

# INMUNIZACIÓN FINANCIERA Y $M^2$ : COMPORTAMIENTO EN EL MERCADO ESPAÑOL DE DEUDA PÚBLICA<sup>148</sup>

Miguel Angel Pérez Martínez  
Juan Félix Jáuregui Arraburu Cenitagoya  
Oskar Villarreal Larrinaga

## ABSTRACT

The objective of the financial immunization's strategies is to avoid the risk due to possible variations on the interest rates. The financial immunization models proposed for this aim can be classified in three groups: single-factor models based on unique duration measures, multifactorial models based on a set of duration measures and models based on spread measures. In this work, from Spanish government bond market data, we simulate the spread model based in the use of  $M^2$  measure and compare the results with those obtained applying single-factor models, based on additive, multiplicative and multiplicative depending on term shifts of yield curve.

**KEY WORDS:** Duration, Financial immunization,  $M^2$

---

## 1.- INTRODUCCIÓN

La inmunización financiera es una estrategia de gestión de carteras de renta fija cuyo objetivo es tratar de eliminar el riesgo derivado de posibles cambios en los tipos de interés en sus dos vertientes: riesgo de precio y riesgo de reinversión. La implementación de esta estrategia se fundamenta en el concepto de duración introducido en 1938 por Macaulay.

Los planteamientos iniciales basados en medidas únicas de duración han dado paso a modelos multifactoriales más complejos, que están basados en un conjunto de medidas de duración inmunizadora, así como a modelos basados en la reducción de la dispersión de los flujos de caja de las carteras con relación al horizonte de inversión.

En este trabajo pretendemos analizar el comportamiento del modelo basado en la utilización de la medida de dispersión  $M^2$ . Tomando como base información del mercado español de deuda pública entre enero de 1993 y diciembre de 2003, hemos formado una serie de carteras inmunizadas aplicando, tanto el modelo basado en la  $M^2$ , como modelos basados en medidas de duración única, y hemos analizado los resultados obtenidos. En

---

<sup>148</sup> Este trabajo se enmarca dentro del proyecto de investigación 1/UPV 00166.321-H-15324/2003 de la Universidad del País Vasco.

posteriores trabajos pretendemos comparar estos resultados con los obtenidos mediante la aplicación de modelos multifactoriales de inmunización, de mayor complejidad y más costosos de poner en práctica.

En el siguiente apartado de este trabajo hacemos una somera presentación de los planteamientos teóricos realizados en torno a la inmunización financiera. A continuación, planteamos el desarrollo matemático seguido para la obtención de la medida de riesgo M2. Posteriormente, planteamos los términos en los que hemos llevado a cabo la simulación de las carteras y el análisis de los resultados obtenidos. Finalizamos el trabajo presentado las conclusiones más importantes alcanzadas.

## **2.- MODELOS DE INMUNIZACIÓN FINANCIERA**

Los gestores de carteras de bonos deben tener en consideración a la hora de desarrollar su trabajo que estas carteras están expuestas a diferentes elementos de riesgo, entre los que destaca por su importancia el derivado de los posibles cambios que puedan acontecer en la estructura temporal de tipos de interés (ETTI). Este elemento de riesgo tiene dos vertientes, a saber:

- El riesgo de precio, derivado de los posibles cambios en los precios de los bonos como consecuencia de las variaciones en los tipos de interés. Un incremento en los tipos de interés da lugar a una reducción en los precios de los bonos y viceversa.
- El riesgo de reinversión, derivado del desconocimiento del rendimiento que se puede obtener a través de la reinversión de los flujos de caja intermedios generados por estas carteras. Un incremento en los tipos de interés da lugar a un aumento en la rentabilidad obtenida por la reinversión de los flujos de caja intermedios y viceversa.

Se observa que ambos elementos de riesgo actúan en sentido contrario. Así, un incremento en los tipos de interés tiene un efecto beneficioso sobre el valor de las carteras, a través de la reinversión de los flujos de caja intermedios a tipos de interés más altos, y un efecto perjudicial, a través del efecto que tal incremento tiene sobre el precio de los bonos. Lo contrario sucede cuanto tiene lugar una reducción en los tipos de interés.

La inmunización financiera es una estrategia de gestión pasiva para carteras de bonos cuyo objetivo es tratar de eliminar el riesgo de interés en sus dos vertientes, a través de la compensación de los efectos comentados, tratando de garantizar la rentabilidad de las carteras durante un determinado periodo de tiempo.

El teorema de la inmunización financiera, propuesto por Fisher y Weil (1971), establece que la condición que debe una cumplir una cartera de bonos para poder garantizar una determinada rentabilidad en un plazo de tiempo es que su duración coincida con dicho periodo de tiempo u horizonte de inversión. Para llegar a esta conclusión estos autores partieron de dos supuestos excesivamente restrictivos relativos al comportamiento de los tipos de interés, cuales son el cumplimiento de la teorías de las expectativas puras y la limitación de los posibles desplazamientos de la estructura temporal de tipos de interés a variaciones en paralelo.

