



## **Influencia de la fricción en el estado tensional en la fibra y la interfase en el ensayo de fragmentación de fibra única**

E. Graciani, V. Mantič, F. París

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, España.

### **RESUMEN**

El ensayo de fragmentación de fibra única es una técnica experimental ampliamente utilizada para la caracterización de la tenacidad a fractura de la interfase entre la fibra y la matriz en materiales compuestos. Para obtener valores de la tenacidad de la interfase se analiza el crecimiento estable de una grieta a lo largo de la interfase en una probeta que contiene una única fibra embebida en la matriz polimérica sometida a tracción.

En el presente trabajo se muestran los resultados de un estudio numérico de la solución elástica en la probeta, realizado con el Método de los Elementos de Contorno. Este estudio se centra en determinar el efecto que tiene la presencia de fricción entre las caras de la grieta de despegue sobre las tensiones axiales en la fibra y la propagación de la grieta de despegue.

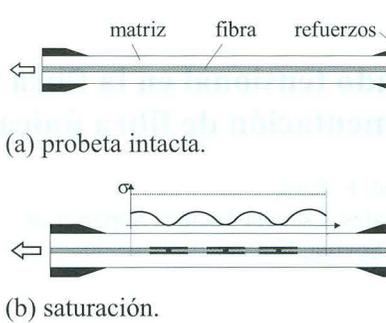
En primer lugar, con respecto a las tensiones axiales en la fibra, los resultados obtenidos muestran una clara influencia de la fricción en la transferencia de carga entre la matriz y la fibra, no obstante, dicha influencia se traduce en una evolución más suave de las tensiones axiales en la zona de transferencia, siendo poco importante el efecto de la fricción sobre el tamaño de la zona de transferencia. Por tanto, la posibilidad de que se produzca una nueva rotura de la fibra en el interior de un fragmento determinado no se ve alterada por la presencia de fricción.

Por el contrario, el efecto de la fricción es claramente apreciable en la propagación de la grieta de despegue, dado que la presencia de la fricción altera la solución elástica en el entorno del vértice de la grieta de despegue, provocando una reducción en la energía elástica liberada durante la propagación de la misma. Por consiguiente, la propagación de la grieta de despegue se ve retardada por la presencia de la fricción

### **1. INTRODUCCIÓN**

El ensayo de fragmentación en materiales compuestos emplea una probeta consistente en una única fibra, suficientemente larga, embebida en una matriz polimérica (Kelly y Thyson, 1965) y sometida a tracción, tal y como se muestra en la Figura 1(a). Como la fibra tiene un comportamiento frágil frente a fractura y su deformación de rotura es mucho menor que la de la matriz, llegado a un cierto nivel de la carga aplicada se produce una fragmentación sucesiva de la fibra.

Debido a la cantidad de energía elástica liberada repentinamente al partirse la fibra, se inician en los extremos de cada uno de los fragmentos unas grietas de despegue entre la



**Fig. 1 - Esquema del ensayo**

fibra y la matriz. Comparando el crecimiento de estas grietas con la aparición de nuevas roturas en la fibra el ensayo puede considerarse dividido en tres etapas. En la primera, la fragmentación de la fibra se produce sin un crecimiento apreciable del despegue entre fibra y matriz. Posteriormente, en una segunda etapa, las grietas de despegue comienzan a crecer de forma paulatina mientras continua la fragmentación de la fibra. Por último, alcanzada la saturación, el aumento de la carga aplicada provoca únicamente el crecimiento de las grietas de despegue entre la fibra y la matriz pero no la aparición de nuevos fragmentos en la fibra, tal como se esquematiza en la Figura 1(b).

Con objeto de poder establecer comparaciones, el presente análisis numérico se ha realizado para la misma configuración de fibra de vidrio y resina epoxi (suponiéndose en ambos casos comportamiento isótropo lineal) empleada en Graciani *et al.* (2003) para realizar un estudio análogo en el que se despreciaba el efecto de la fricción entre las caras de la grieta de despegue. El análisis numérico se ha realizado empleando una formulación con simetría axial de Método de los Elementos de Contorno en la cual las ecuaciones de acoplamiento a través de la interfase se imponen mediante una formulación débil de contorno de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad (Graciani *et al.* 2005). Las condiciones de fricción se han aplicado siguiendo el modelo de Coulomb, tal como se describe en Graciani *et al.* (1999).

