

LOST SALES AND PRESS DISTRIBUCIÓN

José M. Caridad y Ocerin
Francisco J. Rodríguez Aragón
Nuria Ceular y Villamandos

RESUMEN

La distribución de un bien perecedero, como un periódico, se realiza a través de una red de puntos de venta heterogéneos, cuya demanda es de naturaleza aleatoria. Generalmente, se emplean métodos heurísticos, basados en la experiencia acumulada, para la toma de decisiones que diariamente deben implementarse para decidir el suministro. La empresa distribuidora debe contrarrestar los costes de devolución de ejemplares no vendidos, con los derivados de exceso de demanda respecto al número de ejemplares suministrados o nivel de servicio. En la red no se obtienen datos de la demanda real, pues los agentes no están incentivados para proporcionar información fiable, y prefieren generalmente un servicio más elevado. Se proporciona una metodología para estimar algunas de las características de la distribución de la demanda en un punto a partir de sus ventas, que puede considerarse como la variable demanda censurada por el nivel del servicio. De esta forma se estima la venta perdida en un establecimiento que agota el número de ejemplares, para, posteriormente deducir series temporales de demanda, sin que se produzca el fenómeno de la censura. Con estas series se usan modelos dinámicos para predecir la demanda en un punto de venta, y, por lo tanto, desde la distribuidora, adecuar el nivel de servicio a la demanda esperada en cada punto de la red. Finalmente se desarrolla un caso práctico real, comprobando que la metodología propuesta produce resultados que mejoran el proceso de distribución, disminuyendo, cuando es preciso, la oferta, y, a la vez, reduciendo el número de ejemplares devueltos, todo ello sin aumentar la tirada.

PALABRAS CLAVE: Asignación de servicios, Ruptura de stock, Estimación de la oferta, Ventas de prensa, Distribución de prensa

ABSTRACT

Press distribution is done through a network of selling points, and, it can be compared to the commercialisation of non durable goods. The companies in charge of the distribution generally use heuristic methods, based on their market knowledge and of past experiences. Demand is a random variable that should be analyzed to minimize the distribution costs: the over and undersupply of journals. The random demand in a final selling point is modelled, and the effects of deviation in the offer function are studied. Data are censored, in the sense that that the number of journals sold is limited by the supply, and the personnel involved have no incentives to try to estimate the real demand, so they generally ask for an increase in the supply. Thus, a methodology is developed to estimate some parameters of the uncensored demand, for selling points that have sold out all the journals supplied. A complete time series of the demand in an outlet is estimated, and, later on, modelled, so future demand can be forecasted. The supply is adjusted using these forecasts. The obtained results are applied to the distribution process of a well known journal, reducing, when

necessary the demand, or increasing the supply, without affecting the overall production. The proposed methodology improves the distribution costs over the usual approach.

KEY WORDS: Assignment of services, Stock rupture, Demand estimation, Press sales, Press distribution

1. INTRODUCCIÓN

Los bienes perecederos se distribuyen a través de una red de puntos de venta que deben ser abastecidos frecuentemente. La empresa editora de un periódico o de una revista tiene que suministrar una cierta cantidad de ejemplares, a cada establecimiento, lo que le plantea la problemática de optimizar el sistema de asignación para determinar el número de ejemplares a situar en cada punto. En el proceso de distribución se deben tener en cuenta las posibilidades contrarias respecto a toda política de maximización de beneficios (o de minimización de costes): un nivel de servicio excesivo originará previsiblemente unos costes adicionales de devolución, además de los de producción, mientras que si la oferta es insuficiente, no solo hay que valorar la venta perdida, sino los efectos sobre la imagen de marca del periódico, e incluso, sobre las costumbres de los compradores.

Las dos estrategias habituales para resolver el problema de la asignación de mercadería se basan o bien en determinar la producción total, T , y luego repartir esta cantidad en la red, o, alternativamente, se estima el nivel de servicio a asignar a cada punto de ésta, y mediante agregación se obtiene la tirada, en el caso de un periódico. También cabe un enfoque intermedio, posiblemente más realista, consistente en realizar estimaciones agregadas para conjuntos de puntos de venta próximos, y posteriormente, realizar la desagregación para cada uno de ellos.

