

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Simulación de pulsos gaussianos de velocidad a la salida de un chorro líquido

Autor: Daniel Fernández García

Tutores: Pedro Ángel Vázquez González

Heliodoro González García

Dep. Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Simulación de pulsos gaussianos de velocidad a la salida de un chorro líquido

Autor:

Daniel Fernández García

Tutores:

Pedro Ángel Vázquez González

Profesor titular

Heliodoro González García

Profesor titular

Dep. de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Grado: Simulación de pulsos gaussianos de velocidad a la salida de un chorro líquido

Autor: Daniel Fernández García

Tutores: Pedro Ángel Vázquez González

Heliodoro González García

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

La realización de este trabajo constituye todo un hito para mí, pues supone alcanzar uno de mis mayores propósitos, un logro que hubiera sido imposible de alcanzar sin el cariño y el apoyo de muchísimas personas.

Como no podía ser de otra forma, he de comenzar dando las gracias a mis tutores, Pedro y Helio, por su inestimable ayuda a lo largo de estos meses, por todos sus consejos, correcciones y orientaciones, que me han sido de gran utilidad en la realización de este trabajo, y por brindarme la oportunidad de aportar mi pequeño granito de arena a su encomiable labor de investigación.

Gracias a mis padres, Francisco y María del Mar, por todo el cariño que día tras día me demuestran y por enseñarme con su ejemplo la importancia del esfuerzo, la dedicación y la perseverancia. A mi hermana, Marina, por su complicidad y su increíble capacidad para sacarme una sonrisa incluso en los peores días. También a todos esos abuelos, tíos y primos que me han demostrado su apoyo a lo largo de estos años.

Tampoco podía olvidarme de mis amigos de toda la vida, aquellos para los que después de tantos años y vivencias compartidas la palabra amigo se queda corta, porque ya son de la familia. Por mucho que se separen nuestros caminos, siempre tendréis un sitio en mi mesa cada 28 de diciembre.

Por último y no por ello menos importante, y porque los grandes desafíos no pueden alcanzarse sin ayuda, agradecer a todas esas personas que han compartido esta aventura conmigo en primera persona, aquellos perfectos desconocidos que tras incontables clases, horas de estudio, risas, anécdotas y conciertos improvisados se han convertido en mi familia sevillana. Gracias por enseñarme que a veces está bien dejar de levantarse a las 7:00 de un domingo para estudiar y lanzarse a los brazos de la procrastinación, dejar los problemas al yo del futuro, y confiar en que todo va a salir bien.

Daniel Fernández García

Sevilla, 2018

Resumen

El objetivo del presente trabajo es el análisis de la evolución y ruptura de un chorro líquido estimulado por pulsos gaussianos de velocidad, por medio de simulaciones con el software Gerris. Se pretende estudiar cómo los parámetros que definen la perturbación gaussiana influyen en la ruptura en gotas del chorro, y determinar qué valores de los mismos dan lugar a formas de ruptura específicas. En concreto, interesa determinar qué valores dan lugar a una ruptura en una gota única, y cuáles permiten obtener una ruptura simultánea, en la que los ligamentos anterior y posterior a la gota se desprenden al mismo tiempo.

En primer lugar, se expondrán las ecuaciones y condiciones que rigen el comportamiento del chorro líquido, así como las hipótesis consideradas en el estudio del mismo y su correspondiente justificación. Seguidamente, se llevará a cabo una estimación inicial de los parámetros de estudio, en base a una serie de resultados teóricos. Una vez estimadas las características del pulso gaussiano, se realizarán una serie de simulaciones que permitirán analizar cómo los parámetros elegidos influyen en la evolución y ruptura del chorro líquido. Los resultados obtenidos revelarán qué valores de los parámetros que definen la perturbación gaussiana dan lugar a las formas de ruptura buscadas.

Abstract

The purpose of this study is to analyse the behaviour and breakup of a liquid jet stimulated by velocity Gaussian pulses, through simulations with the software Gerris. The aim of the project is to study the influence of the parameters that define the gaussian pulse in the breakup of the jet in droplets, and determine which values generate specific breakups. More precisely, it will be interesting to know the values that produce a single-droplet breakup, and the ones that generate a simultaneous breakup, in which both front and rear ligaments pinch at the same time.

Firstly, the equations and conditions that define the behaviour of the liquid jet will be presented, as well as the hypothesis considered in its study. Secondly, an initial estimation of the parameters of interest will be done, taking into account several theoretical predictions. Once the conditions of the Gaussian pulse has been estimated, several simulations will be done, which will allow an analysis of the influence of the studied parameters in the behaviour and breakup of the liquid jet. The results obtained will reveal which values of the parameters that define the gaussian pulse produce breakup forms of interest.

| | |
|---|-----------|
| Agradecimientos | vi |
| Resumen | viii |
| Abstract | x |
| Índice | xii |
| Índice de Figuras | xiii |
| Índice de Tablas | xiv |
| Índice de Ilustraciones | xv |
| Notación | xviii |
| 1 Introducción | 1 |
| 2 Descripción del Problema | 5 |
| 2.1. Hipótesis de partida | 5 |
| 2.2. Pulsos gaussianos de velocidad | 5 |
| 2.3. Ecuaciones del chorro líquido | 7 |
| 2.4. Adimensionalización | 8 |
| 3 Estudios previos | 11 |
| 3.1 Código numérico | 11 |
| 3.2 Estudio de mallado | 16 |
| 3.3 Elección inicial de parámetros | 18 |
| 4 Análisis de resultados | 21 |
| 4.1 Simulaciones y resultados | 21 |
| 4.1.1 Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$ | 21 |
| 4.1.2 Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$ | 23 |
| 4.1.3 Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$ | 24 |
| 4.1.4 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$ | 25 |
| 4.1.5 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$ | 26 |
| 4.1.6 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$ | 27 |
| 4.2 Simulaciones adicionales | 28 |
| 4.2.1 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\pi$ | 28 |
| 4.2.2 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$ | 29 |
| 4.2.3 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.6$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$ | 30 |
| 4.2.4 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.8$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$ | 31 |
| 4.2.5 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$ | 32 |
| 4.2.6 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$ | 33 |
| 4.2.7 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$ | 34 |
| 4.2.8 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=0.5$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$ | 35 |
| 4.2.9 Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, $\bar{k}=0.6$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$ | 37 |
| 4.2.10 Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, $\bar{k}=0.8$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$ | 38 |
| 4.2.11 Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$ | 39 |
| 5 Conclusiones | 41 |
| Referencias | 44 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1-1: Representación esquemática de la técnica Drop-on-demand | 2 |
| Figura 1-2: Representación esquemática de la técnica Continuous inkjet | 2 |
| Figura 2-1: Ejemplo de pulso gaussiano | 6 |
| Figura 2-2: Representación esquemática de la generación experimental de un pulso gaussiano | 7 |
| Figura 2-3: Representación esquemática de la geometría empleada en el estudio del chorro líquido | 7 |
| Figura 3-1: Pulso gaussiano con parámetros iniciales | 18 |
| Figura 3-2: Pulso gaussiano inicial corregido | 19 |
| Figura 4-1: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$ | 22 |
| Figura 4-2: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$ | 23 |
| Figura 4-3: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$ | 24 |
| Figura 4-4: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$ | 25 |
| Figura 4-5: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$ | 26 |
| Figura 4-6: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$ | 27 |
| Figura 4-7: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \pi$ | 28 |
| Figura 4-8: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$ | 29 |
| Figura 4-9: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$ | 30 |
| Figura 4-10: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$ | 31 |
| Figura 4-11: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ | 32 |
| Figura 4-12: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ | 33 |
| Figura 4-13: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = 0$ | 35 |
| Figura 4-14: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$ | 36 |
| Figura 4-15: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$ | 37 |
| Figura 4-16: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$ | 38 |
| Figura 4-17: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.2$ | 39 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 4-1: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$ | 22 |
| Tabla 4-2: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$ | 23 |
| Tabla 4-3: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$ | 24 |
| Tabla 4-4: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$ | 25 |
| Tabla 4-5: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$ | 26 |
| Tabla 4-6: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$ | 27 |
| Tabla 4-7: Resultados de la simulación con $\phi_0 = \pi$ | 29 |
| Tabla 4-8: Resultados de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$ | 30 |
| Tabla 4-9: Resultados de la simulación con con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$ | 31 |
| Tabla 4-10: Resultados de la simulación con con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$ | 32 |
| Tabla 4-11: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ | 33 |
| Tabla 4-12: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ | 34 |
| Tabla 4-13: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = 0$ | 35 |
| Tabla 4-14: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=0$ | 36 |
| Tabla 4-15: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$ | 37 |
| Tabla 4-16: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$ | 38 |
| Tabla 4-17: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.2$ | 39 |

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

| | |
|---|----|
| Ilustración 3-1: Código numérico, comandos de ejecución | 11 |
| Ilustración 3-2: Código numérico, parte 1 | 12 |
| Ilustración 3-3: Código numérico, parte 2 | 13 |
| Ilustración 3-4: Código numérico, parte 3 | 14 |
| Ilustración 3-5: Código numérico, parte 4 | 15 |
| Ilustración 3-6: Código numérico, parte 5 | 15 |
| Ilustración 3-7: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=5 en el instante t=25 | 16 |
| Ilustración 3-8: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=6 en el instante t=25 | 16 |
| Ilustración 3-9: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=7 en el instante t=25 | 16 |
| Ilustración 3-10: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=8 en el instante t=25 | 16 |
| Ilustración 3-11: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=9 en el instante t=25 | 16 |
| Ilustración 3-12: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=6 en el instante t=25 | 17 |
| Ilustración 3-13: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=7 en el instante t=25 | 17 |
| Ilustración 3-14: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=8 en el instante t=25 | 17 |
| Ilustración 3-15: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=9 en el instante t=25 | 17 |
| Ilustración 3-16: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=9 en el instante t=25 | 17 |
| Ilustración 3-17: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=9 en el instante t=25 | 17 |
| Ilustración 4-1: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura trasera | 22 |
| Ilustración 4-2: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura delantera | 22 |
| Ilustración 4-3: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gota secundaria trasera | 22 |
| Ilustración 4-4: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gota secundaria delantera | 22 |
| Ilustración 4-5: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura trasera | 23 |
| Ilustración 4-6: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura delantera y formación de gota secundaria trasera | 23 |
| Ilustración 4-7: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$, formación de gota secundaria delantera | 23 |
| Ilustración 4-8: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura trasera | 24 |
| Ilustración 4-9: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura delantera y formación de gota secundaria trasera | 24 |
| Ilustración 4-10: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$, formación de gota secundaria delantera | 24 |
| Ilustración 4-11: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura simultánea y ruptura delantera | 25 |
| Ilustración 4-12: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gotas secundarias y gota delantera | 25 |
| Ilustración 4-13: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura simultánea | 26 |
| Ilustración 4-14: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$, formación de gotas secundarias y gota delantera | 26 |
| Ilustración 4-15: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura simultánea | 27 |
| Ilustración 4-16: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$, formación de gotas secundarias y gota delantera | 27 |
| Ilustración 4-17: Simulación con $\phi_0 = \pi$, ruptura delantera | 28 |
| Ilustración 4-18: Simulación con $\phi_0 = \pi$, ruptura trasera y formación de satélite secundario delantero | 28 |
| Ilustración 4-19: Simulación con $\phi_0 = \pi$, formación de satélite secundario trasero | 28 |
| Ilustración 4-20: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura simultánea | 29 |

| | |
|--|----|
| Ilustración 4-21: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$, gotas secundarias y gota delantera | 29 |
| Ilustración 4-22: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura simultánea | 30 |
| Ilustración 4-23: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gota delantera y satélites secundarios | 30 |
| Ilustración 4-24: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gotas secundarias | 30 |
| Ilustración 4-25: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura delantera | 31 |
| Ilustración 4-26: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura trasera | 31 |
| Ilustración 4-27: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$, gotas secundarias | 31 |
| Ilustración 4-28: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$, ruptura simultánea | 32 |
| Ilustración 4-29: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$, gotas secundarias. | 32 |
| Ilustración 4-30: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$, ruptura trasera | 34 |
| Ilustración 4-31: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$, formación de gota delantera | 34 |
| Ilustración 4-32: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$, gotas secundarias | 34 |
| Ilustración 4-33: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = 0$, ruptura delantera | 35 |
| Ilustración 4-34: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = 0$, ruptura trasera y formación de satélite secundario trasero | 35 |
| Ilustración 4-35: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = 0$, gotas secundarias | 35 |
| Ilustración 4-36: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, ruptura delantera | 36 |
| Ilustración 4-37: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, ruptura trasera | 36 |
| Ilustración 4-38: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, formación de gota secundaria | 36 |
| Ilustración 4-39: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, gota secundaria delantera | 36 |
| Ilustración 4-40: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, gota secundaria trasera | 36 |
| Ilustración 4-41: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura delantera | 37 |
| Ilustración 4-42: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura trasera | 37 |
| Ilustración 4-43: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, gota secundaria delantera | 37 |
| Ilustración 4-44: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, gotas secundarias | 37 |
| Ilustración 4-45: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura delantera | 38 |
| Ilustración 4-46: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura trasera | 38 |
| Ilustración 4-47: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, gota secundaria delantera | 38 |
| Ilustración 4-48: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, gotas secundarias | 38 |
| Ilustración 4-49: Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, ruptura delantera | 39 |
| Ilustración 4-50: Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, ruptura trasera | 39 |
| Ilustración 4-51: Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, gotas secundarias | 39 |

Notación

| | |
|------------------|---|
| A_0 | Amplitud de la gaussiana |
| \bar{A}_0 | Amplitud adimensional de la gaussiana |
| C | Número de Ohnesorge |
| \cos | Función coseno |
| e | Número e |
| k | Número de onda |
| \bar{k} | Número de onda adimensional |
| L | Distancia de ruptura |
| ΔL | Distancia entre gotas |
| P | Presión |
| P_C | Presión capilar característica |
| R | Radio del chorro líquido |
| \sin | Función seno |
| t | Tiempo |
| T | Variable del trazador |
| T_0 | Período del pulso gaussiano |
| T_C | Tiempo capilar característico |
| \bar{u} | Velocidad del chorro líquido |
| U_C | Velocidad capilar característica |
| $V(t)$ | Velocidad inicial del chorro líquido |
| V_0 | Velocidad inicial del pulso gaussiano |
| We | Número de Weber |
| γ | Tensión superficial |
| κ | Curvatura |
| μ | Viscosidad dinámica |
| μ_a | Viscosidad dinámica del medio externo |
| μ_w | Viscosidad dinámica del fluido que conforma el chorro líquido |
| π | Número pi |
| ρ | Densidad |
| ρ_a | Densidad del medio externo |
| ρ_w | Densidad del fluido que conforma el chorro líquido |
| σ_0 | Anchura de la gaussiana |
| $\bar{\sigma}_0$ | Anchura adimensional de la gaussiana |
| ϕ_0 | Desfase respecto a portadora centrada en la campana |
| ω_0 | Frecuencia de la portadora |
| $\bar{\omega}_0$ | Frecuencia adimensional de la portadora |
| ∂ | Derivada parcial |
| ∇ | Operador nabra |

1 INTRODUCCIÓN

Un chorro líquido está generado por la salida de un fluido por diferencia de presión a través de un orificio, generalmente circular, a una velocidad suficientemente elevada. La formación, evolución y ruptura en gotas de un chorro líquido es un fenómeno que ha captado la atención de científicos e investigadores destacados, debido a la amplia gama de aplicaciones técnicas asociadas.

1.1. Antecedentes históricos

Desde finales del siglo XIX, diversos científicos han tratado de dar explicación al fenómeno de formación y ruptura en gotas de chorros líquidos. Los trabajos de Young [6], Laplace [7] y Gauss [8] permitieron la obtención de una primera formulación del fenómeno de tensión superficial, y Savart [9] demostró cualitativamente la inestabilidad del chorro, que daba lugar a su ruptura en gotas. Plateau [10] fue el primer investigador en establecer la relación entre la inestabilidad del chorro líquido y la tensión superficial. En sus estudios, recogió una serie de predicciones teóricas de la inestabilidad del chorro, y obtuvo los primeros resultados experimentales cuantitativos de la misma [11].

El testigo de Plateau fue recogido por Rayleigh, una de las figuras más destacadas en el ámbito de estudio de los chorros líquidos. Propuso uno de los primeros métodos de resolución analítica del problema del chorro líquido, el análisis lineal temporal [12]. Este método se basa en el estudio del chorro líquido como una columna líquida infinita, perturbada en toda su extensión, cuya evolución se observa desde un sistema de referencia solidario con el movimiento del chorro. Gracias a este análisis, fue capaz de establecer una serie de predicciones teóricas sobre la evolución del chorro líquido y la perturbación aplicada al mismo. Además, introdujo una serie de nuevas técnicas experimentales, que permitieron detectar la formación de pequeñas gotas, denominadas "gotas satélite", asociadas a la generación de gotas convencionales.

