

R. 8. 095

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Facultad de Física

T.S.

106

Departamento de Electrónica y

Electromagnetismo

**"Compensación de componentes armónicos de
intensidad en sistemas eléctricos con cargas no
lineales"**

Memoria presentada para aspirar al

grado de Doctor en Ciencias

Físicas por

Jaime Gutiérrez Benítez

Licenciado en Ciencias Físicas

Sevilla, 1993.

2131 486492

TESIS DOCTORAL

**"Compensación de componentes armónicos de
intensidad en sistemas eléctricos con cargas no
lineales"**

EL DOCTORANDO

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, stylized initial 'J' followed by a horizontal line and a smaller signature.

Jaime Gutiérrez Benítez

EL DIRECTOR

A handwritten signature in black ink, featuring a large, stylized initial 'J' followed by a horizontal line and a smaller signature.

Juan Carlos Montaña Asquerino

AGRADECIMIENTOS

- A Juan Carlos Montaña por su acertada dirección y su inestimable ayuda para que este trabajo se hiciera realidad.
- A Justo Calvo, tutor de esta tesis, y Antonio Castellanos Mata, director del departamento de Electrónica y Electromagnetismo, por los apoyos recibidos.
- A Manolo Castilla y Antonio López, compañeros de investigación por sus continuas ayudas.
- A mis compañeros del departamento "Lenguajes y Sistemas Informáticos", por las facilidades que me han dado.
- A mi familia, por el tiempo que no les he dedicado.
- A mi padre que le hubiera gustado conocer la finalización de este trabajo..

Queda registrada esta Tesis Doctoral
al folio 96 número 215 del libro
correspondiente.

Sevilla, 22 de Mayo de 1977

El Jefe del Negociado de Tesis,

F. D. R. D. B. A.

Indice de materias

Introducción 7

1 Síntesis de circuitos LC para la compensación de potencia reactiva en situaciones no sinusoidales y cargas variables

1.1 Introducción 19

1.2 Análisis y método de ajuste de la función de compensación 22

1.3 Arquitectura del compensador 27

1.4 Diseño del compensador 35

1.4.1 Elección de los polos 35

1.4.2 Determinación de los valores límites de las inductancias y del número de conmutadores. ..
..... 40

1.4.2.1 Variación del factor de potencia debido a los incrementos de susceptancia de la carga ..
..... 45

1.4.2.2 Determinación de los incrementos de inductancias de compensación $L_{o,i}$ 49

1.5 Funcionamiento del compensador: configuración de las ramas a partir de un conjunto de datos de las susceptancias de la carga. 51

1.5.1 Cálculo del valor de las inductancias de compensación. 52

1.5.2 Determinación del estado de los interruptores 54

2 Compensación de intensidad reactiva mediante conmutación con tiristores de inductancias y condensadores

2.1 Introducción 59

2.2 Compensador de bobina controlada por tiristores 61

2.2.1 Alimentación senoidal	61
2.2.2 Alimentación no senoidal	65
2.2.2.1 Intensidades armónicas generadas en el TCR.	69

3 Inyección selectiva de armónicos de intensidad en los sistemas eléctricos con cargas no lineales

3.1 Introducción	81
3.2 Principios básicos	84
3.3 Cancelación selectiva de un armónico.	89
3.4 Metodología	94
3.5 Cancelación de varios componentes armónicos de la carga mediante una fuente de intensidad controlada	99
3.6 Coeficientes del desarrollo en series trigonométricas de la intensidad del compensador	111
3.7 Cálculo numérico de las magnitudes básicas	116

4 Compensador con condensadores conmutados

4.1 Introducción	123
4.2 Descripción en el dominio temporal	126
4.2.1 Caso general de un compensador SC con resistencia e inductancia	133
4.3 Aplicación al caso de convertidores controlados por el ángulo de fase.	142
4.4 Aplicación al caso de cargas reactivas variables	142
4.5 Determinación de los parámetros del compensador y de la secuencia de	

conmutación para el comienzo de las iteraciones	149
Conclusiones	153

Apéndice A. Método de medida de la susceptancia equivalente de la carga y de la intensidad reactiva, basado en el procesamiento digital de señales

A.1. Introducción	163
A.2. Consideraciones básicas	165
A.3. Cálculo de la susceptancia e intensidad reactiva	168
A.4. Aplicación de la transformada discreta de Fourier a dos conjuntos de datos reales	171
A.5. Procedimiento de cálculo	177
A.6. Algoritmo basado en el TMS320 para medidas de potencia reactiva en tiempo real	180
A.7. Hardware	185

Apéndice B. Diseño de un compensador de mallas LC para el caso de una carga RL que varía aleatoriamente

B.1. Algoritmo de DISEÑO.PAS escrito en lenguaje Pascal	193
B.2. Simulación numérica de un caso ilustrativo	205

B.3	Programa DISENO.PAS en lenguaje Pascal	208
 Apéndice C. Simulación del funcionamiento del compensador de mallas LC para el caso de una carga que varía aleatoriamente		
C.1.	Algoritmo de COMPENSAR.PAS	219
C.2.	Simulación numérica del funcionamiento del compensador	227
c.3	Programa COMPENSAR.PAS en lenguaje Pascal	230
 Apéndice D. Simulación de compensación con TCR en situaciones no senoidales		
D.1.	Comparación de la compensación utilizando la formulación clásica y la propuesta.Caso de una carga inductiva	239
D.2.	Variación del factor de potencia en función del coeficiente de distorsión armónica	242
 Apéndice E. Algoritmos para la obtención de las secuencias de conmutación de los impulsos de intensidad que cancelan un conjunto de armónicos de la intensidad de la carga		
E.1.	Algoritmo "Secuencias"	247
E.1.1.	Descripción	247

E.1.2.	Programa en lenguaje C	266
E.2.	Algoritmo "Parámetros iniciales"	282
E.2.1.	Descripción	282
E.2.2.	Programa en lenguaje C	284
E.3.	Programa en C "Espectros impulsos"	286
E.4	Programa para simular mediante PSPICE la compensación de un convertidor CA/CC	289
E.5	Programa para simular mediante PSPICE la compensación de una carga reactiva con componentes de intensidad no lineales	291
E.6	Resultados de la simulación numérica de la compensación de un convertidor AC/DC para diversos ángulos de disparo	293
Bibliografía	303

Introducción

Debido al rápido avance experimentado por la electrónica de potencia en las últimas décadas, la mayor parte de la energía transmitida por las redes eléctricas se realiza en condiciones no senoidales. Los responsables de esta situación son principalmente los elementos no lineales utilizados en sistemas rectificadores [1] , tiristores [2] [3] [4] , y transistores de potencia [4]. Estos elementos juegan un papel importante en ingeniería de potencia debido a su facilidad de regulación, simple mantenimiento, y bajas pérdidas. Sin embargo, las condiciones no senoidales que presentan las formas de onda en las redes eléctricas son consecuencia del uso masivo de tales sistemas, y de su comportamiento no lineal y variable en el tiempo.

En estas situaciones, los efectos negativos originados, tanto para el consumo como para la producción de la energía eléctrica, se traducen en un bajo factor de potencia y en la polución de armónicos en todo el sistema de distribución [5]. Un bajo factor de potencia se considera sinónimo de altas pérdidas en la transmisión de la energía. De todo ello se deduce la creciente importancia que suscita la investigación de nuevos sistemas de mejora de la calidad de las señales de la red y del rendimiento en el suministro energético, sistemas que podemos denominar, en general, como acondicionadores.

El término **acondicionador** se ha introducido recientemente [9] para denominar

a los sistemas que pueden configurarse como compensadores de potencia reactiva, circuitos de cancelación de armónicos, o en filtros activos. En 1963 varios investigadores [6] [7] apuntaban la posibilidad de mejorar la transmisión de la potencia por medio de elementos semiconductores del tipo de cuatro capas. Así, en [7], H.F. Storm indica que forzando el corte de los tiristores antes del final de un semiciclo, la componente fundamental de la intensidad puede adelantarse respecto a la de la tensión y, mediante el ajuste adecuado de los ángulos de disparo y de extinción, es posible alcanzar un factor de desplazamiento unitario. En 1968 M.S. Erlicki [8] presentó una teoría básica de la compensación del factor de potencia en situaciones no senoidales, utilizando cargas no lineales, o variables temporalmente (conmutadas).

Uno de los mayores logros técnicos de los años 70, en este campo, fue probablemente el de la reactancia controlada por tiristor (Thyristor Controlled Reactor-TCR) con condensador fijo, conocido también como "compensador VAR estático" [9]. Este sistema proporciona potencia reactiva variable, en módulo y signo, a la frecuencia de la red. Debido a la discontinuidad de la intensidad que circula por la bobina, el TCR genera armónicos no deseados, por lo que requiere la instalación de bancos de filtros sintonizados.

Hasta hace unos años, las grandes pérdidas en la conmutación, limitada relación

di/dt, y bajo rango de tensiones de bloqueo de los transistores de potencia disponibles en las décadas de los 60 y 70, hicieron impensable la realización práctica de compensadores de armónicos utilizando estos elementos como controladores. El desarrollo de transistores de efecto campo y semiconductores oxido-metálicos controlados por tiristores (MCT) han comenzado la apertura hacia la implementación práctica de compensadores de armónicos.

Varias son las estrategias posibles en la compensación de los armónicos en la red. El objetivo primordial se fija, en la mayoría de los casos, en la minimización del factor de potencia, pero, en determinadas situaciones, la distorsión ocasionada en la señal de tensión plantea la búsqueda de una solución de compromiso entre pérdidas en el sistema y mínima distorsión.

En esencia, podemos considerar los siguientes casos:

- compensación de la componente fundamental de la potencia reactiva. La intensidad de compensación es senoidal, la intensidad de la línea no cambia de forma y, al no utilizarse condensadores en el compensador, no se producen fenómenos de resonancia con la impedancia interna del generador.
- compensación de las intensidades armónicas de la línea, de forma que la intensidad resultante sea senoidal y en fase con la componente fundamental de

la tensión. Si a un número suficiente de cargas no lineales, dominantes en el circuito de potencia, se le conectan compensadores de este tipo, el flujo de potencia armónica puede reducirse hasta niveles insignificantes.

– compensación total, de forma que el factor de potencia resultante sea la unidad. Esto requiere que la intensidad de la línea y la tensión aplicada tengan idéntica forma, lo que significa que la intensidad instantánea de la línea es proporcional a la tensión. El compensador ideal en este caso consistirá en un circuito no lineal que no consuma potencia, que pueda ser incorporado como convertidor de energía y opere como generador o como carga.

– compensación para minimizar las pérdidas de potencia en el sistema. El compensador, colocado en un punto de la red compleja de distribución, actúa como filtro para los armónicos generados por las cargas conectadas en ese punto y como compensador para los otros armónicos generados en otras líneas derivadas de la principal, de forma que la disipación en todas las líneas del entorno se reduzca todo lo posible. El compensador ideal debe operar como una fuente de intensidad controlada, que genera unas intensidades armónicas de determinadas frecuencias y absorbe otras intensidades de frecuencias distintas.

– compensación para minimizar la distorsión de la tensión aplicada al usuario o

a una línea ramificada de la red de consumo. La estructura del compensador coincide con la del caso anterior, resultando que la condición de mínima distorsión de la tensión aplicada en el punto origen de la línea de consumo coincide con la de mínimas pérdidas por armónicos de potencia.

Esta demostrado en varios de los casos estudiados en redes de distribución, constituidas por varios buses [10], que ni el conseguir una intensidad de línea senoidal, ni un factor de potencia unitario, son garantías de obtener mínimas pérdidas en el sistema o mínima distorsión de la tensión. En cualquier caso, el problema que subyace en cada aplicación es de índole económico, esto es, el del costo del acondicionador, que en la práctica se reduce al del compensador activo de estado sólido. Basándonos en la experiencia actual con circuitos TCR podemos imaginar que los nuevos dispositivos de compensación irán implantándose gradualmente. La nueva generación de acondicionadores, como los que hemos desarrollado en nuestro trabajo, pueden controlar, no solamente la potencia activa sino también las reactiva y de distorsión. El inyectar armónicos seleccionados, ya sea para eliminar la distorsión de la intensidad, o para optimizar el factor de potencia generando o absorbiendo potencia reactiva, creará un incentivo suficiente para el productor y para el consumidor.

Estamos convencidos que en los próximos años la compensación electrónica de

los armónicos comenzará con la realización de prototipos de laboratorio. A ellos seguirá, sin duda, las pruebas en estaciones piloto y su producción a escala industrial. El objetivo principal de nuestro trabajo se centra en la búsqueda de posibles soluciones a este problema del acondicionamiento, bien para mejorar la calidad de las señales de la red o para optimizar la transmisión energética, en la situación real de nuestras redes eléctricas de distribución.

La primera de estas soluciones radica en el empleo de mallas de elementos pasivos, de tipo reactivo, que pueden reconfigurarse en función de la medida de las susceptancias armónicas de la carga. Se intenta equiparar los tiempos de respuesta del sistema con los existentes en los circuitos convencionales de compensación con TCR.

Seguidamente, buscaremos otra nueva solución consistente en ampliar la utilización de los circuitos TCR a situaciones más generales de las que se vienen contemplando. A tal fin, se estudiará el efecto de la distorsión de la señal de tensión de la red en tales circuitos y, mediante la formulación de las componentes de intensidades armónicas en el TCR, establecer las bases de un control más amplio de los armónicos de intensidad, o bien de las potencias activa, reactiva y de distorsión correspondientes, en general, a una carga no lineal.

Finalmente, se abordará, de forma también general, la compensación selectiva de cualquier componente armónico de la potencia absorbida o generada por la carga. El acondicionador, en este caso, se basará en el diseño de una fuente de intensidad, realizable con circuitos no lineales, o variables temporalmente, que genere, en cada período fundamental de la tensión de red, secuencias programadas de impulsos. Las fases y duración de cada uno de los impulsos de la secuencia determinarán la generación o absorción de armónicos de intensidad que serán los adecuados para compensar o filtrar los correspondientes de la carga.

A este respecto, postulamos la existencia de un elemento ideal de conmutación con unas características de corte bidireccional de la intensidad que lo atraviesa y tensión inversa de ruptura, ilimitadas [11] [12]. Las múltiples conmutaciones de este elemento, dentro de un período de red, plantea un problema complejo de selección de valores de un cierto número de variables interdependientes, con el objetivo de optimizar una función, que en nuestro caso puede concretarse en el valor eficaz de la intensidad de la red de suministro eléctrico o en el factor de potencia relativo a una carga determinada por su espectro de inductancias.

Es un problema matemático de programación no lineal, sujeto a ligaduras, que puede definirse como

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(\mathbf{X}) \\ \text{de forma que} & h_i(\mathbf{X}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & g_j(\mathbf{X}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, r \\ & \mathbf{X} \in S. \end{array}$$

En esta formulación \mathbf{X} es un vector n dimensional de las incógnitas, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, siendo f , h_i , $i = 1, 2, \dots, m$, y g_j , $j = 1, 2, \dots, r$, funciones reales de las variables x_1, x_2, \dots, x_n .

El conjunto S es un subconjunto del espacio n dimensional. La función f es la función objetivo del problema y las ecuaciones, desigualdades y restricciones del conjunto, son las ligaduras.

En nuestro estudio, suponemos las funciones continuas para asegurar que pequeños cambios en \mathbf{X} provocan pequeños cambios en los demás valores asociados al problema. El conjunto S no es arbitrario sino una región conectada del espacio n dimensional. El tamaño del problema puede considerarse, en nuestro caso, como de escala intermedia, con entre cinco y cien variables. Requiere para una solución efectiva una tecnología de cálculo avanzado con una teoría avanzada. Es aconsejable, por tanto, un miniordenador o estación de trabajo, con códigos matemáticos de programación de propósito general.

La teoría aplicada para la optimización, aplicando los métodos de programación no lineal con restricciones, se basa en la utilización de los multiplicadores de Lagrange. Sin embargo, esta teoría, tomada como básica para el cálculo de las soluciones numéricas de optimización, debemos adecuarla al caso estudiado. Ello es debido a que no considera las dificultades asociadas a la resolución de las ecuaciones resultantes de establecer las condiciones iniciales necesarias.

La teoría desarrollada se ha dirigido hacia la obtención de procedimientos que exploten las posibilidades de cálculo rápido del ordenador. Esto nos ha llevado a abandonar la idea de resolver el conjunto de ecuaciones necesarias y, en su lugar, establecer un procedimiento más directo de búsqueda a través del espacio (de una forma inteligente) para mejorar el proceso de cálculo de las soluciones.

Las técnicas actuales de búsqueda pueden aplicarse, de una forma eficiente, a problemas de programación no lineal, más o menos generales, que manejen del orden de 500 variables [13]. Esto justifica, en nuestro caso, con un número de variables mucho más modesto, que la técnica empleada pueda satisfacer los ordenes de tiempo de respuesta, exigidos al sistema de control, en la práctica totalidad de las futuras aplicaciones industriales.

