ABDUCCIÓN Y SEMÁNTICA DE TEORÍA DE JUEGOS

IGNACIO HERNÁNDEZ ANTÓN, ENRIQUE SARRIÓN MORILLO, FERNANDO SOLER TOSCANO
Grupo de Lógica, Lenguaje e Información - U. de Sevilla
iha, esarrion, fsoler@us.es

ABSTRACT: An agency-inspired inferential game is proposed in which two agents (abductive and deductive) interact. It depicts hybrid inferencial contexts where deductive and abductive steps are mixed. The abductive agent can use results obtained by the deductive one but not vice versa due to the abductive process do not always generate deductive valid formulas..

Key words: Abductive reasoning, Deduction, Logic games, Agents.

1 Introducción

En el tratamiento formal del razonamiento abductivo aparece frecuentemente la cuestión de la relación entre deducción y abducción (Soler-Toscano and Nepomuceno-Fernández 2008). Ambas formas de inferencia parecen estar abocadas a convivir juntas, a pesar de que sus propiedades son completamente diferentes. Así, las aproximaciones lógicas a la abducción se basan más o menos en lo que podemos considerar como *usos abductivos de cálculos deductivos* (Soler-Toscano, Nepomuceno-Fernández, and Aliseda-Llera 2009). El planteamiento que defendemos en este trabajo es que el interés no se encuentra tanto en la definición de cálculos abductivos *puros* como en tratar contextos inferenciales *híbridos* en los que se mezclan procesos deductivos y abductivos.

Dado un lenguaje formal $\mathscr{L}$ y una relación de consecuencia lógica $\vdash$, es habitual considerar que (Θ, φ) es un problema abductivo, siendo $\Theta \subset \mathscr{L}, \Theta \nvdash \bot$ y $\varphi \in \mathscr{L}$, si y sólo si[1]

$$\Theta \nvdash \varphi \tag{1}$$

La *solución* a un problema abductivo (Θ, φ) viene dada por una fórmula $\mathscr{L}$ tal que

$$\Theta \cup \{\alpha\} \vdash \varphi \tag{2}$$

[1]En (Aliseda 2006) se distingue entre novedad y anomalía como dos tipos de problemas abductivos. La novedad coincide exactamente con (1) pero en la anomalía se exige, además, $\Theta \vdash \neg\varphi$.

Como se puede observar, las definiciones de "problema abductivo" (1) y "solución abductiva" (2) dependen de la relación de consecuencia $\vdash$ (lo habitual es considerar que esta relación es la de la Lógica Clásica, pero, naturalmente, se pueden pensar en otras posibilidades distintas). Así pues, las propias nociones relativas a la inferencia abductiva se construyen a partir de la inferencia deductiva. Sin embargo, si vemos por ejemplo (Hintikka 1998), uno de los requisitos que debe cumplir la abducción es su autonomía con respecto a la deducción[2]. Por tanto, existe una tensión entre los planteamientos lógicos -que requienen de la deducción para definir la abducción-, y los epistemológicos -que reivindican la autonomía de ambas formas de razonamiento-.

No hay duda de que los contextos inferenciales en los que habitualmente aparece el razonamiento abductivo son lo suficientemente ricos como para mezclar diversos tipos de inferencias. Por ello, el interés no está tanto en los contextos *puros*, donde tal vez se dé la independencia entre ambas formas de razonamiento, sino en los *híbridos*, dada la gran habilidad con que los sujetos somos capaces de combinar procesos de inferencia deductiva y abductiva.

Debemos señalar que, mientras que a las inferencias deductivas se les impone el requisito de la corrección, las abductivas se caracterizan por seguir lo que podríamos llamar la *regla de Peirce*,

$$\frac{\alpha \to \varphi, \qquad \varphi}{\alpha} \tag{3}$$

que es claramente incorrecta desde el punto de vista deductivo[3].

El problema que abordamos en este trabajo es, precisamente, el de la combinación de ambas formas de inferencia. Para ello necesitamos llevar en paralelo dos líneas de razonamiento: la deductiva -que no emplea la *regla de Peirce*- y la abductiva -que la usa y propone sus conclusiones como meras hipótesis-. Ambas discurren a la vez, una produciendo resultados necesarios y la otra conjeturas. Debemos tener en cuenta que no se pueden reutilizar las inferencias obtenidas en la línea abductiva como premisas en la deductiva, debido al carácter hipotético de los resultados inferidos en la primera de las líneas citadas.

