

MECÁNICA DE LA FRACTURA DE GRIETAS DE INTERFASE. APLICACIÓN AL ESTUDIO DEL FALLO ENTRE FIBRAS A COMPRESIÓN DE MATERIALES COMPUESTOS

F. París, E. Correa, V. Mantič

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla,
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla, España.
E-mail: paris@esi.us.es, correa@esi.us.es, mantic@esi.us.es
Tfno: 954 48 73 00. Fax: 954 46 16 37

RESUMEN

La Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase constituye una herramienta excelente para caracterizar la aparición y el desarrollo del daño en los materiales compuestos. En este trabajo se presenta una revisión de la situación actual de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase incluyendo los dos modelos existentes (abierto y de contacto), que representan el estado tensional en el entorno del fondo de la grieta. Estos conceptos se aplican, en un apartado posterior, al estudio, a nivel micromecánico, del fallo de la matriz (o entre fibras) a compresión, intentando con ello buscar una explicación para el ángulo de rotura que se observa experimentalmente a nivel macromecánico. El análisis numérico de esta aplicación es realizado con el Método de los Elementos de Contorno estudiando el origen y crecimiento de las grietas de interfase, así como su cambio de propagación hacia la matriz.

ABSTRACT

Interfacial Fracture Mechanics constitutes an excellent tool to characterize the appearance and growth of damage in Composite Materials. First, a review of the current situation of Interfacial Fracture Mechanics including the two existing models (open model and contact model) that represent the stress state at the neighbourhood of an interfacial crack tip is presented. Then, these concepts are applied to the study of the matrix/inter-fibre failure under compression at micromechanical level, aiming to find an explanation for the experimentally observed macromechanical angle of failure. The numerical analysis of this application is performed using the Boundary Element Method studying the origin and growth of the interface cracks, as well as their kinking into the matrix.

ÁREAS TEMÁTICAS PROPUESTAS: Fractura de Materiales Compuestos.

PALABRAS CLAVE: Grietas de Interfase, Método de los Elementos de Contorno, Criterios de Fallo de Materiales Compuestos.

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de la Fractura aplicada a grietas de interfase es una parcela de enorme interés sobre la que se ha trabajado mucho en los últimos años, aunque todavía se trate de una disciplina en vías de desarrollo. Los primeros trabajos [1-3] dieron pie a importantes contribuciones; un esbozo de algunos resultados relevantes de ellas se presenta en la Sección 2 de este trabajo, y para más detalles véase [4].

Existen dos modelos elástico-lineales para el estudio de las grietas de interfase: el modelo abierto y el modelo de contacto. Mientras que el modelo abierto [1-3, 5-6] supone que la grieta permanece abierta en una zona adyacente al fondo de la misma durante todo el análisis, el modelo de contacto [7, 8] considera que, ante la aplicación de carga, los labios de la grieta contactan en una zona adyacente al fondo de la grieta.

Cada modelo se emplea cuando los materiales, la geometría y las cargas de cada caso concreto, hacen de uno u otro modelo el más apropiado en esa aplicación. En

cualquier caso, hay situaciones [9, 10] en las cuales se requieren ambos modelos.

La aplicación particular considerada en este trabajo, Sección 3, se corresponde con grietas que aparecen en la interfase fibra-matriz de los materiales compuestos fibrosos cuando se les aplica una carga de compresión en la dirección perpendicular a las fibras, originando el *fallo de la matriz*, también llamado *fallo entre fibras*, a compresión. El análisis de este problema se ha realizado con el Método de los Elementos de Contorno (MEC), ya que en este caso concreto intervienen aspectos tales como singularidad del estado tensional en el contorno y contacto entre contornos, que hacen del MEC la herramienta numérica más adecuada.

2. MODELOS DE MECÁNICA DE LA FRACTURA DE GRIETAS DE INTERFASE

Consideremos una *grieta de interfase* entre dos materiales homogéneos elásticos lineales, perfectamente unidos

a lo largo del resto de la interfase y sometidos a un estado de deformación plana.

El parámetro β de Dundurs [11], que caracteriza el bimaternal, puede definirse como:

$$\beta = \frac{\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)}, \quad (1)$$

donde $G_k = E_k/2(1+\nu_k)$ es el módulo de cizalladura, $\kappa_k = 3-4\nu_k$, siendo E_k el módulo de Young y ν_k el coeficiente de Poisson del material, $k=1,2$.

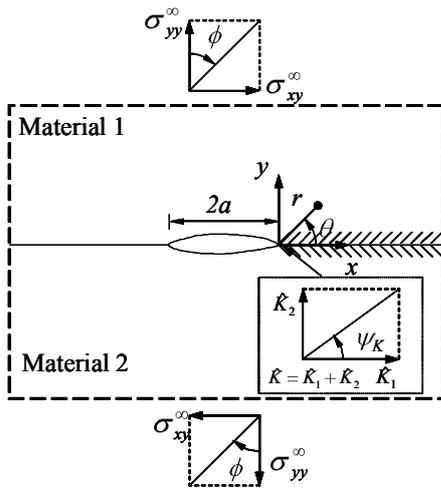


Figura 1. Configuración de un problema con grieta de interfase abierta.

2.1. Modelo abierto

Suponiendo que los labios de la grieta están libres de tensiones cerca del fondo de la grieta, figura 1, en base al desarrollo asintótico de la solución elástica lineal en este modelo, llevada a cabo por Williams [1] y Rice [5], las tensiones singulares actuantes en la parte pegada de la interfase pueden aproximarse para $r \rightarrow 0$ (siendo r la distancia desde el fondo de grieta) por:

$$(\sigma_{yy} + i\sigma_{xy})_{\theta=0} = (\sigma_{yy}^{sing} + i\sigma_{xy}^{sing})_{\theta=0} = \frac{\hat{K}(r/l)^\varepsilon}{\sqrt{2\pi r}}, \quad (2)$$

donde $i = \sqrt{-1}$, ε es el índice de oscilación de la grieta de interfase, $\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta}$, $|\varepsilon| \leq 0.175$, l es una longitud de referencia, y $\hat{K} = \hat{K}_1 + i\hat{K}_2 = |\hat{K}|e^{i\psi_K}$ el Factor de Intensidad de Tensiones complejo (FIT) que depende de la geometría y la carga aplicada. El término $r^{i\varepsilon} = \cos(\varepsilon \ln r) + i\sin(\varepsilon \ln r)$ es el responsable del comportamiento oscilatorio de cada componente del vector tensión en el entorno del fondo de la grieta. En el

caso $\beta = \varepsilon = 0$, (2) representa la solución singular de una grieta en un material homogéneo.

