

COMPORTAMIENTO DE LAS GRIETAS DE INTERFASE EN MATERIALES COMPUESTOS FIBROSOS ANTE CARGA CÍCLICA DE TRACCIÓN-TRACCIÓN Y TRACCIÓN-COMPRESIÓN

E. Correa¹, E. K. Gamstedt², F. París¹ y V. Mantič¹

¹ Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Mecánica de Medios Continuos, Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España.

E-mail: correa@esi.us.es, paris@esi.us.es, mantic@esi.us.es

² KTH Solid Mechanics, Royal Institute of Technology, Osquars backe 1, SE-100 44 Estocolmo, Suecia.
E-mail: kristofer@half.kth.se

RESUMEN

El origen del daño ante carga cíclica en materiales compuestos suele encontrarse en las láminas off-axis, en forma de grietas transversales. Este mecanismo de rotura está dominado por la aparición y crecimiento de despegues entre la matriz y las fibras (grietas de interfase), cuya posterior coalescencia da lugar al fallo transversal. En este trabajo se evalúa el crecimiento de los despegues ante la aplicación de ciclos de carga transversal de tracción-tracción (T-T) y tracción-compresión (T-C), ya que existen referencias al hecho de que la presencia de ciclos de compresión puede afectar a la resistencia a fatiga del laminado. Experimentalmente, mediante probetas de fibra única, se observa que los ciclos T-C resultan más perjudiciales que los ciclos T-T, pudiendo medir la extensión del daño. Numéricamente, mediante un modelo de elementos de contorno, se estudia el diferente efecto de las partes de tracción y compresión de los ciclos, aportando resultados que ayudan a explicar la evidencia experimental.

ABSTRACT

The initiation of damage under cyclic loading in composite materials generally appears as transverse cracks in off-axis plies. The mechanism of damage is dominated by the appearance of debonds between the fibres and the matrix (interface cracks). The transverse cracks forms when debonds coalesce. Based on the references that accounts for the effect of the presence of compression in the laminate strength under cyclic loading, the growth of the interface cracks is studied in this work under transverse tension-tension (T-T) and tension-compression (T-C) cyclic loading. Experimentally, a more detrimental effect of the T-C cycles than the T-T cycles is observed and quantified for single fibre specimens. The numerical study of the effect of the tensile and compressive part of the loading cycle by means of a boundary elements model contributes to the explanation of the experimental evidence.

PALABRAS CLAVE: Micromecánica, despegue fibra-matriz, fatiga.

1. INTRODUCCIÓN

Debido a la heterogeneidad de los materiales compuestos a diferentes escalas, una amplia variedad de mecanismos interactúan contribuyendo al fallo ante carga cíclica. Si se conociese mejor el origen de estos mecanismos podrían adoptarse medidas que permitieran alargar la vida del material.

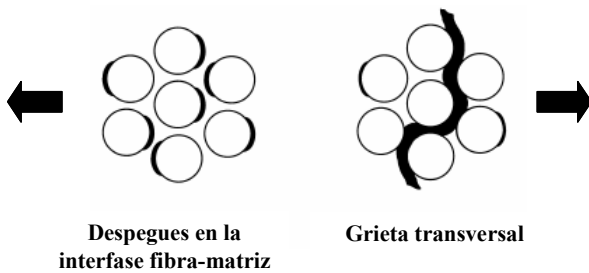
El primer tipo de daño observable ante carga cíclica en laminados de material compuesto suele ser la aparición de grietas transversales en láminas donde las fibras están orientadas oblicuamente frente a la dirección de la mayor deformación principal. Las observaciones microscópicas realizadas [1] muestran que dichas grietas transversales están originadas, tanto en el caso de carga cíclica como en el de carga estática, por la coalescencia de los despegues que se generan en la interfase fibra-matriz, Figura 1.

