ANÁLISIS DEL ENSAYO IOSIPESCU PARA LA DETERMINACIÓN DEL G_{12} CON EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO.

Blázquez, A.; París, F.; Cañas J.
Dpto. Mecánica de Medios Continuos. E.T.S. Ingenieros Industriales de Sevilla
Avda Reina Mercedes s/n. 41012 Sevilla. Tfno: 95-4557001. Fax: 95-4239888

Resumen: En este trabajo se realiza un análisis del ensayo Iosipescu sobre materiales compuestos desde el punto de vista del contacto mecánico que se produce entre las mordazas y la probeta. Para ello se ha aplicado un algoritmo de contacto que, basado en el Método de los Elementos de Contorno, permite la discretización independiente de cada uno de los sólidos implicados. En particular se ha prestado especial interés al estudio de las singularidades que aparecen en algunos puntos de la probeta.

Abstract: The main objective of this work is the analysis of the Iosipescu test for composite materials. The study is realized from a contact mechanic point of view. A contact algorithm allowing independent discretizations in the solids in contact is applied, the algorithm being based on the Boundary Element Method. A particular emphasis is put on the study of the stress singularities which appear at some points of the contact zone of the specimen with the gripping system.

1.- INTRODUCCIÓN.

La determinación de G_{12}, módulo de rigidez intralaminar de una lámina ortótropa, constituye uno de los problemas más complicados, y aún no resuelto completamente, de la caracterización de un material compuesto. El problema, más allá de las dificultades propias de la realización del ensayo, radica en la necesidad de conocer el estado tensional que aparece en la zona donde se van a realizar las mediciones. Usualmente éstas se realizan mediante bandas extensométricas. Es obvio que, para la característica que nos ocupa, lo deseable es un estado de tensión tangencial pura. Descartando, debido a razones de practicabilidad, coste, realización y exactitud, ensayos como: el "rail shear", "torsión tube" y el ensayo de tracción de probetas $\pm 45°$, los ensayos Off-axis e Iosipescu parecen los más prometedores. Un excelente estudio de estos dos métodos puede encontrarse en Ho et al. 1991.

En este trabajo nos ocuparemos de analizar algunos aspectos del ensayo Iosipescu (Abdallah & Gascoigne 1989, Ho et al. 1991, Pintado et al. 1991). El objetivo principal que nos hemos establecido es el estudio de dicho ensayo desde un punto de vista de contacto mecánico en orden a explicar algunos resultados inesperados que pueden encontrarse en su realización.

El Método de los Elementos Finitos (MEF) ha sido profusamente ulilizado en el

estudio de este problema; sin embargo, el Método de los Elementos de Contorno (MEC) parece más apropiado cuando se trata de modelizar el fenómeno de contacto mecánico, dado que se manejan como variables independientes los desplazamientos y tensiones en el contorno. Además permite tratar con facilidad elevados gradientes de tensión.

2.- EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO PARA MATERIALES ORTÓTROPOS.

El MEC se basa en la identidad de Somigliana, que expresa los desplazamientos de un punto del dominio en términos integrales de los desplazamientos y tensiones en el contorno. Llevada al contorno y en ausencia de fuerzas de volumen, a partir de dicha identidad se obtiene (París & Cañas 1995):

$$C^{o}_{ji}(x)\, u^{b}_{i}(x) + \int_{\partial D} T^{o\psi}_{ji}(x,y)\, u^{b}_{i}(y)\, ds(y) = \int_{\partial D} \psi^{o}_{ji}(x,y)\, t^{b}_{i}(y)\, ds(y) \qquad x, y \in \partial D \qquad (1)$$

Con el significado habitual para los términos que aparecen en (1), Avila et al. 1995 y Mantic & París 1995.

Reemplazando el contorno ∂D por el contorno discreto formado por un conjunto de elementos (rectilíneos en este trabajo), y asumiendo una evolución (lineal en este trabajo) de las variables a lo largo de cada uno de ellos, la aplicación de la ecuación integral (1) a cada nodo del contorno permite obtener un sistema de ecuaciones que puede ser escrito en la forma:

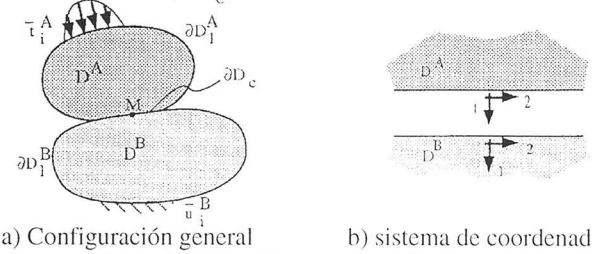
$$\mathbf{H}\ \mathbf{u} = \mathbf{G}\ \mathbf{t} \qquad (2)$$

Las integraciones que aparecerían en la forma discreta de la ecuación (1) se han calculado de dos formas distintas en función de la distancia desde el punto de integración al elemento; si esta distancia es grande en comparación con la longitud del elemento se ha empleado integración numérica estandar de Gauss con 8 puntos, y en caso contrario analítica. Finalmente, el término libre ha sido calculado siguiendo a Mantic & París 1995.

