

## **Análisis del ensayo de fragmentación mediante el método de los elementos de contorno**

**E. Graciani, V. Mantič, F. París**

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Universidad de Sevilla, España

**Janis Varna**

Division of Polymer Engineering, Universidad de Luleå, Suecia

### **RESUMEN**

El ensayo de fragmentación se emplea para la caracterización de la tenacidad a fractura de la interfase entre la fibra y la matriz en materiales compuestos. Con este ensayo se pretende conseguir el crecimiento estable de una grieta a lo largo de la interfase en una probeta que contiene una única fibra embebida en la matriz polimérica. Para obtener valores de la tenacidad de la interfase, a partir de los resultados del ensayo, es usual emplear soluciones semi-analíticas del estado tensional en el entorno del vértice de la grieta. Dichas soluciones se suelen obtener a partir de hipótesis simplificadoras.

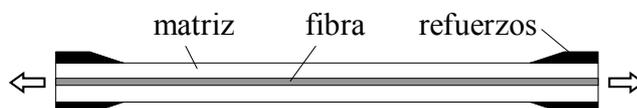
El objetivo de este estudio es la obtención de una solución numérica precisa del estado tensional existente en la probeta durante la realización del ensayo. Para conseguir este objetivo, es necesario tener en cuenta las tensiones residuales existentes en la probeta, debidas al enfriamiento desde la temperatura de curado hasta la temperatura ambiente, e incluir en el análisis un algoritmo que permita modelar el contacto entre la fibra y la matriz a lo largo de la grieta de interfase.

Debido a todo ello, se ha empleado el Método de los Elementos de Contorno para realizar el análisis, ya que, al utilizar como variables primarias las tensiones y desplazamientos en el contorno, se facilita en gran medida la imposición de las condiciones de contacto y el empleo de una discretización del modelo lo suficientemente fina como para calcular con exactitud la solución asintótica en el entorno del vértice de la grieta.

### **1. DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO**

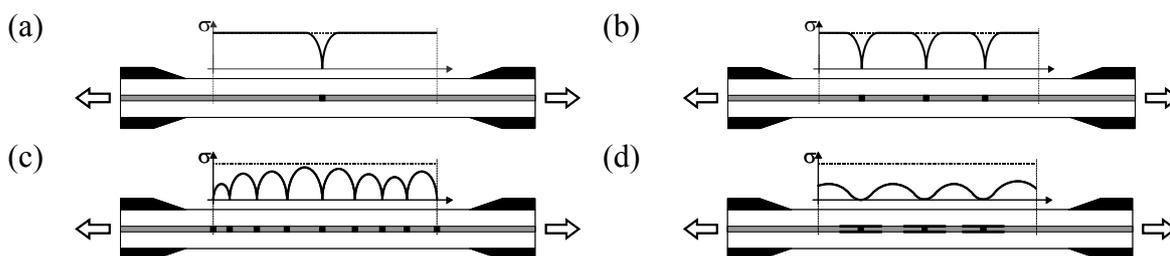
El ensayo de fragmentación en materiales compuestos emplea una probeta consistente en una única fibra, suficientemente larga, embebida en una matriz polimérica (Kelly and Thyson, 1965). Esta probeta se sujeta por los extremos mediante unas mordazas y es sometida a un alargamiento en la dirección de la fibra, tal como se esquematiza en la Figura 1, en la cual se ha exagerado el diámetro de la fibra para que se pueda observar su

colocación. La carga aplicada en los extremos de la probeta se transmite a la fibra a través de tensiones tangenciales en la interfase, por tanto, antes de que se produzca el primer fallo, tanto la fibra como la matriz se encuentran sometidas a un estado de tensión longitudinal uniforme en la zona de la probeta situada entre los refuerzos.



**Fig. 1 – Esquema del ensayo de fragmentación.**

Como la fibra tiene un comportamiento frágil frente a fractura y su deformación de rotura es mucho menor que la de la matriz, llegado a un cierto nivel de la carga aplicada se produce una rotura en la fibra, por su punto más débil, de forma que ésta queda dividida en dos fragmentos. Al separarse la fibra, en el plano de rotura la tensión longitudinal se hace nula, sin embargo, se sigue produciendo una transferencia de carga de la matriz a la fibra a través de tensiones tangenciales en la interfase, de forma que la fibra sigue sometida a la misma tensión longitudinal que tenía antes de producirse la rotura, salvo en una zona en el entorno de la rotura, tal como muestra la Figura 2a.



