

LAS REPRESENTACIONES EN RELACION CON LA PRESENTACION DE LA INFOR- MACION EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMATICAS

SANZ LERMA, INES

Departamento de Didáctica de la Matemática de la UPV/EHU

Escuela Universitaria del Profesorado de E.G.B.

Avda. de Tolosa s/n

20008 - San Sebastián

Tfno. 943 - 21.33.77

RESUMEN

Las representaciones son parte esencial de la Matemática en su aspecto de construcción del conocimiento matemático; sin embargo en la enseñanza surgen problemas en relación con que tipo de representación usar, cual es la más adaptada al nivel del alumno, si se producen interferencias entre diversas representaciones y como se lleva a cabo la traslación de un tipo a otro de representación. Todas estas cuestiones deberán encontrar respuesta en la presentación de la información que suministre un texto escolar. En esta comunicación se hacen algunas sugerencias al respecto.

UN CONCEPTO GLOBAL DE LA REPRESENTACION

Todas las teorías cognitivas acerca del conocimiento, y en particular del conocimiento matemático, enfatizan la idea de REPRESENTACION. Cualquier enfoque con el que se pretende caracterizar a esta idea implica siempre dos entidades relacionadas aunque funcionalmente separadas, que suelen llamarse "el mundo representante" y "el mundo representado", teniendo que existir alguna correspondencia entre algunos aspectos del primero y algunos aspectos del segundo. En el caso de las Ciencias de la

Naturaleza y Experimentales y aún en la Matemática, en los primeros niveles de aprendizaje, uno de los mundos o los dos pueden ser "el mundo real", que puede hacer tanto de mundo representante (modelos materiales) como de mundo representado. Pero en general, para todas las ciencias y especialmente la Matemática, uno de los dos o ambos son entidades hipotéticas o abstracciones.

La REPRESENTACION es una idea compleja, que conviene distinguir de las ESQUEMATIZACIONES (Janvier, C.; 1987). Según este autor una representación se puede considerar como la combinación de tres componentes: símbolos, objetos "reales" e imágenes mentales, además del lenguaje, que interviene principalmente como elemento de unión entre esos elementos. Propone como modelo de representación un iceberg con forma de estrella de varias puntas, cada una correspondiente a una esquematización (gráfica, verbal, simbólica,...), del cual vemos solamente la punta que emerge del agua en un momento dado, pero todas ellas forman parte de la representación e interactúan entre sí.

Uno de los problemas típicos de la enseñanza es que se producen contaminaciones entre uno y otro tipo de esquematización, por ejemplo entre la verbal y la simbólica, entre la simbólica y la gráfica, etc. Además, en el aprendizaje hay que hacer continuas traslaciones de una esquematización a otra que, en general, no son triviales.

REPRESENTACIONES MENTALES INTERNAS Y EXTERNAS

La idea de REPRESENTACION es empleada por otros autores en un sentido menos amplio. Por ejemplo Dufour-Janvier, B. y otros (Dufour-Janvier, . y otros, 1987) consideran dos tipos amplios de representaciones: las REPRESENTACIONES INTERNAS que corresponden a imágenes mentales o formulaciones internas que hacemos de la "realidad", y las REPRESENTACIONES EXTERNAS, en las que incluyen

todas las formulaciones simbólicas externas en sentido amplio (símbolos, gráficos, diagramas, esquemas,...). Como el objetivo de esta comunicación es hacer algunas observaciones sobre las representaciones que debieran aparecer en los textos escolares dejaremos de lado en lo que sigue las representaciones internas y nos ocuparemos de analizar algo las externas. En lo que sigue diremos siempre "representaciones", aunque se trate de esquematizaciones en el sentido de C. Janvier, por considerar este término de uso más común en la bibliografía actual.

Todo el que aprende, incluidos los niños más pequeños, se ha de enfrentar a representaciones externas, entre las que ocupan un lugar destacado las que aparecen en los textos escolares, además de las que proporcionan los materiales didácticos y, actualmente, las soportadas en ordenador.

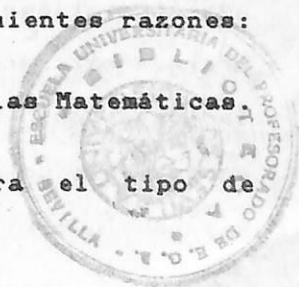
Puesto que se utilizan las representaciones externas parece admisible por principio que son útiles y que de algún modo intervienen básicamente en la construcción del conocimiento matemático, tanto en sentido individual como social o cultural. Pero será importante conocer si todas estas representaciones son igualmente necesarias, que se espera conseguir de ellas, si es conveniente utilizar simultáneamente varias de ellas, su secuencialización correcta, adecuación al nivel de conocimiento, etc.

JUSTIFICACION GENERAL DEL EMPLEO DE REPRESENTACIONES EXTERNAS.