Para una red formada por N establecimientos, cada uno de éstos recibe una cantidad de ejemplares, s_j , $j = 1, 2, \dots, N$, siendo $\sum s_j = T$. Es la empresa distribuidora la que determina cada uno de los niveles de servicio, s_j , lo que puede hacerse, o bien por procedimientos heurísticos, basado en la experiencia acumulada y aplicando unas tablas de distribución predeterminadas, o bien, analizando las variables explicativas de la demanda, D_j , del establecimiento j -ésimo. Algunas de estas variables predeterminadas son: el historial de ventas pasadas, la climatología, sucesos imprevistos en la distribución, la presencia de algún elemento importante que pueda afectar a la demanda como un evento deportivo, un suceso impactante, o simplemente la promoción de un producto asociado a la venta de un periódico o revista.

En ausencia de sucesos influyentes de forma singular, lo que puede tratarse siempre mediante variables de intervención, la demanda, D , correspondiente a un determinado punto de venta, debe considerarse como una variable aleatoria, cuya distribución debe ser estimada para poder optimizar el sistema de distribución. Lógicamente cada punto de venta tendrá una función de demanda distinta, D_j , si bien, se prescindirá del subíndice para simplificar la notación. Además esta demanda puede ir variando en el tiempo, lo que complica más el proceso de modelización.

Así pues, para estimar la distribución de la demanda, D , caben dos enfoques alternativos: una determinación estática, usando datos de corte transversal sobre puntos de ventas similares, o, si son datos de un mismo punto, deben estar lo suficientemente espaciados en el tiempo, para evitar la autocorrelación; la otra metodología alternativa consiste en usar modelos dinámicos basados en diversas técnicas de series temporales y de

modelización econométrica. Ambas aproximaciones se combinan, mediante el estudio de los correspondientes modelos de datos de panel.

La primera dificultad práctica con que se encuentra la distribuidora, es la ausencia de datos de demanda en cada punto de venta. La citada empresa dispone de dos datos diarios (en caso de periódicos) o semanales (si es una revista de esta periodicidad) para cada punto de venta: la cantidad de ejemplares suministrados el día t , $s = s_t$, y el número de devoluciones, $d = d_t$. Existe un desfase temporal entre ambos datos, pues el segundo se suele conocer unos días después de la decisión sobre el primero. Hay que indicar que los sistemas de distribución de prensa originan una recogida de ejemplares no vendidos, a cargo de la empresa editora, que corre con los gastos de la recogida de estos ejemplares, además del coste inicial de producción y distribución. Los puntos de venta no incurrir en costes por devolución, lo que elimina el incentivo de una estimación de la demanda por parte de éstos. Por este motivo, el problema de decisión sobre el nivel de servicio, s , a cada punto de venta, recae sobre la empresa distribuidora.

Aunque cabe la posibilidad de tomar datos reales de venta mediante un estudio de mercado, el proceso es caro, ya que, requiere tomar una muestra de puntos de venta, y realizar los correspondientes trabajos de campo, no existiendo un interés en los vendedores en la colaboración correspondiente.

Por lo tanto, si se desea estimar algunas características de la distribución de la demanda, y a partir de éstas, deducir la venta perdida asociada al suministro insuficiente de ejemplares a algún establecimiento, es necesario diseñar una metodología para alcanzar estos objetivos con los datos disponibles diariamente: el nivel de servicio s , y el de devolución, d . En el apartado siguiente se propone deducir algún parámetro de la distribución de la demanda con información limitada. Posteriormente, se plantean modelos temporales para la predicción del nivel del servicio mas adecuado para cada punto de una red

2. ESTIMACIÓN DE LA VENTA PERDIDA

Como primera hipótesis simplificadora, se considera que los establecimientos de venta son independientes entre sí y que no existe una demanda conjunta que pudiera hacer pensar que si se agota el producto en un determinado lugar, el cliente vaya al inmediatamente más cercano. Se dice que un establecimiento de venta es de tipo *agotado*, cuando haya vendido toda la cantidad distribuida por el productor. En el caso que se agoten los ejemplares, se considera la posibilidad de venta perdida por superar la demanda a la oferta.

