

Jose Manuel Peña Aguayo  
Universidad de Sevilla  
Curso 2017/2018

## Índice

Resumen	2
1. Introducción	3
2. Justificación	7
3. Objetivos	9
4. Marco teórico	10
4.1 <i>Formación y desarrollo profesional del docente</i>	10
4.2 <i>Profesor experto</i>	12
4.3 <i>Conocimientos del docente</i>	14
4.4 <i>Conocimientos matemáticos</i>	15
4.5 <i>Enseñanza-aprendizaje de los números racionales</i>	19
5. Marco legal	21
6. Metodología	23
7. Análisis de los resultados	26
7.1 Entrevista	28
7.2 <i>Síntesis de las categorías encontradas</i>	35
8. Conclusiones	39
9. Referencias	41

## **Resumen**

El presente trabajo tiene por objetivo analizar el conocimiento especializado que posee un maestro de Educación Primaria en relación con la enseñanza de los números racionales. En tal sentido, se realiza un análisis en el que se buscó conocer cuál es la importancia los subdominios dentro de la práctica docente, en el marco de lo que se conoce como *conocimiento especializado del profesor de matemáticas o MTSK* (por las siglas en inglés de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*); lo que permite, a su vez, determinar los conocimientos que despliega el docente en su práctica. Se trata de una investigación de carácter cualitativo, donde se tiene como diseño el estudio de caso. Dicho caso de estudios lo constituye un maestro de matemáticas en Educación Primaria de una escuela en Andalucía, que tiene ocho (8) años de experiencia profesional. Como técnica para recoger la información se utiliza la entrevista en profundidad. Esta información se sometió a una categorización a partir del cual se concluyó que, para el caso de estudio de la presente investigación, hay mayor importancia con respecto al conocimiento didáctico del contenido (PCK), por encima del conocimiento del contenido matemático (MK).

Palabras claves: MTSK – Educación Primaria – números racionales

## **Abstract**

The objective of this paper is to analyze the specialized knowledge that a Primary Education teacher possesses in relation to the teaching of rational numbers. In this sense, an analysis is carried out in which it was sought to know what is the importance of the subdomains within the teaching practice, within the framework of what is known as specialized knowledge of the mathematics teacher or MTSK (for the abbreviations in English of Mathematics Teacher's Specialized Knowledge); what allows, in turn, to determine the knowledge that the teacher deploys in his practice. This is a qualitative research, where the case study is designed. Said case study is a Mathematics teacher in Primary Education of a school in Andalusia, who has eight (8) years of professional experience. As a technique to collect the information, the in-depth interview is used. This information was subjected to a categorization from which it was concluded that, for the case of study of the present investigation, there is greater importance with respect to the didactic knowledge of the content (PCK), above the knowledge of the mathematical content (MK).

Keywords: MTSK - Primary Education - rational numbers

## 1. Introducción

En la *Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente* (2006/962/CE), se considera que, en un sentido general, la matemática es una de las competencias claves, “necesarias para la plena realización personal, la ciudadanía activa, la cohesión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento” (p. 4). Al respecto, se establece lo siguiente:

La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña — en distintos grados— la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas). (p. 6)

Esto quiere decir que el conocimiento matemático o aun la habilidad matemática, no deben ser visas en función únicamente del rendimiento académico o de lo que sucede en el aula de clases, sino con su aplicabilidad para la vida diaria de la persona, desde un punto de vista tanto personal como social, es decir, en su participación en la vida productiva, ya que ésta, al igual que las demás competencias, permiten contribuir al éxito de la sociedad y de la nación.

En el caso particular de la *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa* (LOMCE, 2013), la importancia de las matemáticas queda evidenciada en el hecho de que en todos los niveles (infantil, primaria, secundaria), se consideran un aprendizaje clave, por lo que se debe desarrollar las competencias al respecto. Por ejemplo, en el artículo 17, referido a la educación primaria, se señala que entre sus objetivos está:

Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana (p. 29)

De allí que la misma se contemple como asignatura en todos los cursos de todos, donde se incluyen diversos contenidos, según los diferentes niveles.

Ahora bien, en relación con la enseñanza de las matemáticas, lo ideal es que se desarrolle en el marco de una pedagogía centrada en el alumno, donde se dé respuesta a sus necesidades y se responda al estilo de aprendizaje de cada uno, de manera que se puedan consolidar las competencias que se han propuesto como objetivo. Al respecto, se sugiere utilizar metodologías flexibles, basadas en la experiencia de lo concreto, mostrando cómo se pueden aplicar los principios estudiados en la vida cotidiana; asimismo, utilizar estrategias que fomenten el interés, la participación activa y el deseo de investigar por parte del estudiante, así como recursos novedosos y actualizados, incluyendo las nuevas tecnologías.

Esto implica, pues, de parte del docente, un conocimiento sobre lo que hace (didáctico) y sobre lo que enseña (matemática); sobre esto, Flores, García, Hernández y Sosa (2013) dicen que el profesional “debiera dominar el saber matemático, conocer cómo aprenden los estudiantes, para que sobre estas bases, pueda utilizar o diseñar los métodos, procedimientos y medios didácticos que posibiliten tal aprendizaje” (p. 12). Sin embargo, de acuerdo con diversos estudios (González-Pianda, Núñez, Alvarez, González, González-Pumariega y Roces, 2003), los resultados en cuanto a los aprendizajes en matemáticas son exactamente lo opuesto de lo ideal:

... la mayoría de los alumnos, y también la población en general, tienen serias dificultades para comprender y usar el conocimiento matemático. Los índices de fracasos en esta materia son muy altos, sobre todo en los últimos años de la Educación Primaria y de la Educación Secundaria. Algunos estudios (Lapointe, Mead y Philips, 1989) muestran como en la mayoría estos países más de un 50% de los alumnos que terminan la escolaridad obligatoria no han alcanzado niveles de conocimiento matemático básico que les permita, por ejemplo, hallar la media de varias magnitudes o resolver problemas que impliquen seguir varios pasos para ser solucionados. (p. 350)

En el caso de España, esto se evidencia en los resultados reflejados en el informe Pisa (Viera, 2015). Según los resultados publicados a partir de la última aplicación de la prueba conocida como PISA (siglas en inglés de *Programme for International Student Assessment*: Programa Internacional

para la Evaluación de Estudiantes), en Matemáticas, los alumnos españoles obtuvieron 486 puntos; por debajo del promedio de los demás países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) que obtuvieron 490 y de los demás miembros de la Unión Europea (493).

En líneas generales, el aprendizaje de las matemáticas, en la percepción que tienen muchos estudiantes, puede ser el momento menos grato de todos cuantos tienen lugar en la escuela. A la dificultad misma que se genera por la naturaleza de los contenidos o procesos a estudiar se suma la rigidez académica de los maestros, los métodos poco atractivos y novedosos, la monotonía en las estrategias de enseñanzas, limitadas muchas veces a la resolución de problemas y ejercicios, sin dejar de mencionar el componente actitudinal, donde a la amenaza constante de algunos docentes de aplazar a los estudiantes que no muestren buen comportamiento, se suma la falta de respuesta acerca de la utilidad de los aprendizajes o la poca convicción con que los maestros responden tales cuestionamientos de los alumnos acerca de para qué les servirá en un futuro un polinomio o un trinomio cuadrado perfecto.

Este es un panorama bastante complejo, donde interactúa una multiplicidad de factores, relacionados con el estudiante, sus actitudes, dificultades, con la naturaleza del objeto de estudio, con el docente y los enfoques o métodos de enseñanza, entre otros. En el caso particular del presente trabajo, se pretende abordar uno de dichos factores, al analizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK, por las siglas en inglés de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*); específicamente, los que posee un maestro de matemáticas de una escuela de Educación Primaria en la comunidad de Andalucía, en relación con la enseñanza de los números racionales.

En este sentido, se realiza una investigación de naturaleza descriptiva-cualitativa, donde se presta particular atención a la importancia que concede, dentro de su práctica, un docente de Educación Primaria a los subdominios en el marco de lo que se conoce como *conocimiento especializado del profesor de matemáticas* o MTSK (por las siglas en inglés de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*); lo que nos permitirá, a su vez, determinar los

conocimientos que despliega el docente, dentro de la asignatura de matemáticas, particularmente en lo relacionado con la enseñanza de los números racionales.

A tales fines se busca responder a las siguientes interrogantes: ¿cuál es la importancia que dentro de su práctica concede a los subdominios en el marco del MTSK? ¿Cuáles son los conocimientos especializados que pone en funcionamiento el maestro de matemáticas en Educación Primaria, en relación con la enseñanza de los números racionales a sus alumnos?

Todo esto permitirá, a su vez, explorar, en un sentido más general, en torno a lo que necesita un profesor de matemáticas para que sus alumnos se sientan atraídos por la naturaleza del conocimiento matemático y, más aún, que hagan uso, de manera exitosa, de dicho conocimiento matemático. El empleo de métodos descriptivos y cualitativos obedece al hecho de que éstos permiten mostrar más fielmente una realidad particular dentro de la escuela y averiguar de manera concisa las características del proceso de enseñanza-aprendizaje.

