Negociación en ambiente de incertidumbre. Una solución conservadora

Rubiales Caballero, Victoriana (vrubiales@us.es)
Departamento de Economía Aplicada III
Universidad de Sevilla
Monroy Berjillos, Luisa (lmonroy@us.es)
Departamento de Economía aplicada III
Universidad de Sevilla
Mármol Conde, Amparo Mª (amarmol@us.es)
Departamento de Economía aplicada III
Universidad de Sevilla

RESUMEN

En este trabajo analizamos un problema de negociación bipersonal en ambiente de incertidumbre, para lo cual consideramos varios estados de la naturaleza o futuros escenarios posibles. Proponemos un concepto de solución bajo la hipótesis de que los jugadores son adversos al riesgo y negocian sobre aquellos resultados que minimizan la distancia entre las utilidades que obtienen en cada escenario y un vector de utilidades mínimas utópico. Esta solución conservadora se obtiene como la solución de un problema de programación minmax. Cuando el conjunto de negociación verifica determinadas propiedades, obtenemos una caracterización axiomática del concepto de solución propuesto. En este contexto, analizamos una extensión del modelo clásico de negociación empresa-sindicato en el que existe incertidumbre sobre las consecuencias de los posibles acuerdos alcanzables por los agentes.

Palabras clave: Negociación. Incertidumbre. Optimización minmax.
Área temática: Optimización

ABSTRACT

In this paper we address a general two-person bargaining problem under uncertainty. To this end, several states of nature or future scenarios are considered. Under the assumption that agents are risk averse, we propose a solution concept based on the distance to a utopian minimum outcome vector, which guarantees conservative levels of achievement for the agents. This conservative solution is obtained as the solution of a minimax programming problem. When some requirementS on the bargaining set are assumed, an axiomatic characterization of the conservative solution is provided. An extension of the classic model of firm-union negotiation, which includes situations where uncertainty about the consequences of the agreements has to be taken into account, is analyzed in this framework.

1. INTRODUCCIÓN

La mayoría de los modelos de negociación analizan situaciones en las que el resultado para cada agente sólo depende del acuerdo que se alcance. No obstante, una descripción más realista de las posibilidades de la negociación es considerar que los resultados dependen también de factores externos o eventos futuros y por tanto, inciertos. La manera usual de modelar tales situaciones de negociación en ambiente de incertidumbre es considerar que hay varios estados de la naturaleza posibles o escenarios futuros y que cada uno de ellos se identifica con un problema de negociación. En la literatura se han planteado dos tipos de modelos para analizar estas situaciones. El primero de ellos resuelve la incertidumbre asignando probabilidades a los diferentes estados de la naturaleza y posteriormente aplica los conceptos de solución clásicos para resolver el problema de negociación (véase Riddel (1981), Peters (1986)). En el segundo grupo de modelos se supone que los agentes no disponen de información sobre la probabilidad de ocurrencia de los distintos estados. En este caso se resuelve el problema aplicando modelos de elección bajo incertidumbre no probabilísticos (véase Bossert et al. (1996), Bossert y Peters (2001), Mármol y Ponsatí (2008)).

Este trabajo se encuadra dentro de este segundo tipo de modelos y en él analizamos juegos de negociación que describen estas situaciones de incertidumbre bajo la hipótesis de que los agentes son adversos al riesgo. Proponemos un concepto de solución basado en una generalización del criterio minmax, que consiste en minimizar la distancia a un vector de utilidades mínimas utópico. Los resultados que genera son conservadores en el sentido de que los agentes llegan a acuerdos para obtener resultados cuyos niveles mínimos no puedan ser mejorados simultáneamente en todos los escenarios.

