</p> <p>Se ponen sobre la mesa las tarjetas boca abajo y se pide a cada niño y niña que coja una. Les dan la vuelta y las leen en voz alta. Con la información que tiene cada uno y trabajando juntos deben acordar de qué forma va formando el mapa.</p>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>Esta actividad pretende dar sentido a todo lo visto hasta el momento. Sirve para recopilar las ideas y términos que han ido surgiendo, para asentar el conocimiento y oficializar el saber. La actividad se trabaja de forma grupal porque considero más provechosa la discusión que puede surgir al trabajar juntos, y la colaboración y ayuda mutua en caso de no entender o saber cómo hacerlo.</p> <p>Para el mapa final obtenido véase <i>anexo II, actividad 5, ilustración 20.</i></p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>La idea principal es que se organicen entre ellos para ordenar las tarjetas y darles sentido. No obstante si fuera necesario se les puede dar una pista, ayudarles o ponerles una de las tarjetas y pedirles que construyan a partir de esa.</p> <p>El docente debe encargarse de revisar que el mapa se haya hecho de forma correcta ya que se pretende hacer oficialización del saber, no se debe permitir que haya errores.</p>	

**Tabla 6. Actividad 5**

<b>ACTIVIDAD 6</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconocer figuras planas.</li> <li>- Enumerar y nombrar las figuras.</li> <li>- Diferenciar unas figuras de otras.</li> <li>- Clasificar o categorizar las figuras.</li> </ul>	<p>Ordenador u hoja impresa.</p> <p>Composición de imágenes con diferentes formas.</p> <p>Para la composición de imágenes de esta actividad véase <i>anexo I, ilustración 5</i>.</p>
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se proyecta una composición de imágenes de figuras planas y se les pide que respondan a las siguientes cuestiones de forma ordenada en voz alta:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Cuántas figuras hay en la siguiente imagen?</li> <li>2. ¿Cuáles sabemos nombrar?</li> <li>3. ¿Cuántas hay del mismo tipo o grupo?</li> <li>4. ¿Cuántos grupos formaríamos?</li> </ol>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>De forma similar a cuando se empezó a enseñar los cuerpos geométricos, en esta actividad con las figuras planas se quiere que hagan un reconocimiento, diferencien unas figuras de otras y las agrupen en triángulos y cuadriláteros; o bien en triángulos, rectángulos, cuadrados y rombos.</p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>Una vez más se guiará al alumnado si durante sus intervenciones no se acercan al objetivo esperado, pudiéndoles hacer sugerencias o preguntas en forma de pistas para ayudarles.</p> <p>Generalmente las figuras planas son más trabajadas en el colegio, por lo que puede que no necesiten tanta ayuda como en los cuerpos geométricos.</p>	

**Tabla 7. Actividad 6**

<b>ACTIVIDAD 7</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trabajar la modelización y experimentación.</li> <li>- Exponer sus conocimientos en una realidad tridimensional.</li> </ul>	Palitos de madera de diferentes colores. Plastilina. Folios y lápices.
<b>DESARROLLO</b>	
<p>A cada niño y niña se le entrega un folio para que sirva de base para construir las figuras y además puedan escribir en él las características de las mismas. Luego se ponen palitos de madera en el centro para que puedan coger según necesiten y a cada uno se le da un trozo de plastilina. Una vez todo está preparado se les pide:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>A.</b> A tres de los niños que formen un triángulo. A los otros tres un cuadrado.</li> <li><b>B.</b> Una vez formado, se pide que le pongan el nombre y señalen sus ángulos internos.</li> <li><b>C.</b> Sobre la base de la figura plana se pide que hagan: prisma de base cuadrangular, prisma de base triangular, pirámide de base cuadrangular y pirámide de base triangular.</li> <li><b>D.</b> Una vez formados, se les pide que anoten sus elementos como vértices, lados, caras laterales o ángulos.</li> </ul>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>A través de las diferentes actividades se ha ido pasando por trabajar principalmente lo visual con composiciones de imágenes pero que no podían experimentar o modelizar por ellos mismos las figuras. Es importante que se permita trabajar una realidad tridimensional de otra forma que no sea en el papel (bidimensional). También ayuda a pensar y replantearse sus propios conocimientos.</p> <p>Destacar que considero esta actividad con una carga importante de motivación, pues tener que formar las figuras suele ser algo diferente y atrayente.</p> <p>Para las figuras que se formaron véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 21 a 38 incluidas</i>.</p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>La idea de que escriban algunas características de las figuras una vez que las han formado pretende seguir afianzando sus conocimientos.</p>	

**Tabla 8. Actividad 7**

<b>ACTIVIDAD 8</b>	
<b>OBJETIVOS</b>	<b>MATERIAL-RECURSOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sintetizar algunas ideas.</li> <li>- Revisar dudas o errores.</li> <li>- Reforzar el conocimiento adquirido.</li> </ul>	Tabla en papel, formato A5. Lápices. Para ver la plantilla de la tabla véase <i>anexo I, tabla 11</i> .
<b>DESARROLLO</b>	
<p>Se entrega a cada niño y niña una tabla en papel que deben rellenar a mano. Se explica cada una de las columnas y se resuelven dudas. Se le dice a cada niño o niña de forma aleatoria que completen la información para las siguientes figuras y cuerpos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rectángulo, triángulo, cuadrado, rombo, pirámide triangular, pirámide cuadrangular, prisma triangular y prisma cuadrangular.</li> </ul>	
<b>EXPLICACIÓN DE LA PROPUESTA</b>	
<p>Se asignará a cada alumno y alumna diferentes figuras para intentar que lo realicen por sí mismos y no con el compañero que tengan al lado. Esta actividad es la última y se pretende recopilar las ideas vistas y afianzar el contenido. También se consigue que enumeren los atributos de las figuras y que piensen una vez más sobre ellas.</p> <p>Para los resultados de las tablas del alumnado véase <i>anexo II, actividad 8, ilustraciones 39 a 44 incluidas</i>.</p>	
<b>ACLARACIONES</b>	
<p>En la tabla que se le entrega a cada alumno y alumna, una de las columnas pide el número de lados; se usa la nomenclatura lado, para denominar las aristas de las figuras.</p>	

**Tabla 9. Actividad 8**

#### 4.4. ¿Cómo se va a hacer?

Una vez que el instrumento de recogida de información se implementa el siguiente paso consiste en analizar la información recogida, es decir, exponer los resultados. El análisis que se plantea en este trabajo tiene carácter cualitativo, ya que pretende arrojar unos resultados que acerca de las características del alumnado objeto de estudio, y no cuantificar de ningún modo la actividad realizada. Para este punto del trabajo se analizará a cada alumno y alumna de forma individual; se responderá a los objetivos planteados y se determinará en qué nivel de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) se encuentran. Para ello, he elaborado dos tablas que se emplearán para cada alumno y alumna y servirán para mostrar de forma sintetizada la información recopilada en las actividades; a dichas tablas proseguirán unos comentarios que analizan las respuestas dadas por el alumnado detalladamente.

Por último, se exponen las conclusiones donde se incluyen las limitaciones del trabajo, la valoración sobre la validez de la propuesta, la propuesta de mejora, y el resultado obtenido.

#### 4.4.1. Tablas de análisis de datos

Las dos tablas que nos permitirán sintetizar la información recogida por el instrumento de recogida de información, son las siguientes:

ALUMNO X				
OBJETIVO	SÍ	CON BASTANTE FRECUENCIA(*)	POCAS VECES (**)	NO
Reconoce figuras planas				
Compone y descompone figuras planas				
Nombra atributos irrelevantes				
Nombra atributos relevantes				
Hace clasificaciones				
Hace categorizaciones				
Utiliza vocabulario matemático				

Tabla 10. Análisis objetivos. Fuente: Elaboración propia

(\*) Al ser una tabla general que engloba las respuestas mostradas por el alumnado a lo largo de 9 actividades, la consideración del ítem “con bastante frecuencia” se entenderá si cumple el objetivo en al menos 6 de las actividades. (\*\*) La consideración del ítem “pocas veces” se entenderá si el alumno o alumna cumple el objetivo en hasta 4 actividades, del total de 9.

Esta tabla permite ver para cada alumno y alumna si los objetivos planteados en el trabajo se cumplen de manera general o no.

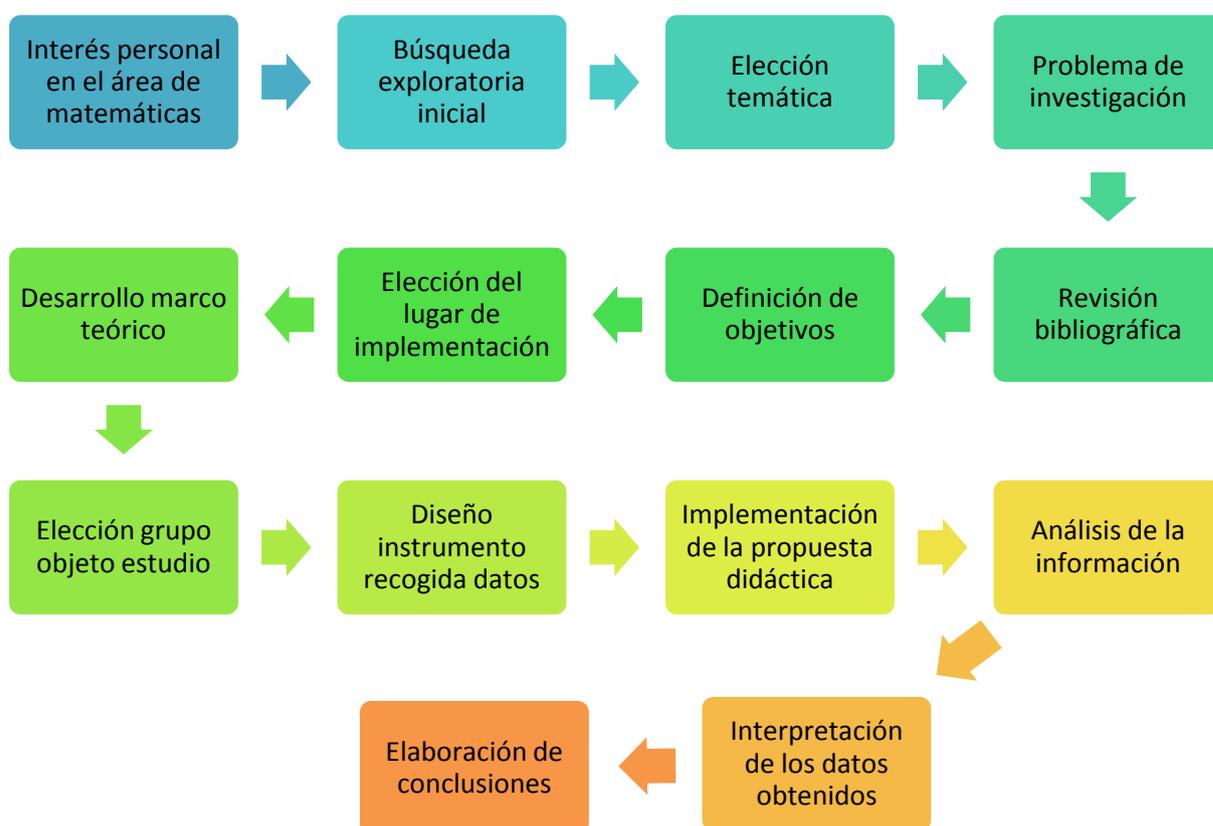
Alumno X	Observaciones y comentarios más relevantes
Actividad 1	
Actividad 2	
Actividad 3	
Actividad 4	
Actividad 5	
Actividad 6	
Actividad 7	
Actividad 8	

Tabla 11. Comentarios del alumnado por actividades. Fuente: Elaboración propia

A diferencia de la *tabla 11*, esta tabla permite recabar los comentarios y observaciones más relevantes o significativos realizados por los alumnos y alumnas en cada actividad. Nos acerca a un análisis más detallado y es el paso anterior a determinar en qué nivel de razonamiento se encuentran.

#### 4.5. Fases del proceso

Para dejar reflejada de una forma más clara, ordenada y visual las fases por las que se ha avanzado a lo largo del trabajo, incluyo la siguiente imagen.



**Ilustración 1. Fases del proceso. Fuente: Elaboración propia**

## 5. Resultados

Para analizar la información obtenida se describirá brevemente al alumnado de forma individual, a continuación, se resumirá la información recabada en dos tablas que ofrecen una visión general, y por último se analizarán de forma detallada sus respuestas.

Para garantizar la privacidad del alumnado se van a utilizar las denominaciones de “Alumno/Alumna” seguido de una letra en orden alfabético. La breve descripción inicial es posible gracias a los datos aportados por el tutor. Seguida de la descripción añadido una breve anotación describiendo cómo fue el interés, actitud y/o comportamiento de cada uno durante las sesiones.

Se podrá observar que las *actividades 5 y 6* no aparecen mencionadas en el apartado siguiente, ya que no aportaron demasiada información, se hicieron de forma rápida. No obstante, se mencionan en el apartado 5.2. *Resultados grupales*, donde he querido significar comentarios generales de ambas.

### 5.1. Resultados individuales.

#### \* Alumno A

Alumno de 9 años, con un nivel cognitivo, un desarrollo del lenguaje y una capacidad de aprendizaje altos. Es un alumno bien integrado en el grupo-clase, no presenta problemas en las relaciones con los compañeros. Muestra una madurez y capacidad de razonamiento por encima de su nivel de referencia, presenta inquietudes impropias de su edad. Se muestra muy motivado frente a las tareas escolares con un alto grado de responsabilidad. Este alumno se mostró muy participativo y activo durante las dos sesiones.

ALUMNO A				
OBJETIVO	SÍ	CON BASTANTE FRECUENCIA(*)	POCAS VECES (**)	NO
Reconoce figuras planas	X			
Compone y descompone figuras planas				X
Nombra atributos irrelevantes	X			
Nombra atributos relevantes	X			
Hace clasificaciones			X	
Hace categorizaciones				X
Utiliza vocabulario matemático	X			

Tabla 12. Análisis objetivos, ALUMNO A

Hay que considerar de aquí en adelante para todos los alumnos lo siguiente: En el objetivo “hace clasificaciones”, hay que considerar que al alumnado se le pide que agrupe, ordene o clasifique de alguna forma las figuras, por tanto, todos van a elaborar una clasificación más o menos correcta o rudimentaria. Por tanto, aunque esta columna aparezca marcada para todos, se especifica en el ejercicio correspondiente, para cada alumno y alumna de qué clasificación estamos hablando. Véase conclusiones.

<b>Alumno A</b>	<b>Observaciones y comentarios más relevantes</b>
<b>Actividad 1</b>	<p>“Estos son dados” (señalando los dados de la imagen)            “Son figuras en 3D”            “La leche con los edificios se parecen”            El alumno A, aporta muchos comentarios y observaciones durante la primera actividad. Algunos con mayor relevancia.</p>
<b>Actividad 2</b>	<p>“La pirámide (de Rubik) parece que es equilátera. Que tiene los tres lados iguales. Tiene muchos colores, tiene forma piramidal. La parte de abajo tendría forma de cuadrado y todas se juntan en una punta.”            Es la descripción que hace de la pirámide de Rubik.            En la lluvia de ideas empieza diciendo del chocolate “se puede comer, luego aporta término como “largo, triangular, ancho”</p>
<b>Actividad 3</b>	<p>Hace tres agrupaciones diferentes.            Diferencia el edificio y prisma; y de otro lado, dados, cajas, ladrillo y cubo.            Véase <i>anexo II, actividad 3, ilustración 8.</i></p>
<b>Actividad 4</b>	<p>Hace dibujos estáticos y prototípicos.            Describe las figuras de la siguiente forma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- “Rombo: tiene ángulos iguales dos a dos, todos los lados iguales.</li> <li>- Triángulo: tres ángulos, tres lados, puede ser isósceles, equilátero y escaleno.</li> <li>- Cuadrado: tiene cuatro ángulos iguales, cuatro lados.</li> <li>- Rectángulo: lados iguales dos a dos, cuatro ángulos iguales.”</li> </ul> <p>Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 14.</i></p>
<b>Actividades 5 y 6</b>	<p>Véase <i>apartado 5.2. Resultados grupales, actividades 5 y 6.</i>            Véase <i>anexo II, actividad 5, ilustración 20.</i></p>
<b>Actividad 7</b>	<p>Véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 21, 22 y 23.</i></p>
<b>Actividad 8</b>	<p>Véase <i>anexo II, actividad 8, ilustración 39.</i></p>

Tabla 13. Observaciones, ALUMNO A

El alumno A ha aportado muchas ideas durante las sesiones. Ha expresado vocabulario matemático, ha nombrado atributos relevantes e irrelevantes avanzando progresivamente según las actividades lo pedían. Ha lanzado ideas que han servido a sus compañeros como puente a desarrollar las suyas propias.

En la *actividad 1*, dice que las figuras son tridimensionales, por lo tanto se refleja que diferencia entre la tridimensionalidad y la bidimensionalidad. También apunta la similitud que hay entre el tetrabrik de leche y los edificios, encontrando en ellos figuras idénticas o con características comunes.

En la *actividad 2*, describe la pirámide de Rubik. Describe a la vez atributos relevantes e irrelevantes, tales como los colores. No obstante, señala elementos importantes y otros que, personalmente, no esperaba escuchar; dice que es equilátera, y continúa diciendo que tiene los tres lados iguales. También apunta a que se une en una punta, elemento que deberíamos incluir en la definición matemática. Por el contrario dice que la base sería cuadrangular y esta afirmación es errónea.

En la lluvia de ideas de la *actividad 2*, empieza dando una característica que matemáticamente no es relevante, aunque sí serviría para diferenciarlo del resto de imágenes. Luego, cuando pido que se usen términos matemáticos incluye, largo y ancho y además triangular.

En la *actividad 3*, las respuestas del alumno fueron las que pueden verse en el *anexo II, actividad 3*. Parece observarse que realiza tres agrupamientos diferentes. En primer lugar, habla de la pirámide de Rubik y describe características de la misma. La principal es que “*se juntan en una punta*”, siendo esta una característica de la pirámide.

Luego menciona edificio y prisma juntos, pero aclara “*tiene forma de triángulo; tiene forma de prisma*” por esta aclaración puede apreciarse que tiene una imagen de prisma estática e incompleta, que encaja con algunas de las imágenes propuestas pero que no acepta incluir otra; no tiene claro, por tanto, cuáles son los atributos que definen un prisma puesto que realiza una categorización exclusiva, o clasificación, fijándose en sus diferencias en lugar de sus elementos comunes. Por ello, a continuación, agrupa los dados, las cajas, el ladrillo y cubo y añade que “*tiene forma de cubo*”; puede verse de nuevo que no es capaz de asociar distintas imágenes de prisma, la imagen del concepto prisma no encaja con la definición del concepto, Vinner (1983). Esto puede deberse a que las experiencias del alumno y los ejemplos y contraejemplos no han sido suficientes.

En la primera parte de la *actividad 4*, al dibujar se observa que el alumno realiza representaciones prototípicas de las figuras propuestas; en el triángulo cambia la longitud de sus lados, en el rombo su proporcionalidad y en el rectángulo si cambia la base sobre la que este se apoya. En la segunda parte de la actividad, en la que describe las cuatro figuras propuestas, por sus descripciones se puede entender que clasifica las figuras mentalmente haciendo una categorización exclusiva ya que no menciona que el cuadrado pueda ser un tipo de rectángulo o de rombo. Para este alumno son cuatro

figuras diferenciadas. Define al rombo de forma correcta, “*tiene ángulos iguales dos a dos, todos los lados iguales*”, aunque no menciona que tenga cuatro lados, si considero que lo da por hecho; no habla de las diagonales, pero es un concepto que me consta no ha trabajado ni intuye. El triángulo queda definido bien, probablemente sea una figura más sencilla, “*tres ángulos, tres lados, puede ser isósceles, equilátero y escaleno*”. El cuadrado tiene lados y ángulos iguales según comenta, “*tiene cuatro ángulos iguales, cuatro lados*”, por lo que entiende bien la figura. Por último el rectángulo también está bien definido, “*lados iguales dos a dos, cuatro ángulos iguales*”. Como ya he referido al separar las figuras y no mencionar nada de sus atributos comunes, vemos que no es capaz de categorizar cuadriláteros, paralelogramos y equiláteros, entendiendo al rombo y cuadrado; ni tampoco, cuadriláteros, paralelogramos con cuatro ángulos rectos, entendiendo al rectángulo y al cuadrado.

La *actividad 7*, no supuso ningún problema para elaborar las figuras que se le pidieron, cuadrado, prisma cuadrangular y pirámide cuadrangular. Supo hacerlas de forma correcta y nombró, en su mayoría los atributos bien.