Apoyándonos en las razones que según Dufour-Janvier, B. y otros motivan el uso de representaciones externas y en nuestra propia experiencia como enseñantes, damos las siguientes razones:

1. Las representaciones son una parte esencial de las Matemáticas.

Esta afirmación es válida especialmente para el tipo de



representación que conocemos bajo el nombre de SIMBOLISMO MATEMÁTICO. De forma análoga a como el lenguaje natural y los sistemas pictóricos hacen manejable el flujo de la experiencia, partiéndola en trozos y designando a cada uno de ellos con un símbolo, los símbolos matemáticos organizan ciertos aspectos de la experiencia (los que corresponden a conceptos y estructuras matemáticas) de forma clara y concisa, permitiendo su denotación unívoca.

Los potentes sistemas de símbolos matemáticos que forman parte de la cultura humana actual son producto de centurias de selección y evolución. Dado su uso habitual y su presencia en casi todas las manifestaciones de la vida moderna, es fácil olvidarse de su importancia como instrumentos del pensamiento y de la comunicación matemática. Además el pensamiento es capaz por sucesivas reflexiones sobre los sistemas simbólicos de crear nuevos conceptos y estructuras matemáticas, por lo que en último término la creación matemática depende de esos instrumentos imprescindibles que son las representaciones simbólicas. No puede afirmarse de modo tan rotundo que el aprendizaje de las matemáticas, en los primeros niveles, dependa estrictamente de esta representación que designamos como simbolismo matemático.

2. Las representaciones pueden emplearse para ayudar en la enseñanza de las Matemáticas.

En la práctica habitual de la enseñanza tratamos de apoyar la construcción de las nociones matemáticas en modelos materiales o en representaciones gráficas. Cada representación aparece como una concretización del concepto en estudio. Se supone que el que aprende extraerá de las propiedades comunes a todas las representaciones que se le ofrecen aquello que es común a todas ellas, aunque esto no se pueda dar en modo alguno como fácil o evidente. Hay en la bibliografía interesantes ejemplos de como un tipo de

representación puede hacer de "obstáculo" para la formación general de un concepto. Además el paso de un tipo de representación a otra no suele ser trivial. El uso indiscriminado de diferentes representaciones puede resultar más un aprendizaje de técnicas y hasta de conceptos diferentes, sin que el estudiante llegue a hacer la traslación de una representación a otra ni siquiera a verlas relacionadas entre sí. Por tanto, si bien puede admitirse como un hecho la ayuda que presta en la enseñanza de la Matemática el empleo de distintas representaciones, su uso debe estar cuidadosamente secuencializado y planificado, así como previsto el paso de un tipo a otro de representación. (Ver como ejemplo el planteamiento de la enseñanza de fracciones que hacen los autores S. Llinares y M. V. Sánchez en el texto "Fracciones"(S. Llinares y M. V. Sánchez, 1988)).

3. Las representaciones hacen más interesante y atractiva la Matemática.

Nos referimos en este apartado a representaciones distintas de la simbólica, compuesta de lenguaje verbal y símbolos matemáticos especiales, que ya hemos dicho es esencial en Matemáticas pero que, en contrapartida, es considerada la parte más dura y difícil y es la que confiere a la representación externa confeccionada a base de estos símbolos exclusivamente su status de materia indigesta y hasta intragable. Las representaciones que hacen más interesante y atractiva la Matemática a que nos queremos referir son ciertos dibujos y gráficos del tipo de los que se usan extensivamente en muchos textos matemáticos actuales, que sirven para presentar analogías con el mundo real en algún caso y en otros como simple ornato. El empleo de estas representaciones estimamos que debe ser clarificado.

LA IMPORTANCIA DE LA REPRESENTACIÓN VERBAL EN LOS PRIMEROS NIVELES

No debemos olvidar nunca que las primeras representaciones externas que los niños producen están ligadas al lenguaje, y no tratar de imponer desde los primeros pasos de la enseñanza códigos simbólicos y dibujos, sin tener en cuenta que lo mejor que sabe hacer un niño es hablar en su propio idioma y luego escribirlo, con sus propias frases.

Estimamos que el niño puede aprender muchas nociones numéricas y de cálculo sin apenas recurrir a las representaciones de simbolismo matemático y/o gráficas, apoyado en las acciones sobre objetos materiales y su codificación lingüística (Sanz, I., 1988) y análogamente conceptos geométricos.

CONSECUENCIAS QUE PUEDEN EXTRAERSE SOBRE EL EMPLEO DE REPRESENTACIONES PARA LA PRESENTACION DE LA INFORMACION EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMATICAS.

1. Teniendo en cuenta la prioridad de la representación verbal en los primeros niveles, el texto escrito deberá usarse de modo limitado en ellos.