Las predicciones y observaciones realizadas por Rayleigh abrieron nuevos caminos de investigación en el estudio de chorros líquidos. El análisis de inestabilidad del chorro fue extendido a nuevos ámbitos, gracias a la labor de investigadores como Weber, y se realizaron múltiples estudios para corroborar los resultados teóricos. En las últimas décadas del siglo XX, la aparición de diversas aplicaciones tecnológicas relacionadas con la evolución del chorro líquido y su ruptura en gotas acrecientan el interés en torno al avance de esta disciplina. Algunas de las investigaciones llevadas a cabo en los últimos años están enfocadas en la definición de un nuevo modelo de resolución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes que definen la evolución del chorro, que permita además predecir fenómenos no lineales (tales como la formación de gotas satélite) que el método originalmente propuesto por Rayleigh no es capaz de abordar.

1.2. Aplicaciones técnicas

Una de las aplicaciones tecnológicas más extendidas del chorro líquido es la impresión por inyección de tinta. Esta técnica se basa en la ruptura controlada de un chorro en gotas, que distribuidas sobre el papel consiguen la impresión. Actualmente, las dos técnicas fundamentales por las que se consigue la impresión por inyección son:

- Drop-on-demand (D-o-D): En esta técnica, la tinta retenida en el inyector es estimulada por un pulso de presión. Dicho pulso fuerza la formación de gotas en el orificio del inyector, que son proyectadas sobre el papel para conseguir la impresión. El bajo caudal de gotas producido es la principal desventaja del método Drop-on-demand frente a otras técnicas de impresión por inyección de tinta.

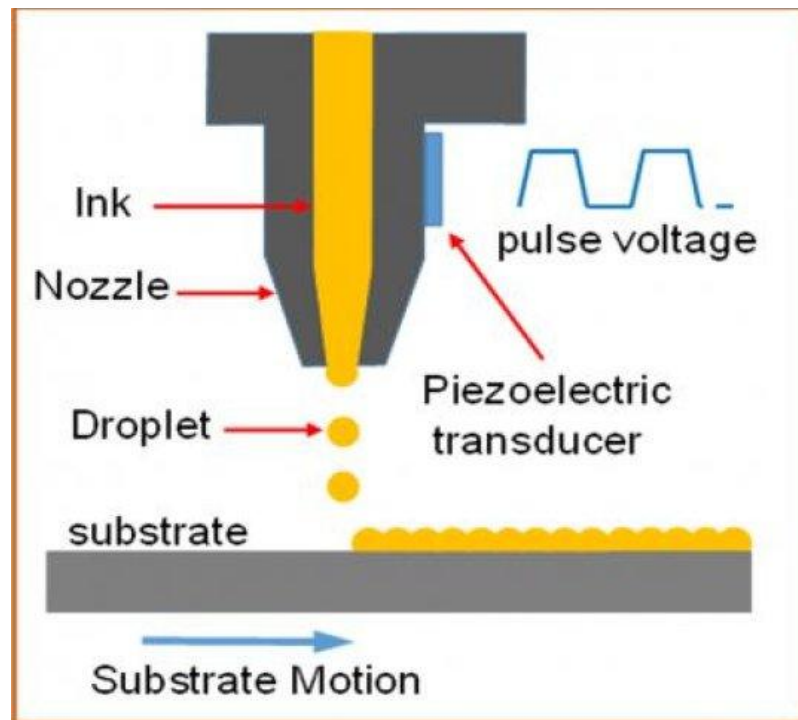


Figura 1-1: Representación esquemática de la técnica Drop-on-demand

- Continuous inkjet (CIJ): Esta técnica se basa en la generación de un chorro continuo de tinta y su estimulación con un pulso o señal tras su salida del inyector, para obtener una ruptura en gotas del mismo. La estimulación necesaria para producir la ruptura del chorro se consigue por medio de elementos piezoeléctricos. Este método permite conseguir una producción de gotas más rápida que la obtenida por medio de la técnica Drop-on-demand, y facilita además la visualización y control de la presión. No obstante, para explotar al máximo las ventajas de esta técnica, es necesario analizar en detalle qué características debe tener la señal empleada en la estimulación del chorro para conseguir la forma de ruptura deseada.

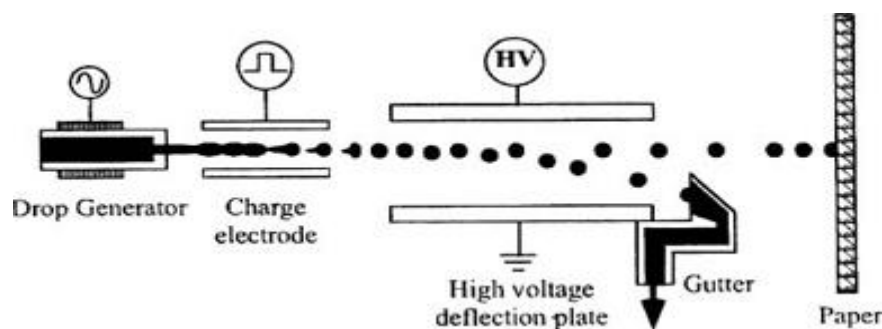


Figura 1-2: Representación esquemática de la técnica Continuous inkjet

En el ámbito aeroespacial, cabe destacar la importancia de los chorros líquidos en los procesos de combustión. Una inyección de combustible en pequeñas gotas permite un control más preciso de la proporción de combustible en la cámara de combustión. De este modo, se consigue una combustión más eficiente, lo que se traduce en una reducción del consumo de combustible, y se evita la presencia de combustible residual que pueda quemarse en la ignición, produciendo daños y/o degradación en la cámara de combustión.

Los chorros líquidos cuentan también con numerosas aplicaciones en los ámbitos químico, biológico y médico. Destaca en estos últimos la citometría de flujo, técnica en la cual un chorro líquido transporta una serie de células que son analizadas por medio de luz láser. Esta técnica es empleada en la detección y seguimiento de enfermedades tales como SIDA y leucemia.

1.3. Gerris Flow Solver

Gerris es un software libre desarrollado por Stéphane Popinet [13] [16], orientado a la resolución de las ecuaciones diferenciales parciales que rigen el comportamiento de un fluido. Este software permite la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes mediante el método de Volúmenes Finitos (FV) [14], y define la interfaz entre dos fases a cada paso temporal por medio de la técnica de Volume-Of-Fluid (VOF) [15]. Gerris cuenta además con un modelo de tensión superficial de gran precisión, que resulta muy útil en el estudio de fenómenos dominados por capilaridad, y con el módulo GfsView, que permite visualizar los resultados de las simulaciones realizadas y controlar su evolución en tiempo real.

Otro de los puntos fuertes de este software es la adaptabilidad del dominio de estudio. Dicho dominio se construye a través de "cajas" ("Box"), cada una de ellas con unas condiciones de contorno asociadas, que pueden unirse entre sí de diversas formas para crear regiones de estudio bidimensionales o tridimensionales. Adicionalmente, Gerris cuenta con la opción de realizar un mallado adaptativo, que permite refinar la malla a voluntad en determinadas zonas del dominio para conseguir mayor precisión en las mismas (interfases, zonas de gradientes intensos, etc.). A esto hay que añadir la posibilidad de ejecutar Gerris en paralelo, que permite vincular cada una de las cajas que conforman el dominio de estudio a un procesador, reduciendo así notablemente el tiempo de computación.

Estas características justifican la elección de Gerris como software de análisis y simulación a emplear en el presente trabajo. Su preciso modelo de tensión superficial proporcionará buenos resultados de la evolución del chorro líquido, y la gran flexibilidad del dominio de estudio y del mallado permitirán dividir el chorro en varias "cajas" y refinar el mallado en torno a la interfase entre líquido y medio exterior.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La evolución y ruptura en gotas de un chorro líquido es un problema de mecánica de fluidos, y como tal está regido por las ecuaciones de Navier-Stokes. Las condiciones de evolución del chorro líquido objeto de estudio permiten establecer una serie de hipótesis, que simplifican la resolución de este complejo sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales.

2.1. Hipótesis de partida

En este estudio, se considera que el chorro líquido está conformado por un fluido incompresible y newtoniano. Se asume además la ausencia de gradientes térmicos y de concentración. De este modo, pueden suponerse constantes y uniformes la densidad y viscosidad dinámica del fluido que conforma el chorro líquido objeto de estudio.

En lo que respecta a las fuerzas que actúan sobre el fluido, puede despreciarse el efecto de la gravedad, siempre y cuando el chorro líquido emerja con una velocidad suficientemente elevada. Por otra parte, se considera que el chorro líquido se encuentra en el vacío o en el seno de un gas que no altera su evolución, de forma que no existe interacción entre el fluido y el medio externo. En concreto, el chorro líquido objeto de estudio estará formado por agua, y el medio exterior será aire en condiciones ambiente.

En base a estas hipótesis, puede establecerse que la evolución del chorro líquido a analizar está dominada por efectos de capilaridad y viscosidad.

2.2. Pulsos gaussianos de velocidad

Tal y como se comentó en el Apartado 1.2, para conseguir el máximo rendimiento de las técnicas de generación de gotas a partir de la ruptura de un chorro líquido, es necesario estudiar con detalle qué tipo de perturbaciones propician las formas de ruptura del chorro deseadas. Hasta ahora, sólo se ha considerado la opción de perturbar el chorro líquido con señales senoidales puras, que generan una ruptura del mismo en múltiples gotas de tamaño similar. Sin embargo, si lo que se busca es la ruptura del chorro líquido en una única gota, este tipo de perturbación resulta poco conveniente. Por este motivo, se propone el pulso gaussiano como tipo de perturbación candidata a satisfacer este objetivo.

La estimulación de un chorro líquido con un pulso gaussiano de presión se traduce en una velocidad inicial del mismo uniforme, V_0 , y con una perturbación que puede aproximarse también por un pulso gaussiano, como refleja la Relación 2-1:

$$V(t) = V_0 + A_0 e^{\frac{-t^2}{2\sigma_0^2}} \sin(\omega_0 t + \phi_0) \quad (2-1)$$

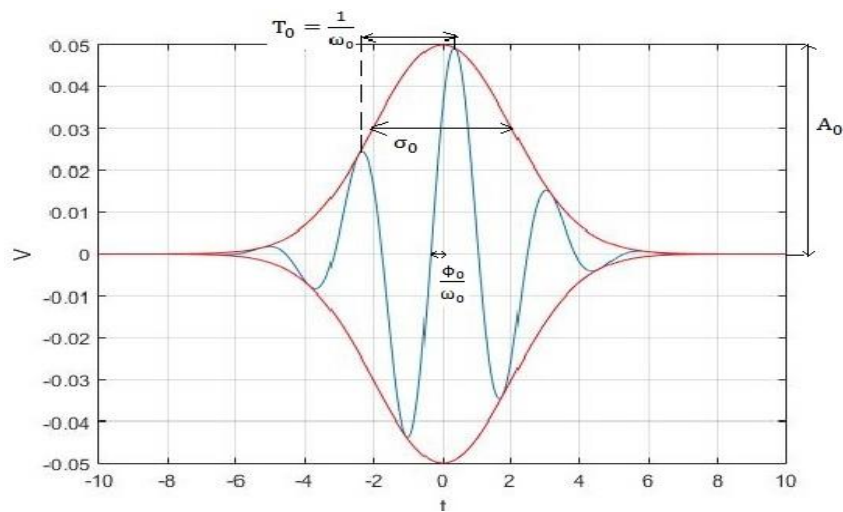


Figura 2-1: Ejemplo de pulso gaussiano

Tal y como se puede observar en la Figura 2-1, los principales parámetros que definen el pulso gaussiano de velocidad son:

- Amplitud (A_0)
- Anchura de la campana (σ_0)
- Frecuencia de señal de la portadora (ω_0).
- Desfase respecto a una portadora centrada en la campana (ϕ_0)

Las múltiples combinaciones posibles de valores de estos cuatro parámetros permiten la obtención de formas de ruptura del chorro muy diversas, a diferencia de las señales senoidales puras, cuyas características y formas de ruptura asociadas están limitadas a la variación de tan sólo dos parámetros (A_0 y ω_0). En apartados posteriores se expondrá con detalle cómo una elección adecuada de los valores de estos parámetros permite obtener una perturbación suficientemente localizada e intensa para generar la ruptura del chorro líquido en una gota única.

Además, desde el punto de vista experimental, el pulso gaussiano es un tipo de perturbación que puede generarse de forma relativamente sencilla en un entorno práctico. La Figura 2-2 muestra una representación esquemática de los elementos necesarios para la generación experimental de un pulso gaussiano. Con ayuda de un software de diseño y control de sistemas, como LabView, se puede crear un pulso gaussiano con los valores de los parámetros deseados. Esta señal es enviada a un actuador, generalmente tipo vibrador, por medio de un amplificador. Estos dos dispositivos se encargan de traducir las características de tensión e intensidad de la señal generada por el software a términos de presión e intensidad, respectivamente, que sirvan para generar la perturbación deseada a la salida del chorro líquido del depósito. El depósito cuenta además con un sensor de presión, que permite controlar en todo momento las condiciones a la salida del mismo.

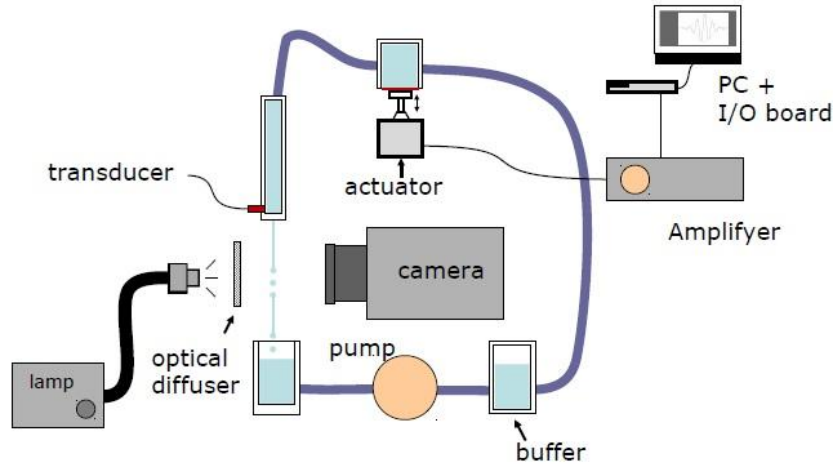


Figura 2-2: Representación esquemática de la generación experimental de un pulso gaussiano

2.3. Ecuaciones del chorro líquido

La evolución y ruptura en gotas de un chorro líquido puede estudiarse como un problema axisimétrico, puesto que las predicciones teóricas de Rayleigh indican que las perturbaciones no axisimétricas no crecen a lo largo del chorro. La Figura 2-3 muestra un esquema simplificado de la geometría empleada en el presente estudio:

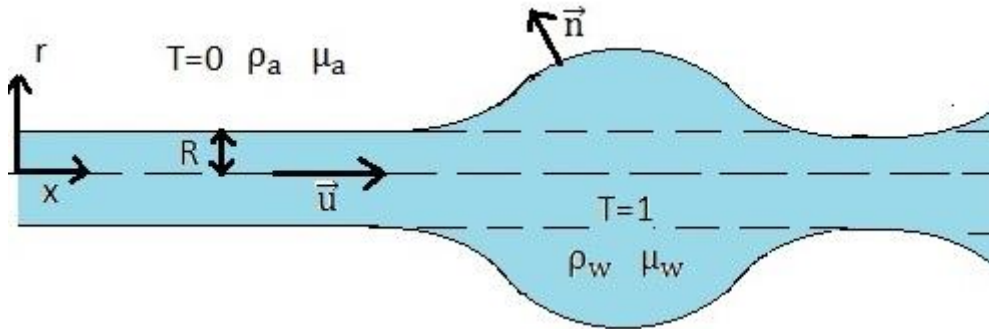


Figura 2-3: Representación esquemática de la geometría empleada en el estudio del chorro líquido

Al tratarse de un problema axisimétrico, se ha optado por una geometría bidimensional, compuesta por una coordenada axial (x), y una radial (r). El vector \vec{n} representa la componente normal a la interfaz entre el fluido que conforma el chorro y el medio externo. El radio inicial del chorro líquido se indica como R . La variable T es una variable binaria, empleada para diferenciar la región ocupada por el fluido que conforma el chorro líquido ($T=1$) del medio externo ($T=0$). Los símbolos ρ y μ representan densidad y viscosidad dinámicas genéricas, cuando aparezcan aislados, y densidad y viscosidad dinámicas del fluido que conforma el chorro y del medio externo, cuando aparezcan acompañados de los subíndices "w" y "a", respectivamente.

Como todo fenómeno fluido, el comportamiento del chorro está regido por las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento de Navier-Stokes:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2-2)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \gamma \kappa \delta_S \vec{n} \quad (2-3)$$

Donde P representa la presión, γ la tensión superficial, y κ la curvatura de la superficie que define la interfase, definida como la divergencia del vector normal:

$$\kappa = \nabla \cdot \vec{n} \quad (2-4)$$

Como se puede apreciar, se ha omitido el término asociado a la acción gravitatoria en la Relación (2-3), de acuerdo con las hipótesis de partida consideradas. Puesto que los fenómenos asociados a la tensión superficial sólo tienen efecto en la interfase entre el fluido que conforma el chorro y el medio externo, se emplea una función delta de Dirac, δ_S , para que el término asociado a la tensión superficial sólo influya en la ecuación de cantidad de movimiento en los puntos de la interfase.