## 2. Justificación

En el informe realizado por *Teachers for Tomorrow's Schools* (OCDE, 2001), donde se analizan los indicadores educativos desarrollados por la OCDE/UNESCO (*World Education Indicators – WEI*), se afirma que “Cada vez más se reconoce que los docentes desempeñan un papel central en los esfuerzos destinados a mejorar el funcionamiento de los sistemas de educación y elevar los resultados del aprendizaje” (p. 4). Esto refuerza la idea de que se debe obtener información a nivel *micro*, desde la perspectiva de los propios centros educativos o, aún más, pues se necesita certezas que vengan directamente del aula de clases, conociendo de primera mano lo que se hace dentro de ésta, para poder comprender los problemas que hay en la educación realmente (OCDE, 2001, p. 14).

Por otra parte, como dice Ribeiro (2009) se puede comprender mejor a lo que se tiene que enfrentar el docente en el aula si se tiene en cuenta su propia experiencia; esto implica indagar directamente, tanto observando lo que hace como conociendo lo que piensa y entendiendo de qué manera se enfrenta y solventa las diversas situaciones, de qué manera está condicionado por el conocimiento profesional y especializado que tiene, cómo recurre a él para responder a las expectativas de los alumnos, entre otras situaciones. Por lo tanto, observar la labor del docente es clave para comprender el funcionamiento del sistema educativo, si es que se quieren tomar medidas efectivas para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Ahora bien, como parte de la evaluación del desempeño profesional del profesor, es importante estudiar los conocimientos que despliega en el momento que tiene lugar el acto de enseñanza. Estos conocimientos, como se sabe, tiene que ver con el objeto de estudio, por una parte, con el acto de enseñar (métodos, técnicas, estrategias, recursos, evaluación) y con el sujeto de la enseñanza, que es el alumno, es decir, con sus características, particularidades, necesidades, estilos de aprendizaje, en fin, con toda la diversidad que hay dentro del aula.

En la presente investigación se parte de la premisa de que el manejo que hace el docente de matemáticas del conocimiento especializado en su área (MTSK) es factor importante en su desempeño eficiente, incidiendo en el

rendimiento de sus alumnos y en la culminación de un acto educativo exitoso, donde se alcanzan los objetivos propuestos. De allí que en el presente Trabajo Final de Grado se busca analizar y comprender dicho conocimiento especializado de un profesor de matemáticas (MTSK), y el uso que del mismo hace para enseñar un contenido en particular, como lo son los números racionales.

Desde el punto de vista del futuro desempeño del investigador como profesional de la docencia, es interesante analizar lo que hace un profesor de matemáticas en la práctica, de qué manera pone en funcionamiento los conocimientos que posee y los usa para que sus alumnos se sientan atraídos por la naturaleza del conocimiento matemático, con miras a lograr que éstos hagan uso del razonamiento matemático, según les corresponda en su nivel de escolaridad. De esta manera, se espera que el resultado del análisis que se desea emprender contribuya con el enriquecimiento, tanto del investigador como de otros docentes interesados en el tema.

### **3. Objetivos**

#### *Objetivo general*

Analizar el conocimiento especializado que posee un maestro de Educación Primaria de una escuela en Andalucía, en relación con la enseñanza de los números racionales.

#### *Objetivos específicos*

Describir los conocimientos especializados que despliega el docente con respecto a su práctica en la enseñanza de los números racionales.

Conocer cuál es la importancia los subdominios dentro de la práctica docente, en el marco del MTSK.

#### **4. Marco teórico**

Para Arias (2012), “El marco teórico o marco referencial, es el producto de la revisión documental–bibliográfica, y consiste en una recopilación de ideas, posturas de autores, conceptos y definiciones, que sirven de base a la investigación por realizar” (p. 106). De acuerdo con esto, en esta sección se exponen los postulados que sirven de base a la presente investigación, referida al conocimiento especializado del docente de matemática en la enseñanza de los números racionales.

##### *4.1 Formación y desarrollo profesional del docente*

Según González-Peiteado y Pino-Juste (2013):

El progreso social demanda cambios en las aulas, consideradas instituciones que responden a los intereses e inquietudes de la propia sociedad. Es así como se va configurando una cultura muy supeditada a los avances técnicos, científicos e industriales que han transformado el acceso al conocimiento, el ritmo y percepción del tiempo. Bajo este discurso, se perfila un docente constructivista que continuamente está aprendiendo y va configurando estrategias de actuación a partir de procesos de reflexión en el contexto que actúa, cuestión que le enriquece y le conduce hacia la excelencia. Se trata de emprender el proceso de hacerse docente a través de una formación constante y un conocerse a sí mismo en cuanto a potencialidades y limitaciones. (p. 216)

En este sentido, el profesor se encuentra en un contexto desafiante, donde se dirige continuamente a alumnos que cambian cada curso, y son distintos, únicos, irrepetibles; por lo tanto, no puede estar utilizando las mismas técnicas de siempre por muy sólidas que sean, sino que debe estar actualizándose paulatinamente. El profesor pasa pues, también, a ser estudiante, investigador, incluso en su etapa de desarrollo profesional, en la que desarrolla sus habilidades para hacer frente a sus alumnos; el desarrollo que experimenta es personal, pero adecuado a la experiencia, condiciones y, por supuesto, a sus propias percepciones.

Ahora bien, el desarrollo profesional es resultado de conjunto de factores que facilitan/impiden que el profesor siga avanzando en su campo profesional. Al respecto, Schön (1983) considera el desarrollo profesional como “un conocimiento profesional que está fuera de las situaciones cambiantes de la práctica” (citado en Imbernón, 2011, p. 78). Estos factores no se refieren solo

al estudio, también se incluyen el salario, el clima de trabajo, legislación laboral, entre otros. En suma, podríamos definir el desarrollo profesional del docente como cualquier intento de mejorar la práctica laboral para así mejorar la calidad docente de investigación y gestión.

Por otra parte, en el informe presentado a la conferencia intergubernamental de París, Bolam (1980, citado en Imbernón, 2011) explica que:

...las dificultades halladas estos años en lo que se refiere a programas de formación [...] han revelado, por una parte, la escasa toma en consideración de la experiencia personal y profesional de los profesores, de sus motivaciones, del medio de trabajo - en suma, de su situación de trabajadores- y, por otra, la insuficiente participación de los interesados en la toma de decisiones que les conciernen directamente [...] los profesores deben poder beneficiarse de una formación permanente que se adecue a sus necesidades profesionales en contextos educativos y sociales en evolución. (p. 78)

Por otra parte, Schön (1983, citado en Imbernón, 2011) comenta que en el desarrollo profesional se identifican las competencias genéricas del profesor. Desde este punto de vista se distinguen tres componentes en el conocimiento profesional:

- Un componente de conocimiento, sobre el que se apoya la práctica.
- Un componente de conocimiento aplicado, del cual se derivan los procedimientos a utilizar.
- “Un componente de competencias y actitudes que se relacionan con su intervención y actuación” (p. 80), frente al destinatario de la práctica, en este caso el alumno, utilizando el conocimiento básico y aplicado subyacente.

La formación de desarrollo profesional, por tanto, tiene que proveer al profesor de conocimientos, destrezas y actitudes, para que puedan desarrollarse profesionalmente no solo en la práctica dentro del salón de clases, sino también para continuar siendo reflexivos como investigadores. El punto clave de la formación del profesorado, refiriéndose al currículum, apunta al desarrollo de ciertas herramientas intelectuales, que favorezcan las capacidades reflexivas de la misma práctica docente, cuya función principal

sería aprender a descifrar, comprender y razonar sobre la enseñanza y la realidad colectiva.

El propósito de la formación, en suma, es que el profesor sea capaz de evaluar la exigencia potencial de cada alumno, mostrando facilidad para el cambio, al tiempo que desarrolle destrezas básicas relacionadas con las habilidades de enseñanza, del diagnóstico, evaluación y planificación, para interactuar en el entorno. Además, debe ser capaz de adecuar las tareas continuamente e intentar adaptarlas a la diversidad de los alumnos.

#### *4.2 Profesor experto*

Según Bereiter y Scardamalia (1986), cuando hablamos de docentes:

...los principiantes tienden a tener lo que podemos describir como una estructura de conocimiento 'superficial', unas pocas ideas generales y un conjunto de detalles conectados con la idea general, pero no entre sí. Los expertos, por otra parte, tienen una estructura de conocimiento profunda y multinivel, con muchas conexiones inter e intranivel. (p.12)

En cambio, los profesores expertos tienen en común las siguientes características:

- La complejidad de las destrezas: Normalmente se valen de estructuras diferentes y más complejas para realizar alguna acción, ya que tienen control en el proceso.
- La cantidad de conocimiento: Considerable cantidad de conocimiento en relación con un principiante.
- Representación de los problemas: Los expertos responden a los problemas de forma abstracta y utilizan mayor cantidad de información disponible en su memoria. Por el contrario, los principiantes están condicionados por el enunciado concreto del problema y no lo desarrollan de forma abstracta.

