

EFFECTO DE LA ZONA DE CONTACTO ENTRE FIBRA Y MATRIZ EN LAS PROPIEDADES DE FRACTURA DE MATERIALES COMPUESTOS SOMETIDOS A CARGA TRANSVERSAL

F. París *, J. C. Caño **, J. Varna ***

* ESII Sevilla, Av. Reina Mercedes, s/n, 41012 Sevilla

** ETSII Valladolid, Paseo del Cauce s/n, Valladolid

*** Dept. of Mat. and Prod. Eng., Lulea Univ. of Tech., Sweden

Resumen. El presente trabajo trata de dilucidar si en presencia de despegues entre fibra y matriz, se produce contacto circunferencial entre ambas fases cuando el conjunto está sometido a carga transversal a la fibra. Se utiliza el Método de los Elementos de Contorno para modelar el problema de fibra única embebida en matriz. El estado tensional se caracteriza colocando a ambos lados del fondo de grieta elementos de geometría circular y con variación discontinua singular en las tensiones. Con la consideración de la zona de contacto se pretende calcular valores de la energía unitaria liberada, usando la técnica del cierre de grieta, para compararlos con los obtenidos usando soluciones analíticas que conllevan interpenetraciones entre fibra y matriz. Ambos resultados serán comparados con medidas experimentales obtenidas en el ensayo transversal de fibra única, con una probeta obtenida del ensayo de fragmentación.

Abstract. This paper tries to elucidate if in presence of debondings between fibre and matrix, circumferential contact between them arises when the whole set is loaded transversally to the fibre direction. The Boundary Element Method is used to model the case of unique fibre embedded in a matrix. The stress state is characterized placing at both sides of the crack tip elements with circular geometry and having discontinuous singular evolution of the stresses. Values of the energy release rate, considering the presence of a contact zone, are calculated, using the crack closure technique, to be compared with those obtained using analytical solutions that involve interpenetrations between fibre and matrix. Both results are compared with the experimental values obtained from the transversal test of unique fibre, the specimen having been obtained from a fragmentation test.

1. INTRODUCCION

El comportamiento transversal y a cortadura de materiales compuestos unidireccionales es dominado por las propiedades de la matriz y de la interfase fibra-matriz. El que el fallo se produzca en la matriz o bien como un despegue en la interfase depende del tipo de carga y de las propiedades de fractura de la matriz y de la interfase. La situación generalmente aceptada es que se generan despegues localizados entre fibra y matriz que coalescen y dan lugar a una macrogrieta.

La predicción del crecimiento de una grieta de despegue transversal entre fibra y matriz requiere al menos del conocimiento muy preciso del estado tensional en el entorno del fondo de grieta para poder así aplicar la técnica del cierre de grieta, que se basa en que la energía de deformación liberada durante la propagación es equivalente al trabajo requerido para devolver la grieta a su posición antes de la liberación.

England [1] resolvió el problema de una grieta en forma de arco entre materiales diferentes, solución que Toya [2] utilizó para encontrar expresiones de tensiones y desplazamientos que han sido empleadas para el propósito descrito en el párrafo anterior. Estas soluciones, que suponen superficies libres en los labios de la grieta, presentan tensiones con singularidades oscilantes y el campo de desplazamientos conduce a interpenetraciones entre las superficies libres de fibra y matriz en el entorno del fondo de grieta.

Estos hechos son manifestaciones de la presencia de una zona de contacto entre la fibra y la matriz en las proximidades del fondo de grieta, zona de contacto cuya existencia desde un punto de vista conceptual fue puesta de manifiesto por Comninou [3] para diferentes situaciones de carga.

Para dilucidar la influencia que esta potencial presencia de la zona de contacto pudiera tener en el estado tensional en el entorno del fondo de grieta y por ende en la energía unitaria liberada al propagarse la grieta de despegue, se desarrolló un procedimiento numérico de análisis basado en el método de los elementos de contorno, del Caño [4], que contempla la posibilidad de contacto entre fibra y matriz antes mencionado. El estado tensional encontrado, del Caño et al [5], ponía de manifiesto la presencia de esta zona de contacto captada sólo a partir de ciertos tamaños de grieta (de ciertos ángulos de despegues entre fibra y matriz), lo que requeriría una cierta explicación para no entrar en colisión con la conclusión genérica obtenida por Comninou.