Los desplazamientos relativos entre los labios de la grieta $\Delta u_i(r) = u_i(r, \theta = \pi) - u_i(r, \theta = -\pi)$ pueden aproximarse, para $r \rightarrow 0$, por:

$$\Delta u_y + i\Delta u_x = \frac{8}{1+2i\varepsilon} \frac{\hat{K}(r/l)^\varepsilon}{\cosh(\pi\varepsilon)E^*} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}, \quad (3)$$

donde $E^* = 2E_1E_2/(E_1+E_2)$ es el módulo de Young promedio, siendo $E'_k = E_k/(1-\nu_k^2)$.

El ángulo local de fase ψ_K es una medida l -dependiente de la mixicidad de los modos de fractura, de tal forma que para $r \rightarrow 0$:

$$\tan\left(\psi_K + \varepsilon \ln \frac{r}{l}\right) \cong \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{yy}}(r, \theta = 0), \quad (4)$$

lo que implica que la relación σ_{xy}/σ_{yy} oscila periódicamente con $\ln(r/l)$ para $\varepsilon \neq 0$. Para el caso de bimaternal con $\varepsilon = 0$ esta relación es constante, como en un material homogéneo, reduciéndose (4) a la conocida expresión $\tan \psi_K = K_{II}/K_I$.

En lo que se refiere al enfoque energético de la Mecánica de la Fractura de grietas de interfase, el Índice de Liberación de Energía total de una grieta que se propaga por la interfase, G , puede ser evaluado mediante la técnica clásica del cierre de grieta [12]:

$$G(\Delta a) = G_I(\Delta a) + G_{II}(\Delta a) = \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_{\alpha\alpha}(r,0)\Delta u_{\alpha\alpha}(\Delta a-r)dr \quad (\alpha = y, x). \quad (5)$$

La relación anterior converge para $\Delta a \rightarrow 0$ y puede obtenerse una relación tipo Irwin, en función del FIT complejo, de G [3]:

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} G(\Delta a) = \frac{|\hat{K}|^2}{\cosh^2(\pi\varepsilon)E^*}. \quad (6)$$

En este caso G depende sólo del módulo $|\hat{K}|$ y no de ψ_K . Una consecuencia del carácter oscilatorio de la solución singular en el entorno del fondo de la grieta es que $G_I(\Delta a)$ y $G_{II}(\Delta a)$ oscilan también y, consecuentemente, su límite no existe para $\Delta a \rightarrow 0$. Además, el ángulo de fase ψ_G ,

$$\tan^2 \psi_G = \frac{G_{II}(\Delta a)}{G_I(\Delta a)}, \quad (7)$$

definido mediante el cociente de las componentes individuales de $G(\Delta a)$, varía periódicamente con el $\ln \Delta a/l$.

La siguiente relación fundamental entre ψ_G y ψ_K :

$$\cos 2\psi_G = F(\varepsilon) \cos(2(\psi_K + \psi_0(\Delta a/l, \varepsilon))), \quad (8)$$

fue obtenida en [13], la función amplitud es $F(\varepsilon) = 1 + (\pi^2/3 - 2)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^4)$, siendo mayor que 1 para $\varepsilon \neq 0$, y el ángulo de desfase $\psi_0(\Delta a/l, \varepsilon) = \varepsilon \ln(\Delta a/4el) + (\zeta(3) + 4/3)\varepsilon^3 + O(\varepsilon^5)$, $e \doteq 2.718$ es la base del logaritmo natural y $\zeta(3) \doteq 1.202$ es la constante de Apéry. La relación (8) permite caracterizar el modo mixto de propagación de una grieta de interfase mediante el enfoque del FIT y el enfoque energético de manera alternativa.

2.2. Modelo de contacto

Suponiendo una zona de contacto sin fricción entre los labios de la grieta cerca del fondo de la grieta de interfase, las tensiones singulares, de acuerdo al desarrollo asintótico de Comninou [7], que actúan en el entorno del fondo de la grieta, figura 2, pueden expresarse como:

$$\sigma_{xy}(r, 0) = \frac{K_{II}^C}{\sqrt{2\pi r}}, \quad \sigma_{yy}(r, \pm\pi) = -\frac{\beta K_{II}^C}{\sqrt{2\pi r}} \leq 0, \quad (9)$$

para $r \rightarrow 0$. La desigualdad en (9) implica que $\beta K_{II}^C \geq 0$.

El deslizamiento relativo entre las caras de la grieta $\Delta u_x(r) = u_x(r, \theta = \pi) - u_x(r, \theta = -\pi)$ puede expresarse para $r \rightarrow 0$, de acuerdo al desarrollo asintótico [7], como:

$$\Delta u_x(r) = \frac{8K_{II}^C}{\cosh^2(\pi\varepsilon)E^*} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}, \quad (10)$$

existiendo sólo una dirección (independiente de la carga) de deslizamiento relativo permitida cerca del fondo de la grieta, la definida por $\beta \Delta u_x \geq 0$.

Considerando la expresión análoga a (5), y teniendo en cuenta que aquí $G_I^C(\Delta a) = 0$, puede obtenerse la siguiente expresión de G de la grieta de interfase con contacto sin fricción:

$$G^C = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} G_{II}^C(\Delta a) = \frac{(K_{II}^C)^2}{\cosh^2(\pi\varepsilon)E^*}. \quad (11)$$

Cuando la carga tangencial es compatible con la dirección intrínsecamente permitida de deslizamiento, de-

pendiendo del signo de β según la condición $\beta \Delta u_x \geq 0$, puede aparecer una zona de contacto relativamente grande en el entorno del fondo de la grieta. Sin embargo, cuando la carga tiende a originar un deslizamiento en dirección opuesta a la permitida aparecerá sólo una zona de contacto extremadamente pequeña, típicamente de tamaño subatómico, figura 3.

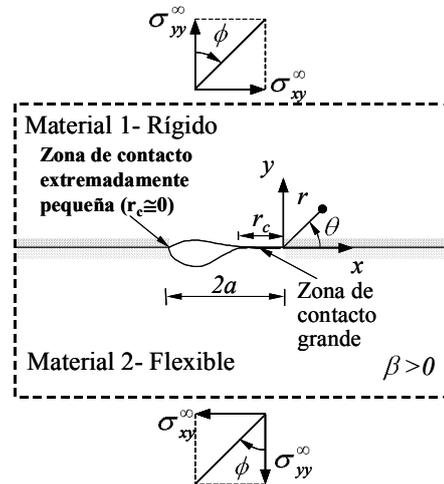


Figura 2. Grieta de interfase sometida a tracción y/o tensión tangencial, con una zona de contacto grande y otra extremadamente pequeña.