La Relación (2-5) define la evolución de la interfase entre el fluido que conforma el chorro líquido y el medio externo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T\vec{u}) = 0 \quad (2-5)$$

Donde T toma el valor T=1 si se sitúa en el chorro líquido, y T=0 si se encuentra en el medio externo.

La evolución del chorro líquido está sujeta a la condición de contorno:

$$x = 0 \rightarrow \vec{u}(0, r, t) = u(r, t)\vec{e}_x \quad (2-6)$$

2.4. Adimensionalización

Puesto que la capilaridad es el factor más influyente en la evolución del chorro líquido objeto de estudio, es conveniente realizar una adimensionalización de las ecuaciones previamente expuestas basada en la misma. Tomando el radio del chorro líquido R como longitud característica, se obtienen las escalas capilares de presión (P_C), velocidad (U_C) y tiempo (T_C):

$$P_C = \frac{\gamma}{R} \quad (2-7)$$

$$U_C = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho R}} \quad (2-8)$$

$$T_C = \frac{R}{U_C} = \sqrt{\frac{\rho R^3}{\gamma}} \quad (2-9)$$

Introduciendo estas escalas en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento, se obtienen las ecuaciones adimensionales:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2-10)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla P + C\mu \nabla^2 \vec{u} + k\delta_s \vec{n} \quad (2-11)$$

Donde C es el denominado número de Ohnesorge, un número adimensional definido por la Relación (2-12):

$$C = \frac{\mu}{\sqrt{\rho R \gamma}} \quad (2-12)$$

Como se puede ver, este número refleja la relación entre viscosidad y tensión superficial, y depende exclusivamente de las propiedades físicas y geométricas del chorro líquido. Los símbolos ρ y μ en la Relación (2-11) hacen referencia a la densidad y viscosidad dinámicas relativas, definidas por las siguientes relaciones:

$$\rho(T) = T + (1-T) \frac{\rho_a}{\rho_w} \quad (2-13)$$

$$\mu(T) = T + (1-T) \frac{\mu_a}{\mu_w} \quad (2-14)$$

Tal y como se puede apreciar, los valores de densidad y viscosidad dinámicas se corresponden con los del medio externo para T=0, y con los del fluido que conforma el chorro líquido para T=1.

Introduciendo la adimensionalización en la expresión que define el pulso gaussiano de velocidad, se obtienen las relaciones que determinan la amplitud, anchura de campana, frecuencia de portadora y velocidad inicial adimensionales de dicho pulso (\bar{A}_0 , $\bar{\sigma}_0$, $\bar{\omega}_0$ y \bar{V} , respectivamente):

$$\bar{A}_0 = \frac{A_0}{U_C} \quad (2-15)$$

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\sigma_0}{T_C} \quad (2-16)$$

$$\bar{\omega}_0 = \omega_0 T_C \quad (2-17)$$

$$\bar{V} = \sqrt{We} + \bar{A}_0 e^{\frac{-\bar{t}^2}{2\bar{\sigma}_0}} \text{sen}(\bar{\omega}_0 \bar{t} + \phi_0) \quad (2-18)$$

Donde We es el número de Weber, otro número adimensional que relaciona inercia y capilaridad:

$$\text{We} = \frac{V_0^2}{U_c^2} = \frac{\rho R V_0^2}{\gamma} \quad (2-19)$$

La adimensionalización capilar da lugar a la condición de contorno expresada en la relación (2-20):

$$x = 0 \rightarrow \vec{u}(0, r, t) = \bar{V}(r, t) \vec{e}_x \quad (2-20)$$

3 ESTUDIOS PREVIOS

Antes de proceder a la realización de las diversas simulaciones que permitan analizar la evolución y ruptura de un chorro líquido estimulado por pulsos gaussianos de velocidad, resulta conveniente llevar a cabo una serie de análisis y estimaciones previas. En primer lugar, se creará un código numérico que reproduzca la evolución de un chorro líquido estimulado por un pulso gaussiano. Seguidamente, se realizará un estudio de mallado, a partir del código numérico previamente creado, que servirá para fijar el mallado a emplear en simulaciones futuras. Por último, se estimarán los valores de los parámetros que definen el pulso gaussiano a emplear en las primeras simulaciones, en base a una serie de predicciones teóricas.

3.1 Código numérico

La primera tarea a realizar es la creación de un código numérico que pueda ser interpretado y ejecutado por el software Gerris, cuya estructura y funcionamiento básicos resulta interesante conocer. La ejecución del código se lleva a cabo por medio de la llamada de los comandos mostrados en la Ilustración 3-1 en el terminal de un sistema operativo Ubuntu que incorpore el software Gerris.

```
1 rm -f par.gfs
2 gerris2D -m -b 4 breakup-Weber-extractcontour.gfs -DTEND=30. -DA0=0.05 -Dsigma0=2 -Dphi0=3.14 -
  DWeber=20 -Dk=0.7 -DSTARTC=30. -DENDC=200 > par.gfs
3 mpirun -np 4 gerris2D par.gfs |gfsview2D view.gfv
```

Ilustración 3-1: Código numérico, comandos de ejecución

Tomando como base el código numérico contenido en el archivo breakup-Weber-extractcontour.gfs, que se expondrá con detalle a continuación, estos comandos generan un archivo par.gfs, cuya ejecución proporciona diversas imágenes y videos que permiten observar la evolución y ruptura de un chorro líquido estimulado por un pulso gaussiano. Por medio de la instrucción "-b" empleada en la línea 2 se genera un script, cuya salida debe ser redirigida a un nuevo fichero. Tal y como se puede observar en esta misma línea, estos comandos requieren para su ejecución el valor de los cuatro parámetros que determinan la configuración del pulso gaussiano (\bar{A}_0 , $\bar{\sigma}_0$, \bar{k} y $\bar{\phi}_0$), el número de Weber y el tiempo de simulación. El parámetro \bar{k} representa la longitud de onda adimensional en la relación de dispersión del chorro, y está relacionado con la frecuencia. Para conseguir la ruptura del chorro en una única gota, interesan las perturbaciones gran crecimiento, aquellas cuya frecuencia se aproxima al máximo de la curva obtenida por Rayleigh en sus predicciones teóricas. Dicha frecuencia se corresponde con un valor aproximado de $\bar{k}=0.7$.

Los comandos recogidos en la línea 3 permiten la ejecución de Gerris en paralelo, consistente en dividir el dominio de estudio en varias partes y asignar el trabajo de computación de cada una de ellas a un procesador distinto, consiguiendo así una simulación más rápida y precisa. La instrucción "-np" de procesadores a emplear en la ejecución de las instrucciones contenidas en el código numérico. Como se puede deducir de la Ilustración 3-1, las simulaciones llevadas a cabo en este estudio han sido realizadas en un ordenador con cuatro procesadores. Adicionalmente, la función gfsview2D empleada al final de la línea 3 permite la visualización en tiempo real de la simulación, por medio del módulo Gfsview, tomando como referencia un fichero view.gfv, previamente configurado para mostrar las magnitudes y elementos deseados.

Se procede ahora a analizar el código numérico contenido en el archivo breakup-Weber-extractcontour.gfs. Tal y como se comentó en el Apartado 1.3, el dominio de estudio en Gerris está compuesto por "cajas" ("Box"), por tanto en primer lugar es necesario determinar las dimensiones de dichas cajas (líneas 5-7), y el número de ellas a emplear (línea 10). En esta última línea se introducen los comandos necesarios para iniciar la simulación axisimétrica (GfsAxi, GfsBox y GfsGEdge). A continuación, se establecen los valores de los parámetros que definen el mallado a emplear en la simulación (líneas 13-18), y de las magnitudes necesarias para la resolución numérica de las ecuaciones adimensionales que rigen el comportamiento del chorro líquido, en función de los parámetros adimensionales escogidos, a saber:

- Densidad del fluido que conforma el chorro y el medio externo (líneas 21-22).
- Radio del chorro líquido (línea 23).
- Viscosidad del fluido que conforma el chorro y el medio externo (líneas 24-25).
- Tensión superficial del fluido que conforma el chorro (línea 26).
- Números de Reynolds y Ohnesorge (líneas 27-28).
- Densidad y viscosidad en función del parámetro T que define el trazador VOF (líneas 29-30).
- Velocidad inicial (línea 31).
- Tiempo y velocidad característicos de la adimensionalización capilar (líneas 32-33).
- Frecuencia adimensional de la portadora (línea 34).
- Corrección de tiempo para situar el pulso gaussiano en el origen del chorro líquido (línea 35).

```

1 # EVOLUCIÓN DE UN CHORRO LÍQUIDO ESTIMULADO POR UN
2 # PULSO GAUSSIANO DE VELOCIDAD
3 #
4 # Parameters
5 Define NBOX 8
6 Define LBOX 40.0
7 Define R0 1.0
8
9
10 5 4 GfsAxi GfsBox GfsGEdge { } {
11
12 Global {
13   #define LEVELINI 5
14   #define LEVELVOFMAX 9
15   #define LEVELVOFMIN 5
16   #define LEVELU 3
17   #define LEVELVORMAX 3
18   #define LEVELVORMIN 2
19
20   #define X0 (-0.5*LBOX)
21   #define RHOW (1000.)
22   #define RHOA (1.18)
23   #define ROD (0.001)
24   #define MUW (0.0009)
25   #define MUA (0.0000185)
26   #define gamma (0.073)
27   #define Re0 (sqrt(Weber)/Ohn)
28   #define Ohn (MUW/sqrt(RHOW*ROD*gamma))
29   #define rho(T) (T + (RHOA/RHOW)*(1.-T))
30   #define MU(T) (Ohn*(T + (1.-T)*(MUA/MUW)))
31   #define v0ini (sqrt(Weber))
32   #define TC (ROD*sqrt(ROD*RHOW/gamma))
33   #define UC (sqrt(gamma/(ROD*RHOW)))
34   #define omega (k*sqrt(Weber))
35   #define time0 (5*sigma0)

```

Ilustración 3-2: Código numérico, parte 1

Una vez determinados los valores de las magnitudes que caracterizan el comportamiento del chorro líquido, se definen las condiciones iniciales de velocidad y de la variable T que define el trazador VOF. Se puede observar que esta última toma el valor 1 si se encuentra en la región ocupada por el chorro líquido ($y \leq R_0$), y 0 si se halla fuera de la misma, como se comentó en el Apartado 2.4. En las líneas 48-52 se establece que la velocidad inicial es la impuesta por el pulso gaussiano (de acuerdo con la relación expuesta en el Apartado 2.2), en la región ocupada por el chorro líquido, y la velocidad inicial previamente definida fuera de esta. Tras ello, se configuran el tiempo de simulación y el trazador VOF, que reproduce la zona de separación entre el fluido que conforma el chorro y el medio externo.

```

37  int TIni(double x, double y) {
38      if ( (y<R0) )
39          return 1.;
40      else
41          return -1.;
42  }
43  float UIni(double x, double y) {
44      return v0ini;
45  }
46  }
47
48  float Ud( double x, double y, double t) {
49      if ( (y<=R0) )
50          return (v0ini + (A0)*exp(-(t-time0)*(t-time0)/(2*sigma0*sigma0))*sin(omega*(t-time0)+phi0));
51      else
52          return v0ini;
53  }
54  float Td( double x, double y) {
55      if ( (y<=R0) )
56          return 1.0;
57      else
58          return 0.;
59  }
60
61  }
62 }
63
64 # Configuración de tiempo
65 Time { end = TEND dtmax = 5.e-1}
66
67 # Trazador
68 VariableTracerVOF {} T
69 VariableFiltered Tf T 1
70 VariableCurvature K T
71 SourceTension T (1.) K

```

Ilustración 3-3: Código numerico, parte 2

A continuación, se determinan los parámetros que establecen la configuración de las cajas (línea 74), y los valores iniciales de velocidad y del trazador (líneas 79-82). Las líneas 93-94 cuentan con la función `RemoveDroplets`, una opción que resulta muy útil en diversas aplicaciones del software Gerris, ya que permite eliminar gotas inferiores a un tamaño concreto, consiguiendo así resultados más rápidos y limpios. No obstante, debe ser empleada cuidadosamente en este estudio, puesto que si no se configura correctamente el tamaño mínimo de gota a mostrar, es posible que la gota única formada en la ruptura del chorro no pueda observarse.

Las funciones empleadas en las líneas 98-102 son las encargadas de generar el mallado empleado para representar y analizar el dominio de estudio. Como se indicó en el apartado 1.3, Gerris cuenta con la opción de crear un mallado adaptativo, capaz de conseguir un mayor refinamiento de la malla en aquellas regiones que requieren mayor precisión. Se puede observar que el valor de los parámetros `VOFMAX` y `VOFMIN`, previamente establecido en las líneas 14-15, determina respectivamente el número máximo y mínimo de celdas a usar en la región cercana a la interfase entre el chorro líquido y el medio externo ($y < 3 \cdot R_0$). En el próximo Apartado se estudiará qué valores deben tomar estos parámetros para conseguir el mallado que mejor se adapta al fenómeno de estudio.

```

73 # Tamaño de la caja y densidad
74 PhysicalParams { L = LBOX alpha = 1./rho(T) }
75
76 # Refinamiento inicial
77 Refine LEVELINI
78
79 # Valores iniciales de velocidad
80 Init {} {
81     U = UIni(x,y)
82     V = 0.
83 }
84 # Valor inicial del trazador
85 InitFraction {} T (TIni(x,y))
86
87 # Viscosidad
88 SourceViscosity MU(T)
89
90 EventBalance { istep = 10 } 0.1
91
92 # Eliminar gotas menores
93 #RemoveDroplets { istep = 1 } T -1 (1 - T) 1
94 #RemoveDroplets { istep = 1 } T -3
95
96 # Mallado adaptativo
97 # Trazador
98 AdaptFunction { istep = 1 } {
99     #cmax = 1.e-2
100     maxlevel = (y<(3*R0) ? LEVELVOFMAX : 2)
101     minlevel = (y<(3*R0) ? LEVELVOFMIN : 0)
102 } (T > 0 && T < 1 )
103 # Vorticidad
104 AdaptVorticity { istep = 1 } {
105     maxlevel = (y<(1.5*R0) ? LEVELVORMAX : 2)
106     minlevel = (y<(1.5*R0) ? LEVELVORMIN : 0)
107 }
108 }
109 #AdaptError { istep = 1 } { cmax = 1e-2 maxlevel = LEVELU } U
110 #AdaptError { istep = 1 } { cmax = 1e-2 maxlevel = LEVELU } V

```

Ilustración 3-4: Código numérico, parte 3

Tras haber definido el mallado, se incluyen las funciones que permiten obtener múltiples salidas (Outputs) del código numérico. Los comandos empleados en las líneas 118-120 permiten obtener imágenes del estado del chorro líquido en los instantes inicial y final de la simulación. Análogamente, por medio de la función utilizada en la línea 122, se puede conseguir que el software genere imágenes del estado del chorro líquido cada cierto intervalo de tiempo. Gracias a la función empleada en la línea 126, se puede realizar una visualización en tiempo real de la simulación por medio del módulo GfsView2D. Este módulo también es capaz de generar un archivo de video de la simulación por medio de los comandos empleados en las líneas 129-132.

```

112 #EventBalance { istep = 1 } 0.1
113
114 #Mostrar error estándar
115 OutputTime { istep = 50 } stderr
116
117 # Captura de pantalla del estado inicial
118 OutputSimulation { start=0 } Prueba/initial-Weber.gfs
119 # Captura de pantalla del estado final
120 OutputSimulation { start=end } Prueba/final-Weber.gfs
121 # Capturas en distintos instantes
122 OutputSimulation { step=5. } Prueba/snapshot-Weber--%07.2f.gfs
123
124
125 # Visualización en tiempo real por medio del módulo gfsview2D
126 OutputSimulation { istep=1 } stdout
127
128 # Crear video mpeg por medio del módulo gfsview2D
129 GModule gfsview
130 OutputView { step = 0.1 } {
131     ppm2mpeg -s 2000x400 > movie-Weber.mpg
132 } { width = 2000 height = 400 } movie.gfv
133
134 # Determinar contorno para la obtención de la longitud de ruptura en postprocesamiento
135 OutputView { start=STARTC end=ENDC istep = 1 } Prueba/con-%010.3f-%02d { format = Gnuplot } contour.gfv
136
137 }

```

Ilustración 3-5: Código numérico, parte 4

Por último, el código numérico queda cerrado con la definición de las condiciones de contorno de cada una de las cajas que componen el dominio de estudio (líneas 138-163), y estableciendo la forma de unión de las mismas. Como se observa en la Ilustración 3-6, en este estudio se ha optado por emplear cinco cajas, unidas lateralmente entre sí, con el fin de generar un dominio de estudio lo más cercano posible a un chorro líquido.

```

138 GfsBox { #0
139     pid = 0
140     left = Boundary {
141         BcDirichlet T Td(x,y)
142         BcDirichlet V 0
143         BcDirichlet U Ud(x,y,t)
144     }
145     top = BoundaryOutflow
146 }
147 GfsBox { #1
148     pid = 1
149     top = BoundaryOutflow
150 }
151 GfsBox { #2
152     pid = 2
153     top = BoundaryOutflow
154 }
155 GfsBox { #3
156     pid = 3
157     top = BoundaryOutflow
158 }
159 GfsBox { #4
160     pid = 0
161     top = BoundaryOutflow
162     right = BoundaryOutflow
163 }
164 1 2 right
165 2 3 right
166 3 4 right
167 4 5 right

```

Ilustración 3-6: Código numérico, parte 5

3.2 Estudio de mallado

Con el fin de determinar el mallado que mejor se adapta al problema a analizar, se realizarán múltiples simulaciones con distintos mallados. En concreto, se compararán los resultados obtenidos de simulaciones realizadas con diversos valores de los parámetros VOFMIN y VOFMAX, que determinan respectivamente el número mínimo y máximo de celdas empleadas en la definición del trazador VOF que define la interfase entre el fluido y el medio externo. De este modo se pretende evaluar cómo varían las soluciones obtenidas a medida que se refina el mallado, y determinar para qué valores de VOFMIN y VOFMAX se obtienen resultados suficientemente precisos. Para la realización de estas simulaciones, se han elegido los siguientes valores del número de Weber y de los parámetros que definen el pulso gaussiano:

$$We = 10 \quad \bar{A}_0 = 0.1 \quad \bar{\sigma}_0 = 1 \quad \bar{k} = 0.7$$

En primer lugar, se busca determinar el número máximo de celdas empleadas en la definición del trazador VOF necesarias para obtener resultados suficientemente precisos. Para ello, se fija el número de celdas mínimas empleadas en la definición del trazador (VOFMIN=5), se realizan múltiples simulaciones con diversos valores del parámetro VOFMAX, y se comparan los resultados obtenidos de dichas simulaciones en un instante de tiempo concreto.