Con posterioridad a las aportaciones de Fisher y Weil y al objeto de tratar de superar las limitaciones de su modelo, se han propuesto diferentes modelos alternativos de inmunización, que podemos clasificar en tres grupos:

1.- Modelos unifactoriales de inmunización basados en medidas únicas de duración, obtenidas siguiendo el mismo desarrollo que Fisher y Weil, pero partiendo de diferentes supuestos acerca del tipo de desplazamiento

que puede acontecer en la ETTI. Destacan entre estos modelos las propuestas realizadas por autores como Bierwag (1977), Bierwag y Kaufman (1977), Khang (1979) y Bierwag, Kaufman, Schweitzer y Toevs (1981). Estos modelos tienen a su favor su sencillez, razón por la cual son ampliamente utilizados en el ámbito profesional. Por el contrario, no permiten captar en su totalidad los movimientos de la estructura tipo-plazo, motivo por el cual no proporcionan una cobertura completa del riesgo de interés. La puesta en práctica de estrategias de inmunización basándose en medidas únicas de duración no garantiza la eliminación completa del riesgo de interés.

2.- Modelos multifactoriales de inmunización, basados en la utilización de un conjunto de medidas de duración, a través de las cuales se pretende alcanzar una mayor precisión en la medición del riesgo de interés y, por ende, de alcanzar resultados más precisos en la cobertura del mismo. Destacan dentro de este grupo las aportaciones realizadas, entre otros, por Prisman y Shores (1988), Reitano (1991) y Barber y Cooper (1996). El problema que presentan estos modelos es que, si bien es posible que permitan una mejor cobertura del riesgo de interés, también es cierto que son más complicados de implementar que los modelos unifactoriales.

3.- Por último, se ha propuesto establecer las estrategias de inmunización financiera a través de la minimización de alguna medida que cuantifique la dispersión de los flujos de caja de las carteras respecto al horizonte de inversión. Estos modelos fijan su atención en el modo en que se estructuran los flujos de caja de las carteras respecto al horizonte de inversión. Así, dado que los objetivos perseguidos con la inmunización financiera serían fácilmente alcanzables si existiesen bonos cupón cero cuyo plazo de vencimiento coincidiese con el horizonte de inversión, estos modelos plantean la búsqueda de la aproximación más cercana posible al ideal del bono cupón cero, razón por la cual lo que pretenden es minimizar la dispersión de los flujos de caja con relación al horizonte de inversión. Siguiendo este planteamiento destacan las propuestas realizadas por Fong y Vasicek (1984), con su medida  $M^2$  y el modelo de la M-Absoluta propuesto por Nawalkha y Chambers (1996). El principal problema que presentan estos modelos es que sintetizan en una única medida el riesgo total de las carteras de bonos, no permitiendo tratar de forma individualizada el riesgo de dichas carteras asociado a cada posible desplazamiento de la ETTI.

En este trabajo pretendemos comparar los resultados obtenidos aplicando el modelo basado en la medida de riesgo  $M^2$  con los obtenidos aplicando modelos unifactoriales basados en medidas únicas de duración. A continuación exponemos el desarrollo teórico propuesto para la obtención de la medida del riesgo de inmunización  $M^2$ .

### **3.- LA MEDIDA DEL RIESGO DE INMUNIZACIÓN $M^2$ .**

Los modelos de inmunización financiera basados en la utilización de medidas únicas de duración no eliminan de forma completa el riesgo de interés de las carteras de bonos. Fong y Vasicek (1984) fueron los primeros autores que trataron de cuantificar y de reducir la exposición al riesgo de interés de carteras inmunizadas empleando estos modelos. Concretamente trataron de cuantificar el riesgo de interés que permanece en carteras de bonos inmunizadas utilizando la medida de duración inmunizadora obtenida a partir de suponer desplazamientos de la ETTI de tipo paralelo.

Así, supuesto que (1) una cartera de bonos está inmunizada frente a desplazamientos en paralelo de la ETTI para un horizonte de inversión determinado  $H$  y (2) que los tipos de implícitos instantáneos cambian inmediatamente

tras constituirse la cartera de  $i(t)$  a  $i'(t)=i(t)+\Delta i(t)$  donde  $d\Delta i(t)/dt \leq k$ , para todo  $t \geq 0$ , siendo  $k$  una constante arbitraria, Fong y Vasicek demostraron que la variación relativa en el valor final,  $I_H$ , de una cartera inmunizada frente a desplazamientos en paralelo de la estructura temporal de tipos de interés, en caso de que se produzcan desplazamientos diferentes al supuesto, viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta I_H}{I_H} \geq -\frac{1}{2}kM^2$$

siendo  $M^2$ :

$$M^2 = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^n FC_t (t - H)^2 \exp(-\tau t)$$

donde:

P: Valor de la cartera de bonos.

$FC_t$ : Flujos de caja generados por el bono en que cada periodo  $t$ , para  $t=1,2,\dots,n$ .

H: Horizonte de inversión.

$\tau$ : Estructura temporal de tipos de interés de capitalización continua.

Así como la duración representa la media ponderada del tiempo que se tarda en recibir cada uno de los flujos de caja de una cartera de bonos, la medida de riesgo  $M^2$  representa la varianza ponderada del tiempo que se tarda en recibir cada flujo de caja en relación al horizonte de inversión, siendo la ponderación en ambos casos el valor de cada uno de los flujos de caja con relación al valor total de la cartera.  $M^2$  es, por tanto, una medida de la dispersión que presentan los flujos de caja de una cartera con relación al horizonte de inversión.

Se observa que la variación posible en el valor de una cartera de bonos al final de horizonte de inversión  $H$ , con relación a la inicialmente prevista si se producen desplazamiento en paralelo de la ETTI, depende de dos términos:

- La medida de riesgo  $M^2$ , que está bajo control del gestor de las carteras.
- Una variable  $k$  imprevisible y, por tanto, no controlable por parte del gestor.