La *actividad 8*, no parece tener mucha complicación para el alumno ya que la resuelve casi perfecta; excepto por los vértices de los dos prismas. Parece que después de verlos en diferentes imágenes, discutir sobre ello y finalmente hacer las figuras con plastilina y palitos, se consiguen afianzar las ideas.

Según todo lo mencionado, las intervenciones que realizó durante las actividades, sus comentarios y razonamientos, se puede determinar que el alumno A está en el nivel I de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), nivel de reconocimiento. Es característico de este nivel que se reconozcan las figuras como un todo y se mencionen atributos irrelevantes, además sus agrupaciones o clasificaciones de las figuras están basadas en similitudes o diferencias globales, sin ahondar en sus atributos matemáticos. Esto ocurre sobretodo en los cuerpos geométricos. Aunque es capaz de mencionar que la pirámide acaba en punta, lo hace de una forma más rudimentaria. Sí es cierto que se puede apreciar como en las figuras planas su conocimiento y las descripciones de las mismas son más elaboradas y precisas, siendo capaz de entender que las figuras tienen elementos que las integran; a pesar de ello, no hace clasificaciones en las que se observe, por ejemplo, que agrupe el rombo, cuadrado y rectángulo como cuadriláteros o paralelogramos. Esto aún es propio del nivel I, pues aunque tenga ese conocimiento no es capaz de hacer generalizaciones con el mismo.

**\* Alumno B**

Alumno de 8 años con una gran sensibilidad y empatía hacia sus compañeros y compañeras. Aunque es introvertido, esto no le perjudica para llevar relaciones sociales óptimas y estables. Académicamente no presenta dificultades llamativas en ningún área, siendo la lectura uno de sus puntos fuertes. Este alumno presentó un interés grande durante las dos sesiones y participó mucho en las actividades.

<b>ALUMNO B</b>				
<b>OBJETIVO</b>	<b>SÍ</b>	<b>CON BASTANTE FRECUENCIA(*)</b>	<b>POCAS VECES (**)</b>	<b>NO</b>
Reconoce figuras planas	<b>X</b>			
Compone y descompone figuras planas				<b>X</b>
Nombra atributos irrelevantes	<b>X</b>			
Nombra atributos relevantes		<b>X</b>		
Hace clasificaciones			<b>X</b>	
Hace categorizaciones				<b>X</b>
Utiliza vocabulario matemático	<b>X</b>			

**Tabla 14. Análisis objetivos, ALUMNO B**

<b>Alumno B</b>	<b>Observaciones y comentarios más relevantes</b>
<b>Actividad 1</b>	<p>“Eso es una pirámide” (señalando la pirámide de Egipto)</p> <p>“Eso sería una pirámide de Rubik” (aclara cuando alumna F lo llama Rubik, o cubo de Rubik)</p> <p>“Son cubos, los dados”</p> <p>“La leche es rectangular”</p> <p>“La caja se parece a una de las torres”</p>
<b>Actividad 2</b>	<p>Se muestra más tímido en esta actividad. Le pido que describa la caja y su comentario es: “Es rectangular, tridimensional, adentro puede tener una linterna. Se puede pedir por Amazon.”</p> <p>En la lluvia de ideas comienza aportando “que rico”, posteriormente “vértice”</p>
<b>Actividad 3</b>	<p>Hace dos agrupaciones, “triángulos y cuadriláteros” y así añade figuras a una columna u otra.</p> <p>Véase <i>anexo II, actividad 3, ilustración 9.</i></p>
<b>Actividad 4</b>	<p>Hace dibujos estáticos y prototípicos en los que cambia solo las proporciones. Al cambiar las proporciones el cuadrado deja de ser cuadrado.</p> <p>Describe las figuras de la siguiente forma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- “Rombo: tiene los lados iguales y los ángulos dos a dos.</li> <li>- Triángulo: tiene que tener tres lados. Si es isósceles dos lados iguales y uno desigual. El escaleno los tres lados desiguales y equilátero tiene los tres lados iguales.</li> <li>- Cuadrado: cuatro lados iguales y los ángulos también.</li> <li>- Rectángulo: los lados no son iguales y sus ángulos sí.”</li> </ul> <p>Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 15.</i></p>
<b>Actividades 5 y 6</b>	<p>Véase <i>apartado 5.2. Resultados grupales, actividades 5 y 6.</i></p> <p>Véase <i>anexo II, actividad 5, ilustración 20.</i></p>
<b>Actividad 7</b>	Véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 24, 25 y 26.</i>
<b>Actividad 8</b>	Véase <i>anexo II, actividad 8, ilustración 40.</i>

**Tabla 15. Observaciones, ALUMNO B**

El alumno B se ha mostrado muy participativo y con ganas de aportar ideas y responder a las preguntas. Ha tenido un par de intervenciones muy interesantes, expresa ciertas nociones con vocabulario matemático correcto, y con un razonamiento adecuado.

En la *actividad 1*, aporta ideas muy significativas y ayuda a una compañera a aclarar uno de los términos que esta usa. Empieza diciendo que es una pirámide y luego aclara que los dados son cubos; por lo que demuestra conocer esos cuerpos geométricos. Además, asemeja la caja con las torres, habla de la forma rectangular de la leche donde podríamos ver, quizás una imagen prototípica del rectángulo. Uno de los apuntes más significativos que hace es cuando la alumna F habla del Rubik y dice que es un cubo de Rubik, y él interviene para aclarar y que sería una pirámide de Rubik; esto pone de

manifiesto que tiene un buen dominio de formas geométricas. Mientras que para otros compañeros es difícil alejarse de decir “cubo de Rubik” que es como frecuentemente se escucha; él tiene claro que es pirámide de Rubik.

En la *actividad 2*, se muestra algo menos participativo, probablemente por timidez a equivocarse y porque haya ideas ya dichas. Le animo a que participe y describe la caja como rectangular y tridimensional. No tiene del todo claro las figuras planas que pueden formar la caja y no distingue entre rectangular o cuadrangular, no puedo saber si es porque entiende el cuadrado un tipo de rectángulo o porque no ve claramente el cuadrado. De otro lado, añade comentarios irrelevantes como que puede contener cosas o la empresa que las reparte.

Para la lluvia de ideas nombra una frase que ni siquiera es un atributo, pero luego menciona el término vértice que no había salido hasta entonces y que se supone es capaz de reconocer en la imagen.

En la *actividad 3*, pueden verse dos agrupamientos diferentes. Aunque sigue en la línea del alumno A, en el sentido en el que no se ve claramente que tenga un concepto de prisma completo ya que no habla de las figuras de la *ilustración 3*, por ejemplo, ni de todas las de la *ilustración 2*. De otro lado, me resulta interesante ver que ha tomado como referencia las figuras planas de triángulo y cuadriláteros para elaborar su agrupamiento, por tanto en su criterio (aunque no le fue explicado así), relaciona imágenes en las que observe de alguna forma figuras de 3 o 4 lados. Así agrupa en la columna “*triángulos*” al *prisma*, *pirámide*, *Toblerone* y acaba añadiendo “*tridimensional*” entre paréntesis; por otra parte, la columna “*cuadrilátero*” incluye *rectángulo*, *cuadrado*, *ladrillos*, *cubos* y *caja* luego también incluye “*tridimensional*” entre paréntesis (llama rectángulo al prisma azul de la *ilustración 3*). Destaco que tiene conceptos mentales que no han sido bien construidos en los que no se ha insistido lo suficiente y me inclino a pensar que otros aún están bajo construcción. Mezcla, indistintamente, figuras planas y tridimensionales. Hace un agrupamiento eminentemente visual. Aclarar también que como ya mencioné la chocolatina podría causar controversia así que tampoco es definitoria a la hora de analizar.

Los dibujos que realiza en la *actividad 4*, son estáticos y prototípicos, para diferenciarlos cambia las proporciones y el cuadrado deja de ser cuadrado, o el rombo no se entiende como tal. El rectángulo si aparece apoyado sobre dos bases distintas y el triángulo también con distinta forma. En relación a sus definiciones de las figuras, igual que el alumno A, no hace ninguna categorización, entiende que las cuatro son diferentes y no encuentra sus similitudes. Probablemente en su esquema mental se fije en las diferencias para organizarlas, por eso sus descripciones. En el triángulo no hace un definición correcta ya que no habla de los tres ángulos, “*tiene que tener tres lados [...]*”. El rombo y el cuadrado si estarían correctos ya que dice que “*tiene los lados iguales y los ángulos dos a dos*”, y “*cuatro lados iguales y los ángulos también.*” Por último, el rectángulo no dice que los lados no son iguales pero sí lo son dos a dos, “*los lados no son iguales y sus ángulos sí.*”

La *actividad 7*, hace bien las figuras propuestas, triángulo, prisma triangular y pirámide triangular. No parece tener problemas con la representación de ninguna de ellas.

El alumno resuelve la *actividad 8* sin muchas complicaciones. Si bien es cierto que, comete fallo en el prisma triangular, al no contar correctamente el número de lados ni de caras. Considero que ese fallo puede derivarse de la rapidez con que quería acabar el ejercicio, ya que esa figura la había representado con plastilina y lo hizo bien. También puede ocurrir que necesite el apoyo visual para hacerlo correctamente, pero considero que no es su caso.

El alumno B ha demostrado estar en el nivel I de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) de reconocimiento. Según todo lo mencionado, sus intervenciones e ideas, así como sus razonamientos demuestran rasgos de ese nivel. Es propio de este nivel que se reconozcan las figuras como un todo y se mencionen atributos irrelevantes, además sus agrupaciones o clasificaciones de las figuras están basadas en similitudes o diferencias globales, sin ahondar en sus atributos matemáticos. Esto ocurre sobretodo en los cuerpos geométricos. En las figuras planas enumera los atributos que poseen de forma acertada, debido, probablemente, a un mayor trabajo y conocimiento de estas que de los cuerpos geométricos. Tal como pasaba con el alumno A, el alumno B no realiza categorizaciones en relación a atributos matemáticos siendo consciente de las propiedades de los cuerpos, sino que lo hace en relación a su aspecto.

\* **Alumno C**

Alumno de 8 años con un buen nivel de razonamiento, sobre todo en el área de matemáticas. Llevando a cabo correctamente procedimientos propios de su edad. Sin embargo su trabajo es más irregular y poco constante. Socialmente es un líder, buen compañero, sincero y divertido. Durante el trabajo realizado, participó de forma adecuada durante casi toda la sesión, aunque es cierto que en la parte final de la última sesión estuvo más disperso y juguetón perdiendo un poco de interés en la tarea.

<b>ALUMNO C</b>				
<b>OBJETIVO</b>	<b>SÍ</b>	<b>CON BASTANTE FRECUENCIA(*)</b>	<b>POCAS VECES (**)</b>	<b>NO</b>
Reconoce figuras planas	<b>X</b>			
Compone y descompone figuras planas				<b>X</b>
Nombra atributos irrelevantes	<b>X</b>			
Nombra atributos relevantes			<b>X</b>	
Hace clasificaciones			<b>X</b>	
Hace categorizaciones				<b>X</b>
Utiliza vocabulario matemático			<b>X</b>	

**Tabla 16. Análisis objetivos, ALUMNO C**

<b>Alumno C</b>	<b>Observaciones y comentarios más relevantes</b>
<b>Actividad 1</b>	<i>“La parte de arriba de esa torre azul es un triángulo”</i> <i>“Los edificios se parecen al ladrillo”</i>
<b>Actividad 2</b>	Describe el edificio azul que aparece solo diciendo: <i>“La torre que es tridimensional, es muy alta, es triangular.”</i> En la lluvia de ideas expone <i>“son tridimensionales todas”, “ancho”</i>
<b>Actividad 3</b>	Agrupar pirámide (la del desierto), Rubik, chocolate, multicolor y rosa ( <i>ilustración 3</i> , se refiere a las dos pirámides). Asocia caja, leche, ladrillo, dados, azul (prisma <i>ilustración 3</i> ), naranja. Véase <i>anexo II, actividad 3, ilustración 10.</i>
<b>Actividad 4</b>	Los dibujos son prototípicos y estáticos, además dibuja un cubo y le llama cuadrado. Sus descripciones quedan así: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>“Rombo: tiene todos los lados iguales, pero sus ángulos no.</i></li> <li>- <i>Triángulo: tiene tres formas [...]</i></li> <li>- <i>Cuadrado: tiene todo igual y todos los ángulos dos a dos.</i></li> <li>- <i>Rectángulo: tiene dos lados iguales y dos desiguales pero entre ellos son iguales.”</i></li> </ul> Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 16.</i>
<b>Actividades 5 y 6</b>	Véase apartado 5.2. <i>Resultados grupales, actividades 5 y 6.</i> Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 20.</i>
<b>Actividad 7</b>	Véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 27, 28 y 29.</i>
<b>Actividad 8</b>	Véase <i>anexo II, actividad 8, ilustración 41.</i>

**Tabla 17. Observaciones, ALUMNO C**

El alumno C ha participado en todas las actividades con una actitud adecuada. Si bien es cierto que ha demostrado tener ciertas carencias en la expresión de sus ideas en torno a algunos conceptos, en otros parece no tener demasiado problema. Se ha mostrado algo más disperso en alguna actividad, y más inquieto en la parte final de la última sesión.

En la *actividad 1*, comienza de manera esperada comentando que una de las cosas que se ven en la composición de imágenes es una tableta de chocolate. Posteriormente cuando centramos la atención y se empiezan a nombrar características de las figuras, es capaz de diferenciar que el techo o parte superior del edificio que aparece solo es un triángulo; es decir, esto hace suponer que la figura del triángulo está muy bien interiorizada y es capaz de ver que esa figura existe dentro de otra mayor.

En la *actividad 2* describe el edificio del que habla también en la *actividad 1* y comenta su tridimensionalidad y añade que es triangular. Este dato, indica que aunque diferencia el triángulo dentro de la figura, no es capaz de identificar otras formas y lo nombra como un todo. En este punto, intervengo para decirle que si triangular es la parte de arriba el lado como sería a lo cual su compañera, alumna E, señala que es un romboide. Aunque en este caso la alumna no acierta, puesto que tendría forma de trapezoide, apunta algo diferente y era una figura que no esperaba que saliera (véase comentario alumna E).

Parece interesante que destaque, en la lluvia de ideas que todas las figuras son tridimensionales, pues es el primero que no menciona una característica irrelevante; después también habla de ancho.

En la *actividad 3*, la asociación realizada por el alumno me resulta un poco confusa, ya que divide en distintos grupos, no quedándome claro su nomenclatura y agrupamiento; por ello voy a referirme a dos de los conjuntos que forma. Une la pirámide del desierto, el Rubik, la chocolatina, la pirámide rosa y la multicolor. Hace una clasificación acertada de las pirámides y las distingue del resto de figuras que aparecen en las dos ilustraciones, lo que sugiere que es un concepto que conoce y que no tiene problemas en diferenciarlo con otros. Además, asocia a las pirámides el triángulo. Mientras que para hablar de prismas, los subdivide más veces y no termina de dar una respuesta clara. Asocia caja, leche, ladrillo, dados, azul (prisma *ilustración 3*) y naranja; pero no incluye a los de base triangular, pues puede que le resulten confusos o que los considera grupo distinto por ello las líneas que hace de separación.

Los dibujos que realiza en la *actividad 4*, son estáticos no se aprecia que pueda dar diferentes ejemplos de las figuras propuestas. Del mismo modo intenta cambiar sus proporciones, y en el cuadrado termina haciendo un cubo la segunda vez, probablemente llevado a pensar que no podía darle otra dirección. Por otro lado, de las definiciones que nos ofrece no son muy exactas ni completas, obviando características necesarias para definir las. En el triángulo ni siquiera da definición, “*tiene tres formas [...]*”. Para los cuadriláteros no completa ninguno, su expresión no es clara ni concisa, aunque vemos que tenga la idea de sus representaciones, sus definiciones aun no han sido trabajadas y, por tanto, las características de cada figura no están aun bien interiorizadas. El rombo, “*tiene todos los lados iguales, pero sus ángulos no*”, no habla del número de lados, ni de ángulos, tampoco de que tengan que ser iguales dos a dos. El cuadrado, “*tiene todo igual y todos los ángulos dos a dos*”, falla en los ángulos dos a dos, no, y al decir todo igual no especifica nada de la figura. Por último, el rectángulo, “*tiene dos lados iguales y dos desiguales pero entre ellos son iguales*”, aunque se confunde al explicarlo podría entenderse la explicación de los lados que hace, sin embargo no nos menciona nada de sus ángulos por lo que queda incompleta.

La *actividad 7*, pudo ser resuelta sin grandes complicaciones, aunque al nombrar los atributos tuvo que detenerse a pensar un poco más. Se hace necesario que

tomase su tiempo para enumerar las características, si no lo hace difícilmente podrá resolver la tarea propuesta.

En la *actividad 8*, el alumno parece estar algo más disperso, *a priori* considero que al ser la última actividad y estar más nerviosos por el intercambio de clase e ir un poco más rápido al hacerla, ha podido influir en los resultados. Según sus respuestas el prisma cuadrangular no estaría nada claro, ya que no es correcto en sus vértices, lados ni bases.

El nivel de razonamiento de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013) del alumno es el I, de reconocimiento. Este alumno presenta unas nociones geométricas poco elaboradas y trabajadas. Domina mejor las figuras planas, de las que es capaz de dar información y enumerar algunas características, no obstante, es un proceso que realiza de forma guiada. Su trabajo autónomo no demuestra el mismo nivel de conocimiento, mostrándose disperso en algunos momentos y menos activo en la actividad. Para sus razonamientos entiende las figuras como un todo sin ser capaz de hacer una clasificación de las mismas.

\* **Alumna D**

Alumna de 9 años, con una sensibilidad especial, tiene buenas dotes comunicativas y unas aptitudes formidables hacia el trabajo de la escuela. Presenta una comprensión social muy por encima de su edad natural, analiza situaciones y problemáticas cotidianas de manera concreta. Socialmente se encuentra muy integrada en el aula y sus compañeros confían plenamente en ella, tanto es así que es la delegada del aula. Esta alumna fue prudente, amable y colaborativa, participó en las actividades y aportó muchas ideas.

<b>ALUMNA D</b>				
<b>OBJETIVO</b>	<b>SÍ</b>	<b>CON BASTANTE FRECUENCIA(*)</b>	<b>POCAS VECES (**)</b>	<b>NO</b>
Reconoce figuras planas	<b>X</b>			
Compone y descompone figuras planas				<b>X</b>
Nombra atributos irrelevantes	<b>X</b>			
Nombra atributos relevantes	<b>X</b>			
Hace clasificaciones			<b>X</b>	
Hace categorizaciones				<b>X</b>
Utiliza vocabulario matemático		<b>X</b>		

**Tabla 18. Análisis objetivos, ALUMNA D**

<b>Alumna D</b>	<b>Observaciones y comentarios más relevantes</b>
<b>Actividad 1</b>	<p>“Hay un cubo” refiriéndose a qué vemos en la imagen.</p> <p>“Son figuras planas” a lo que su compañero, alumno A, aclara “son figuras en 3D”</p> <p>“Es un prisma” refiriéndose al edificio azul que aparece solo</p> <p>Hace dos comparaciones: “el ladrillo y la caja se parecen” y “la torre de arriba con el Toblerone” por último añade “un lado de la pirámide a uno de los piquitos del Toblerone”</p>
<b>Actividad 2</b>	<p>Describe el ladrillo “Yo el ladrillo. Es rectangular tridimensional, tiene agujeritos. Sirve para construir. Es de color naranja.”</p> <p>En la lluvia de ideas empieza diciendo “se construyen en Egipto y es triangular tridimensional” habla de “lado”</p>
<b>Actividad 3</b>	<p>Hace 4 grupos diferentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ladrillo, dados y caja. Les llama cubos</li> <li>- Edificio. Le llama prisma y triángulo (refiere al edificio azul <i>ilustración 2</i>)</li> <li>- Pirámide egipcia, triángulo de Rubik, Toblerone, pirámide rosa. Les llama pirámides</li> <li>- Leche y edificio. Rectángulo azul (prisma azul <i>ilustración 3</i>). Les llama rectángulo.</li> </ul> <p>Véase <i>anexo II, actividad 3, ilustración 11.</i></p>
<b>Actividad 4</b>	<p>Los dibujos que hace no son muy exactos al igual que sus compañeros. Dibuja al rectángulo apoyado sobre dos bases diferentes y al triángulo también.</p> <p>Sus descripciones de las figuras son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- “Rombo: tiene cuatro lados iguales y los ángulos dos a dos.</li> <li>- Triángulo: tiene tres lados y tiene muchos tipos de triángulos. Unos de ellos son: isósceles, escaleno y equilátero.</li> <li>- Cuadrado: tiene cuatro ángulos iguales y cuatro lados iguales.</li> <li>- Rectángulo: tiene cuatro lados dos a dos y también tiene los ángulos dos a dos.”</li> </ul> <p>Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 17.</i></p>
<b>Actividades 5 y 6</b>	<p>Véase apartado 5.2. Resultados grupales, actividades 5 y 6.</p> <p>Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 20.</i></p>
<b>Actividad 7</b>	<p>Véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 30, 31 y 32.</i></p>
<b>Actividad 8</b>	<p>Véase <i>anexo II, actividad 8, ilustración 42.</i></p>

Tabla 19. Observaciones, ALUMNA D

La alumna ha mostrado una actitud muy positiva hacia las actividades propuestas. Con ganas de participar y expresar sus ideas. Aunque hay conceptos que no tiene claros y les han resultado más confusos, ha intentado resolver todas las actividades.