Capítulo 1

Síntesis de circuitos LC para la compensación de potencia reactiva en situaciones no sinusoidales y cargas variables

1.1 Introducción

Los métodos utilizados habitualmente en la compensación de potencia reactiva con elementos pasivos, consisten generalmente en conectar circuitos reactivos (compensadores) en paralelo con la carga [14], normalmente están compuestos por bancos de condensadores [15] [16] o conjuntos de bobinas y condensadores en serie (ramas LC) [17] [18] [19] [20]. De esta forma se intenta anular [21], o al menos minimizar [22] [23], la potencia (o intensidad) reactiva del conjunto carga-compensador, o lo que es equivalente, hacer mínimo el valor eficaz (rms) de la intensidad suministrada por el generador [24]. Los algoritmos de cálculo, para la síntesis del compensador óptimo, se basan en aplicar las condiciones de mínimo a algunas de las magnitudes mencionadas, que son funciones dependientes de los parámetros del compensador.

Cuando la tensión de alimentación es senoidal, estos métodos conducen a situaciones plenamente satisfactorias, alcanzándose la compensación total (factor de potencia unidad). Sin embargo, cuando la alimentación no es senoidal [25] [26], la respuesta en frecuencia del compensador no es la adecuada para

una compensación total de la carga, la metodología indicada obtiene en estos casos soluciones de compromiso para los parámetros del compensador con los que se alcanza un "equilibrio" entre los distintos componentes armónicos de la intensidad, pero no los anula. Estas soluciones son "inestables", ya que un cambio en los módulos ó fases de los armónicos del espectro de la señal de tensión aplicada cambia el de la intensidad de la carga (o viceversa); este efecto hace necesario modificar la estructura del compensador de acuerdo con las variaciones sufridas por la señal de tensión o por las del circuito equivalente de la carga.

Un método que difiere sustancialmente de los indicados es el que presentamos en este capítulo, con él pretendemos configurar un compensador que presente una respuesta en frecuencia que anule los componentes armónicos reactivos de la intensidad de la carga. La minimización de la corriente reactiva y en consecuencia de la potencia reactiva y de la intensidad eficaz, se consigue sintetizando un circuito que presente un conjunto de susceptancias armónicas iguales a las de la carga pero de signo diferente, con lo que se cumple

$$B_l(n) + B_c(n) = 0,$$

donde l y c indican carga y compensador respectivamente. De esta forma se consigue hacer nula la intensidad reactiva.

Sin embargo, en la mayoría de los sistemas de consumo eléctrico, la carga, caracterizada por su espectro de impedancias armónicas, cambia con el tiempo; ello requiere que el compensador se adapte, además, a estas variaciones temporales.

La solución a los problemas que planteamos lleva implícito la utilización de un dispositivo de medida de las susceptancias armónicas como el propuesto en el apéndice A, este ha de captar las señales temporales de tensión e intensidad en los terminales de la carga y obtener rápidamente su espectro de susceptancias armónicas, que a su vez ha de servir como parámetro de entrada a los algoritmos de cálculo que aquí proponemos. Estos podemos dividirlos en dos clases: los primeros han de servir para acotar los parámetros del compensador en correspondencia con las de la carga, mientras que los segundos se utilizarán en determinar rápidamente las configuraciones cambiantes del compensador y expresar esta configuración mediante una palabra de control que pueda activar un conjunto de conmutadores.

1.2 Análisis y método de ajuste de la función de compensación

Consideraremos una carga dada por su admitancia compleja

$$Y(n \omega_0) = G(n \omega_0) + j B(n \omega_0),$$

a la frecuencia $n\omega_0$, siendo $\omega_0=2\pi f$, f la frecuencia fundamental correspondiente a la onda de tensión de la red, y $n=1, \dots, m$ un conjunto \mathbf{N} de números naturales de cardinal M que contiene los números de orden de los posibles componentes armónicos significativos de dicha onda. Supondremos que el dispositivo de medida mencionado en el apéndice A determina el espectro de Fourier de la tensión de alimentación, así como el valor de las susceptancias, $B(n \omega_0)$, para un espectro finito de frecuencias. Con la finalidad de minimizar la potencia reactiva que suministra la fuente de tensión, trataremos la síntesis del circuito reactivo compensador que, en paralelo con la carga, presente una susceptancia

$$B(n\omega_0) = -B(n\omega_0)$$

a toda frecuencia $n \omega_0$.

Mediante M ramas LC en paralelo, Figura 1,1 , según se demuestra en [27] [28],

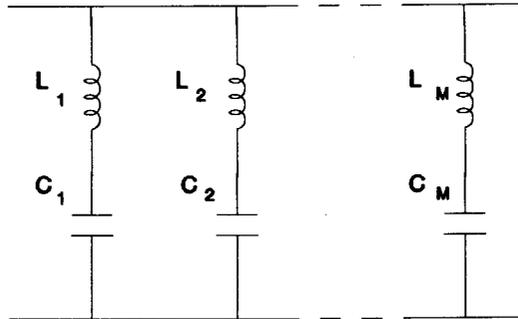


Figura 1,1 .- Configuración inicial de un conjunto de n ramas LC en paralelo con la carga.

se puede sintetizar un circuito reactivo de dos terminales cuya susceptancia $B(n\omega_0)$, para M valores equidistantes de la frecuencia, tome los M valores correspondientes al conjunto de datos $B_i(n\omega_0)$, $n \in \mathbb{N}$. Esta configuración, Figura 1,1, corresponde al modelo de Foster [29] [30], en el que la susceptancia de las ramas LC de compensación, con $\omega_0=1$ y armónico n, se expresa según:

$$B(n) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \frac{1}{L_i} \frac{n}{p_i^2 - n^2} \quad (1,2,1)$$

con las restricciones:

$$\begin{cases} n < p_i < k & \text{para } i < M \\ n < p_i < \infty & \text{para } i = M \end{cases} \quad (1,2,2)$$

y

$$p_i^2 = \frac{1}{L_i C_i} \quad (1,2,3)$$

donde $k > n$ es el ordinal del armónico, no nulo, siguiente al n , dentro del conjunto ordenado N , y p_i es el polo i -ésimo de $B(n)$, función de L_i y C_i , que a su vez representan, respectivamente, la inductancia y la capacidad de la rama i . La gráfica de la función $B(n)$, se muestra en la Figura 1,2.

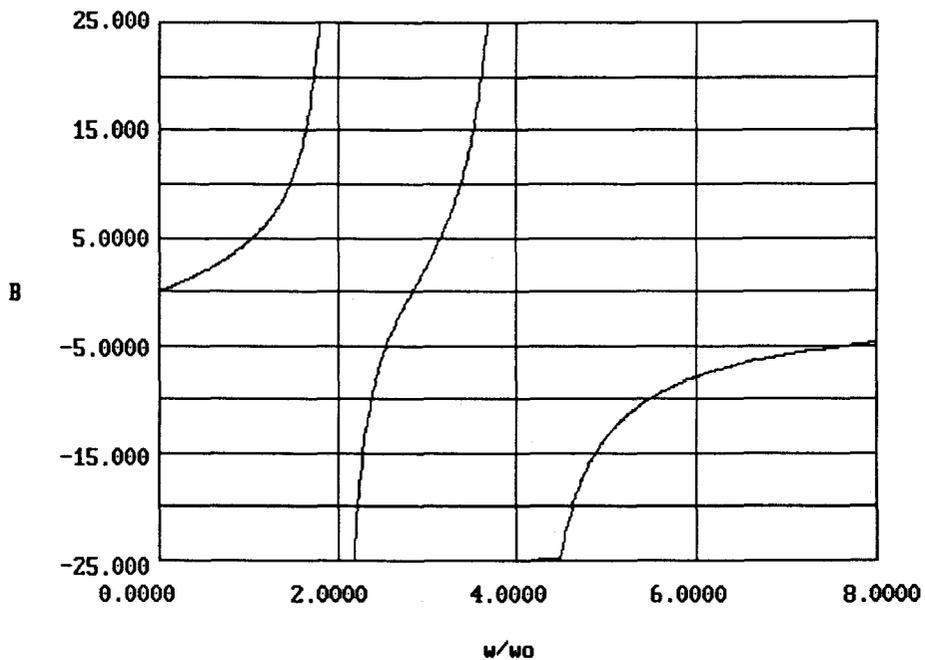


Figura 1,2.- Variación de la Susceptancia del compensador de mallas LC de 3 polos con el índice de frecuencias n

Desde un punto de vista estrictamente matemático, el problema que se nos plantea consiste en obtener las constantes de la función (1,2,1):

$$L_1, p_1, L_2, p_2, \dots, L_M, p_M$$

mediante un proceso de ajuste, teniendo en cuenta las restricciones (1,2,2) y partiendo de un conjunto de M puntos conocidos:

$$(1, B(1)), \dots, (M, B(M))$$

De la representación gráfica de (1,2,1), Figura 1,2, deducimos que esta función es creciente en todo su campo de existencia $(0, \infty)$, excepto en un número finito de polos p_i , que representan las frecuencias de resonancia de cada una de las ramas del compensador.

Dado que la función $B(n)$ posee M grados de libertad ($2M$ parámetros menos M ecuaciones), para su ajuste tendremos que fijar M parámetros y obtener los M restantes mediante la resolución del sistema formado por las M ecuaciones con M incógnitas resultantes de (1,2,1). En consecuencia, un primer método de ajuste consiste en fijar las inductancias L_i , obtener los M polos p_i y, a continuación, las capacidades C_i mediante la relación (1,2,3). Esto nos conduce a un modelo matemático insuficientemente desarrollado cuya resolución en el ordenador, por métodos numéricos iterativos, es de velocidad impredecible y por tanto inaceptable, dada la velocidad de respuesta que requieren la mayoría de las instalaciones eléctricas.

Para superar estas dificultades hemos optado por un segundo método, que consiste en fijar los M polos y obtener las M inductancias L_i , de esta forma el sistema de ecuaciones (1,2,1) se reduce al sistema lineal determinado dado por la expresión matricial

$$[B(n)] = \left[\frac{n}{p_i^2 - n^2} \right] \left[\begin{array}{c} 1 \\ L_i \end{array} \right] \quad (1,2,4)$$

cuyos coeficientes pueden obtenerse a partir del conjunto de índices \mathbf{N} y de los valores de los polos previamente elegidos teniendo en cuenta las restricciones (1,2,2). Para resolver el sistema lineal de ecuaciones planteado se ha optado por el método de Gauss [31]. Como veremos posteriormente, este método ofrece suficiente rapidez de cálculo y fiabilidad, habiendo sido estudiado exhaustivamente su implementación en el ordenador [32].

1.3 Arquitectura del compensador

La metodología descrita para la síntesis del compensador sólo es útil para cargas estáticas, sin embargo nos interesa estudiar la posibilidad de una adaptación al caso de cargas variables. Así, cuando la susceptancia equivalente de la carga cambia en el tiempo, se hace necesario una compensación dinámica que responda rápidamente a las variaciones de la carga. Para ello se precisa intercalar en cada rama de la Figura 1,1, las inductancias y condensadores adecuadas a cada situación. Cuando se detecte una variación en la susceptancia de la carga, se deberá actuar sobre los $2M$ parámetros L_i, C_i , de forma que se modifiquen adecuadamente las M ramas de compensación, intercalando o suprimiendo los elementos necesarios, mediante bancos de L y C conmutables (Figura 1,3).

El número de estos elementos, así como el de los interruptores depende de la precisión con la que queremos compensar las $B(n)$, de las variaciones de estas entre sus límites superior e inferior, y de la configuración elegida. Estos factores, dependientes de la estructura de la carga, deben ser conocidos con antelación

al diseño del compensador.

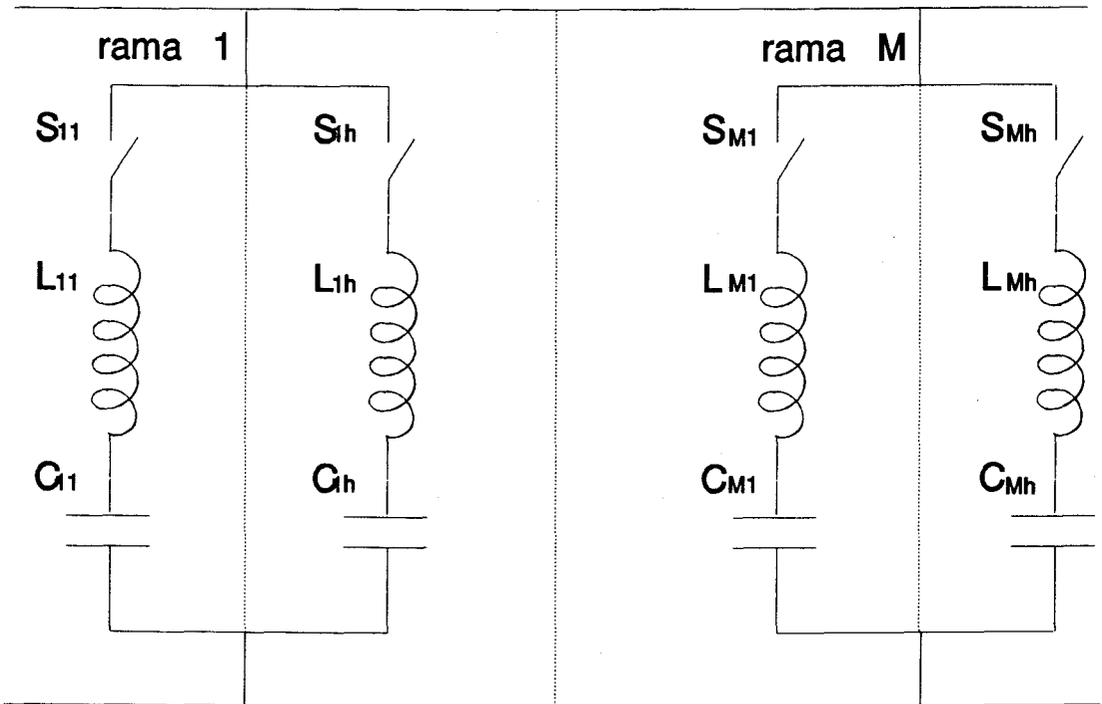


Figura 1,3.- Compensador de M ramas compuestas por asociación en paralelo de h parejas LC

La expresión:

$$B_i(n) = \frac{1}{L_i} \frac{n}{p_i^2 - n^2} \quad (1,3,1)$$

representa la susceptancia sintetizada en la rama i, que sumada con las de las restantes ramas totalizan $B_c(n)$ del compensador, ecuación (1,2,1). En consecuencia su contribución a la síntesis de la susceptancia de compensación

correspondiente al armónico n , depende de los parámetros L_i , p_i y C_i , ligados por la expresión (1,2,3). En el método propuesto para el funcionamiento del compensador, hemos optado por una topología que mantenga constante el polo de cada rama, adaptando, mediante conmutación, las inductancias correspondientes a las variaciones de las susceptancias de la carga. Con la finalidad disminuir el número de componentes, precisamos una configuración, aditiva en cada rama, que no suponga cambios en los coeficientes de (1,2,4), es decir en los polos. Mediante la adición de elementos se ha de obtener un valor adecuado para el parámetro L_i , previamente calculado, que según la condición expresada anteriormente no debe cambiar el valor p_i . Existen dos formas básicas de diseñar la configuración de cada rama con los condicionantes expuestos, una de ellas por asociación en paralelo de parejas de elementos LC Figura 1,3, la otra, su dual, por asociación en serie de parejas de elementos LC, Figura 1,4.

En esta última configuración, conviene considerar impedancias en lugar de admitancias, en cuyo caso los polos de las admitancias de (1,2,1) se transforman en los ceros de las impedancias correspondientes. Para cada una de las ramas i , habrá que asociar en serie h_i pares de elementos $L_{i,j}$ $C_{i,j}$, conmutables por parejas, de forma que se cumplan las relaciones (1,2,3) en cada par L C, y al mismo tiempo supongan un incremento conveniente de L_i .