Si a un establecimiento se le han suministrado s ejemplares, en un día predeterminado, las ventas se representan mediante la variable aleatoria

$$V = \begin{cases} D & \text{si } D < s \\ s & \text{si } D \geq s \end{cases}$$

La venta perdida en el período correspondiente a la asignación de servicios es la variable aleatoria

$$P = \begin{cases} D - s & \text{si } D > s \\ 0 & \text{si } D \leq s \end{cases}$$

Se observa pues que es preciso estudiar la forma y propiedades de la distribución de la demanda, para estimar el nivel de venta perdida. Para ello se desarrolla la metodología comentada en

Rodríguez y Caridad [1] y [2], para la determinación de la venta perdida en un conjunto de establecimientos de venta de prensa.

El distribuidor siempre conoce el dato del *servicio* o cantidad del bien suministrado a cada uno de los puntos de venta de su red, con lo que a cada uno de ellos manda, según la características del bien, responsables encargados de recoger los sobrantes de estos (de manera diaria, semanal, mensual, ...), que aparte de devolver dicho sobrante a las instalaciones del distribuidor (o almacenero, que puede ser el productor o el mismo distribuidor) facilita el dato de *devolución* por punto de venta. Según la rapidez como se realice esta operación, el distribuidor tarda más o menos tiempo en determinar por cada establecimiento su *devolución* y en consecuencia su *venta* real.

Así pues en casos de devolución nula, y haciendo uso del *principio de prudencia en distribución*, se supone que dicho establecimiento debió de atender a una demanda potencialmente mayor. Contra lo anterior cabe decir que realmente esta pérdida de venta puede no darse en la realidad ya que el cliente que no encontrarse el bien en su punto de venta, puede ir al inmediatamente más cercano o incluso pedirlo para que lo manden tanto en el mismo como al día siguiente. Sin embargo no es deseable que tal circunstancia ocurra de forma frecuente, porque aparte del perjuicio que tendría para el dueño del establecimiento por la posible pérdida de venta y de clientes, hay que sumar tanto el daño de imagen de la publicación como la posible pérdida de venta a favor de la competencia.

La determinación de la pérdida de *venta real* y la cuantificación de la proporción demandada respecto a la suministrada, hace aconsejable la realización de sondeos a pie de punto de venta, de modo que entre otras conclusiones se puedan obtener qué puntos pierden o se reparten la venta de una determinada zona de distribución. Sin embargo esta opción es generalmente costosa y muchas empresas no están dispuestas a acometer tal gasto.

Otra hipótesis a priori que se supone en el desarrollo que sigue, es que la demanda en un punto de venta se supone que se ajusta a una ley Normal. Esta suposición suele ser realista en puntos de venta elevada, con media superior a veinte ejemplares. Además, si se consideran conjuntos formados por agrupaciones de establecimientos próximos, la normalidad de la demanda agregada se deriva de la aplicación de los teoremas de límite.

Así pues, si el nivel de ventas es suficientemente elevado para que la distribución de V pueda aproximarse mediante una variable aleatoria de tipo continua, su función de densidad es

$$f_V(v) = \frac{f_D(v)}{F_D(s)} \quad v \leq s$$

siendo f_D y F_D las funciones de densidad y de distribución de la demanda D . En el caso de poder suponer Normal la demanda, dicha función vendrá determinada por la demanda media, μ_D , y por su varianza, σ_D^2 , ambos parámetros desconocidos.

Para estimar la distribución de la demanda de un punto de venta, o, equivalentemente, de las ventas, es preciso disponer de una muestra aleatoria de valores de servicios y ventas asociadas a este punto de venta, o a otros similares, es decir, hay que usar la muestra de n observaciones

$$(s_i, v_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

a partir de la cual se obtiene la función de verosimilitud

$$L = L(\mu_D, \sigma_D^2) = f(v_1, v_2, \dots, v_n | s_1, s_2, \dots, s_n)$$

En el caso que los datos muestrales se tomen de forma que puedan considerarse como una muestra aleatoria simple, la función logarítmica de verosimilitud a maximizar para obtener la distribución de las ventas, y , de la demanda, es

$$l(\mu_D, \sigma_D^2) = \sum_{i=1}^n [\ln f_D(v_i) - \ln F_D(s_i)]$$

Al sustituir las funciones de densidad y distribución por las de una variable Normal, $N(\mu_D, \sigma_D^2)$, su maximización mediante métodos numéricos no presenta ninguna dificultad.