En este contexto analizamos una extensión del modelo clásico de negociación entre empresa y sindicato propuesto por McDonald y Solow (1981). Estos autores analizan la solución de Nash (Nash, 1950) y la de Kalai-Smorodinsky (Kalai y Smorodinsky, 1975) cuando empresa y sindicato negocian sobre salarios y nivel de empleo. Posteriormente, Alexander (1992) caracteriza la solución de Kalai-Smorodinsky cuando la negociación concierne sólo a los salarios, y la empresa determina unilateralmente el nivel de empleo de forma que maximice su beneficio. Alexander y Ledermann (1996) analizan la forma del conjunto de negociación cuando la negociación entre empresa y sindicato se realiza en salarios y niveles de empleo, o sólo en salarios. El objetivo de nuestro análisis es incorporar incertidumbre en este modelo considerando que los beneficios de la empresa dependen del estado de la naturaleza y no existe información sobre la probabilidad de ocurrencia de los diferentes estados.

El trabajo está organizado como sigue: en la sección 2 describimos el modelo de negociación en ambiente de incertidumbre y definimos y caracterizamos la solución conservadora. En la sección 3 analizamos una extensión del modelo clásico de negociación entre empresa y sindicato. Por último, la sección 4 está dedicada a las conclusiones.

2. EL MODELO

Consideramos un problema de negociación con dos agentes y m escenarios posibles o estados de la naturaleza futuros. Un problema de negociación bipersonal bajo incertidumbre se describe por el par (S, q), donde $S \subseteq I\!R^{2m}$ es el conjunto de resultados que obtienen los jugadores a través de un acuerdo y $q \in I\!R^{2m}$ es el resultado si el proceso de negociación no termina en acuerdo, llamado punto de desacuerdo o *status quo*. Un punto $x \in S$, se representa por $x = (x_1, x_2)$ donde $x_i \in I\!R^m$, $i = 1, 2$, es el vector de resultados para el agente i, cuyas componentes, x_i^j, $j = 1, \ldots, m$, son los resultados obtenidos en cada escenario. Inicialmente solo requerimos que S sea un conjunto comprensivo[1]. Para cada problema de negociación (S, q), una solución, φ, es una aplicación que selecciona un subconjunto no vacío de resultados factibles, $\varphi(S) \subset S$. Por simplicidad, suponemos que el punto de desacuerdo es el origen, $q = \theta$, y $S \subset I\!R^{2m}_+$.

Analizamos este problema bajo la hipótesis de que los agentes son adversos al

[1]Dados $x, y \in I\!R^n$ diremos que $x \geq y$ si $x_i \geq y_i$ $i = 1, \ldots, n$ y $x \neq y$. S es comprensivo cuando $\forall x \in S$ si $x \geq y \geq q$ entonces $y \in S$.

riesgo, por lo que sólo valoran el peor resultado, y no disponen de información sobre la probabilidad de ocurrencia de los diferentes escenarios posibles. En este contexto proponemos una solución *ex ante* que garantiza niveles de utilidad mínima que no son mejorables simultáneamente para ambos agentes. Este concepto de solución, que denominamos conservadora, se basa en la idea de que los agentes conjuntamente negociarán sobre aquellos resultados que minimicen la distancia entre las utilidades que obtienen en cada escenario y un vector de utilidades mínimas utópico. Para definir este concepto de solución valoramos cada resultado factible por un vector cuyas componentes son los peores resultados que obtienen los agentes en cada escenario y que denominamos vector de resultados mínimos.

Definición 2.1 *Para cada resultado factible $x \in S$, el vector de resultados mínimos es* $z(x) = (z_1(x), z_2(x))$*, donde* $z_1(x) = \min_{1\leq j\leq m}\{x_1^j\}$ *y* $z_2(x) = \min_{1\leq j\leq m}\{x_2^j\}$.

Para $S \in \mathbb{R}^{2m}$, $z(S)$ denota el conjunto de vectores de resultados mínimos:

$$z(S) = \{(z_1, z_2) \in R^2 \,/\, z_1 = \min_{1\leq j\leq m}\{x_1^j\},\, z_2 = \min_{1\leq j\leq m}\{x_2^j\},\, x \in S\}$$

A continuación introducimos el concepto de vector de resultados mínimos utópico como aquel vector cuyas componentes son los mejores niveles mínimos que los agentes pueden alcanzar en cada escenario.