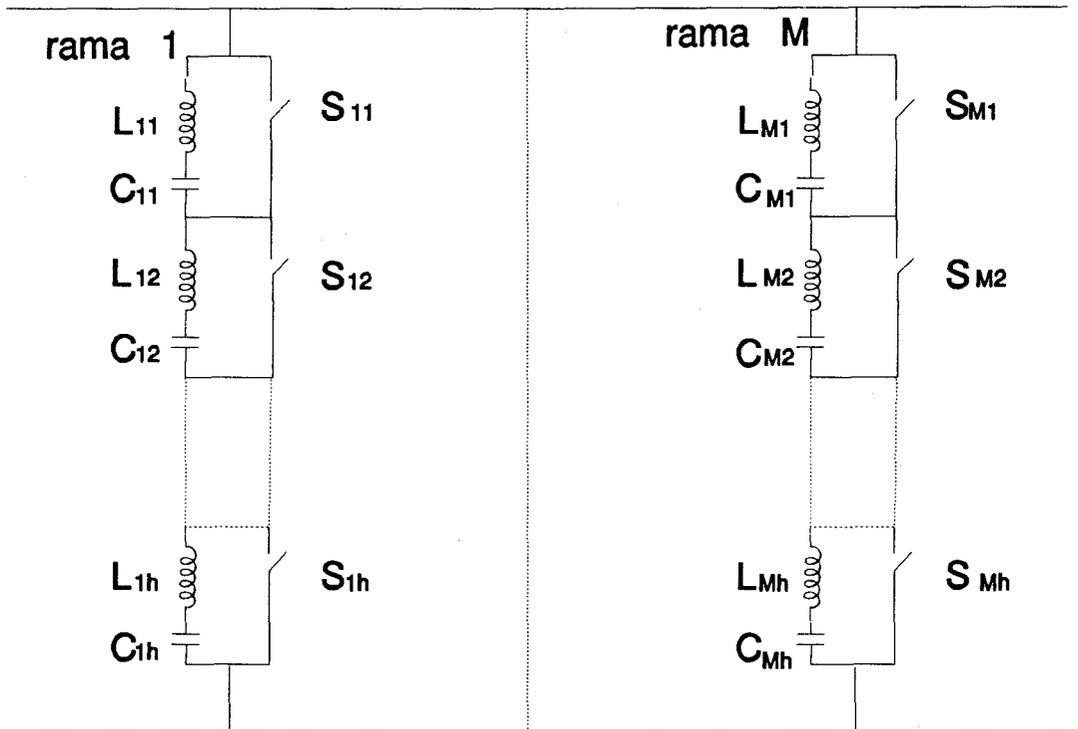


Figura 1,4 .- Compensador de M ramas compuestas por asociación en serie de h parejas LC

Como se verá mas adelante, la arquitectura elegida permite configurar la inductancia de cada rama sumando las de cada tramo, mientras que en la dual se debe operar con los inversos de las inductancias.

Si admitimos, para las necesidades de compensación, una variación lineal de cada una de las L_i (incrementos iguales de L_i), la configuración de la rama i sería la indicada en la Figura 1,4, donde podríamos adoptar un conjunto de valores que no supongan una variación del polo correspondiente, ello lleva

implícito las relaciones siguientes

$$\left\{ \begin{array}{ll} L_{1,i} = 2 L_{o,i} & C_{1,i} = \frac{C_{o,i}}{2} \\ L_{2,i} = 2^2 L_{o,i} & C_{2,i} = \frac{C_{o,i}}{2^2} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ L_{h-1,i} = 2^{h-1} L_{o,i} & C_{h-1,i} = \frac{C_{o,i}}{2^{h-1}} \end{array} \right. \quad (1,3,2)$$

donde $L_{o,i}$ es el valor incremental de la inductancia, elegido con el criterio que

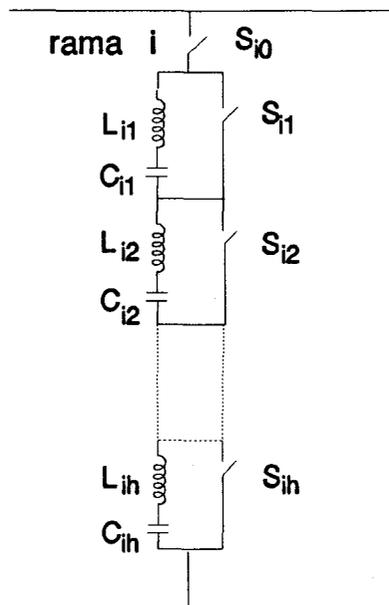


Figura 1,5.—Rama de un compensador compuesto por asociación en serie de h parejas de elementos LC con conmutador general

veremos posteriormente. El interruptor S_{0i} , de cada rama de la Figura 1,5, se abre cuando las susceptancias de compensación calculadas producen una resultante superior a la de la carga:

$$| B_l(n) + B_c(n) | > | B_l(n) | \quad (1,3,3)$$

Ello puede producirse, debido al carácter discreto del compensador, cuando la susceptancia de la carga es muy pequeña, y la que se pretende intercalar empeora la situación inicial. En este caso se opta por no compensar.

Suponiendo el conmutador S_{0i} cerrado, el estado de los demás de su rama puede asociarse a un dato binario del conjunto $y_0, y_1, \dots, y_{h_i-1}$, donde h_i representa el número de conmutadores de la rama i , exceptuando el S_{0i} . El módulo de la impedancia de la rama i valdrá, con $\omega_0 = 1$,

y al sustituir las expresiones (1,3,2), con

$$\begin{aligned} z_i(n) = & y_0 \left(L_{o,i} n - \frac{1}{C_{o,i} n} \right) + y_1 \left(2L_{o,i} n - \frac{1}{C_{o,i} \frac{n}{2}} \right) + \dots + \\ & + y_{h_i-1} \left(2^{h_i-1} L_{o,i} - \frac{1}{C_{o,i} \frac{n}{2^{h_i-1}}} \right) = y_0 \left(n^2 - \frac{1}{L_{o,i} C_{o,i}} \right) \frac{L_{o,i}}{n} + y_1 \left(n^2 - \frac{1}{L_{o,i} C_{o,i}} \right) \\ & + \dots + y_{h_i-1} \left(n^2 - \frac{1}{L_{o,i} C_{o,i}} \right) 2^{h_i-1} \frac{L_{o,i}}{n} \end{aligned} \quad (1,3,4)$$

$$p_i^2 = \frac{1}{L_{o,i} C_{o,i}} \quad (1,3,5)$$

se obtiene:

$$z_i(n) = (n^2 - p_i^2) \frac{L_{o,i}}{n} (y_0 2^0 + y_1 2^1 + \dots + y_{h_i-1} 2^{h_i-1}) = H_i (n^2 - p_i^2) \frac{L_{o,i}}{n} \quad (1,3,6)$$

donde

$$H_i = y_0 2^0 + y_1 2^1 + \dots + y_{h_i-1} 2^{h_i-1} \quad (1,3,7)$$

Esta expresión toma, para cualquier combinación de estados de las llaves, valores naturales comprendidos entre 0 y $2^{h_i} - 1$. El valor cero de H_i corresponde al valor cero de la impedancia, que habrá de preverse para evitar cortocircuitar la fuente de alimentación. El valor infinito de la impedancia de la rama i , o lo que es lo mismo la no compensación de la rama i , puede conseguirse con la llave T_0 abierta. Así pues el número de valores posibles para H_i , será 2^{h_i} .

La contribución de la rama i , según (1,3,1), a la susceptancia de compensación correspondiente a la frecuencia $n\omega_0$, puede ahora expresarse como:

$$B_{\lambda}(n) = \frac{1}{L_{o,i} H_i} \frac{n}{p_i^2 - n^2} \quad (1,3,8)$$

Suponiendo que todas las ramas del compensador LC disponen de una configuración análoga, la expresión de la susceptancia de compensación adopta la forma:

$$B(n) = \sum_{i \in N} \frac{1}{L_{o,i} H_i} \frac{n}{p_i^2 - n^2} \quad (1,3,9)$$

que es similar a la expresión con ramas simples (1,2,1), pero con la información adicional del estado de las llaves de cada rama, indicada por la variable binaria H_i .

1.4 Diseño del compensador

1.4.1 Elección de los polos

La asignación de los polos viene condicionada por las restricciones (1,2,2), que expresan la indeterminación en la posición de los mismos dentro de los intervalos mostrados en la Figura 1,2. Sin embargo una elección al azar, dentro de estos intervalos, puede hacer que el rango de inductancias no sea el adecuado para sintetizar las susceptancias que han de compensar la de la carga. En consecuencia será preciso incluir las L_i de compensación dentro del margen demandado por la carga, mediante la elección adecuada de los polos, para ello se dispone de M grados de libertad. Las L_i que se obtienen al resolver el sistema lineal (1,2,4) para un valor cualquiera de la susceptancia de la carga, dependen, como indican los coeficientes del sistema de ecuaciones, de la posición de los polos y de las susceptancias a compensar. Por ello se hace necesario un conocimiento previo de $B_{\max}(n)$ y $B_{\min}(n)$ de la carga. Supuesto este conocimiento y con la finalidad de elegir los polos de forma que los valores de L_i , necesarios para la compensación, se encuentren entre los demandados por la carga, tendremos que realizar una exploración en las ecuaciones a

resolver estudiando las variaciones de las L_i cuando varían los p_i con las susceptancias como parámetro (Figura 1,6, Figura 1,7 y Figura 1,8).

Consideremos el sistema de ecuaciones expresado mediante (1,2,4), y un conjunto de datos correspondientes a las susceptancias de compensación máxima, $B_{\max}(n)$, y mínima, $B_{\min}(n)$. Los polos p_i están acotados dentro de los límites indicados por (1,2,2); a medida que aumentamos sus valores, partiendo de sus respectivos mínimos, las inductancias L_i varían de acuerdo con las soluciones del sistema de ecuaciones (1,2,4). Para estudiar dichas variaciones vamos a suponer una dependencia lineal entre cada uno de los polos y un único parámetro x , esto es:

$$p_n(x) = n + \frac{k-n}{Nd} x \quad n < x < k \quad (1,4,1)$$

donde k y n representan los extremos superior e inferior de los intervalos donde pueden situarse cada uno de los polos, de acuerdo con las restricciones (1,2,2).

De esta forma dividimos cada intervalo de p_i en idéntico número, Nd , de subintervalos equidistantes y las variaciones de los M polos se hacen depender de un solo parámetro, éste permite hacer un barrido múltiple, de forma que para

cada x comprendido entre 0 y N_d , se obtiene un conjunto válido de valores de los polos, comprendidos entre sus cotas inferiores y superiores. Para $n=m$, último armónico considerado, podemos asignar un valor arbitrario al margen de variación del polo (m, ∞). El valor asignado ha sido el mismo que el del intervalo del polo anterior.

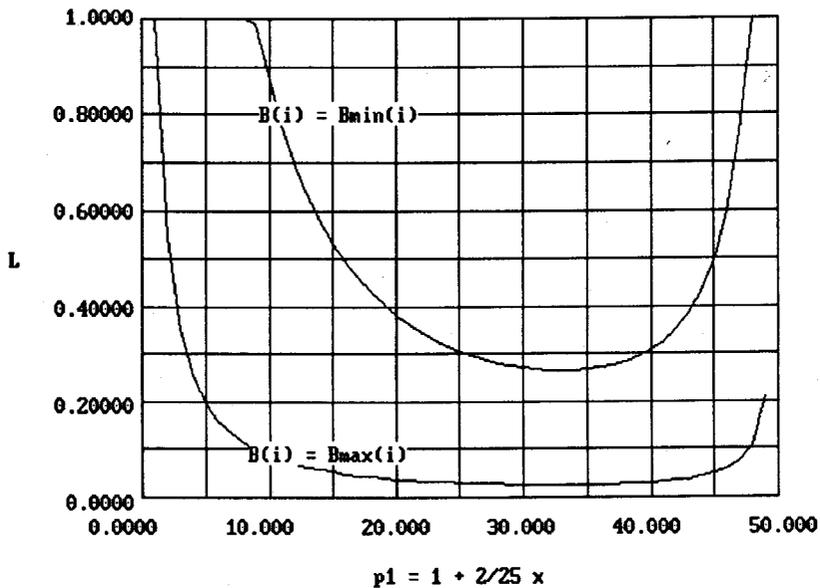


Figura 1,6.- Variación de la inductancia de la primera rama frente a x manteniendo constante los valores máximos y mínimos de las susceptancias

El cálculo de los coeficientes y la resolución del sistema de ecuaciones (1,2,4), para cada x y su correspondiente conjunto de valores p_i , genera un conjunto de valores de inductancias de compensación. El proceso se ha de realizar dos

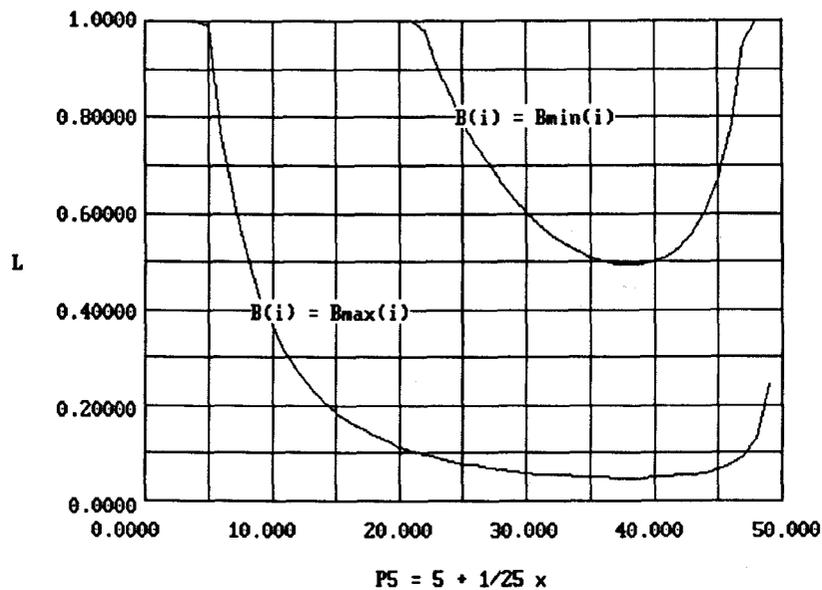


Figura 1,7.- Variación de la inductancia de la segunda rama frente a x manteniendo constante los valores máximos y mínimos de las susceptancias.

veces, de acuerdo con los valores máximos y mínimos de la susceptancia de la carga, obteniéndose las dos gráficas polo-inductancia para cada una de las ramas del compensador (Figura 1,6, Figura 1,7 y Figura 1,8). Estas gráficas corresponden a un caso donde los armónicos presentes tienen índices 1, 5 y 7. En ellas se muestran las inductancias que resuelven el sistema lineal (1,2,4) frente a x (parámetro de los polos), para los valores de susceptancias extremas que se indican. Se observa, además, que las inductancias decrecen desde una primera asíntota hasta alcanzar un valor mínimo, y crecen hasta una nueva asíntota, Figura 1,6 y Figura 1,7, excepto en el caso de la última inductancia Figura 1,8, que se aproxima asintóticamente al eje de abscisas. A la vista de las gráficas, se ve la conveniencia de elegir los polos dentro de un margen

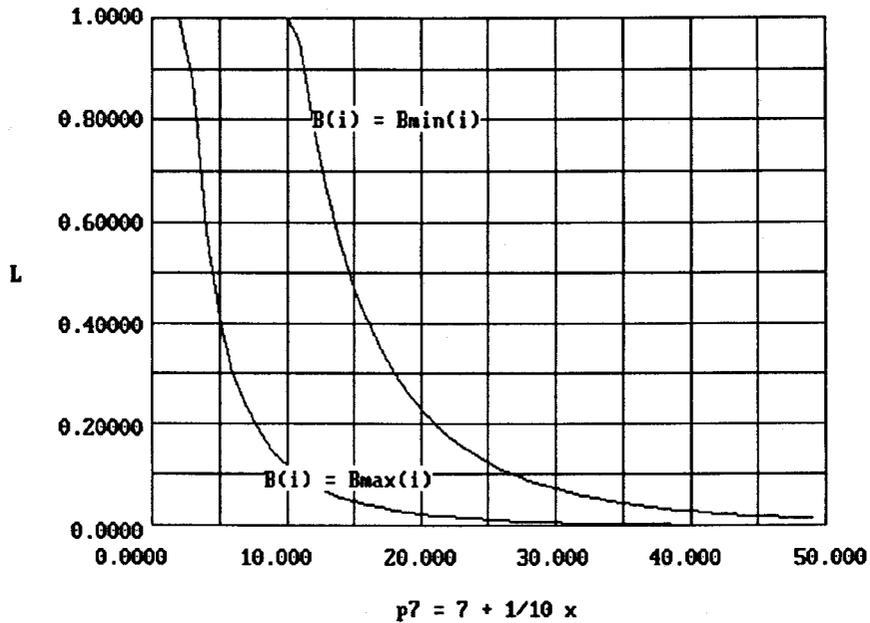


Figura 1,8.- Variación de la inductancia de la tercera rama frente a x manteniendo constante los valores máximos y mínimos de las susceptancias.

común situado en las zonas de mínimos de las distintas curvas. En el caso expuesto, esto tiene lugar para un valor aproximado de x comprendido entre 30 y 40. De esta forma las inductancias pueden adquirir un conjunto de valores mínimos, lo que es conveniente desde un punto de vista económico.