En el caso de considerar un enfoque dinámico, en el que la demanda del instante t está relacionada con la de los anteriores, es necesario reformular la función logarítmica de verosimilitud anterior, para tener en cuenta la autocorrelación entre las variables aleatorias D_t sucesivas. Una posibilidad es usar modelos Arima para representar la evolución de la demanda, lo que conlleva la formulación de la función de verosimilitud de uno de estos modelos, deduciéndose la demanda media y su varianza a partir de éste.

Así pues, la estimación de la distribución de la demanda, su media y su varianza, será posible a partir de datos de ventas, y de asignación de servicios de un punto de venta. Para ello ha habido que suponer conocida la forma de la distribución de D , y su estabilidad en instantes sucesivos. Es obvio que pueden considerarse otras distribuciones distintas a la Normal, para representar la demanda, lo que sin duda será necesario en diversos puntos de venta. En Rodríguez y Caridad [3], se plantean otras especificaciones de la demanda, para puntos de venta con demanda baja, usando distribuciones discretas.

La distribución de la venta perdida, P , se deduce a partir de la distribución de D , siendo su media

$$\mu_p = \int_s^{+\infty} x f_D(x) dx - s(1 - F_D(s))$$

Este valor decrece con el nivel de servicio, s , como es de esperar. Para cualquier distribución de la demanda, se verifica

$$\frac{\partial \mu_p(s)}{\partial s} = F_D(s) - 1 \leq 0$$

$$\frac{\partial^2 \mu_p(s)}{\partial s^2} = f_D(s) > 0$$

es decir, que al decrecer, su concavidad se mantiene hacia arriba, mostrando una disminución asintótica de la venta perdida.

En el gráfico 1, se supone que es $D \in N(25, 2^2)$, es decir, una demanda de un punto de venta de nivel medio, y relativamente regular. El valor esperado de venta perdida se muestra en función del nivel de servicio.

Gráfico 1: VENTA PERDIDA ESPERADA

La venta perdida será muy pequeña respecto al servicio, cuando éste sea superior al valor de venta media más su desviación típica. Esto hace pensar que no es conveniente enviar elevadas cantidades del bien a distribuir a un establecimiento, debido a que la venta que se perdería sería mínima frente a la devolución que probablemente se debería soportar, es decir si un punto de venta tiene como demanda media unos 25 ejemplares y desviación típica de 2, pudiera ser interesante enviarle 30 ejemplares, ya que en caso de agotado la pérdida estimada de venta sería básicamente nula, pero enviar 40 ejemplares en este caso sería antieconómico, ya que en caso de agotarse, es poco probable que se vendiera más (salvo elementos externos como promociones, noticias importantes, ...) y se perdería generalmente una gran cantidad del bien que vendría de vuelta al almacén, lo que supone un coste apreciable.

3. PREDICCIÓN EN LA ASIGNACIÓN DE SERVICIOS

La distribución de la demanda en un punto de venta se puede caracterizar, como se hizo en el apartado anterior, a partir de una muestra de datos de asignaciones de servicios y ventas, (s_i, v_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, y de la suposición de la forma de dicha distribución. Sin embargo, cabe la posibilidad que la demanda media, μ_D , evolucione a lo largo del tiempo. Si esto ocurre alrededor de un nivel medio común a un período de tiempo, es posible aprovechar la autocorrelación entre los valores sucesivos, para determinar el nivel de servicio a aplicar en instantes futuros. Distintas alternativas de análisis de series temporales son aplicables. Los modelos Arima son una de ellas, aunque, en el caso de predicción a muy corto plazo, como puede ser el caso de venta de un periódico, se puede suponer un modelo de la forma

$$D_t = \mu_D + \varepsilon_t$$

en el que la perturbación aleatoria puede estar autocorrelada. Por ejemplo, si a_t representa un proceso estocástico de tipo ruido blanco, una forma simple de autocorrelación es la correspondiente a un proceso de medias móviles

de orden 1, es decir, $\varepsilon_t = a_t + \theta a_{t-1}$, siendo θ el coeficiente que expresa la influencia del choque que determina la oscilación de la demanda en el instante anterior al actual.