Definición 2.2 *El vector de resultados mínimos utópico para el problema de negociación es* $z^u = (z_1^u, z_2^u)$ *donde* $z_i^u = Max_{x\in S}\, z_i(x)$*, para* $i = 1, 2$.

Las componentes del vector de resultados mínimos utópico z^u se corresponden con los valores óptimos de sendos problemas de optimización escalar.

Definición 2.3 *Para cada resultado factible $x \in S$, el vector de desviaciones $d(x)$ con respecto al vector de resultados mínimos utópico, z^u, es el vector*

$$d(x) = (\frac{z_1^u - z_1(x)}{z_1^u}, \frac{z_2^u - z_2(x)}{z_2^u}).$$

Este vector representa la diferencia entre el resultado mínimo utópico y el resultado mínimo normalizado por la correspondiente componente del resultado utópico.

Para comparar las desviaciones asociadas a los diferentes resultados del problema de negociación utilizamos el criterio minmax.

Definición 2.4 *$\bar{d} \in I\!R^2$ es un vector de desviaciones minmax en S si existe $\bar{x} \in S$ con $d(\bar{x}) = \bar{d}$ tal que*

$$\max\{d_1(\bar{x}), d_2(\bar{x})\} \leq \max\{d_1(x), d_2(x)\}, \; \forall\, x \in S.$$

A partir de esta definición establecemos el concepto de solución conservadora para un problema de negociación en ambiente de incertidumbre.

Definición 2.5 *La solución conservadora, φ_C, asocia a cada problema de negociación el subconjunto $\varphi_C(S) \subset S$ cuyos vectores de desviaciones son minmax en S.*

El siguiente resultado muestra un procedimiento para obtener los resultados que proporciona la solución conservadora φ_C.

Proposición 2.1 *$x^* \in \varphi_C(S)$ y z^* es el vector de resultados mínimos asociado sí y sólo si existe $t^* \in I\!R$ tal que (t^*, z^*, x^*) es una solución óptima del problema*

$$\begin{array}{ll} min & t \\ s.t.: & t \geq \dfrac{z_1^u - z_1}{z_1^u} \\ & t \geq \dfrac{z_2^u - z_2}{z_2^u} \\ & x_1^j \geq z_1,\; j = 1, ..., m \\ & x_2^j \geq z_2,\; j = 1, ..., m \\ & x \in S \end{array}$$

La idea en la que se sustenta esta solución es la misma que subyace en la solución clásica de Kalai-Smorodinsky. Basándonos en este hecho, extendemos a este contexto las propiedades de eficiencia, simetría, invarianza de escala y monotonicidad individual que caracterizan a dicha solución clásica.

Eficiencia conservadora (EC). Una solución de negociación φ es eficiente conservadora si para cada S y para cada $x \in \varphi(S)$ no existe $y \in S$ tal que $z(y) \geq z(x)$.

Simetría conservadora (SC). Una solución de negociación φ es simétrica conservadora si para cada S simétrico conservador[2] el conjunto $\varphi(S)$ es simétrico conservador.

[2]El conjunto $S \subset I\!R^{2m}$ es *simétrico conservador* si para $x = (x_1, x_2) \in S$ existe $y = (y_1, y_2) \in S$ tal que $z_1(x) = z_2(y)$ y $z_2(x) = z_1(y)$.

Invarianza ante transformaciones de escala en los agentes (ITEA). Una solución de negociación φ es invariante ante transformaciones de escala en los agentes si para cualquier transformación de escala λ^3, $z(y) = \lambda(z(x))$,[4] $\forall y \in \varphi(\lambda(S))$ con $y = \lambda(x)$.

Monotonía individual conservadora (MC). Una solución de negociación φ verifica monotonía individual conservadora si $\forall\, S, S'$ tal que $S \subseteq S'$ y $z_1^u(S) = z_1^u(S')$ entonces $z_2(x) \leq z_2(x'), \forall x \in \varphi(S)$ y $\forall x' \in \varphi(S')$.