El propósito del presente trabajo es dilucidar la presencia o no de zona de contacto y su influencia en la energía unitaria liberada, todo ello en orden a evaluar si los resultados experimentales encontrados por Varna et al [6], que presentaban serias discrepancias con las predicciones encontradas usando las fórmulas de Toya, podían ser mejor aproximados con el uso de la técnica numérica mencionada.

2. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Dado que las separaciones que se producen tienen una longitud apreciable, es aceptable inicialmente la hipótesis de deformación plana. Ello permite la representación transversal que aparece en la Figura 1, donde por simetría sólo se representa el dominio $x_2 > 0$. Antes de aplicar la carga existe una zona, ∂D_b en la figura, en que hay adhesión entre fibra y matriz, mientras que el resto, $\partial D_c + \partial D_s$ en la figura, representa la zona inicialmente no pegada.

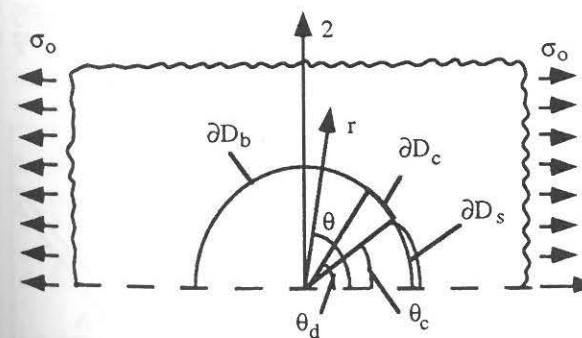


Figura 1. Geometría de una fibra única embebida en una matriz con despegues transversales.

Después de la aplicación de la carga remota σ_0 , la zona de despegue puede dividirse en una zona de contacto, ∂D_c en la figura, y una zona de separación, ∂D_s en la figura.

Tomando como referencia un sistema polar, desplazamientos y tensiones de la fibra y la matriz deben, a lo largo de ∂D_b , satisfacer:

$$u_r^m = u_r^f; u_\theta^m = u_\theta^f; \sigma_r^m = \sigma_r^f; \sigma_{r\theta}^m = \sigma_{r\theta}^f \quad (1)$$

Las caras libres de fibra y matriz a lo largo de ∂D_s satisfacen:

$$\sigma_r^m = \sigma_{r\theta}^m = \sigma_r^f = \sigma_{r\theta}^f = 0; u_r^m - u_r^f \geq 0 \quad (2)$$

Las condiciones de contorno a lo largo de la zona de contacto ∂D_c , suponiendo ausencia de fricción, son:

$$u_r^m = u_r^f; \sigma_r^m = \sigma_r^f \leq 0; \sigma_{r\theta}^m = \sigma_{r\theta}^f = 0 \quad (3)$$

El problema es resuelto usando el Método de los Elementos de Contorno cuyos fundamentos pueden encontrarse en París y Cañas [7]. Los contornos rectos del problema se modelarán con elementos lineales mientras que la interfase entre fibra y matriz será simulada con elementos circulares con variación parabólica de desplazamientos y tensiones. El carácter adecuado de estos elementos para simular problemas de contacto curvo ha sido recientemente puesto de manifiesto por del Caño y París [8]. A ambos lados del fondo de grieta se utilizarán elementos discontinuos singulares de dos nodos [4] que permiten una evolución de las tensiones de la forma:

$$\sigma_{r\alpha} = \frac{C}{s^\gamma} + A \quad \alpha = r, \theta; \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (4)$$

donde s es la distancia al fondo de grieta y γ representa el orden de la singularidad (1/2 en ausencia de fricción). Una vez resuelto el problema, el valor de C se puede relacionar directamente con los factores de intensificación de tensiones K_{I} o K_{II} , dependiendo de la componente que se considere del estado tensional.

El problema bajo consideración pertenece a la clase conocida como problemas de contacto con retroceso, donde la extensión final de la zona de contacto es independiente, para un determinado tipo de carga, de la cantidad de carga aplicada. El problema puede pues ser resuelto iterativamente, suponiendo una cierta extensión de la zona de contacto, resolviendo y chequeando incompatibilidades (interpenetraciones fuera de la zona de contacto y tracciones a lo largo de ella) y resolviendo un nuevo problema con las modificaciones hechas de acuerdo a las incompatibilidades encontradas. Este procedimiento es una particularización, para el caso con retroceso que nos ocupa, del procedimiento general descrito en París y Garrido [9]. La elevada rigidez de la fibra con respecto a la matriz permite desarrollar un procedimiento particular [4], resolviendo por separado los sistemas de ecuaciones relacionados con la fibra y la matriz.