Paralelamente a las observaciones experimentales se han desarrollado diversos estudios numéricos [2, 3] con el fin de clarificar el caso particular de grietas transversales ante carga estática en materiales compuestos unidireccionales, llevando a la conclusión de que este micromecanismo de fallo puede ser explicado por la aparición de grietas en las interfases entre fibra y matriz que, después de crecer hasta una cierta extensión, cambian su dirección de propagación orientándose hacia la matriz y continuando su crecimiento a través de ella. Es entonces cuando estas grietas se unen, lo que provoca finalmente el macro fallo del material compuesto en la dirección perpendicular a la carga aplicada.

En lo que al fallo ante carga cíclica se refiere, se ha probado que en los materiales compuestos la carga cíclica tracción-compresión (T-C) resulta más dañina

que la carga cíclica tracción-tracción (T-T) [4-8]. La explicación física de este hecho todavía no ha sido aclarada completamente a nivel de lámina; a nivel de fibra los mecanismos de daño están aún menos claros.

Este trabajo se centra en la propagación de grietas de interfase con el fin de estudiar, por medio de un modelo de fibra única, el crecimiento micromecánico de una grieta de interfase (despegue) en presencia de carga cíclica T-T y T-C. El principal objetivo es analizar, a nivel micromecánico, el origen del efecto más perjudicial de los ciclos T-C frente a los ciclos T-T. Este estudio consta de una parte experimental (Sección 2) y otra numérica (Sección 3). Finalmente se presentan varias ideas para realizar generalizaciones de crecimiento en fatiga (Sección 4).



Despegues en la interfase fibra-matriz

Grieta transversal

Figura 1. Origen de las grietas transversales.

2. ESTUDIO EXPERIMENTAL

Se fabricaron probetas de una sola fibra para ser ensayadas ante carga cíclica T-T y T-C y así poder examinar el crecimiento de un despegue ante dichas situaciones de carga. A continuación se resume el proceso de fabricación y ensayo [1].

2.1. Procedimiento

La matriz empleada es vynil-ester epoxy (VE) Norpol Cor Ve 8515 de Jotun Polymer SA, con un contenido en estireno del 32-36%. La fibra es de vidrio (2400 Tex fibre yarn) de Owens Corning del tipo R25H. El diámetro medio de la fibra es 23 μm.

Las probetas de una sola fibra, Figura 2, se fabricaron de una forma similar a la descrita en [9] y se ensayaron en una máquina horizontal de tracción en miniatura (Minimat) de Rheometric Scientific Ltd, colocada sobre la mesa horizontal de un microscopio. Los despegues fueron observados en cada probeta mediante microscopía óptica de transmisión durante los diferentes ciclos de carga del ensayo. Después de cada ciclo de carga, los despegues fibra-matriz eran fotografiados y grabados en vídeo y, al finalizar los ensayos, el tamaño del despegue y la geometría eran cuantificados mediante un programa de análisis de imagen.

2.2. Resultados experimentales

Se ensayaron cuatro probetas con el fin de estudiar el efecto de la carga cíclica T-T y T-C sobre el crecimiento del despegue. Dos de las probetas fueron sometidas a 10 ciclos T-T ($R=0$ y $\sigma_{max} = 50$ MPa) seguidos de 3 ciclos de carga T-C ($R=-1$ y $\sigma_{max} = 50$ MPa), mientras que las otras dos recibieron 20 ciclos T-T ($R=0$ y $\sigma_{max} = 50$ MPa) seguidos de 2 ciclos T-C ($R=-1$ y $\sigma_{max} = 50$ MPa), siendo

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

Como ya se explicó anteriormente, haciendo uso de microscopía óptica se pudo obtener una imagen de la situación del daño al final de cada ciclo de carga (Figura 3) y medir el crecimiento del despegue (zonas oscuras en los laterales de la fibra) sobre cada una de dichas imágenes. Los resultados de este proceso para todas las probetas ensayadas se recogen en la Figura 4, donde los ángulos de despegue medidos, θ_d (ver Figura 5 para definición) son representados frente al número de ciclos de carga aplicados.