En la *actividad 1*, empieza señalando que en la imagen podemos ver un cubo, probablemente pensando en la caja. La alumna indica que la imagen tiene figuras planas, aunque luego utiliza correctamente el término prisma al referirse al edificio azul. Esto hace pensar que tiene nociones en la cabeza que no domina totalmente, pues no entiende que todas son figuras tridimensionales, al menos no es capaz de verlo en un primer momento; de otro lado, hay imágenes que sí parece dominar asociando al edificio la categoría prisma.

En la *actividad 2*, describe el ladrillo con características que pueden tener más relevancia como rectangular o tridimensional, aunque esta figura no es reconocida como prisma, o al menos no lo hace explícito; de otro lado, menciona características irrelevantes como el color o la utilidad.

En la lluvia de ideas hace referencia a la pirámide del desierto, aunque no se refiere a tal como pirámide, o al menos no lo hace explícito. Sí asemeja triangular porque sus caras sean triángulos, pero no hace mención a que la base sea cuadrangular.

En la *actividad 3*, la alumna hace 4 grupos diferentes. El grupo que mejor trabaja y que parece estar más claro es el que cataloga como “*pirámides*” donde engloba la pirámide egipcia, la de Rubik, la chocolatina y la pirámide rosa. Aunque no menciona la multicolor, parece que su imagen del concepto pirámide coincide con la definición del concepto, Vinner (1983). Los otros 3 grupos que hace, se aprecia como los cubos u ortoedros como son, los dados el ladrillo o la caja, están en un lugar diferente al resto de los prismas. Así mismo, el edificio azul (*ilustración 2*) le llama prisma y añade triángulo por diferenciar su base; de igual modo, parece que para esta alumna este tipo de prismas podrían formar un grupo diferenciado. Por eso la alumna realiza clasificaciones y no categorizaciones. Por último, la leche, el edificio de las torres inclinadas y el prisma azul, están en su último grupo, a los que llama rectángulos. No apunta a que estos sean prismas, ni parece que distinga de figura plana o tridimensional.

Los dibujos que hace esta alumna en la *actividad 4* no son muy cuidadosos, aunque apoya al rectángulo y triángulo sobre otra base, no dejan de ser representaciones estáticas y prototípicas. En relación a sus definiciones, se puede apreciar que el rombo y el cuadrado sin son correctas, diciendo que “*tiene cuatro lados iguales y los ángulos dos a dos*” y que “*tiene cuatro ángulos iguales y cuatro lados iguales*”, respectivamente. Mientras que el triángulo no aporta datos suficientes para describirlo, obviando los ángulos, “*tiene tres lados y tiene muchos tipos [...]*.” Y en el rectángulo ocurre que al decir que sus ángulos son iguales dos a dos, no explica bien las características de este, “*tiene cuatro lados dos a dos y también tiene los ángulos dos a dos.*”

En la *actividad 7*, construye las figuras de triángulo, prisma triangular y pirámide triangular. Las elabora sin ningún problema y nombra sus atributos de forma correcta.

La alumna D, presenta problemas al resolver la *actividad 8*, sobretodo en la figura de la pirámide cuadrangular. De igual forma que su compañero, el alumno C, creo que la prisa por acabar e irse a la siguiente clase pudo influir en que no tomase más tiempo para pensar la respuesta. Además puede verse como en la pirámide triangular, por ejemplo, no tiene ningún error, cuando al ser pirámides ambas, el número de bases es común y no tiene en cuenta.

La alumna D está en el nivel I de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), de reconocimiento. Entiende las figuras de una manera global, sin analizar o enumerar completamente sus atributos. Es capaz de agrupar figuras por la imagen que tiene de estas, su parecido en la forma; pero no porque pertenezcan a la misma familia. Las diferencias entre figuras no las hace teniendo en cuenta sus vértices, o ángulos. Y las características que nombra de algunas figuras son conocimientos aprendidos que no le sirven, aún, para conectarlos entre ellos y hacer generalizaciones a partir de los mismos.

\* **Alumna E**

Alumna de 9 años con una educación en valores impropia del alumnado de su edad. Empática, atenta e impregnada de buenos gestos hacia los demás. De las alumnas más queridas dentro del grupo clase. Su nivel académico es alto con buen razonamiento lógico matemático y una caligrafía muy clara y legible. Sin embargo este año ha rendido por debajo de sus posibilidades debido a su conformismo. Esta alumna muy jovial, mostró interés por las actividades y participó de forma activa durante las sesiones.

<b>ALUMNA E</b>				
<b>OBJETIVO</b>	<b>SÍ</b>	<b>CON BASTANTE FRECUENCIA(*)</b>	<b>POCAS VECES (**)</b>	<b>NO</b>
Reconoce figuras planas	<b>X</b>			
Compone y descompone figuras planas				<b>X</b>
Nombra atributos irrelevantes	<b>X</b>			
Nombra atributos relevantes		<b>X</b>		
Hace clasificaciones			<b>X</b>	
Hace categorizaciones				<b>X</b>
Utiliza vocabulario matemático		<b>X</b>		

**Tabla 20. Análisis objetivos, ALUMNA E**

<b>Alumna E</b>	<b>Observaciones y comentarios más relevantes</b>
<b>Actividad 1</b>	A la pregunta que vemos su respuesta inicial es “ <i>un ladrillo</i> ” Luego añade que “ <i>la caja es un cubo</i> ” Indica que son parecidas “ <i>la pirámide, el Rubik y el Toblerone</i> ”
<b>Actividad 2</b>	“ <i>No, no, no, es un romboide</i> ” indica al describir uno de los lados del edificio azul que aparece solo. En lluvia de ideas menciona “ <i>se pueden meter cosas dentro</i> ” (refiriéndose a la caja) y “ <i>ángulo</i> ”
<b>Actividad 3</b>	Hace dos grupos, quedando así: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pirámides, Toblerone, cubo Rubik, pirámide egipcia, edificio (torres inclinadas), naranja (prisma naranja), colores (pirámide multicolor) y rosa (pirámide rosa).</li> <li>- Cubo, dados, caja, ladrillo, caja, leche, torre azul.</li> </ul> Véase <i>anexo II, actividad 3, ilustración 12.</i>
<b>Actividad 4</b>	Sus dibujos parecen estar más cuidados. Intenta cambiar de posición todas las figuras manteniendo sus proporciones, aunque se equivoca en el cuadrado, lo intenta. Sus descripciones de las figuras son: <ul style="list-style-type: none"> <li>- “<i>Rombo: ángulos dos a dos, tiene cuatro lados iguales.</i>”</li> <li>- <i>Triángulo: tienen tres lados. Isósceles, equilátero y escaleno.</i></li> <li>- <i>Cuadrado: sus lados son todos iguales.</i></li> <li>- <i>Rectángulo: sus lados son iguales dos a dos.</i>”</li> </ul> Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 18.</i>
<b>Actividades 5 y 6</b>	Véase <i>apartado 5.2. Resultados grupales, actividades 5 y 6.</i> Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 20.</i>
<b>Actividad 7</b>	Véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 33, 34 y 35.</i>
<b>Actividad 8</b>	Véase <i>anexo II, actividad 8, ilustración 43.</i>

**Tabla 21. Observaciones, ALUMNA E**

La alumna aporta ciertas ideas que me llaman la atención y hace algunas asociaciones de forma correcta entre figuras y conceptos. No obstante, tiene más dificultades en la actividad final de las esperadas.

En la *actividad 1*, participa indicando una aclaración diciendo que la caja es un cubo. Aunque la caja sea realmente un ortoedro, y el cubo un caso especial de los ortoedros. Sí que es cierto que considero que tener esa idea es una base correcta que puede ir desarrollando en cursos posteriores; sin embargo, no habla de prisma con lo que no puedo considerar si entienden que esas figuras pertenecerían, por sus características, a los prismas. Además asemeja a la pirámide, el Rubik y el Toblerone. Quizás la imagen del chocolate y su envoltorio pueden crear confusión por eso entiendo que den diversas respuestas, dependiendo de si observan la caja o bien el chocolate, y dentro del chocolate si lo analizan como un todo o por partes diferenciadas. Por ello, la

pirámide y el Rubik estarían bien emparejados, aunque no el Toblerone, pero no se aleja del todo de la idea de pirámide. Esto también puede ocurrir que aún no haya trabajado suficientes ejemplos y contraejemplos de pirámides y prismas.

Como he mencionado anteriormente, en la *actividad 2*, mientras que el compañero describe el edificio azul que aparece solo, ella refiere que el lado tiene forma de romboide. Quiero apuntar esta idea porque no esperaba que surgiera, quizás ni siquiera a lo largo de todas las actividades, pero menos al principio. El término es erróneo porque en este caso el romboide es un paralelogramo y esa figura sólo tiene un par de lados paralelos, además sus lados miden distinto, por ello es un trapecoide.

Destaco que al mencionar en la lluvia de ideas el término ángulo, es la única que habla de ese elemento hasta el momento.

En la *actividad 3*, la alumna hace dos grupos diferenciados. El primero de ellos, el que llama “*pirámides*” incluye erróneamente el edificio azul y los dos prismas naranjas, también la chocolatina pero no valoro eso. Considero que hace esta agrupación errónea porque su concepto de pirámide está muy ligado a los triángulos y al ser prismas de base triangulares se confunde y no es capaz de diferenciar según los atributos relevantes del concepto pirámide. Probablemente pueda afianzar los términos si recibe más ejemplos de prismas y se trabajan distintas bases para que entienda que la forma de esta no determina que sea prisma o no. El segundo grupo, es interesante que parezca ser la única que ha determinado un grupo de prismas mayor e incluso considerando a todos los prismas excepto los de base triangular que erróneamente coloca en el otro grupo. Pese a nombrar al grupo como “*cubos*” entiende características comunes de estos, siempre que la forma predominante sea la del grupo de cuadriláteros.

La alumna cuida un poco más sus dibujos que sus compañeros y elabora, en la *actividad 4*, unas representaciones claras. Sin embargo, son similares a las de los otros, aunque mejor presentadas. Quiero destacar que intenta mover el cuadrado, aunque no lo consigue pero guarda mejor la proporción de este que sus compañeros al intentar hacer lo mismo. De igual forma presenta algunas figuras apoyadas sobre distintas bases. Por otro lado sus definiciones son muy escuetas y algunas están incompletas. Define bien el rombo, “*ángulos dos a dos, tiene cuatro lados iguales*”, dando información de ángulos y lados. Pero no ocurre lo mismo con las otras tres figuras en las que algo falta en cada definición; el triángulo “*tienen tres lados. Isósceles, equilátero y escaleno*”, para el cuadrado “*sus lados son todos iguales*” y para el rectángulo “*sus lados son iguales dos a dos*”; como se puede observar no habla de ángulos en ninguna de las tres figuras, mientras que en la primera sí.

Las figuras que realiza en la *actividad 7* son adecuadas, correctas y resueltas sin problemas.

La alumna desarrolla buenas respuestas y participación durante las dos sesiones, sin embargo en la *actividad 8*, no parece que los conceptos estén claros, ya que las figuras de pirámide triangular y prisma cuadrangular no se completan de forma correcta.

Esta alumna y su compañera, la alumna F, fueron las últimas en acabar y demostraron estar más apuradas ya que sus compañeros ya se habían ido, pero se habían retrasado en montar las figuras y eso las retrasó. Creo que esto afectó a ambas en la resolución de la actividad final. No obstante, esta alumna demuestra que hay elementos que no quedan claros, aunque sea capaz de dibujarlos, no los distingue.

Esta alumna es una de las que mejor ha podido clasificar figuras, no obstante, su clasificación nos indica, que aunque quizás, un poco más cuidadosa que sus compañeros, se apoya en las figuras de forma global para diferenciarlas y agruparlas. Por ello, no considera los prismas triangulares en el mismo grupo que el resto de prismas. Su razonamiento se identifica con el nivel I de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), de reconocimiento. Aun no es capaz de desarrollar nociones y definiciones matemáticas de las figuras que hemos trabajado. Aunque reconoce que las figuras tienen elementos que pueden variar de una a otra, no le sirve, ese conocimiento, para entender que deben pertenecer a la misma familia, por ejemplo. Sus definiciones no son completas y exactas del todo, faltando elementos para completar las mismas.

\* **Alumna F**

Alumna de 9 años cuya característica más notable es su creatividad. Presenta una gran disposición al trabajo por proyectos y de manera cooperativa. Conceptualmente puede cometer ciertos errores tanto en cálculo como en ortografía ya que presenta una dislexia en grado I diagnosticada recientemente. Socialmente integrada y feliz con su grupo clase. Esta alumna se mostró muy proactiva al principio y perdió un poco el interés sobre todo durante el segundo día al final de la sesión, pese a eso su participación en las tareas fue adecuada.

<b>ALUMNA F</b>				
<b>OBJETIVO</b>	<b>SÍ</b>	<b>CON BASTANTE FRECUENCIA(*)</b>	<b>POCAS VECES (**)</b>	<b>NO</b>
Reconoce figuras planas	<b>X</b>			
Compone y descompone figuras planas				<b>X</b>
Nombra atributos irrelevantes	<b>X</b>			
Nombra atributos relevantes			<b>X</b>	
Hace clasificaciones			<b>X</b>	
Hace categorizaciones				<b>X</b>
Utiliza vocabulario matemático			<b>X</b>	

**Tabla 22. Análisis objetivos, ALUMNA F**

<b>Alumna F</b>	<b>Observaciones y comentarios más relevantes</b>
<b>Actividad 1</b>	A la pregunta qué vemos aporta “ <i>Un tetrabrik de leche</i> ” y “ <i>un Rubik</i> ” También describe que el cubo de Rubik tiene triángulos. A semeja la pirámide y la parte de arriba del edificio.
<b>Actividad 2</b>	En la lluvia de ideas indica “ <i>es triangular</i> ” y luego “ <i>tridimensional y abertura</i> ”
<b>Actividad 3</b>	Realiza tres grupos diferentes: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pirámide, pirámide de Rubik, chocolatina y pirámide rosa.</li> <li>- Caja, ladrillo, dados y prisma azul.</li> <li>- Torres, edificio azul, leche y prismas naranja.</li> </ul> Véase <i>anexo II, actividad 3, ilustración 13.</i>
<b>Actividad 4</b>	En sus dibujos intenta cambiar la dirección de todas las figuras excepto en círculo y cuadrado que cambia su tamaño. En general son dibujos prototípicos. Sus descripciones siguen así: <ul style="list-style-type: none"> <li>- “<i>Rombo: tiene dos lados y dos ángulos iguales.</i>”</li> <li>- <i>Triángulo: tiene tres lados iguales.</i></li> <li>- <i>Cuadrado: tiene cuatro lados, cuatro lados iguales.</i></li> <li>- <i>Rectángulo: tiene dos y dos iguales.</i>”</li> </ul> Se debe considerar que esta alumna tiene dislexia, como ya se ha mencionado, y por ello se aprecian dificultades en su expresión escrita. Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 19.</i>
<b>Actividades 5 y 6</b>	Véase <i>apartado 5.2. Resultados grupales, actividades 5 y 6.</i> Véase <i>anexo II, actividad 4, ilustración 20.</i>
<b>Actividad 7</b>	Véase <i>anexo II, actividad 7, ilustraciones 36, 37 y 38.</i>
<b>Actividad 8</b>	Véase <i>anexo II, actividad 8, ilustración 44.</i>

**Tabla 23. Observaciones, ALUMNA F**

La alumna ha presentado algunos problemas al realizar ciertas actividades. Su expresión es más dificultosa debido a la dislexia, y aunque es capaz de desarrollar algunas ideas y conceptos de forma adecuada, necesita que se trabaje con ella más profundamente sobre geometría.

En la *actividad 1*, no aporta ideas similares a las de sus compañeros que sí usan en mayor o menor grado algunos términos matemáticos. Se muestra más insegura y sus comentarios van unidos a la asociación de su realidad o contexto, es decir, habla de tetrabrik de leche o el Rubik, no mencionando sus formas o características. De otro lado, si menciona que el Rubik tiene triángulos, quizás una figura más trabajada y que le resulte más sencilla de identificar. Tampoco habla de tridimensionalidad. Por último, asemeja la pirámide y la parte de arriba del edificio por la noción de triángulo.

En la *actividad 2*, hace tres aportaciones, aunque guiada e influenciada por los compañeros en dos de ellas, también se comprende puesto que fue la última en aportar ideas y además de que ya otras se habían mencionado, los compañeros hablaban en voz alta y decían otras palabras; sin embargo, es triangular lo aportó al principio y lo relaciono con sus intervenciones anteriores donde ya había mencionado el triángulo, para que sigue esa misma línea.

En la *actividad 3*, asocia correctamente las pirámides, aunque olvida nombrar la multicolor e incluye la chocolatina. Sin embargo, el que sería el grupo prismas queda dividido en dos grupos, por ello está clasificando figuras. Por un lado, asemeja el prisma azul, los dados, la caja y el ladrillo, que pueden verse más parecidos. Sin embargo no añade las torres ni la leche, las cuales incluye junto con el edificio azul y el prisma naranja.

Esta alumna en la *actividad 4* muestra una problemática algo mayor que sus compañeros en la hora de expresarse. En el dibujo realiza 3 representaciones de cada figura, cambiando sus proporciones o su dirección. Para las definiciones no acaba ninguna o son erróneas. El rombo “*tiene dos lados y dos ángulos iguales*” no es correcto por tanto. El triángulo, “*tiene tres lados iguales*”, no menciona sus ángulos. El cuadrado, “*tiene cuatro lados, cuatro lados iguales*”, parece ser que se confunde y no acaba de definirlo solo repite dos veces. Y por último, el rectángulo, “*tiene dos y dos iguales*” no habla ni de lados ni de ángulos.

En la *actividad 7*, la alumna estuvo más dispersa teniendo más dificultades y necesitando más tiempo para acabar que el resto. Motivo por el que además intentó hacerlo de forma menos elaborada. Aun así, pudo hacer las figuras de forma correcta

La alumna ha tenido problemas para resolver la *actividad 8*. Además de ser la última en acabar y de atascarse durante su resolución, comete numerosos errores en las figuras. Se aprecia que los cuerpos geométricos no han quedado claros. Si bien es cierto que, como ya he dicho anteriormente, la prisa y el querer irse y ver que sus compañeros se iban le influyó en hacerlo más rápido; pero también considero que presentó dudas o menos participación en algunas actividades o debates surgidos, ya que tiene menos asimilados estos conceptos o le resultan más complicados.

La alumna F, como el resto de sus compañeros, estaría en el nivel de razonamiento I de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), el de reconocimiento. A diferencia de ellos, a ella le ha resultado un poco más complicado resolver actividades. Tiene nociones que no son completas y que debería trabajar más en profundidad. Probablemente la dislexia pueda afectar a su comprensión de los contenidos o identificación y diferenciación de las figuras, las cuales ve como un todo de forma global. No completa las definiciones que da en las figuras planas y no entiende que existen relaciones entre ellas.

## 5.2. Resultados grupales

Aunque el análisis al detalle se ha hecho para cada alumno y alumna según los conocimientos demostrados en el desarrollo de las actividades propuestas. Se hace necesario incluir unos comentarios de forma general, para comentar algunas observaciones detectadas o surgidas como grupo y no individualmente.

En primer lugar, en relación a cómo usan las palabras y los términos, quiero apuntar que en la *ilustración 2*, usada en las *actividades 1, 2 y 3*, aparece una pirámide de Rubik. La forma de esta figura era intencionada, pues se buscaba un objeto con forma piramidal, sin embargo, choca con la idea del cubo de Rubik clásico y más conocido y extendido. Comento esto porque es cierto que los niños referían al objeto y lo agrupaban entendiendo que era una pirámide sin dudar, y al mismo tiempo entraban en la incongruencia de llamar a la figura cubo.

En segundo lugar, surge una discusión entre ellos, en la que soy partícipe activamente en la misma, sobre los cuadrados y rombos al trabajar en la *actividad 6*, con la *ilustración 5*. Quiero recoger un fragmento de la discusión surgida, porque me parece muy interesante.