Para dividir ambas líneas, e inspirándonos en la Semántica de Teoría de Juegos (Hintikka and Saarinen 1979), consideraremos dos jugadores, a saber: $\mathscr{D}$ (deductivo) y $\mathscr{A}$ (abductivo). Establecemos además que los pasos inferenciales de cada agente están sujetos a *reglas operatorias*. El principal proceso inferencial del jugador abductivo consistirá, justamente, en la aplicación de una variante de la mencionada *regla de Peirce*, tomando para ello como premisas una fórmula propia y otra generada

[2]La abducción es realmente un proceso irreductible a la deducción (e igualmente a la inducción).
[3]Es la conocida falacia de afirmación del consecuente.

por $\mathscr{D}$. De otro lado, el jugador deductivo operará sobre la teoría Θ para producir fórmulas que puedan servir a $\mathscr{A}$ en su búsqueda de explicaciones.

2 El comienzo del juego y sus reglas

El juego es de naturaleza dialógica y comienza con el objetivo general de resolver un problema abductivo (Θ, φ), estableciéndose que $\mathscr{D}$ parte de las fórmulas de Θ y $\mathscr{A}$ de la fórmula φ. En cuanto a las reglas que rigen el diálogo entre los agentes $\mathscr{D}$ y $\mathscr{A}$, consideraremos en este artículo que trabajamos en lógica proposicional clásica, aunque las reglas que mostramos se pueden extender fácilmente a otros sistemas. Además de las *reglas operatorias*, propias de cada conectiva lógica, consideramos *reglas estratégicas* que indican el modo en que se llevan a cabo los diálogos abductivos, incluyendo la forma en que empiezan y acaban éstos.

2.1 Reglas para $\mathscr{D}$

El jugador $\mathscr{D}$ comienza a jugar con las fórmulas de Θ y puede realizar pasos deductivos que van extrayendo fórmulas que son consecuencia lógica de Θ. Para esto puede usar cualquier cálculo deductivo, por lo que no detallamos unas reglas concretas. Una opción que resulta útil en combinación con el proceso abductivo es emplear cálculos basados en resolución tal y como se indica en (Soler-Toscano, Nepomuceno-Fernández, and Aliseda-Llera 2006).

2.2 Reglas para $\mathscr{A}$

El jugador $\mathscr{A}$ parte del hecho que se quiere explicar y juega *por objetivos explicativos*. Usará las fórmulas generadas por $\mathscr{D}$ para producir posibles explicaciones que se irán refinando poco a poco. El principal paso de inferencia de $\mathscr{A}$ es la regla abductiva:

$$\frac{\mathscr{D} : \overline{\alpha} \vee \varphi, \qquad \cancel{\mathscr{A} : \varphi}}{\mathscr{A} : \alpha} \tag{4}$$

donde α y $\overline{\alpha}$ representan, respectivamente, una fórmula y su negación[4]. Como se puede apreciar, la aplicación de (4) se realiza tomando siempre una premisa de $\mathscr{D}$ y otra de $\mathscr{A}$. La conclusión de la regla (4) es también una fórmula de $\mathscr{A}$, ya que no se trata de una consecuencia deductiva de las premisas, sino abductiva. La premisa $\mathscr{A} : \varphi$ que se ha usado para aplicar (4) ya no vuelve a utilizarse, es decir, se ignora tras la aplicación de la regla (ése es el sentido de que dicha fórmula aparezca tachada). Así pues, decimos que φ queda *explicada* por α, por lo que el nuevo objetivo del juego será explicar α.

El jugador $\mathscr{A}$ cuenta también con *reglas de simplificación* que puede aplicar a sus objetivos:

[4] Obsérvese que (4) es equivalente a la regla de Peirce (3).

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \alpha \wedge \beta}}{\mathscr{A} : \alpha \quad \mathscr{A} : \beta} \tag{5}$$

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \alpha \vee \beta}}{\mathscr{A} : \alpha} \tag{6}$$

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \alpha \vee \beta}}{\mathscr{A} : \beta} \tag{7}$$

Téngase en cuenta que, cuando $\mathscr{A}$ tiene que explicar una disyunción, debe elegir entre dos reglas que son distintas en general -la (6) y la (7)-, lo cual conlleva que la búsqueda de soluciones abductivas no sea determinista. Sin embargo, para explicar una conjunción, la regla (5) exige que se expliquen ambos términos.