Se entiende como profesor experto, según Bereiter y Scardamalia (1986), a aquel que no solo tiene más de cinco años dedicándose expresamente a la enseñanza, sino que también tiene un "elevado nivel de conocimiento y destreza, cosa que no se adquiere de forma natural, sino que requiere una dedicación especial y constante" (p.10), con las cuales se consolidan las

destrezas necesarias para ser considerado, incluso por sus compañeros, como “Buen profesor”. Por supuesto, cada teórico tiene sus propias prerrogativas a la hora de considerar experto o no a un profesor.

Podemos diferenciar claramente dos tipos de cualidades principales para catalogar a un profesor experto. Nos hacemos eco de lo expuesto por Rojas, Carrillo y Flores (2012), en su proyecto titulado “*Características para identificar a profesores de matemáticas expertos*”, donde diferencian entre características como primarias y secundarias, siendo éstas:

#### Características primarias

- Comprende contenidos específicos de aprendizaje, así como tiene conocimientos sobre los estudiantes y sobre estrategias de enseñanza.
- Sus procesos de enseñanza son más integrados, relacionando el contenido con las diversas situaciones que se presentan en el salón con los alumnos y usando variedad de formas de presentación en el abordaje de los contenidos.
- Despliegue de apoyos a aquellos estudiantes que presenten problemas o dificultades para comprender.
- Uso de estrategias diferentes y particulares para resolver los problemas que se presentan, tanto en relación con el contenido, como con las estrategias e incluso situaciones interpersonales.
- Diseño, elaboración y ejecución de actividades, estrategias y recursos que favorecen y enriquecen la adquisición de los conceptos o procedimientos.

#### Características Secundarias

- En un docente en ejercicio, con por lo menos cinco años de experiencia docente directa en las aulas.
- Se ha destacado en las evaluaciones institucionales realizadas.
- Ha enseñado determinado contenido más de una vez en los últimos años de desempeño docente
- Es ampliamente recomendado y reconocido por sus pares y por los directivos del centro.

- Participa en los procesos de formación y actualización en relación con disciplina (cursos, postgrados ya sea máster o doctorado, incluso en jornadas y ciclos de reflexión dentro de su institución).
- Se implica en procesos de investigación e innovación educativa.
- Es consciente del cambio permanente en la educación y en la realidad en general, por lo que es un docente activo, que se actualiza y se preocupa por mejorar de manera continua.
- Ha sido distinguido con alguna clase de reconocimiento en su labor de enseñanza.
- El rendimiento de sus estudiantes es destacado.

Como dicen Rojas et al (2012): “Estudiar el conocimiento del profesor en la práctica, específicamente del docente experto, puede ayudarnos a interpretar mejor el trabajo del enseñante, profundizar en su naturaleza y relacionar los conocimientos con los de otros profesores”.

De allí su interés para el presente estudio, ya que se tienen en cuenta todos estos criterios para la selección del caso de estudio. La necesidad de contar con un profesor experto obedece al hecho de que la experiencia, la reflexión sobre la práctica y el conocimiento especializado que maneja, le facultan para hablar con mayor propiedad de su materia y, en este sentido, proporciona una mayor calidad de información para la investigación en curso.

#### *4.3 Conocimientos del docente*

Según lo expuesto por Shulman (2005), los conocimientos del profesor se pueden organizar ordenar de acuerdo con diversas categorías, entre las cuales cabe incluir:

- Conocimiento del contenido a enseñar o de la asignatura a impartir
- Conocimiento pedagógico o didáctico en general, referido tanto a los principios como a las estrategias usadas al impartir la clase, incluso a la organización y planificación de la misma;
- Conocimiento del currículo: debido a que la asignatura que el docente imparte forma parte de un cuerpo más amplio de saberes, organizados en función de unos fines y con base en ciertos principios (eso es un

- currículo, a grandes rasgos); por lo que el docente no debe conocer solo su materia sino todo el programa, por lo menos en líneas generales;
- Conocimiento didáctico del contenido o se podría decir también de la didáctica especial, teniendo en cuenta que cada asignatura exige una manera distinta de abordarla y desarrollarla; aquí confluyen los dos saberes mencionados en un primer momento, en una amalgama entre contenido y didáctica;
  - Conocimiento del alumnado: sus características (personales, culturales), necesidades y estilos de aprendizaje;
  - Conocimiento del contexto; esto incluye el conocimiento acerca de cómo es el grupo, la institución, la comunidad en donde está la institución y el sistema educativo en general;

#### 4.4 Conocimientos matemáticos

Cada disciplina o asignatura requiere tanto de una serie de habilidades y competencias, como de una serie de conocimientos particulares; por ejemplo, dentro de lo que denominaríamos el conocimiento matemático propiamente, están algunas de las categorías generales identificadas por Shulman (2005), pero también otros más, tal como refieren, en su modelo de *Conocimiento Matemático para la Enseñanza o MKT*, Ball, Thames & Phelps (2008, citados por Flores, García, Hernández y Sosa, 2013).

Según los autores, en este modelo MKT se consideran seis subdominios de conocimiento, de los cuales tres son referentes a contenido en sí y tres restantes al conocimiento didáctico. Los relacionados con la materia son:

- Conocimiento común del contenido (CCK), que es el conocimiento común o general de las matemáticas que cualquier persona pudiera tener; puede decirse que es el objeto de aprendizaje en los primeros niveles dentro de la escuela.
- Conocimiento especializado del contenido (SCK): éste es un conocimiento que maneja un profesor de matemáticas, que no es parte

del contenido que se da en clases, pero es a su vez necesario para las reflexiones que pueda hacer dicho docente.

- Conocimiento del horizonte matemático (HCK): esto le permite al docente tener una idea de la manera cómo puede organizarse el contenido, cuáles pueden venir a continuación, en una secuencia lógica).

Por otra parte, están los subdominios referentes al contenido al conocimiento didáctico:

- Conocimiento relativo a la enseñanza (KCT), referido los recursos, técnicas y estrategias de los que puede hacer uso el docente.
- Conocimiento relacionado con el contenido en función de los estudiantes (KCS), esto es, lo que se considera en cuanto a las dificultades que pueden presentar los errores que habitualmente cometen, cuáles contenidos entrañan mayor dificultad.
- Conocimiento curricular (KCC), referido al currículo, coincidiendo con lo expuesto por Shulman (2005).

Al modelo MKT de Ball y otros (2008), le sigue el modelo MTSK: *conocimiento especializado del profesor de matemáticas* o MTSK, por las siglas en inglés de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (Muñoz-Catalán, Contreras, Carrillo, Rojas, Montes & Climent, 2015). En el MTSK, al igual que en el MKT, se hace referencia a dos dominios generales de conocimiento:

- Conocimiento del contenido matemático (MK)
- Conocimiento didáctico del contenido (PCK),

Cada uno de éstos se divide, a su vez, en tres subdominios de conocimiento (Flores y otros, 2016):

- El conocimiento de los temas (KoT): en este subdominio se incluye el manejo de los conceptos y de los procedimientos matemáticos. Además, este conocimiento hace referencia también a la matemática escolar, es decir, cuáles son esos temas o contenidos que se deben desarrollar en las clases y que deben ser conocidos por los alumnos según el nivel en el que se encuentren.

- El conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM): en este subdominio se considera la manera como se conectan los conocimientos dentro de las matemáticas, en virtud de la complejidad de este sistema. Esto hace alusión a conexiones interconceptuales y temporales (Martínez et al., 2011). Las primeras se refieren a la vinculación entre ideas o nociones matemáticas que se relacionan de manera analógica o comparativa. Las segundas tienen que ver con la secuenciación, en términos de anterioridad y posterioridad.
- El conocimiento de la práctica matemática (KPM): Según Carrillo et al (2013), esto se refiere a la manera cómo se debe actuar en una clase de matemáticas, lo que abarca las formas de uso de los razonamientos y pruebas matemáticas, definición y uso de definiciones, representaciones, argumentos, generalizaciones y explicaciones que tienen como base el razonamiento matemático.