La aplicación de las condiciones de contorno a (2) originaría un sistema de ecuaciones cuya solución proporciona los desplazamientos y tensiones en los nodos.

3.- EL ALGORITMO DE CONTACTO.

En la figura 1 se esquematiza un problema general de contacto. Dos sólidos, de dominios D^A y D^B, limitados por los contornos ∂D^A y ∂D^B, interaccionan a través de una zona común de sus contornos, ∂D_C, a través de la cuál se transmiten las acciones.



a) Configuración general b) sistema de coordenadas

Figura 1.- El problema general de contacto.

Para el tipo de contacto que se ve involucrado en el problema bajo consideración (contacto conforme o con retroceso), resulta cómodo el definir en la zona de contacto

un sistema de referencia común a ambos sólidos, que tal como se indica en la figura lb quedaría definido por la normal exterior al sólido A y la tangente al contorno recorriendo éste de forma que dejemos el sólido A a la izquierda. En este sistema y en ausencia de fricción se producirían las siguientes relaciones de contacto:

$$u_1^A(M) = u_1^B(M) \tag{3a}$$

$$t_1^A(M) = -t_1^B(M) \tag{3b}$$

$$t_2^A(M) = t_2^B(M) = 0 \tag{3c}$$

El sistema de ecuaciones (2) puede ahora escribirse para cada sólido K (K = A, B) forzando de manera inmediata la condición (3c) sobre las tensiones de la zona de contacto de la forma:

$$\begin{bmatrix} H_I^K & H_c^K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I^K \\ u_c^K \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_I^K & G_c^K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_I^K \\ t_{1c}^K \end{Bmatrix} \tag{4}$$

Las condiciones (3a) y (3b) deben satisfacerse en función del algoritmo de contacto definido. La principal característica del algoritmo aquí empleado es el permitir discretizaciones distintas en los sólidos que intervienen en el contacto. Un esquema general de la zona de contacto se presenta en la figura 3. Aunque en París et al. 1995 y Blázquez et al. 1995 se realiza un análisis más detallado del algoritmo, las dos ideas claves del mismo pueden resumirse en:

• Uno de los sólidos, al que llamaremos B, controlará los desplazamientos en la zona de contacto, de forma que los desplazamienos de los nodos del otro sólido, al que llamaremos A, se expresarán como una función, lineal en nuestro caso pues utilizamos elementos lineales, de los desplazamientos de los nodos del elemento de B con el que contacta dicho nodo de A. Esta regla permite implementar la condición (3a).

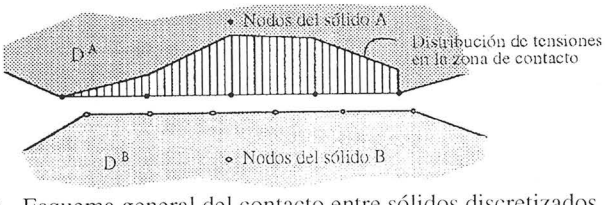


Figura 2.- Esquema general del contacto entre sólidos discretizados

• Por otro lado, la distribución de tensiones en la zona de contacto del sólido B se identifica con la distribución de tensiones en la zona de contacto del sólido A. Así, al montar las ecuaciones del método para B, no aparecen las tensiones de la zona de contacto de éste sólido, pues se integra directamente sobre las proyecciones de los elementos de A de la zona de contacto, y no sobre los elementos de B. Esta decisión asegura el cumplimiento del equilibrio a lo largo de la zona de contacto, implementando así la condición (3b).

De acuerdo con dichas reglas, el algoritmo de contacto deberá chequear la aparición de tracciones en los nodos de A que estén en contacto, y que ninguno de los que, perteneciendo a la zona potencial de contacto no lo esté, atraviese el contorno del B.

4.- EL ENSAYO IOSIPESCU.

En la figura 3 se representa un esquema general de este ensayo. La geometría del especimen y la forma de aplicación de la carga trata de conseguir a lo largo de la línea

AB un estado de tensión tangencial pura y uniforme. Para la probeta se ha escogido un composite de fibra de carbono y resina epoxi (AS4/3501-6) cuyas características mecánicas son: E_{11} = 138 GPa, E_{22} = 8.96 GPa, ν_{12} = 0.3, G_{12} = 7.1 GPa. Las mordazas, aunque son de acero, dada su dimensión en la dirección tranversal, así como su geometría real tridimensional, han sido modeladas como rígidas, tal como hacen Ho et al. 1991 y Pintado et al. 1991 utilizando elementos finitos.