Las cuatro propiedades enunciadas caracterizan a la solución conservadora en aquellos problemas de negociación en los que el conjunto $S \in I\!R^{2m}$ es tal que $z(S)$ es convexo y compacto. Denotamos esta clase de problemas de negociación en ambiente de incertidumbre por $\mathcal{B}_0$.

Teorema 2.1 *Una solución de negociación φ en $\mathcal{B}_0$ satisface EC, SC, ITEA y MC sí y sólo sí $\varphi = \varphi_C$.*

Un caso particular interesante de la clase de problemas $\mathcal{B}_0$ es el modelo de negociación global. En estos modelos el conjunto S coincide con el producto cartesiano de los conjuntos de resultados factibles en cada escenario, $S = S^1 \times \ldots \times S^m$, con $S^j \subseteq I\!R^2$, convexos y comprensivos para $j = 1, \ldots, m$. En esta situación se pueden plantear tantos problemas de negociación como escenarios haya y resolver éstos de forma independiente. Sin embargo, es posible que los resultados que se obtengan mediante la negociación separada no sean apropiados para aquellas situaciones en las que los agentes son adversos al riesgo, por lo que, en tales situaciones, la solución conservadora proporciona resultados más satisfactorios para ambos agentes. Además, la comprensividad de los conjuntos S^j, $j = 1, \ldots, m$ implica que $z(S) = \cap_{j=1,\ldots,m} S^j$ y, por tanto, la solución conservadora en el modelo de negociación global está caracterizada por las cuatro propiedades enunciadas. Los resultados que proporciona la solución conservadora se corresponden con los resultados que se obtendrían aplicando el concepto de solución de Kalai-Smorodinsky en el conjunto $z(S)$. A continuación presentamos un ejemplo que nos permite ilustrar este hecho.

Ejemplo 2.1 *Consideremos una situación en la que un mayorista y un fabricante están negociando el precio de un único producto en tres escenarios distintos. Aunque negocian el precio del producto en los distintos escenarios valoran los acuerdos posibles en función de los beneficios que obtienen en cada uno de ellos. Supondremos que los beneficios de los agentes son lineales con respecto al precio del producto,*

[3] *λ es una transformación de escala en S* si existe $a \in I\!R^2$, $a > 0$, tal que $\forall x = (x_1, x_2) \in S$, $\lambda(x) = (a_1 x_1, a_2 x_2)$ y $\lambda(S) = \{y = (y_1, y_2) \in I\!R^{2m} / y = \lambda(x)$, con $x = (x_1, x_2) \in S\}$.

[4] Abusamos de notación, escribiendo $\lambda(z(x))$ para representar el vector $(a_1 z_1(x), a_2 z_2(x))$

como se muestra en las gráficas de la Figura 1, donde la línea creciente representa el beneficio del fabricante y la línea decreciente el del mayorista.