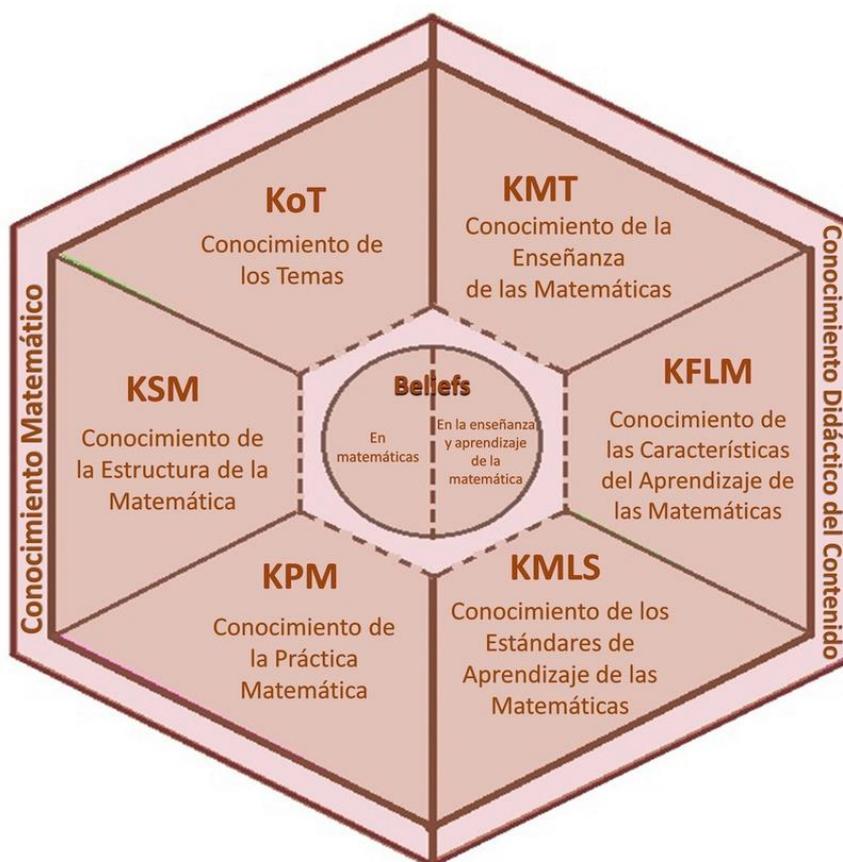
El PCK se centra, por otra parte, en las formas diversas que se tiene de ahondar en el contenido matemático cuando se intenta enseñar. Incluso se consideran no solo los aspectos de enseñanza y de aprendizaje, sino también las razones curriculares y el saber didáctico procedente de la literatura de exploración. EL conocimiento didáctico del contenido matemático (PCK) está dividido, también, en tres subdominios:

- El conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM): es lo que permite al docente entender de qué manera tiene lugar el aprendizaje, cómo es el enfoque que tienen los estudiantes acerca de sus tareas matemáticas. Con ello se puede entender las dificultades más comunes en el aprendizaje con miras a adecuar la enseñanza de los contenidos o procedimientos matemáticos, así como comprender las inexactitudes de las respuestas de los alumnos.
- El conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS): comprende el saber de los componentes específicos que hay en las normativas curriculares de los diferentes niveles de enseñanza (orientaciones de enseñanza, contenidos, materiales o recursos educativos y objetivos). También abarca lo que indican los documentos oficiales, por ejemplo,

recomendaciones de investigadores (UNESCO, PISA, NCTM o OCDE), asociaciones de profesionales o expertos en la materia, con respecto a lo que se espera que puedan aprender los alumnos.

- El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT): se refiere a las habilidades y técnicas necesarias para enseñar un procedimiento o qué material elegir para explicar un concepto, por decir un ejemplo. Del mismo modo, esto le permite al docente seleccionar los ejemplos, recursos didácticos y ejercicios matemáticos más apropiados para transmitir las enseñanzas a sus alumnos y que así éstos puedan asimilar el contenido. Esto incluye también el conocimiento de teorías de enseñanza.

Figura 1: conocimientos del docente de matemáticas



Fuente: Carrillo et al., 2013.

#### *4.5 Enseñanza-aprendizaje de los números racionales*

Como se sabe, los racionales son aquellos números enteros o que pueden expresarse como cocientes de números enteros. Dicho de otro modo, pueden ser escritos como la razón de dos números enteros. Los números racionales se denotan con la letra  $Q$  (por Quotient, cociente). Los números  $Q$  incluyen a los números  $z$  y a su vez son un subconjunto de los números  $R$ .

Ahora bien, en el currículo oficial de la mayoría de los países y regiones, y España no es la excepción, los números racionales forman parte de los contenidos en el currículum; particularmente en primaria se estudian fracciones; aunque las mismas aparecen como contenidos a lo largo de la formación, de manera transversal. Según Zakaryan y Ribeiro (2016), esta transversalidad de los racionales obedece al hecho de que:

...los números racionales son uno de los contenidos matemáticos más complejos e importantes en los niveles iniciales (...), la génesis de su plena comprensión se encuentra en el desarrollo de estructuras cognitivas cruciales para el aprendizaje de tópicos matemáticos en niveles más avanzados. (p. 302)

Los autores consideran que el contenido de los números racionales constituye una de las situaciones críticas dentro de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela, por lo que es sumamente esencial que los profesores tengan y desplieguen el conocimiento especializado sobre, de manera que puedan diseñar y ejecutar planificaciones que contengan tareas desafiantes para el alumno, a la vez que faciliten su proceso de construcción de conocimientos matemáticos.

Sin embargo, pese a esto, los alumnos siguen experimentando muchas dificultades, que se constituyen en serios obstáculos en el desarrollo de su conocimiento matemático, que pueden tener diversos orígenes, como la falta de experiencias concretas, poca capacidad de abstracción, de representación simbólica, falta de conexión entre su experiencia y los conceptos, poco desarrollo del razonamiento, entre otras. Por ejemplo, López Ponce y López González (2017) consideran que, por ejemplo, a los alumnos se les hace difícil

trasladar la metáfora de fracción como parte a los procesos de multiplicación y división de fracciones.

Por otra parte, volviendo con Zakaryan y Ribeiro (2016), los profesores también presentan dificultades con respecto a la enseñanza de los números racionales, no en su conocimiento especializado, pero sí en el proceso de mediación; por ejemplo, en su conocimiento acerca de la manera o estilo de aprendizaje de los alumnos.

## 5. Marco legal

El marco legal de la presente investigación está sustentado por la *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa* (LOMCE, 2013) y el *Decreto 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía* (BOJA número 50 de 13 de marzo de 2015).

En cuanto a la primera, se establece, en su artículo 18, que esta etapa está organizada en seis cursos y en varias áreas, que los alumnos y alumnas deben cursar del bloque de asignaturas troncales; tales áreas son:

- a) Ciencias de la Naturaleza.
- b) Ciencias Sociales.
- c) Lengua Castellana y Literatura.
- d) Matemáticas.
- e) Primera Lengua Extranjera.

Por su parte, el *Decreto 97/2015* establece como competencias clave las siguientes:

- a) Comunicación lingüística.
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
- c) Competencia digital.
- d) Aprender a aprender.
- e) Competencias sociales y cívicas.
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
- g) Conciencia y expresiones culturales.

Del mismo modo, el *Decreto 97/2015* establece en su artículo 10 que las matemáticas se encuentran dentro del bloque de asignaturas troncales, junto con Ciencias de la Naturaleza, Sociales, Lengua Castellana y Literatura y Lengua Extranjera. Dada su naturaleza, estas asignaturas troncales deben tener horario especial en los centros educativos y, asimismo, serán objeto de una evaluación (art. 14) determinante para las aspiraciones de los alumnos en

relación con su continuidad en el sistema educativo y avance a los niveles siguientes.

Como se ve, tanto en uno como en otro documento la enseñanza de las matemáticas se considera un aspecto crucial dentro de la formación, ya sea tomada como asignatura o como competencia. De manera más particular, en la *Orden de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía* (Consejería de Educación, Cultura y Deporte, 2015), se señalan dentro del Segundo Ciclo, en el Bloque 2 (Números), contenidos relacionados con los números racionales, tales como:

- 2.1. Significado y utilidad de los números naturales y fracciones en la vida cotidiana
- 2.5. Números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales.
- 2.6. Comparación entre fracciones sencillas y entre números naturales y fracciones sencillas mediante ordenación y representación en la recta numérica.

Y para el Tercer Ciclo, dentro del mismo Bloque 2 (Números), entre los contenidos relacionados con los números racionales, se encuentran:

- 2.3. Reglas de formación de los números naturales y decimales y valor de posición. Equivalencias y dominio formal. Lectura y escritura, ordenación y comparación (notación, uso de números naturales de más de seis cifras y números con dos decimales, en diferentes contextos reales.
- 2.7. Números fraccionarios. Obtención de fracciones equivalentes. Utilización en contextos reales. Fracciones propias e impropias. N<sup>o</sup> mixto. Representación gráfica. Reducción de dos o más fracciones a común denominador. Operaciones con fracciones de distinto denominador.
- 2.8. Relación entre fracción y número decimal, aplicación a la ordenación de fracciones.

## 6. Metodología

En este trabajo se busca describir el conocimiento especializado de una docente de matemáticas de Educación Primaria de una escuela de Andalucía. Según Hernández, Fernández y Baptista (2010, p. 80):

Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas.

En el caso específico de la presente investigación, se busca conocer las características del conocimiento especializado que posee el docente de matemáticas con respecto a la enseñanza de un contenido en particular.

Por otro lado, el enfoque que sigue el trabajo es de naturaleza cualitativa. El método cualitativo, según los autores antes citados:

El enfoque cualitativo se selecciona cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará) acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad. (p. 364)

En tal sentido, en la presente investigación se realiza una descripción, lo más detallada posible, del conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria, en la enseñanza del contenido de los números racionales.

El diseño seleccionado para la presente investigación es el estudio de casos. Según Stake (1999), éste es “el estudio de la complejidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p. 11). En este orden de ideas, tal circunstancia está referida a al hacer del docente de matemáticas dentro del aula de clases, más específicamente a sus conocimientos especializados desplegados en la enseñanza de un contenido en particular, que son los números racionales.