### Alumno C: ¿Cuántos triángulos? Cuatro.

Yo: ¿Estamos todos de acuerdo?

Ellos: Siiii

Yo: ¿Cuántos rectángulos?

### Alumno B: Cuatro.

Yo: Dime otra figura (dirigiéndome a alumno A)

### Alumno A: Hexágonos.

Yo: Muy bien, estos son hexágonos.

### B: Irregulares.

Yo: Muy bien son irregulares. D, dime alguna figura más que veas (dirigiéndome a alumna D)

### Alumna D: Emm, rombo.

Yo: ¿De qué color es el rombo?

### Alumna D: Naranja y amarillo.

Yo: ¿Estos? (señalando las dos figuras)

**Alumna E: Sí, pero es que si los ves así (dice inclinando la cabeza hacia un lado), es un cuadrado.**

Yo: Ahh, ¿Es un cuadrado o un rombo?

**Varios: Cuadrado, rombo...**

**Alumno B: Espérate, espérate. Cuadrado.**

**A y B: Cuadrado, porque tiene los ángulos iguales.**

Yo: Eso es nos tenemos que fijar siempre en sus ángulos. Os tengo que confesar que os he puesto esta figura (cuadrado azul) así para engañaros. ¿Por qué? Porque muchas veces vemos el cuadrado así de esta forma (señalo al naranja) y decimos, ¡Es un cuadrado! Pero cuando vemos que lo han movido un poco, ya no decimos que es un cuadrado ¿Por qué? ¿Qué le ha pasado a este cuadrado? Que lo hemos girado, que lo hemos movido un poco, ¿Siguen siendo sus ángulos rectos?

**Ellos: Sii.**

Yo: ¿Sigue teniendo cuatro lados?

**Ellos: Sii.**

Yo: Pues sigue siendo un cuadrado.

La discusión surgida me parece interesante porque aunque haya figuras que puedan presentar confusión para ellos, mediante las preguntas y ayuda mutua, son capaces de razonar qué tipo de figura es de forma correcta. Aunque no todos participan, y no todos aportan las mismas ideas; que suceda de forma tan espontánea y grupal, es mucho más beneficioso para ellos, y enriquecedor para mí.

En tercer lugar, en la *actividad 5*, que también resolvemos de forma grupal, se logra hacer el mapa de ideas de forma correcta porque nuevamente, todos van aportando al compañero o la compañera. No existen muchas complicaciones para hacerlo. En relación a ambas actividades no he considerado que mereciera la pena hacer un comentario individual de cada alumno ya que se han resuelto de forma grupal. Pese a que la discusión me parece interesante, no creo que estas actividades aporten demasiado conocimiento; sí, asientan las nociones trabajadas y/o permiten indagar sobre los conocimientos que ya tienen.

## 6. Conclusiones, implicaciones y limitaciones

Para dar por finalizado este proyecto se hace necesario cerrar todas aquellas ventanas a las que el mismo me ha permitido asomarme. De las conclusiones que de esta experiencia pueden arrojar se hablaré en las siguientes páginas. Para que la lectura de las mismas sea más fluida y ordenada, he diferenciado en apartados distintos estas conclusiones. Dichos apartados quedan como sigue.

### \* Marco teórico

En relación al marco teórico me gustaría resaltar que durante el análisis de la información recogida, observé que era interesante hablar de que la imagen del concepto que tienen niños y niñas, se aleja de la definición del concepto. Para ellos un prisma, por ejemplo, es una figura que visualmente identifican con una forma concreta, no por sus atributos. Esta identificación limita su experiencia geométrica en la medida en que no son capaces de identificar correctamente algunas figuras, ni de clasificar o categorizar grupos de figuras.

Acerca de las nociones de imagen y definición del concepto habla Vinner (2011) y su consideración resulta importante para comprender de qué forma entendemos conceptos geométricos y, de otro lado, saber cómo ayudar a mejorar la comprensión de los mismos en nuestro alumnado. Teniendo en cuenta a Vinner (2011), la lógica a seguir para enseñar nuevas nociones matemáticas al alumnado, debería insistir en nutrirlos de cuantiosos ejemplos y contraejemplos que les permitan un mayor banco de recursos. En esa línea, Charles (1980) aclaraba que para enseñar conceptos geométricos hay que ir desde la ejemplificación, la enumeración de atributos (relevantes y no), pasar por el análisis de figuras en base a esos atributos, trabajar con preguntas y explicaciones y acabar con su propia definición del concepto. Por esto, ambas consideraciones de estos autores, que se relacionan entre sí, deberían haberse incluido en el marco teórico del presente trabajo, y tendrían que tenerse en cuenta para investigaciones futuras.

Así mismo, sumado a lo anterior, habría que considerar en este y otros trabajos que estudien la geometría escolar, la importancia de diferenciar entre clasificaciones y categorizaciones. Estos conceptos fueron aportados en segundo curso por la profesora Muñoz-Catalán (2015) y aclarados durante este proyecto por la profesora Liñán (2018). Son importantes en tanto que entendiendo la diferencia existente entre ambos, podremos analizar mejor al alumnado y sus respuestas. Así, cuando los niños clasifican, realizan una categorización exclusiva en la que distinguen figuras en contraposición a otras, sin entender que estas puedan tener atributos comunes. De otro lado, al categorizar, están haciendo categorizaciones inclusivas en las que una figura que sea de una clase, puede a su vez pertenecer a otra. Como he dicho, ambas nociones me han resultado de mucha ayuda, aunque no hayan sido consideradas explícitamente en el marco teórico, para

analizar las respuestas del alumnado y evaluar el nivel de razonamiento en el que se encontraban.

**\* Secuencia didáctica**

El proyecto cuenta con una secuencia de actividades, que se propone como instrumento de recogida de información para poder recabar datos del alumnado. Contemplando dicha secuencia y reflexionando acerca de su utilidad y adecuación considero que aunque sería más costoso analizar mayor cantidad de sesiones, sería también más enriquecedor dedicar una o dos sesiones más; ya que en ciertas actividades había necesidad de ir más rápido para no dejarlas inconclusas, sin embargo, la posibilidad de tener más tiempo para que el alumnado se expresase, permitiría ahondar más en qué saben realmente. En alguna actividad, sobre todo la de dibujo, se hace necesario, y no estaba pensado ni quedaba tiempo para ello, que después de hacer sus dibujos se les pida que expliquen por qué lo hacen de esa forma, para conocer qué tipo de imágenes mentales poseen. Por otro lado, no quería interferir en sus razonamientos ni condicionarles demasiado, por eso intentaba no dar muchas pistas e indicaciones; esto, considero, debería haberlo trabajado más, ya que necesitan directrices muy claras sobre lo que se les pide, preguntas muy directas y ejemplos que les den pie a desarrollar sus razonamientos. Por último, en relación a este punto quiero destacar que también sería interesante trabajar con materiales manipulables. Por la altura de curso en la que se llevó a cabo la implementación, no me fue posible fabricar materiales manipulables que permitieran al alumnado una mejor experiencia con las figuras y cuerpos propuestos. Por ello, el primer paso fueron composiciones de imágenes, pero deberían haber sido figuras palpables.

**\* Qué esperaba obtener y qué obtengo**

En primer lugar, esperaba que el alumnado fuera capaz de hacer definiciones más completas sobre las figuras, y esto no ocurrió. Aunque algunos pudieron acercarse más e incluso hacer varias exactas y adecuadas para su curso académico, la mayoría no (este apunte lo hago en relación a las figuras planas principalmente). Probablemente los conceptos se trabajan poco, o sin seguir los pasos recomendados por Charles (1980). A veces la rapidez que requiere el sistema educativo, no permite disfrutar del camino de la misma forma.

En segundo lugar, como señalo en la página 37, el objetivo que considero de forma general de si el alumnado realiza o no clasificaciones y/o categorizaciones, no resulta definitorio en el sentido siguiente: se comprueba que ninguno es capaz de desarrollar una lógica que le permita incluir figuras y relacionarlas, por tanto, todos se quedarían en clasificar; y, dentro de que todos clasifiquen, sus clasificaciones no son correctas.

Por último, esperaba que fueran capaces de distinguir en primas y pirámides, las figuras planas que forman sus bases o caras laterales; sin embargo, han llegado a reconocer alguna, como el triángulo de base de algún prisma, escasas veces. Entiendo que no contemplan que una figura tridimensional, se forme por diferentes figuras planas.

#### \* **Consideraciones generales**

Uno de los factores determinantes en este proyecto ha sido el tiempo y los medios disponibles. En la planificación y desarrollo del trabajo se hace esencial considerar qué cantidad de tiempo se dispone realmente para llevar a cabo el proyecto. De una parte, el tiempo personal de trabajo y de otra, el tiempo que disponemos en el colegio para llevar a cabo la experiencia. Sumado a este factor, los medios que se tienen al alcance condicionan el tipo de propuesta que se puede implementar y el alcance de la misma. Como mencionaba al principio del proyecto, este pretendía ser una investigación más amplia desarrollada en dos fases, sin embargo, por falta de medios y tiempo solo se ha podido desarrollar la primera, sin llegar a analizar mi propia práctica, quedando abierta a una futura investigación.

Las actividades planteadas no contemplan el uso de las TICs, recurso que, personalmente, considero muy importante en el aprendizaje. La razón principal de que no se hayan contemplado es que elaboré actividades sencillas, cuya resolución fuera más o menos rápida y que permitiera aprovechar el mayor tiempo de la sesión posible. Con mucha seguridad, el uso de alguna aplicación o herramienta TIC habría hecho que el ritmo de la sesión fuera más lento y una mayor distracción en el alumnado. Por tanto, aunque recomiendo que se empleen actividades que permitan este tipo de herramientas, también insto a considerar que cuando el grupo de alumnos no se conoce y el tiempo disponible es poco, es más práctico optar por otras de corte más sencillo.

#### \* **Limitaciones**

La principal limitación de este proyecto radica en la circunstancia de que los datos recogidos y el análisis obtenido, es solo extrapolable a un grupo de alumnos reducido, de un colegio concreto, en una zona y una ciudad determinadas. Dicho de otro modo, los resultados aquí reflejados no se pueden generalizar. No resulta posible, sin haber podido comparar si quiera con más respuestas de otros compañeros y compañeras de su aula, o de otro grupo de alumnos y alumnas de otro colegio, o hasta de otra ciudad; si los resultados reflejan una tendencia general en el alumnado de tercero de primaria, o un caso particular de estos. Es obvio que las circunstancias personales, el contexto, la implicación del profesorado, los conocimientos de este o la motivación en la familia, entre otros, también forman parte de ese resultado; pero todos estos factores escapan a dicho análisis. Sin embargo, pese a que no se pueda generalizar el resultado, este

proyecto sí permite ser un apoyo para otros maestros y maestras, ya que de las respuestas dadas por los niños y niñas, y la reflexión posterior de las mismas, se pueden obtener referencias que ayuden a preparar su práctica docente, que ayuden a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Como sabemos el aprendizaje también sucede cuando ves a otros, por ello espero que este proyecto sirva además para ayudar a que otros mejoren. En el ámbito personal, este proyecto me ha permitido mejorar mi futura praxis, para la que consideraré las nociones aprendidas en este camino.

#### \* **Aprendizajes adquiridos**

Enfrentarme a este proyecto suponía adentrarme en un terreno en el que, a pesar de encantarme, me sentía insegura. Quizás esto determinó mis ganas por hacerlo, el saber que tendría la posibilidad de aprender mucho más. Al acabar este proyecto me doy cuenta de que mis conocimientos en el bloque de geometría han crecido, se han renovado. Las diferentes lecturas y sesiones de tutoría me han ayudado a entender mejor e intentar mejorar, por los futuros ellos, por mí. A la finalización de este proyecto lo más importante de lo que he adquirido, o lo que de alguna forma más me ha marcado, ha sido entender que la secuencia que se ha seguido en la escuela años atrás, la secuencia con la que yo aprendí, no es el orden idóneo para que el aprendizaje sea significativo. Por tanto, mis esfuerzos deben ir encaminados a pensar caminos alternativos que me permitan mostrarles un camino más sencillo, quizás, o más claro hacía la realidad que les rodea.

#### \* **Conclusión final**

Para finalizar, entiendo que debo cerrar este proyecto retomando la pregunta de investigación de la que deriva todo.

¿Entienden las figuras como un todo o reconocen sus elementos?

Esta pregunta, a simple vista podría parecer simple, pero permite ver en qué nivel de razonamiento geométrico está el alumnado, qué pensamiento y nociones geométricas tienen y cuáles no dominan realmente.

De esta pregunta terminé concluyendo que el alumnado reconoce vagamente los elementos de las figuras de forma espontánea; aunque sí es capaz de entender algunos de sus elementos (como por ejemplo, lado, vértice o número de caras) si se les insiste a que los consideren. Del mismo modo, la mayoría entiende las figuras como un todo, hacen descripciones de las mismas no analíticas, y cuando así lo intentan son erróneas o inacabadas. Esto ha determinado que su nivel de Van Hiele (Muñoz-Catalán *et al*, 2013), en todos, sea el nivel I de reconocimiento.

Por último, también he observado que aunque puedan nombrar elementos o figuras de forma correcta, no llegan a entender realmente las características de estas, por lo que no son conceptos que realmente dominen o hayan llegado a interiorizar.

Para finalizar quiero dejar constancia de que al haber tenido la posibilidad de llevar a cabo un proyecto tan enriquecedor, además de permitirme crecer profesionalmente, pues mi conocimiento ha mejorado; me ha permitido reafirmarme en mi decisión tomada hace cuatro años. La educación no es algo fácil, ni puede ser evaluada como un producto final. Es la decisión de intentar ayudar un poco cada día y de hacer lo mejor que podamos con lo que tengamos.

## 7. Referencias Bibliográficas

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics teacher*, 74(1), 11-18.

Pastor, A. J.; Rodríguez, Á. G. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En *Teoría y práctica en educación matemática*. Ediciones Alfar (pp. 206-240; 362-383)

Vinner, S. (2011). The role of examples in the learning of mathematics and in everyday thought processes. *ZDM*, 43(2), 247-256.

Moratalla, P. T. (2006). Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, (21), 35-50.

Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. *Focus on learning problems in mathematics*, (20), 27-46.

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Traducción SAEM

Thales (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: SAEM

Thales

Puig Adam, P. (1980). *Curso de geometría métrica I: Fundamentos*. Madrid: Euler. (1), 4.

Pastells, Á. A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos: para niños y niñas de 6 a 12 años* (Vol. 2). Narcea Ediciones. (3), 73-104.

Chamorro, M.C., Gómez, J. M. B., Linares, S., Higuera, M. L. R., & Rubio, F. V. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educación.

Muñoz-Catalán, M.C. (2015). Didáctica de las matemáticas. Segundo de Educación Primaria. Universidad de Sevilla.

Liñán, M.M. (2018). Trabajo Fin de Grado. Cuarto de Educación Primaria. Universidad de Sevilla.

Muñoz-Catalán, M. C., Montes, M. A., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Aguilar, A. (2013). La Clasificación de las Figuras Planas en Primaria: Una Visión de Progresión entre Etapas y Ciclos. *Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones.*

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre de 2013, núm. 295, pp. 12-15.  
<https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2013-12886>

Decreto 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 13 de marzo de 2015, núm. 50, pp. 11-22.  
<https://www.juntadeandalucia.es/boja/2015/50/1>

Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 27 de marzo de 2015, núm. 60, pp. 9-142.  
[https://www.juntadeandalucia.es/eboja/2015/60/BOJA15-060-00134-5243-01\\_00066439.pdf](https://www.juntadeandalucia.es/eboja/2015/60/BOJA15-060-00134-5243-01_00066439.pdf)

Edo, M. (2003). Intuir y construir nociones geométricas desarrollando sentimientos y emociones estéticas. *Actas de las XI JAEM*, 233-249.

Jofre Moreno, M., Soto Torres, A., Badillo Jiménez, E. R., & Prat, M. (2016). La reflexión sobre la práctica de aula: una oportunidad de aprendizaje pedagógico para los maestros y maestras. *Aula de innovación educativa*, (252), 0040-45.

## 8. Anexos.

### 8.1. Anexo I: Material usado en las actividades.



**Ilustración 2. Composición de imágenes, actividades 1, 2 y 3. Fuente: Elaboración propia**

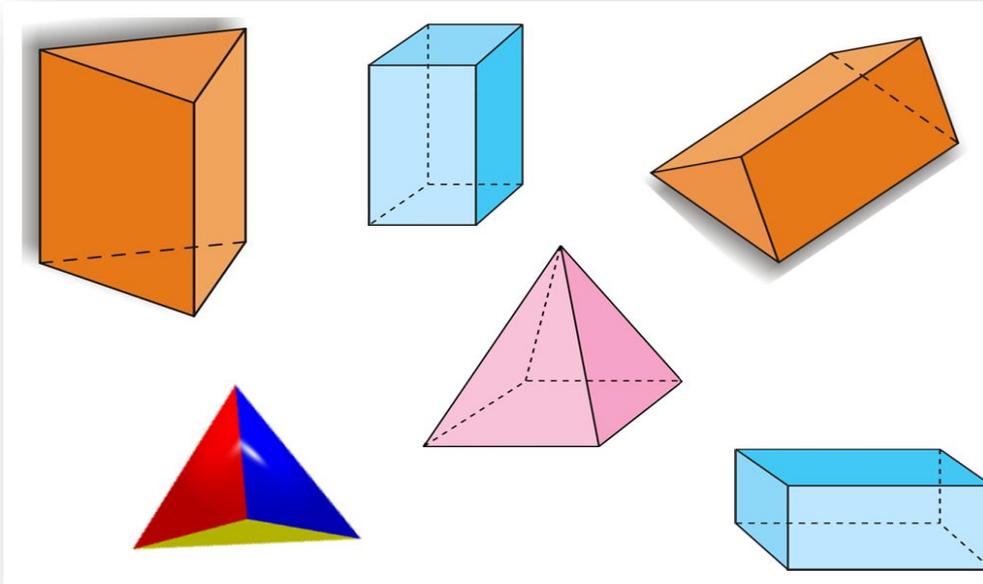


Ilustración 3. Composición imágenes, prismas y pirámides, actividad 3. Fuente: Elaboración propia