La exposición al riesgo de las carteras inmunizadas es menor cuanto menor es la dispersión de sus flujos de caja con relación al horizonte de inversión, es decir, cuanto menor es el valor de  $M^2$ . Proponen por tanto, buscar las carteras inmunizadas óptimas a través de un programa lineal cuya función objetivo es la minimización del valor del  $M^2$  de la cartera, sujeto a que la duración de la cartera sea igual al horizonte de inversión.

Como hemos comentado, el problema que plantean estos modelos es que resumen el riesgo de inmunización de las carteras en una medida única, no posibilitando la desagregación del riesgo asociado a cada movimiento de la ETTI para su tratamiento de forma individualizada, hecho que si permiten los modelos basados en medidas de duración.

#### 4.- INMUNIZACIÓN CON MODELOS UNIFACTORIALES VERSUS INMUNIZACIÓN CON EL MODELO M<sup>2</sup>

En este trabajo pretendemos establecer una comparativa entre los resultados que se pueden alcanzar aplicando el modelo de inmunización basado en la medida M<sup>2</sup>, con los que se pueden obtener aplicando modelo unifactoriales de inmunización, basados en medidas únicas de duración. Para ello simulamos cual habría sido el comportamiento de carteras de bonos negociados en el mercado español de Deuda Pública inmunizadas siguiendo ambos tipos de modelos. A continuación exponemos la información utilizada para hacer la simulación. Posteriormente, detallamos cuales son los modelos contrastado, para finalizar con la exposición de los resultados más relevantes obtenidos de la investigación.

##### 4.1. DATOS UTILIZADOS

Para realizar el estudio empírico hemos empleado datos publicados por el Banco de España referentes a operaciones de compra venta simple al contado realizadas sobre bonos y obligaciones emitidos por el Tesoro Público español, entre enero de 1993 y diciembre de 2003. No hemos empleado datos anteriores a enero de 1993 debido a que es a partir de ese momento cuando los volúmenes de negociación en el mercado de deuda pública español alcanzan niveles suficientemente significativos. No obstante, creemos que el periodo considerado es suficientemente amplio y durante el mismo los movimientos habidos en los tipos de interés han sido suficientemente significativos, como para poder extraer de nuestro estudio conclusiones relevantes. Los precios utilizados en la simulación son los precios medios de negociación diaria correspondientes a las operaciones de compra venta simple al contado de dichos títulos<sup>149</sup>.

Además, en la simulación no hemos utilizado la totalidad de activos disponibles, sino únicamente aquellos con un nivel de liquidez suficientemente elevado. Pretendemos con ello evitar que los precios de los bonos se vean influenciados por la existencia de primas que compensen la falta de liquidez, así como posibles problemas a la hora de llevar a cabo la reestructuración de las carteras. El procedimiento que hemos utilizado para seleccionar los bonos y obligaciones que pueden formar parte de las carteras, está basado en la frecuencia mensual de negociación de los mismos. En este sentido, se ha calculado para cada título el porcentaje de días efectivamente negociados respecto del número total de días hábiles para cada mes, desde enero de 1993 hasta diciembre de 2003, siempre y cuando estuviese vivo. Una vez conocido este parámetro, los criterios que se han utilizado para considerar un valor lo suficientemente líquido, siempre desde un punto de vista semestral<sup>150</sup>, son los siguientes:

- Por una parte, para que un título puede ser considerado líquido en un semestre, se le exige que el valor haya sido negociado con una frecuencia superior al ochenta por ciento al menos cuatro meses en el semestre anterior (considerando por semestres los periodos comprendidos de enero a junio, y de julio a diciembre de cada año). Este podría considerarse un criterio de liquidez desde un punto de vista retrospectivo.
- En segundo lugar, al bono u obligación se le exige que la vida del mismo no concluya en el mismo semestre en que se considera líquido y por lo tanto susceptible de ser elegido como activo que conforme una hipotética

<sup>149</sup> En algunos casos, y ante la ausencia de negociación de algunos valores en algunas fechas concretas, nos hemos visto obligados a calcular los precios teóricos de dichos valores aplicando los tipos de interés al contado, calculados por el método de Svensson (1994). Dichos tipos de interés al contado también nos han servido para determinar el rendimiento objetivo a alcanzar con cada una de las carteras inmunizadas.

<sup>150</sup> Hemos considerado líquido aquel bono u obligación que cumple una serie de requisitos en un semestre determinado. Se ha tomado el semestre como periodo de evaluación dado que la reestructuración de las carteras objeto de estudio también es semestral.

cartera de renta fija. Este criterio prospectivo se fundamenta en que las carteras se deben formar con bonos y obligaciones que no expiren inmediatamente, ya que en caso contrario no aportarían ninguna utilidad a la cartera, en tanto en cuanto una vez adquiridos, deberían ser seguidamente sustituidos por otros valores que tengan una vida residual superior.

Con estos dos criterios se ha buscado conformar carteras con bonos y obligaciones que sean fáciles de negociar y que permanezcan en la cartera un tiempo mínimo antes de que venzan.

#### 4.2. MODELOS TESTADOS

Hemos testado el funcionamiento de tres modelos univariantes de inmunización financiera basados, respectivamente, en desplazamientos de la estructura temporal de tipos de interés de tipo aditivo, multiplicativo y multiplicativo en función del vencimiento. En la tabla 1 aparecen reflejadas las características de estos tres modelos. En las columnas 1 y 2 figuran, de forma analítica y gráfica, el tipo desplazamiento que presuponen van a acontecer en la estructura temporal de tipos de interés. Por su parte, en la segunda columna figura la medida de duración inmunizadora utilizada para la implementación de cada una de las tres estrategias.