De acuerdo con el autor antes citado, “los casos que son de interés en la educación y en los servicios sociales los constituyen, en su mayoría, personas y programas” (Stake, 1999, p. 15). Del mismo modo, dentro de este tipo de estudios, se considera de primordial importancia la selección del caso. Es oportuno resaltar que, para la selección del caso de estudio de la presente investigación, se tuvieron en cuenta los criterios de autores referidos en el marco teórico (Bereiter y Scardamalia, 1986; Rojas, Carrillo y Flores, 2012), con respecto al profesor experto, tales como:

- Tiene más de cinco años dedicándose expresamente a la enseñanza
- Es reconocido por sus compañeros y por los directivos del centro como buen profesor.
- Ha enseñado el contenido en cuestión (números racionales) más de una vez en los últimos años.
- Ha destacado en las evaluaciones institucionales realizadas; a partir de dichas evaluaciones, se infieren los siguientes aspectos.
- Comprende los contenidos específicos de aprendizaje
- Tiene conocimientos sobre los estudiantes
- Tiene conocimientos sobre estrategias de enseñanza.
- Relaciona el contenido con las diversas situaciones que se les presentan a los alumnos
- Usando variedad de estrategias en el abordaje de los contenidos.
- Da apoyos a los estudiantes que presentan problemas o dificultades.
- El rendimiento de sus estudiantes es destacado.

De esta manera, en la presente investigación se ha seleccionado una docente con 8 años de experiencia, teniendo en cuenta estos criterios que llevan a considerarla experta, ya que no solo tiene los años dedicados a la enseñanza, sino que también posee la destreza y los conocimientos que hacen posible dicha enseñanza.

Por otra parte, la técnica utilizada en la investigación es la entrevista en profundidad, con el docente que se considera caso de estudio. Álvarez-Gayou (2003) señala que una entrevista es, básicamente, un diálogo entre el investigador y el entrevistado, con la diferencia de que la entrevista tiene un propósito, está ceñida a un tema y sigue una estructura, en la medida en que

suele ser guiada por una pauta, que es el guion de entrevista que ha elaborado previamente el investigador. En la investigación cualitativa, la entrevista permite comprender el objeto de estudio desde la perspectiva del entrevistado, brindando información sobre su visión de los hechos.

Ahora bien, una vez recogidas las informaciones a través de la entrevista, las mismas serán sometidas a un proceso de análisis de tipo cualitativo, el cual permitirá organizarlos en función de temas y subtemas, lo que facilitará a su vez la comprensión. En este orden de ideas, la información se sometió a una categorización, el cual es definido por Ruiz Olabuénaga (2012) como un proceso de reducción de las informaciones (unidades de registro) a un número más manejable de clases o categorías.

Es oportuno acotar que esto también será llevado a cabo en su totalidad por el investigador. Del mismo modo, las categorías que se derivan a partir del análisis, son en algunos casos inducciones, es decir, se construyen desde las informaciones proporcionadas por el sujeto; pero, en otros momentos, estas categorías corresponden con conceptos ya existentes, como los vinculados con el MTSK, según lo expuesto en los referentes teóricos.

## 7. Análisis de los resultados

A continuación, se presentan los resultados de la entrevista efectuada con el caso de estudios, la cual se basó en el guión que se muestra en el cuadro 1:

### **Cuadro 1: Guión de la entrevista**

1. ¿Por qué piensas que es necesario que los alumnos de Educación Primaria conozcan los números racionales?
2. ¿Qué tanto deben aprender los alumnos de Educación Primaria acerca de los números racionales?
3. ¿Cuál es la mayor dificultad que observas en alumnos de educación primarias con respecto a los números racionales?
4. ¿De qué manera consideras que debe ser abordado por el docente el contenido de números racionales para enseñarlo a los alumnos de educación primaria?
5. ¿Qué estrategias has empleado para enseñar los números racionales?
6. ¿Cuáles te han resultado más efectivas? ¿Por qué piensas que han resultado más efectivas?
7. ¿Qué importancia concedes al conocimiento especializado que tiene el profesor de matemáticas en relación con la enseñanza a alumnos de educación primaria?
8. ¿Cuáles conocimientos piensas que utilizas o tienes en cuenta al momento de dar clases sobre los números racionales a alumnos de educación primaria?
9. ¿De qué manera utilizas ese conocimiento especializado en el momento de enseñar los números racionales a alumnos de educación primaria?
10. ¿De qué manera piensas que se debe organizar la secuencia de contenidos para llegar al aprendizaje de los números racionales? ¿Cuáles piensas son los contenidos previos que deben manejar los alumnos para llegar al aprendizaje de los números racionales?
11. ¿Cuál ha sido la mayor dificultad que has experimentado al enseñar el contenido de números racionales a alumnos de educación primarias?
12. ¿De qué manera has resuelto esa dificultad?

13. ¿Cuáles son los temas con los que sientes más cómodo al enseñar a alumnos de educación primaria?

14. ¿Cuáles son los temas que mejor dominas y cuáles no con respecto a la enseñanza de las matemáticas?

15. ¿Qué aspectos, rasgos o características de tus alumnos tienes más en cuenta al momento de enseñar o dar tus clases?

## 7.1 Entrevista

Entrevistada: Argentea Collado

Fecha: 24-06-2018

Investigador: Jose Manuel Peña

Hora: 14:35

Lugar: Sevilla

Duración: dos horas (aprox.)

### Cuadro 2: texto y análisis de la entrevista

Entrevista	Categorías
<p><i>¿Por qué piensas que es necesario que los alumnos de Educación Primaria conozcan los números racionales?</i></p> <p>Porque en la vida diaria desde que el niño nace, desde que tiene uso de razón están presente en su vida diaria, por lo que deben familiarizarse con ellos. Los números racionales los puedes usar en cualquier momento, desde que vais a dividir un pastel para comer hasta el momento en que tienes que repartir una herencia que os ha tocado.</p> <p><i>¿Qué tanto deben aprender los alumnos de Educación Primaria acerca de los números racionales?</i></p> <p>Si te refieres a los niños de educación primaria, deben conocer, por supuesto, lo que esté adaptado a su edad y a su nivel cognitivo; sin embargo, en la escuela muchas veces se dan cosas que ellos no las van a entender, debido a la complejidad que tienen, los niños no poseen la madurez de conocimiento para eso, para manejar la información abstracta; por lo tanto hay que dar lo que corresponde a su edad, pero aplicándolo siempre a situaciones del día a día para que puedan entenderlo de mejor manera. Entonces, quizás no entiendan algunos conceptos pero si pueden entender</p>	<p><i>Importancia del conocimiento de los números racionales</i></p> <p><i>Presencia de los números racionales en la vida diaria (KoT)</i></p> <p><i>Necesidad de conocimiento</i></p> <p><i>Uso de los números racionales (KPM)</i></p> <p><i>Profundidad del conocimiento sobre los números racionales</i></p> <p><i>Nivel de educación primaria (KMLS)</i></p> <p><i>Adaptación a la edad y al nivel cognitivo</i></p> <p><i>Pertinencia de la enseñanza (KFLM)</i></p> <p><i>Complejidad y abstracción</i></p> <p><i>Madurez cognitiva</i></p> <p><i>Información abstracta</i></p> <p><i>Aplicabilidad en lo cotidiano</i></p> <p><i>Comprensión de conceptos (KMT)</i></p>

<p>cuando les hablas de comerse el pastel de cumpleaños y sí sabrán entender si no les ha tocado la mejor parte.</p>	
<p><i>¿Cuál es la mayor dificultad que observas en alumnos de educación primarias con respecto a los números racionales?</i></p> <p>La mayor dificultad para los más pequeños está en los números decimales; cuando llevan coma las cuentas conllevan una gran dificultad para el alumno y pasar las fracciones a cociente son otra parte que también les cuesta mucho. Pueden hacer una cosa u otra. Pueden tener una fracción o tener un decimal, pero no siempre son conscientes de que una y otra pueden ser distintas maneras de expresar la misma cantidad. Por decir algo, no siempre entienden que un tercio es lo mismo que 0,33 en cuanto a proporción o que el 33%. Es como lo de pasar del envase ancho al envase largo. Eso les cuesta muchísimo, extrapolar de una a otra.</p>	<p><i>Dificultades con respecto a los números racionales (KFLM)</i></p> <p><i>Dificultades con los decimales</i></p> <p><i>Uso de la coma</i></p> <p><i>Expresión fraccionada y expresión decimal (KFLM)</i></p> <p><i>Diferentes expresiones para un mismo valor (KSM)</i></p> <p><i>Analogía: principio de conservación</i></p> <p><i>Extrapolación</i></p>
<p><i>¿De qué manera consideras que debe ser abordado por el docente el contenido de números racionales para enseñarlo a los alumnos de educación primaria?</i></p> <p>Lo primero sería conocer al alumno, conocer su entorno, cuál ha sido su contacto o conocimiento previo, el nivel de sus padres; y a partir de ahí ver qué necesidades especiales presenta el niño. Ya que es el entorno el que te marca la pauta desde donde programar. Fíjate, que en muchos casos te encuentras con chicos que no tienen la ayuda de sus padres en la casa para resolver las tareas, porque sus padres no tienen estudios, y esto</p>	<p><i>Abordaje de la enseñanza de los números racionales (KMT)</i></p> <p><i>Características del entorno del educando</i></p> <p><i>Conocimiento previo</i></p> <p><i>Nivel educativo de los padres</i></p> <p><i>Necesidades educativas especiales</i></p> <p><i>Punto de partida de la programación</i></p> <p><i>Apoyo de la familia</i></p>