Si se admite la posibilidad de un ajuste diario del nivel medio de la demanda, sin llegar a presentar una tendencia en media, el método de alisado exponencial simple es adecuado para esta situación, mientras que en periodos de tendencia en la venta media, un alisado doble es mas conveniente. Ambos son casos particulares de modelos *arima*. Si está presente un fenómeno de estacionalidad, es preciso introducir modelos más complejos, como los de Holt-Winters, o los *arima* estacional multiplicativos. Ambos proporcionan mejores resultados que los modelos que presuponen componentes deterministas, como los de regresión. Si se dispone de información de otras variables explicativas, como la previsión meteorológica o la presencia de un suceso extraordinario, se introduciría un modelo de función de transferencia, o una red neuronal.

En todos los casos, la información disponible para la empresa distribuidora, está formada, al menos, por las series de asignación de servicios, s_t , y las ventas reales, que coincidirán con la demanda, en caso que no se agote el producto, $v_t = d_t$, o con las existencias, si la demanda es igual o supera a la cantidad suministrada, $v_t = s_t$, siendo, en este caso, la venta perdida, $p_t = d_t - s_t$.

Para modelizar la serie temporal de demanda, es preciso corregir la serie de ventas con las estimaciones de venta perdida, es decir, usar la serie de ventas corregida,

$$v_t = \begin{cases} d_t & \text{si } y_t < s_t \\ s_t + \hat{\mu}_p & \text{si } y_t = s_t \end{cases}$$

El incremento aplicado a la serie de ventas el día que se han agotado las existencias, se estima mediante la expresión

$$\hat{\mu}_p = \int_s^{+\infty} x \hat{f}_D(x) dx - s(1 - \hat{F}_D(s))$$

en la que \hat{f}_D y \hat{F}_D son las correspondientes funciones de densidad y de distribución de la demanda, estimadas a partir de la muestra de servicios y ventas, como se propuso en el apartado anterior, maximizando la correspondiente función logarítmica de verosimilitud.

La serie de ventas anteriormente corregida, es una estimación de la demanda real, por lo que si se desea predecir ésta, hay que construir los correspondientes modelos de predicción a partir de una serie temporal v_t , para lo que están disponibles diversos modelos uni o multivariantes, incluyendo o no variables predeterminadas como predictores, en el caso de disponer de los datos de éstos. Los modelos de alisado exponencial son especialmente fáciles de implementar, aunque igualmente, los modelos *arima*, que son mas generales que los de alisado, se pueden usar para la predicción a corto plazo, como es éste el caso. Por ejemplo, un modelo *arima* de predicción de las ventas esperadas sería de la forma:

$$v_t = \hat{\phi}_1 v_{t-1} + \hat{\phi}_2 v_{t-2} + \dots + \hat{\phi}_p v_{t-p} + \hat{a}_t + \hat{\phi}_p \hat{a}_{t-1} + \dots + \hat{\theta}_q \hat{a}_{t-q}$$

siendo los $\hat{\phi}_j$ los coeficientes del correspondiente polinomio autorregresivo, que podría tener raíces unitarias, en caso de tendencia en media, y $\hat{\phi}_j$ los correspondientes coeficientes del polinomio de medias móviles. Los \hat{a}_t , son los valores esperados del ruido blanco del modelo. Son iguales a los residuos dentro del período muestral, y se anulan para instantes posteriores al último dato disponible. Una variante de la ecuación de predicción anterior, Caridad [4], se obtiene estimando estos valores futuros del ruido, mediante una red neuronal, lo que suele mejorar las predicciones.

Si se dispone de datos hasta el instante t , con alguno de los modelos temporales anteriores, se obtiene la predicción de las ventas para instantes posteriores: $\hat{v}_{t+\tau}$, para $\tau = 1, 2, \dots$. Es habitual tener que estimar predicciones a varios días, dado que los datos de devoluciones llegan retardados en el tiempo. A partir de la estimación de la demanda para el día $t + \tau$

$$\hat{d}_{t+\tau} = \hat{v}_{t+\tau}$$

se decide la asignación de servicios para ese instante.