Tabla 1: Modelos univariantes de inmunización financiera.

Variación en la ETTI	Desplazamiento en la ETTI	Medida duración
<p>Aditivo</p> $h^*(0, t) = h(0, t) + \lambda$		$\frac{HI}{1 + h(0, HI)} = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t t}{(1 + h(0, t))^{t+1} P}$
<p>Multiplicativo</p> $[1 + h^*(0, t)] = \lambda [1 + h^*(0, t)]$		$HI = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t t}{(1 + h(0, t))^t P}$
<p>Multiplicativo según el plazo de vencimiento</p> $[1 + h^*(0, t)] = [1 + h^*(0, t)] \left[ 1 + \frac{\lambda \text{Ln}(1 + \alpha t)}{\alpha t} \right]$		$\text{Ln}(1 + \alpha HI) = \frac{\sum_{t=1}^n FC_t \text{Ln}(1 + \alpha t)}{(1 + h(0, t))^t P}$

En la tabla:

$h(0,t)$  es el tipo de interés al contado a un plazo  $t$ .

$\lambda$  es la variación aleatoria en los tipos de interés.

$P$  es el precio de los bonos

$FC_t$ : flujos de caja generados en cada momento  $t$ , siendo  $t=1, \dots, n$ .

$\alpha$ : relación entre la variación de los tipos de interés a corto y a largo plazo<sup>151</sup>.

El primero de los modelos, parte del supuesto de que los posibles desplazamientos de la ETTI, sucederán en paralelo, al igual que la propuesta realizada por Fisher y Weil<sup>152</sup>. El segundo modelo supone que los movimientos en los tipos de interés son más pronunciados cuanto mayor es el periodo de tiempo. Por último, el tercero de los modelos supone justamente lo contrario, que la volatilidad en los tipos de interés es mayor en periodos más cortos de tiempo.

Al objeto de comprobar la importancia que tiene la dispersión de los flujos de caja de las carteras de bonos con relación al horizonte de inversión, para cada uno de los tres modelos contrastados y para cada uno de los plazos supuestos, hemos compuesto tres tipos de carteras:

- Carteras “bullet” o concentradas, compuestas únicamente por aquellos dos bonos de entre los disponibles cuyas duraciones estén más cercanas al horizonte de inversión.
- Carteras “barbell” o dispersas, compuestas también por dos bonos, pero en este caso aquellos con mayor y menor duración de entre los disponibles.
- Carteras “ladder” o escalonadas, compuestas por la totalidad de los bonos disponibles siguiendo el criterio de máxima diversificación.

Por otro lado, hemos formado carteras inmunizadas aplicando el modelo  $M^2$ . Como hemos visto, este modelo busca entre todas las carteras posibles con una duración determinada, calculada en base a un desplazamiento aditivo de la ETTI, aquella cuya dispersión de los flujos de caja con relación al horizonte de inversión, medida por  $M^2$  sea más reducida. Para ello aplica el siguiente programa de inmunización

Función objetivo: 
$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^n w_t M^2$$

Restricciones: 
$$\sum_{t=1}^n w_t = 1$$

$$\sum_{t=1}^n w_t D_{adit} = H$$

$$w_t \geq 0 \text{ para todo } t=1, 2, \dots, n$$

donde:  $w_t$  representa la ponderación de cada uno de los valores sobre el valor total de la cartera  
 $D_{adit}$ : es la duración aditiva de la cartera.

Además, si bien Fong y Vasicek en su trabajo no establecieron ninguna relación entre los resultados alcanzados con carteras formadas aplicando modelos de inmunización basados en medidas de duración calculadas a partir de movimientos no paralelos de la ETTI y la  $M^2$ , hemos considerado interesante comprobar el funcionamiento de estos modelos basados en medidas únicas de duración, estableciendo como criterio para la elección de los

<sup>151</sup> Suponemos un valor de  $\alpha=0,1$

<sup>152</sup> A diferencia de aquellos utilizamos como ley de capitalización la capitalización compuesta y no la continua.

bonos que forman parte de la cartera la minimización de la  $M^2$  igual que hemos hecho para el caso de desplazamientos paralelo.

En lo referente a los plazos, hemos contrastado el comportamiento de estos modelos para horizontes de inversión de 2, 3 y 5 años. Al objeto de disponer de un número suficientemente significativo de resultados para cada estrategia, los plazos de inversión de las carteras se solapan entre si excepto en periodos de un semestre. Como consecuencia, el número de carteras cuyos resultados analizamos en este trabajo es de 18 si consideramos un horizonte de inversión de 2 años, de 16 si el horizonte es de 3 años y de 12 para un plazo de 5 años. En la tabla 2 aparecen resumidas las estrategias de inmunización que pretendemos testar en este trabajo

Tabla 2: Estrategias de inmunización testadas

<b>Plazos testados</b>	<b>Modelos de inmunización</b>	<b>Estructura de las carteras</b>
2 años 3 años	<b>Modelos unifactoriales de inmunización</b>	- Bullet: 2 bonos, los de duraciones más próximas al horizonte de inversión. - Barbell: 2 bonos, los de mayor y menor duración de entre los disponibles. - Ladder: todos los bonos con máxima diversificación.
	Duración aditiva Duración multiplicativa Duración multiplicativa s/vto.	
	<b>Modelo <math>M^2</math></b>	
5 años	Minimización $M^2$ y duración aditiva Minimización $M^2$ y duración multiplicativa Minimización $M^2$ y duración multiplicativa s/vto.	Carteras compuestas por dos bonos con $M^2$ mínimo.