<p>es importante, te marca una diferencia. En ese caso, tienes que dedicarle mayor tiempo a ese niño, a veces ayudarlo a resolver sus tareas dentro del salón. También pasa con los que son hijos de inmigrantes, que a veces tienes la barrera del idioma... Pero entonces, volviendo a tu pregunta, para abordarlo hay que empezar por conocer quién es ese niño, qué es lo que sabe y lo que necesita saber. Todo eso significa, por supuesto, hacer un diagnóstico para conocerlo.</p>	<p><i>Nivel de estudio de los padres</i></p> <p><i>Apoyo del docente en la escuela</i></p> <p><i>Resolución de tareas</i></p> <p><i>Barrera idiomática</i></p> <p><i>Conocimiento de las características y necesidades del niño</i></p> <p><i>Diagnósticos</i></p>
<p><i>¿Qué estrategias has empleado para enseñar los números racionales?</i></p> <p>Siempre he trabajado con actividades muy lúdicas y visuales, a base de juegos, canciones, rimas; y usando imágenes o láminas hechas en cartulinas por los mismos alumnos... También, por ejemplo, coger una manzana y partirla en <math>\frac{1}{4}</math> para que vean los alumnos lo que es. Siempre jugando con el alumno utilizando objetos que ellos ven en su día a día como puede ser dividir una pizza, una tortilla...</p>	<p><i>Estrategias de enseñanza de números racionales (KMT)</i></p> <p><i>Actividades lúdicas</i></p> <p><i>Componente visual</i></p> <p><i>Juegos, canciones, rimas</i></p> <p><i>Materiales de elaboración propia</i></p> <p><i>Actividades con objetos concretos (KFLM)</i></p> <p><i>Juego</i></p> <p><i>Elementos cotidianos (KFLM)</i></p>
<p><i>¿Cuáles te han resultado más efectivas? ¿Por qué piensas que han resultado más efectivas?</i></p> <p>Todo lo que es lúdico es mucho más efectivo siempre, ya que para el alumno es mucho más fácil aprender jugando que sentándose y memorizar. Siempre adaptando los juegos al curso en el que estés. Además, cuando juegas estás de buen humor; todos recordamos siempre cuando la hemos pasado bien y así espero que los alumnos recuerden lo que aprendieron porque lo disfrutaron mientras lo hacían.</p>	<p><i>Estrategias efectivas (KMT)</i></p> <p><i>Efectividad de lo lúdico</i></p> <p><i>Actividades dinámicas o sedentarias. Memorización (KFLM)</i></p> <p><i>Adaptación al nivel (KMLS)</i></p> <p><i>Importancia de lo anímico y afectivo</i></p> <p><i>Importancia del disfrute</i></p>

<p><i>¿Qué importancia concedes al conocimiento especializado que tiene el profesor de matemáticas en relación con la enseñanza a alumnos de educación primaria?</i></p> <p>Muy poca, porque aunque puede saber más un profesor especializado en matemáticas, pero quizás puede llegar menos a los alumnos; a veces ese es el fallo de los maestros especializados en <i>mates</i>, ya que muchas veces en ese departamento se cierran mucho, aunque no habría que generalizar. Pero pienso que lo más importante de un docente es la forma en que puedas llevar el conocimiento al alumno, acercándote a él, conociéndolo, hablándole en sus propios términos. Yo creo que más bien el conocimiento especializado te aleja del niño; es una barrera para llegarle, porque te conviertes en un doctor, en una eminencia, y ya no te puedes poner en su nivel. Eso tal vez está bien para la universidad, pero no para el nivel de educación primaria</p>	<p><i>Importancia MTSK en la enseñanza</i></p> <p><i>Predominio de lo pedagógico sobre el conocimiento especializado (KMT)</i></p> <p><i>Actitud cerrada</i></p> <p><i>Importancia de la mediación</i></p> <p><i>Acercamiento, empatía</i></p> <p><i>Lenguaje sencillo</i></p> <p><i>Desventaja del conocimiento especializado</i></p> <p><i>Nivel cognitivo del niño (KFLM)</i></p> <p><i>Diferencia universidad escuela</i></p>
<p><i>¿Cuáles conocimientos piensas que utilizas o tienes en cuenta al momento de dar clases sobre los números racionales a alumnos de educación primaria?</i></p> <p>No soy especialista en matemáticas, te aclaro; pero me he ido formando un poco a mí misma y me he ido reciclando; pero también he realizado varios cursos al respecto y, aparte, me preparo bien para mis clases, además de tener en cuenta siempre los propios resultados y la manera como nos retroalimentarnos entre los demás compañeros docentes.</p>	<p><i>Conocimientos en la enseñanza de los números racionales</i></p> <p><i>Formación como especialista</i></p> <p><i>Autodidactismo</i></p> <p><i>Formación profesional</i></p> <p><i>Reflexión sobre la propia práctica</i></p> <p><i>Formación entre pares</i></p>

<p><i>¿De qué manera utilizas ese conocimiento especializado en el momento de enseñar los números racionales a alumnos de educación primaria?</i></p> <p>En primer lugar, la programación diaria es un pilar fundamental. Ya que, si tengo 3 clases a la semana, programo los juegos y actividades que voy a realizar en esos 3 días y me marcó unos objetivos a conseguir, teniendo en cuenta los aprendizajes que los estudiantes deben lograr consolidar en ese tiempo. Para esto, por supuesto, sí tengo en cuenta lo que sé como profesora de matemáticas y organizo las secuencias de aprendizaje, qué deben aprender primero y qué después.</p>	<p><i>Conocimiento especializado en la enseñanza de números racionales</i></p> <p><i>Programación diaria (KMT)</i></p> <p><i>Prioridad de programación: juegos y actividades</i></p> <p><i>Programación en función de objetivos</i></p> <p><i>Aprendizajes a alcanzar</i></p> <p><i>KoT</i></p> <p><i>Secuencias de aprendizaje</i></p>
<p><i>¿De qué manera piensas que se debe organizar la secuencia de contenidos para llegar al aprendizaje de los números racionales? ¿Cuáles piensas son los contenidos previos que deben manejar los alumnos para llegar al aprendizaje de los números racionales?</i></p> <p>Pienso que la secuencia de contenido es muy relativa y depende del grupo de alumnos que tengas, del entorno donde te muevas. No puedes hacer una secuencia de contenido sin saber en qué colegio voy a estar, qué tipo de alumnos voy a tener. Si soy consciente de todo eso pues quincenalmente me preparo unos objetivos.</p>	<p><i>Secuencia de aprendizaje de números racionales (KSM)</i></p> <p><i>Contenidos previos</i></p> <p><i>Relatividad en organización de las secuencias (KSM)</i></p> <p><i>Variación individual o según el contexto (KFLM)</i></p> <p><i>Planificación quincenal en función de objetivos</i></p>
<p><i>¿Cuál ha sido la mayor dificultad que has experimentado al enseñar el contenido de números racionales a alumnos de educación primarias?</i></p> <p>Las dificultades cuando se trata de enseñar a 30 niños son muchas, ya que cada alumno</p>	<p><i>Dificultad en la enseñanza de números racionales</i></p> <p><i>Cantidad de niños por aula</i></p>

<p>puede tener una dificultad diferente. Pero hay que admitir que tanto los decimales como las fracciones son quizás el contenido que conlleva más dificultad para el alumno, por el tema de que tienen que pensar los números de una manera distinta. Digo, estamos acostumbrados a pensar en nuestra realidad en números de cosas completas: una mesa, cuatro sillas, por ejemplo; pero no un cuarto de mesa. También se les hace difícil cuando toca hablar de los números negativos. Eso no lo entienden, les cuesta mucho pensar para qué sirve hablar de -10. Uno de adulto sí lo entiende, cuando piensas en que tienes una deuda en la tarjeta de crédito y tienes menos 150 euros.</p>	<p><i>Dificultades individuales (KFLM)</i></p> <p><i>Dificultades decimales y fracciones</i></p> <p><i>Pensamiento concreto y abstracto (KFLM)</i></p> <p><i>Fracciones en la realidad (KPM)</i></p> <p><i>Números negativos (KFLM)</i></p> <p><i>Relación con la experiencia (KPM)</i></p>
<p><i>¿De qué manera has resuelto esa dificultad?</i> Trabajándola y a veces llevando una enseñanza individualizada, niño por niño, ya que muchos lo pueden coger rápido pero luego hay alumnos que les cuesta más; por ello suelo poner a los alumnos que lo han entendido en grupos donde ellos mismos puedan enseñar a los compañeros que no lo han entendido, mientras yo voy supervisando.</p>	<p><i>Resolución de las dificultades (KFLM)</i></p> <p><i>Atención individualizada</i></p> <p><i>Diferentes ritmos de aprendizaje (KFLM)</i></p> <p><i>Tutoría entre pares (KMT)</i></p> <p><i>Apoyo docente</i></p>
<p><i>¿Cuáles son los temas con los que sientes más cómoda al enseñar a alumnos de educación primaria?</i> Me encanta cuando son pequeños, enseñarlos a contar y a sumar; ver cómo los alumnos van familiarizándose con los números, ver cómo ellos aprenden cuando un número es mayor o menos que otro o cuando hay mucho o hay poco. Cuando ellos descubre el fascinante mundo de las matemáticas. En esos momentos todavía se</p>	<p><i>Facilidad en el manejo de temas</i></p> <p><i>Enumeración, operaciones básicas (KSM)</i></p> <p><i>Relaciones y comparaciones entre cantidades</i></p> <p><i>Entusiasmo en el aprendizaje (KFLM)</i></p>