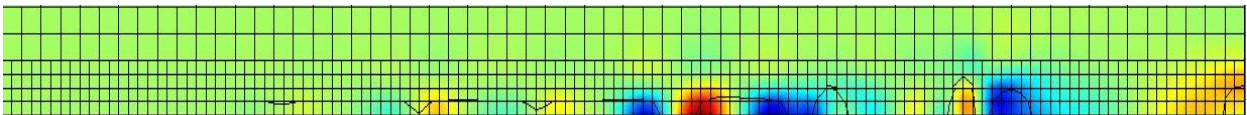


Ilustración 3-7: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=5 en el instante t=25

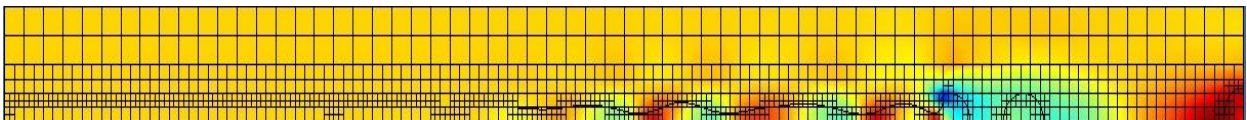


Ilustración 3-8: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=6 en el instante t=25

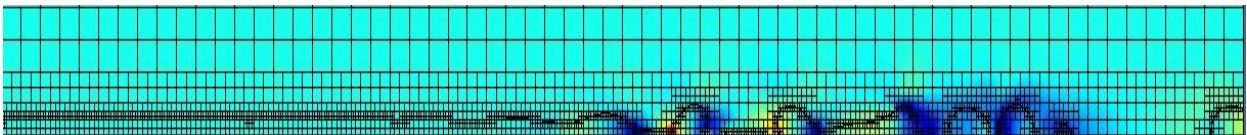


Ilustración 3-9: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=7 en el instante t=25

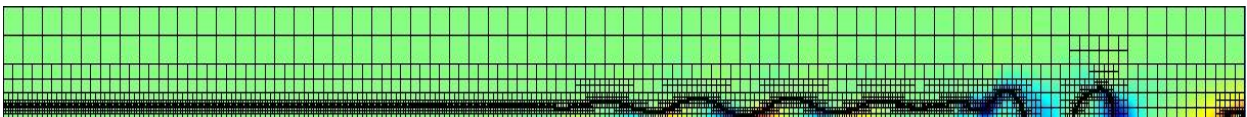


Ilustración 3-10: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=8 en el instante t=25

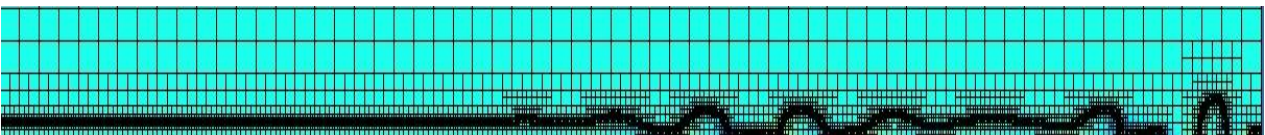


Ilustración 3-11: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=9 en el instante t=25

Las Ilustraciones 3-7 - 3-11 muestran el estado del chorro líquido en el instante t=25, para distintos valores de VOFMAX. Si bien los resultados obtenidos para los primeros valores de VOFMAX considerados son muy dispares, a partir de VOFMAX=7 puede observarse cómo las soluciones obtenidas comienzan a converger.

En base a este primer análisis, es posible considerar que las simulaciones realizadas con VOFMAX=9 proporcionan resultados suficientemente precisos. Para confirmar que dicho valor del parámetro VOFMAX configura un mallado adecuado para el estudio a realizar, se lleva a cabo un nuevo análisis del estado del chorro líquido en un instante de tiempo concreto, para un valor fijo del parámetro VOFMIN=6, y diversos valores de VOFMAX.

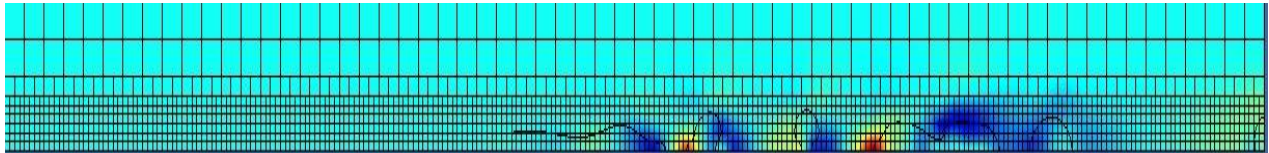


Ilustración 3-12: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=6 en el instante $t=25$

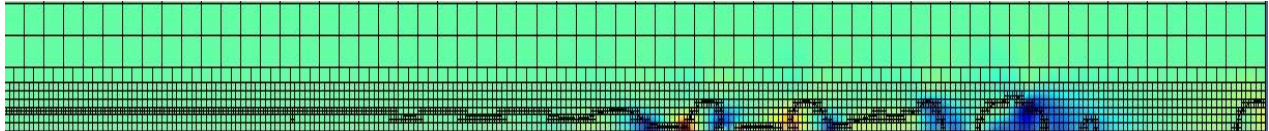


Ilustración 3-13: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=7 en el instante $t=25$

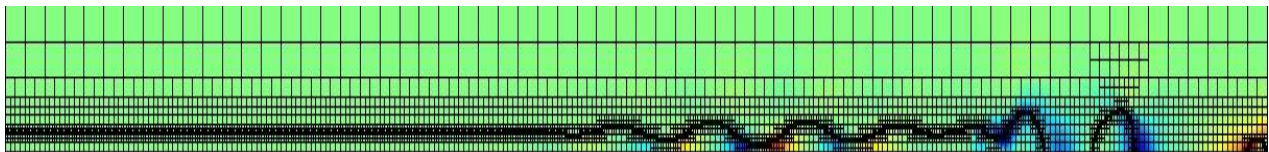


Ilustración 3-14: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=8 en el instante $t=25$

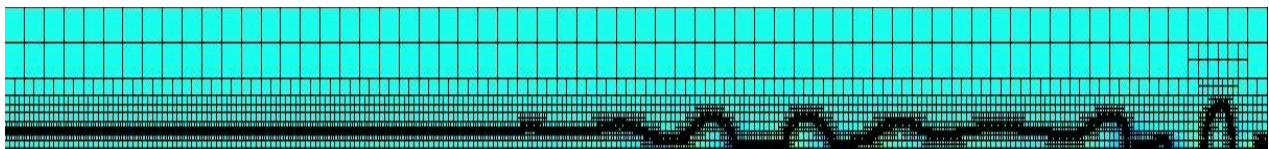


Ilustración 3-15: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=9 en el instante $t=25$

Los resultados de este segundo análisis, recogidos en las Ilustraciones 3-12 - 3-15, arrojan conclusiones similares a las del primer estudio. De nuevo es posible apreciar cómo el estado del chorro líquido en el instante $t=25$ obtenido para diversos valores de VOFMAX comienza a converger a medida que crece el valor de dicho parámetro. Por tanto, se confirma que VOFMAX=9 es un valor adecuado para las simulaciones a realizar durante el estudio.

Por otra parte, interesa también conocer cómo afecta el número mínimo de celdas elegido en la definición del trazador VOF en la precisión de la solución obtenida. Para ello, se comparan los resultados obtenidos en un instante de tiempo concreto para un valor de VOFMAX fijo y varios valores de VOFMIN. Las Ilustraciones 3-16 y 3-17 muestran el estado del chorro líquido en el instante $t=25$ para valores del parámetro VOFMIN de 5 y 6, respectivamente. Se puede observar cómo la variación del parámetro VOFMIN apenas influye en el resultado obtenido.

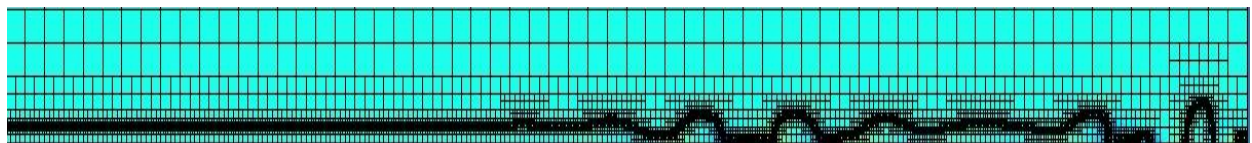


Ilustración 3-16: Simulación con VOFMIN=5 VOFMAX=9 en el instante $t=25$

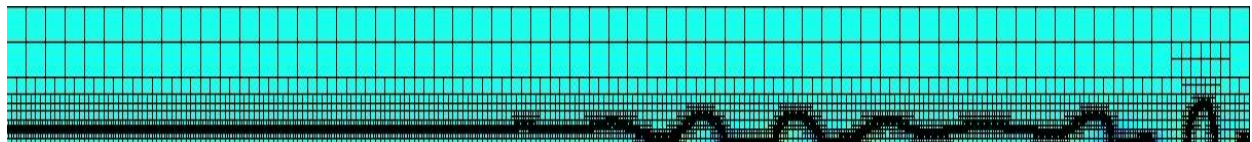


Ilustración 3-17: Simulación con VOFMIN=6 VOFMAX=9 en el instante $t=25$

De acuerdo con los análisis y resultados previamente expuestos, se decide optar por un mallado definido por los parámetros VOFMAX=9 y VOFMIN=5. Estos valores permitirán la obtención de resultados suficientemente precisos en un tiempo computacional razonable.

3.3 Elección inicial de parámetros

Una vez determinado el mallado más adecuado para el presente estudio, se procede a realizar una estimación inicial de los valores que deben tomar los parámetros que definen el pulso gaussiano de velocidad. Tal y como se comentó en el Apartado 2.2, el objetivo es estimular el chorro líquido con una perturbación suficientemente localizada e intensa, que propicie su ruptura en una única gota. Para ello, es preciso analizar cómo influye cada uno de los parámetros que definen el pulso gaussiano en su forma y evolución.

Tal y como se expuso en el 3.2, el número de Weber es uno de los parámetros de entrada del código numérico, por lo que es necesario estimar su valor en primer lugar. Como recoge la Relación 2-19, el número de Weber está directamente relacionado con la velocidad inicial del chorro líquido. Esto implica que un número de Weber demasiado bajo se traduciría una velocidad de salida muy reducida, que daría lugar a goteo, y un número de Weber demasiado alto implicaría una velocidad muy elevada, que requeriría un dominio de mayor longitud para poder determinar el efecto de la perturbación sobre el chorro, con el consiguiente incremento del tiempo computacional. Por tanto, teniendo en cuenta el valor de la tensión superficial del líquido que conforma el chorro (agua), y que la velocidad inicial del mismo no es demasiado elevada, parece razonable optar por un valor intermedio de $We=20$.

Una vez definido el valor del número de Weber a emplear, se procede a los valores de los parámetros que definen el pulso gaussiano:

- Amplitud (\bar{A}_0): Se pretende estudiar situaciones de evolución del chorro estimulado por perturbaciones de pequeña amplitud, por lo se apostará por un valor no demasiado elevado, en torno a 0.01-0.05.
- Anchura de la campana ($\bar{\sigma}_0$): Un valor elevado de la anchura de campana implica un gran número de oscilaciones, lo que se traduciría en la formación de numerosas gotas. Puesto que se busca conseguir la ruptura del chorro en una única gota, conviene optar por valores pequeños, inferiores a 2.
- Frecuencia de señal de la portadora ($\bar{\omega}_0$): Tal y como se comentó en el Apartado 3.1, interesa analizar las perturbaciones de gran crecimiento, aquellas cuya frecuencia se aproxima al máximo de la curva de Rayleigh. Este máximo se alcanza para valores próximos a $\bar{k}=0.7$ ($\bar{\omega}_0=3.13$), por lo que se estudiarán perturbaciones con valores de \bar{k} comprendidos entre 0.6-0.8 ($\bar{\omega}_0=2.68 - 3.58$).
- Desfase respecto a una portadora centrada en la campana (ϕ_0): El valor de este parámetro tiene una gran influencia en la ruptura simultánea del chorro líquido. Inicialmente, se optará por una señal senoidal sin desfase, y una vez obtenidos los primeros resultados, se modificará su valor para conseguir la simultaneidad buscada.

En base a esta primera elección de parámetros, el pulso gaussiano adopta una configuración similar a la mostrada en la Figura 3-1:

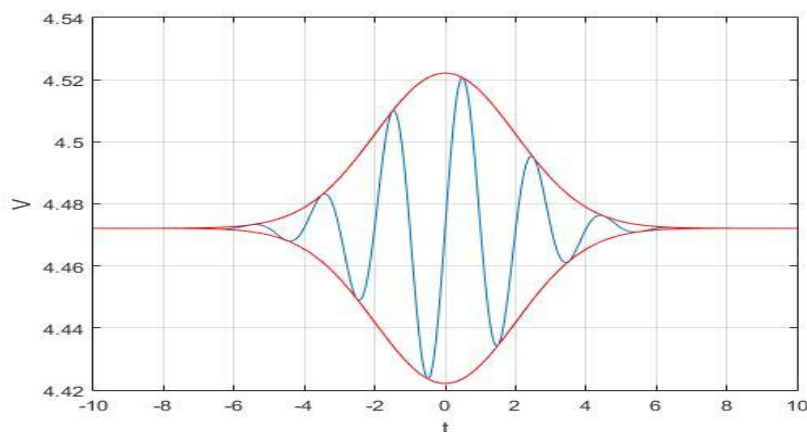


Figura 3-1: Pulso gaussiano con parámetros iniciales

El pulso gaussiano mostrado en esta Figura está definido por los parámetros:

$$\bar{A}_0 = 0.05 \quad \bar{\sigma}_0 = 2 \quad \bar{k} = 0.7 \quad \phi_0 = 0$$

Se puede apreciar que esta perturbación se encuentra centrada en el instante $t=0s$. Para reproducir el efecto de una perturbación aplicada en el punto de salida del chorro, es necesario realizar la siguiente corrección:

$$\bar{V} = \sqrt{We} + \bar{A}_0 e^{\frac{-(\bar{t}-5\bar{\sigma}_0)^2}{2\bar{\sigma}_0}} \text{sen}(\bar{\omega}_0(\bar{t} - 5\bar{\sigma}_0) + \phi_0)$$

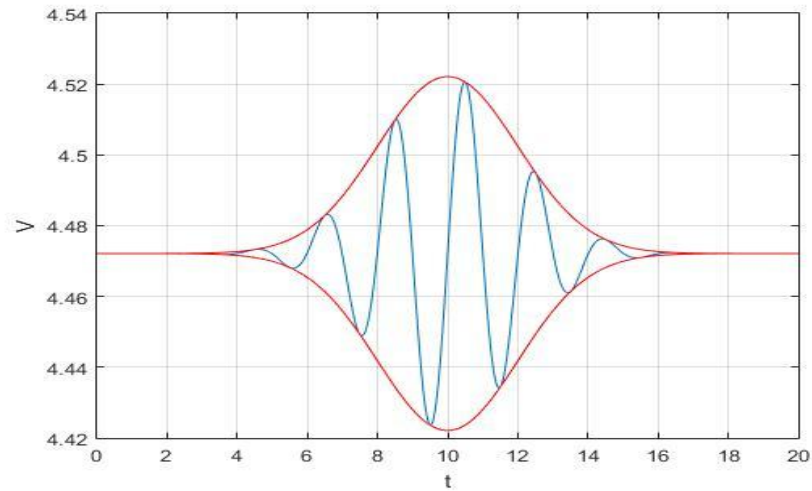


Figura 3-2: Pulso gaussiano inicial corregido

Es posible apreciar cómo los valores seleccionados dan lugar a una perturbación previsiblemente muy localizada y con una amplitud suficientemente grande como para propiciar la ruptura del chorro en una única gota. Cabe destacar también las perturbaciones menores que pueden observarse a ambos de la perturbación central, cuya amplitud puede resultar suficientemente elevada para generar gotas adyacentes a la gota central buscada.