El establecimiento de estrategias de inmunización conllevan la necesidad de reestructurar periódicamente las carteras al objeto de tratar de cumplir en todo momento la condición necesaria para alcanzar los resultados previstos, esto es, la igualdad entre la duración y el horizonte de inversión. Cuanto mayor sea la periodicidad con que se lleven a cabo la reestructuraciones de las carteras, menor será el periodo de tiempo durante el cual no se cumpla con el requisito anteriormente mencionado. Por el contrario, una mayor periodicidad en las reestructuraciones conlleva unos mayores costes de transacción. En este trabajo no abordamos la problemática que plantea la periodicidad en la reestructuración de las carteras. Hemos seguido el criterio empleado en trabajos similares realizados por otros autores de reestructurar las carteras con una periodicidad semestral. Además, los flujos de caja intermedios generados por las carteras, bien por el pago de cupones o por el reembolso del principal de alguno de los bonos llegada su fecha de vencimiento, se han reinvertido en las propias carteras manteniendo la estructura de las mismas en el momento de recibir estos flujos de caja.

### 4.3. RESULTADOS ALCANZADOS

Hemos empleado la ley financiera de interés compuesto para determinar, tanto el rendimiento inicialmente esperado de las carteras como el rendimiento finalmente alcanzado, en ambos casos en términos anuales. Además hemos empleado como base temporal para realizar los cálculos 365/365. La rentabilidad objetivo de las carteras la hemos calculado aplicando el

modelo de Svensson (1994) que permite el cálculo de tipos al contado para diferentes plazos a partir de los precios de bonos que pagan periódicamente cupones.

La cobertura del riesgo de interés será más efectiva cuanto más cercano esté la rentabilidad final obtenida por las carteras a la rentabilidad inicialmente prevista en el momento de su composición. Desviaciones en la rentabilidad final, por exceso o por defecto, implican el incumplimiento de los objetivos previstos. Por esto motivo, analizamos la eficacia de la cobertura en base a la diferencia existente entre la rentabilidad alcanzada y la rentabilidad inicialmente prevista para las carteras. Concretamente, hemos calculado para cada una de las carteras simuladas la diferencia en términos absolutos entre estos valores, dividiendo dicha diferencia entre la rentabilidad inicialmente prevista, para disponer de una medida que indique, en términos relativos, el porcentaje de desviación, en sentido positivo o negativo, que se produce entre la rentabilidad esperada y la finalmente alcanzada.

$$DR = \frac{R_r - R_e}{R_e}$$

Siendo:

DR: Desviación relativa entre rentabilidad esperada y real

$R_e$ : Rentabilidad esperada

$R_r$ : Rentabilidad real

Para poder analizar conjuntamente el comportamiento de cada uno de los modelos contrastados, hemos calculado para cada plazo de tiempo y para cada modelo contrastado, la media y la desviación típica de las desviaciones relativas entre los rendimientos reales y los previstos. Los resultados alcanzados para cada uno de los modelos de duración inmunizadora aparecen reflejados en las tablas 3, 4 y 5.

CITIES IN COMPETITION

Tabla 3: Resultados de las carteras inmunizadas frente a desplazamientos en paralelo de la ETTI.

	<b>J. B ULLE T</b>		LADDER		BARBELL		M2	
	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN
2 años	3,282%	3,383%	11,627%	14,951%	26,327%	27,564%	3,464%	3,249%
3 años	5,345%	10,682%	7,792%	7,380%	15,066%	20,238%	5,969%	10,391%
5 años	3,161%	4,364%	8,198%	5,782%	11,635%	10,612%	3,603%	4,050%

Tabla 4: Resultados de las carteras inmunizadas frente a desplazamientos multiplicativos de la ETTI.

	BULLET		LADDER		BARBELL		M2	
	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN
2 años	3,013%	3,302%	9,195%	12,797%	26,185%	27,363%	3,654%	3,189%
3 años	5,709%	11,778%	6,956%	6,037%	15,014%	20,132%	6,089%	10,325%
5 años	3,164%	4,318%	6,983%	5,493%	11,647%	10,479%	3,717%	4,032%

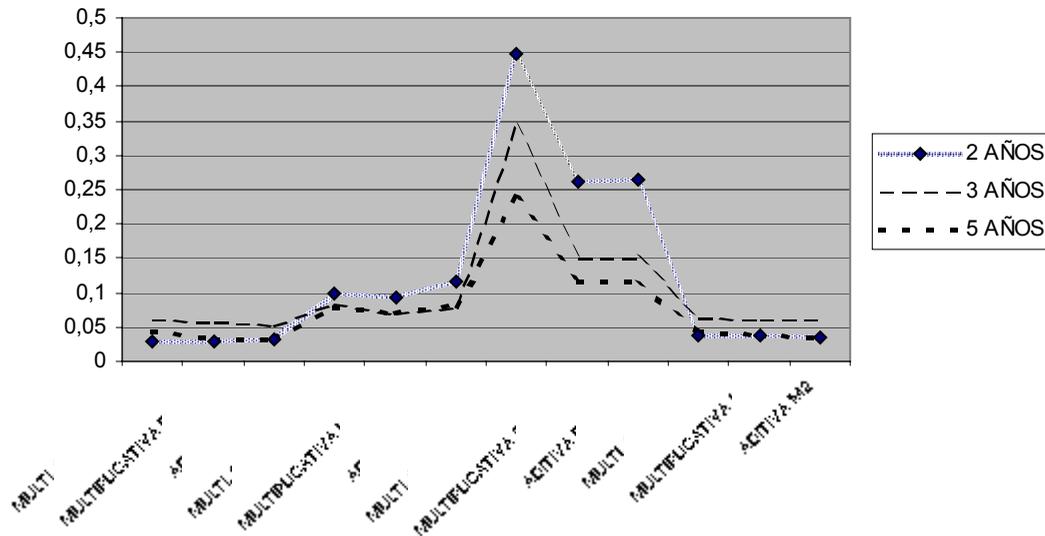
Tabla 5: Resultados de las carteras inmunizadas frente a desplazamientos multiplicativos según el plazo de vencimiento de la ETTI.