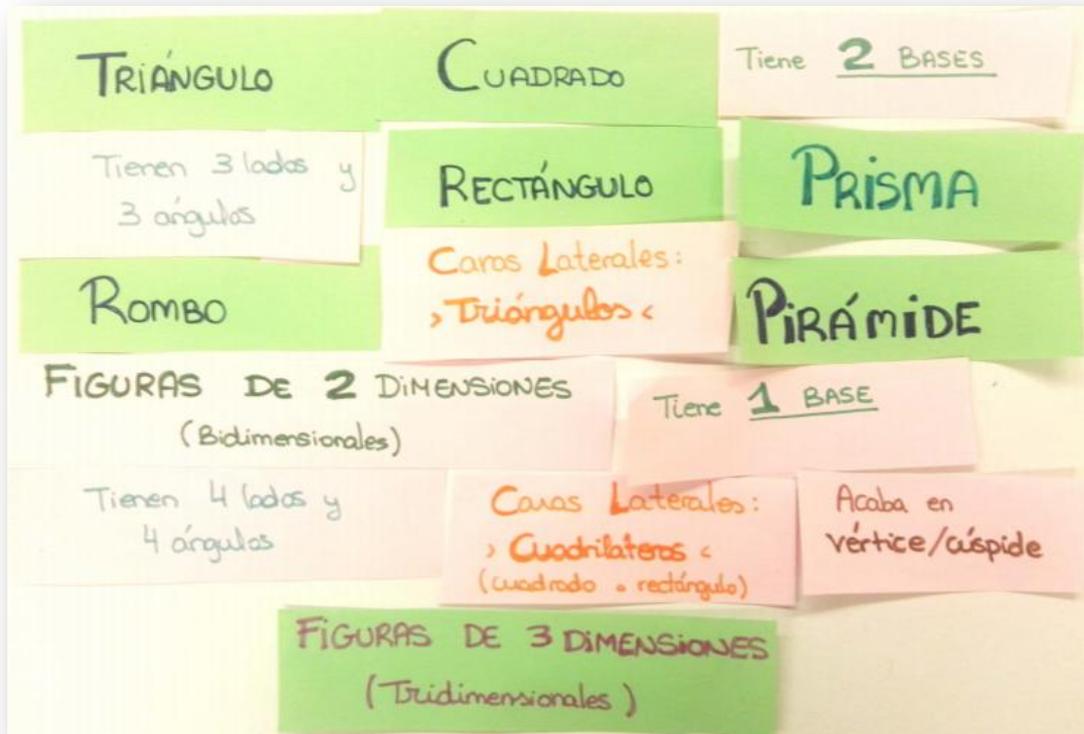
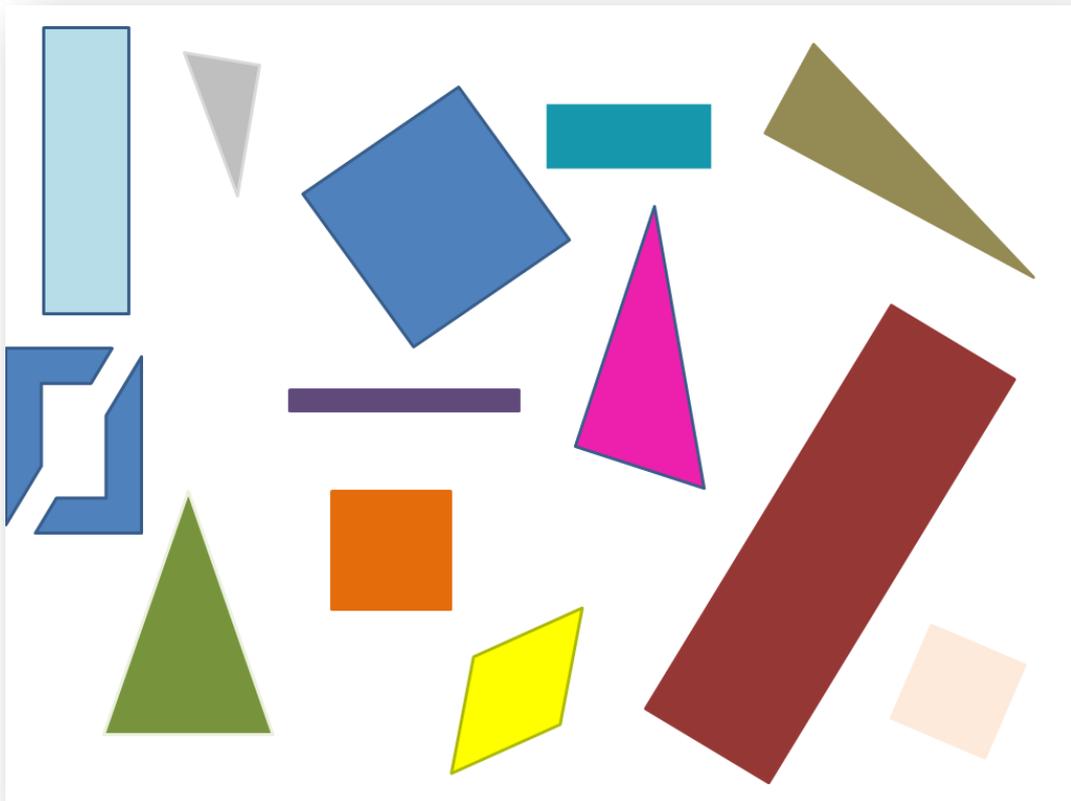


Ilustración 4. Tarjetas con características de cuerpos geométricos y figuras planas, actividad 5. Fuente: Elaboración propia



**Ilustración 5. Composición figuras planas, actividad 6. Fuente: Elaboración propia**

NOMBRE	TIPO	Nº VÉRTICES	Nº LADOS	Nº BASES	Nº CARAS

**Tabla 24. Plantilla actividad 8. Fuente: Elaboración propia**

## 8.2. Anexo II: Actividades resueltas por el alumnado

### \* Actividad 2

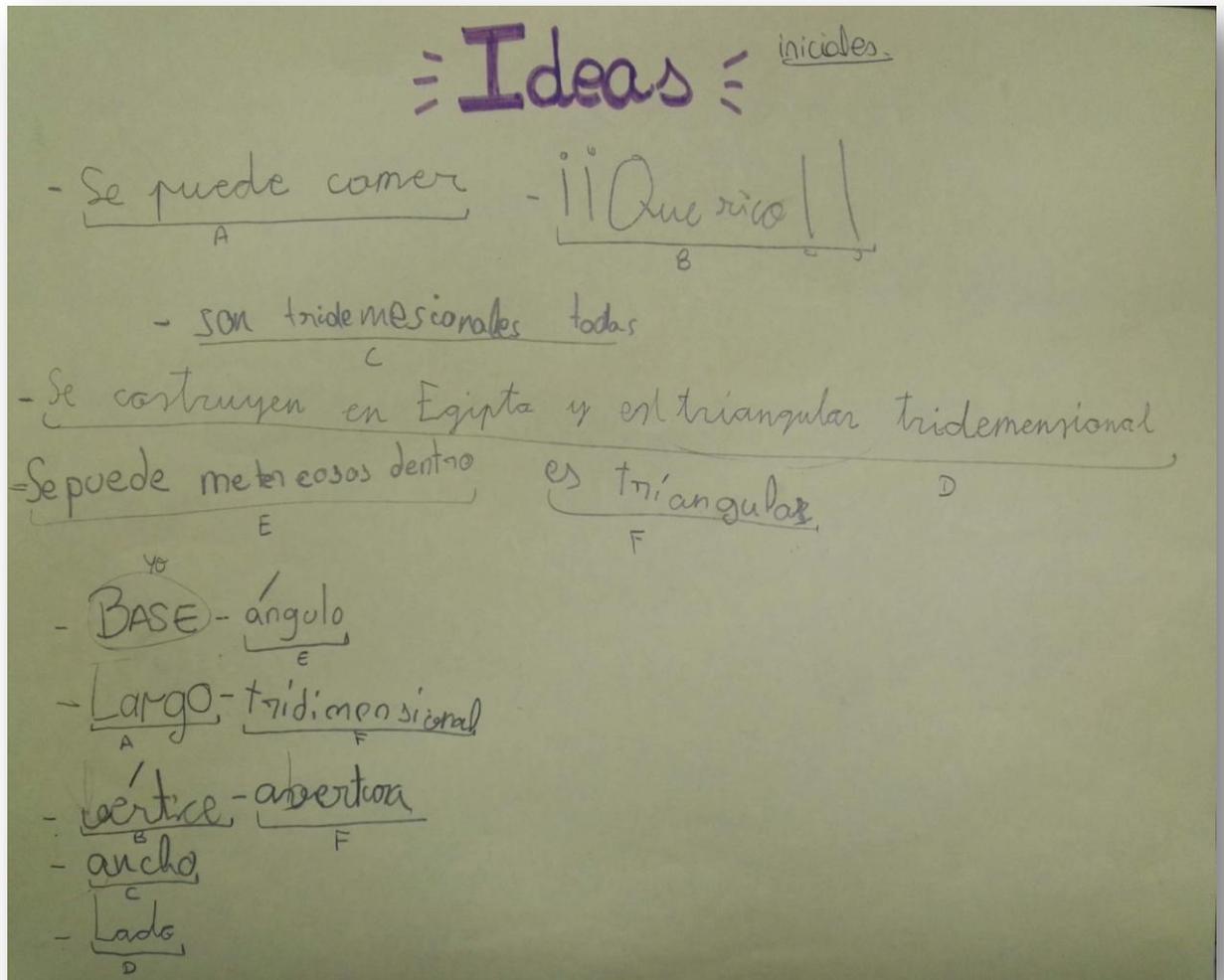


Ilustración 6. Lluvia ideas inicial

## > IDEAS < [FINALES]

- Tridimensional
  - Triangular
  - ángulo
  - base
  - Lado
  - vértice
  - abertura
  - Cuadrangular
  - largo - ancho
- prisma  
pirámide

Ilustración 7. Lluvia de ideas final

\* **Actividad 3**

Alumno A  
Piramide, de rubi  
Por debajo tiene forma cuadrangular  
todas se juntan en una punta  
los triangulos son iguales  
todas  
edificio, prisma  
tiene forma de triangulo  
tiene forma de prisma  
Bases, cajas, ladrillo, cules  
tiene forma de cules

---

**Ilustración 8. Respuesta alumno A**

Alumno B

triángulos	cuadrilátero
prisma	Rectángulo
pirámide	cuadrado
taladro	ladrillos, cables y caja
(tridimensional)	(tridimensional)

Ilustración 9. Respuesta alumno B

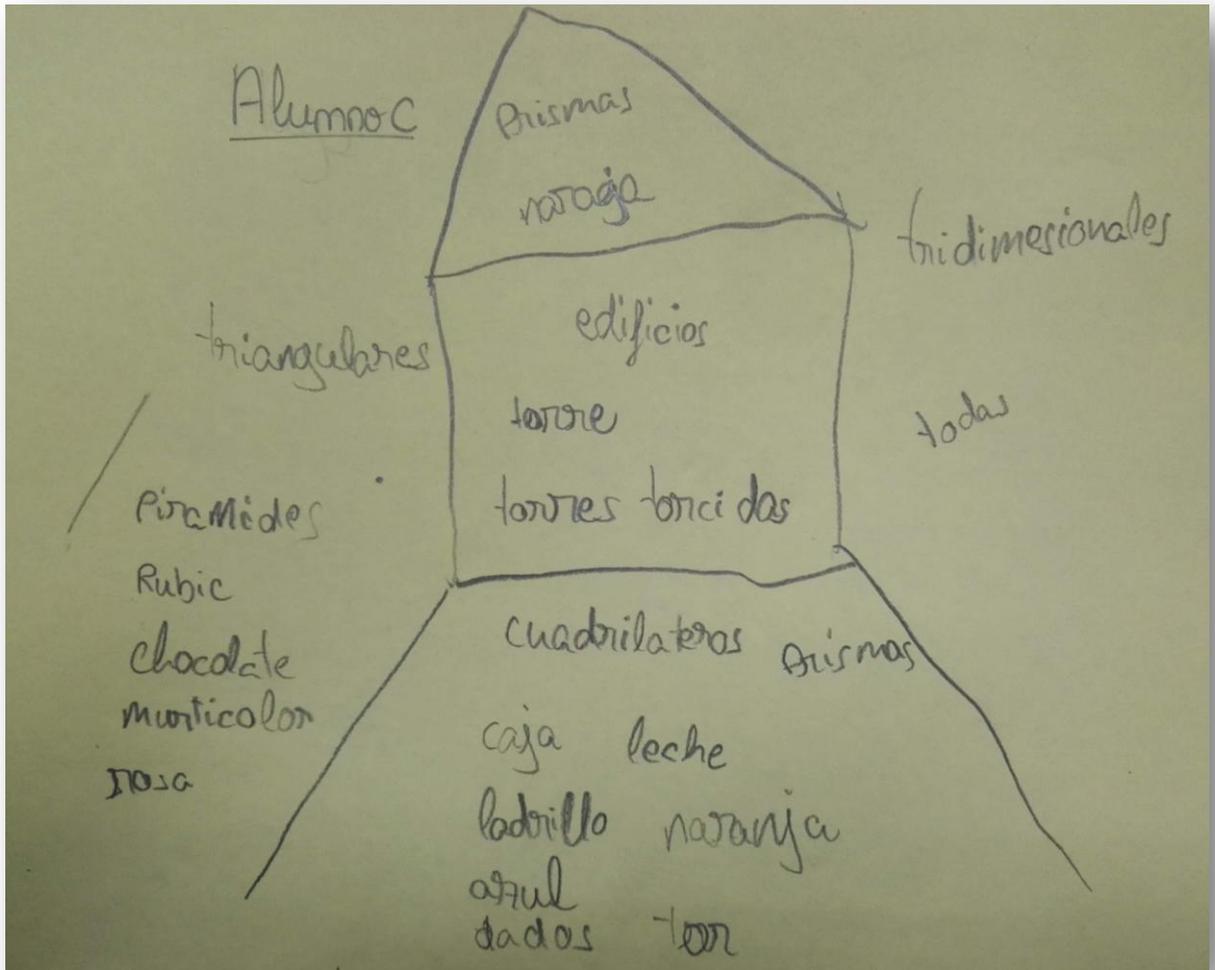


Ilustración 10. Respuesta alumno C

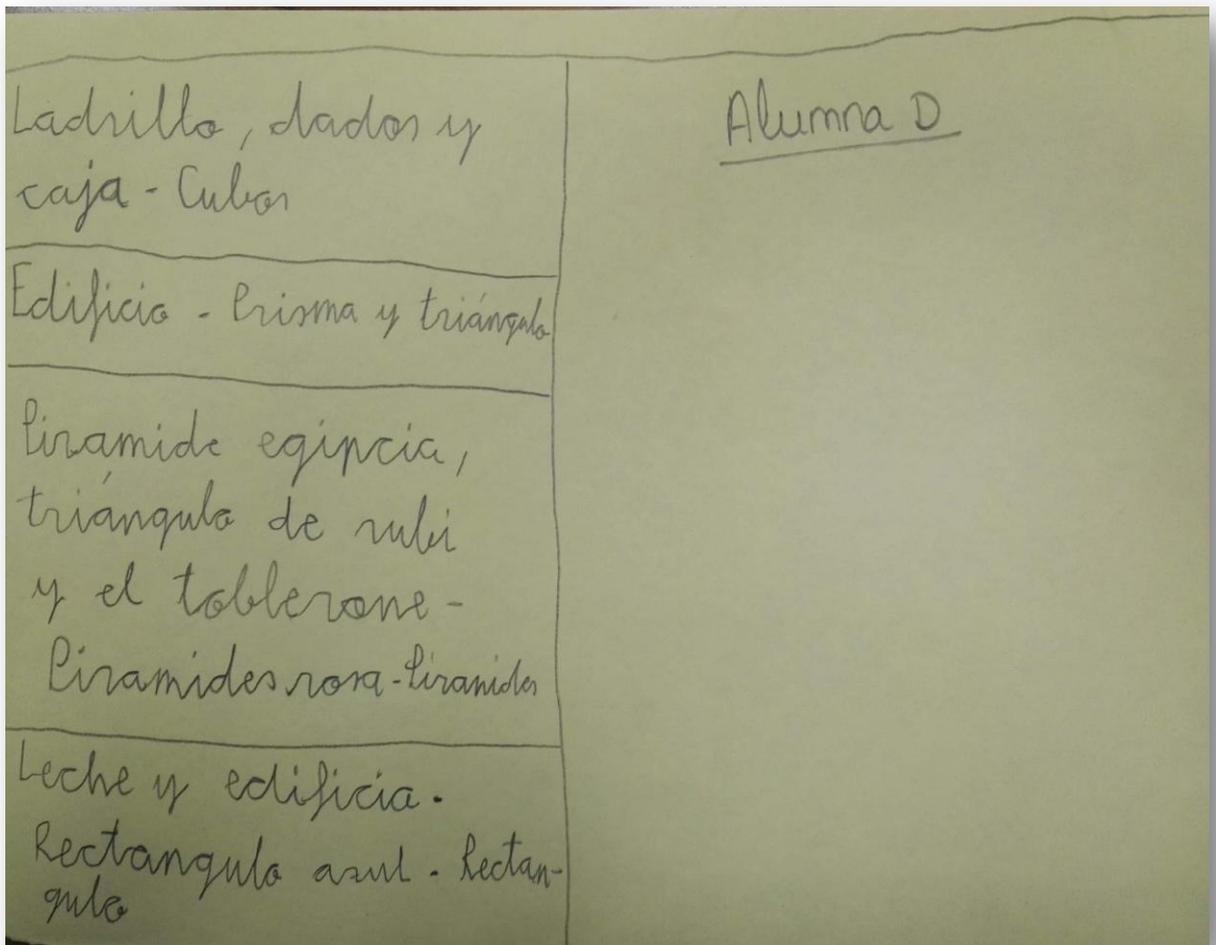


Ilustración 11. Respuesta alumna D

Alumna E

piramides	Cuba
Toblerone	dados
cubo rubi	caja
piramide egi-	ladzillo
pta.	caja
edificio	leche
naranga	naranga
colores	tonne
rosa	azul

Ilustración 12. Respuesta alumna E

Alumna F de Rubik  
piramide ~~tirante~~ de 97 + bi celalato 170  
cage ladder dados azul  
Torres edificia lece ~~marabja~~ aranja