Por último, el tiempo de simulación es otro de los parámetros de entrada de el código numérico a definir. Un valor de TEND=30 permite observar la evolución del chorro hasta su ruptura en los casos considerados.

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez definidas las ecuaciones y condiciones que rigen el problema a tratar, los valores de los parámetros que definen la perturbación gaussiana estimados para alcanzar la solución buscada, y el mallado que mejor se adapta a las condiciones de estudio, se procede a la obtención de resultados del presente trabajo.

Para ello, se empleará el código numérico expuesto en el Apartado 3.1. Gracias al módulo GfsView, se puede realizar un seguimiento de la evolución del chorro líquido a medida que avanza la simulación, y obtener diversos videos e imágenes que serán de gran utilidad a la hora de la toma y análisis de resultados.

Con el fin de determinar cómo influyen cada uno de los parámetros que definen la perturbación gaussiana en la evolución del chorro líquido y su ruptura en gotas, se han realizado múltiples simulaciones con distintas combinaciones de los valores estimados en el Apartado 3.2. De este modo, se busca identificar cuales de estas combinaciones dan lugar a rupturas en una única gota y/o simultáneas. Así, se han elegido dos valores de amplitud ($\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{A}_0=0.05$), tres valores de k ($\bar{k}=0.6$, $\bar{k}=0.7$ y $\bar{k}=0.8$), y un valor de anchura de campana y desfase ($\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=0$, respectivamente). Esto da lugar a un total de seis simulaciones distintas, cada una de las cuales se realizará tres veces, con el fin de conseguir resultados promediados.

4.1 Simulaciones y resultados

Los siguientes subapartados recogen imágenes representativas y resultados promediados de las distintas simulaciones llevadas a cabo. El principal objetivo de las ilustraciones obtenidas es mostrar la deformación que sufre la interfase entre el fluido que conforma el chorro y el medio externo en el proceso de ruptura del chorro. Adicionalmente, se presenta la velocidad, U , por medio de distintas tonalidades, correspondiéndose las regiones más cercanas al rojo las de velocidad más elevada, y las más próximas al azul oscuro las de menor velocidad. A la hora de comentar los fenómenos observados en la evolución y ruptura del chorro, se empleará el término "trasero" para hacer referencia a la parte izquierda de la gota, y "delantero" para la parte derecha. Las longitudes de ruptura e instantes de tiempo mostrados en las distintas tablas de datos se han obtenido por observación y medición directa de la evolución en tiempo real de la simulación, proporcionada por el módulo Gfsview. Las longitudes están referenciadas al radio inicial del chorro líquido, considerado este como $L=1$.

4.1.1 Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$

Las Ilustraciones 4-1 - 4-4 muestran algunas de las observaciones más significativas de esta primera simulación. En las dos primeras se puede apreciar cómo se produce la ruptura no simultánea del chorro, tal y como indican los datos recogidos en la Tabla 4-1, en un único satélite. Cabe destacar también la formación de dos gotas secundarias en torno al satélite central. Tal y como se puede observar en la Figura 4.1, la formación de estas gotas está asociada a la configuración del pulso gaussiano escogida, que presenta dos perturbaciones menores a ambos lados de la perturbación central, cuya amplitud es suficientemente grande como para generar gotas. También es posible ver cómo la gota secundaria delantera se forma antes que la trasera, al ser la amplitud de la perturbación que la genera mayor.

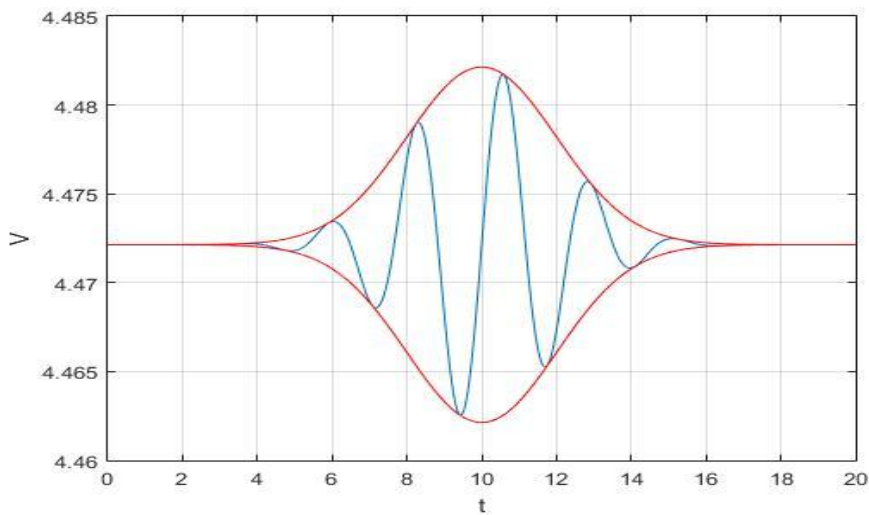


Figura 4-1: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$

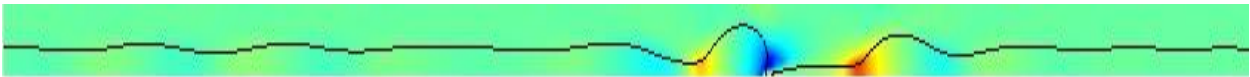


Ilustración 4-1: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura trasera



Ilustración 4-2: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura delantera

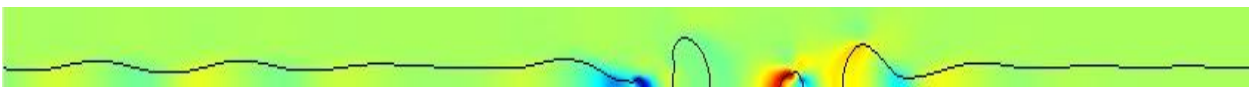


Ilustración 4-3: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gota secundaria trasera



Ilustración 4-4: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gota secundaria delantera

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|
| Simulación 1 | 92.00 | 21.00 | 103.80 | 21.97 |
| Simulación 2 | 101.11 | 21.04 | 113.44 | 21.92 |
| Simulación 3 | 90.40 | 20.98 | 101.40 | 21.84 |
| Promedio | 94.50 | 21.00 | 106.21 | 21.91 |
| Desviación | 5.78 | 0.03 | 6.37 | 0.06 |

Tabla 4-1: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.6$

4.1.2 Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$

Tal y como puede deducirse de los resultados recogidos en la Tabla 4-2 y de las Ilustraciones 4-5 - 4-7, la variación del valor del parámetro \bar{k} desde 0.6 a 0.7 no supone un cambio significativo en la evolución del chorro líquido. Al igual que en el caso anterior, se produce una ruptura en un único satélite no simultánea en el mismo instante de tiempo, aunque en este caso las distancias de ruptura son ligeramente menores. También se generan en este caso las gotas secundarias observadas previamente, apareciendo la gota trasera de forma casi simultánea a la ruptura delantera.

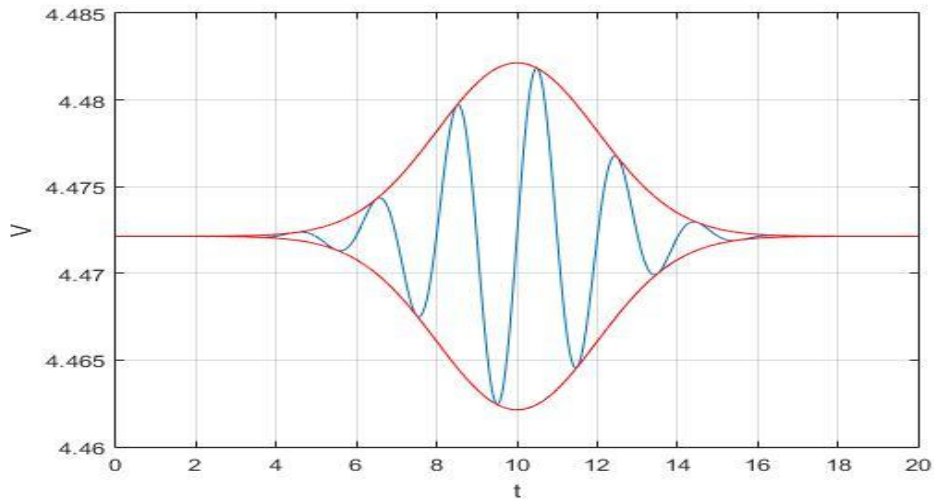


Figura 4-2: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$



Ilustración 4-5: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura trasera



Ilustración 4-6: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura delantera y formación de gota secundaria trasera

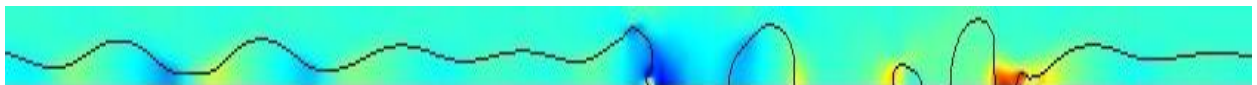


Ilustración 4-7: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$, formación de gota secundaria delantera

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|
| Simulación 1 | 90.80 | 21.30 | 102.00 | 21.93 |
| Simulación 2 | 90.45 | 21.06 | 101.54 | 21.89 |
| Simulación 3 | 96.40 | 21.03 | 108.30 | 21.92 |
| Promedio | 92.55 | 21.13 | 103.94 | 21.91 |
| Desviación | 3.34 | 0.15 | 3.78 | 0.02 |

Tabla 4-2: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.7$

4.1.3 Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$

Las Ilustraciones 4-8 - 4-10 muestran como el valor $\bar{k}=0.8$ sigue propiciando una no simultánea en una satélite única, acompañada de dos gotas secundarias. En este caso se observa además un incremento de las distancias de ruptura respecto a los dos casos anteriores, como se puede apreciar en la Tabla 4-3.

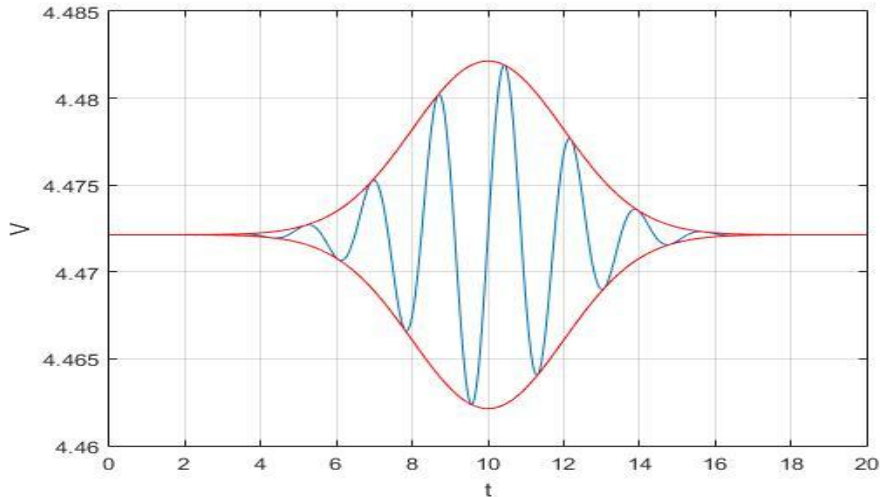


Figura 4-3: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$



Ilustración 4-8: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura trasera

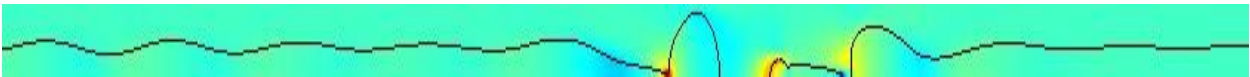


Ilustración 4-9: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura delantera y formación de gota secundaria trasera



Ilustración 4-10: Simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$, formación de gota secundaria delantera

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|
| Simulación 1 | 96.50 | 21.05 | 108.20 | 21.92 |
| Simulación 2 | 98.00 | 21.05 | 110.00 | 21.90 |
| Simulación 3 | 98.20 | 21.00 | 109.90 | 21.86 |
| Promedio | 97.57 | 21.00 | 106.21 | 21.91 |
| Desviación | 0.93 | 0.03 | 1.01 | 0.03 |

Tabla 4-3: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.01$ y $\bar{k}=0.8$

4.1.4 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$

Como se puede apreciar en las Ilustraciones 4-11 – 4-12 y en los resultados recogidos en la Tabla 4-4, esta combinación de parámetros no sólo permite obtener una ruptura simultánea del chorro, sino además conseguirla en una distancia mucho menor y un instante de tiempo similar a los observados en los casos previamente expuestos. Esto indica que el parámetro \bar{A}_0 influye tanto en la distancia de ruptura como en la simultaneidad de la misma. No obstante, la ruptura del chorro sigue dando lugar a la formación de un satélite, acompañado de gotas secundarias, ya observadas en casos anteriores. Cabe destacar también la aparición de una ruptura delantera, que tiene lugar antes de la ruptura simultánea del chorro, y acaba propiciando la ruptura del segmento delantero de chorro líquido en una nueva gota.

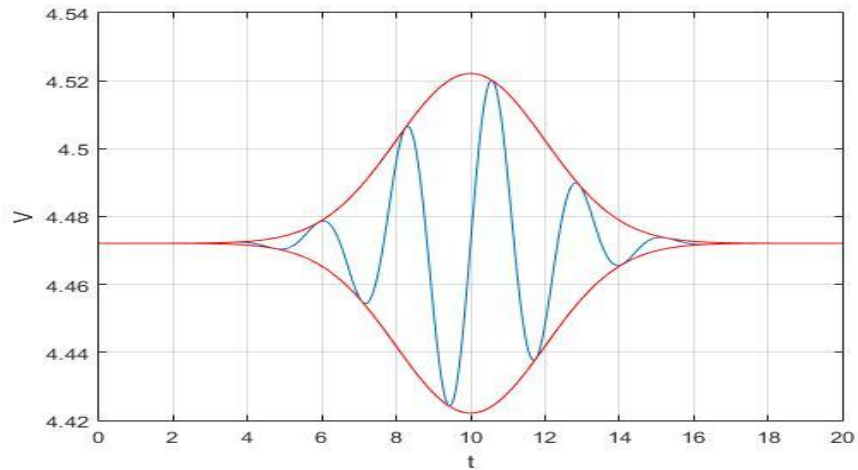


Figura 4-4: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$

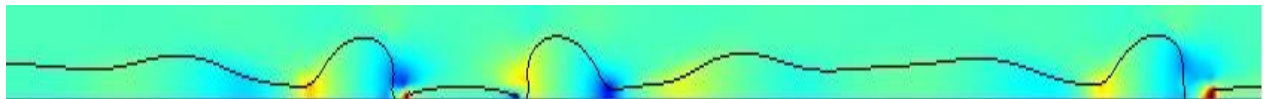


Ilustración 4-11: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura simultánea y ruptura delantera

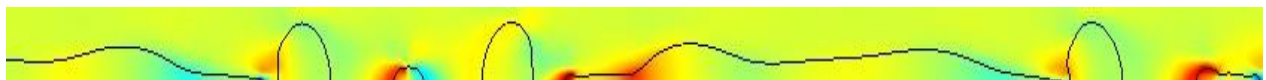


Ilustración 4-12: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gotas secundarias y gota delantera

| | L_1 | L_2 | t |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 50.50 | 56.50 | 21.28 |
| Simulación 2 | 51.15 | 57.77 | 21.24 |
| Simulación 3 | 53.54 | 60.27 | 21.19 |
| Promedio | 51.73 | 58.18 | 21.91 |
| Desviación | 1.60 | 1.92 | 0.04 |

Tabla 4-4: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.6$

4.1.5 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$

Como reflejan las Ilustraciones 4-13 - 4-14, el valor de amplitud $\bar{A}_0=0.05$ sigue dando lugar a la ruptura simultánea del chorro en una satélite para el caso $\bar{k}=0.7$. De acuerdo con los datos mostrados en la Tabla 4-5, esta combinación de parámetros permite una reducción significativa del tiempo de ruptura. También es posible apreciar una leve disminución de la distancia de ruptura. Al igual que en el caso anterior, se pueden observar las ya comentadas gotas secundarias, y la ruptura del segmento de chorro líquido delantero en una nueva gota, esta vez más cercana al satélite formado por ruptura simultánea.