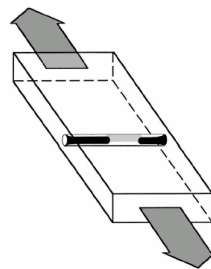


Figura 2. Esquema de la probeta ensayada.

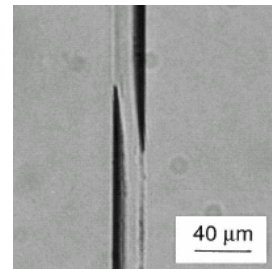


Figura 3. Despegues vistos a través del microscopio.

Los resultados dibujados en la Figura 4 muestran que el primer ciclo de carga T-T produce, para todas las probetas ensayadas, un ángulo de despegue θ_d correspondiente a un valor entre 60° y 70°. Los ciclos T-T posteriores sólo producen un crecimiento mínimo frente al ya alcanzado, de tal forma que el tamaño del despegue mantiene un nivel prácticamente constante en los siguientes ciclos.

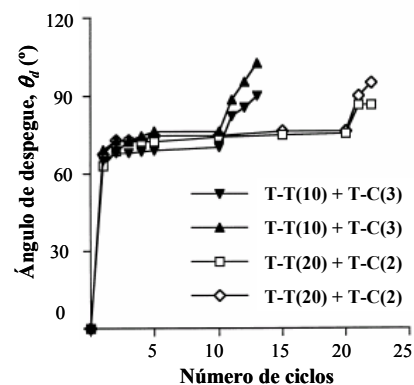


Figura 4. Evolución del tamaño del despegue.

En lo que a los ciclos T-C se refiere puede observarse, Figura 4, que la parte compresiva de dichos ciclos produce un notable crecimiento de los despegues ya existentes. En la sección siguiente se aporta una explicación de este hecho, basada en la Mecánica de Fractura de Grietas de Interfase y obtenida a partir de un modelo numérico del problema resuelto mediante el método de los elementos de contorno (MEC) [10].

3. ESTUDIO NUMÉRICO

3.1. Modelo de elementos de contorno

El modelo empleado, Figura 5, representa el caso de una grieta que progresa a lo largo de la interfase centrada en el eje 2 y creciendo simétricamente respecto a él ante la acción de una carga transversal [11]. El modelo permite el desarrollo de contacto entre las superficies despegadas de la interfase entre la fibra y la matriz. Las propiedades elásticas de los materiales (empleados en la parte experimental) se incluyen en la Figura 5.

Para caracterizar el problema desde el punto de vista de la Mecánica de Fractura de Grietas de Interfase, se usa el índice de liberación de energía, G [12]. Los valores de G obtenidos se presentan en forma adimensional [13] dividiendo los valores dimensionales por

$$G_0 = \left(\frac{1 + \kappa^m}{8\mu^m} \right) \sigma_0^2 a \pi .$$

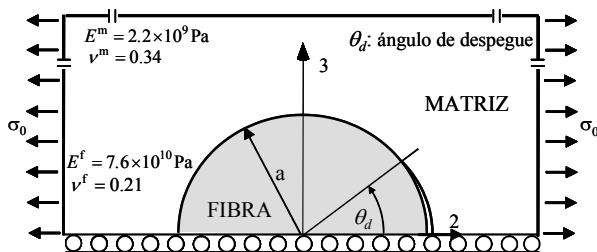


Figura 5. Modelo geométrico de fibra única.

3.2. Resultados numéricos

El primer paso en el estudio micromecánico de la generación del daño en los casos de carga cíclica T-T y T-C es la detección del origen del fallo. En base a los resultados del análisis del estado tensional de la interfase no dañada ante tracción transversal [14], puede suponerse un primer despegue θ_d aproximado de 5° de extensión y originado por la tensión radial.