La propagación del despegue será analizada usando el balance energético: la energía requerida para producir nuevas superficies es igual a la energía liberada en la

propagación del despegue entre fibra y matriz. Así la propagación ocurrirá para un determinado ángulo de despegue θ_d cuando:

$$G(\theta_d) = G_c \quad (5)$$

donde G_c representa el valor crítico de la energía liberada asociado a la interfase entre fibra y matriz, necesario para el crecimiento del despegue.

La técnica del cierre de grieta será usada para calcular la energía liberada. Así, si la zona despegada pasa de un valor θ_d a un valor $\theta_d + \delta$ ($\delta \ll \theta_d$), la energía liberada es igual al trabajo que se requiere para el cierre de la grieta. Así, el trabajo requerido por unidad de longitud de la grieta es:

$$G_\delta(\theta_d) = \frac{1}{2\delta} \int_{\alpha}^{\alpha+\delta} \left\{ (\sigma_{rr})_{\theta_d} (u_r)_{\theta_d+\delta} + (\sigma_{r\theta})_{\theta_d} (u_\theta)_{\theta_d+\delta} \right\} \delta\theta \quad (6)$$

Las tensiones σ_{rr} y $\sigma_{r\theta}$ corresponden a las existentes en la zona pegada a lo largo de una longitud δ con un despegue de valor θ_d . Los desplazamientos u_r y u_θ son desplazamientos relativos de los labios de la grieta (apertura y deslizamiento respectivamente) asociados a un despegue de valor $\theta_d + \delta$. El subíndice δ en G se ha mantenido para recordar que el valor así calculado es función del valor δ tomado.

Cuando la expresión (6) se aplique a valores de θ_d que conlleven la presencia de zona de contacto, sólo el segundo término será significativo dado que el valor de u_r a lo largo de δ es nulo.

Puesto que en Elasticidad lineal la energía es proporcional al cuadrado de la carga aplicada, podemos introducir la magnitud energía unitaria liberada normalizada en la siguiente forma:

$$\bar{G}(\theta_d) = G(\theta_d, \sigma_o) \frac{G^m}{a \sigma_o^2} \quad (7)$$

De las ecuaciones (5) y (7) se deduce la forma final del criterio de fallo que involucra al valor del despegue original θ_d y al valor de la tensión remota aplicada σ_o para conseguir la propagación del despegue:

$$\sigma_{o \text{ crit}} = \sqrt{\frac{G_c}{a \bar{G}_\delta(\theta_d)}} G_m \quad (8)$$

Si la tensión crítica que produce la propagación del despegue para una extensión de éste de valor θ_d , es

obtenida de un experimento, la ecuación (8) puede ser utilizada para calcular el valor de G_c .

3. RESULTADOS DEL ANALISIS TENSIONAL

La geometría, dimensiones y propiedades de los materiales analizados (fibra de vidrio y resina epoxy) se representan en la Figura 2. El problema se analizará en deformación plana que puede ser considerada la situación que aparece en un ensayo transversal de una fibra única que ha sido previamente sometida a un ensayo de fragmentación, Varna et al [6].

ν^f = coeficiente Poisson (fibra) = 0.22
 ν^m = Idem (matriz) = 0.33
 G^f = módulo de cortadura (fibra) = $29 \cdot 10^9$ Pa
 G^m = Idem (matriz) = $1.05 \cdot 10^9$ Pa
 a = radio de la fibra = $8.5 \cdot 10^{-6}$ m.

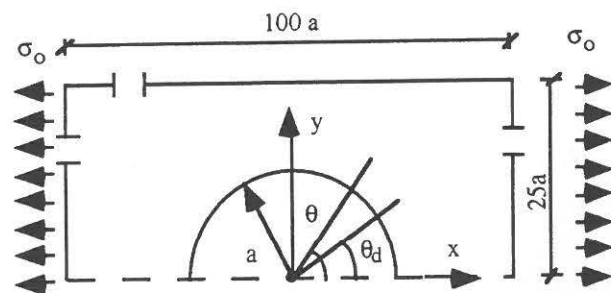


Figura 2. Definición del problema.