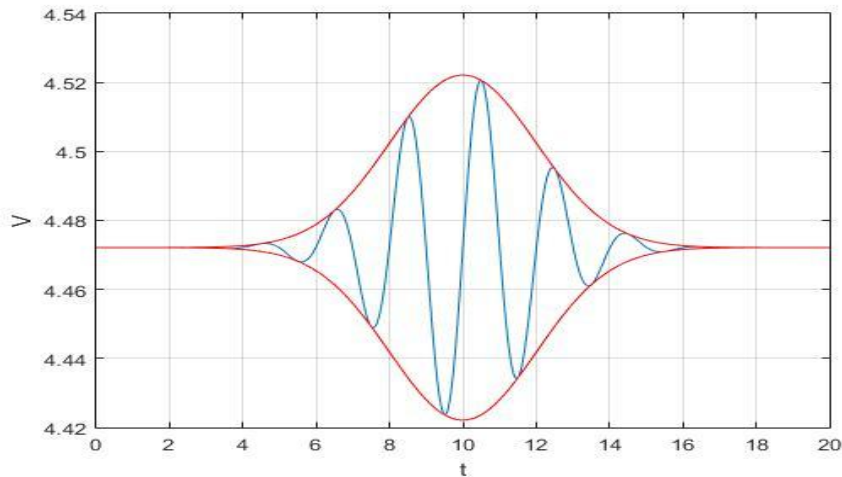


Figura 4-5: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$

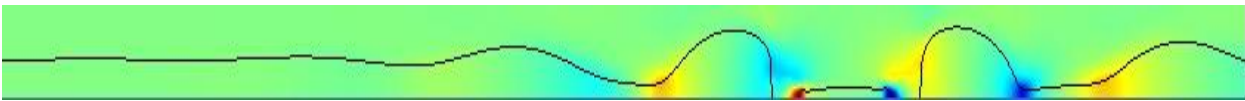


Ilustración 4-13: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura simultánea

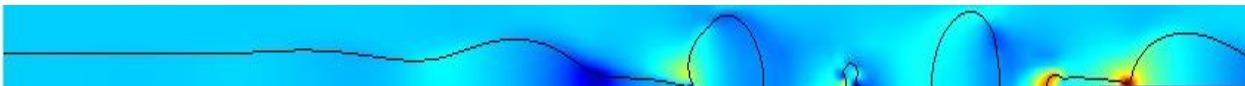


Ilustración 4-14: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$, formación de gotas secundarias y gota delantera

| | L_1 | L_2 | t |
|-------------------|--------------|-------------|--------------|
| Simulación 1 | 49.84 | 55.00 | 20.45 |
| Simulación 2 | 49.28 | 54.57 | 20.45 |
| Simulación 3 | 48.58 | 53.64 | 20.40 |
| Promedio | 49.23 | 54.4 | 20.43 |
| Desviación | 0.63 | 0.69 | 0.03 |

Tabla 4-5: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.7$

4.1.6 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$

La elección de los valores $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$ permite obtener la ruptura simultánea en un satélite en el menor tiempo y distancia registrados hasta el momento, de acuerdo con los datos recogidos en la Tabla 4-6. No obstante, las Ilustraciones 4-15 - 4-16 muestran una serie de fenómenos que podrían comprometer la forma de ruptura del chorro líquido. En la Ilustración 4-16 es posible observar la presencia de un segundo satélite, localizado entre la gota secundaria delantera y el segmento delantero de chorro líquido. Se puede ver también cómo el segmento trasero de chorro líquido está evolucionando para formar un tercer satélite.

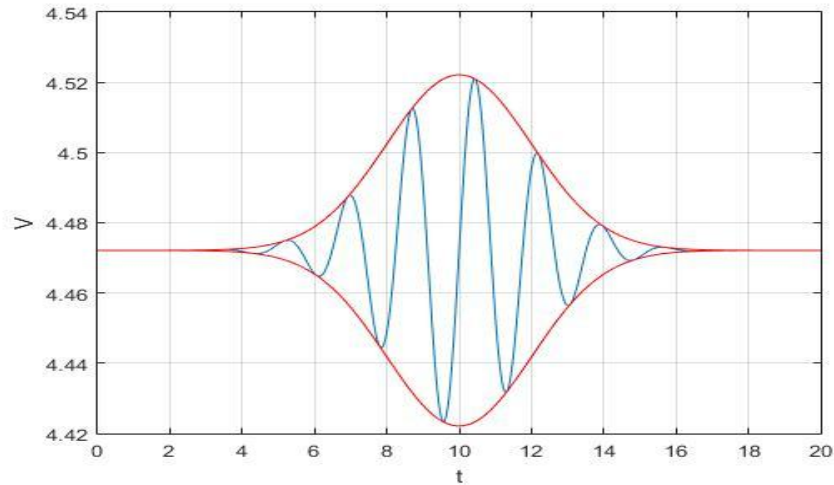


Figura 4-6: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$

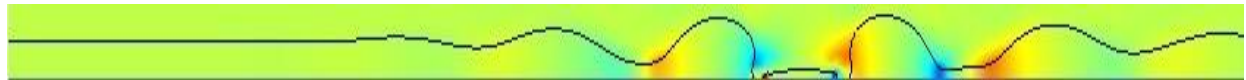


Ilustración 4-15: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura simultánea

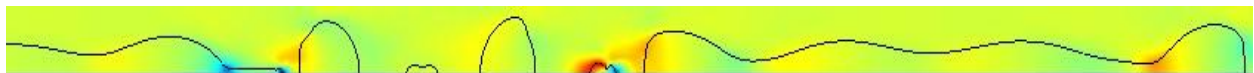


Ilustración 4-16: Simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$, formación de gotas secundarias y gota delantera

| | L_1 | L_2 | t |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 48.14 | 52.28 | 20.27 |
| Simulación 2 | 48.00 | 52.07 | 20.21 |
| Simulación 3 | 47.73 | 51.86 | 20.25 |
| Promedio | 47.96 | 52.07 | 20.24 |
| Desviación | 0.21 | 0.21 | 0.03 |

Tabla 4-6: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.05$ y $\bar{k}=0.8$

4.2 Simulaciones adicionales

Las simulaciones previamente expuestas proporcionan una idea aproximada de la influencia de los parámetros \bar{A}_0 y \bar{k} en la evolución y ruptura del chorro líquido, y han permitido identificar algunas combinaciones de los mismos que propician la ruptura simultánea del chorro líquido. No obstante, hasta el momento sólo se ha conseguido obtener rupturas simultáneas del chorro en satélites, gotas de tamaño demasiado reducido. Por tanto, se van a realizar algunas simulaciones adicionales, con valores de $\bar{\sigma}_0$ y ϕ_0 distintos a los empleados hasta ahora, con el fin de determinar si la variación de estos parámetros permite conseguir la forma de ruptura simultánea del chorro en una gota.

4.2.1 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\pi$

En primer lugar, se va a analizar el efecto de introducir un desfase de valor π en la perturbación gaussiana, lo cual equivale a cambiar el signo de la función seno empleada en la definición de dicha perturbación:

$$\bar{V}(t) = \sqrt{We} + \bar{A}_0 e^{-\frac{(t-5\bar{\sigma}_0)^2}{2\bar{\sigma}_0^2}} \text{sen}(\bar{\omega}_0(t - 5\bar{\sigma}_0) + \pi) \quad (4-1)$$

$$\bar{V}(t) = \sqrt{We} - \bar{A}_0 e^{-\frac{(t-5\bar{\sigma}_0)^2}{2\bar{\sigma}_0^2}} \text{sen}(\bar{\omega}_0(t - 5\bar{\sigma}_0)) \quad (4-2)$$

Como se puede apreciar en las Ilustraciones 4-17 - 4-19, esta combinación de parámetros propicia la ruptura del chorro en una única gota, acompañada de dos satélites secundarios. No obstante, la introducción de dicho desfase propicia una ligera pérdida de la simultaneidad en la formación de la gota, como se puede apreciar en los datos recogidos en la Tabla 4-7. De estos mismos datos se puede considerar también que el desfase de la señal no influye significativamente en la distancia y tiempo de ruptura del chorro.

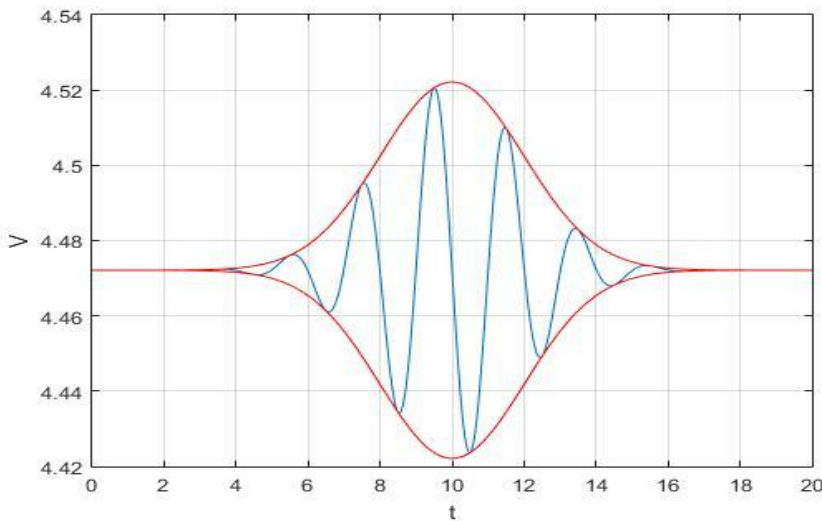


Figura 4-7: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0=\pi$

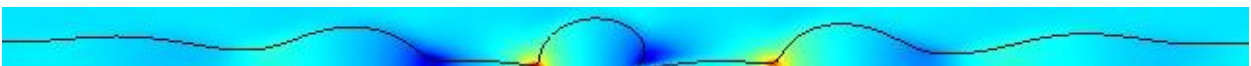


Ilustración 4-17: Simulación con $\phi_0=\pi$, ruptura delantera



Ilustración 4-18: Simulación con $\phi_0=\pi$, ruptura trasera y formación de satélite secundario delantero



Ilustración 4-19: Simulación con $\phi_0=\pi$, formación de satélite secundario trasero

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 54.61 | 20.34 | 51.54 | 20.53 |
| Simulación 2 | 54.67 | 20.27 | 51.67 | 20.51 |
| Simulación 3 | 53.42 | 20.32 | 50.36 | 20.49 |
| Promedio | 54.23 | 20.31 | 51.19 | 20.51 |
| Desviación | 0.70 | 0.04 | 0.72 | 0.02 |

Tabla 4-7: Resultados de la simulación con $\phi_0 = \pi$

4.2.2 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$

Los resultados de la simulación anterior indican que un valor de $\phi_0 = \pi$ da lugar a una ruptura del chorro en una única gota muy próxima a la simultaneidad. En esta simulación se ha escogido un valor de ϕ_0 próximo a π , que permita conseguir la simultaneidad en la ruptura, sin comprometer la formación de la gota ni el tiempo y distancia de ruptura. Las Ilustraciones 4-20 - 4-21 y los datos recogidos en la Tabla 4-8 demuestran que el nuevo valor de desfase elegido propicia la ruptura simultánea del chorro en una gota única, en tiempo y distancia similares a los observados para $\phi_0 = \pi$.

Esta combinación de parámetros también da lugar a la formación de gotas secundarias en torno a la gota central, y a una gota adicional aguas abajo. Si bien esta última se encuentra a una distancia suficientemente grande de la gota central ($t \sim 22$, $\Delta L \sim 33$), las dos gotas secundarias se encuentran muy próximas a la gota central ($t \sim 22$, $\Delta L \sim 7$), lo que puede dificultar su extracción y aislamiento del chorro.

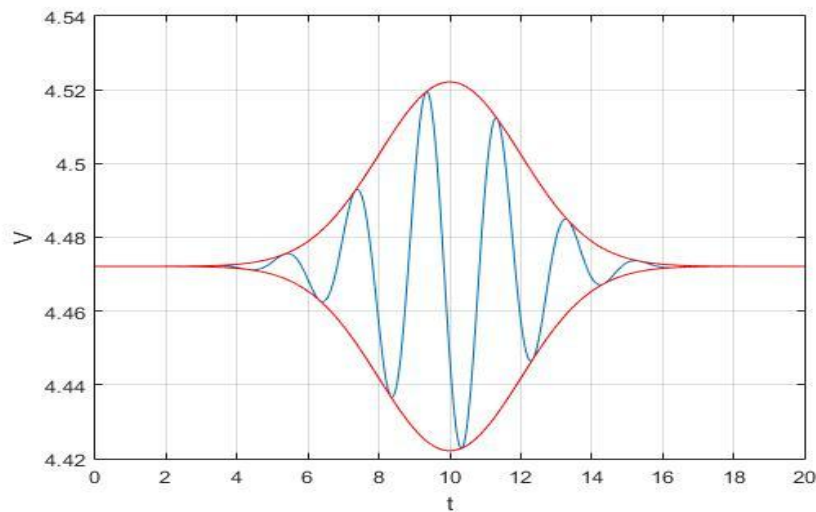


Figura 4-8: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$

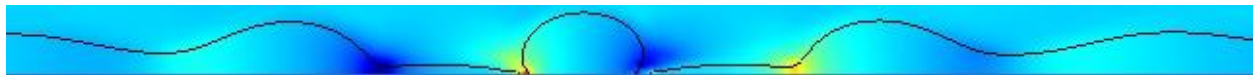


Ilustración 4-20: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$, ruptura simultánea



Ilustración 4-21: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$, gotas secundarias y gota delantera

| | L_1 | L_2 | t |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 50.29 | 53.82 | 20.41 |
| Simulación 2 | 50.33 | 53.93 | 20.43 |
| Simulación 3 | 50.41 | 54.12 | 20.42 |
| Promedio | 50.34 | 53.96 | 20.42 |
| Desviación | 0.06 | 0.15 | 0.01 |

Tabla 4-8: Resultados de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.7$

4.2.3 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.6$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$

Una vez localizado el valor de ϕ_0 que propicia la ruptura simultánea del chorro en una única gota, se procede a observar la influencia del parámetro k en esta nueva configuración, y determinar qué valores del mismo dan lugar a la formación de gotas secundarias más alejadas de la gota central. Las Ilustraciones 4-22 - 4-24 y los datos recogidos en la Tabla 4-9 se corresponden con la simulación con $\bar{k}=0.6$. Como se pudo apreciar en simulaciones previas, un valor de \bar{k} menor se traduce en un ligero incremento de la distancia y tiempo de ruptura. Se puede ver cómo el valor de k elegido no afecta a la simultaneidad ni a la distancia entre la gota central y delantera ($t \sim 22$, $\Delta L \sim 34$), pero sí consigue incrementar ligeramente la separación entre las gotas secundarias y central ($t \sim 23.5$, $\Delta L \sim 8$).

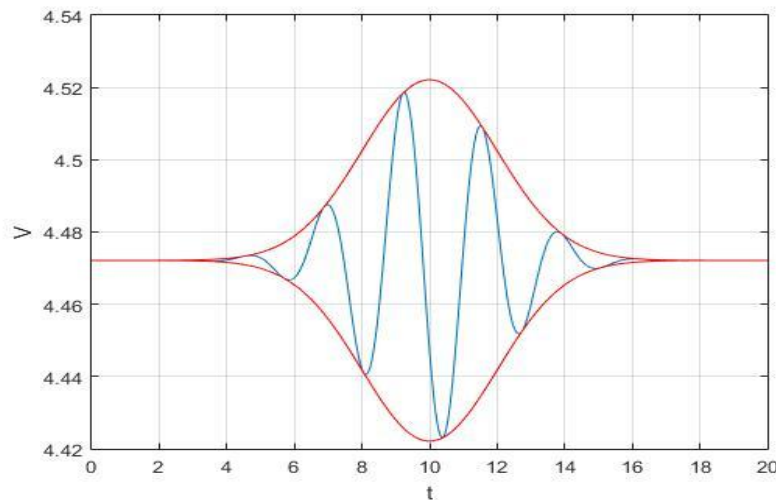


Figura 4-9: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$



Ilustración 4-22: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura simultánea



Ilustración 4-23: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gota delantera y satélites secundarios



Ilustración 4-24: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$, formación de gotas secundarias

| | L_1 | L_2 | t |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 53.14 | 56.36 | 21.18 |
| Simulación 2 | 58.58 | 62.17 | 21.17 |
| Simulación 3 | 57.00 | 60.67 | 21.18 |
| Promedio | 56.24 | 59.73 | 21.18 |
| Desviación | 2.80 | 3.02 | 0.01 |

Tabla 4-9: Resultados de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.6$

4.2.4 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.8$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$

De forma análoga a la simulación anterior, se procede a analizar los resultados obtenidos de la simulación con $k=0.8$. Las Ilustraciones 4-25 - 4-27 y los datos recogidos en la Tabla 4-10 indican que esta combinación de parámetros propicia la ruptura del chorro en una única gota en tiempo y distancia ligeramente menores que en los casos $k=0.6$ y $k=0.7$. No obstante, presenta dos principales inconvenientes: las gotas secundarias se generan más cerca de la gota central ($t \sim 21,5$, $\Delta L \sim 6$), y el incremento de k da lugar a una ligera pérdida de simultaneidad en la ruptura.