Dado que las situaciones consideradas (carga cíclica T-T y T-C) involucran en ambos casos una primera fase de tracción, se estudia en primer lugar la evolución de G ante carga transversal de tracción del despegue inicial considerado, $\theta_d = 5^\circ$, a medida que crece a lo

largo de la interfase. Los resultados de este análisis, Figura 6, muestran una evolución en modo mixto hasta $\theta_d = 60^\circ - 70^\circ$, intervalo en el que G alcanza su máximo y se detecta la aparición de una zona de contacto cerca del fondo de grieta de tamaño físicamente relevante. En ese punto el crecimiento cambia a modo II puro.

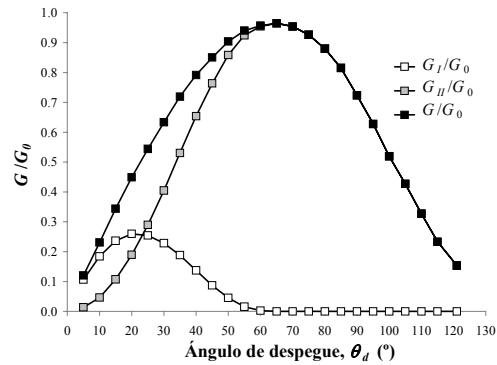


Figura 6. G frente a θ_d . Caso de tracción.

La zona de contacto detectada en el fondo de grieta para $\theta_d = 60^\circ$ crece a medida que lo hace la grieta de interfase [15]. En la Figura 7 se presenta un esquema ilustrando este hecho. Se consideran tres situaciones distintas: $\theta_d = 45^\circ$, cuando aún el código empleado no detecta contacto, $\theta_d = 60^\circ$, despegue para el que la amplitud de la zona de contacto detectada es de 0.25° y $\theta_d = 90^\circ$, con una extensión del contacto que alcanza los 12° .

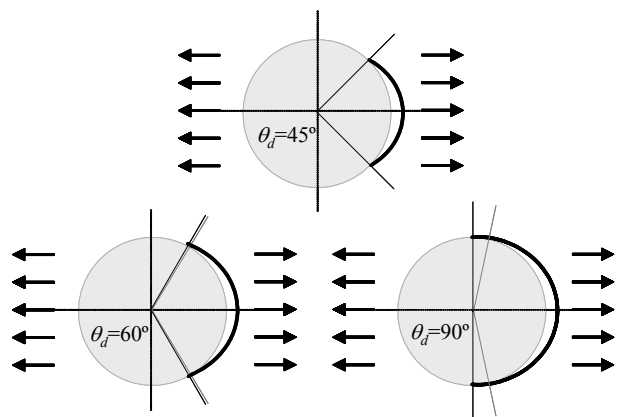


Figura 7. Morfología. Caso de tracción.

Para poder analizar la progresión del daño en modo mixto es necesario [16], tener una estimación del valor crítico de G , G_c , que depende de la evolución de la participación de los modos de fractura (mixicidad) y, consecuentemente en este caso, de la posición del fondo de grieta. En este estudio la evolución de G_c considerada está basada en la propuesta numérica de Hutchinson y Suo [17],

$$G_c(\psi_G) = G_{Ic}(1 + \tan^2(1 - \lambda)\psi_G) \quad (1)$$

donde G_{Ic} es la tenacidad a fractura en modo I de la interfase (asociada al mínimo valor de $G_c(\psi_G)$), ψ_G es el ángulo de fase local obtenido a partir de $\tan^2 \psi_G = G_{II} / G_I$, y λ , el parámetro de sensibilidad a los modos que refleja tanto la plasticidad en el fondo de grieta como la rugosidad de la interfase. Para este análisis se han elegido dos valores diferentes de λ (en el rango de los valores típicamente aceptables), $\lambda = 0.2$ y $\lambda = 0.25$.