Rice [5] introdujo el concepto de zona de contacto a pequeña escala (*Small Scale Contact zone*, SSC) para caracterizar situaciones cuando la zona de contacto adyacente al fondo de una grieta de interfase predicha por el modelo de contacto, o de manera equivalente la zona de oscilaciones de tensiones e interpenetraciones de los labios predicha por el modelo abierto, son suficientemente pequeñas en comparación con la mínima longitud característica del espécimen (la longitud de la grieta, el espesor de una lámina adyacente, etc.). Si se cumplen las condiciones SSC entonces el modelo abierto se puede considerar como adecuado para caracterizar la propagación de una grieta de interfase. De acuerdo a lo explicado y en referencia a las figuras 2 y 3, el modelo abierto es adecuado para el estudio de una posible propagación de la grieta en su extremo izquierdo y el modelo de contacto en su extremo derecho.

3. PROPAGACIÓN DE GRIETAS DE INTERFASE Y CAMBIO DE DIRECCIÓN

Una grieta de interfase puede crecer propagándose por la interfase o puede cambiar de dirección abandonando la misma. Dependiendo de la carga y de la asimetría de propiedades de los materiales situados a ambos lados de la interfase, la grieta puede tener una fuerte tendencia a abandonar la interfase y penetrar en uno de los dos materiales, propagándose en muchas ocasiones aproximadamente en Modo I después del cambio de dirección. La competición entre estas dos posibilidades puede ser formulada en términos energéticos comparando los

índices de liberación de energía asociados a un nivel de carga, G_c^{int} y G_c^{kink} , con las tenacidades a fractura para la extensión a lo largo de la interfase G_c^{int} y el cambio de dirección G_c^{kink} [6, 15]:

$$\frac{G_c^{int}}{G_c^{int}} > \frac{G_c^{kink}}{G_c^{kink}} \Rightarrow \text{extensión} \quad \frac{G_c^{int}}{G_c^{int}} < \frac{G_c^{kink}}{G_c^{kink}} \Rightarrow \text{cambio de dirección de propagación.} \quad (12)$$

Hay que destacar que G_c^{kink} corresponde a un ángulo de cambio de dirección θ_{kink} predicho por un criterio,

siendo una opción operativa el criterio de Máxima Tensión Circunferencial (Criterio MTC):

$$\max_{\theta} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \sigma_{\theta\theta}(r, \theta_{kink}), \quad r \rightarrow 0. \quad (13)$$

Cuando G_c^{int} es relativamente pequeño, la primera desigualdad en (12) implica que la grieta puede quedar atrapada en la interfase, como una superficie débil, y propagarse a lo largo de ella, sin penetrar en ninguno de los dos materiales.

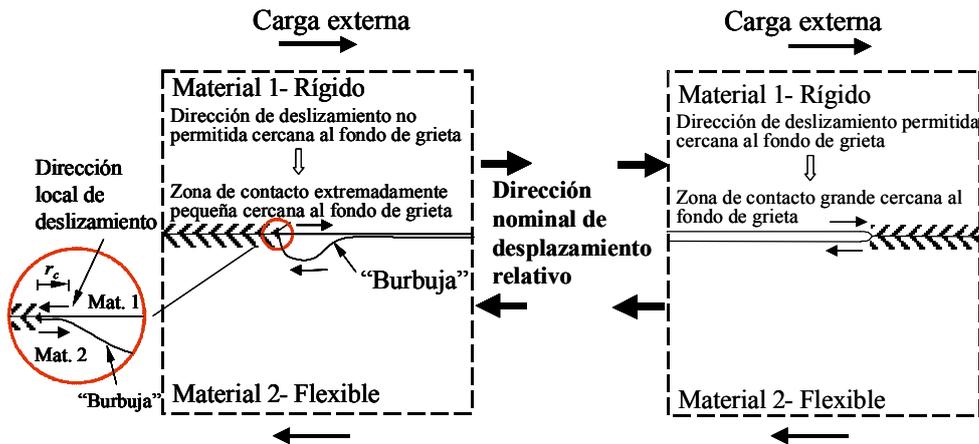


Figura 3. Direcciones de deslizamiento intrínsecamente permitidas y no permitidas cerca de una interfase cerrada en el fondo de grieta.

3.1. Propagación de una grieta de interfase bajo las condiciones SSC

La grieta de interfase se propagará bajo un modo de fractura mixto, actuando por delante de la grieta tanto tensiones normales como tangenciales según (2), si se cumplen las condiciones SSC. En tales situaciones, es preciso medir G_c^{int} como una función de ψ_K . Una fuerte dependencia de la tenacidad a fractura de la interfase con respecto a la mixicidad de los modos de fractura ha sido observada en muchos experimentos, ajustándose razonablemente a los ensayos la ley empírica [6]:

$$G_c^{int}(\psi_K) = G_1(1 + \tan^2(1 - \lambda \cdot \psi_K)). \quad (14)$$

Determinando experimentalmente $G_c^{int}(\psi_K)$, el criterio para el crecimiento de una grieta a lo largo de la interfase puede ser escrito como:

$$G_c^{int} = G_c^{int}(\psi_K). \quad (15)$$

La función $G_c^{int}(\psi_K)$ de tenacidad es una propiedad de la interfase y es independiente de la geometría del espécimen y de la carga. Este hecho, unido a la mixicidad de los modos asociada a una grieta de interfase, complica sustancialmente la Mecánica de la Fractura aplicada a grietas de interfase desde un punto de vista ingenieril, más quizás que el carácter oscilatorio del campo elástico asociado al modelo abierto.

En referencia a la grieta incipiente que ha abandonado la interfase y ha penetrado en un material es preciso mencionar que: *i)* la predicción del ángulo θ_{kink} por el criterio MTC varía para $r \rightarrow 0$ (r el radio de la circunferencia donde es maximizado), *ii)* el índice de la energía liberada total $G_c^{kink}(\theta_{kink}, b)$ y sus componentes asociados a la grieta incipiente varían para $b \rightarrow 0$ (b la longitud de la misma) [15], no existiendo un límite ni para θ_{kink} ni para $G_c^{kink}(\theta_{kink}, b)$. Dichas variaciones se deben al carácter oscilatorio de la solución elástica lineal en el entorno del fondo de la grieta. Estos hechos dificultan la predicción del cambio de dirección de una grieta de interfase propagándose bajo las condiciones de SSC, siendo necesario suponer algunos valores característicos para r y b .