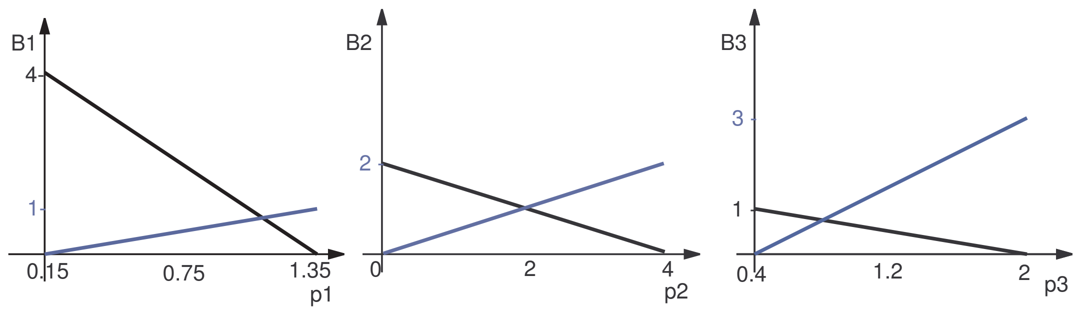

Figura 1: Beneficios de los agentes en los tres escenarios

Los conjuntos de negociación asociados a los diferentes escenarios representan los beneficios que puede obtener cada agente mediante un acuerdo sobre el precio del producto en cada escenario. Denotamos por $x^j \in I\!R^2$, $x^j = (x_1^j, x_2^j)$, $j = 1, 2, 3$ *los beneficios que obtienen los dos agentes en el escenario* j*-ésimo y por* S^j *los correspondientes conjuntos de negociación:*

$$S^1 = \{x^1 \in I\!R^2 : x_1^1 + 4x_2^1 \leq 4,\ x^1 \geq 0\}$$

$$S^2 = \{x^2 \in I\!R^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 2,\ x^2 \geq 0\}$$

$$S^3 = \{x^3 \in I\!R^2 : 3x_1^3 + x_2^3 \leq 3,\ x^3 \geq 0\}$$

En esta situación un resultado global consistirá en la especificación de los niveles de beneficios alcanzados por cada agente en cada escenario. Es posible representar la situación en el espacio de beneficios de los agentes asociadas a los tres escenarios en un único gráfico. En la Figura 2 se representan los conjuntos de negociación de los agentes y un resultado del conjunto de negociación global.

$$X = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Como consecuencia de un determinado acuerdo sobre el precio en cada escenario, los beneficios que obtiene el mayorista son respectivamente 4, 0.5 y 1 u.m. El fabricante obtiene con este acuerdo unos beneficios de 0, 0.5 y 0 u.m., respectivamente.

Los conjuntos de negociación asociados a cada escenario son convexos, compactos y comprensivos por lo que el conjunto de beneficios mínimos, $z(S)$*, es la intersección de los tres como muestra la Figura 3.*

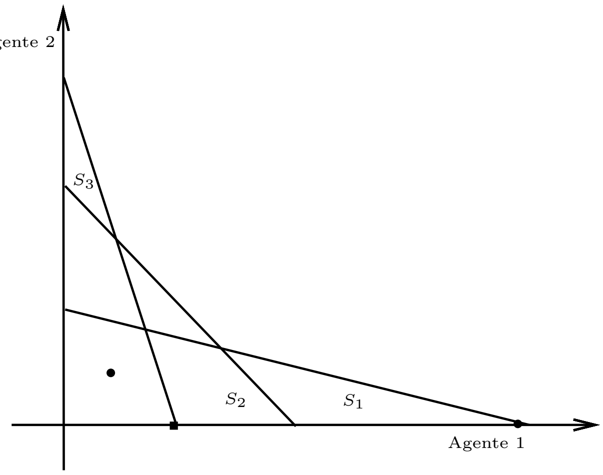

Figura 2: Conjuntos de negociación de los agentes

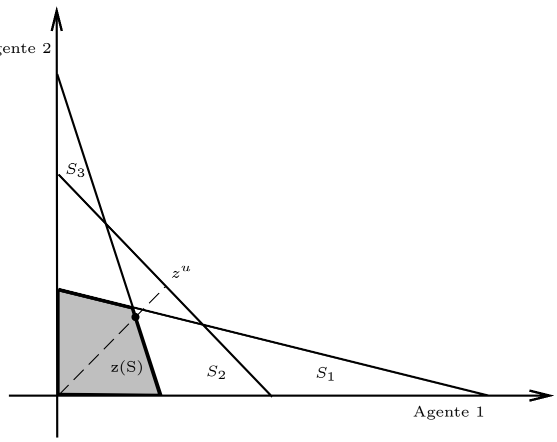

Figura 3: Beneficios de los agentes en los tres escenarios

En esta situación se podría plantear una negociación independiente en cada escenario y obtener una solución para cada problema. Sin embargo, bajo la hipótesis de agentes adversos al riesgo, el resultado que proporciona la solución conservadora garantiza unos beneficios mínimos mayores para cada agente.