A la vista de las propiedades de los materiales empleados en el análisis tanto las tensiones residuales debidas al enfriamiento de la probeta durante el proceso de curado como el efecto Poisson durante la aplicación de la carga a la probeta provocan que la matriz tienda a sufrir una mayor contracción radial que la fibra (ver Graciani *et al.* 2003), por tanto, la grieta de despegue permanecerá cerrada en toda su longitud.

Teniendo en cuenta las simetrías existentes y dado que no existe interacción entre las distintas grietas de despegue, al ser los fragmentos muy largos en comparación con el radio de la fibra,  $r_f$ , el modelo se reduce a la sección radial de la porción de probeta correspondiente a la mitad de uno de los fragmentos, tal como muestra el esquema de la Figura 1(c). Para los resultados numéricos se ha empleado un radio de fibra  $r_f = 5\mu\text{m}$ , típico de una fibra de vidrio, y una semi-longitud del fragmento  $L_f = 100r_f = 500\mu\text{m}$ , del orden del tamaño mínimo esperado. Es importante destacar que, para la configuración empleada en el estudio, la solución elástica en el entorno de la rotura de la fibra es independiente de la longitud del fragmento siempre que se cumpla  $L_f > 40r_f$  (ver Graciani *et al.* 2003). Además, empleando fragmentos de longitud superior a dicha cota, no existe interacción entre las grietas de despegue de ambos extremos, al menos, para los tamaños de grieta que se obtienen en los ensayos.

Las condiciones de contorno aplicadas son, por una parte, las asociadas al decremento de temperatura (que se ha considerado igual a  $80^\circ\text{C}$ ) desde la temperatura de solidificación hasta temperatura ambiente y, por otra, la carga introducida por las mordazas, modelada como un desplazamiento uniforme en el plano medio del fragmento igual al que se produciría en caso de que la probeta siguiera intacta.

Es preciso destacar que el presente análisis se ha realizado considerando una serie de modelos en los cuales existe una grieta en la fibra y un despegue entre la fibra y la matriz (cuya longitud se ha variado paraméricamente) *previas* a la aplicación de las cargas, a diferencia de la situación real en la cual las grietas aparecen *durante* la aplicación de las cargas. Dado que la solución elástica en problemas de contacto con fricción depende de la historia de carga, conceptualmente la solución obtenida con el presente enfoque no tiene por que coincidir exactamente con el estado real existente en la probeta.

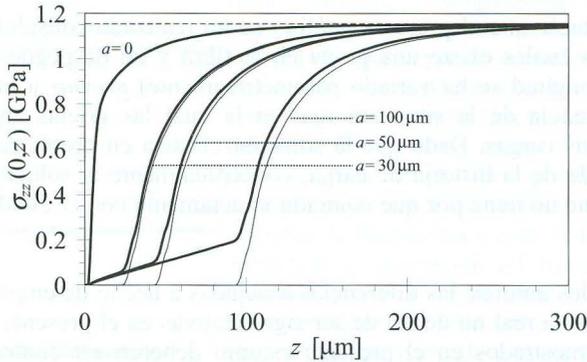
En opinión de los autores, las diferencias asociadas a hecho de emplear una historia de carga distinta de la real no deben de ser significativas en el presente caso, no obstante, los resultados mostrados en el presente estudio deberán ser contrastados en futuros análisis para cuantificar la magnitud del error cometido.

## 2. ESTADO TENSIONAL EN LA FIBRA

Al ser la fibra un material frágil, al alcanzarse la tensión de rotura en el punto más débil de la misma, el daño progresa instantáneamente en el plano perpendicular al eje de la fibra, quedando la fibra dividida en dos fragmentos. Por tanto, en las dos nuevas superficies formadas, la tensión axial se hace nula. No obstante, dado que la fibra es muy larga en comparación con su radio, la matriz transfiere la carga axial a la fibra, mediante tensiones de cortadura en la interfase, y a una cierta distancia del punto de rotura la fibra se encuentra sometida a un estado tensional prácticamente idéntico al que tenía antes de romperse. Por tanto, salvo en un pequeño entorno alrededor del punto de rotura, un ligero incremento de la carga provocará nuevas roturas en la fibra.

El análisis del estado tensional en la fibra se ha centrado en determinar la influencia que tiene la fricción entre las caras de la grieta de interfase en la transferencia de carga entre la matriz y el fragmento de fibra y, en concreto, sobre la posibilidad de que el fragmento vuelva a romperse. Para ello, se ha estudiado la influencia de la fricción sobre las tensiones axiales en el eje de la fibra, en función de la longitud de la grieta de despegue y del coeficiente de fricción  $\mu$ , a partir de estos resultados, se ha determinado la influencia de la fricción en la longitud de la zona de transferencia de carga,  $z_{99\%}$ , es decir, el tamaño del entorno del punto de rotura en el cual la tensión axial ha disminuido al menos en un 1% y, por tanto, es improbable que vuelva a romperse.