3.2. Propagación de una grieta de interfase cerrada en una zona adyacente al fondo de la misma

En presencia de una zona de contacto (sin fricción) físicamente relevante y adyacente al fondo de la grieta de interfase, la mixicidad de la solución singular desaparece, y la tenacidad a fractura se define mediante un único valor $G_c^{int,C}$. El criterio de crecimiento toma pues la siguiente expresión:

$$G^{int,C} = G_c^{int,C} \quad (16)$$

Aunque no explícitamente indicado, el valor de $G^{int,C}$ es enteramente debido al Modo II.

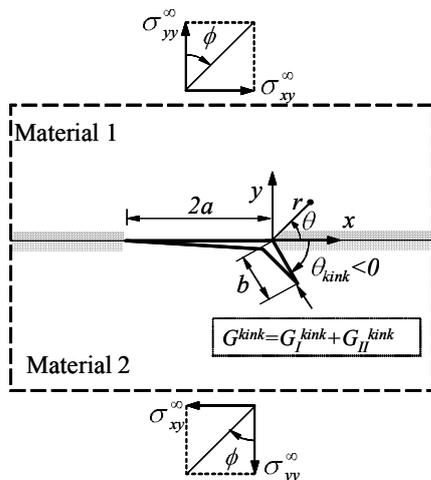


Figura 4. Cambio de dirección de la grieta de interfase.

Dado que las tensiones normales $\sigma_{\theta\theta}$ del campo asintótico singular de la solución de Comninou son negativas para todos los ángulos θ dirigidos hacia el material más rígido (material 1 para $\beta > 0$), en caso de que haya cambio de dirección éste solamente se podrá producir para que la grieta penetre en el material más flexible. Aplicando el criterio MTC al término asintótico de Comninou [7] se obtiene la siguiente predicción de θ_{kink} [4, 10]:

$$\theta_{kink} = -2 \operatorname{sgn}(\beta) \arccos \sqrt{\frac{2+|\beta|}{3+|\beta|}}; \text{ para } \beta \neq 0 \quad (17)$$

El rango de los ángulos predichos de cambio de dirección de propagación es $64.6^\circ \leq |\theta_{kink}| \leq 70.5^\circ$

En referencia al hecho de que la grieta se desvíe de la interfase penetrando en el material más flexible, Leblond y Frelat [16] han dado una explicación mecánica simple e ilustrativa. La explicación basada en las condiciones de la solución local de Comninou $\beta K_{II}^C \geq 0$ y $\beta \Delta u_x \geq 0$ está mostrada esquemáticamente en la figura

5. En las dos situaciones posibles representadas se observa que si la grieta cambia de dirección como se indica en la figura, los desplazamientos relativos tienden a abrir la parte de la grieta orientada en la nueva dirección. Sin embargo, si se desvía con un ángulo θ_{kink} de signo contrario al indicado, dichos desplazamientos tenderían a cerrar la misma, y por tanto no es esperable que se produzca.

Después del cambio de dirección de propagación, la grieta incipiente corresponde a una grieta en un material homogéneo abierta en la zona adyacente a su fondo, existiendo los límites de las componentes del índice de liberación de energía asociados a la grieta incipiente:

$$G_m^{kink}(\theta_{kink}) = \lim_{b \rightarrow 0} G_m^{kink}(\theta_{kink}, b) \quad (m=I, II) \quad (18)$$

4. APLICACIÓN: COMPRESIÓN NORMAL A LAS FIBRAS EN MATERIALES COMPUESTOS

4.1. Introducción

Aunque los materiales compuestos se diseñan normalmente para trabajar en la dirección de las fibras, pueden darse situaciones en las que intervengan cargas transversales (ej. problemas de impacto) en las cuales es posible que se produzca el fallo de la matriz o fallo entre fibras. El estudio del caso particular de este fallo ante cargas de tracción, siguiendo el enfoque de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase, se encuentra recogido en [4, 10, 15 y 16].

El estudio del caso equivalente de compresión, que se pretende acometer en este trabajo, presenta características particulares que, si bien no impiden utilizar las mismas herramientas de análisis que para el caso de tracción, lo convierten en un problema más complejo. La evidencia experimental para este caso, figura 6, muestra que especímenes ensayados ante compresión transversal presentan un ángulo de rotura de aproximadamente 53° (medido desde la perpendicular a la dirección de la carga aplicada), no existiendo, a priori, una explicación macromecánica para que el valor de este ángulo sea distinto de 45° . Este hecho también ha sido comentado por otros autores (ver por ejemplo Puck [19]). El trabajo que aquí se desarrolla intenta buscar una explicación micromecánica para este hecho experimental utilizando para ello un modelo de Elementos de Contorno de fibra única (modelo MEC) y basándose en el enfoque energético de la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase.

4.2. Propagación de la grieta a través de la interfase

En el estudio previo realizado para el caso de tracción [4, 10, 15 y 16] el inicio del fallo se centraba en la interfase fibra matriz, donde aparecían los primeros despegues que daban lugar a grietas que se propagaban a

través de la interfase, posteriormente continuando a través de la matriz y finalmente coalesciendo para dar lugar a macrogrietas en el material. En el que caso que aquí se presenta también se busca el origen del fallo en la interfase fibra-matriz por lo que se ha realizado un estudio analítico, figura 7, (Goodier [20]) del estado tensional alrededor de la fibra cuando aún no existe daño. El estudio revela la existencia de zonas de máxima tensión tangencial centradas en $\alpha=45^\circ+n90^\circ$

($n=0,1,2,3$), que podrían ser el origen de los primeros despegues, mientras que las tensiones radiales tienen carácter compresivo alrededor de casi toda la fibra salvo una pequeña concentración de tracciones de bajo nivel que se localiza en $\alpha=0^\circ$ y 180° (las tensiones tangenciales máximas son del orden de 7.5 veces mayores que las tracciones máximas).