**Fig. 2 – (a) Primer fallo en la fibra. (b) Proceso de fragmentación. (c) Saturación sin despegue entre fibra y matriz. (d) Saturación con despegue entre fibra y matriz.**

Por tanto, tras la primera rotura, un ligero incremento de la carga aplicada a la probeta provoca la aparición de nuevos fragmentos, tal como se muestra en la Figura 2b. Durante este proceso, denominado fragmentación, existe una relación lineal, en coordenadas logarítmicas, entre la deformación en la fibra y la longitud media de los fragmentos, debido a que la resistencia de la fibra está definida por una distribución estadística de Weibull. La fragmentación sucesiva de la fibra conlleva una disminución de la zona de la misma sometida a altas tensiones. De esta forma, llega un momento, denominado saturación, en que la longitud de los fragmentos es demasiado corta para que se alcance en ellos un nivel de tensión suficiente para provocar nuevas roturas, tal como se muestra en la Figura 2c.

Debido a la cantidad de energía liberada repentinamente al partirse la fibra se inician en los extremos de cada uno de los fragmentos unas grietas de despegue entre la fibra y la matriz. Comparando el crecimiento de estas grietas con la aparición de nuevas roturas en la fibra el

ensayo puede considerarse dividido en tres etapas. En la primera, la fragmentación de la fibra se produce sin un crecimiento apreciable del despegue entre fibra y matriz. Posteriormente, en una segunda etapa, las grietas de despegue comienzan a crecer de forma paulatina mientras continua la fragmentación de la fibra. Por último, alcanzada la saturación, el aumento de la carga aplicada provoca únicamente el crecimiento de las grietas de despegue entre la fibra y la matriz pero no la aparición de nuevos fragmentos en la fibra.

Debido a que el crecimiento del despegue provoca un descenso en la tensión axial de la fibra, cuanto antes comience y cuanto más rápido se propague el despegue entre la fibra y la matriz mayor será la longitud media de los fragmentos una vez alcanzada la saturación, tal como se esquematiza en la Figura 2d.

Al realizar el ensayo de fragmentación es posible que aparezcan grietas que nacen de los extremos de los fragmentos de la fibra y se propagan a través de la matriz, bien transversales a la aplicación de la carga o con forma cónica (Graciani et al., 2003). Estas grietas provocan la rotura de la probeta sin que falle la interfase y, por tanto, en estos casos no se puede medir la tenacidad a fractura de la misma.

## **2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

Teniendo en cuenta que las dimensiones de la probeta son mucho mayores que el diámetro de la fibra, puede considerarse que la solución del problema presenta simetría axial. Por tanto, para calcular la solución del estado tensional en la probeta mediante el MEC se ha empleado una formulación con simetría axial (Graciani et al., 1999) que incluye el efecto de las tensiones residuales que aparecen como consecuencia del proceso de curado mediante la solución de un problema termoelástico a temperatura constante (Bakr, 1986).

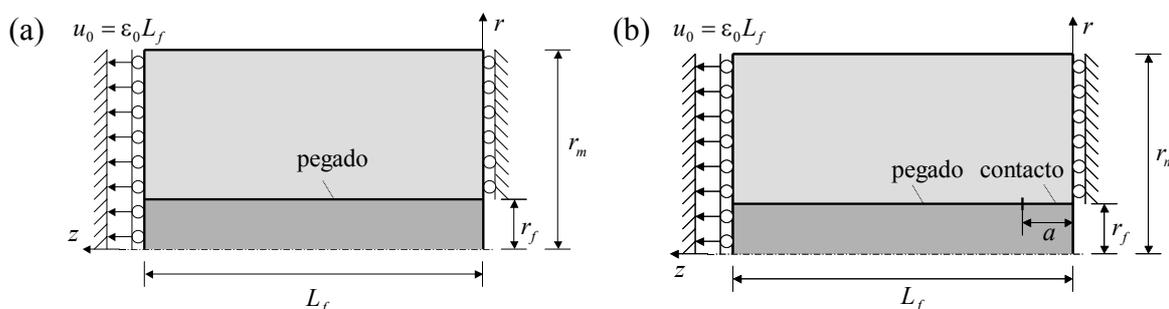
Las condiciones de equilibrio y compatibilidad en la interfase entre la fibra y la matriz han sido establecidas mediante el desarrollo de un algoritmo débil de contorno con simetría axial, basado en el presentado por Blázquez et al. (1998) para problemas planos, que permite el acoplamiento inmediato de las ecuaciones correspondientes a ambos sólidos y la imposición de las condiciones de contacto (Graciani et al., 1999). Aunque el algoritmo empleado permite tener en cuenta el efecto de la fricción entre la fibra y la matriz en las caras de la grieta de despegue, dicho efecto no ha sido tenido en cuenta en este estudio.