1.4.2 Determinación de los valores límites de las inductancias y del número de conmutadores.

Los p_i elegidos permiten disponer de una matriz de coeficientes del sistema lineal (1,2,4), la cual garantiza que los valores de inductancias de compensación estarán incluidos dentro de los requeridos por el rango de variación de la estructura de la carga. Para determinar con precisión los valores extremos de ellas resolveremos (1,2,4) las dos veces indicadas, una con los datos de $B_{max}(n)$ y otra con los de $B_{min}(n)$. En el primer caso se obtendrá el conjunto L_{min_i} y en el segundo el L_{max_i} . Las $B_{max}(n)$ se compensan con el conjunto de valores mínimos L_{min_i} de inductancias de compensación, por esta razón los intercalaremos en las ramas del compensador, como elementos no conmutables. De esta forma se elimina la posibilidad de cortocircuito cuando todos los interruptores, mostrados en la Figura 1,4, estén cerrados. Su inclusión en el circuito estudiado nos conduce a la nueva configuración de la Figura 1,9.

El número de conmutadores de una rama del compensador, coincide con el de sus elementos LC, Figura 1,4, cada uno de estos supone, como se vio en el apartado 1.3, la posibilidad de incrementar discretamente la inductancia de su rama en una cantidad $L_{o,i}$, donde i indica la rama del compensador. La precisión con la que pretendemos compensar depende de este número de subintervalos (conmutadores), en el que se ha de dividir los rangos de inductancias L_{max_i} y

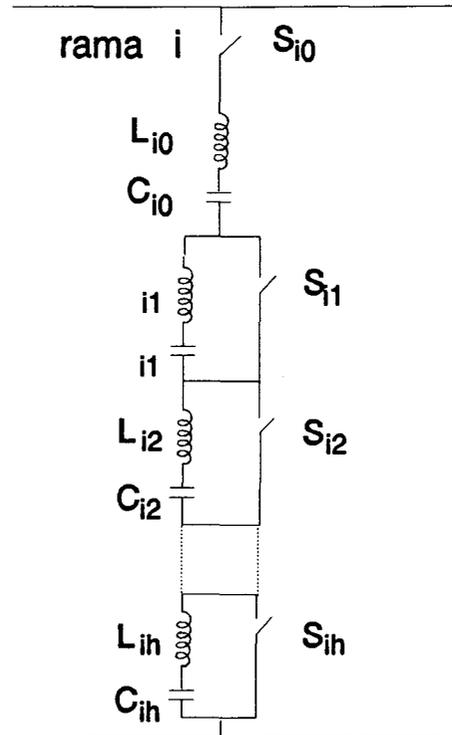


Figura 1,9.– Configuración de una rama del compensador de mallas LC, con conmutador general y componentes iniciales $L_{i,0}$ y $C_{i,0}$

L_{min_i} citados en el apartado anterior. Estos parámetros, $L_{o,i}$ y número de conmutadores, podemos relacionarlos mediante la expresión

$$L_{o,i} = \frac{L_{max_i} - L_{min_i}}{2^r - 1} \quad (1,4,2)$$

donde r representa el número de elementos de conmutación que incluiremos en la correspondiente rama i , para ajustar la susceptancia puentando tramos LC.

Para calcular estos parámetros, $L_{o,i}$ y r , se han estudiado las variaciones de $B(n)$ respecto a las L_i , con los valores de los polos elegidos previamente y suponiendo una dependencia lineal de cada una de las L_i con un solo parámetro h , de forma análoga a la realizada con los polos en (1,4,1), esto es,

$$\left. \begin{aligned} L_i(h) &= L_{min_i} + h L_{o,i} & i &= 1,2,\dots,M \\ 0 &\leq h \leq 2^r - 1 \end{aligned} \right\} \quad (1,4,3)$$

La gráfica de la Figura 1,10, realizada con los mismos valores del caso considerado anteriormente en el apartado 1.4.2, representa las susceptancias armónicas de compensación en función de las inductancias. Los valores de los polos se han considerado constantes, fijándose el valor de x en 35.5, lo cual corresponde a $p_1= 3.64$, $p_2=6.32$ y $p_3= 10.31$. Se observa que las pendiente de las curvas son muy acentuadas al principio para luego suavizarse. Este hecho ha de influir decisivamente en la elección de los incrementos de inductancias $L_{o,i}$ y en consecuencia en el número r de conmutadores necesarios. Un valor elevado de $L_{o,i}$, nos produciría una susceptancia residual inaceptable en la parte inicial de la curva, precisamente donde mas necesaria parece ser la compensación debido a que representa mayor potencia reactiva.

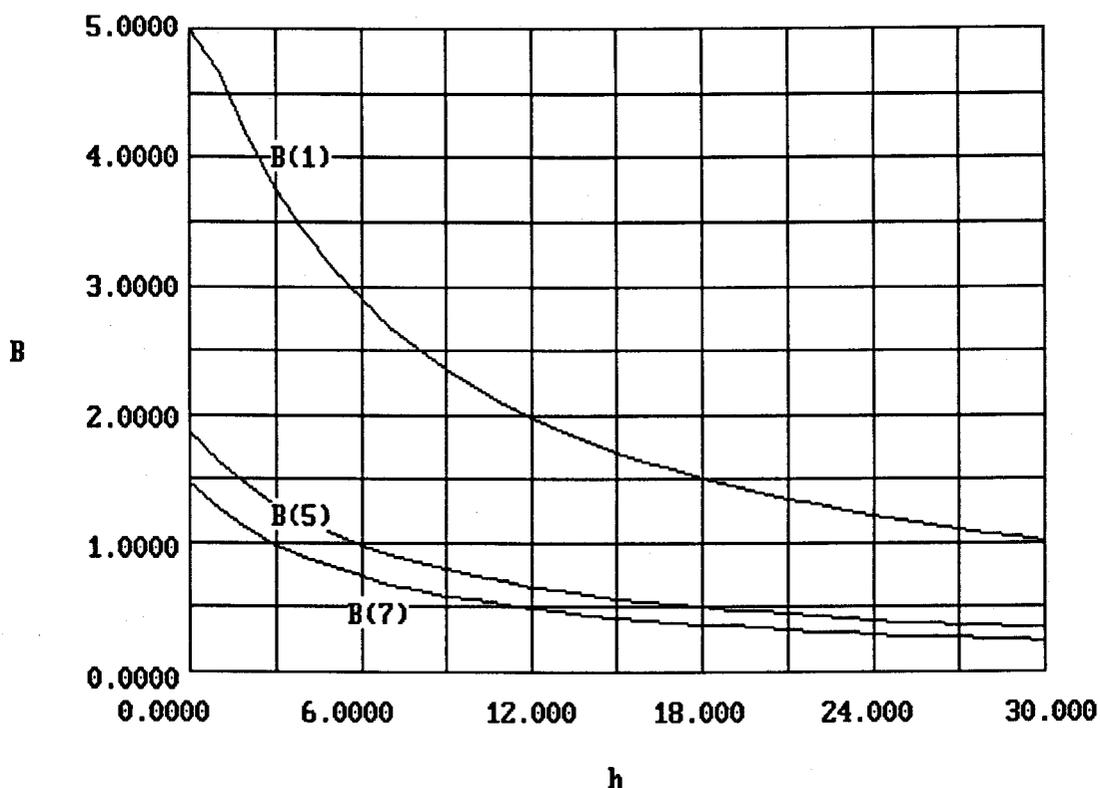


Figura 1,10.- Susceptancias generadas en el compensador frente a un parámetro común h.

La suposición formulada anteriormente de que todas las inductancias varíen simultánea y linealmente con un único parámetro h, solo es válida para determinar sus valores incrementales $L_{o,i}$, en la instalación considerada. En el caso general de que la susceptancia de la carga varíe arbitrariamente dentro de sus cotas extremas, no basta el parámetro h, sino que serán necesarios M parámetros, esto es un H_i para cada rama del compensador. Con esta hipótesis la expresión (1,4,3) puede escribirse en la forma siguiente:

$$L_i = L_{min_i} + H_i L_{0,i} \quad i = 1,2,\dots,M \quad (1,4,4)$$

donde $L_{0,i}$ viene dado por (1,4,2), con valores incrementales que dependen del número de interruptores, tal como indica la ecuación (1,4,2). Es pues necesario elegir el número de estos, de forma que cuando hagamos la sustitución del valor continuo de una inductancia por su aproximación discreta, el factor de potencia no se deteriore por encima de una cantidad prefijada.

1.4.2.1 Variación del factor de potencia debido a los incrementos de susceptancia de la carga

El factor de potencia debido a una carga reactiva a la que se aplica una tensión no sinusoidal puede definirse, en función de las conductancias y susceptancias armónicas, según la expresión [33]:

$$F = \frac{\sum_{n \in N} V(n) G(n)}{\sqrt{\sum_{n \in N} V(n)^2} \sqrt{\sum_{n \in N} V(n)^2 (B(n)^2 + G(n)^2)}} \quad (1,4,5)$$

Puede apreciarse que para el tipo de compensador estudiado, F adquiere el valor máximo cuando las B(n) valgan cero. Una compensación que consiga este objetivo exige unas $L_{o,i}$ infinitesimales y un número de interruptores $r \rightarrow \infty$, sin embargo el precio del compensador depende de la complejidad del mismo (número de elementos) y los beneficios económicos logrados dependen del máximo factor de potencia alcanzado. Por lo tanto es necesario establecer, en cada caso, una solución de compromiso entre estos términos, siendo preciso relacionarlos para elegir los valores incrementales de las inductancias de compensación que nos permitan obtener un factor de potencia prefijado. Aplicando posteriormente las condiciones (1,4,2) obtenemos el número de conmutadores necesarios.

Llamemos $dB(n)$ la variación que sufre la susceptancia cuando la inductancia L_i se incrementa en dL_i . Como consecuencia de estos cambios el factor de potencia se incrementará en dF . En términos matemáticos se podrá escribir:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial B(1)} dB(1) + \dots + \frac{\partial F}{\partial B(m)} dB(m) \quad (1,4,6)$$

o bien, por comodidad, en función de F^2 y $B(n)^2$:

$$d(F^2) = \frac{\partial(F^2)}{\partial(B(1)^2)} d(B(1)^2) + \dots + \frac{\partial(F^2)}{\partial(B(m)^2)} d(B(m)^2) \quad (1,4,7)$$

con lo que podremos expresar:

$$\frac{\partial(F^2)}{\partial(B(n)^2)} = - \frac{\left(\sum_{i \in N_v} V(i)^2 G(i) \right)^2 V(n)^2}{\left(\sum_{i \in N_v} V(i)^2 \right) \left(\sum_{i \in N_v} V(i)^2 (G(i)^2 + B(i)^2) \right)^2} \quad (1,4,8)$$

que podrá escribirse en función de las admitancias armónicas, Y_i , como:

$$\frac{\partial(F^2)}{\partial(B(n)^2)} = - F^2 \frac{V(n)^2}{\sum_{i \in N_v} V(i)^2 Y(i)^2} \quad (1,4,9)$$

La expresión (1,4,7) se expresa entonces como:

$$d(F^2) = -F^2 \frac{\sum_{i \in N_v} V(i)^2 d(B(i)^2)}{\sum_{i \in N_v} V(i)^2 Y(i)^2} \quad (1,4,10)$$

o bien, siendo $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M$, los desfase entre tensiones e intensidades

$$d(F^2) = -F^2 \frac{\sum_{i \in N_v} V(i)^2 d(B(i)^2)}{\sum_{i \in N_v} V(i)^2 \frac{B(i)^2}{\text{Sen}^2 \phi_i}} \quad (1,4,11)$$

La compensación del armónico de orden n implica que su susceptancia residual es pequeña, podemos llamarla:

$$\Delta B(n) = |B(n)|$$

aproximando las diferenciales por sus incrementos finitos $dB(n) = \Delta B(n)$. y sustituyendo, los ϕ_i por el mayor de todos, ϕ , tendremos:

$$\Delta F^2 \leq F^2 \text{Sen}^2 \phi,$$

De la expresión (1,4,5) se deduce que cuando las $\Delta B(n) \rightarrow 0$, $F \rightarrow F_{\max}$, en

consecuencia para valores finitos, pero pequeños, de $\Delta B(n)$ podemos sustituir F por $F_{\max} - \Delta F$, resultando

$$\frac{\Delta F}{F_{\max}} \leq \frac{\text{Sen}^2\phi}{2 + \text{Sen}^2\phi} \quad (1,4,12)$$

expresión del incremento relativo del factor de potencia que solo es válida como aproximación a la ecuación (1,4,6), esto es para pequeños valores de ΔF e $\Delta B(n)$, o lo que es lo mismo, para ángulos ϕ suficientemente pequeños. En estos supuestos, F_{\max} representa el límite máximo del factor de potencia que se puede alcanzar tras la compensación total con elementos pasivos, normalmente será próximo a la unidad en el caso de cargas lineales.

1.4.2.2 Determinación de los incrementos de inductancias de compensación $L_{o,i}$

Partiendo de ϕ , calculado mediante (1,4,12), podemos obtener las susceptancias residuales armónicas

$$| \Delta B(n) | = G(n) \operatorname{tg}(\phi) \quad (1,4,13)$$

En la Figura 1,10, puede apreciarse que la variación de las $B(n)$ de compensación respecto a las inductancias es muy acentuada al principio de la curva, consecuentemente nos referiremos a esa zona para determinar los incrementos $L_{o,i}$. Según lo expresado en 1.4.2 la compensación del conjunto $B_{\max,n}$ se hará con $L_{\min,i}$. A partir de estos valores iniciales, dado un conjunto de inductancias de compensación L_i , las susceptancias $B(n)$ que generan deben cumplir

$$| B_l(n) - B(n) | \leq \Delta B(n)$$

siendo $B_l(n)$ las correspondientes a la carga, consecuentemente los extremos del intervalo inicial de susceptancias de la carga son:

$$-B(n) \pm \Delta B(n)$$

Por ello, la distancia entre la susceptancias de compensación inicial y la siguiente debe ser $2\Delta B(n)$, mientras que las correspondientes a las inductancias, supuesta una dependencia lineal dentro del intervalo, han de ser $L_{o,i}$

Para determinar las $L_{o,i}$ gráficamente, tomamos un incremento de susceptancia $2\Delta B(n)$ en el eje de ordenadas al principio del eje de abscisas (Figura 1,10) y leemos el incremento correspondiente del parámetro de inductancias h_i , los productos $h_i L'_{o,i}$ ($L'_{o,i}$ son incrementos elementales arbitrarios, tan pequeños como se quiera, utilizados como referencias) son los valores incrementales $L_{o,i}$ para cada rama del compensador. También puede utilizarse un método analítico para estas determinaciones, sustituyendo en (1,2,4) el conjunto de susceptancias armónicas $(B_{\max}(n) - 2\Delta B(n))$, correspondiente a los valores discretos que se han de generar, y obteniendo mediante resolución del sistema lineal, el conjunto L_i ; las inductancias incrementales vendrán dadas, admitiendo la dependencia lineal (1,4,4) dentro del intervalo, por

$$L_{o,i} = L_{\max_i} - L_i$$

Estos datos permiten calcular el número de conmutadores r , mediante (1,4,2); normalmente deberemos aproximar por exceso el resultado de r a una potencia de dos.

1.5 Funcionamiento del compensador: configuración de las ramas a partir de un conjunto de datos de las susceptancias de la carga.

Supongamos que disponemos de un compensador, diseñado según los criterios expuestos en 1.4, esto supone que conocemos sus parámetros característicos $L_{max,i}$, $L_{min,i}$, p_i , $L_{o,i}$ y número r de interruptores de cada rama, Figura 1.9. En cada ciclo de funcionamiento la unidad de medida obtiene los datos de la carga, cuando se detecte un cambio, el compensador debe modificar su configuración para generar las inductancias que demanda la compensación de la "nueva carga", adaptando a esta situación el estado de los conmutadores. Las posiciones de estos determinan el conjunto de inductancias discretas de compensación, y estas vienen dadas por los números naturales H_i según (1,4,4). Sus cálculos lo haremos en dos etapas sucesivas, en la primera calculamos el conjunto de valores reales H'_i , que según (1,4,4) se corresponden con las susceptancias que compensan completamente las de la carga; en la segunda etapa obtenemos sus aproximaciones discretas H_i , que, como veremos mas adelante, definen el estado de los conmutadores de sus correspondientes ramas.