<p>emocionan por esas cosas y no muestran la apatía que a menudo tienen después, cuando ya están más grandes y entran en la ESO.</p>	<p><i>Apatía en la ESO</i></p>
<p><i>¿Cuáles son los temas que mejor dominas y cuáles no con respecto a la enseñanza de las matemáticas?</i></p> <p>Los temas que más domino a la hora de enseñar son el sumar, el restar y las divisiones. Lo peor o más difícil es cuando ellos empiezan a aprender los decimales y esas cosas y entonces se les hace tan difícil entender y lo que era alegría se vuelve otra cosa.</p>	<p><i>Conocimientos en la enseñanza de las matemáticas (KMT)</i></p> <p><i>Operaciones básicas</i></p> <p><i>Dificultades en el aprendizaje de los decimales (KFLM)</i></p>
<p><i>¿Qué aspectos, características o rasgos de tus alumnos tienes más en cuenta al momento de enseñar o dar tu clase?</i></p> <p>Aprovecho las actitudes positivas de los alumnos, que ya tienen el conocimiento del tema y hacia grupos donde al menos uno de los miembros fuera uno de estos chicos y así este alumno enseñaba a sus compañeros, ya que ellos me servían de apoyo a mí a la hora de enseñar un tema complicado.</p>	<p><i>Características de los alumnos en el aprendizaje (KFLM)</i></p> <p><i>Actitudes de los alumnos</i></p> <p><i>Dominio del tema</i></p> <p><i>Enseñanza de pares</i></p> <p><i>Tutoría de apoyo</i></p>

## 7.2 Síntesis de las categorías encontradas

A partir de las respuestas proporcionadas en la entrevista, y teniendo en cuenta las categorías identificadas, se han organizado las informaciones en torno a los subdominios dentro del MTSK:

- Conocimiento de los **temas (KoT)**, referido al **qué** se aprende manejo de conceptos y procedimientos, matemática escolar, los temas o contenidos en general según el nivel en el que se encuentren los alumnos. En este subdominio, de acuerdo con lo expresado en la entrevista, la entrevistada habló de conceptos y procedimientos matemáticos, específicamente de aquellos que son contenidos en la matemática escolar; y aunque hizo énfasis en numeración, operaciones básicas, también se refirió a las fracciones y decimales.
- Conocimiento de la **estructura de las matemáticas (KSM)**, referido manera como se conectan los conocimientos dentro de las matemáticas, cómo está estructurado u organizado el asunto a aprender, las conexiones interconceptuales y temporales. Consultada con respecto al conocimiento especializado que tiene en cuenta dentro de su práctica en relación con la enseñanza de las matemáticas y de los números racionales, habló del manejo de las operaciones básicas y enumeración, relaciones y comparaciones entre cantidades, como temas con los cuales se maneja con mayor facilidad. Adicionalmente, la entrevistada estableció conexiones interconceptuales entre diversos contenidos (por ejemplo, fracciones, decimales, proporción, porcentaje).
- Conocimiento de la **práctica matemática (KPM)**, referido a cómo se debe actuar en una clase de matemáticas, lo que abarca las formas de uso de los razonamientos y pruebas matemáticas, definición y uso de definiciones, representaciones, argumentos, generalizaciones y explicaciones que tienen como base el razonamiento matemático y para qué sirve, en general, este conocimiento. La entrevistada mencionó que los números racionales son muy importantes, ya que se encuentran presentes en nuestra vida cotidiana de diversas maneras; aunque no profundizó más con respecto a este punto,.

- Conocimiento de las **características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)**: de qué manera tiene lugar el aprendizaje, cómo es el enfoque que tienen los estudiantes acerca de sus tareas, entender las dificultades más comunes en el aprendizaje, adecuar la enseñanza de los contenidos o procedimientos, comprender las inexactitudes de las respuestas; en suma, cómo se aprende y qué factores influyen. Sobre este punto fue que más profundizó la entrevistada. Con respecto a los números racionales, la entrevistada concedió más importancia en el establecimiento de las secuencias de aprendizaje y determinación de contenidos previos a las características o actitudes de los alumnos. A su juicio, la organización de las secuencias es algo muy relativo que varía en función de lo individual, diferentes ritmos de aprendizaje, o del contexto. El aprendizaje debe hacerse desde lo concreto, desde lo más familiar y cercano para el niño, proporcionando ejemplos y analogías para que se hagan más sencillos. Es deber de la escuela lograr este aprendizaje, donde los niños deben familiarizarse con los números racionales, enseñándoles no solo lo que son, sino también cómo deben o pueden usarlos en su vida.

Al preguntarle acerca del abordaje de la enseñanza de la matemática y, más específicamente, de los números racionales, la entrevistada prefirió concentrarse en lo que a su juicio debe ser la prioridad del docente, pues de este factor depende todo lo demás: las características del educando. A partir de su conocimiento es que debe organizarse el aprendizaje y no a partir del contenido. En tal sentido, habló de aspectos relacionados con el estudiante que considera son primordiales de comprender, pues constituyen el punto de partida de la programación didáctica; tales aspectos serían: características del entorno del educando, nivel educativo de los padres, conocimiento previo necesidades educativas especiales.

En relación con tales aspectos fue muy enfática en el entorno familiar, donde hablo del *nivel de estudio de los padres* y del *apoyo que la familia* en general brinda al alumno, en cuanto a su aprendizaje y, más exactamente, en la elaboración de las tareas. Esto es primordial para ella, puesto que considera que, si los padres no tienen un nivel de conocimientos en cuanto a las matemáticas, y no pueden ayudar al niño

en sus tareas, el docente debe dedicar mayor tiempo y espacio en clase, lo que incide en la programación y en la organización del tiempo de la clase.

En cuanto a las dificultades que experimentan los niños con respecto a los números racionales, la entrevistada considera que las dificultades comienzan desde que les tocan el tema de los decimales y deben pensar en dónde poner la coma para indicar la cantidad. A su juicio, les resulta difícil a los niños a esa edad pensar en números que no sean completos; es una noción abstracta que no asimilan de buenas a primeras. Otra dificultad en relación con los números racionales, es el llevar la expresión fraccionada a expresión decimal y viceversa. Al respecto, afirma que no pueden comprender que sea el mismo valor pero expresado de distintas formas.

Aunque para la entrevistada, dichas dificultades están relacionadas, por un lado, con la cantidad de niños por aula, ya que al tener a 30 por salón hay menos tiempo para atender las dificultades individuales de cada uno; por otro lado, están las dificultades del mismo contenido, con respecto al pensamiento concreto y abstracto y a la dificultad general que para el niño constituye el tener que representar decimales y fracciones en la realidad. Sin embargo, la entrevistada considera, dentro de su experiencia profesional, que ha podido dar resolución de las dificultades, brindando atención individualizada y apoyo docente y apelando a estrategias como la tutoría entre pares.

- Conocimiento de los **estándares de aprendizaje (KMLS)**, referido a componentes específicos en las normativas curriculares de los diferentes niveles (orientaciones de enseñanza, contenidos, materiales o recursos educativos y objetivos), con respecto a lo que se espera que puedan aprender los alumnos; esto es, hasta dónde se debe aprender o qué tanto. En relación con cuánto deben profundizar los niños con respecto al conocimiento de los números racionales, la entrevistada considera que dicha profundidad debe adaptarse al nivel de educación primaria, considerando tanto la edad como la maduración cognitiva del niño, para que el aprendizaje sea pertinente y efectivo. En este sentido, teniendo en cuenta que, para esta edad, cuanto mayor es la abstracción mayor es la

complejidad, debido a dicha madurez cognitiva, se debe presentar la información de la manera menos abstracta posible, usando más bien explicaciones desde lo concreto. Por lo tanto, se infiere que en lo que más se debe profundizar es en la aplicación del conocimiento a la cotidianidad del niño, antes que la comprensión de los conceptos.

- Conocimiento de la **enseñanza de las matemáticas (KMT)**: habilidades y técnicas necesarias para enseñar un procedimiento o qué material elegir para explicar un concepto, por decir un ejemplo, seleccionar los ejemplos, recursos didácticos y ejercicios más apropiados. En suma, cómo se enseña.

De una manera general, en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas, la entrevistada enfatiza tres aspectos en específico: las características particulares del alumno, en cuanto a sus necesidades específicas de aprendizaje, su situación contextual, así como, la necesidad que tiene el docente de conocer todo esto a partir de un diagnóstico; segundo, la organización de la enseñanza, que incluye, las estrategias que despliega la docente, los objetivos y las secuencias; en tercer lugar, la enseñanza particular de los números racionales.