La siguiente tabla muestra el resultado que proporciona la solución de Kalai-Smorodinsky calculada de forma independiente en cada escenario y la solución conservadora. Notemos que el vector de resultados mínimos que proporcionan la soluciones de Kalai-Smorodinsky en la negociación separada está dominado por el vector de resultados mínimos de la solución conservadora.

	Solución K-S	*Solución conservadora*
Escenario 1	$(2, 0{,}5)$	$(0{,}75, 0{,}75)$
Escenario 2	$(1, 1)$	$(0{,}75 + a, 0{,}75 + b)$, $a, b \in [0, 5/4]$
Escenario 3	$(0{,}3, 1)$	$(0{,}75, 0{,}75)$
	$z = (0{,}3, 0{,}5)$	$z = (0{,}75, 0{,}75)$

3. NEGOCIACIÓN EMPRESA-SINDICATO

En esta sección analizamos una extensión del modelo clásico de negociación empresa-sindicato en ambiente de incertidumbre. El punto de partida es el modelo clásico establecido por McDonald y Solow (1981), en el que los dos agentes, empresa y sindicato, negocian sobre el salario y el empleo. La utilidad del sindicato depende de los niveles de salario (w) y empleo (L), y se representa por la función $V(w, L) = Lu(w)$, donde $u(w)$ es una función de utilidad dos veces diferenciable con $u'(w) > 0$, $u''(w) < 0$. La utilidad de la empresa viene dada por sus beneficios $\Pi(w, L) = R(L) - wL$, donde $R(L)$ es la función de ingresos. Ambas funciones verifican la habitual hipótesis de diferenciabilidad.

En este modelo, la empresa y el sindicato negocian sobre los salarios y el empleo hasta alcanzar un resultado eficiente para ambos. Los diversos conceptos de solución propuestos en la literatura para abordar este problema proporcionan resultados factibles que son aceptados por los agentes sobre la base de diferentes principios de racionalidad (Kalai-Smorodinsky (1975), Kalai (1977), Nash (1950)).

Introducimos incertidumbre en este modelo suponiendo, para simplificar, que hay dos posibles escenarios o estados futuros de la naturaleza. Suponemos que los ingresos de la empresa y, por tanto, sus beneficios dependen del estado de la naturaleza, mientras que la utilidad del sindicato es la misma en ambos escenarios.

Para $j = 1, 2$, $R^j(L)$ representa el ingreso obtenido por la empresa cuando el nivel de empleo es L y el estado final es j. La función $R^j(L)$ es estrictamente cóncava y estrictamente creciente, con $R^j(0) = 0$. El beneficio de la empresa en cada uno de los posibles estados de la naturaleza es $\Pi^j(w, L) = R^j(L) - wL$, $j = 1, 2$. Suponemos que la empresa no considera la posibilidad de obtener beneficios negativos en los distintos estados, por lo que, $R^j(L) - wL \geq 0$, $\forall j = 1, 2$.

La utilidad del sindicato en ambos escenarios es $V(w, L) = Lu(w)$.

En esta situación el conjunto de acuerdos alcanzables viene dado por todos los pares de salario y empleo factibles, esto es

$$X = \{(w, L) \in \mathbb{R}^2 / w \geq w_M,\ L \geq 0,\ R^j(L) - wL \geq 0,\ j = 1, 2\}$$

donde w_M representa el nivel de salario mínimo establecido por el sindicato.

Cada par factible $(w, L) \in X$ se corresponde con un resultado para cada agente, que en el caso de la empresa es bidimensional, por lo que el conjunto de resultados factibles es

$$S = \{(\Pi^1, \Pi^2, V) \in \mathbb{R}^3 /\ \Pi^1 = \Pi^1(w, L), \Pi^2 = \Pi^2(w, L), V = V(w, L)\,\mathrm{con}\,(w, L) \in X\}$$

El resultado que obtienen empresa y sindicato si el proceso de negociación no termina en acuerdo es el punto de desacuerdo o *status quo*. Denotamos este punto por $q = (q_1^1, q_1^2, q_2)$, donde q_1^j, $j = 1, 2$, representa el resultado del desacuerdo para la empresa en el estado j.