El planteamiento mediante el Método de los Elementos de Contorno, permite el cálculo de los valores de las componentes de los desplazamientos y del vector tensión en los nodos de la discretización del contorno de los sólidos. Posteriormente, empleando esta solución, se pueden calcular los valores de los desplazamientos y las componentes del vector tensión en cualquier punto de interés (París y Cañas, 1997).

### 3. ANÁLISIS NUMÉRICO

Suponiendo que los fragmentos son suficientemente largos y que el crecimiento del despegue es análogo a ambos lados de la rotura de la fibra, basta modelar medio fragmento de la fibra para obtener la solución del estado tensional en la probeta, ya que éste será idéntico en el entorno de cada rotura de la fibra y simétrico respecto al plano de rotura. Las condiciones de contorno, esquematizadas en la Figura 3, son las siguientes:

- Simetría respecto al plano de rotura de la fibra.
- Borde exterior de la probeta libre de tensiones.
- Unión perfecta entre la fibra y la matriz en la zona no despegada.
- Contacto sin fricción entre las caras de la grieta de despegue.
- La carga aplicada a la probeta se ha modelado como un desplazamiento uniforme del plano medio del fragmento en la dirección del eje de la fibra.



**Fig. 3 – Modelo del ensayo: (a) sin despegue, (b) con despegue.**

Se ha empleado una combinación de fibra de vidrio y matriz epoxy, cuyas propiedades termoelásticas se recogen en la Tabla 1, en la que se han incluido también las dimensiones de la sección de la fibra y de la probeta. Se ha considerado en todos los casos que la temperatura de solidificación en el curado está a 80 K por encima de la temperatura ambiente.

	Fibra	Matriz
Módulo de Young	70 GPa	3.5 GPa
Coefficiente de Poisson	0.2	0.3
Coefficiente de dilatación térmica	$7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$50 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Diámetro	10 $\mu\text{m}$	550 $\mu\text{m}$

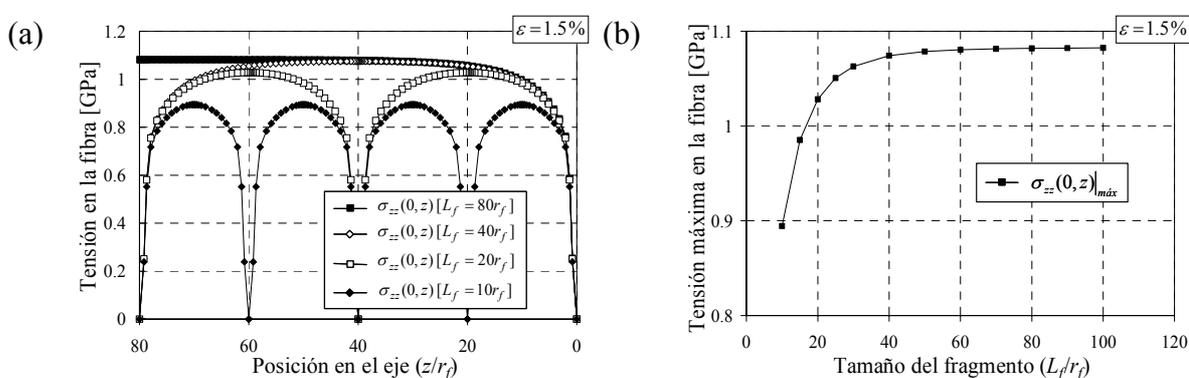
**Tabla 1 – Propiedades de los materiales.**

#### 3.1 Proceso de fragmentación de la fibra

El primer objetivo del estudio ha sido modelar el proceso de fragmentación de la fibra sin crecimiento de las grietas de despegue, con el objetivo de observar cómo se produce la saturación en el proceso de fragmentación y seleccionar los tamaños de fragmento que se van a emplear en los siguientes modelos. La geometría y las condiciones de contorno

empleadas se esquematizan en la Figura 3a. En ambos casos, se ha refinado la discretización en el entorno del vértice de la grieta, de forma que el más pequeño de los elementos en que se ha dividido el contorno tiene un tamaño de  $10^{-6}$   $\mu\text{m}$ .