La primera cuestión a clarificar es la presencia o no de zona de contacto. La Figura 3 muestra la evolución de las zonas de contacto y separación en función del ángulo de despegue entre fibra y matriz. Se ha incluido también el tamaño de la zona de interpenetración de acuerdo a los resultados analíticos de Toya [2] que no considera posibilidad de zona de contacto.

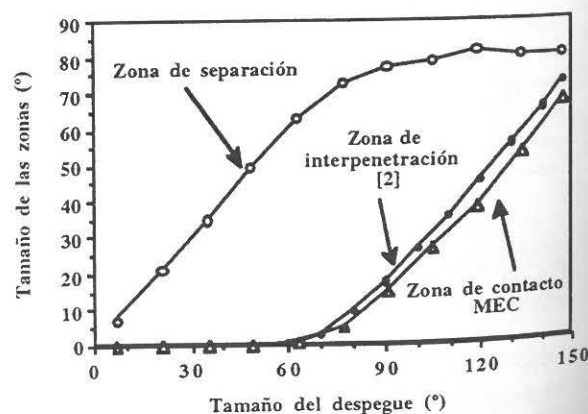


Figura 3. Zonas de contacto y separación en función del ángulo de despegue.

La evolución de la zona de separación muestra claramente un valor asintótico, no apareciendo valores

superiores a 90 grados por muy grande que sea el despegue inicial. Por el contrario, el tamaño de la zona de contacto aumenta con el ángulo de despegue una vez que su presencia puede ser detectada por la discretización. Ello no se produce para valores por debajo de 30 grados, siendo sólo apreciable dicha zona desde un punto de vista físico para valores superiores a 60 grados aproximadamente.

La evolución de las interpenetraciones es cualitativamente similar a la evolución de la zona de contacto aunque de valor ligeramente mayor. Ello puede entenderse inspeccionando la Figura 4 donde para el caso de despegue de 80 grados se muestra la interpenetración predicha por la solución de Toya y la zona de contacto obtenida aplicando el MEC.

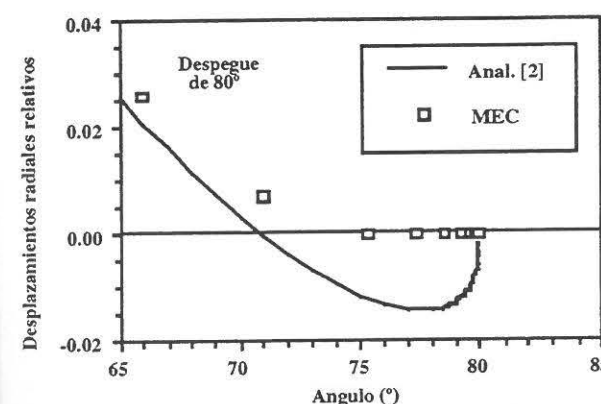


Figura 4. Desplazamientos radiales en el entorno del fondo de grieta para un despegue de 80 grados.

Un razonamiento básico de medios continuos deformables permite intuir que si a partir de la solución con interpenetraciones se pretende alcanzar una solución compatible, ello requerirá la aplicación de una compresión en la superficie de ambos sólidos en orden a separar los dos contornos, produciéndose consecuentemente una zona final de contacto de menor extensión.

La distribución de tensiones obtenida está en consonancia con la presencia o no de zona de contacto. La Figura 5 muestra la distribución de tensiones en el entorno del fondo de grieta para un ángulo de despegue de 80 grados.

La tensión normal de compresión en la zona de contacto es singular así como la tensión tangencial en la zona pegada. Por contra, la tensión normal en la zona pegada es no singular dependiendo su signo de la tensión radial nominal correspondiente al caso bajo estudio en ausencia de grieta, que para el caso de 80 grados que se muestra es de compresión, como puede observarse en la Figura 6. Valores de despegue inferiores (por ejemplo 60 grados) conducirían a una tensión radial de tracción de carácter no singular en la zona pegada inmediata al fondo de grieta, coexistiendo con la presencia de una zona de contacto donde la tensión radial es obviamente de compresión.