	BULLET		LADDER		BARBELL		M2	
	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN
2 años	2,882%	3,442%	9,826%	13,923%	44,758%	44,124%	3,882%	3,186%
3 años	6,081%	10,784%	8,457%	8,883%	34,445%	36,848%	6,286%	10,455%
5 años	4,236%	4,561%	7,913%	6,791%	23,675%	24,023%	4,452%	5,169%

A la vista de los resultados anteriores podemos extraer varias conclusiones. En primer lugar se observa que la capacidad inmunizadora de las carteras es superior cuanto mayor es la concentración de los flujos de caja en torno al horizonte de inversión. Así, para los distintos plazos y medidas de duración contrastadas, la capacidad inmunizadora es más elevada en las carteras con configuración bullet y en las constituidas aplicando el modelo basado en la minimización del valor de  $M^2$ . A continuación se sitúan las carteras con configuración ladder y por

último las carteras con configuración barbell. En la figura 1 aparece reflejadas las desviaciones medias con las cuatro configuraciones contrastadas (bullet, ladder, barbell y M2), para cada uno de los 3 plazos contrastados. Se observa que en las carteras con configuración bullet, la media de las desviaciones relativas de los resultados obtenidos sobre los inicialmente previstos se sitúa entre el 2,882 , correspondiente a las carteras con vencimiento a 2 años inmunizadas frente a desplazamientos multiplicativos según el plazo de vencimiento de la ETTI y el 6,081% de las carteras a 3 años inmunizadas frente a desplazamientos del mismo tipo. Por el contrario, en las carteras con configuración barbell, aquellas cuyos flujos de caja están más dispersos con relación al horizonte de inversión, las diferencias oscilan entre 11,635% de las carteras a 5 años inmunizadas frente a desplazamiento aditivos y el 44,758% de las carteras a dos años inmunizadas frente a desplazamientos de tipo multiplicativo dependiendo del vencimiento.

Figura 1: Medias de las desviaciones relativas para los modelos y plazos testados.



En segundo lugar, y referente a los resultados alcanzados por cada uno de los modelos de duración testados, se observa que los peores resultados se obtienen utilizando el modelo basado en la duración obtenida a partir de movimientos multiplicativos en base a vencimiento de la ETTI. En este modelo las medias de las desviaciones entre las rentabilidades reales y las previstas, así como las desviaciones típicas de dichas medias han estado por encima de las obtenidas con los otros dos modelos, excepto en las carteras con configuración ladder donde los resultados han sido similares entre los tres modelos analizados. Las diferencias en resultado no son especialmente significativas entre el modelo aditivo y el multiplicativo. En lo referente al modelo  $M^2$  los peores resultados también se alcanzan en el caso de las carteras formadas minimizando el valor de  $M^2$  e igualando la duración multiplicativa según el plazo de vencimiento

Centrándonos en los resultados obtenidos por las carteras configuradas mediante la minimización de la medida de dispersión  $M^2$ , podemos observar que tales resultados están muy cercanos a los obtenidos por las carteras con

configuración bullet pero en ninguno de los casos analizados consiguen mejorarlos. Bierwag, Fooladi y Roberts (1993) demostraron que la minimización del valor de  $M^2$  no siempre conduce a carteras con menor riesgo de inmunización. Concretamente demostraron que la minimización del valor de  $M^2$  elimina el riesgo de las carteras frente a posibles desplazamientos en paralelo de la ETTI, minimizando el riesgo asociado a un desplazamiento multiplicativo de la misma. Sin embargo, no consideraron la posibilidad de ocurrencia de desplazamientos de otro carácter. Dado que las carteras con estructura bullet y las carteras con menor  $M^2$  no tienen porque tener el mismo esquema de flujos de caja, no les van a afectar del mismo modo los desplazamientos habidos en la ETTI. En este sentido es interesante reseñar que diversos estudios han mostrado que los movimientos más importantes acontecidos en la ETTI en España han sido en paralelo, teniendo menor importancia los cambios producidos en la pendiente y en curvatura de la estructura tipo plazo<sup>153</sup>. Por tanto, la configuración de los flujos de caja que componen las carteras se presenta como un elemento importante a la hora de explicar los resultados obtenidos en la aplicación de estas estrategias. Es posteriores trabajos pretendemos analizar si la aplicación de modelos multifactoriales de inmunización consiguen una mejor concentración de los flujos de caja alrededor del horizonte de inversión y, como consecuencia, una mejor cobertura en el riesgo de interés.