El modelo de elementos de contorno está compuesto de 184 elementos, afinándose la malla alrededor de los puntos C y C' (el de menor tamaño mide 0.0005 mm), dado que en ellos se produce una singularidad en las tensiones, y en los puntos A y B con vista a poder modelizar correctamente la geometría de la probeta en estas zonas. El suponer las mordazas rígidas permite discretizarlas con un pequeño número de elementos, asumiendo ellas el control sobre los desplazamientos en las cuatro zonas de contacto que aparecen (en cada zona de contacto tan sólo se ha empleado un elemento en la mordaza, mientras en la probeta se han empleado 24 o 15 dependiendo de la zona).

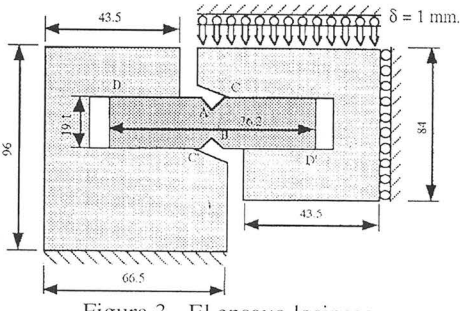


Figura 3.- El ensayo losipescu.

En la figura 4 aparecen las componentes del tensor de tensiones en el centro de la línea AB (σ_{ij}) y los valores medios en un área de 4x4 mm^2 centrada en ese punto (σ_{ij}^*), normalizados con la tensión tangencial media (τ_{media}) para distintos ángulos de orientación de la fibra (la dirección 1 es la dirección de la fibra, y 2 la perpendicular). En esta figura se observa que con los ángulos de 0° y 90°, y sobre todo este último, se consigue el estado de tensión tangencial más pura en el punto central.

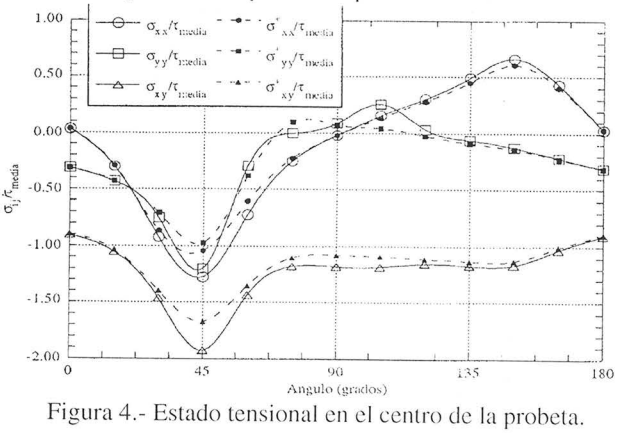


Figura 4.- Estado tensional en el centro de la probeta.

Por otro lado, en la figura 5 se muestran la componente tangencial, σ_{12}, del tensor de tensiones (normalizada también respecto de τ_{media}) para las orientaciones 0°, 90° y 0/90° a lo largo de la línea AB, observándose que es la orientación de fibra a 0/90° la que proporcionan el estado de tensión tangencial pura más uniforme (para esta orientación las componentes σ_{11} y σ_{12} son del orden de 100 veces menores que la σ_{12}).

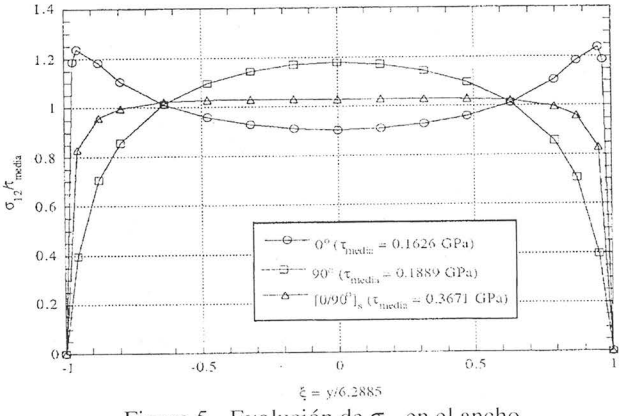


Figura 5.- Evolución de σ_{12} en el ancho.

En la figura 6 se presentan las distribuciones de tensiones que aparecen en las zonas de contacto de C y D para algunos de los casos analizados. Nótese que las tensiones en las zonas de C y C' son iguales, y lo mismo ocurre con D y D'.