El efecto de la fragmentación se puede observar en la Figura 4a, en la que se muestra la evolución de la tensión longitudinal en el eje de la fibra al dividir sucesivamente los fragmentos por la mitad, partiendo de una longitud inicial correspondiente a  $L_f = 80 r_f$ . Como se pone de manifiesto en la Figura 4b, la tensión máxima en la fibra no se ve alterada de forma sustancial cuando los fragmentos son largos y decrece rápidamente por debajo de un determinado valor del tamaño del fragmento. A la vista de estos resultados, para los siguientes análisis se han empleado tres longitudes de fragmento: una larga ( $L_f = 80 r_f$ ), una corta ( $L_f = 20 r_f$ ) y una intermedia ( $L_f = 40 r_f$ ).



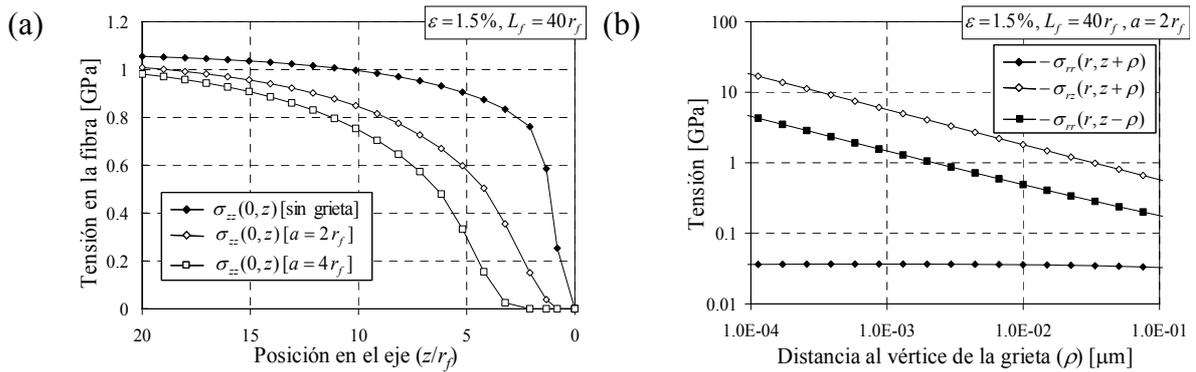
**Fig. 4 – Proceso de fragmentación: (a) Variación de la tensión longitudinal en el eje de la fibra. (b) Disminución de la máxima tensión longitudinal en la fibra.**

### 3.2 Crecimiento de la grieta de despegue en la interfase

Para estudiar el crecimiento de la grieta de despegue se ha empleado el modelo mostrado en la Figura 3b, variando la longitud de la grieta de despegue en el rango  $0.2 r_f < a < 8 r_f$ . Los resultados obtenidos muestran que en todos los casos la grieta de despegue está cerrada, con lo cual el crecimiento es en modo II.

La obtención de la solución tensional del modelo con grieta de despegue no es, en principio, un problema trivial, ya que la aplicación del decremento de temperatura correspondiente al proceso de curado es anterior a la aparición de la fisura. Sin embargo, a la vista de los resultados obtenidos, se observa que tanto la temperatura de curado como la carga aplicada durante el ensayo provocan la aparición de tensiones de compresión en las caras de la grieta de despegue, de forma que se puede garantizar que ésta permanece cerrada durante todo el proceso. Teniendo en cuenta, además, que se no se ha considerado el efecto de la fricción, las ecuaciones que gobiernan el análisis son lineales y se puede resolver el problema aplicando de forma simultánea el decremento térmico debido al curado y la carga al modelo con la grieta ya crecida desde el inicio.

En la Figura 5a se observa como decrece la tensión longitudinal a lo largo del eje de un fragmento cuando progresa el despegue entre la fibra y la matriz. Por consiguiente, el crecimiento del despegue entre fibra y matriz es un efecto que se opone a la aparición de nuevas roturas en la fibra. En la Figura 5b se muestra, en coordenadas logarítmicas, la solución obtenida para las componentes del tensor de tensiones frente a la distancia al vértice de la grieta ( $\rho$ ). Se comprueba que la tensión normal en el fondo de grieta es acotada, mientras que la tensión tangencial en el fondo de grieta y la tensión normal de contacto entre la fibra y la matriz tienen un comportamiento singular proporcional a  $\rho^{-0.5}$ .