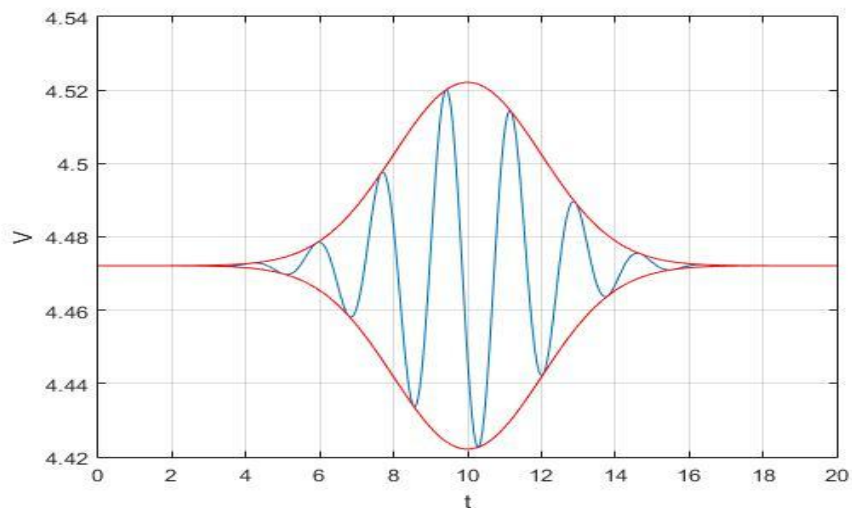


Figura 4-10: Perfil de velocidades de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$



Ilustración 4-25: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura delantera



Ilustración 4-26: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura trasera



Ilustración 4-27: Simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$, gotas secundarias

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 52.37 | 20.23 | 48.81 | 20.29 |
| Simulación 2 | 52.37 | 20.24 | 48.94 | 20.31 |
| Simulación 3 | 52.41 | 20.22 | 49.35 | 20.35 |
| Promedio | 52.38 | 20.23 | 49.03 | 20.32 |
| Desviación | 0.02 | 0.01 | 0.28 | 0.03 |

Tabla 4-10: Resultados de la simulación con $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$ y $\bar{k}=0.8$

4.2.5 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$

Con esta simulación se pretende determinar cómo influye una reducción de la anchura de la campana en la evolución y ruptura del chorro líquido. En la Figura 4-11 es posible observar cómo el perfil de velocidades asociado a una anchura de campana más reducida está formado por un número de perturbaciones menor que en los casos anteriores. Tal y como se puede apreciar en las Ilustraciones 4-28 - 4-29 los datos recogidos en la Tabla 4-11, una reducción de la anchura de campana se traduce en una ruptura del chorro más temprana, en el menor instante de tiempo obtenido hasta el momento, manteniéndose además la simultaneidad en la ruptura. Sin embargo, dicha reducción también da lugar a la ruptura del chorro en un satélite, en lugar de en una gota. Esto se debe previsiblemente al hecho de que la amplitud de la perturbación negativa es mayor que la de la perturbación positiva, como se puede ver en la Figura 4-11.

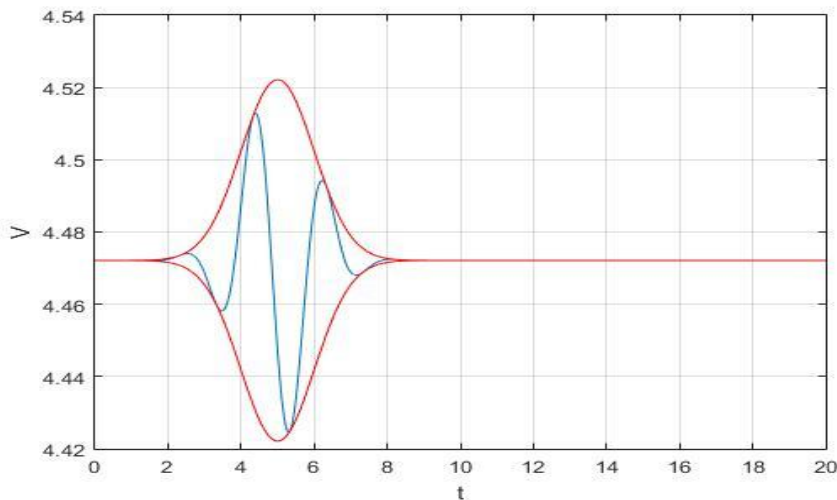


Figura 4-11: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$

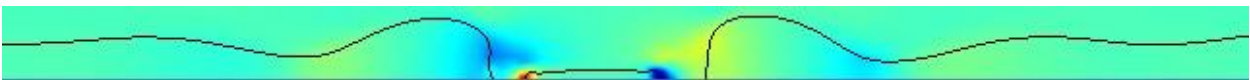


Ilustración 4-28: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$, ruptura simultánea



Ilustración 4-29: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0 = \frac{7\pi}{6}$, gotas secundarias.

| | L_1 | L_2 | t |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 51.17 | 55.94 | 16.69 |
| Simulación 2 | 50.87 | 55.47 | 16.67 |
| Simulación 3 | 50.62 | 55.5 | 16.69 |
| Promedio | 50.89 | 55.64 | 16.68 |
| Desviación | 0.27 | 0.26 | 0.01 |

Tabla 4-11: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$

4.2.6 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$

Para determinar si es posible conseguir la ruptura del chorro en una única gota con una anchura de campana menor, se ha realizado una nueva simulación con un desfase de valor $\phi_0=\frac{\pi}{2}$, que equivale a cambiar la función seno contenida en la definición del pulso gaussiano de velocidad por una función coseno:

$$\bar{V}(t) = \sqrt{We} + \bar{A}_0 e^{-\frac{(t-5\bar{\sigma}_0)^2}{2\bar{\sigma}_0^2}} \cos\left(\bar{\omega}_0(t - 5\bar{\sigma}_0) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4-3)$$

De esta forma, se obtiene el perfil de velocidades mostrado en la Figura 4-12, en el que a diferencia del caso anterior, se obtiene una perturbación positiva de mayor amplitud que las perturbaciones negativas, configuración que previsiblemente dará lugar a la ruptura del chorro en una gota en lugar de en un satélite.

Las Ilustraciones 4-30 - 4-33 y los datos recogidos en la Tabla 4-12 confirman esta predicción, mostrando una ruptura del chorro en una única gota en un instante de tiempo menor. No obstante, se produce una ligera pérdida de simultaneidad en la ruptura, y tiene lugar la formación de gotas secundarias, que si bien se originan en instantes de tiempo relativamente mayores que el de la gota central ($t\sim 19.8$ para la gota secundaria delantera, $t\sim 20.9$ para la gota secundaria trasera), se encuentran muy próximas a esta ($\Delta L\sim 5$ y $\Delta L\sim 6.5$ para las gotas secundarias delantera y trasera, respectivamente). Teniendo en cuenta que los resultados obtenidos en simulaciones previas indican que la variación del desfase influye en la simultaneidad en la ruptura sin afectar a la distancia y tiempo de ruptura, la pérdida de simultaneidad vinculada a la reducción de la anchura de campana se corregiría previsiblemente con un ajuste adecuado de ϕ_0 .

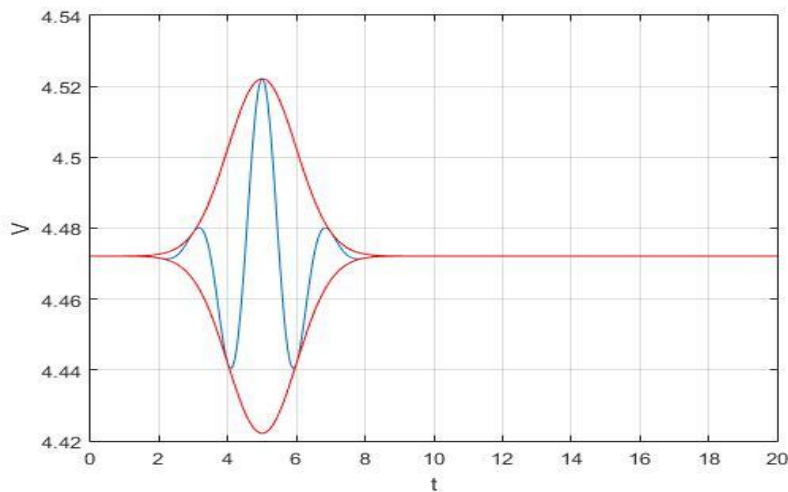


Figura 4-12: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$

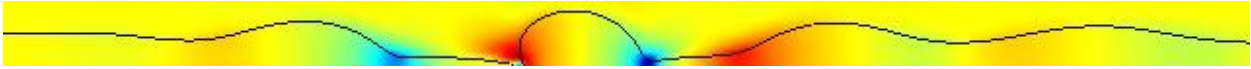


Ilustración 4-30: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$, ruptura trasera



Ilustración 4-31: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$, formación de gota delantera



Ilustración 4-32: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$, gotas secundarias

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 53.44 | 16.82 | 58.44 | 17.06 |
| Simulación 2 | 51.87 | 16.8 | 56.75 | 17.07 |
| Simulación 3 | 53.6 | 16.83 | 58.53 | 17.09 |
| Promedio | 52.97 | 16.82 | 57.91 | 17.07 |
| Desviación | 0.96 | 0.01 | 1.00 | 0.01 |

Tabla 4-12: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$

4.2.7 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$

Una vez determinadas las condiciones que a priori debe cumplir el perfil de velocidades para propiciar la ruptura del chorro en una única gota, se procede a buscar una combinación de parámetros que permita alcanzar una ruptura simultánea, y en la que las gotas secundarias se generen suficientemente separadas en tiempo y espacio de la gota central, para no influir en su evolución. Para ello se ha optado por regresar a la señal senoidal previamente empleada con desfase nulo.

Como se puede ver en la Figura 4-13, el perfil de velocidades asociado a esta señal cuenta con una perturbación positiva de amplitud mayor que la perturbación negativa. Dicha configuración da lugar a una ruptura no simultánea del chorro en una única gota, acompañada por varias gotas secundarias, formándose la más cercana unos instantes después de la ruptura ($t \sim 19.5$) a una distancia algo mayor de la gota central que la observada en simulaciones previas ($\Delta L \sim 7$).

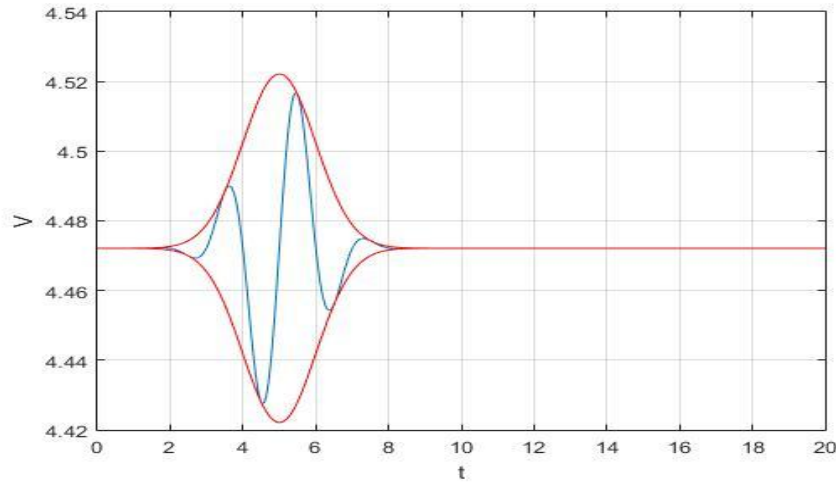


Figura 4-13: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$



Ilustración 4-33: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$, ruptura delantera



Ilustración 4-34: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$, ruptura trasera y formación de satélite secundario trasero

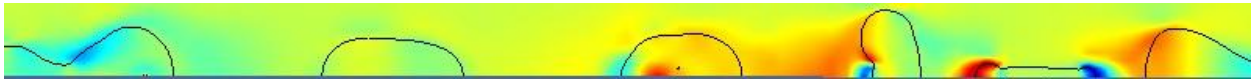


Ilustración 4-35: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$, gotas secundarias

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 52.23 | 16.76 | 51.15 | 17.31 |
| Simulación 2 | 53.33 | 16.68 | 51.67 | 17.24 |
| Simulación 3 | 55.00 | 16.75 | 53.57 | 17.28 |
| Promedio | 53.52 | 16.73 | 52.13 | 17.28 |
| Desviación | 1.39 | 0.04 | 1.27 | 0.03 |

Tabla 4-13: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$

4.2.8 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=0.5$ y $\phi_0=\frac{\pi}{2}$

Con el fin de buscar una reducción aún mayor del tiempo de ruptura del chorro, se ha realizado una simulación con una anchura de campana muy reducida. Las Ilustraciones 4-36 - 4-40 muestran una evolución del chorro líquido algo distinta a la observada en simulaciones previas. La combinación de parámetros elegida propicia la ruptura no simultánea del chorro en un satélite, como indican las Ilustraciones 4-36 - 4-37 y los datos recogidos en la Tabla 4-14. No obstante, unos instantes después de la formación del chorro ($L \sim 72$, $t \sim 17.5$), se genera una gota secundaria, que acaba siendo flanqueada por otras dos gotas secundarias a medida que el chorro evoluciona ($t \sim 18$ $\Delta L \sim 4$ para la gota secundaria delantera, $t \sim 20$ $\Delta L \sim 8$ para la gota secundaria trasera).

A pesar de que esta combinación de parámetros no da lugar a la ruptura del chorro en una única gota vista en simulaciones anteriores, sí que propicia la formación de una gota aislada, por lo que se debería de analizar en mayor profundidad para determinar si podría considerarse como una opción válida para la obtención de gotas aisladas. Por otra parte, cabe destacar que en este caso la reducción de la anchura de campana de $\bar{\sigma}_0=1$ a $\bar{\sigma}_0=0.5$ contribuye ligeramente a la disminución del tiempo de ruptura, pero a costa de un ligero incremento de la distancia de ruptura.

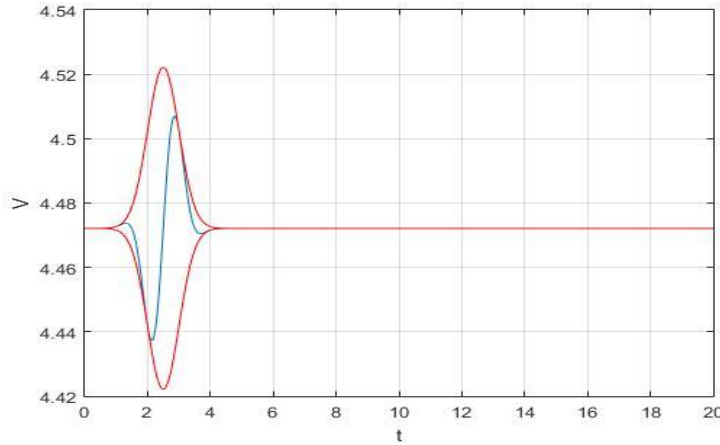


Figura 4-14: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$

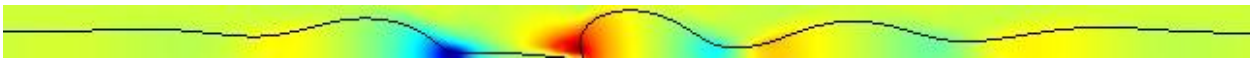


Ilustración 4-36: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, ruptura delantera



Ilustración 4-37: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, ruptura trasera



Ilustración 4-38: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, formación de gota secundaria

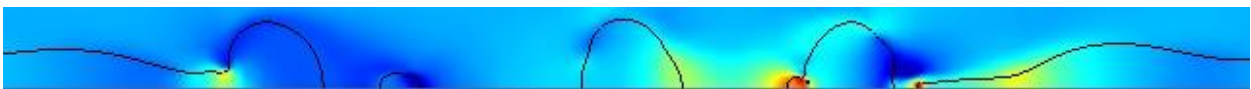


Ilustración 4-39: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, gota secundaria delantera



Ilustración 4-40: Simulación con $\bar{\sigma}_0=0.5$, gota secundaria trasera

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 62.07 | 16.15 | 59.13 | 16.74 |
| Simulación 2 | 62.53 | 16.13 | 59.93 | 16.71 |
| Simulación 3 | 62.69 | 16.17 | 59.81 | 16.76 |
| Promedio | 62.43 | 16.15 | 59.62 | 16.74 |
| Desviación | 0.32 | 0.02 | 0.43 | 0.02 |

Tabla 4-14: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=0$

4.2.9 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.6$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$

Se procede ahora a analizar cómo afecta la variación del parámetro \bar{k} a la evolución y ruptura de un chorro líquido estimulado por una señal de menor anchura de campana. Se puede ver que el perfil de velocidades asociado a esta combinación de parámetros, mostrado en la Figura 4-15, es muy similar al considerado en el Subapartado 4.2.7, por lo que los resultados obtenidos serán previsiblemente semejantes. Las Ilustraciones 4-41 - 4-44 y los datos recogidos en la Tabla 4-15 confirman esta predicción. El valor $\bar{k}=0.6$ propicia una ruptura del chorro análoga a la obtenida en el Subapartado 4.2.7, ruptura en una única gota con leve pérdida de simultaneidad, (con un ligero incremento de la distancia y tiempo de ruptura), y formación de gotas secundarias (generadas en condiciones similares a las observadas en el Subapartado 4.2.7, $t \sim 20 \Delta L \sim 7.5$ para la gota secundaria delantera, $t \sim 21 \Delta L \sim 6$ para la gota secundaria trasera).