Como el objetivo es que la demanda quede cubierta, sin que se produzcan excesivas devoluciones, un procedimiento de optimización de costes permite calcular la asignación de servicios prevista, $s_{t+\tau}$, aunque un método más fácil de aplicar consiste en determinar este valor mediante la expresión

$$s_{t+\tau} = \hat{d}_{t+\tau} + k ECM_t$$

siendo ECM_t el error cuadrático medio obtenido con el modelo temporal para el que se estiman las ventas. Si este se ha obtenido con un conjunto de t datos, v_1, v_2, \dots, v_t , y se designa mediante $\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_t$, las correspondientes predicciones, el error cuadrático medio se obtiene mediante la expresión

$$ECM_t = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{\tau=1}^t (v_\tau - \hat{v}_\tau)^2}$$

Además este valor se descompone aditivamente en componentes de sesgo, varianza y covarianza, obteniéndose los índices de Theil, orientativos sobre la bondad de las predicciones.

El valor de la constante k dependerá de la política de la distribuidora respecto a la tirada, y está relacionada con los costes unitarios de valoración, por ejemplar agotado y devuelto. Puede determinarse a partir de un proceso de maximización de beneficios o minimización de costes según se propone en Rodríguez y Caridad [4], un modo sencillo de determinar k lo ofrece un criterio acorde a un objetivo de minimización de costes, para conseguir este fin, se hace uso de la función de costes esperados siguiente:

$$C(s) = P_d \int_{-\infty}^s (s-x) f_D(x) dx + P_a \int_s^{+\infty} (x-s) f_D(x) dx$$

siendo P_d el coste de un ejemplar devuelto y P_a el de un ejemplar no vendido aunque requerido por la demanda prevista. Por lo que el mínimo de dicha función cumple la siguiente igualdad:

$$\frac{P_a}{P_d} = \frac{F_D(s)}{1 - F_D(s)}$$

Que tipificando quedaría como:

$$\frac{P_a}{P_d} = \frac{F_Z \left[\frac{s - \mu_D}{\sigma_D} \right]}{1 - F_Z \left[\frac{s - \mu_D}{\sigma_D} \right]}$$

en el que F_Z es la función de distribución de una $N(0; 1)$. Tomando $k = \frac{s - \mu_D}{\sigma_D}$, se llega a:

$$k = F_Z^{-1} \left[\frac{\frac{P_a}{P_d}}{1 + \frac{P_a}{P_d}} \right]$$

Nótese que en este caso sencillo, si se hace la identificación del valor μ_D con el de la predicción de la demanda $\hat{d}_{t+\tau}$ y si la desviación típica coincide con el ECM_t , entonces es posible la identificación, despejando s , con la fórmula:

$$s_{t+\tau} = \hat{d}_{t+\tau} + k ECM_t$$

Como puede observarse, el valor de k puede identificarse con la política de distribución a seguir, la cual depende en gran medida del cociente de los costes unitarios de valoración $\frac{P_a}{P_d}$.

Debe mencionarse que la elección de k puede realizarse también de una forma heurística, a través de la experiencia acumulada, y puede ser distinto para cada punto de venta, e incluso evolucionar a lo largo del tiempo.

4. APLICACIÓN PRÁCTICA: ALGUNOS RESULTADOS COMPARATIVOS.

En este estudio se ha escogido $k = 0.8$ de hecho este valor puede obtenerse acorde a una política de minimización de costes esperados donde se suponga (para todos los puntos de venta) $\frac{P_a}{P_d} = 4$, valor muy usado para publicaciones de prensa diaria, por lo que en este caso se tiene que:

$$k = F_Z^{-1}(4/5) = 0.84$$

En base a este valor y de las consideraciones anteriores se realizan las predicciones de servicio para cinco puntos de venta en una publicación de prensa para el lunes día 4 de octubre del 2.004, considerando sólo, en el momento de usar modelos temporales, los lunes anteriores de este mismo año.