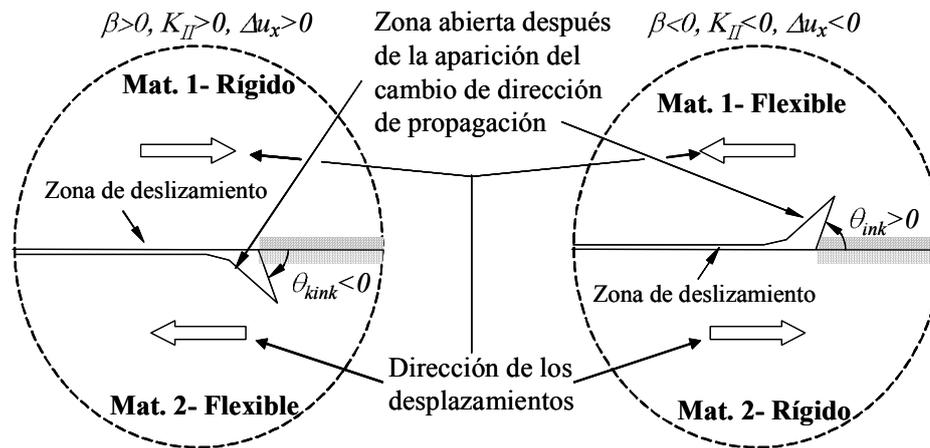


Figura 5. Tendencia de apertura de la grieta en la nueva dirección en dos posibles situaciones.

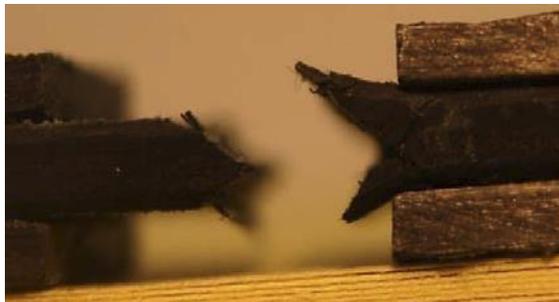


Figura 6. Vista micromecánica del fallo entre fibras ante compresión transversal.

En base a lo anterior se considera un despegue inicial de 10° centrado en $\alpha=135^\circ$ cuya evolución a través de la interfase pretende ser estudiada. Para ello se realiza un modelo MEC, figura 8a, que, bajo la hipótesis de deformación plana, es capaz de estudiar el crecimiento del despegue inicial a través de la interfase, considerando el contacto que puede aparecer entre ambas caras de la grieta. El estudio numérico se ha realizado en base a un sistema fibra de vidrio-matriz epoxy con las siguientes características:

- Coeficiente de Poisson de la fibra: $\nu^f=0.22$
- Coeficiente de Poisson de la matriz: $\nu^m=0.33$
- Módulo de Young de la fibra: $E^f=7.08 \times 10^{10}$ Pa

- Módulo de Young de la matriz: $E^m=2.79 \times 10^9$ Pa
- Radio de la fibra, $a=7.5 \times 10^{-6}$ m
- Compresión exterior aplicada, σ_0

Los resultados de este trabajo se presentan en forma adimensional, consiguiéndose esta adimensionalización (en base a [21]) para el caso del índice de liberación de la energía, G , dividiendo por $G_0 = \left(\frac{1 + \kappa^m}{8\mu^m} \right) \sigma_0^2 a \pi$, donde $\kappa^m = 3 - 4\nu^m$, siendo ν^m el módulo de cizalladura de la matriz.

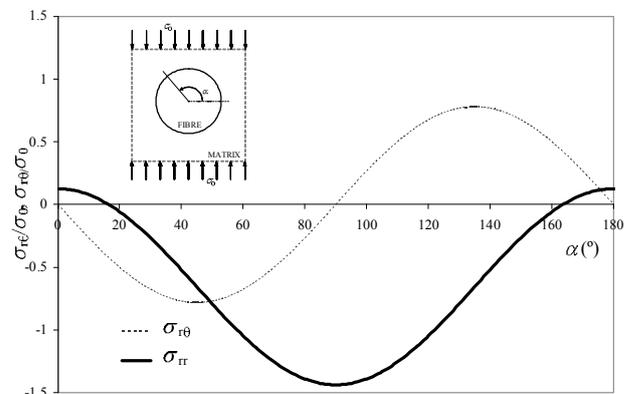


Figura 7. $\sigma_{\tau r}$ y $\sigma_{\tau \theta}$ en la interfase fibra-matriz no dañada.

El análisis con el modelo MEC (a) del despegue original determina la aparición de una “burbuja” en el fondo de grieta inferior ($\alpha=140^\circ$) mientras el resto de la grieta permanece en contacto, figura 9, lo que resulta coherente con la teoría antes presentada (Sección 2.2). Por otro lado, el cálculo de G en ambos fondos de la grieta, de acuerdo a la expresión (5) y empleando para ello la integración de Simpson, tabla 1, muestra un comportamiento en Modo II puro de valor comparable en ambos casos (el signo negativo de $G_I(\alpha=140^\circ)$ tiene su explicación en el diferente signo de tensiones y desplazamientos relativos en parte del intervalo de integración, ver [4, 13]). Ambos aspectos en su conjunto llevan a pensar que, de producirse, la propagación de la grieta inicial ocurriría por su extremo inferior. Haciendo crecer, a continuación, la grieta por su fondo inferior y empleando el mismo procedimiento anterior se desarrolla un proceso iterativo cuyas conclusiones muestran que el crecimiento de la grieta se produce, para todas etapas de crecimiento consideradas, por su fondo inferior. En dicho análisis se observa que la burbuja que aparece inicialmente en el fondo inferior aumenta a medida que la grieta crece hasta llegar a una posición $\alpha=204^\circ$ (figura 10), donde se detecta la aparición de contacto en una zona adyacente al fondo inferior de la grieta, mientras que la zona de contacto que se detectaba en el fondo superior también crece a medida que lo hace la grieta.

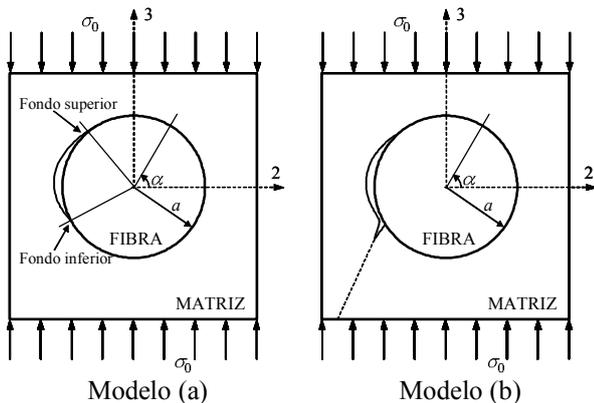


Figura 8. Modelos de fibra única empleados: a) Grieta de interfase, b) Grieta de interfase en fase de propagación a través de la matriz.