Adicionalmente damos a $\mathscr{A}$ una regla de confirmación, que deja de buscar explicaciones para un objetivo que ha sido encontrado por $\mathscr{D}$:

$$\frac{\mathscr{D} : \alpha \qquad \cancel{\mathscr{A} : \alpha}}{\mathscr{A} : \bot} \tag{8}$$

Lo que hace la regla (8) es detener el proceso de búsqueda si el objetivo que $\mathscr{A}$ tiene que explicar, α, ha sido deducido por $\mathscr{D}$. Téngase en cuenta que esto no implica que el diálogo termine, porque aún puede haber algún objetivo abierto.

Además, $\mathscr{A}$ puede aplicar *reglas de transformación* a sus objetivos para convertirlos en fórmulas equivalentes:

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \alpha \to \beta}}{\mathscr{A} : \neg\alpha \vee \beta} \tag{9}$$

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \neg(\alpha \to \beta)}}{\mathscr{A} : \alpha \wedge \neg\beta} \tag{10}$$

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \neg(\alpha \wedge \beta)}}{\mathscr{A} : \neg\alpha \vee \neg\beta} \tag{11}$$

$$\frac{\cancel{\mathscr{A} : \neg(\alpha \vee \beta)}}{\mathscr{A} : \neg\alpha \wedge \neg\beta} \tag{12}$$

2.3 *Reglas de terminación* del juego

Finalmente, vamos a ver las distintas condiciones de terminación del juego[5]:

[5]No se debe confundir con la *regla de confirmación* de un objetivo (8).

- Si aparecen las fórmulas $\mathscr{D} : \alpha$ y $\mathscr{D} : \overline{a}$, el proceso termina porque la teoría es inconsistente. Para ello, usamos la regla:

$$\frac{\mathscr{D} : \alpha \qquad \mathscr{D} : \overline{\alpha}}{\mathscr{D} : \bot} \tag{13}$$

- Si aparecen $\mathscr{D} : \alpha$ y $\mathscr{A} : \overline{\alpha}$, se termina porque la explicación que se está construyendo es inconsistente con la teoría. Esto lo hace la regla:

$$\frac{\mathscr{D} : \alpha \qquad \mathscr{A} : \overline{\alpha}}{\mathscr{A} : \bot} \tag{14}$$

- Si todas las fórmulas que puede obtener $\mathscr{A}$ son de la forma $\mathscr{A} : \top$, el proceso termina porque la teoría explica la observación y, por tanto, no hay verdadero problema abductivo.

- En otro caso, la conjunción de las fórmulas que quedan en la línea $\mathscr{A}$ puede proponerse como una posible solución abductiva compuesta.

2.4 Ejemplo de juego

La tabla 1 muestra como ejemplo la resolución del problema abductivo $(\{p, p \to q, q \wedge r \to s\}, s)$. Cuando el diálogo concluye, $\mathscr{A}$ tiene r como único objetivo, que puede ser propuesto como solución abductiva.

Tabla 1: ejemplo de resolución de un problema abductivo

DEDUCCIÓN		ABDUCCIÓN	
$\mathscr{D}_1 : p$	(teoría)	$\cancel{\mathscr{A}_1 : s}$	(observación)
$\mathscr{D}_2 : p \to q$	(teoría)	$\cancel{\mathscr{A}_2 : q \wedge r}$	(de $\mathscr{D}_5$ y $\mathscr{A}_1$)
$\mathscr{D}_3 : q \wedge r \to s$	(teoría)	$\cancel{\mathscr{A}_3 : q}$	(de $\mathscr{A}_2$)
$\mathscr{D}_4 : q$	(de $\mathscr{D}_1$ y $\mathscr{D}_2$)	$\mathscr{A}_4 : r$	(de $\mathscr{A}_2$)
$\mathscr{D}_5 : \neg(q \wedge r) \vee s$	(de $\mathscr{D}_3$)	$\mathscr{A}_5 : \top$	(de $\mathscr{D}_4$ y $\mathscr{A}_3$)

3 Tipos de solución abductiva

Es frecuente, dado un problema abductivo (Θ, φ), clasificar las distintas soluciones abductivas posibles y en distintos tipos según satisfagan o no ciertas condiciones:

- **Consistencia.** Se exige la consistencia de ψ con Θ, es decir, $\Theta \cup \{\psi\} \not\models \bot$. Como hemos visto más arriba, una de las condiciones de terminación del cálculo estriba en que la solución obtenida sea inconsistente con la teoría. Por tanto, los diálogos abductivos tienen la capacidad de detectar soluciones inconsistentes.