En primer lugar, en la Figura 2 se muestra la evolución obtenida para la tensión axial en el eje de la fibra,  $\sigma_{zz}(0,z)$ , para distintas longitudes de la grieta de despegue,  $a$ , considerando un coeficiente de fricción  $\mu = 0.2$ , entre las caras de la misma. Con objeto de poder establecer comparaciones, se muestran también, en trazo fino, los resultados obtenidos despreciando la fricción y, en trazo discontinuo, la solución correspondiente a una fibra e interfase intactas.



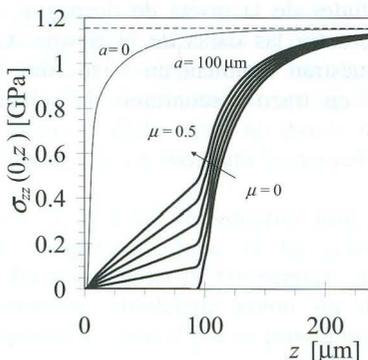
**Fig. 2 - Efecto de la fricción ( $\mu = 0.2$ ) sobre la tensión axial de la fibra en la zona de transferencia para distintas longitudes de despegue.**

De los resultados mostrados, puede observarse claramente que la presencia de la fricción provoca que el incremento de tensiones axiales en la zona de transferencia sea menos brusco, existiendo primero una zona crecimiento lineal, seguida de otra zona en la que el crecimiento es más rápido.

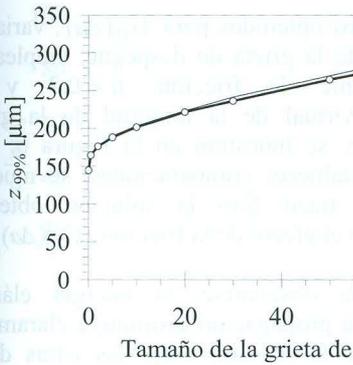
Variando el coeficiente de fricción se obtienen los resultados de la Figura 3, donde se representa la evolución obtenida para la tensión axial en el eje de la fibra,  $\sigma_{zz}(0,z)$ , para distintos valores de  $\mu$ , con una longitud de despegue constante  $a = 100 \mu\text{m}$ . Con objeto de poder establecer comparaciones, se muestra también, en trazo fino, la solución correspondiente a una interfase intacta tras la rotura de la fibra y, en trazo discontinuo, la solución correspondiente a una fibra e interfase intactas.

Se observa claramente que cuanto mayor es el coeficiente de fricción, mayor es la pendiente de la zona de crecimiento lineal. No obstante, en la parte final de la zona de transferencia de carga puede comprobarse que los resultados dependen casi exclusivamente del tamaño de la grieta de despegue, haciéndose cada vez más próximas las soluciones calculadas con diferentes valores del coeficiente de fricción.

Por último, en la Figura 4 se muestra el efecto del coeficiente de fricción,  $\mu$ , y la longitud de la grieta de despegue,  $a$ , sobre la longitud de la zona de transferencia de carga,  $z_{99\%}$ . De los resultados mostrados puede concluirse que el tamaño de la zona de transferencia depende claramente del tamaño de la longitud de la grieta de despegue, viéndose ligeramente reducido por el efecto de la fricción. No obstante, la reducción es únicamente apreciable para longitudes de despegue bastante largas.



### 3. ESTADO TENSIONAL EN EL ENTORNO DE LA FISURA



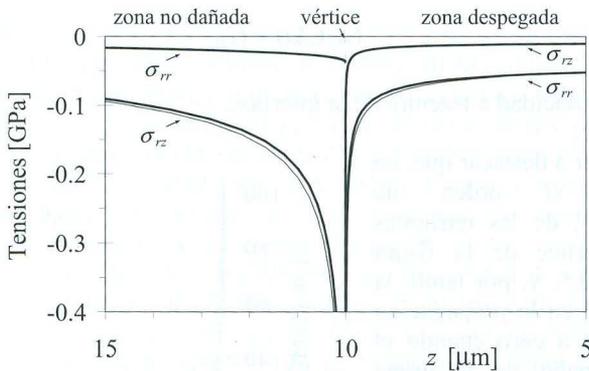
Dado que el crecimiento de la grieta de despegue se va a caracterizar calculando la energía elástica liberada durante su propagación, a partir de la solución elástica en el entorno del vértice de la fisura, en la Figura 5 se muestra la solución obtenida de las tensiones normales y tangenciales a la interfase en dicha zona. Con objeto de establecer comparaciones, se muestra también en trazo fino la solución correspondiente al caso en que se desprecia la fricción.