En particular con respecto a la enseñanza de los números racionales en la escuela, además de lo señalado antes, en este proceso se debe enseñar no solo lo que son los números racionales sino también para qué se pueden usar, partiendo desde lo concreto y cercano al niño; la entrevistada considera que esto se puede lograr mediante actividades que hagan más sencilla la tarea. Una condición, a su juicio, que deben cumplir estas estrategias de enseñanza de números racionales es que sean lúdicas. Sobre este aspecto, se extendió, afirmando que las actividades lúdicas y dinámicas, que incluyen juegos, canciones y rimas, son de mayor efectividad que aquellas más pasivas, que implican memorización. A su juicio, el componente anímico y afectivo es importante, pues del disfrute depende en gran medida el aprendizaje.

## 8. Conclusiones

Retomando el objetivo general de la investigación, donde se buscó analizar el conocimiento especializado que posee un maestro de matemáticas en Educación Primaria de una escuela en Andalucía, en relación con la enseñanza de los números racionales a sus alumnos, lo primero que salta a la vista, luego del análisis precedentemente efectuado, es que la persona que constituyó el caso de estudio para la presente investigación, privilegia el conocimiento didáctico del contenido (PCK) por encima del conocimiento del contenido matemático (MK).

De manera más particular, en cuanto a los subdominios del PCK, se pudo observar lo siguiente, de acuerdo con el análisis realizado:

- En cuanto al conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), la docente entrevistada tiene claridad acerca de la manera como aprenden los alumnos, qué dificultades presentan en relación con el contenido de números racionales, y los tiene en cuenta en la práctica.
- Con respecto al conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS): manifiesta saber hasta qué punto les corresponde a los estudiantes de Educación Primaria conocer, comprender o aplicar el contenido de los números racionales.
- Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT): a su juicio, este es el aspecto primordial y el que más tiene en cuenta; cuáles son las estrategias para enseñar, las actividades a desarrollar por parte de los estudiantes, los ejemplos y recursos a utilizar más apropiados, son lo que prioritariamente le ocupan en su planificación.

Por otra parte, en lo referente al conocimiento del contenido matemático (MK), se tiene:

- Conocimiento de los temas (KoT): en este subdominio, de acuerdo con lo observado en la entrevista, se puede decir que hay conocimiento de conceptos y procedimientos matemáticos, específicamente de aquellos que son contenidos en la matemática escolar; aunque hizo más énfasis

en otros conocimientos (numeración, operaciones básicos), anteriores en secuencia al que constituye el objeto de la presente investigación.

- Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM): la entrevistada evidenció conocer el panorama de la complejidad matemática, estableciendo relaciones entre diversos contenidos (por ejemplo, fracciones, decimales, proporción, porcentaje), lo que implica una comprensión global de los conceptos de la matemática.
- Por último, en cuanto al conocimiento de la práctica matemática (KPM): la entrevistada hizo mención en algunas ocasiones a las formas de uso de las representaciones, razonamientos, generalizaciones y explicaciones matemáticas; aunque, como se señaló en su momento, no hizo mayor énfasis en este punto.

En líneas generales, como se dijo, la entrevistada considera que el conocimiento de lo pedagógico predomina sobre el conocimiento especializado; incluso, afirma que el conocimiento del especialista muchas veces se puede traducir en una actitud cerrada, que no favorece el proceso de enseñanza aprendizaje. Por el contrario, concede más importancia a la experiencia y a la mediación, desde la empatía y el uso de un lenguaje sencillo, adaptado al nivel cognitivo del niño. De sus palabras se infiere que, en el nivel de educación primaria, haberse especializado en un área no es una ventaja tan grande, y esta es una diferencia entre la universidad y la escuela.

Por último, en cuanto a conocimiento especializado en la enseñanza de los números racionales no se mostró dispuesta a hablar, ya que no se considera una especialista, sino que ha tenido una formación un poco autodidacta a partir de la práctica, aunque sí ha realizado cursos de capacitación. Siempre orientó la atención hacia lo pedagógico, antes que a los conocimientos especializados, enfatizando que la programación de objetivos y aprendizajes a alcanzar, así como las secuencias didácticas, se hace más en función de un conocimiento acerca del aprendiz y su contexto, en primer lugar, y de las condiciones institucionales, como segundo; aunque

reconoció que es importante la reflexión que hace el docente acerca de la propia práctica y la retroalimentación entre pares.

## 9. Referencias

Álvarez-Gayou, J.L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa*. Buenos Aires: Paidós.

Arias, F. (2012). *El proyecto de investigación*. Caracas: Epísteme.

Báez, J. (2009). *Investigación cualitativa*. Madrid: Esic.

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Journal of Teacher Education, 59 (5), 389-407.

Bereiter, C. y Scardamalia, M. (1986). *Educational relevance of the study of expertise*. Interchange, v. 17, n. 2, p. 10-19.

Bolam, R. (2010). *Strategies for school improvement. A Report for OECD*. Recuperado de <http://www.oecd.org/education/school/47101323.pdf>

Escudero-Ávila, D.; Vasco, D. y Aguilar-González, A. (2017). *Relaciones entre los dominios y subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Recuperado en 21-06-2018 de [http://www.uteq.edu.ec/doc/page/35/Grupos%20de%20Investigaci%C3%B3n/matem%C3%A1ticas/CIBEM%202017%20\(1\).pdf](http://www.uteq.edu.ec/doc/page/35/Grupos%20de%20Investigaci%C3%B3n/matem%C3%A1ticas/CIBEM%202017%20(1).pdf)

Flores, C.; García, M.; Hernández, J. y Sosa, L. (2013). *Matemática educativa: la formación de profesores*. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). *Modelo para el análisis didáctico en educación matemática*. Infancia y Aprendizaje, 33(1), 89-105.

Grajales, T. (2000). *Tipos de investigación*. On line (27/03/2.000). Revisado el, 14-06-2018.

González-Peiteado, M., & Pino-Juste, M. (2013). *Percepción del alumnado de Ciencias de la Educación de la Universidad de Santiago de Compostela sobre el uso de los estilos de enseñanza*. *Innovación educativa*, (23).

González-Pienda, J.; Núñez, J.; Alvarez, L.; González, P.; González-Pumariega, S.; Roces, C. (2003) ¿Cómo explicar tanto fracaso en el aprendizaje de las matemáticas? *Psicología E Educación*. N° 8 (Vol. 10) Año 7°-2003 ISSN: 1138-2663

Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de investigación*. México: McGraw Hill.

Imberón, F. (2011). Un nuevo desarrollo profesional del profesorado para una nueva educación. *Revista de Ciencias Humanas Frederico Westphalen*. v. 12 n. 19 p. 75 -86.

Jefatura del Estado (2013). *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa*. En «BOE» núm. 295. 10 de diciembre.

Consejería de Educación, Cultura y Deporte (2015). *Orden de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*. Junta de Andalucía.

López Ponce, W. y López González, W. (2017). Las dificultades conceptuales en el proceso de aprendizaje de la Matemática en el segundo año de Educación Media. *Educere*. 21(70). Septiembre-diciembre. 653-667.

Martínez, M. (1999). *La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación*. Manual Teórico-Práctico. México: Trillas.

Martínez, M.; Giné, C.; Fernández, S.; Figueiras, I.; Deulofeu, J. (2011). *El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el*

*presente con el pasado y el futuro*. En: Simposio de la sociedad española de investigación en educación, Ciudad Real. Anales. p. 429-437.

Montes, M. A.; Aguilar, A.; Carrillo, J.; Muñoz-Catalán, M. C. (2013). *MTSK: from Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures*. In: Proceedings of the eighth congress of the European Society for Research in Mathematic. Antalya, Turquía. pp. 3185-3194.

*Recomendación del parlamento europeo y del consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente* (2006). Diario Oficial de la Unión Europea. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/?uri=celex%3A32006H0962>

Ribeiro, C. M. (2009). *Conhecimento matemático para ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais*. Bolema, Rio Claro, SP, v. 22, n. 34, p. 1-26. dez.

Rojas, N. (2013). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos* (Doctoral dissertation, Universidad de Granada) p.112

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). *Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales*. Boletim de Educação Matemática, 29(51).

Ruiz-Olabuénaga, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto.

Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado*. Revista de Currículum y Formación de Profesorado. Universidad de Granada. vol. 9, núm. 2, pp. 1-31.

Stakes, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

OCDE (2001). *Teachers for tomorrow's schools. Analysis of the world education indicators. Executive Summary. Organization for economicdge of topics and structures*. In: Proceedings Of Cerme 8. 8th, Antalya. París: World Education Indicators Programme.

Viera, J. (2015, diciembre 6). Informe PISA: España sigue a la cola en Matemáticas y Ciencias aunque mejora en Lectura. *El Español*. Recuperado en 12-05 de [https://www.elespanol.com/sociedad/20161206/176232388\\_0.html](https://www.elespanol.com/sociedad/20161206/176232388_0.html)

Vizcarra, R. E., & Sallán, J. M. G. (2005). *Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria*. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, 1, 17-35.

Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2016) Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké*, Campinas, SP, v.24, n.3, set./dez. p.301-321