El par (S, q) describe el problema de negociación empresa-sindicato en ambiente de incertidumbre.

Observemos que la situación que describe el problema (S, q) no permite tratarla como una negociación separada en cada escenario, por lo que la estructura del conjunto S es más compleja ya que no coincide con el producto cartesiano de los conjuntos de negociación en cada escenario.

A continuación resolvemos este problema aplicando el concepto de solución propuesto en el epígrafe anterior.

Para ello, para cada combinación factible de empleo y salario, $(w, L) \in X$, calculamos el vector de utilidades mínimas $z(w, L) = (z_1(w, L), z_2(w, L))$, donde $z_1(w, L) = \min_{(w,L)\in X}\{\Pi^1(w, L), \Pi^2(w, L)\}$, y $z_2(w, L) = Lu(w)$ es la utilidad garantizada para la empresa y el sindicato respectivamente.

Obtenemos el vector de utilidad mínima utópico $z^u = (z_1^u, z_2^u)$ donde $z_i^u = Max_{(w,L)\in X}\, z_i(w, L)$, para $i = 1, 2$, y el correspondiente vector de desviaciones $d(w, L)$ con respecto a z^u:

$$d(w, L) = \left(\frac{z_1^u - z_1(w, L)}{z_1^u}, \frac{z_2^u - z_2(w, L)}{z_2^u}\right)$$

La solución del siguiente problema de optimización proporciona la solución conservadora

$$\begin{array}{ll} min & t \\ s.t.: & t \geq \dfrac{z_1^u - z_1}{z_1^u - q_1} \\ & t \geq \dfrac{z_2^u - z_2}{z_2^u - q_2} \\ & \Pi^1(w,L) \geq z_1 \\ & \Pi^2(w,L) \geq z_1 \\ & V(w,L) \geq z_2 \\ & (w,L) \in X \end{array}$$

Ejemplo 3.1 *Consideremos un modelo de negociación empresa-sindicato con dos posibles escenarios donde la función de ingresos de la empresa en cada uno de ellos es $R^1(L) = 2L^{1/2}$ y $R^2(L) = \frac{4}{3}L^{3/4}$. Supondremos que $u(w) = 3(w-0{,}25)^{1/3}$ donde el salario mínimo es $w_M = 0{,}25$, y el punto de desacuerdo $q = (0,0,0)$. Las funciones de beneficios de la empresa en cada escenario y la función de utilidad del sindicato son:*

$$\Pi^1(w,L) = 2L^{1/2} - wL, \;\; \Pi^2(w,L) = \frac{4}{3}L^{3/4} - wL, \;\; V(w,L) = 3L(w-0{,}25)^{1/3}$$

y el conjunto de combinaciones de salario y empleo factibles es

$$X = \{(w,L) \in I\!R^2 / \, w \geq 0{,}25, \;\; L \geq 0, \;\; 2L^{1/2} - wL \geq 0, \;\; \frac{4}{3}L^{3/4} - wL \geq 0\}$$

Para cada $(w,L) \in X$, $z(w,L) = (z_1(w,L), z_2(w,L))$ es el vector de utilidades mínimas, donde $z_1(w,L) = \text{mín}_{(w,L)\in X}\{2L^{1/2} - wL, \frac{4}{3}L^{3/4} - wL\}$ y $z_2(w,L) = 3L(w-0{,}25)^{1/3}$.