Es importante señalar que, al tratarse éste de un problema de contacto con retroceso, el nivel de carga aplicada no afecta al tamaño de la zona de contacto detectada.

$\alpha(^{\circ})$	130°	140°
G_I/G_0	2.85e-5	-8.56e-5
G_{II}/G_0	2.46e-2	2.47e-2

Tabla 1. Valores de G_I y G_{II} para los fondos de grieta del despegue original.

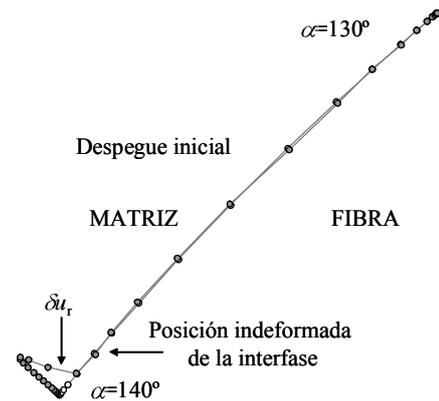


Figura 9. δu_t de la grieta inicial.

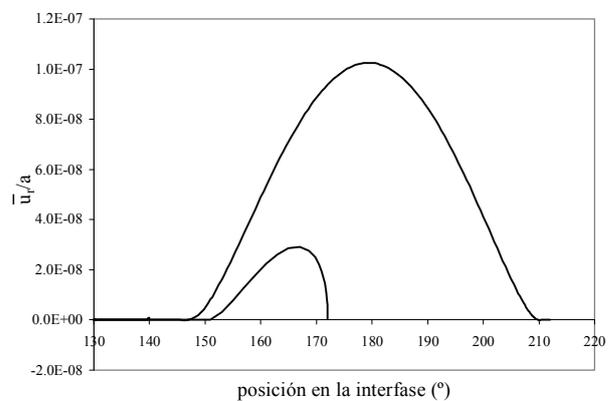


Figura 10. Evolución de δu_t para diferentes grietas de interfase.

En la figura 11 están representadas las evoluciones de G , G_I y G_{II} del fondo inferior de la grieta con el crecimiento de la misma. De esta figura puede observarse que G_I , prácticamente inexistente en la grieta original, aumenta con el tamaño de ésta hasta alcanzar su máximo alrededor de $\alpha=180^\circ$, punto a partir del cual disminuye hasta desaparecer (alrededor de los 204°), coincidiendo con el inicio de contacto en el fondo inferior de la grieta que hasta el momento había desarrollado la burbuja que inicialmente se origina. G_{II} , muy importante en los primeros pasos del crecimiento de la grieta, disminuye a medida que el Modo I aumenta, presentando su mínimo poco después de que el Modo I alcance su máximo. A partir de este momento el Modo II comienza a crecer de nuevo, reforzado por la aparición del contacto en el fondo de grieta; un interesante cambio en el signo de las tensiones tangenciales por delante de la grieta es observado en este momento, lo que estaría de acuerdo con lo visto en la Sección 2.2. Es importante destacar que a partir de este momento la fricción (no considerada en este análisis) haría disminuir la tendencia creciente de la curva de G en esa zona.

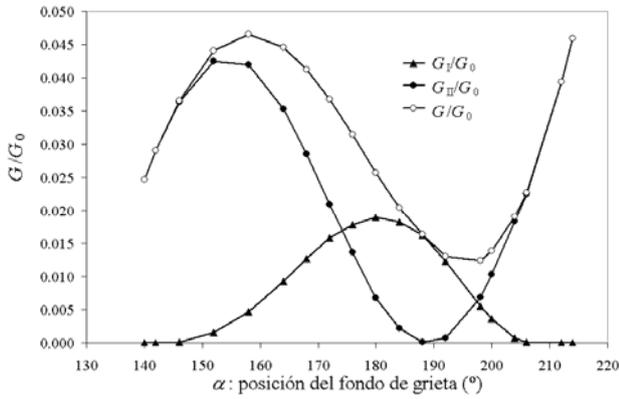


Figura 11. Índice de liberación de energía de la grieta de interfase.

Para poder analizar la progresión del daño en Modo mixto es necesario, como se explicaba en la Sección 3, tener una estimación de G_c , que depende de la evolución de la mixicidad de los modos de fractura y, por lo tanto en este caso, de la posición del fondo de la grieta. Por ello se presenta en la figura 12 la evolución del ángulo local de fase ψ_k para las posiciones del fondo inferior de la grieta consideradas. Se han empleado dos enfoques para el cálculo de este parámetro: el enfoque energético, según la expresiones (7) y (8) que conduce a $\psi_k(G)$ y el enfoque tensional, según la expresión (4) con el que se obtiene $\psi_k(\sigma)$. Es importante destacar la excelente coincidencia de los resultados de ambos enfoques en este caso, lo que valida el modelo numérico empleado.

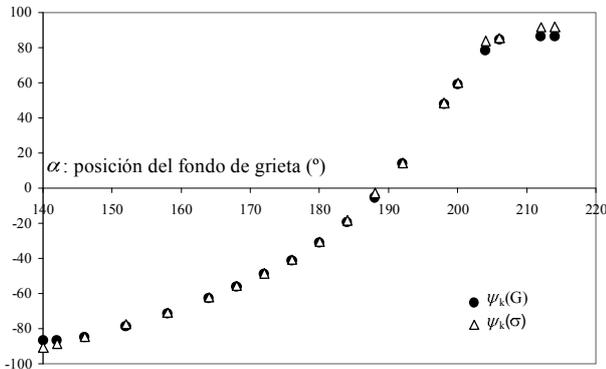


Figura 12. $\psi_k(G)$ y $\psi_k(\sigma)$ de la grieta de interfase.