**Fig. 5 – Estado tensional en la probeta: (a) tensión longitudinal en el eje de la fibra, (b) tensiones singulares en el entorno del vértice de la grieta.**

Para estudiar la propagación de la grieta, se asumirá que la energía unitaria liberada durante el crecimiento de la grieta de despegue será igual a la que se necesita para crear las nuevas superficies. Por tanto emplearemos un criterio de la forma:

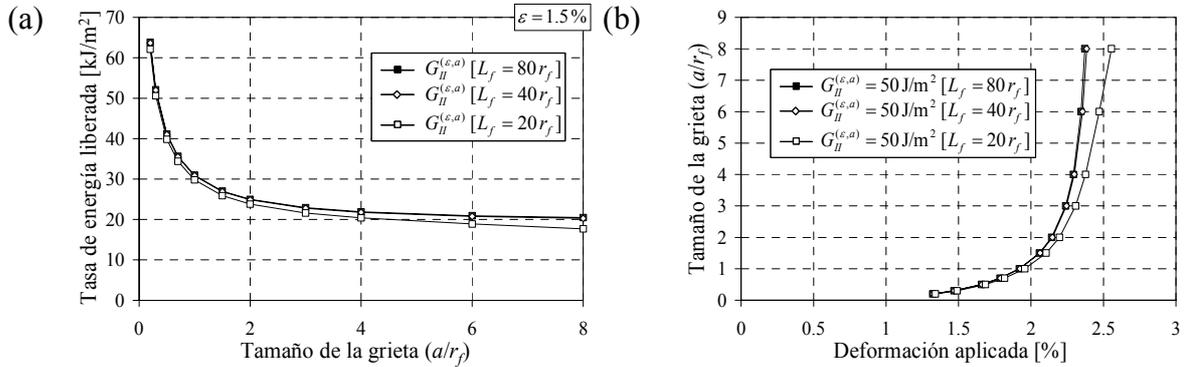
$$G_{II}^{(\varepsilon, a)} = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{\delta a} \int_a^{a+\delta a} \frac{1}{2} \sigma_{rz}^{(\varepsilon, a)}(r_f, z) \Delta u_z^{(\varepsilon, a)}(r_f, z - \delta a) dz = G_{IIc} \quad (1)$$

Donde  $G_{II}^{(\varepsilon, a)}$  es la energía unitaria liberada en el crecimiento de la grieta (Irwin, 1957);  $\Delta u_z^{(\varepsilon, a)}$  es la diferencia entre los desplazamientos de la matriz y la fibra y  $G_{IIc}$  es la tenacidad a fractura de la interfase en modo II.

En la Figura 6a se muestran los valores de  $G_{II}^{(\varepsilon, a)}$ , calculados para las tres configuraciones escogidas, frente al tamaño de la grieta de despegue. Aunque esta curva sólo es válida para un valor de la deformación aplicada del 1.5 %, se obtienen curvas cualitativamente similares a ésta, para todos los valores dentro del rango de deformaciones que sufre la probeta durante el ensayo. Por tanto, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La energía liberada tiende a infinito cuando el tamaño de grieta tiende a cero, lo cual justificaría la aparición de una pequeña grieta de despegue entre fibra y matriz en el instante de producirse la rotura de la fibra.

- Cuando los fragmentos son grandes ( $L_f = 80 r_f$  y  $L_f = 40 r_f$ ), la solución en el entorno de cada rotura de la fibra coincide y, por tanto, la energía liberada durante el crecimiento de la grieta no depende del tamaño del fragmento.
- El crecimiento de las grietas de despegue es estable durante todo el ensayo, ya que la energía liberada decrece siempre al aumentar el tamaño de la grieta.



**Fig. 6 – Crecimiento de la grieta de despegue: (a) tasa de liberación de energía, (b) longitud de la grieta frente a la carga aplicada.**