Por último, y referente a los plazos analizados, se observa que los resultados alcanzados son más satisfactorios cuando mayor es el horizonte de inversión considerado. Tanto la media de las desviaciones como las desviaciones típicas de las medias han sido menores, con alguna excepción, para el plazo de inversión de 5 años que para los plazos de 2 y 3 años. Este hecho podría deberse a que cuanto mayor es el plazo de inversión considerado mayores serán los desplazamientos ocurridos en la estructura temporal de tipos de interés, pudiendo compensarse entre sí los efectos derivados de movimientos de sentido contrario en la ETTI.

Otro aspecto que consideramos interesante analizar en este trabajo es el sentido de las desviaciones que se producen entre las rentabilidades esperadas y las alcanzadas. Aunque el objetivo de la inmunización financiera es buscar el acercamiento entre ambos valores, y cualquier diferencia entre ellos debe considerarse una desviación en el cumplimiento de los objetivos previstos, creemos que es interesante analizar el sentido, positivo o negativo, de las diferencias habidas, dado que no es posible valorar en la misma medida las diferencias habidas si las rentabilidades alcanzadas superan a las esperadas, que si sucede lo contrario.

Para analizar este aspecto hemos determinado para cada uno de los modelos y plazos testados el porcentaje de ocasiones en que el rendimiento final de las carteras supera al inicialmente previsto. Los resultados obtenidos aparecen reflejados en la tabla 6

---

<sup>153</sup> Al respecto puede verse M.A. Pérez (2000).

Tabla 6: Porcentaje de ocasiones en que el rendimiento final de las carteras inmunizadas supera al rendimiento esperado.

		2	3	5
MULTIPLICATIVA SEGÚN VTO.	BULLET	61,111%	87,500%	83,333%
	LADDER	61,111%	50,000%	41,667%
	BARBELL	77,778%	81,250%	75,000%
	M2	72,222%	75,000%	58,333%
ADITIVA	BULLET	61,111%	62,500%	50,000%
	LADDER	50,000%	37,500%	25,000%
	BARBELL	50,000%	56,250%	41,667%
	M2	72,222%	75,000%	66,667%
MULTIPLICATIVA	BULLET	61,111%	62,500%	50,000%
	LADDER	55,556%	43,750%	33,333%
	BARBELL	50,000%	50,000%	41,667%
	M2	77,778%	75,000%	66,667%

Se observa que, de nuevo, son las carteras que presentan mayor concentración de sus flujos de caja las que alcanza en mayor proporción una rentabilidad superior a la inicialmente prevista. Ahora bien, en este caso el comportamiento es mejor para las carteras estructuradas a partir de la medida M2, que para las carteras con configuración bullet. Estas sólo superan a las anteriores para carteras inmunizadas a 5 años minimizando M2 y a partir de la duración multiplicativa según vencimiento.

Por otra parte, se observa que comparando los modelos testados y con independencia de la estructura de la cartera, el modelo que mejor comportamiento presenta, en la mayor parte de los casos, es el basado en desplazamientos de la ETTI de tipo multiplicativo según el plazo de vencimiento. Las carteras formadas siguiendo este modelo son las que presentan en un mayor número de casos una rentabilidad superior a la inicialmente esperada. Hay que recordar que en dicho modelo el supuesto realizado en torno al posible comportamiento de los tipos de interés se basa en la mayor volatilidad que históricamente han presentado los tipos de interés a corto plazo frente a los tipos a largo.

Por último, y referente a los plazos testados, el peor comportamiento lo presentan las carteras a 5 años, siendo similares los comportamientos de las carteras a 2 y 3 años.

## 5.- CONCLUSIONES

Desde que Fisher y Weil en 1971 propusieron el teorema de la inmunización financiera hasta la actualidad, han sido muchas las propuestas realizadas con el objetivo de intentar alcanzar mejores resultado en la implementación de este tipo de estrategias. Los modelos inicialmente planteados, basados en el uso de medidas

únicas de duración, dieron paso a propuestas más complejas basadas en la utilización de un vector o conjunto de duraciones y en el uso de medidas de dispersión de los flujos de caja de las carteras.

Utilizando datos del mercado español de deuda pública hemos simulado el comportamiento de carteras inmunizadas de bonos siguiendo los modelos unifactoriales de inmunización considerando diferentes estructuras de cartera, así como el modelo propuesto por Fong y Vasicek basado en la búsqueda de la menor dispersión de los flujos de caja de las carteras con relación al horizonte de inversión. Las conclusiones alcanzadas indican que los resultados obtenidos están condicionados de manera importante por la dispersión que presentan los flujos de caja de las carteras con relación al horizonte de inversión, comportándose de mejor manera aquellas carteras cuyos flujos de caja presentan un mayor grado de concentración con relación al horizonte de inversión de la cartera. Ahora bien, la utilización de la medida de dispersión  $M2$  que pretende alcanzar una mayor concentración de los flujos de caja no garantiza mejores resultados que los proporcionados por carteras con configuración bullet, es decir, carteras formadas por dos bonos, aquellos con las duraciones más próximas al horizonte de inversión.

Por otra parte, hemos observado que los resultados de las coberturas son mejores cuanto mayor es el horizonte de inversión de las carteras, hecho que creemos puede deberse a que cuanto mayor es el plazo de inversión, mayores posibilidades existente de que se puedan neutralizar los efectos de sentido contrario que puedan tener lugar como consecuencia de las posibles variaciones en los tipos de interés.