La elección del valor apropiado de G_{Ic} para este problema, en ausencia de datos experimentales directos, está basada en la conclusión más importante de este trabajo, es decir: la parte compresiva de los ciclos T-C produce, después de la aplicación de tracción que genera un despegue cercano a $\theta_d = 70^\circ$, un crecimiento adicional del despegue. Por lo tanto, el valor de G_{Ic} que hace $G(\theta_d = 70^\circ) = G_c(\theta_d = 70^\circ)$ para el caso de compresión (para cada λ considerado), es el elegido para la determinación de la evolución de G_c en ambas partes de los ciclos: tracción y compresión.

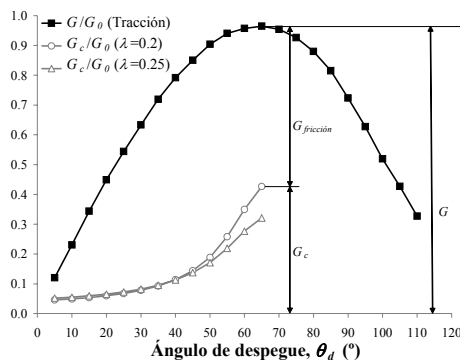


Figura 8. G y G_c frente a θ_d . Caso de tracción.

La comparación entre los valores para el caso de tracción de G y G_c (expresión (1)) frente a la posición del despegue θ_d se presentan en la Figura 8. Se observa que G es mayor que G_c en el rango de despegues considerados (hasta $\theta_d = 70^\circ$) para ambos valores de λ elegidos, por lo tanto, es esperable que se produzca un primer crecimiento inestable bajo la parte de tracción del ciclo. Esta predicción numérica de crecimiento inestable es absolutamente coherente con el comportamiento observado en los ensayos.

Se aprecia en la Figura 8 que la evolución de G_c ha sido truncada en $\theta_d = 65^\circ$. Esta decisión está basada en la ya comentada aparición de zona de contacto cercana al fondo de grieta de tamaño físicamente relevante. La

consecuencia de este hecho es el desarrollo de un término disipativo, $G_{fricción}$, generado a partir de la fricción presente en el contacto, que reduce la cantidad de energía disponible para que continúe el crecimiento de la grieta. Puede considerarse que el término disipativo, $G_{fricción}$, se suma a la tenacidad fractura, G_c , para componer una tenacidad a fractura “aparente”, $G_c^{aparente}$. La nueva condición de crecimiento de la grieta queda así expresada por:

$$G = G_c + G_{fricción} = G_c^{aparente} \quad (2)$$

Asumiendo que $G_{fricción}$ alcanza valores del mismo orden que la energía liberada por la propagación de la grieta [18, 19], la pendiente de $G_c^{aparente}$ aumenta rápidamente en cuanto el término disipativo aparece, lo que ocurre para $\theta_d = 60^\circ$. Los términos involucrados en la expresión (2) para el caso $\theta_d = 65^\circ$ se incluyen esquemáticamente en la Figura 8 ilustrando este razonamiento.

En base a lo anterior es lógico suponer que la propagación de la grieta ante tracción no es capaz de continuar de forma inestable mucho más allá de $\theta_d = 60^\circ$ (hasta 70° - 75°). Puede concluirse pues que el primer ciclo T-T, o la parte de tracción del primer ciclo T-C, producirá despegues que se propagarán hasta el entorno de $\theta_d = 70^\circ$. No hay apoyo numérico para que estas grietas sigan creciendo significativamente en ciclos posteriores de tracción (de igual valor de la carga aplicada). Estas conclusiones coinciden perfectamente con la información derivada de la evidencia experimental, Figura 4.

Considerando ahora la parte compresiva de los ciclos T-C, se procede a estudiar la evolución de una grieta de interfase ante compresión, utilizando el mismo modelo empleado en el caso de tracción, Figura 5. En la Figura 9 se representa la evolución de G del despegue inicial, $\theta_d = 5^\circ$, frente a su tamaño. Se observa un crecimiento inicial en modo II que cambia a modo mixto alrededor $\theta_d = 60^\circ$, coincidiendo de forma aproximada con el máximo valor de G . Para despegues mayores, $\theta_d = 120^\circ$, después de un máximo en modo I, el crecimiento cambia de nuevo a modo II.