1.5.1 Cálculo del valor de las inductancias de compensación.

Los valores de las inductancias, para los polos previamente elegidos, se calculan resolviendo el sistema lineal de ecuaciones (1,2,4), con ello obtenemos un conjunto de valores L_i que neutralizarían exactamente las susceptancias de la carga. Si a estas le suponemos una distribución continua, también será continua la de las inductancias obtenidas. Mediante estos valores L_i podemos calcular cada parámetro H'_i según (1,4,4):

Los valores anteriores no se corresponden con la estructura discreta de los componentes que utilizamos en el diseño del compensador. Dada la naturaleza continua de los resultados y la tendencia a conseguir la compensación total de la susceptancia de la carga, es importante decidir el tipo de aproximación de los valores discretos de las inductancias L_i y consecuentemente de H'_i , tomándolos bien por defecto o por exceso. Tras las simulaciones realizadas se dedujo la conveniencia de escoger aquellos, que minimizan la intensidad reactiva residual, esto es un término de la intensidad reactiva que permanece circulando por las ramas correspondientes del compensador y la carga, una vez realizada la compensación:

$$\Delta I_r = \sqrt{\sum_{n \in N} V(n)^2 (\Delta B(n)^2)} \quad (1,5,1)$$

donde ΔB_n representa la susceptancia residual a la frecuencia de orden n .

Un primer conjunto de valores H_i se obtiene aproximando por defecto los anteriores H'_i . Partiendo de ellos, el algoritmo desarrollado prevé un ajuste posterior del conjunto de las inductancias del compensador, ensayando todas las combinaciones posibles de los valores L_i , al tomar H_i tal cual (por defecto) ó por exceso (H_{i+1}), y calculando posteriormente el valor de la intensidad reactiva residual según (1,5,1). De todas estas combinaciones elegiremos aquella que represente una intensidad reactiva residual menor.

1.5.2 Determinación del estado de los interruptores

Cada rama del compensador puede configurar una inductancia L_i por defecto o por exceso; su correspondiente H_i tomará los valores H_i ó H_i+1 respectivamente. El número total de posibilidades a estudiar, para M ramas, será 2^M . Con la finalidad de sistematizar el estudio de todas las combinaciones posibles, y determinar la configuración óptima, que hace mínima la intensidad reactiva residual, hemos codificado cada una de las combinaciones enumerándolas con un número natural comprendido entre 0 y 2^M-1 . Los códigos 0 ó 1 de cada rama se asocian al de sus estados por defecto ó por exceso respectivamente:

Estado	Rama					
	M	M-1	3	2	1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1
.....
2^M-1	1	1	1	1	1

En el caso de que la tensión de alimentación posea tres armónicos y que las

ramas dispongan de cuatro interruptores, el número de estados existentes será $2^3 = 8$.

Estado	Rama		
	3	2	1
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Si suponemos que estado óptimo es el 5, como $5_{2)} = 101$, esta representará con respecto a los valores de H_i calculados previamente, los valores $H_1 = H_1 + 1$, $H_2 = H_2$, $H_3 = H_3 + 1$. Así mismo los números anteriores escritos en binario nos indicarán la configuración óptima de los interruptores. Por ejemplo si $H_2 = 3$,

como $3_2 = 0011$, ello nos indicará que la disposición de los interruptores de la rama 2 es la siguiente: $T_{2,0} = 1$, $T_{2,1} = 1$, $T_{2,2} = 1$, $T_{2,3} = 0$ y $T_{2,4} = 0$. En definitiva los números H_i representan palabras que se pueden utilizar para controlar la posición de los interruptores de las ramas de compensación. El interruptor T_0 , según se dijo, deberá abrirse cuando, debido a los valores de la susceptancia de la carga, sea innecesaria la compensación.

Capítulo 2

**Compensación de intensidad reactiva mediante
conmutación con tiristores de inductancias y
condensadores**

2.1 Introducción

Según comentábamos inicialmente, refiriéndonos a los compensadores de potencia reactiva con elementos de conmutación (semiconductores de cuatro capas, fundamentalmente tiristores), cuando se impone la condición de corte antes del final de un semiciclo, la componente fundamental de la intensidad puede adelantarse respecto a la tensión y, mediante el ajuste adecuado de los ángulos de disparo y de extinción, es posible alcanzar la compensación de la potencia reactiva [34] [35] [36] [37]. Esto es rigurosamente cierto cuando la forma de onda de la tensión es puramente senoidal, aun así, el factor de potencia nunca puede ser unitario [38].

Dentro de los sistemas descritos como acondicionadores (que pueden efectuar en el sistema eléctrico operaciones interrelacionadas de cancelación de armónicos, compensación reactiva, corrección del factor de potencia y ahorro energético), estos que vamos a tratar ahora, están clasificados en la literatura técnica dentro del grupo de compensadores activos, denominados "estáticos" para diferenciarlos de los compensadores con condensadores síncronos.

Pertenece a esta categoría los tres tipos principales [39]: de reactancia controlada por tiristor (TCR) [40] [41] [38], de condensadores conmutados por tiristores (TSC) [42] [43], y de reactancia de núcleo saturable (SR). Todos ellos se estudian en condiciones de señal de red senoidal y provocan un alto contenido de armónicos en las líneas de distribución [44] [45] [46], por lo que requieren utilizar conjuntos de filtros pasivos colocados en paralelo [21]. Centraremos nuestro estudio en el primero de ellos, las fórmulas resultantes del análisis de la intensidad de compensación son conceptualmente extensibles a cualquier otro tipo de sistema que utilice un control de fase similar. En particular, es aplicable a la versión dual de control de la intensidad a través de un condensador, al igual que se hace con la inductancia. En este, normalmente se encuentran dificultades inherentes a la generación de elevados impulsos de intensidad en los intervalos de conmutación, cuando la tensión aplicada es distinta de cero. Sin embargo, en un trabajo reciente con diseños que utilizan tiristores del tipo GTO (gate turn-off), la intensidad capacitiva puede cortarse sin la aparición de las sobreintensidades de conmutación y con sobretensiones que pueden ser controladas [47].

2.2 Compensador de bobina controlada por tiristores

2.2.1 Alimentación senoidal

La compensación con bobina controlada por tiristores (TCR), Figura 2,1, consiste, básicamente, en permitir la conducción por la bobina de inductancia L , colocada en paralelo con la carga, durante una fracción del período de la tensión de alimentación [48], Figura 2,2.

Para el caso en que dicha señal sea senoidal pura, y que exista un intervalo de conducción de los tiristores dado por el ángulo σ , las componentes de la intensidad que circula por la L vienen dadas por las expresiones [9]

$$\begin{aligned}
 (a) \quad I_x(1) &= \frac{V_1 (\sigma - \text{Sen}\sigma)}{\pi X_L} \\
 (b) \quad I_x(n) &= \frac{2V_1}{\pi X_L} \left(\frac{\text{sen}(n+1)\alpha}{n+1} + \frac{\text{sen}(n-1)\alpha}{n-1} - \frac{2\cos(\alpha)\text{sen}(n\alpha)}{n} \right) \\
 n &= 3,5,7,\dots \quad y \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (a) \\ (b) \end{aligned}} \right\} (2,2,1)$$

siendo $I_{x(91)}$ el valor del armónico fundamental, $I_{x(n)}$ la intensidad de la componente n generada en la rama de compensación, X_L el valor de la reactancia de L y α el ángulo de disparo a partir del cual comienza a conducir el tiristor. La relación entre los ángulos de conducción y disparo viene dada por

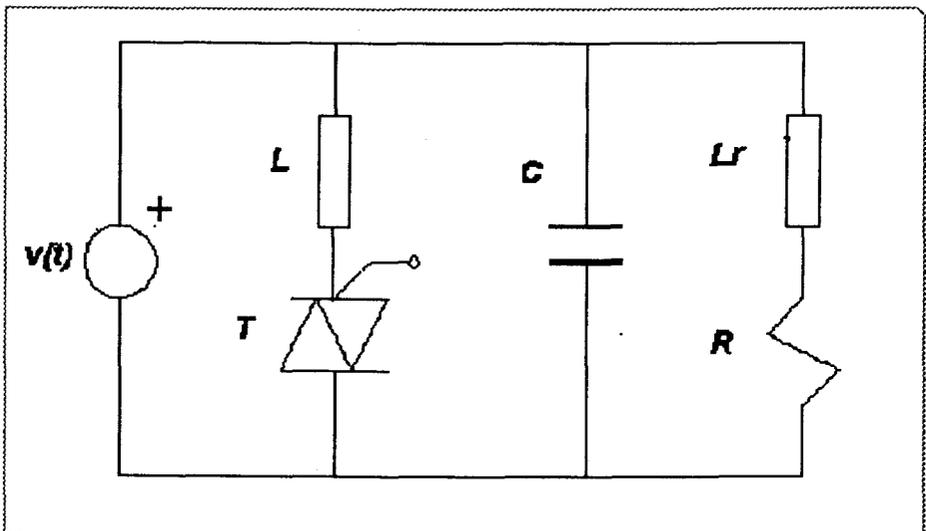
$$\alpha + \sigma/2 = \pi$$


Figura 2,1 .- Circuito básico compuesto por carga RL, condensador, compensador TCR y generador de tensión.

Mediante la ecuación (a) de (2,2,1) puede calcularse el ángulo de conducción σ , o bien el ángulo de disparo α , de forma que la susceptancia equivalente del compensador a la frecuencia fundamental, $I_{x(1)}/V_{11}$, sea igual y de signo contrario a la correspondiente de la carga. En estas condiciones:

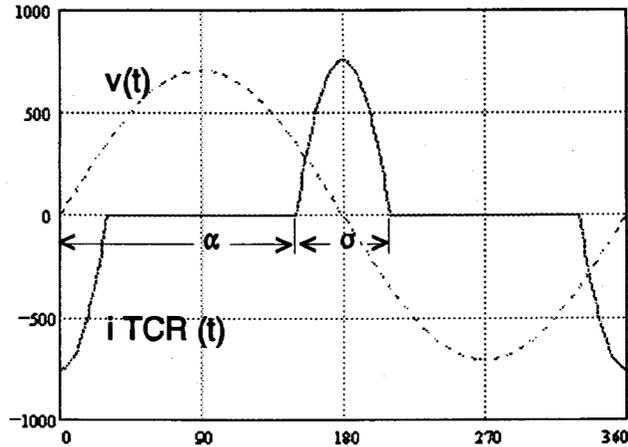


Figura 2,2 .- Señales de tensión e intensidad en el TCR para el caso de alimentación senoidal.

$$I_{X(1)}_{\text{compensador}} + I_{X(1)}_{\text{carga}} = 0$$

lo que indica que, en el caso de una señal de red senoidal, la elección conveniente del ángulo de disparo permite compensar totalmente la componente fundamental de la intensidad reactiva de la carga. No obstante, como ya comentamos, es imposible conseguir un factor de potencia unidad, aun en el caso en que la carga sea lineal, debido al comportamiento no lineal del compensador. Este efecto de degradación del factor de potencia se acentúa si la tensión aplicada contiene un cierto nivel de distorsión armónica, debido al aumento de los términos de potencias armónicas reactiva y de no linealidad que aparecen en la formulación de la potencia aparente [49]

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q_1^2 + S_C^2}} \quad (2,2,2)$$

Siendo: $Q_1 = V_1 I_1 \text{ Sen } \varphi_1 = V_1 I_x(1)$, la potencia reactiva correspondiente a la componente fundamental, y $S_C^2 = S_{x_n}^2 + S_S^2 + S_M^2$, una potencia no activa complementaria donde S_{x_n} contiene las potencias armónicas reactivas, excepto la del término fundamental, Q_1 ; S_S las de dispersión o "scatering" y S_M las de no linealidad [50]. La compensación de la componente fundamental de la intensidad reactiva implica el anular la potencia reactiva Q en el conjunto formado por la carga y el compensador, no así la de los restantes términos reactivos, incluidos en S_{x_n} ni los S_S y S_M .

En el supuesto de tensión senoidal, la técnica anterior puede mejorarse incluyendo las condiciones de compensación del conjunto de armónicos de intensidad de la carga y los generados por el compensador, ecuación (b) de (2,2,1). El cálculo del ángulo de disparo se efectúa imponiendo la condición de mínimo a la intensidad eficaz del conjunto.

2.2.2 Alimentación no senoidal

La ampliación de la metodología anterior a situaciones de tensión distorsionadas [51], tropieza con la inexistencia de una formulación válida análoga a la del caso senoidal [52]. Esta permitiría, además, establecer con mayor claridad la conveniencia de aplicar una u otra formulación, así como determinar sus límites de aplicación en situaciones de alimentación no senoidales. Consecuentemente uno de los objetivos de este capítulo es presentar una formulación general, que sustituya a la anterior en el caso en que la tensión de alimentación contenga un conjunto de armónicos significativos. En estas circunstancias, como veremos a continuación, cada armónico de tensión genera en el compensador un conjunto propio de componentes armónicos de intensidad $(1,2,3, \dots \infty)$, como si del caso senoidal se tratara. Ello hace que la situación, desde el punto de vista teórico, sea mucho mas complicada y el cálculo del ángulo de disparo no sea tan simple como el que se deduce de la ecuación (a) de (2,2,1). La causa de esta dificultad radica, por una parte, en la consideración de una formulación más compleja que (2,2,1) para la determinación del ángulo óptimo de disparo, y por otra, en la imprecisión del instante de corte del tiristor, Figura 2,3, debido a que el paso por cero de las señales de tensión e intensidad esta influenciado por el contenido armónico, lo que provoca además una duración difícilmente previsible del ángulo de conducción de los tiristores, como puede apreciarse en la Figura 2,3.

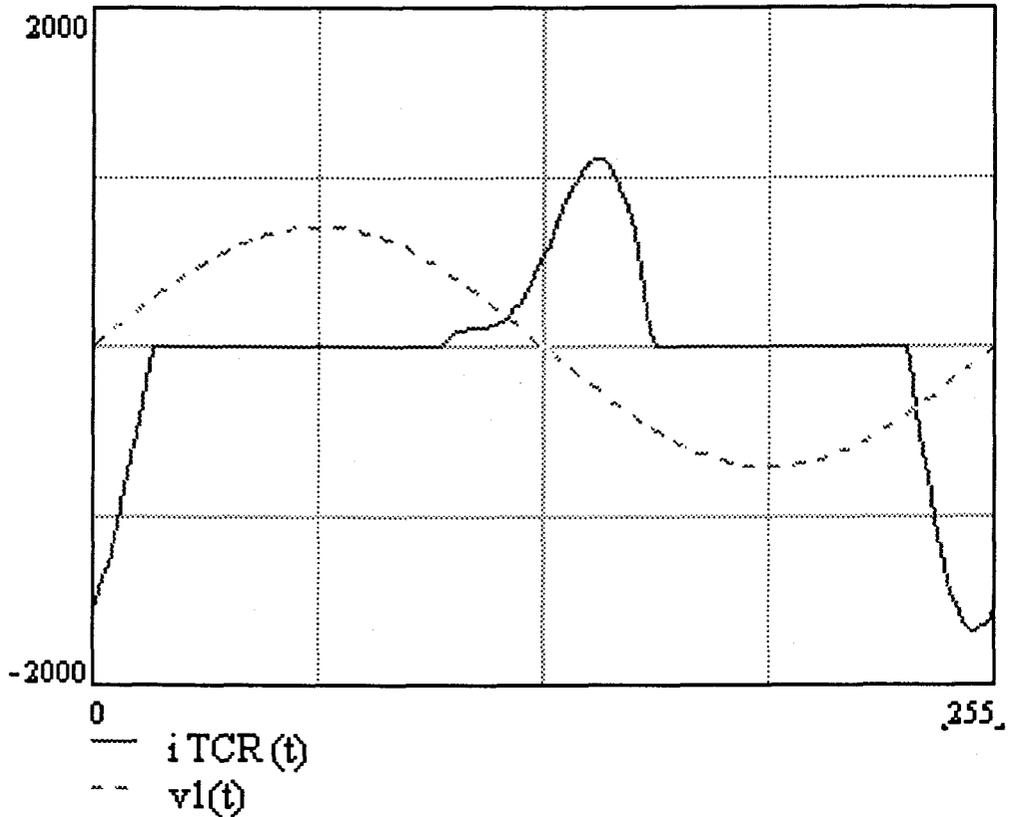


Figura 2,3 .- Señales de intensidad asimétricas en el TCR

En este estudio [53] [54], se obtendrán las expresiones de los valores reales e imaginarios del espectro de intensidad en el TCR con vistas a minimizar el valor RMS de la intensidad de suministro y la obtención del factor de potencia (FP) óptimo. En un paso posterior simplificaremos la formulación suponiendo que los intervalos de conmutación del TCR no vienen afectados por la deformación de la señal de tensión, lo que permitirá seguir considerando un solo parámetro de control [55] [56]

Supondremos una tensión de alimentación no senoidal de banda limitada, de período $2\pi/\omega_o$, expresada por el desarrollo de su serie de Fourier de exponenciales complejas:

$$v(t) = \Re \sqrt{2} \sum_{k \in N_v} |V_k| e^{j(k\omega_o t + \varphi_k)} \quad (2,2,3)$$

donde N_v representa el conjunto de índices de los armónicos de tensión, ω_o es la frecuencia del armónico fundamental y φ_k la fase inicial de la onda de tensión del armónico de orden k .