Por último, si bien han sido los modelos basados en desplazamientos aditivos y multiplicativos los que han presentado mejor comportamiento si tenemos en cuenta la totalidad de desviaciones, tanto positivas como negativas, entre los resultados alcanzados y los previstos, no es menos cierto que son las carteras basadas en desplazamientos multiplicativos en función del vencimiento las que obtienen en un mayor número de casos una rentabilidad superior a la inicialmente prevista

Ante la incapacidad mostrada por el modelo basado en la reducción de los flujos de caja de una cartera con relación al horizonte de inversión para reducir el riesgo que permanece en las carteras inmunizadas siguiendo criterios basados en medidas de duración, en posteriores trabajos pretendemos testar el funcionamiento de los modelos multifactoriales de inmunización, que teóricamente permiten una mayor desagregación del riesgo de interés y, por ende, deberían posibilitar una mejor cobertura de dicho riesgo.

## BIBLIOGRAFIA

- Barber, J. R. y Cooper, M. L. (1996): "Immunitazion Using Principal Component Analisys", *Journal of Portfolio Management*, otoño, pp. 99-105.
- Bierwag, G. O. (1977): "Immunitazion, Duration, and the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, diciembre, pp. 725-742.
- Bierwag, G. O. (1991): *Análisis de la Duración. La Gestión del Riesgo de Tipo de Interés*. Alianza Editorial: Madrid.
- Bierwag, G. O., Fooladi, I. Y Roberts, G. S. (1993): "Designing an Immunized Portfolio: Is M-Squared the Key?", *Journal of Banking and Finance*, núm. 17, pp. 1147-1170.
- Bierwag, G. O., Kaufman, G. G. (1977): "Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations: A Note", *Journal of Business*, Julio, pp. 364-370.
- Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., Schweitzer, R. y Toevs, A. (1981): "The Art of Risk Management in Bond Portfolios", *Journal of Portfolio Management*, primavera, pp. 27-36.
- Carleton, W.T. (1977): "Discussion: duration and security risk", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, nº 17, 1977, pp. 669-670.
- Chambers, D. R. y Carleton, W. T. (1988): "A generalized approach to duration", *Research in Finance*, vol. 7, 1998, pp. 163-181.

## FINANCE MANAGEMENT CHALLENGES

- Dattatreya, R. E. y Fabozzi, F. J. (1995): "The risk-point method for measuring and controlling yield curve risk", *Financial Analysts Journal*, julio-agosto, pp. 45-54.
- Fisher, L. y Weil, R. L. (1971): "Coping with the Risk of Interest Risk Fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies", *Journal of Business*, vol. 44, núm. 4, pp. 408-431.
- Fong, G. H., Vasicek, A. (1984): "A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization", *Journal of Finance*, vol. XXXIX, núm. 5, diciembre, pp. 1541-1546.
- Ho, T. S. Y. (1992): "Key Rate durations: measures of interest rate risks", *Journal of Fixed Income*, septiembre, pp. 29-44.
- Hopewell, M. y Kaufman, G. (1973): "Bond price volatility and term to maturity: a generalized respecification", *American Economic Review*, vol. 63, septiembre, pp. 749-753.
- Khang, C. (1979): "Bond Immunization when Short-Term Interest Rates Fluctuate More than Long-term rates", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, diciembre, pp. 1085-1091.
- Klaffky, T. E., Ma, Y. Y. y Nozari, A. (1992): "Managing yield curve exposure: introducing reshaping durations", *Journal of Fixed Income*, diciembre, pp. 39-46.
- Macaulay, F. R. (1938): "Some theoretical problems suggested by the movements of interest rate, bond yields and stock prices in the U.S. since 1856", National Bureau of Economic Research, Nueva York.
- Nawalkha, S. K., Chambers, D. R. (1996): "An Improved Immunization Strategy: M-Absolute", *Financial Analyst Journal*, Septiembre-October, 1996, pp.69-76.
- Nawalkha, S. K., Chambers, D. R. (1997): "The M-Vector Model: Derivation and Testing of Extensions to M-Square", *Journal of Portfolio Management*, vol. 23, núm. 2, invierno, pp. 92-98.
- Nelson, C.R. y Siegel, A.F.: "Parsimonious modeling of yield curves", *Journal of Business*, vol. LX, n° 4, pp. 473-489.
- Núñez Ramos, S. (1995): "Estimación de la estructura de tipos de interés para el caso español", *Boletín Económico del Banco de España*, mayo, pp. 59-67.
- Pérez, M.A. y Mendialdua, A. (1999): "Una revisión crítica de las medidas de duración propuestas para la cuantificación del riesgo de interés en los activos de renta fija", *Cuadernos de Gestión*, n° 21, 1999, pp. 23-41.
- Pérez, M.A. (2000): "Tratamiento del riesgo en las estrategias de inmunización financiera", *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, vol. 9, n° 1, 2000, pp. 71-82.
- Prisman, E. Z., Shores, M. R. (1988): "Duration Measures for Specific Term Structure Estimations and Applications to Bond Portfolio Immunization", *Journal of Banking and Finance*, núm. 12, pp. 493-504.
- Reitano, R. R. (1991): "Multivariate duration analysis". *Society of Actuaries*, vol. XLIII, pp. 355-375.
- Reitano, R. R. (1992): "Non-parallel yield curve shifts and convexity". *Society of Actuaries*, vol. XLIV, pp. 479-499.
- Svensson, L. (1994): Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994. Working Paper, núm. 114. International Monetary Fund.
- Willner, R. (1996): "A new tool for portfolio managers: level, slope and curvature durations", *Journal of Fixed Income*, pp. 48-59.