Analizando la morfología de la grieta de compresión desde su tamaño inicial se observa la presencia en sus extremos de sendas “burbujas” [20], mientras que una zona de contacto se desarrolla en el centro de la grieta a medida que el daño crece. Esta “burbuja”, originada por la carga global aplicada que tiende a producir deslizamiento contrario a la dirección de deslizamiento local permitida [16], crece con la grieta, a continuación cambia su forma suavizando su pendiente en el entorno del vértice de la grieta y, finalmente, se cierra en

$\theta_d = 120^\circ$. Varios instantes de dicha evolución se presentan esquemáticamente en la Figura 10: $\theta_d = 40^\circ$ (extensión de la “burbuja” 1°), $\theta_d = 60^\circ$ (extensión de la “burbuja” 10°), $\theta_d = 75^\circ$ (extensión de la “burbuja” de 25°) y $\theta_d = 90^\circ$ (extensión de la “burbuja” de 40°). La comparación entre los casos de tracción y compresión (Figuras 7 y 10, respectivamente) muestra la muy diferente morfología generada en ambos casos para la grieta de interfase en $\theta_d = 60^\circ - 70^\circ$ (ángulo de conexión entre las partes de tracción y compresión del ciclo)

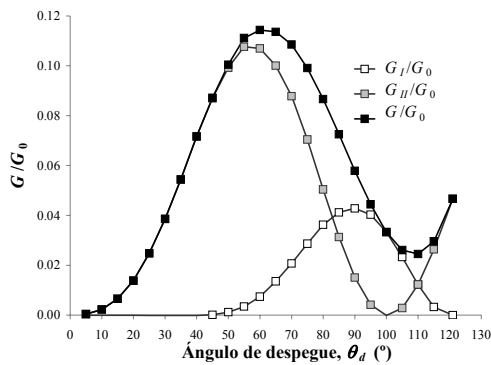


Figura 9. G frente a θ_d . Caso de compresión.

Para analizar numéricamente la capacidad de la parte compresiva de los ciclos T-C de aumentar el daño ya existente (originado por los ciclos previos T-T) y la parte de tracción de los ciclos T-C), es necesario comparar los valores de G con G_c (expresión (1)), obtenidos para el caso de compresión, en el rango de despegues de interés. De nuevo, como ocurría para el caso de tracción, G_c depende de la mixicidad a fractura en cada ángulo de despegue de la zona de interés, que comienza alrededor de $\theta_d = 60^\circ - 70^\circ$.

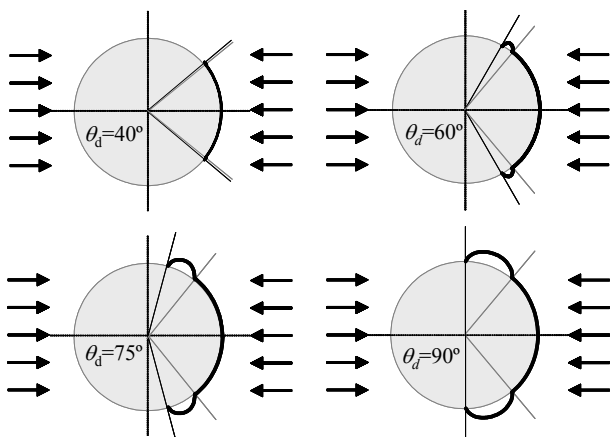


Figura 10. Morfología. Caso de compresión.

La comparación entre los valores de G y G_c (caso de compresión) se muestran en la Figura 11. De esta figura puede deducirse que, para un despegue inicial de

$\theta_d = 70^\circ$, la parte compresiva de un ciclo T-C provocará crecimiento inestable hasta una posición superior a $\theta_d = 90^\circ$. En cualquier caso se asume que la grieta no será capaz de crecer más allá de $\theta_d = 120^\circ$, debido a la zona de contacto que empieza a desarrollarse en esa posición del fondo de grieta y las consecuencias, anteriormente mencionadas, que la existencia de fricción en la zona de contacto tiene sobre las curvas G y G_c .