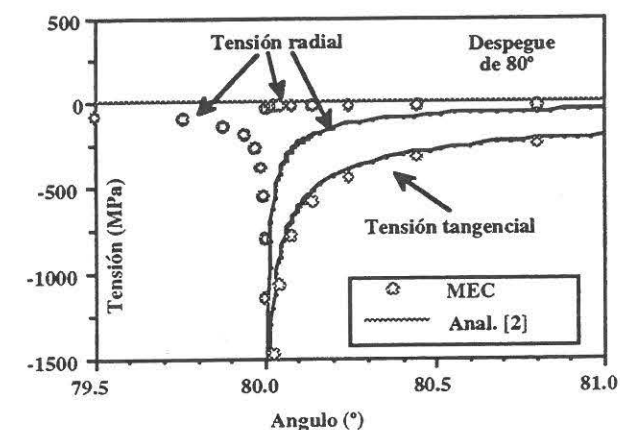


Figura 5. Tensiones en el entorno del fondo de grieta para un ángulo de despegue de 80 grados.

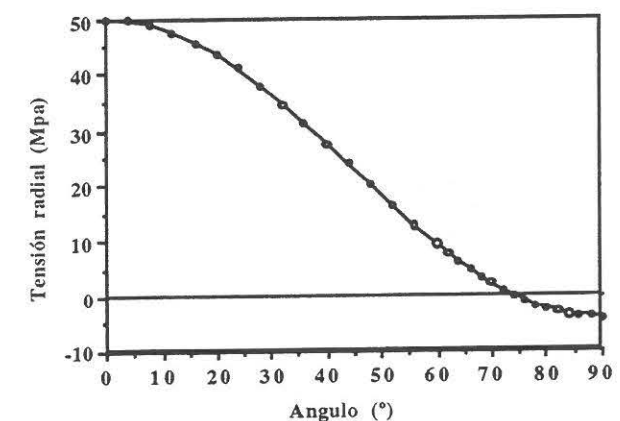


Figura 6. Tensión radial a lo largo de la interfase para el caso de pegado total entre fibra y matriz.

4. CRITERIO DE FALLO

De acuerdo a lo indicado en el apartado 2 se puede calcular la energía unitaria liberada una vez se conoce el estado tensional. Así, para el caso de despegue de 80 grados el estado tensional que aparece en la Figura 5, debe combinarse con los desplazamientos que aparecen para un despegue ligeramente superior. En la Figura 7 se representan los desplazamientos para el caso de un despegue de 80.5 grados. No existen grandes diferencias entre los valores calculados con el MEC y los predichos por la solución analítica para los deslizamientos relativos tangenciales, pero sí para los normales, debido a la presencia de zona de contacto.

La Figura 8 representa la evolución de esta energía normalizada, habiéndose representado los valores numéricos obtenidos con el Método de los Elementos de Contorno y los encontrados con la solución analítica de Toya [2]. El ángulo δ ha sido tomado de 0.5 grados para la solución numérica, no apareciendo variaciones significativas para valores más pequeños.

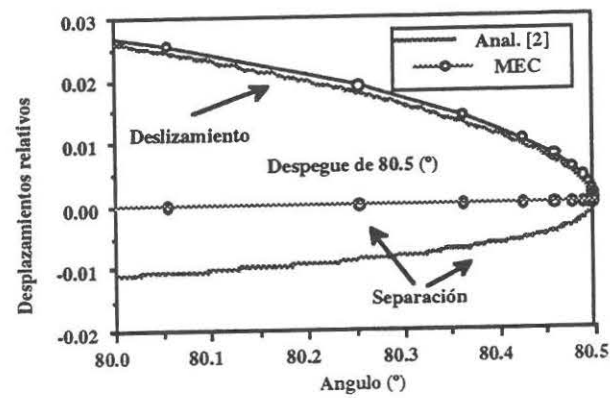


Figura 7. Desplazamientos relativos a lo largo de la zona despegada cerca del fondo de grieta para el caso de despegue 80.5° .

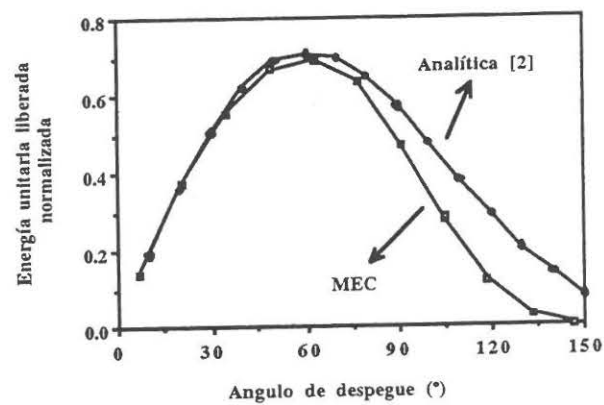


Figura 8. Valores normalizados de G en función del despegue inicial.