Eligiendo $\psi_k(\sigma)$ como parámetro de cálculo, se calcula la evolución de G_c para distintos valores del parámetro λ siguiendo la expresión (14), y se compara con los valores de G previamente obtenidos, figura 13. En esta figura puede observarse que, para una grieta inicial de 10° (de 130° a 140°) la propagación de la misma resulta inestable hasta los alrededores de 204° , donde en la figura se observa que G_c prácticamente coincide, para los valores de λ considerados, con el valor de G . Aun cuando en la situación presentada la curva G_c no traspasa

se la curva G hay que señalar que el término disipativo debido a la fricción, ya nombrada anteriormente, que debe aparecer con la zona de contacto (es decir, a partir de 204°) disminuiría por un lado los valores calculados de G y por otro lado, debido a la disipación de la energía por fricción, aumentaría la energía unitaria necesaria para la propagación de la grieta (aumentaría la tenacidad a fractura aparente), lo que implica un cambio, en este entorno, a crecimiento estable de la grieta.

Lo estudiado hasta el momento lleva a la conclusión de que una vez que un pequeño despegue es originado por las tensiones tangenciales, crece inestablemente (siempre que se alcance el valor de G_c en el fondo inferior) hasta el entorno de los 204° . En esta situación pueden darse dos posibilidades: o bien que la grieta continúe su crecimiento a lo largo de la interfase (lo que implica necesariamente un incremento de la carga aplicada) o que cambie de dirección penetrando en la matriz y continuando su propagación a través de ella. Se estudia a continuación esta segunda alternativa.

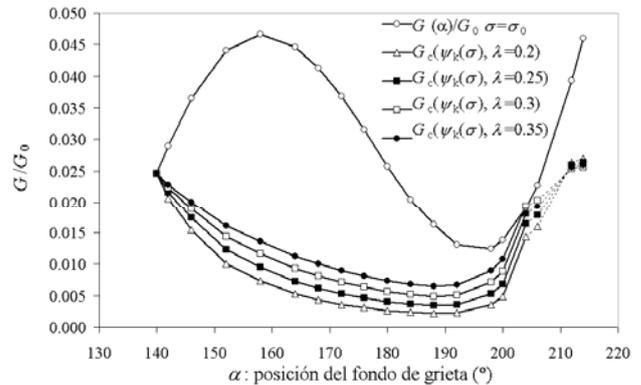


Figura 13. G y G_c de la grieta de interfase.

4.3. Propagación de la grieta hacia la matriz.

A fin de analizar la posibilidad de que en el fondo inferior de la grieta se produzca un cambio en la dirección de propagación de la misma, el primer paso dado consiste en explorar la dirección más probable según la cual la grieta crecería a través de la matriz. En este sentido, y en base al criterio MTC, expresión (13), se ha estudiado el estado de tensión circunferencial, $\sigma_{\theta\theta}$, alrededor del fondo de grieta, en busca de la dirección en la que se produce su máximo, considerando que, de originarse, el cambio de la grieta hacia la matriz sería según esta dirección de máxima tensión circunferencial, figura 14.

Los resultados de $\sigma_{\theta\theta}$ en puntos localizados según circunferencias de tres radios diferentes ($r=0.001a$, $0.005a$ y $0.01a$), centradas en el fondo de grieta bajo consideración ($\alpha=204^\circ$) se representan en la figura 15, mientras que la figura 14 aporta la explicación gráfica de los parámetros empleados. En dicha figura 15 puede observarse que el máximo valor de la tensión circunferencial se alcanza en una dirección orientada desde $\theta=50^\circ$ (para

$r=0.001a$) hasta $\theta=61^\circ$ (para $r=0.01a$). Por lo tanto, los resultados obtenidos con el modelo MEC (a) bajo la hipótesis de criterio MTC predicen, como la dirección preferida de cambio de dirección de propagación hacia la matriz, para los radios considerados, una dentro del rango $50^\circ-61^\circ$, lo que, en cualquier caso, implicaría una dirección de propagación de la grieta en la matriz mayor que 45° , tal como se observaba experimentalmente.

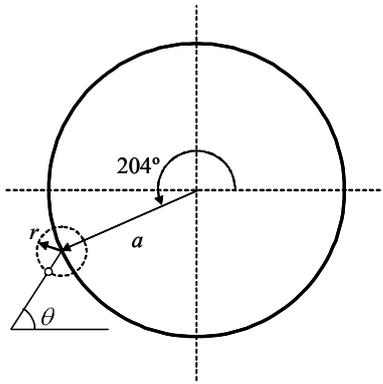


Figura 14. Definición de parámetros geométricos para el estudio de la tensión circunferencial.

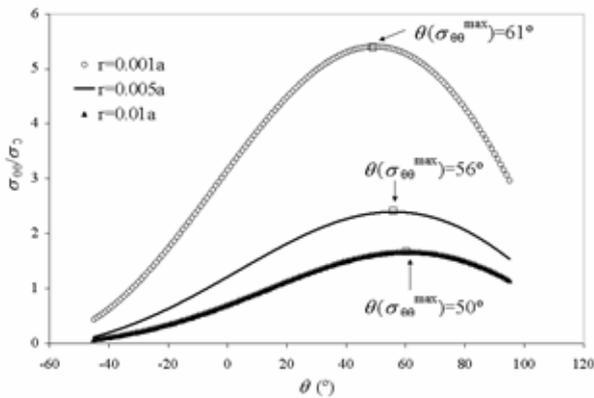


Figura 15. Tensión circunferencial alrededor del fondo de grieta $\alpha=204^\circ$.

A continuación, y empleando el modelo MEC (b) de la figura 9, se ha desarrollado el estudio de la evolución de G de la grieta que, habiendo progresado en la interfase hasta una posición de 204° ha cambiado de dirección de propagación orientándose hacia la matriz e intentando seguir su propagación a través de ella. El estudio realizado ha considerado la existencia de una grieta en la matriz de longitud $0.013a$ (el mínimo permitido por la discretización empleada) y se ha calculado el valor de G , junto con sus componentes, para diferentes orientaciones θ (definido este ángulo en la figura 14).

De los resultados obtenidos, presentados en la figura 16, puede decirse que, para todas las orientaciones θ consideradas, el valor de G tiene casi exclusivamente carácter de Modo I puro. Las diferencias entre los valores de G para las orientaciones consideradas no son muy significativas aunque, como puede verse en el aumento de la figura 17, el máximo se alcanza para $\theta=53^\circ$.