Obviamente, debido a la fricción aparecen unas tensiones de cortadura,  $\sigma_{rz}(r_f, z)$ , en la zona despegada, proporcionales a la tensión normal,  $\sigma_{zz}(r_f, z)$ , en dicha zona. Por otra parte, la tensión normal más allá del fondo de grieta sigue siendo acotada y decrece ligeramente, aunque el descenso no puede observarse con claridad en la figura debido a la escala empleada. Por último, la tensión normal en la zona de contacto y las tensiones tangenciales más allá del fondo de grieta, ambas singulares, disminuyen debido al efecto de la fricción. Además, el orden de singularidad,  $\lambda$ , de ambas se desvía del clásico  $\lambda = 0.5$ , y se transforma en  $\lambda = 0.48$  (para un coeficiente de fricción  $\mu = 0.2$ ).

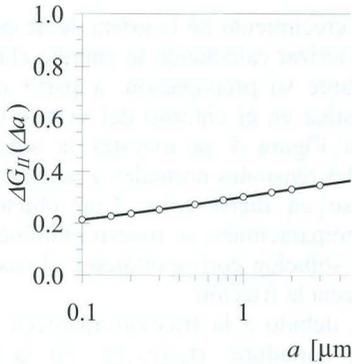
**4. ENERGÍA ELÁSTICA LIBERADA AL PROPAGARSE EL DESPEGUE**

La energía elástica liberada por unidad de longitud,  $G_{II}(\Delta a)$ , al propagarse la grieta de despegue una distancia  $\Delta a$  se ha calculado empleando la técnica del cierre virtual de grieta, siguiendo el enfoque presentado por Sun y Qian (1998) para grietas de interfase en presencia de fricción:

$$G_{II}(\Delta a) = \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} [\sigma_{rz}(r_f, a + \rho) - \sigma_{rz}(r_f, a - \Delta a + \rho)] \Delta u_z(r_f, a - \Delta a + \rho) d\rho \quad (1)$$



**Fig. 5 - Efecto de la fricción ( $\mu = 0.2$ ) sobre las tensiones a lo largo de la interfase en el entorno del vértice de la grieta de despegue.**



Los resultados obtenidos para  $G_{II}(\Delta a)$ , variando la longitud de la grieta de despegue, empleando un coeficiente de fricción  $\mu = 0.2$  y un incremento virtual de la longitud de la grieta  $\Delta a = 10^{-3} \mu m$  se muestran en la Figura 6. Con objeto de establecer comparaciones, se muestra también en trazo fino la solución obtenida despreciando el efecto de la fricción,  $G_{II}(\Delta a)_{\mu=0}$ .

Como puede observarse, la energía elástica liberada en la propagación disminuye claramente al considerar la fricción entre las caras de la grieta de interfase, debido, por una parte a la

disipación de energía por fricción a lo largo de la grieta de despegue y, por otra, a la disminución de las tensiones singulares en el entorno del vértice de la grieta, mostrada en el apartado anterior.

Para observar más claramente el efecto de la fricción sobre la energía elástica liberada en la propagación del despegue, se ha definido la reducción de la misma debida a la fricción,  $\Delta G_{II}(\Delta a)$ , de la forma:

$$\Delta G_{II}(\Delta a) = \frac{G_{II}(\Delta a)_{\mu=0} - G_{II}(\Delta a)}{G_{II}(\Delta a)_{\mu=0}} \tag{2}$$

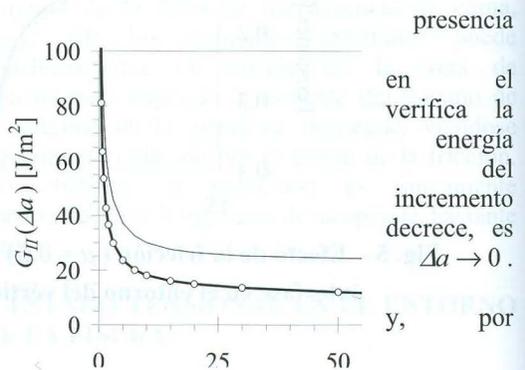
Los resultados obtenidos para la reducción de la energía elástica liberada en la propagación del despegue debida a la presencia de la fricción, empleando  $\mu = 0.2$ , se muestra en la Figura 7, donde se observa claramente que la reducción es tanto mayor cuanto mayor es la longitud del despegue.