Para obtener la solución conservadora, calculamos el vector de utilidades mínimas utópico $z^u = (z_1^u, z_2^u)$, donde $z_i^u = \text{máx}_{(w,L)\in X} z_i(w,L)$, $i = 1,2.$, resolviendo los siguientes problemas de optimización:

$$\begin{array}{ll} max & z_1 \\ s.t.: & 2L^{1/2} - wL \geq z_1 \\ & \frac{4}{3}L^{3/4} - wL \geq z_1 \\ & (w,L) \in X \end{array} \qquad \begin{array}{ll} max & 3L(w-0{,}25)^{1/3} \\ s.t.: & (w,L) \in X \end{array}$$

La solución óptima de estos problemas nos proporciona el vector de utilidades mínimas utópico $z^u = (4, 49{,}12)$.

La solución conservadora se obtiene resolviendo el siguiente problema:

$$
\begin{array}{ll}
min & t \\
s.t.: & t \geq \dfrac{4 - z_1}{4} \\
& t \geq \dfrac{49{,}12 - z_2}{49{,}12} \\
& 2L^{1/2} - wL \geq z_1 \\
& \dfrac{4}{3}L^{3/4} - wL \geq z_1 \\
& 3L(w - 0{,}25)^{1/3} \geq z_2 \\
& (w, L) \in X
\end{array}
$$

La única solución obtenida es $t^* = 0{,}4, z_1^* = 2{,}4, z_2^* = 29{,}48, w^* = 0{,}29, L^* = 30{,}29$. *Por tanto, la solución conservadora para este problema de negociación entre empresa y sindicato propone el acuerdo* $(w^*, L^*) = (0{,}29, 30{,}29)$ *con el que el sindicato obtiene una utilidad de 31.07 y la empresa se garantiza un beneficio mínimo de 2.4.*

4. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos propuesto un concepto de solución *ex ante* para problemas de negociación bajo incertidumbre en el que los agentes son adversos al riesgo. Esta solución se obtiene resolviendo un problema minmax. Bajo determinadas condiciones del conjunto de resultados mínimos la solución conservadora está caracterizada por un conjunto de axiomas, y se corresponde con la solución clásica de Kalai-Smorodinsky considerada en dicho conjunto. La aplicabilidad del modelo propuesto se pone de manifiesto con el estudio de un modelo de negociación entre empresa y sindicato en ambiente de incertidumbre.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, C.O. (1992). "The Kalai-Somorodinsky solution in wage negotiations". Journal Operational Research Society, 43 (8), pp. 779-786.

- ALEXANDER, C.O., LEDERMANN, W. (1996). .Are Nash bargaining wage agreements unique? An investigation into bargaining sets for firm-union negotiations". Oxford Economic Papers, 48 (2), pp. 242-253.

- BOSSERT, W., NOSAL, E., SADANAND, V. (1996). "Bargaining under uncertainty and the monotone path solutions". Games and Economics Behavior, 14 (2), pp. 173-189.
- BOSSERT, W., PETERS, H. (2001). "Minimax regret and efficient bargaining under uncertainty". Games and Economics Behavior, 34 (1), pp. 1-10.
- KALAI, E., SMORODINSKY, M. (1975). .Other solutions to Nash's bargaining problem". Econometrica, 43(3), pp. 513-518.
- KALAI, E. (1977). "Proportional solutions to bargaining situations: interpersonal utility comparisons". Econometrica, 45 (3), pp. 1623-1630.
- MARMOL, A.M., PONSATI, C. (2008). "Bargaining over multiple issues with maximin and leximin preferences". Social Choice and Welfare, 30(2), pp. 211-223.
- MARMOL, A.M., MONROY, L., RUBIALES, V. (2007). .An equitable solution for multicriteria bargaining games". European Journal of Operational Research, 177 (3), pp. 1523-1534.
- McDONALD, I.M., SOLOW, R.M. (1981). "Wage bargaining and employment". The American Economic Review, 71 (5), pp. 896-908.
- NASH, J.F. (1950). "The bargaining problem". Econometrica, 18 (2), pp. 155-162.
- PETERS, H. (1986). "Simultaneity of issues and additivity in bargaining". Econometrica, 54, pp. 153-169.
- RIDDELL, W.C. (1981). "Bargaining under uncertainty". American Economic Review, 71 (4), pp. 579-590.