Las anteriores conclusiones están de acuerdo con los resultados experimentales (Figura 4) que muestran la capacidad del primer ciclo de compresión para hacer que la grieta crezca desde una posición estable después de los ciclos de tracción hasta el despegue final alrededor de $\theta_d = 90^\circ$.

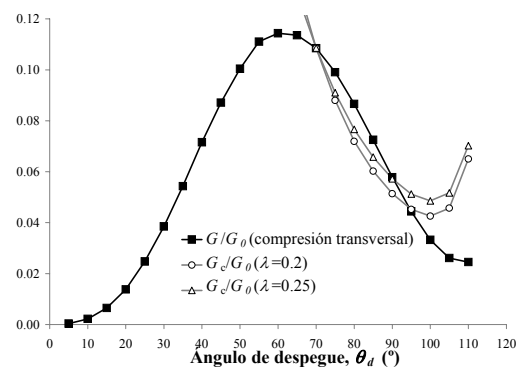


Figura 11. G y G_c frente a θ_d . Caso de compresión.

De acuerdo a las observaciones experimentales parece que la aplicación de ciclos posteriores de carga T-C produce incrementos en la longitud de los despegues (hasta un valor límite de $\theta_d = 110^\circ$). La explicación de este hecho podría estar relacionada con una posible propagación de la grieta, en el ensayo experimental, en diferentes puntos de la parte compresiva del ciclo de carga para cada ciclo T-C. Además, la presencia de fricción y los efectos dinámicos de la fatiga a bajo número de ciclos pueden también contribuir al crecimiento escalonado del despegue. En cualquier caso y, de nuevo, como se explicó anteriormente, el límite de crecimiento de la grieta de interfase está situado en el entorno de $\theta_d = 120^\circ$.

4. CONCLUSIONES

Se han identificado los mecanismos de daño a nivel micromecánico asociados al peor comportamiento ante carga cíclica T-C, de los laminados de material compuesto que contienen láminas transversales, en comparación con su respuesta ante la carga cíclica T-T. Experimentalmente, fabricando y ensayando probetas de una sola fibra, se ha cuantificado el daño producido por los ciclos T-C, aplicados sobre probetas que habían

sido previamente sometidas a ciclos T-T que las situaban en una configuración de daño estable.

Se ha desarrollado un modelo de elementos de contorno de una sola fibra, empleándose parámetros de la mecánica de la fractura de grietas de interfase para analizar el origen y la propagación del daño en la interfase fibra-matriz. Los resultados obtenidos coinciden con la evidencia experimental y aportan explicaciones micromecánicas para el diferente comportamiento ante ciclos T-T frente a los ciclos T-C.

Los resultados obtenidos permiten concluir que un ciclo T-T provoca crecimiento inestable de un despegue inicial centrado en 0° hasta $\theta_d = 60^\circ-70^\circ$. La existencia de una zona de contacto en el fondo de grieta físicamente relevante origina el cambio a crecimiento estable y, en consecuencia, la aplicación subsiguiente de T-T iguales al primero no produce ningún incremento de daño considerable. La parte compresiva de los ciclos T-C abre la zona de contacto en el fondo de grieta desarrollada en la etapa anterior. En estas circunstancias es posible que la grieta en $\theta_d = 60^\circ-70^\circ$ crezca inestablemente hasta una posición límite de $\theta_d = 120^\circ$, donde aparece de nuevo zona de contacto en el fondo de la misma.

Los estudios experimentales y numéricos mostrados podrían ser utilizados para cuantificar leyes de crecimiento a nivel micromecánico para fatiga a alto número de ciclos. Un enfoque de este tipo tiene la capacidad de poder predecir el inicio de la rotura transversal.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento al Dr. Sjögren por su ayuda durante el desarrollo de los ensayos experimentales.