La señal de tensión, aplicada al conjunto paralelo de la carga y el compensador, genera en este último una intensidad de compensación que obtendremos suponiendo que el compensador está compuesto por un solo tiristor T , que conduce durante una fracción de un semiperíodo y permanece cortado durante el resto del período. Posteriormente se generalizará la solución obtenida admitiendo la existencia de dos elementos de conmutación T_+ y T_- . En este caso general consideraremos que los tiristores están controlados independientemente según impulsos de disparo cuyos flancos de subida comienzan respectivamente en los instantes φ_+/ω_o y φ_-/ω_o , permaneciendo en conducción durante los correspondientes intervalos σ_+/ω_o y σ_-/ω_o . El ángulo φ_+ , según se muestra en

la Figura 2,3, está referido a los pasos por cero, con pendiente positiva, del armónico fundamental de la tensión, que se toma como origen de fase ($\varphi_1=0$). De la misma forma, el ángulo φ_- está referido a los pasos por cero, con pendiente negativa, del armónico fundamental de la tensión. En el primer semiperíodo, la intensidad a través de la inductancia del compensador se puede expresar, teniendo en cuenta (2,2,3), como

$$i(t) = \frac{1}{L} \sqrt{2} \Im \sum_{k \in N_v} \int_{t_0}^t |V_k| e^{j(k\omega_0 t + \varphi_k)} dt \quad (2,2,4)$$

cuya solución es:

$$i(t) = \begin{cases} \Im j \sqrt{2} \sum_{k \in N_v} I_{0k} e^{j\varphi_k} (e^{jk\omega_0 t} - e^{jk\alpha_+}), & \alpha_+ \leq \omega_0 t \leq \alpha_+ + \sigma_+ \\ \Im j \sqrt{2} \sum_{k \in N_v} I_{0k} e^{j\varphi_k} (e^{jk\omega_0 t} - e^{jk\alpha_-}), & \alpha_- \leq \omega_0 t \leq \alpha_- + \sigma_- \end{cases} \quad (2,2,5)$$

donde:

$$I_{0k} = \frac{|V_k|}{k\omega_0 L} e^{j(\varphi_k - \frac{\pi}{2})} \quad (2,2,6)$$

y

$$\alpha_+ + \sigma_+ \leq \alpha_-$$

para valores del tiempo distinto de los indicados anteriormente $i(t)$ se anula

2.2.2.1 Intensidades armónicas generadas en el TCR.

Para facilitar el análisis se considerará solo uno de los tiristores del compensador, ya que las ecuaciones son formalmente idénticas, así mismo consideraremos en (2,2,5) sus componentes armónicos según:

$$i(t) = \sum_{k \in N_v} i_k(t) = \sum_{k \in N_v} \Im (ic_k(t)) \quad (2,2,7)$$

donde $ic_k(t)$ representa la componente temporal compleja debida al armónico de índice k e $i_k(t)$ su parte imaginaria

$$i_k(t) = \Im (ic_k(t))$$

con

$$ic_k(t) = \begin{cases} \sqrt{2} I_{o_k} (e^{jk\omega_o t} - e^{jk\alpha}), & \alpha \leq \omega_o t \leq \alpha + \sigma \\ 0, & \omega_o t < \alpha \quad \text{ó} \quad \omega_o t > \alpha + \sigma \end{cases} \quad (2,2,8)$$

La transformada de Fourier de $ic_k(t)$, prescindiendo del término $\sqrt{2}$ es [57]:

$$I_{c_k}(\omega) = \mathcal{F}(ic_k(t)) = \frac{1}{T} \int_0^T ic_k(t) e^{-j\omega t} dt$$

para $\omega = n\omega_o$ se obtiene

$$I_{c_k}(n) = - \frac{I_{o_k}}{2\pi} \left[e^{jk\alpha} \int_{\alpha}^{\alpha+\sigma} e^{-jn\omega_o t} d(\omega_o t) - \int_{\alpha}^{\alpha+\sigma} e^{-j(n-k)\omega_o t} d(\omega_o t) \right] \quad (2,2,9)$$

siendo $IC_k(n)$ el valor RMS del armónico n de intensidad generado por la componente k de tensión. La ecuación anterior puede expresarse en la forma

$$Ic_k(n) = - \frac{Io_k}{2\pi} [e^{jk\alpha} Fo(n) - Fo(n-k)] \quad (2,2,10)$$

donde

$$Fo(h) = \int_{\alpha}^{\alpha+\sigma} e^{-jhx} dx = \frac{2}{h} \text{Sen}\left(h\frac{\sigma}{2}\right) e^{-jh\left(\alpha+\frac{\sigma}{2}\right)} \quad (2,2,11)$$

que se puede demostrar fácilmente mediante la identidad

$$e^{jA} - e^{jB} = e^{j\frac{A+B}{2}} 2j \text{Sen}\left(\frac{A-B}{2}\right) \quad (2,2,12)$$

Sustituyendo (2,2,11) en (2,2,10) y llamando $\delta = \alpha + \sigma / 2$ se obtiene

$$\mathcal{A}[Ic_k(n)] = - \frac{Io_k}{\pi} [Uo(n) e^{j(k\alpha-n\delta)} - Uo(k-n) e^{j(k-n)\delta}] \quad (2,2,13)$$

donde

$$Uo(h) = \begin{cases} \frac{1}{h} \text{Sen}\left(h\frac{\sigma}{2}\right), & h \neq 0 \\ \frac{\sigma}{2}, & h = 0 \end{cases} \quad (2,2,14)$$

La transformada de Fourier de la parte imaginaria [58] de $i c_k(t)$ puede obtenerse mediante la relación

$$\mathcal{F}[\Im(x(t))] = -\frac{j}{2} (X(n) - X^*(-n)) \quad (2,2,15)$$

Siendo $X(n)$ la transformada discreta de $x(t)$ y $X^*(n)$ la función compleja conjugada de $X(n)$.

$$I_k(n) = \mathcal{F}[\Im[i c_k(t)]] = \frac{|I_{0k}|}{\pi} \left[2 U_0(n) \cos(k\alpha + \varphi_k) e^{-jn\delta} - U_0(k-n) e^{j((k-n)\delta + \varphi_k)} - U_0(k+n) e^{-j((k+n)\delta + \varphi_k)} \right] \quad (2,2,16)$$

Cuyas partes real e imaginaria son:

$$\left. \begin{aligned} \Re I_k(n) &= \frac{|I_{0k}|}{2\pi} \left[2 U_0(n) \cos(k\alpha + \varphi_k) \cos(n\delta) \right. \\ &\quad \left. - U_0(k-n) \cos[(k-n)\delta + \varphi_k] - U_0(k+n) \cos[(k+n)\delta + \varphi_k] \right] \\ \Im I_k(n) &= \frac{|I_{0k}|}{2\pi} \left[-2 U_0(n) \cos(k\alpha + \varphi_k) \sin(n\delta) \right. \\ &\quad \left. - U_0(k-n) \sin[(k-n)\delta + \varphi_k] + U_0(k+n) \sin[(k+n)\delta + \varphi_k] \right] \end{aligned} \right\} \quad (2,2,17)$$

Para el caso en que interese un desarrollo en series trigonométricas cuyos coeficientes de cosenos y senos [59] sean respectivamente $a_k(n)$ y $b_k(n)$, se calculan mediante las relaciones

$$a_k(n) = 2 \Re I_k(n)$$

$$b_k(n) = -2 \Im I_k(n)$$

Aplicándolas a (2,2,17) se obtiene

$$\left. \begin{aligned} a_k(n) &= \frac{|I_{o_k}|}{\pi} \left[2 U_o(n) \cos(k\alpha + \phi_k) \cos(n\delta) \right. \\ &\quad \left. - U_o(k-n) \cos[(k-n)\delta + \phi_k] - U_o(k+n) \cos[(k+n)\delta + \phi_k] \right] \\ b_k(n) &= \frac{|I_{o_k}|}{\pi} \left[2 U_o(n) \cos(k\alpha + \phi_k) \sin(n\delta) \right. \\ &\quad \left. + U_o(k-n) \sin[(k-n)\delta + \phi_k] - U_o(k+n) \sin[(k+n)\delta + \phi_k] \right] \end{aligned} \right\} \quad (2,2,18)$$

En el caso particular en que:

$$\delta_+ = \alpha_+ + \sigma_+/2 = \pi;$$

$$\delta_- = \alpha_- + \sigma_-/2 = 2\pi;$$

$$\text{y } \sigma_+ = \sigma_-,$$

lo que implica considerar solo un parámetro de control del TCR, las ecuaciones (2,2,17) y (2,2,18), aplicadas a cada semiperíodo fundamental y sumadas, toman las nueva formas

$$\left. \begin{aligned}
 \Re I_k(n) &= \frac{|I_{o_k}|}{\pi} \left[2 U_o(n) \cos\left(-k\frac{\sigma}{2} + \phi_k\right) - \cos(\phi_k) [U_o(k-n) + U_o(k+n)] \right] \\
 \Im I_k(n) &= \frac{|I_{o_k}|}{\pi} \text{Sen}(\phi_k) [-U_o(k-n) + U_o(k+n)] \\
 a_k(n) &= \frac{2 |I_{o_k}|}{\pi} \left[2 U_o(n) \cos\left(-k\frac{\sigma}{2} + \phi_k\right) - \cos(\phi_k) [U_o(k-n) + U_o(k+n)] \right] \\
 b_k(n) &= \frac{2 |I_{o_k}|}{\pi} \text{Sen}(\phi_k) [U_o(k-n) - U_o(k+n)]
 \end{aligned} \right\}$$

(2,2,19)

siendo en este caso la paridad del índice del armónico de tensión, k, igual a la paridad del índice del armónico de intensidad, n; de otra forma estas expresiones se anulan. En el caso de tensión senoidal se convierten en las conocidas ecuaciones (2,2,1)

Las partes reales e imaginarias de la intensidad en el TCR pueden expresarse en forma matricial, haciendo referencia a la doble dependencia de los subíndices k y n, esto es, según las matrices de dimensión k x n, pudiendo obtenerse los armónicos n-ésimos de la intensidad, debidos al conjunto de los k armónicos de la tensión, mediante la suma de las respectivas columnas de la matriz,

$$[I]_r = \begin{pmatrix} I_{\lambda}(1,1) & I_{\lambda}(1,2) & \dots & I_{\lambda}(1,n) \\ I_{\lambda}(2,1) & I_{\lambda}(2,2) & \dots & I_{\lambda}(2,n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ I_{\lambda}(k,1) & I_{\lambda}(k,2) & \dots & I_{\lambda}(k,n) \end{pmatrix} \quad (2,2,20)$$

$$[I]_i = \begin{pmatrix} I_{\lambda}(1,1) & I_{\lambda}(1,2) & \dots & I_{\lambda}(1,n) \\ I_{\lambda}(2,1) & I_{\lambda}(2,2) & \dots & I_{\lambda}(2,n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ I_{\lambda}(k,1) & I_{\lambda}(k,2) & \dots & I_{\lambda}(k,n) \end{pmatrix} \quad (2,2,21)$$

$$\left. \begin{aligned} I_r(n) &= \sum_{k \in N_v} I_r(k,n) \\ I_i(n) &= \sum_{k \in N_v} I_i(k,n) \end{aligned} \right\} \quad (2,2,22)$$

Estas expresiones corresponden a las partes reales e imaginarias del armónico de orden n de la intensidad en el TCR, debido a la influencia de los k armónicos de la tensión. En función de ellas podemos deducir la intensidad eficaz que circula por el compensador:

$$I_c(rms) = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I^2(n)} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} [I_r^2(n) + I_i^2(n)]} \quad (2,2,23)$$

Estas expresiones, comparadas con las del caso senoidal, (2,2,1), nos muestran que en las actuales circunstancias de compensación, con una inductancia pura en serie con conmutadores ideales, se generan también componentes armónicos de intensidad de tipo resistivo. En cualquier caso, la existencia de armónicos de tensión en sistemas de compensación del tipo TCR, origina intensidades armónicas según (2,2,19) que pueden, a cada frecuencia de orden n , común a los espectros de tensión e intensidad, producir potencias armónicas de tipo activo, P_n , y reactivo, Q_n , de acuerdo con las conocidas definiciones [50, 105]

$$\left. \begin{aligned} P(n) &= Vr(n)Ir(n) + Vi(n)Ii(n) \\ Q(n) &= Vr(n)Ii(n) - Vi(n)Ir(n) \end{aligned} \right\} \quad (2,2,24)$$

siendo, para la frecuencia común de índice n ,

$$Vr(n) = V_n \text{Cos } \phi_n$$

$$Vi(n) = V_n \text{Sen } \phi_n$$

En función de estos componentes armónicos de la potencia y de la tensión aplicada a la carga, es posible obtener cualquiera de las magnitudes derivadas del análisis de la potencia aparente [50, 105] , de acuerdo con las definiciones desarrolladas en el Apéndice A. La formulación de las mismas en función del

los ángulos de disparo de los tiristores posibilita su posterior control. Sin embargo, desde el punto de vista del ahorro energético, nos parece interesante resaltar que, independientemente de la definición elegida, concretamente en el caso de la potencia reactiva, lo que interesa es minimizar la potencia aparente (producto de los valores RMS de tensión e intensidad), haciéndola tender al valor de la potencia activa. Es por ello, por lo que detallamos a continuación, para un valor constante de la tensión suministrada, las condiciones de minimización del valor RMS de la intensidad de la línea.

La intensidad eficaz suministrada por el generador se obtendrá como suma de las correspondientes al compensador y a la carga, esto es, según la expresión:

$$I^2(rms) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[[I_{r_L}(n) + I_{r_C}(n)]^2 + [I_{i_L}(n) + I_{i_C}(n)]^2 \right] \quad (2,2,25)$$

donde los términos $I_{r_L}(n)$ e $I_{r_C}(n)$ representan componentes reales de intensidad, en carga y compensador respectivamente, para el armónico de orden n , y los $I_{i_L}(n)$ e $I_{i_C}(n)$ se refieren a componentes imaginarias. Las componentes de intensidad, correspondientes a la carga, se suponen calculadas previamente siguiendo, por ejemplo, el método descrito en [50, 105].

La condición de mínimo, respecto a α , permite establecer la ecuación:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[[I_{r_L}(n) + I_{r_C}(n)] \frac{dI_{r_C}(n)}{d\alpha} + [I_{l_L}(n) + I_{l_C}(n)] \frac{dI_{l_C}(n)}{d\alpha} \right] \quad (2,2,26)$$

que hemos resuelto en varios casos, como los que se exponen en el apéndice D. Para ello hemos utilizado un método numérico basado en el cálculo de las raíces por bisección del intervalo en el que inicialmente se acotan [60].

Se trata, en suma, de poner de manifiesto que cuando la tensión de alimentación está distorsionada, la compensación con TCR necesita utilizar una nueva formulación que permita un cálculo más preciso del ángulo de disparo del compensador. Esto determina la mejora de la compensación de la intensidad reactiva y, en consecuencia, la del factor de potencia. La formulación de la intensidad en estos casos permite profundizar en el conocimiento de los factores que intervienen en la generación de los distintos tipos de armónicos de intensidad y potencias activa y reactiva en los circuitos de compensación con TCR.

De los resultados obtenidos puede apreciarse que la formulación del caso senoidal, en situaciones de tensión deformadas, solo puede justificarse como una primera aproximación para el cálculo del ángulo óptimo de disparo.

Capítulo 3

Inyección selectiva de armónicos de intensidad en los sistemas eléctricos con cargas no lineales.

3.1 Introducción

Las técnicas de compensación de la intensidad reactiva, mediante circuitos activos del tipo TCR o similares, permiten controlar la intensidad en el compensador, adaptándola a las variaciones que experimenta la carga. Al tiempo que realizan la compensación, se genera un espectro de intensidades armónicas [61], inherente al proceso de conmutación de la intensidad, que perjudica el comportamiento deseado y exige la incorporación de filtros pasivos, LC, que las anulen [28].

Desde otro punto de vista, el efecto de las conmutaciones en el compensador se puede simular con fuentes de intensidades armónicas cuyos parámetros dependen, como veremos mas adelante, de los ángulos o instantes de conmutación. Manipulando adecuadamente estos últimos se pueden cancelar un conjunto de componentes armónicos de la carga [62] [63] [64] [65].