Ilustración 13. Respuesta alumna F

\* Actividad 4

Alumno A

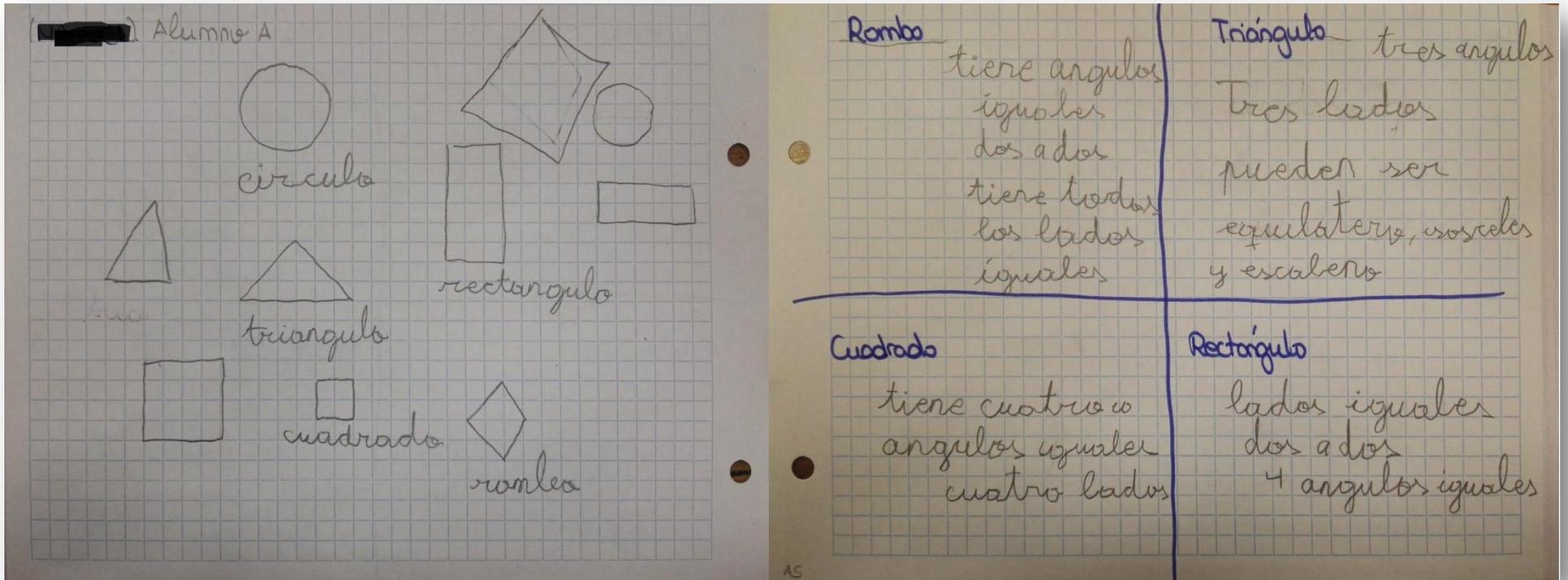


Ilustración 14. Respuestas, alumno A

Alumno B

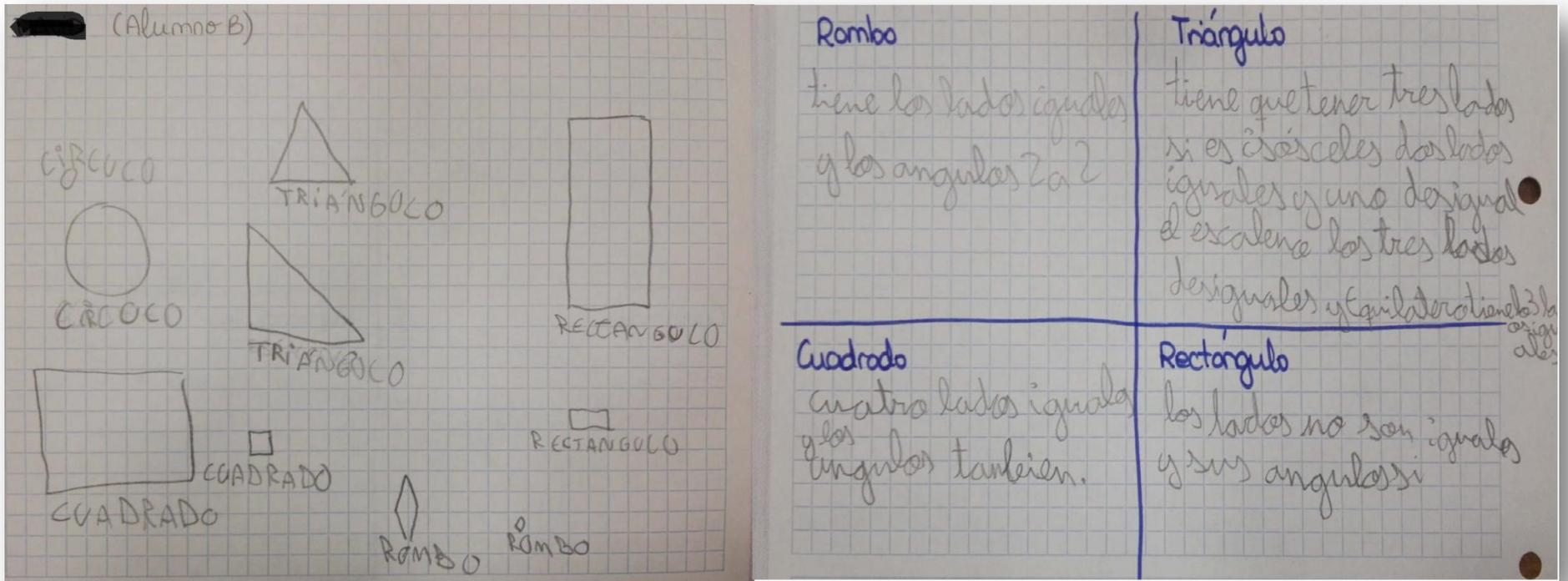


Ilustración 15. Respuestas, alumno B

Alumno C

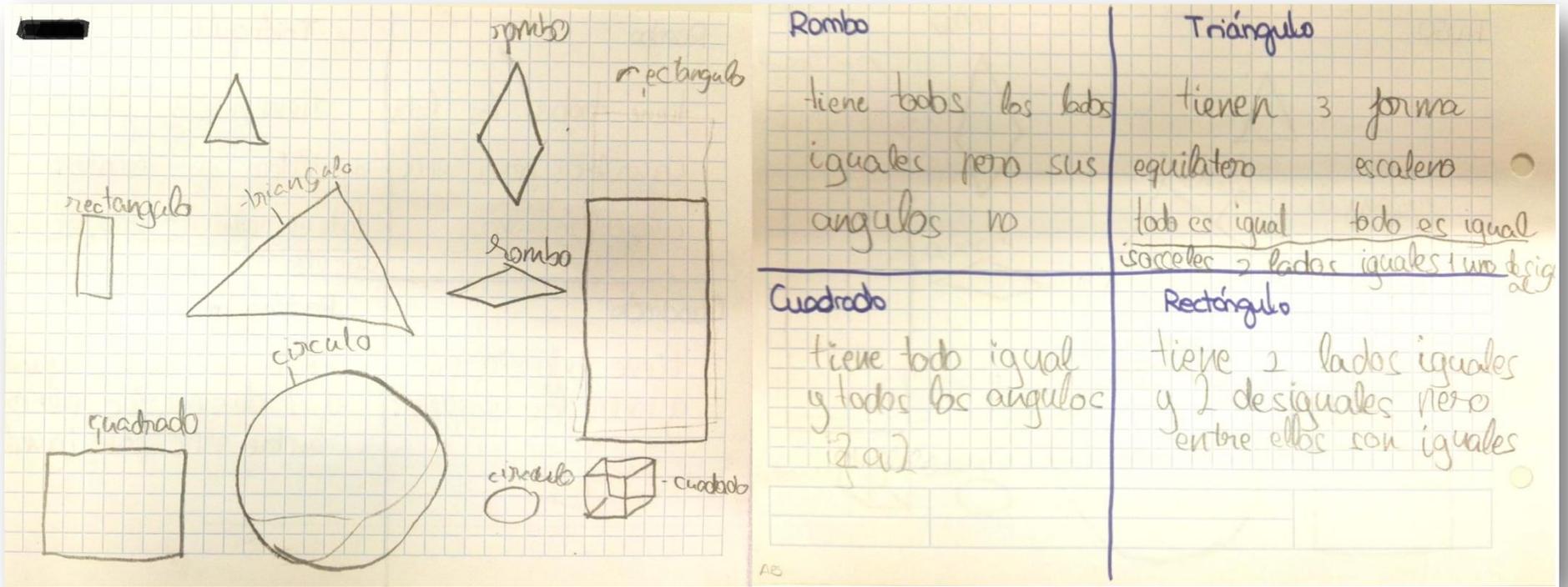


Ilustración 16. Respuestas, alumno C

Alumna D

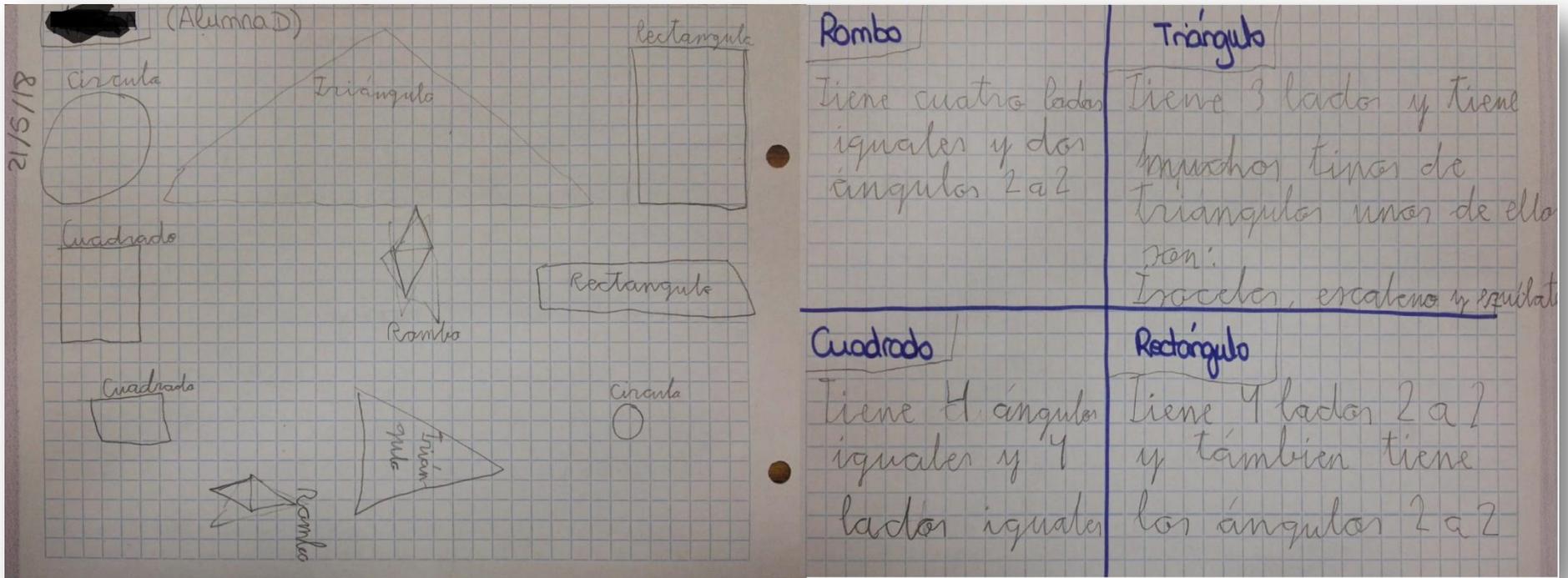


Ilustración 17. Respuestas, alumna D

Alumna E

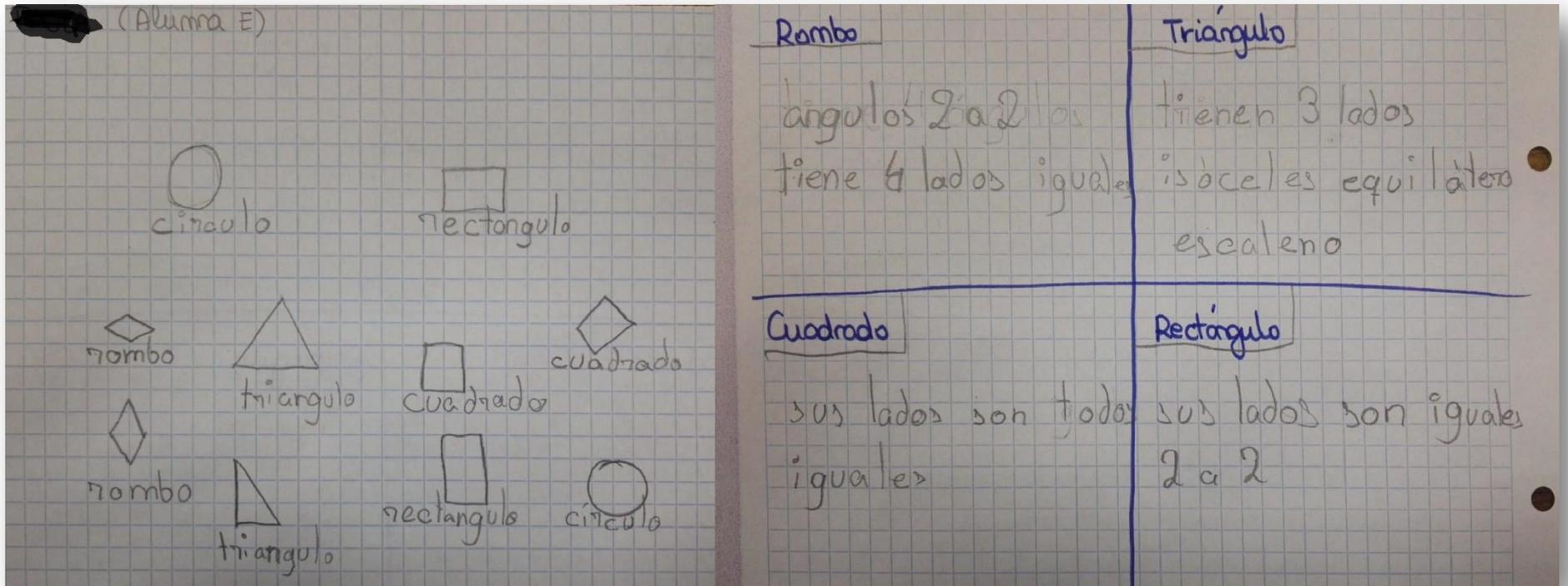


Ilustración 18. Respuestas, alumna E

Alumna F

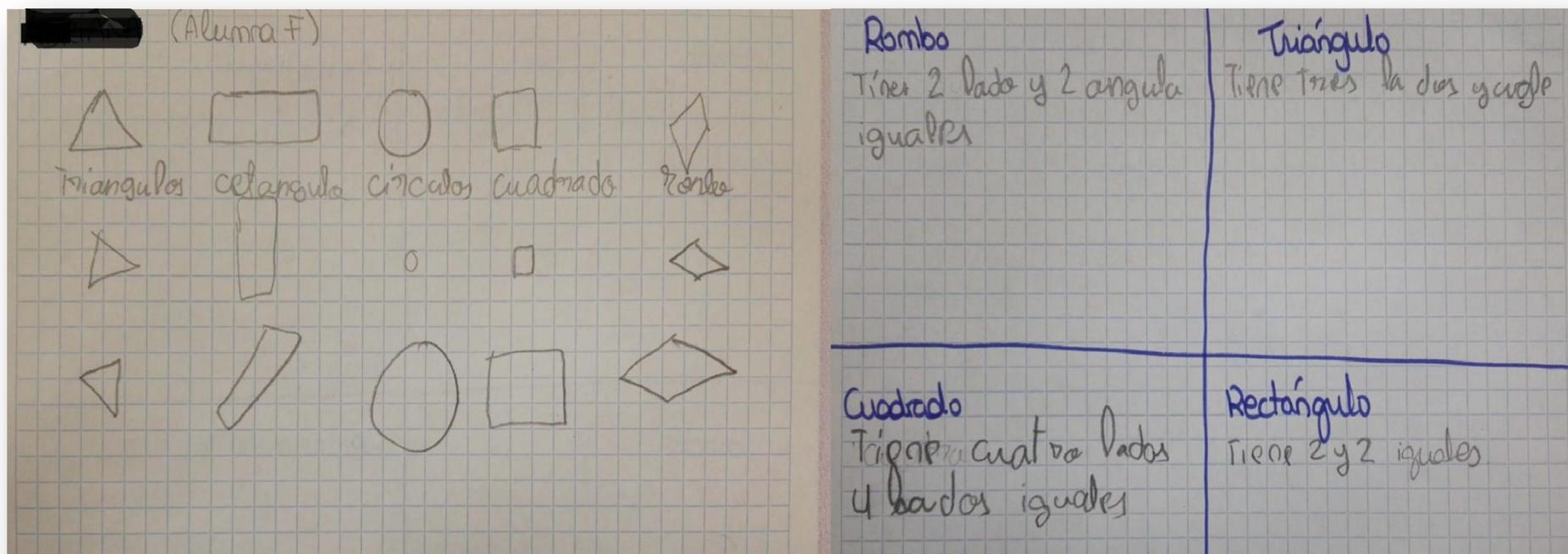


Ilustración 19. Respuestas, alumna F

\* **Actividad 5**

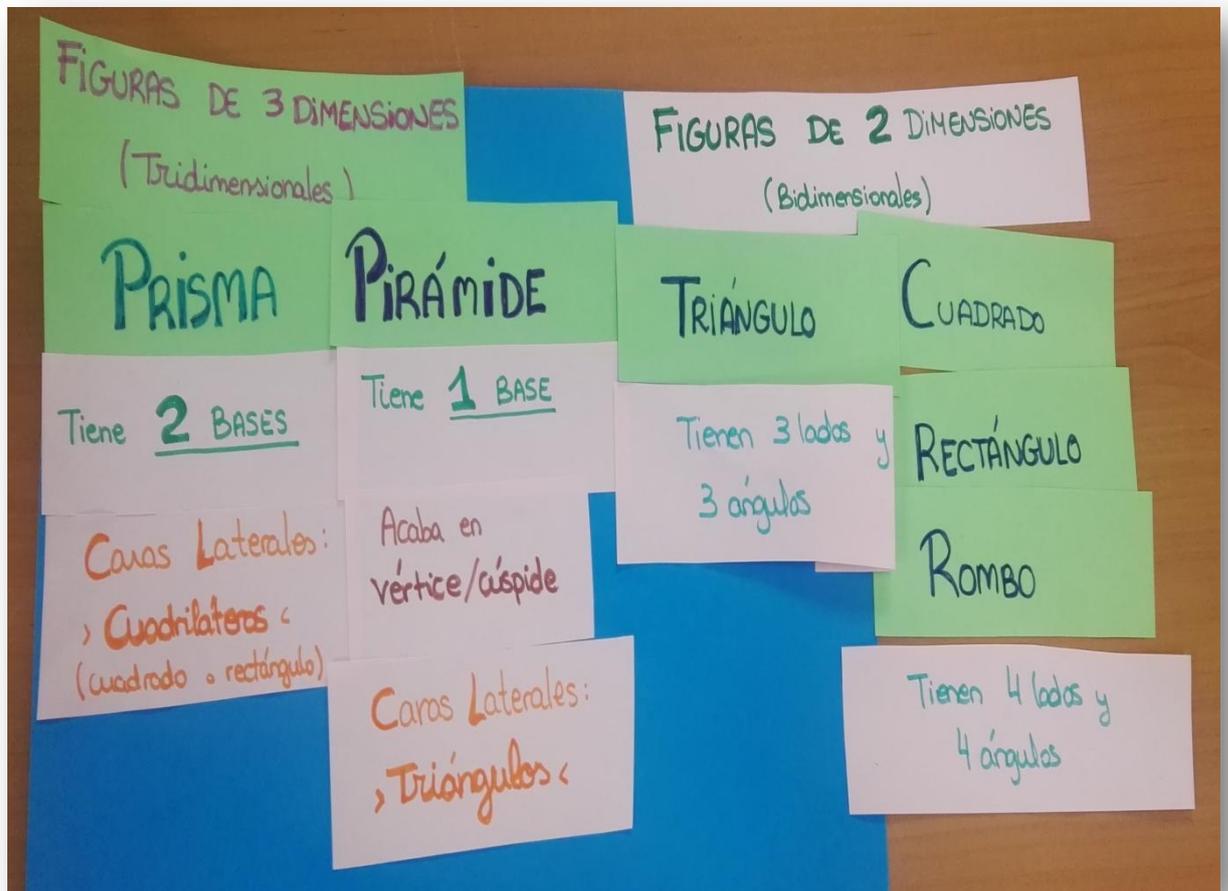
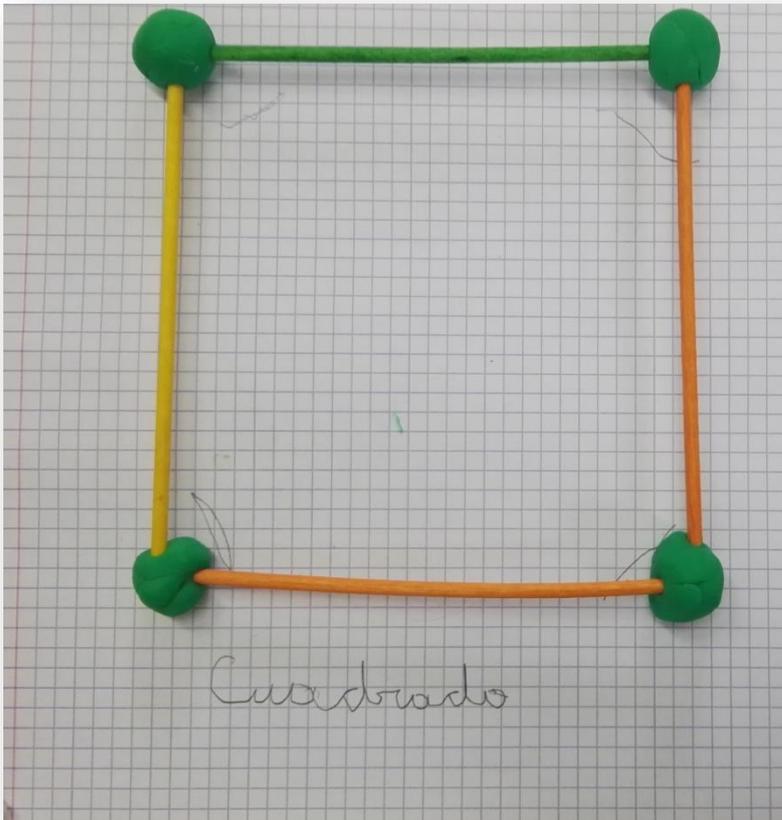