Conocido pues el dato de venta y devolución que se tuvo para estos cinco establecimientos el lunes 4 de octubre, se tiene mediante la asignación de servicios realizada en la empresa de distribución de donde se toman los datos, la siguiente tabla:

Tabla 1: DISTRIBUCIÓN DE UN PERIÓDICO EN CINCO PUNTOS DE VENTA

Periódicos distribuidos:	137
Periódicos vendidos	107
Periódicos devueltos	30
Periódicos agotados	1

Utilizando el procedimiento descrito en los apartados anteriores, se corrigen las series de ventas, a partir de los datos de *servicio* y *venta* del histórico de datos y mediante el uso de un modelo de alisado exponencial simple y doble respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran a continuación.

Tabla 2: DISTRIBUCIÓN DE UN PERIÓDICO EN CINCO PUNTOS DE VENTA: ALISADO EXPONENCIAL SIMPLE

Periódicos distribuidos:	132
Periódicos vendidos	107
Periódicos devueltos	25
Periódicos agotados	0
Estimación de venta recuperada	3

Tabla 3: DISTRIBUCIÓN DE UN PERIÓDICO EN CINCO PUNTOS DE VENTA: ALISADO EXPONENCIAL DOBLE

Periódicos distribuidos:	133
Periódicos vendidos	107
Periódicos devueltos	26

Periódicos agotados	0
Estimación de venta recuperada	1

Las constantes de alisado se han seleccionado minimizando los errores cuadráticos.

También se tiene que mencionar que en el campo *estimación de venta recuperada*, se calcula que cantidad pudo haberse vendido de más en ambas tablas (debido al agotado que se obtuvo con la asignación de la distribuidora), al considerarse el mínimo entre esta cantidad y la diferencia entre la predicción y la venta.

Como puede observarse, los resultados obtenidos con ambos métodos son similares en las tablas 2 y 3, pero en ambos casos se mejora claramente los datos obtenidos con la empresa colaboradora. La causa entre el parecido de las dos tablas anteriores es debido fundamentalmente a que los datos no presentan una tendencia claramente definida y por tanto en el *alisado exponencial doble*, la pendiente del modelo es próxima a cero en cada uno de los puntos considerados, bastando la predicción obtenida con el alisado simple.

Como nota característica debe señalarse que cuando se corrigen las series de ventas según el procedimiento descrito en la anterior sesión, se realizan predicciones sobre series de venta cuyos datos han sido, bien aumentados (en el caso de ruptura de stock) o bien no modificados, por lo que este tipo de asignaciones son más generosas en cuanto a servicio se refiere, siempre y cuando la variabilidad de los datos, medida por el *error cuadrático medio*, se mantenga, ayudando a evitar el agotado en mayor proporción que las *asignaciones* que se pudieran obtener a partir de series de ventas sin corregir.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado una metodología de cálculo para la venta perdida en una red de puntos de venta de prensa, continuación de análisis previos, como el propuesto por Rodríguez y Caridad [1] y [2]. Generalmente cuando un distribuidor recoge datos de los establecimientos de la red a través de la cual vende su producto, obtiene datos de venta, que constituyen observaciones de la demanda, pero censurada por la cantidad total, s , de unidades suministradas. Por lo tanto, la demanda se halla acotada superiormente, es decir, se está observando la variable $D \mid D \leq s$, ya que si la demanda es mayor, las ventas recogidas son $V = s$. La distribución de la demanda debe ser caracterizada mediante los datos de ventas, además de mediante las asignaciones de servicios, s . Ambas varían diariamente para cada punto de venta. Mediante el procedimiento desarrollado, se estima la demanda real, aun en el caso que se agoten los ejemplares. Es necesario considerar alguna restricción, en la forma de la distribución a priori de la demanda. En los apartados anteriores se analiza el caso Normal, si bien, cabe emplear métodos similares en el caso de demandas que se ajusten a alguna otra distribución. La posible disponibilidad de datos autocorrelados, puede dificultar el proceso de estimación de los parámetros que caracterizan la distribución de la demanda, al complicar la forma de la función de verosimilitud. Posteriormente, se emplean los datos de la demanda estimada, para corregir los datos de ventas en los días en que se agoten los ejemplares, es decir, cuando es $V = s$, incrementándose este valor en la estimación de la venta perdida. Así pues se generan series temporales de ventas sin censurar, que pretenden medir la oferta real en un determinado establecimiento. Con estas series, se usan técnicas habituales de predicción, univariante, si no se dispone de información complementaria, pudiéndose extender a modelos de función de transferencia, o incluso a modelos de tipo red neuronal, con el objeto de predecir la demanda real. Como la predicción es a muy corto plazo, los resultados obtenidos son buenos, incluso con algunas técnicas muy fáciles de implementar en la empresa, como

son los alisados exponenciales. Los problemas asociados a fenómenos exógenos conocidos, como por ejemplo, una promoción, pueden, en principio, incorporarse en esta fase de predicción.