Dado que el elemento del compensador, cuya intensidad se conmuta, puede ser cualquier circuito reactivo, haremos una abstracción de él y supondremos que

el compensador está compuesto por una fuente de intensidad ideal controlada por impulsos de tensión de amplitud constante , Figura 3,1. De esta forma, la metodología que se expone representa una generalización de otras técnicas de compensación [62] [63] [64], entre las que se pueden incluir las mencionadas en [66] , que utilizan condensadores conmutados, y otras, como en [67], que de una forma menos rigurosa utiliza asociaciones de elementos pasivos y tiristores para compensar algunos componentes de potencia no activa. En este capítulo nos proponemos desarrollar los conceptos teóricos y metodológicos de esta clase de compensación. Se partirá del caso más simple, a efecto ilustrativo, con un compensador consistente en una fuente de intensidad con un solo impulso

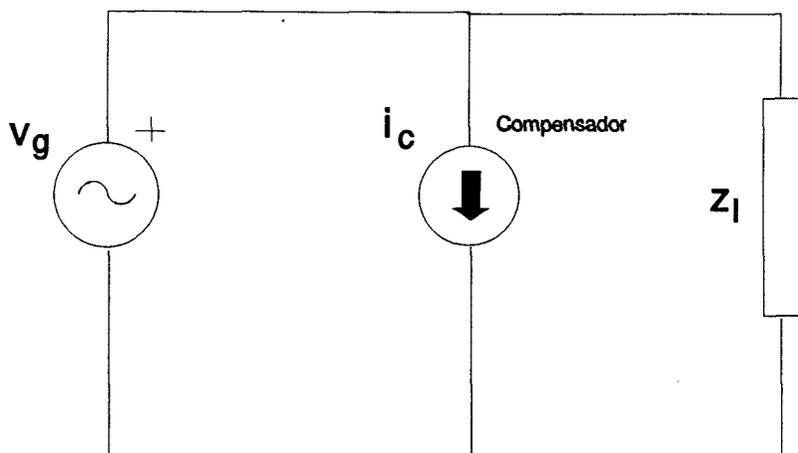


Figura 3,1.- Circuito básico con un compensador compuesto por una fuente de intensidad

de control en cada período. Posteriormente se generalizarán los resultados y se desarrollará un algoritmo que calcule los ángulos de conmutación referentes a un tren de impulsos.

3.2 Principios básicos

La compensación de intensidad que propondremos se basa en adecuar la respuesta en frecuencia del compensador a la de la carga, de forma que se haga mínima la intensidad eficaz que produce el generador. Supongamos un circuito como el de la Figura 3,1, las intensidades instantáneas cumplirán:

$$ig(t) = il(t) + ic(t)$$

Donde $ig(t)$, $il(t)$ y $ic(t)$ se refieren a las intensidades en el generador, carga y compensador respectivamente. Si llamamos

$$IG(\omega) = \mathcal{F}[ig(t)]$$

$$IL(\omega) = \mathcal{F}[il(t)]$$

$$IC(\omega) = \mathcal{F}[ic(t)]$$

Aplicando la propiedad lineal de la transformada se verificará:

$$IG(\omega) = IL(\omega) + IC(\omega)$$

o bien en el supuesto de señales periódicas de frecuencia fundamental ω_0

$$IG(n\omega_0) = IC(n\omega_0) + IL(n\omega_0) \quad (3,2,1)$$

Esta expresión, considerada para cada armónico, contiene el principio básico aplicable en la compensación: cada armónico de intensidad de la carga se puede minimizar o anular en el generador, manipulando el correspondiente del compensador. Ello significa que cuando en la carga, lineal o no, circula un determinado armónico de intensidad $IL(h)$ inducido por la tensión aplicada, y pretendemos que este componente armónico sea mínimo en las bornas del generador, $IG(h)$, tendremos que provocar la aparición del correspondiente componente armónico del compensador $IC(h)$, de forma que haga mínima la suma indicada en (3,2,1). La metodología a emplear consiste en anular el componente armónico del generador mediante la manipulación de $ic(t)$. Si se logra que los módulos del armónico a minimizar, en carga y compensador, fuesen iguales podemos cancelarlo totalmente eligiendo adecuadamente su fase en el compensador. En cualquier caso es posible alcanzar una condición de mínimo; en efecto, llamando a_n y b_n a los coeficientes del desarrollo en series trigonométricas del componente armónico n de la carga y u_n y v_n a los respectivos del compensador deberá cumplirse

$$IG_n^2 = (a_n + u_n)^2 + (b_n + v_n)^2 = 0$$

En el caso de n componentes armónicos deberemos hacer mínimo la expresión

$$M^2 = \sum_{k \in N} (a_k + u_k)^2 + (b_k + v_k)^2 \quad (3,2,2)$$

donde N es el conjunto de índices cuyas intensidades armónicas se han de minimizar.

La compensación total de la carga requiere disponer en el compensador, de tantas fuentes de armónicos como componentes se quieran cancelar, sintonizadas a las frecuencias de estos y controlables en módulo y fase, para adaptar estas magnitudes a la respuesta en frecuencia de la carga. Una forma económica de disponer de estas fuentes es utilizar en el compensador una impedancia no lineal como fuente de armónicos [68], siempre que se puedan controlar los módulos y las fases de los armónicos generados. En su forma más simple estas impedancias no lineales pueden sintetizarse, mediante componentes lineales alimentadas por la tensión del generador [69], y conmutadas mediante un interruptor, Figura 3,2, en otros casos podrán estar constituidas por circuitos pasivos o activos mas complejos,

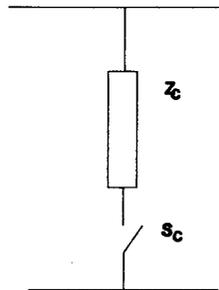


Figura 3,2.- Compensador compuesto por un componente lineal conmutado

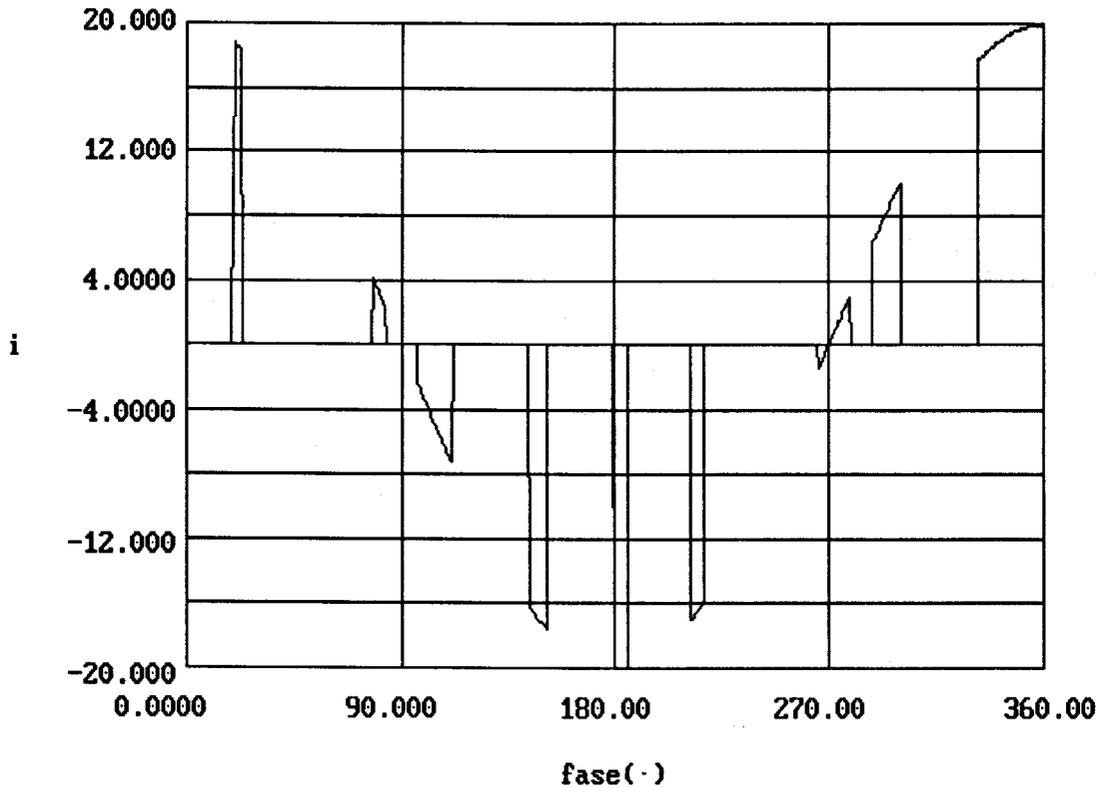


Figura 3,3.- Forma de onda de la intensidad de un compensador compuesta por una secuencia periódica de impulsos modulados en amplitud anchura y fase

En consecuencia , en el caso general la intensidad en el compensador esta formada por secuencias de impulsos del mismo período que el generador.

Dada la influencia del tipo de alimentación de la impedancia no lineal del compensador, desarrollaremos el algoritmo de cálculo en el caso no senoidal, posteriormente se distinguirán los casos de impulsos de amplitud constante, PWM, y modulados sinusoidalmente en amplitud. Con la finalidad de generalizar los tipos de impedancias no lineales, las simularemos mediante fuentes de intensidad conmutadas controladas por tensión.

3.3 Cancelación selectiva de un armónico.

Trataremos, como caso elemental, la compensación de un armónico de intensidad de orden n generado por la carga, mediante un compensador activo consistente en un generador de intensidad, Figura 3,1, que proporciona un impulso en cada período de la tensión de red.

Sea $p_o(t)$ la secuencia generada de impulsos unitarios, de anchura $\Delta t = 2\sigma/\omega_o$, período T y centrados en $t = kT$ ($k=0, 1, \dots$), Figura 3,4. La intensidad en el compensador obedece a la expresión

$$ic(t) = I_o p_o(t - kT)$$

donde I_o representa la amplitud del impulso de intensidad en el compensador. Su transformada de Fourier presenta una resolución $\omega_o = 2\pi/T$, y tiene solo componentes reales [70]:

$$IC(\omega) = I_o \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2}{n} \text{Sen}(n\sigma) s(\omega - n\omega_o) \quad (3,3,1)$$

Si la misma secuencia, se encuentra desplazada un intervalo τ , Figura 3,5 , según el teorema del desplazamiento, su transformada se expresará:

$$IC(\omega) = I_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn\delta} \frac{2}{n} \text{Sen}(n\sigma) s(\omega - n\omega_0) \quad (3,3,2)$$

Con $\delta = \omega_0 \tau$.

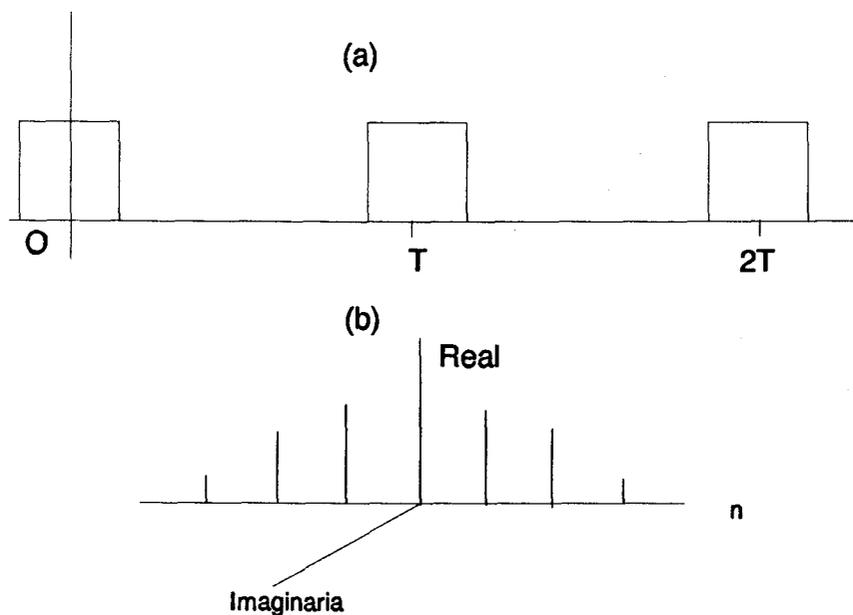


Figura 3.4.- (a) Secuencia de impulsos centrados en kT .
 (b) Espectro de Fourier (Real).

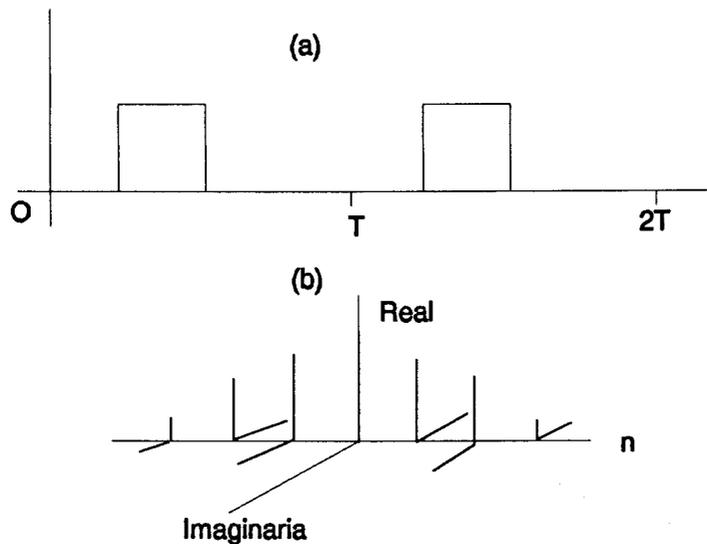


Figura 3,5 .- (a) Secuencias de impulsos con desplazamiento τ respecto a kT
 (b) Espectro de Fourier (Complejo)

Los componentes armónicos de (3,3,2), muestran la dependencia del módulo

$$| IC(n) | = I_0 \frac{2}{n} \text{Sen}(n\sigma),$$

del índice del armónico n , de la amplitud I_0 y de la semianchura del impulso σ . La fase, según el desplazamiento τ , respecto al origen se expresa de acuerdo con $\varphi = e^{-jn\delta}$. En consecuencia, suponiendo constante I_0 , los cambios en el módulo y la fase de un determinado armónico, se pueden controlar mediante la anchura y posición del tren de impulsos, Figura 3,5, de forma que si elegimos

convenientemente estos parámetros podremos cancelar un determinado componente armónico presente en la intensidad de la línea de suministro. En efecto, sean a_h y b_h los coeficientes del desarrollo en series trigonométricas correspondientes al armónico de intensidad de la carga de índice h :

$$i_{lh}(t) = a_h \text{Cos}(h\omega_o t) + b_h \text{Sen}(h\omega_o t)$$

Los correspondientes coeficientes de la intensidad en el compensador, obtenidos a partir de su transformada de Fourier, se expresan según:

$$\left. \begin{aligned} u_h &= \frac{2I_o}{h\pi} \text{Sen}(h\sigma) \text{Cos}(h\delta) \\ v_h &= \frac{2I_o}{h\pi} \text{Sen}(h\sigma) \text{Sen}(h\delta) \end{aligned} \right\} \quad (3,3,3)$$

Con lo que la igualdad de los módulos exige que:

$$\frac{4I_o^2}{h^2\pi^2} \text{Sen}^2(h\sigma) = a_h^2 + b_h^2 \quad (3,3,4)$$

que permite obtener la semianchura del impulso σ , como parámetro de control. Para que se cancele el componente armónico h , las fases de las intensidades

de la carga y del compensador han de estar desplazadas π radianes, por lo tanto debemos elegir δ para que se cumpla

$$n\delta = \pi + \text{Arc tg} \left(\frac{V_n}{U_n} \right) \quad (3,3,5)$$

Estas expresiones nos demuestran que, eligiendo adecuadamente los parámetros del impulso de intensidad del compensador, siempre es posible cancelar un determinado armónico de intensidad de la línea. Además de cancelar el componente armónico h , el compensador genera el conjunto de armónicos $1..h-1, h+1, ..\infty$, por ello la utilidad de suprimir un solo componente es conceptual pero nos permite inducir que con N impulsos se pueden compensar N componentes.

3.4 Metodología

Trataremos en este apartado la elección de un método para la obtención de los valores que definen la secuencia de impulsos. De lo dicho anteriormente, establecemos que para anular un componente armónico de intensidad en el generador, de acuerdo con la ecuación (3,2,1), debemos asignar valores a los parámetros del tren de impulsos del compensador. El método, utilizado anteriormente, obtiene el módulo, $|IC(n,\sigma,\delta)|$, y fase, $\Psi_C(n,\sigma,\delta)$, del armónico n a compensar, en función de los parámetros del compensador, e iguala estas expresiones con las correspondientes del armónico de la carga:

$$|IC(n,\sigma,\delta)| = |IL(n)|$$

$$\Psi_C(n,\sigma,\delta) = -\Psi_L(n)$$

para obtener los parámetros de control, σ y δ , del tren de impulsos.