Ilustración 20. Mapa ideas grupal

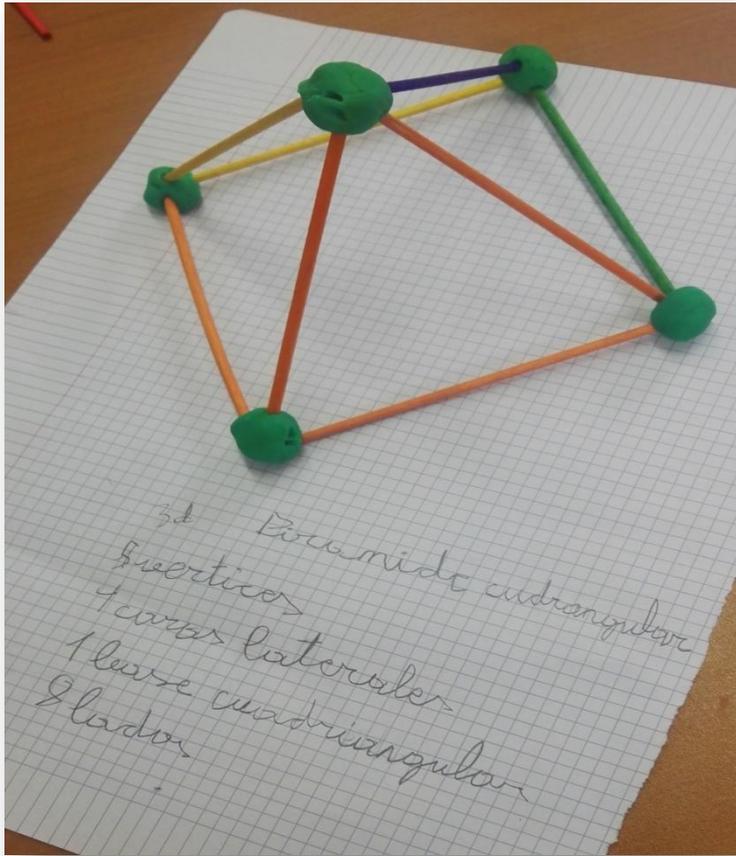
\* Actividad 7

Alumno A



---

Ilustración 21. Figura plana, alumno A



**Ilustración 22. Pirámide, alumno A**

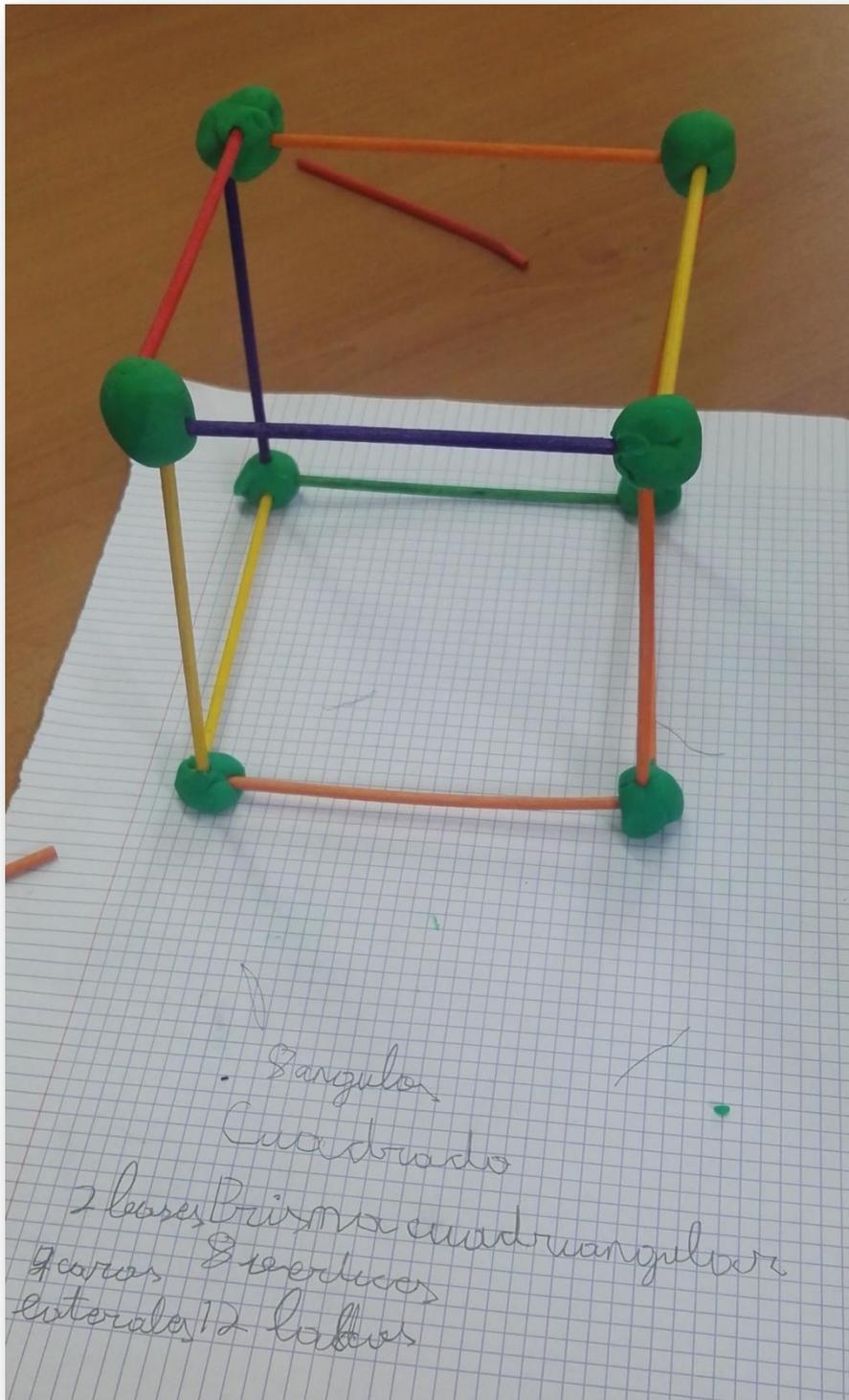


Ilustración 23. Prisma, alumno A

Alumno B

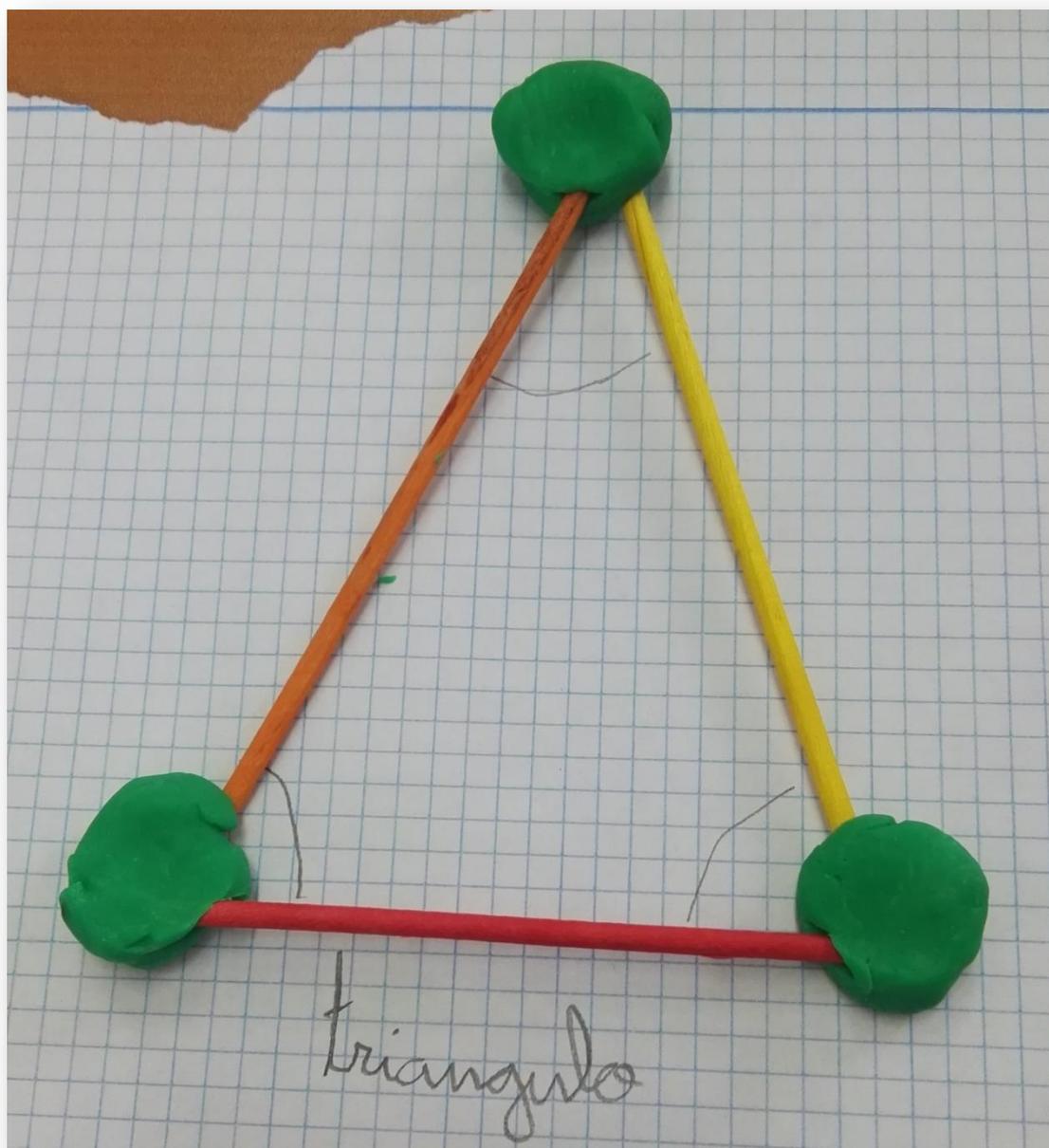


Ilustración 24. Triángulo, alumno B

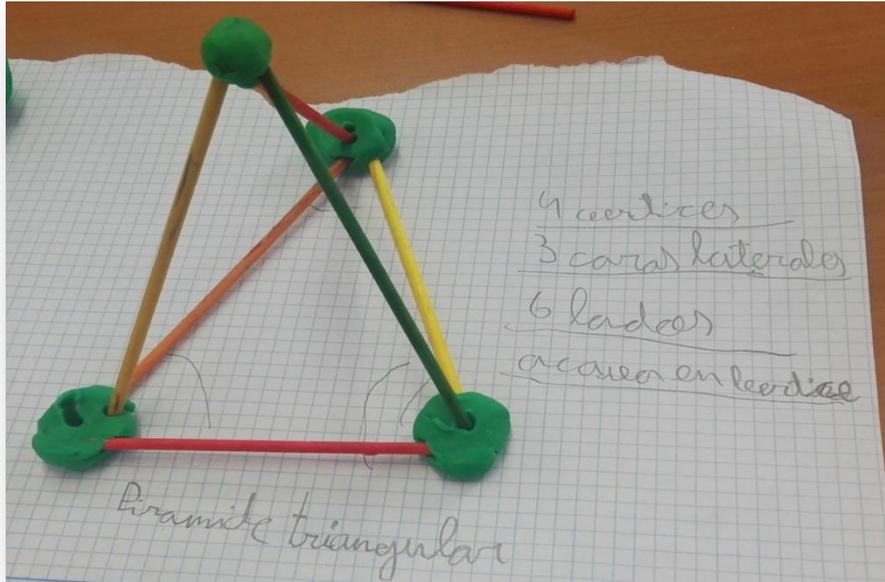


Ilustración 25. Pirámide, alumno B

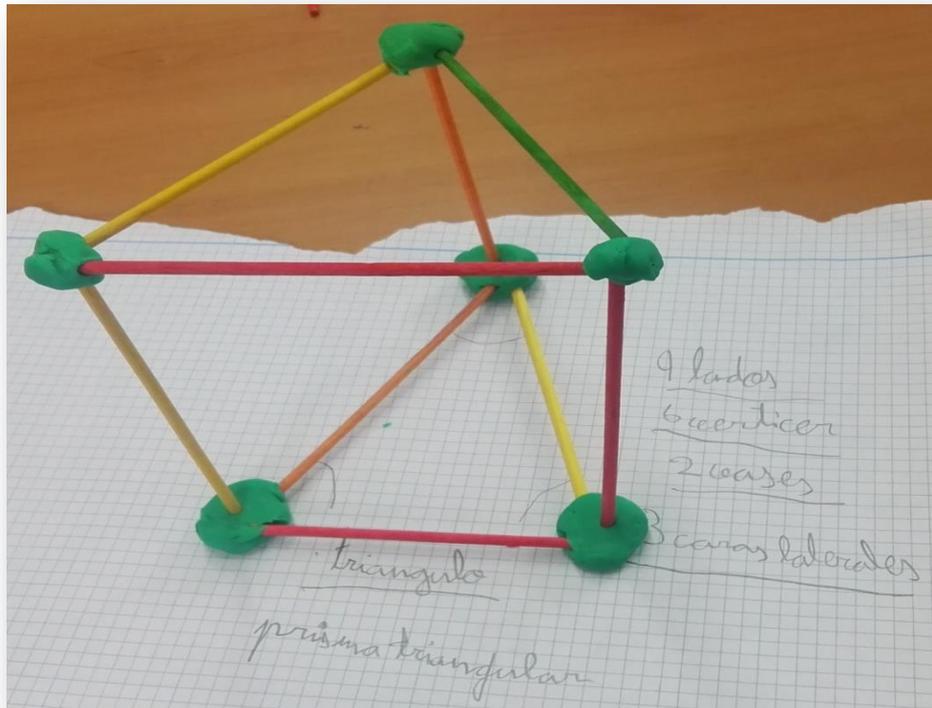


Ilustración 26. Prisma, alumno B

Alumno C

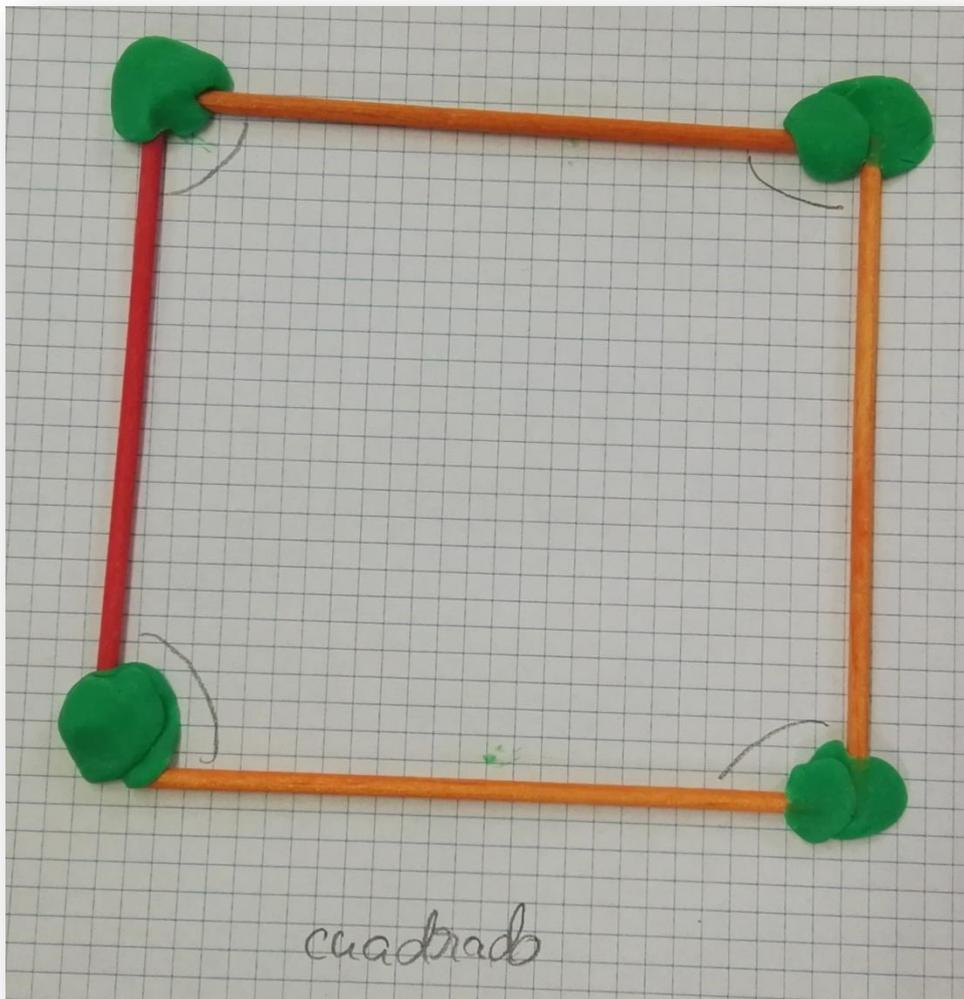


Ilustración 27. Cuadrado, alumno C

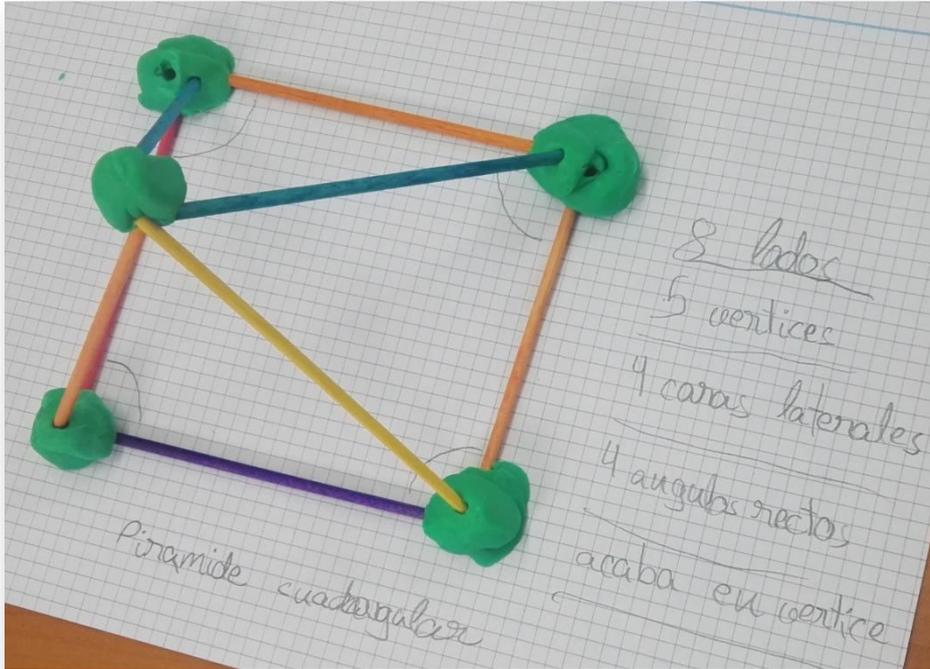


Ilustración 28. Pirámide, alumno C

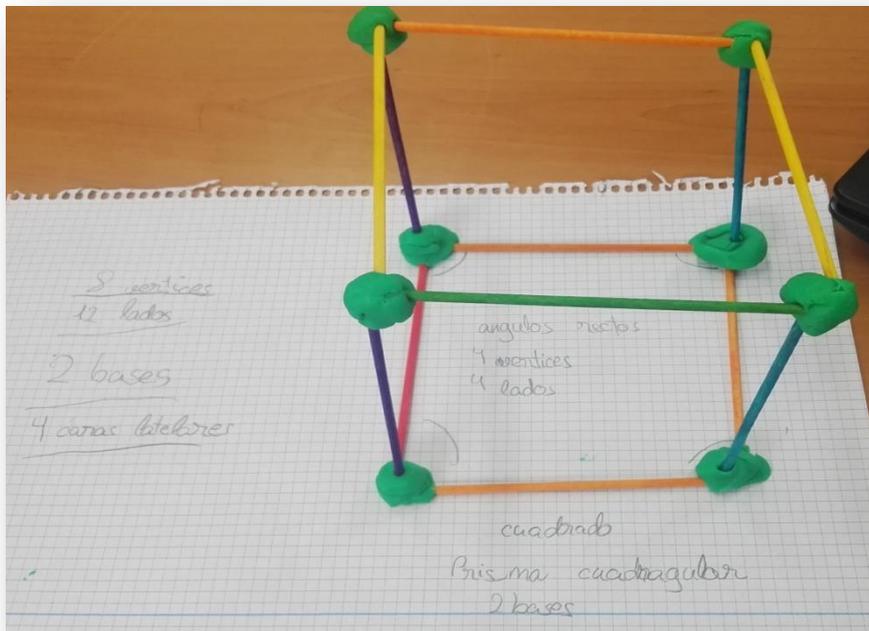
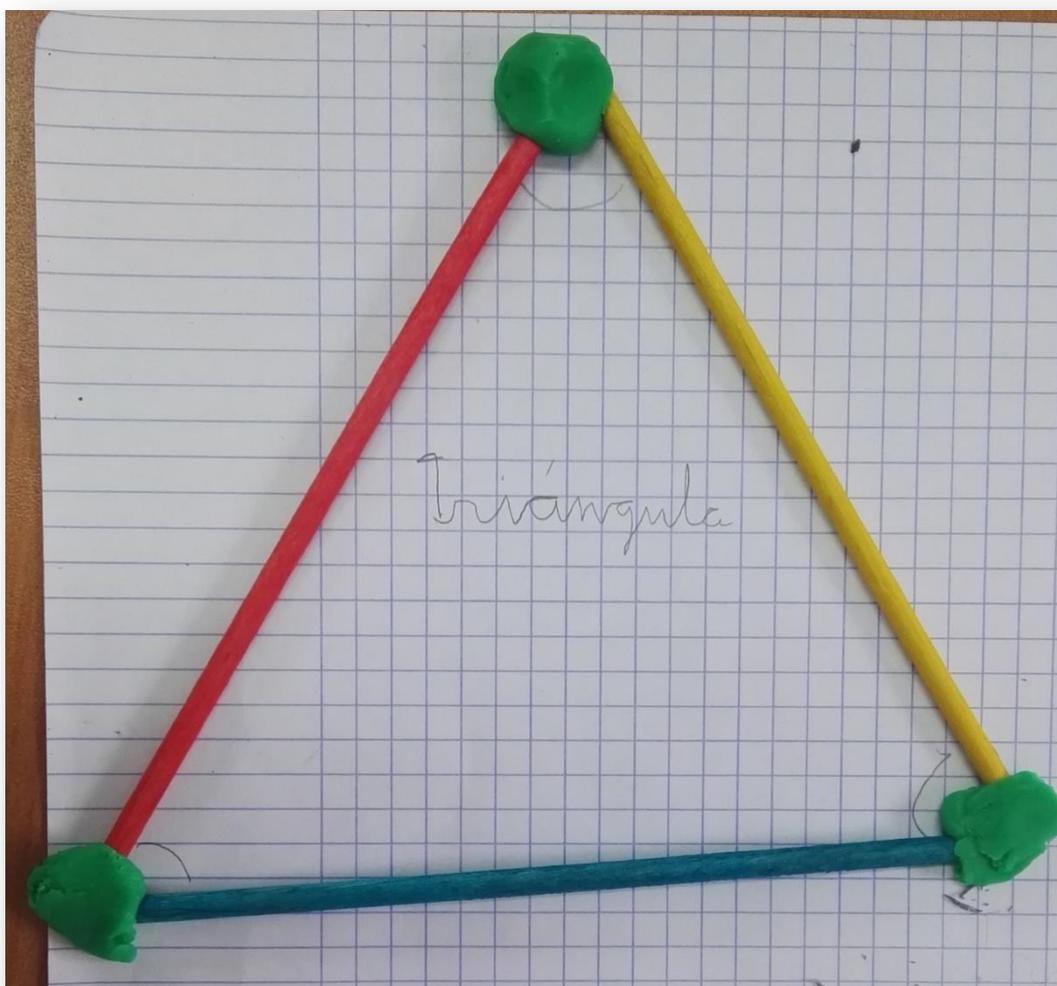