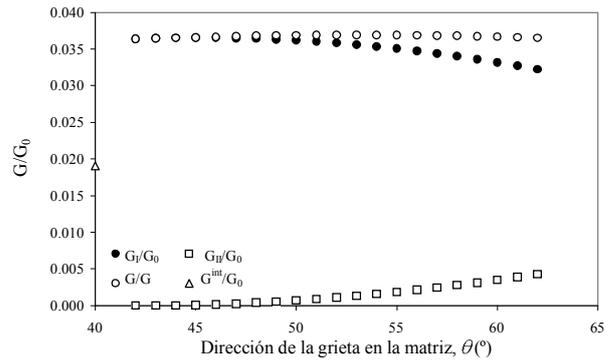


Figura 16. Evolución de G de la grieta incipiente en la matriz para distintas orientaciones de la misma.

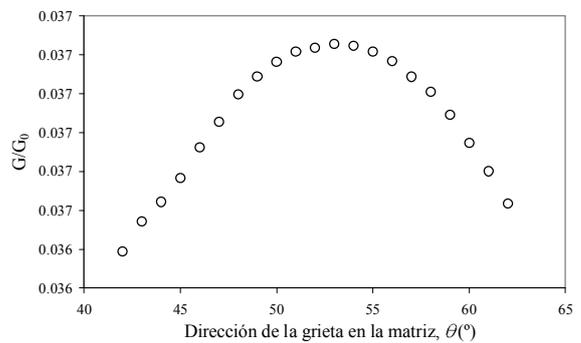


Figura 17. Visión aumentada de la evolución de G de la grieta incipiente en la matriz para distintas orientaciones de la misma.

Finalmente, la comparación, también incluida en la figura 16, entre los valores de G de la grieta incipiente en la matriz y la grieta de interfase en $\alpha=204^\circ$ (tomado de la figura 11) favorece la idea del cambio de dirección de propagación hacia la matriz, toda vez que el valor de G de la grieta en la matriz es, al menos en el periodo de iniciación estudiado, mayor que el valor de G de la grieta de interfase. Además, el Modo I domina este valor inicial de G en la matriz mientras que, en la interfase, la mayor contribución a G es debida al Modo II en el punto considerado, donde, además y como se explicó en 4.1, el carácter de la grieta de interfase cambia de inestable a estable.

5. CONCLUSIONES

Aplicando la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase se han desarrollado dos modelos MEC de fibra única con los que se han analizado diversos aspectos micromecánicos del fallo de la matriz (o entre fibras) a compresión.

Los resultados de este estudio centran el origen del daño en la interfase en zonas en el entorno de $45^\circ+n90^\circ$ ($n=0,1,2,3$), desde donde un despegue ejemplo (centra-

do en 135° y de 10° de amplitud) podría crecer inestablemente hasta los 204° , punto donde la dirección de cambio de propagación hacia la matriz más probable (de acuerdo al criterio MTC) estaría en el rango 50° - 61° . El índice de liberación de energía G en este rango de orientaciones probables favorecería dicho cambio de dirección. Las conclusiones obtenidas concuerdan con la evidencia experimental que sitúa el ángulo de fallo en el entorno de los 53° .

AGRADECIMIENTOS

Ministerio de Ciencia y Tecnología, MAT2003-03315 y Ministerio de Educación y Ciencia, TRA2005-06764.

Los autores muestran su agradecimiento a E. Graciani por su código MEC, empleado como herramienta numérica en este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Williams M.L., "The stress around a fault or crack in dissimilar media", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 49: 199-204, 1959.
- [2] England, A.H., "A crack between dissimilar media", *J. Appl. Mech.*, 32, 400-402, 1965.
- [3] Malyshev, B.M. and Salganik, R.L., "The strength of adhesive joints using the theory of cracks", *Int. J. Fract. Mech.*, 1, 114-128, 1965.
- [4] Mantič, V., Blázquez, A., Correa, E. and París, F., "Analysis of interface cracks with contact in composites by 2D BEM", *Fracture and Damage of Composites*, M. Guagliano y M.H. Aliabadi eds., WIT Press, 189-248, 2005.
- [5] Rice, J.R., "Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks", *J. Appl. Mech.*, 55, 98-103, 1988.
- [6] Hutchinson, J.W. and Suo, Z., "Mixed mode cracking in layered materials", *Advances in Applied Mechanics*, J.W., J.W. Hutchinson and T.Y. Wu, eds., Academic Press, New York, 29, 63-191, 1992.
- [7] Comminou, M., "The interface crack", *J. Appl. Mech.*, 44, 631-636, 1977.
- [8] Gautesen, A.K. and Dundurs, J., "The interface crack under combined loading", *J. Appl. Mech.*, 55, 580-586, 1988.
- [9] París, F., del Caño, J. C. and Varna, J., "The fibre-matrix interface crack- A numerical analysis using Boundary Elements." *Int. J. Fracture*, 82, 11-29, 1996.
- [10] París, F., Correa, E. and Mantič, V., "Study of kinking in transversal interface cracks between fibre and matrix", *enviado para publicación*, 2005.
- [11] Dundurs, J., "Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading", *J. Appl. Mech.*, 650-652, 1969.
- [12] Irwin, G.R., "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", *J. Appl. Mech.*, 24, 361-364, 1957.
- [13] Mantič, V. and París, F. "Relation between SIF and ERR based measures of fracture mode mixity in interface cracks". *Int. J. Fracture*, 130, 557-569, 2004.
- [14] Mantič, V. and París, F. "Relación entre las medidas de la mixicidad de los modos de fractura en las grietas de interfase". *Anales de la Mecánica de la Fractura*, 21, 155-160, 2004.
- [15] He, M-Y. and Hutchinson, J.W., "Kinking of a crack out of an interface", *J. Appl. Mech.*, 56, 270-278, 1989.
- [16] Leblond, J. B. y Frelat, J. "Crack kinking from an interface crack with initial contact between the crack lips", *Eur. J. Mech. A/Solids*, 20, 937-951, 2001.
- [17] París, F., Correa, E. and Cañas, J., "Micromechanical view of failure of the matrix in fibrous composite materials", *Comp. Sci. and Tech.*, 63, 1041-1052, 2003.
- [18] París, F., Correa, E., Jurado, A. y Mantič, V. "Aplicación de la Mecánica de la Fractura al estudio del daño a nivel micromecánico en materiales compuestos". *Anales de la Mecánica de la Fractura*, 21, 362-367, 2004.
- [19] Puck, A. and Schürmann, H., "Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological model", *Comp. Sci. Tech.*, 58, 1045-1067, 1998.
- [20] Goodier, J. N., "Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws", *App. Mech.*, 55(7), 39-44, 1933 .
- [21] Toya, M., "The interface crack", *J. Mech. Phys. Solids*, 22, 325-348, 1975.