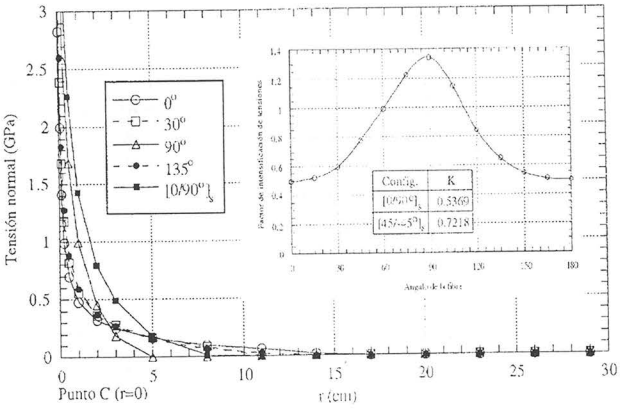


Figura 6.- Distribuciones de tensión en las zonas de contacto de C y D.

En estas gráficas lo más significativo es la presencia de la singularidad en el punto C (y su homólogo C'). Analizando las condiciones en este punto, el considerar la mordaza rígida y despreciar el efecto de la fricción equivale a un apoyo de bolas, por lo que el orden de la singularidad será 1/2 (Mantic et al. 1995). En la figura 6 se presentan los FIT en C en función del ángulo calculados mediante un postprocesado de la solución asumiendo un carácter singular de la misma. La inspección de estos valores del FIT

asociado a la presencia de la singularidad, pone de manifiesto una gran diferencia en los mismos en función del ángulo de olientción de la fibra, cuyo máximo se alcanza para un ángulo de 90°. Valores muy altos de este factor están asociados a roturas prematuras de la probeta por zonas no deseadas (arrancando por los puntos C y C' de la figura 3), lo que invalidaría el ensayo para caracterizar la resistencia frente a solicitaciones tangenciales del compuesto. Por otro lado, el orden de la singularidad obtenido siempre ha sido próximo a 0.5, con un error máximo (90°) de 1.3 %.

5.- CONCLUSIONES.

Se ha presentado un estudio de la influencia que la orientación de la fibra tiene sobre las distribuciones de tensiones que aparecen en el centro de la probeta Iosipescu, donde se realizan las medidas. Se ha comprobado numéricamente que el laminado unidireccional que proporciona el estado de tensión tangencial más pura y uniforme es el orientado según 90°; por contra, dicha orientación es la que tiene asociada en el extremo de la zona de contacto el factor de intensificación de tensiones más elevado, lo cuál hace que esta probeta resista una carga mucho menor de la que podría esperarse no rompiendo además por donde se desea (línea AB), sino por las mordazas. También se han analizado otras combinaciones como la $[0/90°]_s$ y la $[+45/-45°]_s$, observándose que la primera de ellas tiene el mejor comportamiento de los analizados (incluidos los unidireccionales), a la vez que el factor de intensificación de tensiones es de los menores que se han encontrado.
Agradecimientos: Investigación financiada por CICYT, proyecto MAT-94-0480.

6.- REFERENCIAS.

1.- Abdallah, M.G. & Gascoigne, H.E., *The influence of test ficture desing on the Iosipescu shear test for fiber composite materials, Test Method for Design Allowables for Fibrous Composites,* **2**, *ASTM STP 1003*, pp. 231-260, 1989.
2.- Avila, R., Mantic, V. & París, F., *El Método de los Elementos de Contorno aplicado a materiales compuestos de comportamiento ortótropo. Una nueva formulación en variable compleja*, (Ed. F. París y J. Cañas), MATCOMP'95, Sevilla, 1995.
3.- Blázquez, A., París, F. & Cañas, J., *Frictional contact problems with non-conforming discretizations using BEM*, (Ed. C.A. Brebbia), pp 345-352, BEM XVI, Southampton, UK, CMP, 1994.
4.- Ho, H., Tsai, M.Y., Morton, J. & Farley, G.L. *A comparison of three popular test methods for determining the shear modulus of composite materials, Composites Engineering, 3, pp 69-81, 1983.*
5.- Mantic, V. & París, F., *Explicit formulae of the integral kernels and of the C-matrix in 2D Somigliana identity for orthotropic materials, Eng. Anal. B. E.* **15**, pp 283-288, 1995.
6.- Mantic, V., París, F. & Cañas, J., *Análisis del campo singular de tensiones en esquinas de materiales ortótropos* (Ed. F. París y J. Cañas), MATCOMP'95, Sevilla, 1995.
7.- París, F., Blázquez, A. & Cañas, J., *Contact problems with non-conforming discretizations using BEM, Computers & Structures,* **57** No. 5, pp 829-839, 1995.
8.- París, F & Cañas, J, *Boundary Element Method. Fundamentals and Applications, Oxford University Press*, en prensa.
9.- Pintado, P., Cañas, J. & Morton, J., *Numerical analysis of Notched Shear Specimens for composite materials, J. Reinforced Plastic and Comp.,* **10**, pp 198-211, 1991.
10.- Tomlin, G.R. & Butterfield, R., *Elastic analysis of zoned orthotropic continua, Proc. ASCE,* **EM3**, pp 511-529, 1974.