Los niños de Ciclo Inicial tienen en general dificultades de lectura y escritura. Proponemos que para este nivel no exista un texto propiamente dicho, sino una colección adecuada de ejercicios de comprensión lectora y escritura para iniciar el comienzo de la representación simbólica.

La enseñanza en este nivel deberá consistir esencialmente en una abundancia de interacciones verbales maestro-alumno y alumnos entre sí, apoyados en los materiales del entorno o estructurados que se estimen necesarios. Nunca deberán ser sustituidas las

monedas reales por simples dibujos o fotografías de las mismas o los bloques Dienes multibase, los bloques lógicos, etc. por sus representaciones en dos dimensiones, tal como aparecen en los libros, incitando a maestros y alumnos a no ejecutar las acciones pertinentes en la realidad, sino simplemente a tratar de imaginar a través del dibujo lo que pasa. En general los libros de Matemáticas del Ciclo Inicial actuales abusan de los dibujos y si un niño se dedicase a hacer todos los ejercicios gráficos, además de los muchísimos simbólicos, que contienen esos libros, no podría hacer lo que es más importante: experimentar con la realidad, hablar sobre ello e iniciar el comienzo de una representación gráfica y simbólica.

II. A partir de Ciclo Medio los libros de texto contendrán descripciones verbales de los conceptos matemáticos en lenguaje comprensible para el alumno, introduciendo progresivamente el simbolismo matemático.

En las guías para profesores se indicará la necesidad de que los niños lean claramente el enunciado de las propiedades y de los ejercicios o problemas, y que traten de expresar lo leído verbalmente o por escrito con sus propias expresiones, de modos diferentes, hasta obtener una representación mental clara del concepto o problema. Lograda esa representación mental, se procederá a simbolizar el concepto o las relaciones del problema. Paralelamente se propondrán problemas codificados simbólicamente, utilizando los símbolos ya introducidos, y se pedirá la lectura en términos de lenguaje habitual de las expresiones simbólicas y el enunciado de problemas verbales que puedan resolverse con ellas, reforzando continuamente el paso de la representación verbal a la simbólica y viceversa. (Hay bibliografía abundante que justifica estas ideas, aunque estimamos que no es preciso citarla

III. Las representaciones gráficas, esenciales en Matemáticas, no deben confundirse con las pinturas de objetos y situaciones.

Las pinturas de objetos y situaciones reales como "tartas que se reparten", "cintas que se cortan", etc. etc. deberían reducirse al mínimo en los textos, pues se supone que nos referimos a la experiencia real del niño, y si no la tiene hay que proporcionársela y no darle el sustituto de un dibujo.

En vez de estas "pinturas" convendría manejar fotografías o esquematizaciones gráficas que tengan sentido, como una parte de un plano, una red de caminos, etc., y, siempre que se estime oportuno, el dibujo de la figura geométrica plana sobre la que se apoye la descripción o el problema: un segmento, un rectángulo, una circunferencia... Con esto iniciáramos las representaciones gráficas, y, simultáneamente, la traslación entre representaciones gráficas y verbales. Un problema adicional será el de los distintos niveles de complejidad y abstracción de las representaciones gráficas y el paso de unas representaciones gráficas a otras, sin olvidar que algunas representaciones gráficas limitan con el simbolismo matemático puro.

Queremos señalar también que nos parece conveniente que aparezcan esquemas gráficos de objetos ficticios o proponer trasladar a una representación gráfica una descripción verbal de un lugar u objeto imaginario, lo que facilitaría el paso de la representación mental a la gráfica a través de la verbal, sin conexión con la realidad exterior.

Estimamos que este tipo de representaciones son de gran utilidad para la comprensión de modelos matemáticos de otras ciencias.

IV. La belleza externa de un libro de texto es esencial para la enseñanza a todos los niveles, lo que implica el uso de representaciones de ornato.

Consideramos que el texto de Matemáticas no debe ser ni un libro de dibujos ni un conjunto amasotado de texto verbal y simbólico. Además de los recursos tipográficos normales referentes al uso de distintos tipos de letra, diferentes colores, encuadres, etc., nos parece conveniente el empleo de ilustraciones que motiven a estudiar un tema o a resolver un problema.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- DUFOUR-JANVIER, B., BEDNARZ, N. and BELANGER, M.(1987). "Pedagogical Considerations concerning the Problem of Representation". Problems of Representation in the teaching and learning of Mathematics, LEA, pp.109-122. London.
- JANVIER, C.(1987). "Representation and understanding: the notion of function as an example". Problems of Representation in the teaching and learning of Mathematics, LEA, pp. 67-71. London.
- LLINARES, S. y SANCHEZ, M. V.(1988). " Fracciones ". Síntesis. Madrid.
- SANZ, I. (1988). "Elaboración de la serie de los números naturales y primeros pasos en la suma en niños de Ciclo Inicial". Panel. pp.32-37.