Para mostrar la factibilidad y utilidad de los métodos empleados, se ha aplicado a un caso real de venta de prensa, estimando de esta forma la asignación de servicios, que es distinta a la empleada con métodos heurísticos, como los habitualmente empleados en estas empresas. Se consigue mediante este procedimiento la obtención de asignaciones de servicios que permiten, además de un ahorro en la distribución de ejemplares, reducir las devoluciones y recuperar (al menos teóricamente) parte de la venta que se perdería por ruptura de stock.

Para finalizar sólo decir que este procedimiento, aunque ha sido aplicado en este caso al tema de la distribución de la prensa diaria, donde debido a las características de dicho bien es fundamental el buen conocimiento del comportamiento de la demanda, puede ser aplicado a la distribución de otros bienes perecederos que se distribuyen a través de una red, aconsejándose en este caso la adecuación de la constante k , a la política de distribución de la empresa.

BIBLIOGRAFÍA

- Brown, R. G. (1963): "Smoothing, forecasting and prediction". Ed. Prentice-Hill. Englewood Cliffs, N.J.
- Caridad y Ocerin, J. M. (1998). *Econometría: modelos econométricos y series temporales*. Ed. Reverté. Barcelona.
- Caridad y Ocerin, J.M. (2002). "Hybrid and classical forecasting methods: the demand of water in urban areas". *MME'02*. pp. 33-45 Praga. ISBN 80-248-0153-1
- Caridad y Ocerin, J.M.;Rodríguez Aragón, F.;Ceular Villamandos, N. (2004) "Demand estimation in press distribution". *MME'04*. pp.42-55 Brno. ISBN:80-210-3496-3
- Heskes, T. , Spanjers, J. y Bakker, B.(2004): Optimizing newspaper sales using neural-Bayesian. *Neural Computing & Applications*.
- Kendall, M. y Ord, J. K. (1990): *Time Series*. Griffin
- Pyndick, R.S., Rubenfield, D.L. (2001): *Microeconomía*. Ed. Prentice Hall. Madrid.
- Maron, M. J. (1987). *Numerical Analysis. A practical Approach*. Mc Millan Publishing Company.
- Rodríguez, F. J. y Caridad J. M. (2004) [1]: "Asignación de servicios de prensa en un punto de demanda media." *Documento de Trabajo: Departamento de Estadística, Econometría, Investigación Operativa y Organización de Empresa. Universidad de Córdoba*. ISBN. 84-95723-17-4
- Rodríguez, F. J. y Caridad J. M. (2004) [2]: " Demanda Insatisfecha en una Red de puntos de venta de prensa." *Documento de Trabajo: Departamento de Estadística, Econometría, Investigación Operativa y Organización de Empresa. Universidad de Córdoba*. ISBN. 84-95723-18-2
- Rodríguez, F. J. y Caridad J. M. (2004) [3]: "Sistemas de difusión de prensa en puntos de venta con demanda aleatoria de distribución geométrica". *Documento de Trabajo: Departamento de Estadística, Econometría Investigación Operativa y Organización de Empresa. Universidad de Córdoba*. ISBN. 84-95723-19-0
- Rodríguez, F. J.Y/ Caridad J. M. (2004) [4]: "Equilibrio de mercado en un punto de venta con demanda normal" *Documento de Trabajo: Departamento de Estadística, Econometría Investigación Operativa y Organización de Empresa. Universidad de Córdoba*. ISBN. 84-95723-22-0
- Van Kranenburg, H.L. (2001): "Economic Effects of Consolidation of Publisher and Newspaper in the Netherlands." *Journal of Media Economic*, 14(2), 61-76.