Debido a que la grieta está siempre cerrada, se puede calcular el valor de la deformación que es necesario aplicar para que se propague una grieta de un tamaño determinado, aplicando la ecuación (1). Para ello hay que tener en cuenta que:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha\beta}^{(\varepsilon,a)}(r,z) &= \sigma_{\alpha\beta}^{(0,a)}(r,z) + \varepsilon \sigma_{\alpha\beta}^{(1,a)}(r,z) \\ u_{\alpha}^{(\varepsilon,a)}(r,z) &= u_{\alpha}^{(0,a)}(r,z) + \varepsilon u_{\alpha}^{(1,a)}(r,z)\end{aligned}\quad (2)$$

donde  $\sigma_{\alpha\beta}^{(0,a)}$  y  $u_{\alpha}^{(0,a)}$  corresponden a la solución del problema aplicando únicamente el decremento de temperatura debido al proceso de curado y  $\sigma_{\alpha\beta}^{(1,a)}$  y  $u_{\alpha}^{(1,a)}$  corresponden a la solución del problema aplicando únicamente una deformación longitudinal de valor unidad. Introduciendo esta descomposición en (1) se obtiene una ecuación de segundo grado a partir de la cual se puede calcular el valor de la deformación necesaria para que se propague la grieta de despegue.

En la Figura 6b se muestran los resultados obtenidos siguiendo el procedimiento descrito, para un valor supuesto de la tenacidad a fractura de la interfase de  $50 \text{ J/m}^2$ . Como puede observarse, la propagación de las grietas de despegue es muy lenta al principio y su velocidad de crecimiento va aumentando conforme aumenta el tamaño de la grieta.

#### 4. CONCLUSIONES

La primera conclusión que se puede obtener de los resultados presentados es que la aplicación del Método de los Elementos de Contorno con simetría axial para modelar el ensayo de fragmentación permite obtener soluciones muy precisas del estado tensional en el problema. Se ha observado como estas soluciones están de acuerdo con el comportamiento esperado y son capaces de reproducir con exactitud el comportamiento asintótico de las tensiones y los desplazamientos en el entorno del vértice de la grieta de despegue.

Dado que como resultado del ensayo de fragmentación se pueden obtener los valores del tamaño medio de los fragmentos y de la longitud media de las grietas de despegue frente a la deformación aplicada, soluciones análogas a las presentadas serán de gran utilidad a la hora de calcular la tenacidad a fractura de la interfase a partir de los datos del ensayo, ya que a partir de ellas será posible construir para un valor de la tenacidad a fractura de la interfase una única curva similar al conjunto mostrado en la figura 6b, teniendo en cuenta además en cada instante cual es el tamaño medio de los fragmentos. El valor de la tenacidad a fractura de la interfase considerada será, por tanto, el que mejor ajuste los resultados de las medidas experimentales del despegue entre fibra y matriz frente a la deformación aplicada.

No obstante, antes de poder llevar a cabo esta tarea con exactitud es necesario tener en cuenta en el estudio el efecto de la fricción entre las caras de la grieta de despegue. Aunque considerar este efecto no añade excesiva dificultad a la hora de obtener las soluciones numéricas del problema con el algoritmo presentado, es bastante complejo incluirlo en el estudio. Esto es debido, por una parte, a que añade un parámetro, el coeficiente de fricción entre las superficies, del cual es difícil estimar o medir su valor y, por otra, a que las soluciones asintóticas de las tensiones y los desplazamientos en el entorno del vértice de la fisura cambian cualitativamente y requieren por tanto de un análisis de los resultados más complejo que el presentado.

#### REFERENCIAS

- BAKR, A.A. (1986) *The Boundary Integral Equation Method in Axisymmetric Stress Analysis Problems*. Springer-Verlag, Berlin.
- BLÁZQUEZ, A., PARÍS, F. y MANTIČ, V. (1998). BEM solution of two-dimensional contact problems by weak application of contact conditions with nonconforming discretizations. *International Journal of Solids and Structures* 35, pp. 3259-3278.
- GRACIANI, E., MANTIČ, V. y PARÍS, F. (1999). BEM solution of axi-symmetric contact problems by weak application of contact conditions with non conforming discretisations. *Boundary Element Techniques, 6-8 Julio 1999*. Queen Mary and Westfield College, Londres, Reino Unido.

- GRACIANI, E., MANTIČ, V., PARÍS, F. y VARNA, J. (2003). Single Fiber Fragmentation Test. A BEM Analysis. *44<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 7-10 Abril 2003*. Norfolk(VA), EEUU.
- IRWIN, G.R. (1957). Analysis of stresses and strain near the end of a crack transversing a plate. *Journal of Applied Mechanics* 24, pp. 361-364.
- KELLY, A. y THYSON, W.R. (1965). Tensile properties of fiber-reinforced metals: copper/tungsten and copper/molybdenum. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 13, pp. 329-350.
- PARÍS, F. y CAÑAS, J. (1997) *Boundary Element Method. Fundamentals and Applications*. Oxford University Press, Oxford, Reino Unido.