Ilustración 29. Prisma, alumno C

**Alumna D**



**Ilustración 30. Triángulo, alumna D**

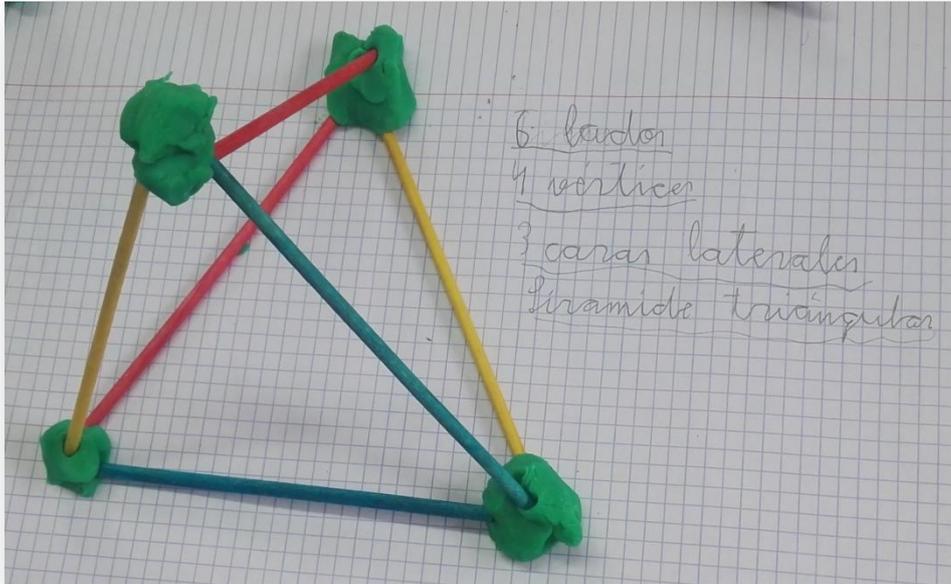


Ilustración 31. Pirámide, alumna D

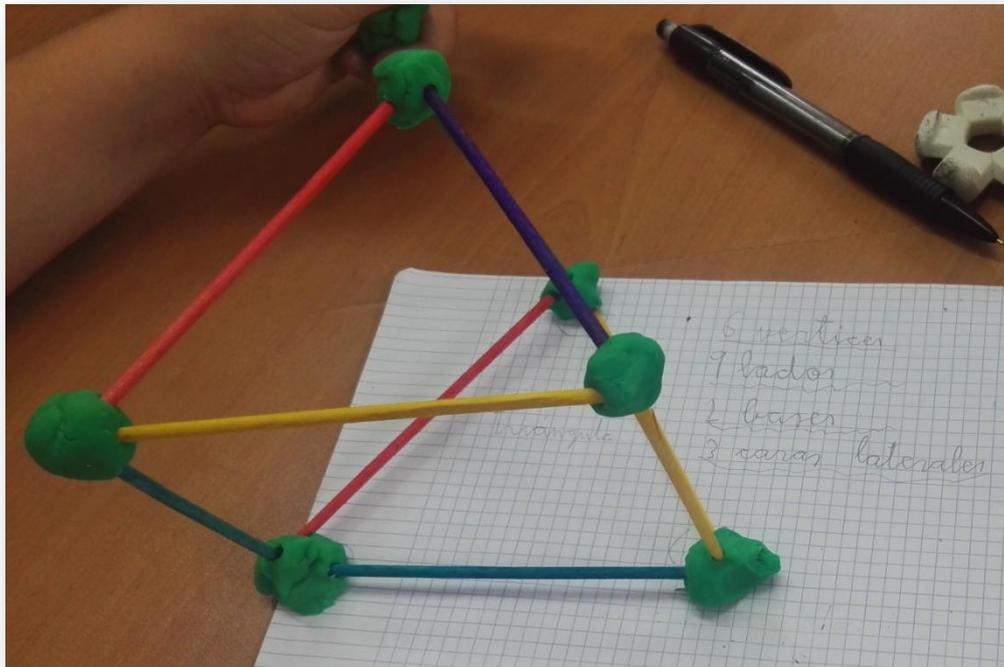
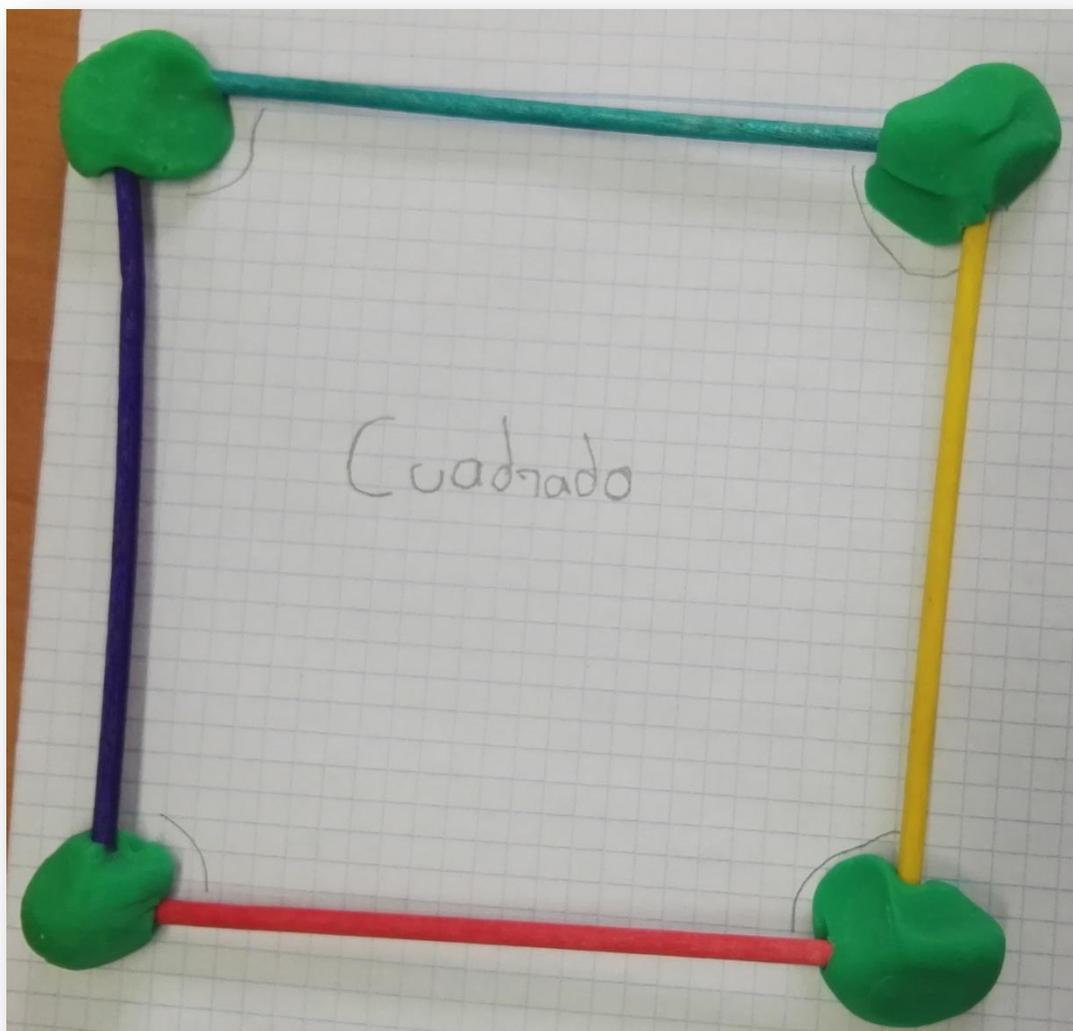


Ilustración 32. Prisma, alumna D

**Alumna E**



**Ilustración 33. Cuadrado, alumna E**

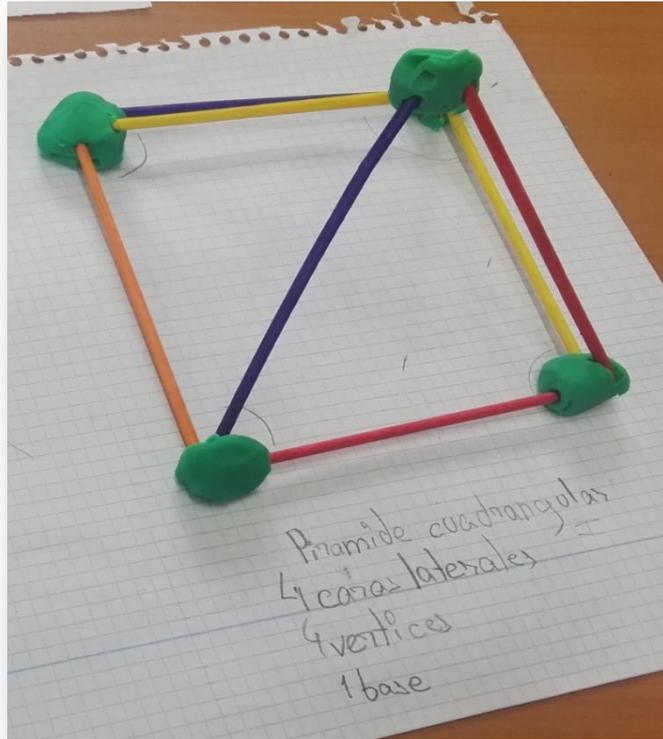


Ilustración 34. Pirámide, alumna E

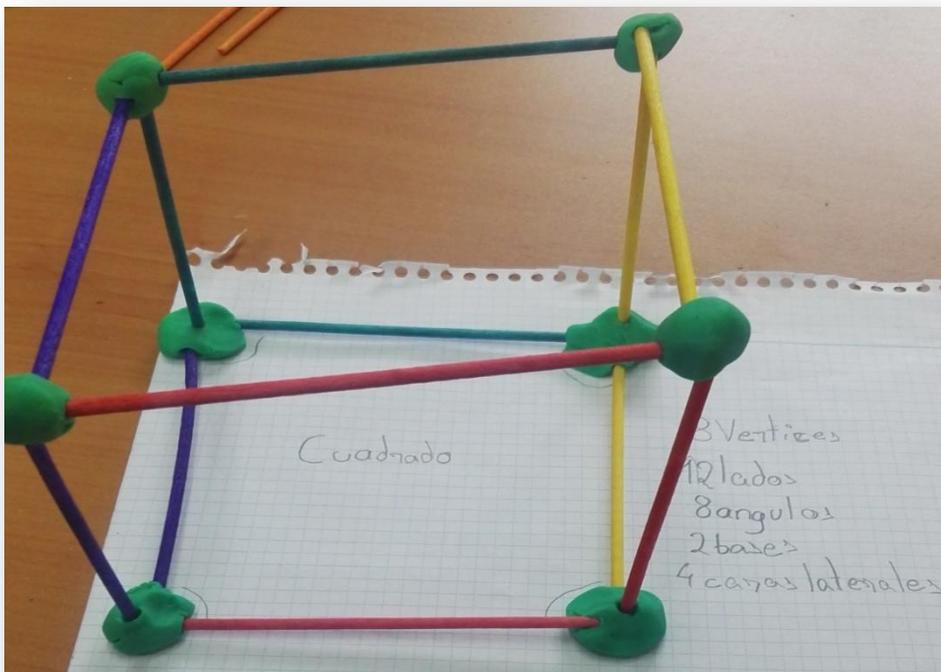


Ilustración 35. Prisma, alumna E

Alumna F

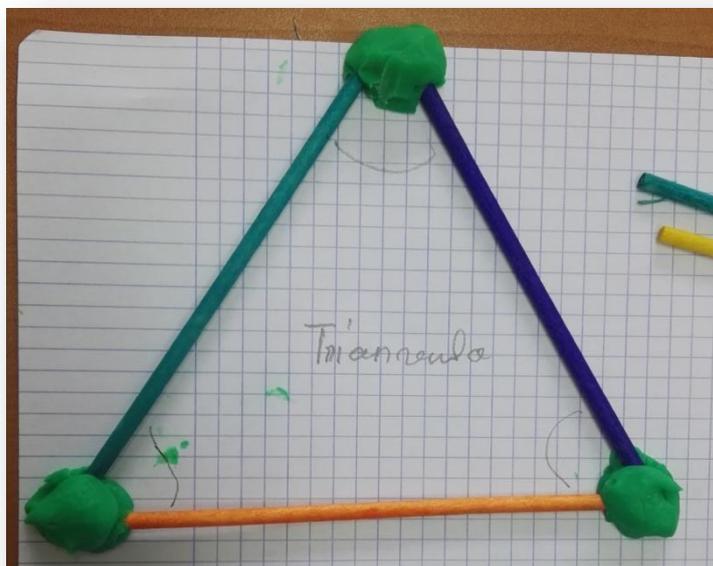


Ilustración 36. Triángulo, alumna F

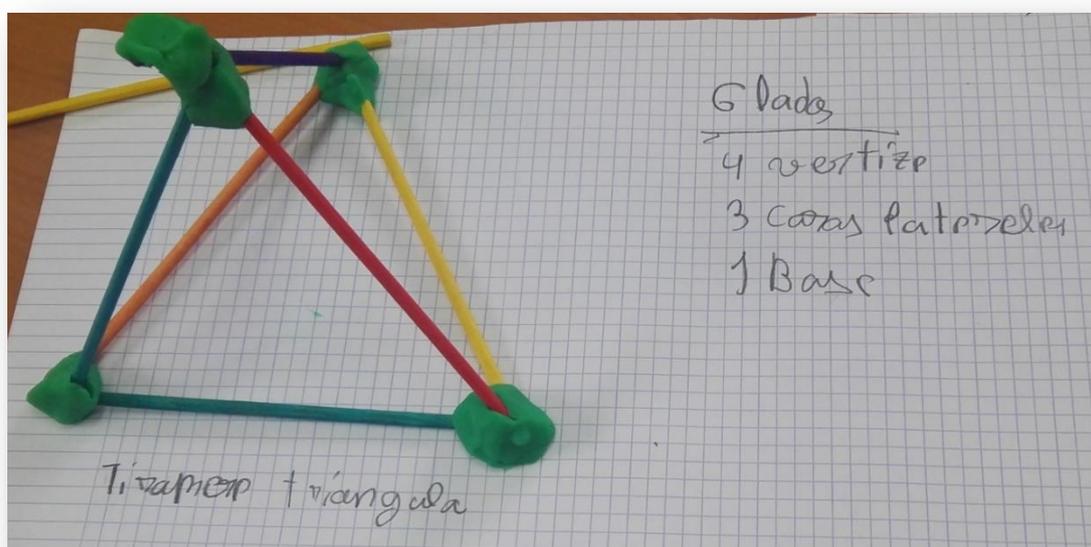


Ilustración 37. Pirámide, alumna F

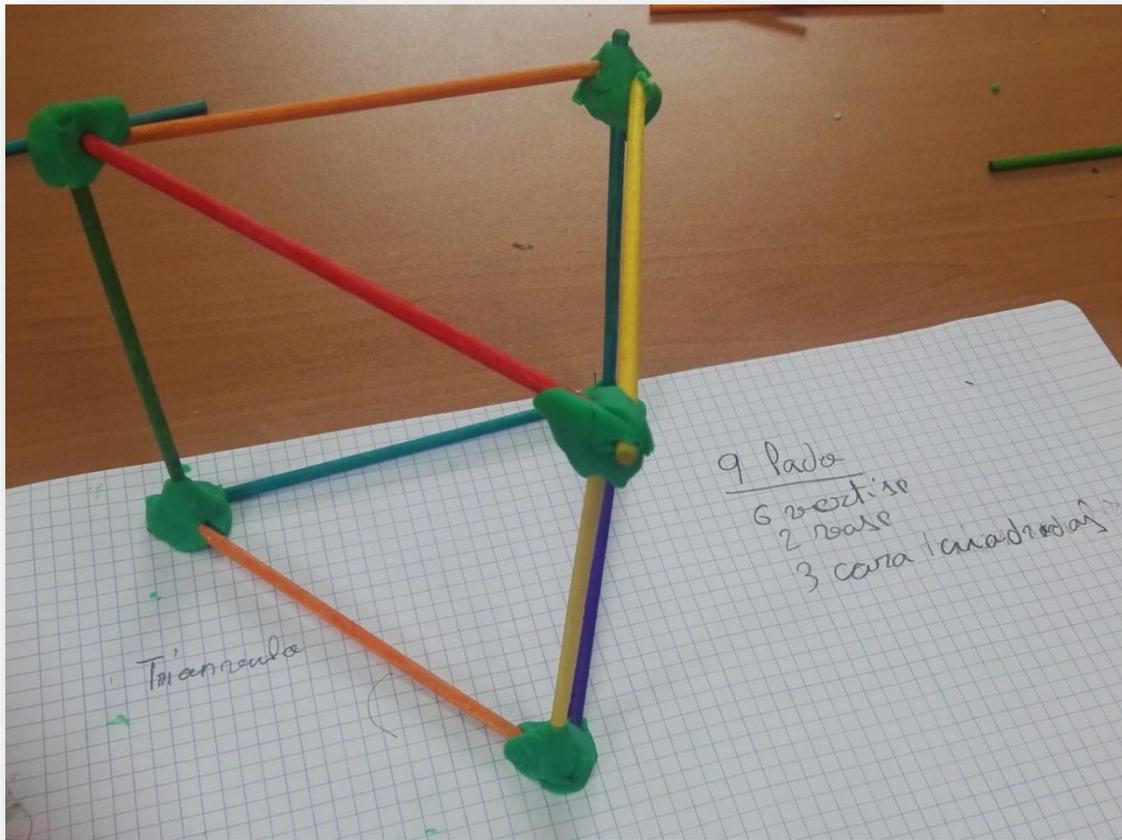


Ilustración 38. Prisma, alumna F

\* **Actividad 8**

Nombre	Tipo	N° vértices	N° lados	N° bases	N° caras
Triángulo	2d	3	3		
Cuadrado	2d	4	4		
Prisma triangular	3d	<u>9</u>	9	2	3
Prisma triangular	3d	4	6	1	3
Prisma cuadrangular	3d	<u>12</u>	12	2	4

Alumno A

Ilustración 39. Respuesta, alumno A

Nombre	Tipo	Nº vertices	Nº lados	Nº bases	Nº caras
cuadrado	2D	4	4		
Rectangulo	2D	4	4		
piramide cuadrangular	3D	5	8	1	4
triangulo	2D	3	3		
prisma triangular	3D	6	3	2	2

Alumno B

Ilustración 40. Respuesta, alumno B

Nombre	Tipo	N° vértices	N° lados	N° bases	N° caras
Rombo	2D	4	4		
Triángulo	2D	3	3		
Prisma triangular	3D	6	<u>6</u>	2	3
Prisma cuadrangular	3D	<u>8</u>	<u>8</u>	<u>1</u>	4
Rectángulo	2D	4	4		

Alumno C

Ilustración 41. Respuesta, alumno C

Nombre	Tipo	Nº vértices	Nº lds	Nº bases	Nº Caras
Cuadrado	2 d	4	4		
Triángulo	2 d	3	3		
Prisma triangular	3 d	6	9	2	3
Pirámide triangular	3 d	4	6	1	3
Pirámide cuadrangular	2 d	5	8	4	5

Alumna D

Ilustración 42. Respuesta, alumna D

Nombre	Tipo	Nº vértices	Nº lados	Nº bases	Nº caras
Cuadrado	2d	4	4	1	
Triángulo	2d	3	3	<u>1</u>	4
piramide triangular	3d	<u>3</u>	<u>3</u>	1	3
Prisma cuadrangular	3d	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>1</u>	4
Rectángulo	2d	4	4	1	1

Alumna E

Ilustración 43. Respuesta, alumna E

Nombre	Tipo	N° Vertices	N° Nodos	N° bases	N° caras
pentágono	2D	4	4	1	
Triángulo	2D	3	<u>4</u>	1	
Triángulo Triangular	3D	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>1</u>	3
Triángulo Triangular	3D	<u>3</u>	<u>3</u>	1	3
cuadrado (rombo)	2D	4	4		

Alumna F

Ilustración 44. Respuesta, alumna F