Los resultados asociados al uso de la solución de Toya implican la ausencia de una zona de contacto, creciendo la grieta en modo mixto. El modelo numérico no detecta zona de contacto para ángulos de despegue menores de aproximadamente 30 grados, siendo en cualquier caso muy pequeños entre 30 y 60 grados. Tan pronto como una zona de contacto es detectada la posible propagación de la grieta se produciría en un modo II puro. Resulta por consiguiente coherente la relación encontrada entre los valores de la energía unitaria normalizada encontrada por ambos caminos. Hasta 60 grados ambos valores prácticamente coinciden, produciéndose discrepancias importantes a partir de 60 grados donde el método numérico sólo incorpora a la expresión (6) los valores de cortadura. En cualquier caso es importante remarcar que ambos enfoques predicen una zona de crecimiento inestable hasta un valor aproximado de unos 63 grados para los materiales considerados, produciéndose a partir de ahí una zona de crecimiento estable donde de acuerdo a lo indicado anteriormente los valores numéricos se mantienen por debajo de los analíticos.

Lo correcto de esta tendencia puede claramente observarse en la comparación con resultados experimentales que se indica en la Figura 9. En ella aparece en el eje horizontal el ángulo de despegue y en

el vertical la tensión σ_0 que provoca el crecimiento de la grieta.

Observese en primer lugar que no aparecen ángulos de despegue menores de 60 grados, dado que experimentalmente no fue posible obtenerlos, lo que puede explicarse por el carácter inestable del crecimiento que se puso de manifiesto entre 0 y 60 grados aproximadamente en la Figura 8. La solución numérica obtenida con elementos de contorno claramente manifiesta una tendencia superior a ajustarse con los resultados experimentales medidos. El valor de G_c ha sido obtenido aplicando la expresión (8). El valor superior predicho por el uso de la solución analítica de Toya está justificado por la inclusión del modo I de fractura que no se produce en cuanto aparece zona de contacto.

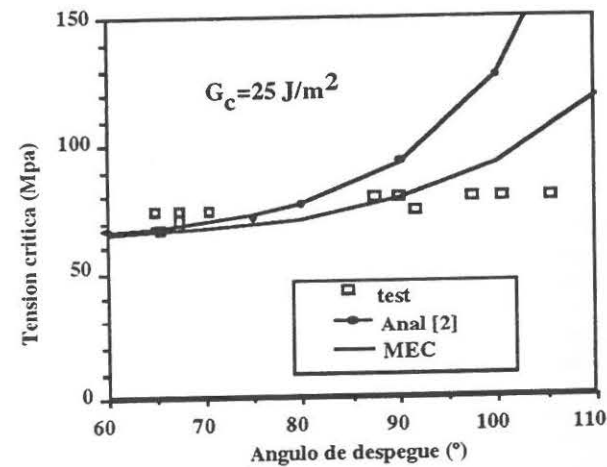


Figura 9. Valores numéricos y experimentales de la tensión remota crítica que provoca la propagación de la grieta.

5. CONCLUSIONES

La coincidencia en la aparición de una zona de contacto de tamaño físico y el cambio de comportamiento estable a inestable a aproximadamente el mismo valor del ángulo de despegue (63 grados en el caso considerado), claramente sugiere una correlación entre estos dos hechos, correlación que puede ser cuestionada si observamos por un lado que zona de contacto es detectada desde valores del ángulo de despegue de 30 grados y que por otro lado la solución de Toya, que no incluye zona de contacto, predice un cambio de comportamiento cualitativo similar.