REFERENCIAS

[1] Gamstedt, E.K. y Sjögren, B.A., "Micromechanisms in tension-compression fatigue of composite laminates containing transverse plies", *Comp Sci Tech*, 59(2), pag. 167-178, 1999.

[2] París, F., Correa, E., Cañas J., "Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials", *Comp Sci Tech*, 63(7), pag. 1041-1052, 2003.

[3] París F., Correa, E., Mantič, V., "Study of kinking in transversal interface cracks between fibre and matrix", *J Appl Mech*, (en impresión).

[4] Ryder, J.T., Walker, E.K., "Effect of compression on fatigue properties of a quasi-isotropic graphite/epoxy system", *Fatigue of Filamentary Composite Materials*, K. L. Reifsnider y K. N. Lauraitis eds, STP 636, American Society for

Testing and Materials, Philadelphia, pag. 3-26, 1977.

[5] Gathercole, N., Reiter, H., Adam, T., Harris, B., "Life prediction for fatigue of T800/5245 carbon-fibre composites: I. Constant-amplitude loading", *Int J Fatigue*, 16(8), pag. 523-532, 1994.

[6] Nyman, T., "Composite fatigue design methodology: a simplified approach", *Compos Struct*, 35(2), pag. 183-194, 1996.

[7] Rotem, A., Nelson, H.G., "Failure of a laminated composite under tension—compression fatigue loading", *Comp Sci Tech*, 36(1), pag. 45-62, 1989.

[8] El Kadi, H., Ellyin, F., "Effect of stress ratio on the fatigue of unidirectional glass fibre/epoxy composite laminae", *Composites*, 25(10), pag. 917-924, 1994.

[9] Zhang, H., Ericson, M.L., Varna, J., Berglund, L.A., "Transverse single-fibre test for interfacial debonding in composites: I. Experimental observations", *Comp. Part A*, 28(4), pag. 309-315, 1997.

[10] París, F., Cañas, J., *Boundary Element Method. Fundamentals and Applications*, Oxford University Press, 1997.

[11] París, F., del Caño, J.C., Varna, J., "The fiber-matrix interface crack-A numerical analysis using Boundary Elements", *Int J Fract*, 82(1), pag. 11-29, 1996.

[12] Irwin, G.R., "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", *J Appl Mech*, 24, pag. 361-364, 1957.

[13] Toya, M., "A crack along the interface of a circular inclusion embedded in an infinite solid. *J Mech Phys Solids*", 22, pag. 325-348, 1974.

[14] Goodier, J.N., "Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws", *Appl Mech*, 55(7), pag. 39-44, 1933.

[15] Correa, E., Mantič, V., París, F., "BEM modelling of micromechanical interface cracks in composite materials", R. Gallego y M.H. Aliabadi eds., *Advances in Boundary Element Techniques IV*, Granada, pag. 125-130, 2003.

[16] Mantič, V., Blázquez, A., Correa, E. and París, F., "Analysis of interface cracks with contact in composites by 2D BEM", *Fracture and Damage of Composites*, M. Guagliano y M.H. Aliabadi eds., WIT Press, 189-248, 2006.

[17] Hutchinson, J.W., Suo, Z., "Mixed mode cracking in layered materials", *Advances in Applied Mechanics*, J.W. Hutchinson y T.Y. Wu, eds., Academic Press, Nueva York, 29, pag. 63-191, 1992.

[18] Sun, C.T. y Qian, W., "A treatment of interfacial cracks in the presence of friction", *Int J Fract*, 94, pag. 371-382, 1998.

[19] Stringfellow, R.G. y Freund, L.B., "The effect of interfacial friction on the buckle-driven spontaneous delamination of a compressed thin film", *Int J Solids Struct*, 30, pag. 1379-1395, 1993.

[20] Comninou, M., "The interface crack in a shear field", *J App Mech*, 45, pag. 287-290, 1978.