- **Explicatividad.** Se trata de evitar soluciones triviales, las cuales explican la observación sin necesidad de la teoría. Para ello, se suele exigir $\psi \nvDash \varphi$. Si $\mathscr{A}$ no aplica ninguna regla, entonces la explicación que obtiene es trivial: se trata de la misma observación que se quiere explicar. A medida que $\mathscr{A}$ emplea más reglas, las soluciones que se obtienen son más explicativas, porque usan más fórmulas de entre las generadas por $\mathscr{D}$.

No hemos abordado aún el problema de la *selección de la mejor explicación*, que suele ser uno de los mayores escollos en el tratamiento lógico del razonamiento abductivo. Como hemos tenido ocasión de comprobar, la solución abductiva que se obtiene depende de las decisiones que $\mathscr{D}$ y $\mathscr{A}$ vayan tomando durante el juego -particularmente de la fórmula de $\mathscr{D}$ que $\mathscr{A}$ elija como premisa de (4) (en caso de haber varias) y de la decisión que $\mathscr{A}$ tome, ante una disyunción, de usar (6) o (7)-. Si pensamos en $\mathscr{A}$ como un agente humano, nuestro planteamiento no se diferencia mucho de la forma en que los sujetos generamos y seleccionamos explicaciones. Por lo tanto, la cuestión de "la mejor explicación" queda circunscrita a la determinación de qué estrategias se usan para la ejecución del juego.

4 Observaciones finales

Hemos presentado una primera aproximación al tratamiento dialógico de la tarea abductiva en contextos *híbridos*, en los cuales están presentes inferencias que pueden ser tanto abductivas como deductivas. Estos contextos son más naturales y presentan una mayor semajanza con los contextos científicos, puesto que en estos últimos los procesos inferenciales admitidos incluyen cuando menos los deductivos, abductivos e inductivos. En nuestra propuesta, las tareas inferenciales son realizadas por dos agentes cuyas *reglas estratégicas* aún quedan pendientes para futuros trabajos, pero cuyas *reglas operacionales* quedan bien representadas por las descritas en el presente. Así pues, con el planteamiento descrito se consigue aunar dos tipos de procesos inferenciales que habitualmente tienen un tratamiento casi completamente separado, tanto en el ámbito de la Lógica como en el de la Epistemología.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el marco de ejecución de los proyectos *Interpretaciones Alternativas de Lógicas no Clásicas* (referencia HUM5844 de la Consejería de Economía, Innovación y Ciencia de la Junta de Andalucía), y *Conciencia, Lógica y Computación* (referencia FFI2011-29609-C02-01, del Ministerio de Ciencia e Innovación).

REFERENCIAS

Atocha, A. (2006). *Abductive Reasoning: Logical Investigations into Discovery and Explanation*. Springer. Volume 330 of Synthese Lybrary.

Hintikka, J. (1998). What is abduction? the fundamental problem of contemporary epistemology. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, *34*(3), 503–533.

Hintikka, J. & Saarinen, E. (1979). *Game-theoretical semantics: essays on semantics*. D. Reidel Pub. Co. Synthese language library.

Soler-Toscano, F. & Ángel Nepomuceno-Fernández (2008). Deducción y abducción. *Teorema*, *27*(1), 5–16.

Soler-Toscano, F., Ángel Nepomuceno-Fernández, & Aliseda-Llera, A. (2006). Model-based abduction via dual resolution. *Logic Journal of IGPL*, *14*(2), –.

Soler-Toscano, F., Ángel Nepomuceno-Fernández, & Aliseda-Llera, A. (2009). Abduction via c-tableaux and δ-resolution. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, *19*(2), 211–225.