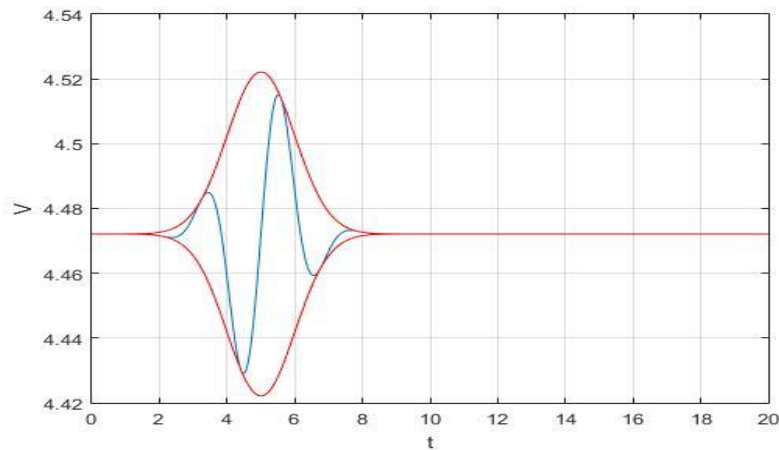


Figura 4-15: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$



Ilustración 4-41: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura delantera

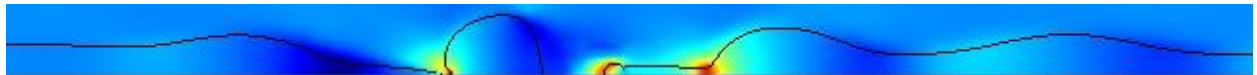


Ilustración 4-42: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, ruptura trasera



Ilustración 4-43: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, gota secundaria delantera



Ilustración 4-44: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$, gotas secundarias

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 56.71 | 17.12 | 55.21 | 17.64 |
| Simulación 2 | 56.6 | 17.11 | 55 | 17.59 |
| Simulación 3 | 56.78 | 17.15 | 55.28 | 17.62 |
| Promedio | 56.70 | 17.13 | 55.16 | 17.62 |
| Desviación | 0.09 | 0.02 | 0.14 | 0.03 |

Tabla 4-15: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.6$

4.2.10 Simulación con $\bar{A}_0=0.05$, $\bar{k}=0.8$, $\bar{\sigma}_0=1$ y $\phi_0=0$

Siguiendo la línea planteada en el Subapartado previo, se procede ahora a analizar el efecto de elegir un mayor valor del parámetro k. La Figura 4-16 muestra cómo el perfil de velocidades asociado a esta combinación de parámetros difiere algo más de los considerados en los Subapartados 4.2.7 y 4.2.9. Tal y como se puede apreciar en las Ilustraciones 4-45 - 4-48, y en los datos recogidos en la Tabla 4-16, esta combinación de parámetros propicia la ruptura no simultánea del chorro en una única gota, en distancia y tiempo similares a los obtenidos para el caso $\bar{k}=0.7$. También tiene lugar la formación de gotas secundarias, en condiciones análogas a las observadas en casos previos ($t \sim 19.5 \Delta L \sim 7$ para la gota secundaria delantera, $t \sim 21.5 \Delta L \sim 5.5$ para la gota secundaria trasera).

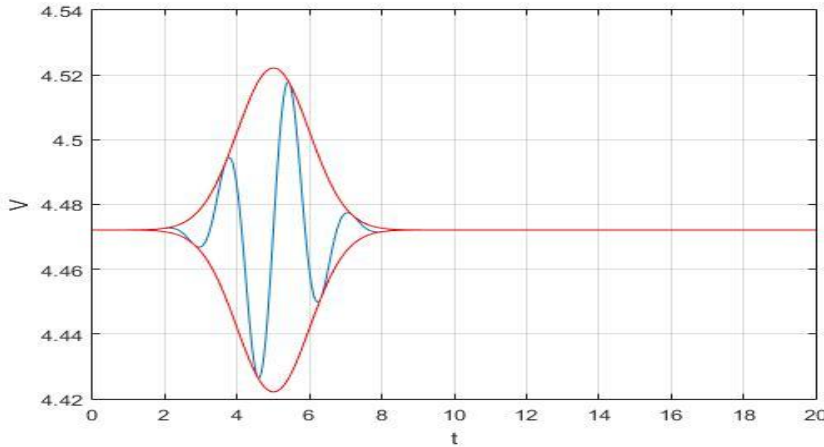


Figura 4-16: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$

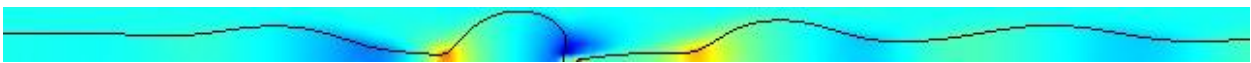


Ilustración 4-45: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura delantera

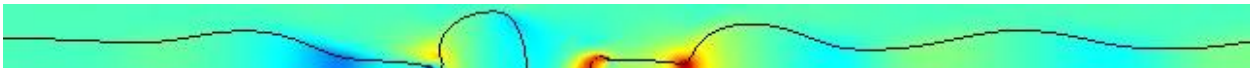


Ilustración 4-46: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, ruptura trasera



Ilustración 4-47: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, gota secundaria delantera



Ilustración 4-48: Simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$, gotas secundarias

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Simulación 1 | 54.86 | 16.72 | 53.71 | 17.33 |
| Simulación 2 | 53.33 | 16.72 | 51.83 | 17.30 |
| Simulación 3 | 54.58 | 16.74 | 53.11 | 17.30 |
| Promedio | 54.26 | 16.73 | 52.88 | 17.31 |
| Desviación | 0.81 | 0.01 | 0.96 | 0.02 |

Tabla 4-16: Resultados de la simulación con $\bar{\sigma}_0=1$ y $\bar{k}=0.8$

4.2.11 Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, $\bar{k}=0.7$, $\bar{\sigma}_0=2$ y $\phi_0=\frac{7\pi}{6}$

Por último, se procede a analizar el efecto de estimular el chorro líquido con una señal de amplitud considerablemente mayor a la escogida en simulaciones previas. Las Ilustraciones 4-49 - 4-51 y los datos recogidos en la Tabla 4-17 indican que el incremento de amplitud se traduce en una reducción significativa del tiempo y distancia de ruptura. Si bien se sigue produciendo la ruptura del chorro en una única gota, es posible apreciar una ligera pérdida de simultaneidad, que previsiblemente se corregiría con un ajuste de ϕ_0 , y la formación de gotas secundarias lo suficientemente cercanas a la gota central ($t \sim 17$ $\Delta L \sim 6$) como para dificultar la evolución y/o extracción de la misma del chorro líquido.

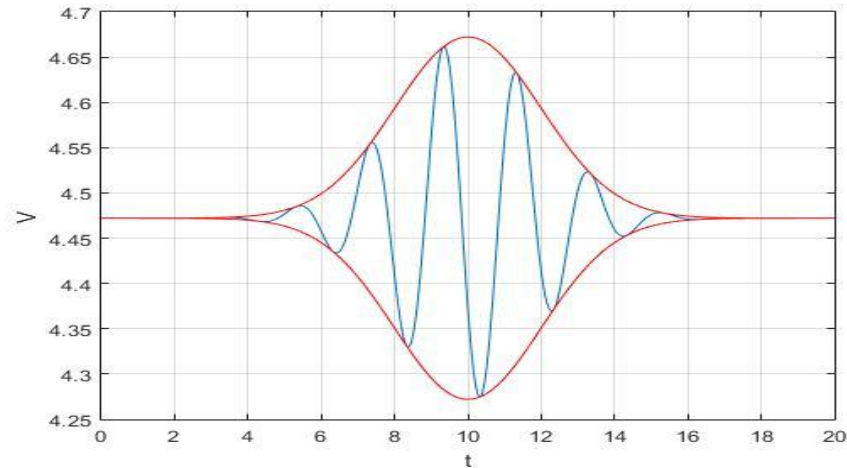


Figura 4-17: Perfil de velocidades de la simulación con $\bar{A}_0=0.2$



Ilustración 4-49: Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, ruptura delantera

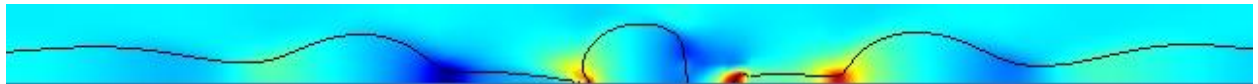


Ilustración 4-50: Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, ruptura trasera

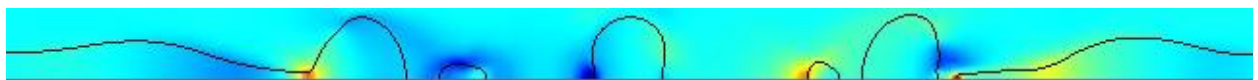


Ilustración 4-51: Simulación con $\bar{A}_0=0.2$, gotas secundarias

| | L_1 | t_1 | L_2 | t_2 |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| Simulación 1 | 34.00 | 16.00 | 31.67 | 16.28 |
| Simulación 2 | 34.69 | 16.06 | 32.44 | 16.32 |
| Simulación 3 | 34.18 | 15.98 | 31.88 | 16.31 |
| Promedio | 34.29 | 16.01 | 32.00 | 16.3 |
| Desviación | 0.36 | 0.04 | 0.40 | 0.02 |

Tabla 4-17: Resultados de la simulación con $\bar{A}_0=0.2$

5 CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este estudio ponen de manifiesto la conveniencia del pulso gaussiano como perturbación para conseguir la ruptura de un chorro líquido en una única gota. Las diversas simulaciones realizadas han permitido obtener un conocimiento general de la influencia de cada uno de los parámetros que definen el pulso gaussiano en la evolución y ruptura del chorro, e incluso identificar combinaciones concretas de los mismos que propician la ruptura simultánea del chorro en una única gota. En resumen, se puede establecer que:

- El desfase respecto a una portadora centrada en la campana (ϕ_0) no influye significativamente en el tiempo y distancia de ruptura del chorro, pero sí juega un papel clave en la simultaneidad de la ruptura, y determina si esta da lugar a la formación de una gota o un satélite. Por tanto, su correcta elección y ajuste es fundamental para obtener las formas de ruptura buscadas.
- Se requiere una amplitud (\bar{A}_0) suficientemente grande para conseguir una perturbación intensa, y cuanto mayor sea su valor menores son los tiempos y distancias de ruptura del chorro. No obstante, su variación también afecta a la simultaneidad de la ruptura, por lo que es fundamental una correcta elección del parámetro ϕ_0 para conseguir la ruptura simultánea con la amplitud deseada.
- Las perturbaciones con número de onda próximos al máximo establecido por la curva de Rayleigh ($\bar{k} \sim 0.7$) generan rupturas del chorro en una única gota o satélite. Mayores valores de k dan lugar a distancias y tiempos de ruptura ligeramente menores. El parámetro \bar{k} también influye ligeramente en la simultaneidad de la ruptura, y si bien su efecto no es tan acusado como el de la amplitud, también será necesario un ajuste adecuado del desfase para conseguir la ruptura simultánea en una gota con el valor de \bar{k} elegido.
- Para conseguir el modo de ruptura buscado se requieren perturbaciones muy localizadas, con una anchura de campana ($\bar{\sigma}_0$) reducida. Los resultados obtenidos indican que menores anchuras de campana propician rupturas más tempranas, predicción que sería necesario confirmar por medio de análisis más exhaustivos. Al igual que la amplitud, la variación de la anchura de campana tiene una repercusión considerable en la simultaneidad de la ruptura y la formación de una gota o un satélite, por lo que se requiere un ajuste adecuado de ϕ_0 .

Estas conclusiones pueden emplearse como punto de partida para múltiples estudios futuros, Desde el punto de vista teórico, sería interesante realizar una comparación de los resultados obtenidos con las predicciones teóricas establecidas por Rayleigh, para determinar hasta qué punto resultan válidas en el estudio de la evolución y ruptura de un chorro líquido estimulado por una pulso gaussiano. Otra opción factible sería llevar a cabo un estudio más exhaustivo de la influencia de los parámetros que definen la gaussiana en la evolución y ruptura del chorro, con el fin de determinar qué valores de \bar{A}_0 , $\bar{\sigma}_0$ y \bar{k} propician la ruptura del chorro en una única gota en el menor tiempo y distancia posibles, y el valor de ϕ_0 necesario para conseguir que dicha ruptura sea simultánea.

También resultarían de gran interés los estudios centrados en la evolución de la gota formada en la ruptura del chorro. Algunas opciones destacables serían la monitorización de las gotas formadas en rupturas asimétricas, la comparación de su velocidad con la del chorro líquido, y el análisis de la influencia de las gotas secundarias en la evolución de la gota central, con el fin de determinar a qué distancia mínima pueden generarse estas sin que su presencia dificulte la extracción de la gota central del chorro líquido, y qué combinaciones de parámetros contribuyen a dicho propósito.

Desde el punto de vista práctico, sería posible tomar como referencia las combinaciones de parámetros que dan lugar a la ruptura simultánea en una única gota detectadas en este estudio para analizar su uso en alguna de las múltiples aplicaciones tecnológicas del chorro líquido y su ruptura en gotas ya comentadas (impresión de inyección por medio de la técnica CIJ, citometrías de flujo y aislamiento de material biológico para su estudio, etc.), y determinar las ventajas que ofrece frente a las técnicas empleadas actualmente.

Este estudio también reivindica el uso de Gerris como software de estudio y resolución de fenómenos fluidos. Las diversas simulaciones llevadas a cabo han demostrado su gran versatilidad y funcionalidad, y los códigos numéricos creados pueden servir de base a toda persona interesada en conocer y/o profundizar en la influencia de una perturbación gaussiana sobre la evolución y ruptura de un chorro líquido.

REFERENCIAS

- [1] F.J. García, "Aplicación de modelos unidimensionales a la dinámica de columnas líquidas con y sin campo eléctrico", Tesis doctoral, Universidad de Sevilla, 1998.
- [2] F.J. García and H. González, "Normal mode linear analysis and initial conditions of capillary jets", *J. Fluid Mech.*, vol 602, pp. 82-117, 2008.
- [3] J. Guerrero, H. González and F.J. García, "Spatial modes of capillary jets, with application to surface stimulation", *J. Fluid Mech.*, vol 702, pp. 354-377, 2012.
- [4] H. González, P.A. Vázquez, F.J. García and J. Guerrero "Minimal formulation of the linear spatial analysis of capillary jets: Validity of the two-mode approach", *Phys. Rev. Fluids*, 3, 044802, 2018
- [5] F.J. Gómez Aguilar, H. González, F.J. García, J.R. Castrejón-Pita, A.A. Castrejon Pita, "Formation of isolated drops in the intact length of a capillary jet by means of pressure pulses", 2016.
- [6] T. Young, "Essay on the cohesion of fluids", *Phylos. Trans. R. Soc. London*, 95, 65, 1805.
- [7] P.S. Laplace, "Mécanique Céleste", Courcier, Paris, 1805.
- [8] K.F. Gauss, "Disquisitiones generales circa superficies curvas ", *Comm. Soc. Göttingen*, 6, 1823-1827.
- [9] F. Savart, "Mémoire sur la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en mince paroi", *Annal. Chim.*, 53, 337, 1833.
- [10] J. Plateau, *Acad. Sci. Bruxelles Mém.*, 23, 5, 1846
- [11] J.A.F. Plateau, "Experimental and theoretical researches on the figures of equilibrium of a liquid mass withdrawn from the action of gravity", *Ann. Rep. Smithsonian Institution*, págs. 207-285, 1863.
- [12] L. Rayleigh, "On the instability of jets", *Proc. Lon. Math. Soc.*, 10, 4-13, 1878
- [13] S. Popinet, "An accurate addaptative solver for surface-tension driven interfacial flows", *J. Comput. Phys.* 228, 58585866, 2009
- [14] J. H. Ferziger, & M. P. , "Computational Methods For Fluids Dynamics", Springer, 2002
- [15] R. Scardovelli, S. Zaleski, "Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow", *Annual Review of Fluid Mechanics* 31, 1, pp. 567-603, 1999
- [16] <http://gfs.sourceforge.net>