La coherencia entre estos hechos requiere una explicación más profunda. Con referencia a la zona de contacto hay dos razones para su aparición. Conceptualmente hablando, la presencia de una zona de contacto en una grieta entre materiales diferentes es un fenómeno local originado por la falta de compatibilidad de la deformación paralela a la grieta en puntos de los dos materiales adyacentes al fondo de grieta. Esta es

una zona de contacto micromecánico que ni siquiera un método tan preciso como el MEC puede detectar incluso usando elementos del orden de 0.0001 grados. Hay otro hecho que puede afectar o no a la presencia de zona de contacto, cual es la orientación relativa del fondo de grieta con respecto a la línea de carga, orientación que varía con el ángulo de despegue y que pone de manifiesto la presencia de una zona de contacto de manera físicamente identificable a partir de los aproximadamente 63 grados ya mencionados. No existe de esta forma ninguna incongruencia entre los resultados generales de Comninou y los aquí encontrados.

Por otra parte el cambio de carácter del crecimiento, de inestable a estable, está sin duda ligado a la orientación relativa del fondo de grieta. Es aceptable que una grieta pequeña colocada en la posición 0 grados crezca inestablemente mientras que la misma grieta colocada en la posición a 90 grados, alineada con la carga, lo haga establemente. Es coherente por tanto que exista una posición intermedia (63 grados para el problema considerado) donde se producirá el cambio de comportamiento.

Puede por tanto concluirse que la presencia de una zona de contacto de tamaño físico y el cambio de comportamiento de inestable a estable son dos manifestaciones del mismo fenómeno: el cambio de orientación de la fisura con respecto a la dirección de la carga aplicada. Por consiguiente la detección de la presencia de una zona de contacto para ángulos menores de 63 grados es debida a un fenómeno local originado por la existencia de materiales con propiedades diferentes. Resulta finalmente entendible que el modelo analítico de Toya, que no conlleva zona de contacto, prediga el cambio de comportamiento para el mismo valor, dado que el estado tensional analítico se ve de igual manera que el numérico afectado por el cambio de orientación relativo de grieta y carga al variar el ángulo de despegue.

Todos los resultados presentados en este trabajo han sido referidos al caso de deformación plana, pudiendo la situación real encontrarse más cercana al caso de deformación plana generalizada. Para evaluar la influencia de estas condiciones se ha considerado también el caso de tensión plana generalizada, como caso extremo, obteniéndose una variación, para el caso de despegue de 80 grados estudiado, de un 5% en la tensión de rotura lo que hace aceptable los valores encontrados con el modelo de deformación plana.

Agradecimientos. Los autores españoles agradecen el soporte recibido del Ministerio español de Educación

bajo el Proyecto MAT 95-1672-E. Los autores quieren mencionar que este trabajo ha sido realizado en conexión con el proyecto BRITE BRE2-0453/BE5542.

6. REFERENCIAS

- [1] England A. H., "An Arc Crack Around a Circular Elastic Inclusion", *J. of Appl. Mech.*, September, pp. 637-640, 1966.
- [2] Toya M., "A Crack Along the Interface of a Circular Inclusion Embedded in an Infinite Solid", *J. Mech. Phys.Solids*, Vol. 22, pp 325-348, 1975.
- [3] Comninou, M. y Schmuesser, "The interface crack in a Combined Tension-Compression and Shear Field", *J. of Appl. Mech.*, Vol. 46, pp 345-348, 1979.
- [4] del Caño, J. C., "Estudio micromecánico de despegues entre fibra y matriz en materiales compuestos mediante el Metodo de los Elementos de Contorno", Tesis Doctoral, Univer. de Valladolid, 1995.
- [5] del Caño, J. C., Cañas, J., París, F., Mantic, V. y Sánchez, J., "Estudio micro-mecánico de despegues en la interfase entre fibra y matriz en materiales compuestos", *Anales de Mecánica de la Fractura*, pp. 320-326, 1995.
- [6] Varna, J., Berglund, L. A. y Ericson M., "Interfacial Damage Processes and Test Method for Single Fibre Composites loaded in Transverse Tension, Part II: Theoretical Modelling and Data Reduction", Aceptado para publicación en *Acta Metallurgica et Materialia*, 1996.
- [7] París F. y Cañas J. "Boundary Element Method. Fundamentals and Applications", Oxford University Press, in press.
- [8] del Caño, J. C. y París, F., "On Stress Singularities Induced by the Discretization in Some Contact Problems", *Int. J. of Num. Met. in Eng*, in press.
- [9] París F. y Garrido J. A., "An Incremental Procedure for Friction Contact Problems with Boundary Element Method", *Eng. Anal. with Bound. Elem.*, Vol. 6, n. 4, pp 202-213, 1989.