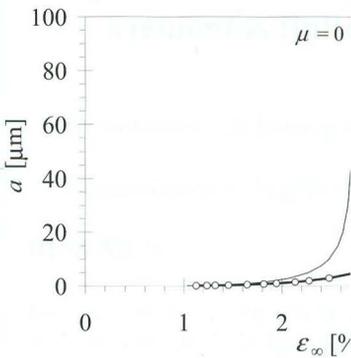
Por último, para ver la influencia de la fricción en el crecimiento de la grieta de despegue se ha empleado un criterio de propagación de la forma:

$$G_{II}(\Delta a) = G_{IIc} \tag{3}$$

siendo  $G_{IIc}$  la tenacidad a fractura de la interfase.

Es preciso volver a destacar que, en presencia de fricción, el orden de singularidad,  $\lambda$ , de las tensiones entorno del vértice de la fisura condici3n  $\lambda < 0.5$ , y, por tanto, la energía elástica liberada en la propagaci3n del despegue tiende a cero cuando el incremento virtual del tama1o de la grieta decrece, es decir,  $G_{II}(\Delta a) \rightarrow 0$  cuando  $\Delta a \rightarrow 0$ . No obstante, la dependencia de  $G_{II}(\Delta a) \rightarrow 0$  con  $\Delta a$  es muy débil tanto,  $G_{II}(\Delta a)$  se mantiene





prácticamente constante para un rango amplio de valores de  $\Delta a$  (suficientemente pequeños para que la solución asintótica sea dominante y suficientemente grandes para que tengan sentido físico).

En la Figura 8 se muestra la propagación de la grieta de despegue, es decir, la longitud de la grieta en función de la deformación media aplicada a la probeta, calculada empleando el criterio mostrado en (3), con  $\mu = 0.2$ ,  $G_{IIc} = 50 \text{ J/m}^2$  y  $\Delta a = 10^{-3} \mu\text{m}$ . Con objeto de establecer comparaciones, se muestra también, en trazo fino, la solución obtenida despreciando el

efecto de la fricción. Como puede observarse, la fricción se opone a la propagación de la grieta, retrasando el crecimiento de la misma. Además, el retraso es mayor cuanto mayor es la longitud de la grieta de despegue y, por tanto, la pendiente final es menos vertical que en el caso sin fricción.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha llevado a cabo un análisis elástico, mediante el Método de los Elementos de Contorno, del ensayo de fragmentación de fibra única, considerando la fricción entre las caras de la grieta de despegue.

En primer lugar, se ha observado que la presencia de fricción no altera sustancialmente el tamaño de la zona de transferencia, y por tanto, no afecta significativamente a la posibilidad de que los fragmentos vuelvan a romperse.

Por el contrario, los resultados obtenidos muestran que la presencia de fricción entre las caras de la grieta de despegue se opone a la propagación de las mismas y, por consiguiente, deberá ser tenida en cuenta a la hora de calcular la tenacidad a fractura de la interfase a partir de los resultados del ensayo.

## REFERENCIAS

- GRACIANI, E., MANTIČ, V. Y PARÍS, F. (1999). BEM solution of axi-symmetric contact problems by weak application of contact conditions with non conforming discretizations. *Boundary Element Techniques* (Ed. Aliabadi, M.H.), pp. 455-454. Dept. of Engineering, Queen Mary and Westfield College, Londres, Reino Unido.
- GRACIANI, E., MANTIČ, V., PARÍS, F. Y VARNA, J. (2003). Análisis del ensayo de fragmentación mediante el método de los elementos de contorno. *Materiales Compuestos 03* (Eds. Miravete, A. y Cuartero, J.), pp 295-303.
- GRACIANI, E., MANTIČ, V., PARÍS, F. Y BLÁZQUEZ, A. (2005). Weak formulation of axi-symmetric frictionless contact problems with boundary elements Application to interface cracks. *Computers and Structures*, 83, pp. 836-855.
- KELLY, A. Y TYSON, W.R. (1965). Tensile properties of fiber-reinforced metals: copper/tungsten and copper/molybdenum. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13, pp. 329-350.
- SUN, C.T. Y QIAN W. (1998). A treatment of interfacial cracks in the presence of friction. *International Journal of Fracture* 94, pp. 371-382.