Este método considera constante la amplitud de los impulsos de intensidad del compensador. En el caso de que la amplitud siga una variación, por ejemplo

sinusoidal, se hace mas difícil obtener los parámetros σ y δ , a partir de las expresiones $|IC(n,\sigma,\delta)|$ y $|\Psi C(n,\sigma,\delta)|$, mediante la resolución por métodos numéricos del sistema de ecuaciones planteado. Además cuando el módulo y la fase en el compensador no puedan adquirir, físicamente, los valores demandados por la carga, el sistema se hace incompatible, por lo que el método no garantiza soluciones que produzcan compensación.

Un método, que salva parte de las dificultades anteriores, consiste en hacer mínimo el módulo de la intensidad armónica en el generador respecto de los parámetros del impulso, lo que implica que

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial |IG_n|}{\partial \sigma} &= 0 \\ \frac{\partial |IG_n|}{\partial \delta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3,4,1)$$

donde IG_n puede expresarse mediante (3,2,2).

La solución del sistema de ecuaciones (3,4,1), para determinar los valores de los parámetros σ y δ , requiere resolver un sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que tenga en cuenta las condiciones físicas del problema,

esto es

$$0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2\pi$$

donde x_1 y x_2 son las posiciones angulares del impulso. Para tener en cuenta estos condicionantes analíticos del problema hemos de utilizar métodos matemáticos de optimización de funciones multivariables con restricciones, como los descritos en [13] [71] [72] [73] [74] [75] [76] [77]. Estos pretenden resolver problemas de optimización de funciones con restricciones o sin ellas, mediante aproximaciones lineales sucesivas.

Uno de los métodos característicos es el de Newton–Raphson, que describimos brevemente. Sea M la función a optimizar llamada objetivo, que en nuestro caso es el módulo del armónico ó lo que es lo mismo su cuadrado, y sea X el vector de soluciones, de dimensión N

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$$

donde x_1, x_2, \dots, x_N representan las variables de las que M depende. El vector gradiente de la función objetivo se expresa según

$$G = \nabla M = \left[\frac{\partial M}{\partial x_1}, \frac{\partial M}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial M}{\partial x_n} \right]^T \quad (3,4,2)$$

y determina la dirección y sentido del aumento máximo de M para pequeñas desviaciones, ΔX , alrededor del punto X . La variación del gradiente, ΔG , cuando cambia X en dos iteraciones sucesivas, puede obtenerse mediante la relación

$$\Delta G = \nabla G (X_{i+1} - X_i)$$

donde ∇G es una matriz cuadrada de orden N^2 , siendo N el número de variables, llamada matriz hessiana, definida mediante la expresión:

$$\nabla G = H_M = \left[\frac{\partial^2 M}{\partial x_i \partial x_j} \right] \quad (i, j=1, 2, \dots, n) \quad (3,4,3)$$

Para el caso en que el punto X coincida con la solución que optimiza M , las componentes del vector gradiente han de ser nulas por ello se cumple

$$-G_i = (H_M|_X)(X_{i+1} - X_i) \quad (3,4,4)$$

En consecuencia el vector X obtenido en la iteración $i+1$ viene dado por

$$X_{i+1} = X_i - (H_M|_X)^{-1} \nabla M|_X \quad (3,4,5)$$

Si el problema matemático posee restricciones, especificadas por relaciones de

igualdad $g_i(\mathbf{X}) = 0$ ($i=1,2,\dots,m$), se sustituye la función objetivo (3,2,2) por la función de Lagrange:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_N, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = M(\mathbf{X}) - \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(\mathbf{X}) \quad (3,4,6)$$

donde λ_i ($i=1,2,\dots,m$) son constantes desconocidas denominadas multiplicadores de Lagrange. Puede apreciarse que si existe una solución al problema de minimizar M esta se encuentra entre las soluciones de minimización de L .

3.5 Cancelación de varios componentes armónicos de la carga mediante una fuente de intensidad controlada

La teoría expuesta en el apartado 3.3 para la compensación de un solo componente armónico de intensidad mediante un pulso, tiene un valor didáctico indudable. Mediante los conceptos expuestos, se comprenden los fundamentos básicos de la compensación de componentes armónicos de intensidad, generados en las cargas, lineales ó no, de los sistemas de potencia. Sin embargo, su valor práctico es muy limitado debido a que, aunque se cancela un componente, el compensador genera simultáneamente, todos los restantes armónicos. Ello provoca que, en el espectro de la intensidad del generador, aparezca el resto de armónicos, normalmente no deseados para la optimización del factor de potencia. La utilidad de estos conceptos en la compensación de componentes armónicos, se pone de manifiesto, cuando se desea hacer mínimo un conjunto de N componentes armónicos de la intensidad del generador.

Sea \mathbb{N}_1 un subconjunto de números naturales, de cardinal N_1 , cuyos elementos representan los índices de los armónicos que se desean minimizar. Para

compensar los N_1 componentes emplearemos M impulsos de conmutación, además según lo visto anteriormente cada armónico necesita, como mínimo, un impulso para su cancelación, lo que obliga a considerar $M \geq N_1$. Por otra parte, siendo la función Z a optimizar el valor RMS de la intensidad en la línea de suministro eléctrico, tendremos

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sum_{n \in N} (a_n + u_n)^2 + (b_n + v_n)^2 \\ Z &= (A + U) (A + U)^T + (B + V) (B + V)^T \end{aligned} \right\} \quad (3,5,1)$$

donde la segunda ecuación es la expresión en forma matricial de la primera y A , B , U y V son matrices filas definidas según

$$\left. \begin{aligned} A &= [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N] \\ B &= [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N] \\ U &= [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N] \\ V &= [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N] \end{aligned} \right\} \quad (3,5,2)$$

Además, obviamente, los ángulos de conmutación de los impulsos deberán cumplir:

$$0 < x_0 < x_1 < \dots < x_{2M-1} < 2\pi$$

La expresión anterior representa 2M condiciones de restricción, que necesitarían 2M variables de holgura para expresarlas en su forma estándar $g_i(\mathbf{X})=0$. En cambio si hacemos

$$x_i = d_0^2 + d_1^2 + \dots + d_i^2 = \sum_{j=0}^{j=i} d_j^2 \quad (3,5,3)$$

la única variable de holgura es d_{2M} y la ecuación de restricción para la función objetivo es

$$d_0^2 + d_1^2 + \dots + d_{2M-1}^2 + d_{2M}^2 - 2\pi = 0 \quad (3,5,4)$$

En forma matricial las variables del problema pueden expresarse mediante vectores filas

$$\mathbf{D} = [d_0, d_1, \dots, d_{2M}]$$

y la ecuación de restricción podemos ahora escribirla en la forma estándar

$$\mathbf{D} \mathbf{D}^T - 2\pi = 0$$

En consecuencia la función de Lagrange para el programa de optimización será, según la terminología de (3,5,1):

$$\left. \begin{aligned} L &= \sum_{n \in \mathbf{N}} (a_n + u_n)^2 + (b_n + v_n)^2 + \lambda (d_0^2 + d_1^2 + \dots + d_{2M}^2 - \pi)^2 \\ L &= (\mathbf{A} + \mathbf{U}) (\mathbf{A} + \mathbf{U})^T + (\mathbf{B} + \mathbf{V}) (\mathbf{B} + \mathbf{V})^T + \lambda (\mathbf{D} \mathbf{D}^T - 2\pi)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3,5,5)$$

Para obtener el vector solución \mathbf{X} , que según el método de Newton–Raphson, [13] [78], hace mínimo (3,5,5), se ha desarrollado varios algoritmos de cálculo con distinta complejidad y diferentes tiempos de ejecución en el ordenador. El de menor complejidad se ha utilizado en la eliminación de un armónico mediante un pulso de intensidad en el compensador, El cálculo del vector gradiente y la matriz hessiana se realiza mediante incrementos finitos de la función de Lagrange L , y del vector gradiente \mathbf{G} respectivamente. De la ejecución de este programa, para un número mayor de armónicos, se deduce que el tiempo de cálculo de las funciones básicas, L , \mathbf{G} y \mathbf{H} , mediante incrementos finitos es excesivo y supera, con creces, los límites admisibles en el control que se ha de efectuar con los resultados, sin embargo uno de los objetivos fundamentales de este trabajo es obtener un algoritmo lo suficientemente rápido como para permitir el control en tiempo real de la intensidad de la red eléctrica.

Para optimizar estos tiempos hemos desarrollado un algoritmo que, aunque mucho mas complejo, lo disminuye sustancialmente hasta un límite práctico. Se fundamenta en el calculo del vector gradiente y de la matriz hessiana a partir de las expresiones deducidas de (3,5,5), así como en guardar resultados parciales en la memoria del computador para evitar repetición de ciertas operaciones. Las componentes del vector gradiente \mathbf{G} se obtienen a partir de su definición

$$G = \nabla L = \left[\frac{\partial L}{\partial d_j} \right] \quad (3,5,6)$$

Aplicando esta a la función objetivo (3,5,5) obtenemos

$$g_j = 2 \sum_{n \in \mathbb{N}} \left[(a_n + u_n) \frac{\partial u_n}{\partial d_j} + (b_n + v_n) \frac{\partial v_n}{\partial d_j} \right] + 4\lambda d_j (d_0^2 + \dots + d_m^2 - 2\pi) \quad (3,5,7)$$

$$G = 2(A+U) (\nabla U)^T + 2(B+V) (\nabla V)^T + 4\lambda(DD^T - 2\pi)D$$

donde

$$(\nabla U)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial d_1} & \frac{\partial u_1}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial u_1}{\partial d_{2M}} \\ \frac{\partial u_2}{\partial d_1} & \frac{\partial u_2}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial u_2}{\partial d_{2M}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial u_N}{\partial d_1} & \frac{\partial u_N}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial u_N}{\partial d_{2M}} \end{bmatrix} \quad (\nabla V)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial d_1} & \frac{\partial v_1}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial v_1}{\partial d_{2M}} \\ \frac{\partial v_2}{\partial d_1} & \frac{\partial v_2}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial v_2}{\partial d_{2M}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial v_N}{\partial d_1} & \frac{\partial v_N}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial v_N}{\partial d_{2M}} \end{bmatrix} \quad (3,5,8)$$

Las expresiones de las derivadas parciales de u_n y v_n , pueden expresarse en función de las variables x_j

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_n}{\partial d_j} &= \sum_{j=0}^{2M-1} \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial d_j} \\ \frac{\partial v_n}{\partial d_j} &= \sum_{j=0}^{2M-1} \frac{\partial v_n}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial d_j} \end{aligned} \right\} \quad (3,5,9)$$

Teniendo en cuenta (3,5,3), se cumple

$$\frac{\partial X_j}{\partial d_i} = \begin{cases} 2d_i, & i \leq j \\ 0, & i > j \end{cases} \quad (3,5,10)$$

sustituyendo en (3,5,9) se obtiene

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_n}{\partial d_i} &= 2d_i \sum_{k=i}^{2M-1} \frac{\partial u_n}{\partial X_k} \\ \frac{\partial v_n}{\partial d_i} &= 2d_i \sum_{k=i}^{2M-1} \frac{\partial v_n}{\partial X_k} \end{aligned} \right\} \quad (3,5,11)$$

Con ello ∇U y ∇V se expresan

$$\left. \begin{aligned} \nabla U &= (\nabla_x U) (DI) \\ \nabla V &= (\nabla_x V) (DI) \end{aligned} \right\} \quad (3,5,12)$$

donde

$$(DI) = \begin{bmatrix} d_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & d_{2M} \end{bmatrix} \quad (3,5,13)$$

$$\nabla_x U = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M-1} \frac{\partial u_1}{\partial X_k} & \sum_{k=1}^{2M-1} \frac{\partial u_1}{\partial X_k} & \dots & \sum_{k=2M-1}^{2M-1} \frac{\partial u_1}{\partial X_k} & 0 \\ \sum_{k=0}^{2M-1} \frac{\partial u_2}{\partial X_k} & \sum_{k=1}^{2M-1} \frac{\partial u_2}{\partial X_k} & \dots & \sum_{k=2M-1}^{2M-1} \frac{\partial u_2}{\partial X_k} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M-1} \frac{\partial u_N}{\partial X_k} & \sum_{k=1}^{2M-1} \frac{\partial u_N}{\partial X_k} & \dots & \sum_{k=2M-1}^{2M-1} \frac{\partial u_N}{\partial X_k} & 0 \end{bmatrix} \quad (3,5,14)$$

$$\nabla_x(V) = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M-1} \frac{\partial v_1}{\partial X_k} & \sum_{k=1}^{2M-1} \frac{\partial v_1}{\partial X_k} & \dots & \sum_{k=2M-1}^{2M-1} \frac{\partial v_1}{\partial X_k} & 0 \\ \sum_{k=0}^{2M-1} \frac{\partial v_2}{\partial X_k} & \sum_{k=1}^{2M-1} \frac{\partial v_2}{\partial X_k} & \dots & \sum_{k=2M-1}^{2M-1} \frac{\partial v_2}{\partial X_k} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M-1} \frac{\partial v_N}{\partial X_k} & \sum_{k=1}^{2M-1} \frac{\partial v_N}{\partial X_k} & \dots & \sum_{k=2M-1}^{2M-1} \frac{\partial v_N}{\partial X_k} & 0 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo (3,5,12) en (3,5,7) se obtiene el gradiente

$$G = \nabla L = 4 G_o D^T \quad (3,5,15)$$

donde G_o es el vector fila que viene dado por la expresión

$$\left. \begin{aligned}
 g_{0i} &= \sum_{n \in \mathbb{N}} \left[(a_n + u_n) \left(\sum_{j=i}^{2m-1} \frac{\partial u_n}{\partial x_j} \right) + (b_n + v_n) \left(\sum_{j=i}^{2m-1} \frac{\partial v_n}{\partial x_j} \right) \right] + \lambda (d_0^2 + \dots + d_{2M}^2 - 2\pi) \\
 G_0 &= (A+U) (\nabla_x U) + (B+V) (\nabla_x V) + \lambda (DD^T - 2\pi)
 \end{aligned} \right\} \quad (3,5,16)$$

La matriz hessiana puede deducirse a partir del gradiente mediante la relación

$$h_{ij} = \frac{\partial^2 L}{\partial d_i \partial d_j} = \frac{\partial G_i}{\partial d_j} \quad (3,5,17)$$

sustituyendo (3,5,7) y derivando se obtiene

$$\left. \begin{aligned}
 h_{ij} &= 2 \sum_{n \in \mathbb{N}} \left[\frac{\partial u_n}{\partial d_i} \frac{\partial u_n}{\partial d_j} + (a_n + u_n) \frac{\partial^2 u_n}{\partial d_i \partial d_j} + \frac{\partial v_n}{\partial d_i} \frac{\partial v_n}{\partial d_j} + \right. \\
 &\quad \left. (b_n + v_n) \frac{\partial^2 v_n}{\partial d_i \partial d_j} \right] + 4\lambda (d_0^2 + \dots + d_m^2 - 2\pi) \delta_{ij} + 8\lambda d_i d_j \\
 H &= 2 (\nabla U) (\nabla U)^T + 2 (A+U) \nabla(\nabla U) + 2 (\nabla V) (\nabla V)^T + \\
 &\quad 2 (B+V) \nabla(\nabla V) + 4\lambda (DD^T - 2\pi)I + 8\lambda D^T D
 \end{aligned} \right\} \quad (3,5,18)$$

donde

$$\nabla(\nabla U) = \left[\frac{\partial^2 U_n}{\partial d_i \partial d_j} \right], \quad \nabla(\nabla V) = \left[\frac{\partial^2 V_n}{\partial d_i \partial d_j} \right] \quad (3,5,19)$$

las segundas derivadas parciales de u_n y v_n se obtiene derivando (3,5,11) y teniendo en cuenta (3,5,10)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U_n}{\partial d_i \partial d_j} &= 2\delta_{ij} \sum_{k=j}^{2M-1} \frac{\partial U_n}{\partial X_k} + 4d_i d_j \sum_{k=\text{Max}(i,j)}^{2M-1} \frac{\partial^2 U_n}{\partial X_k^2} \\ \frac{\partial^2 V_n}{\partial d_i \partial d_j} &= 2\delta_{ij} \sum_{k=j}^{2M-1} \frac{\partial V_n}{\partial X_k} + 4d_i d_j \sum_{k=\text{Max}(i,j)}^{2M-1} \frac{\partial^2 V_n}{\partial X_k^2} \end{aligned} \right\} \quad (3,5,20)$$

siendo $\text{Max}(i,j)$ el mayor de los índices i,j . Los primeros sumatorios de las ecuaciones anteriores pueden expresarse teniendo en cuenta (3,5,11) mediante las primeras derivadas parciales

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U_n}{\partial d_i \partial d_j} &= 2\delta_{ij} \frac{1}{d_i} \frac{\partial U_n}{\partial d_i} + 4d_i d_j \sum_{k=\text{Max}(i,j)}^{2M-1} \frac{\partial^2 U_n}{\partial X_k^2} \\ \frac{\partial^2 V_n}{\partial d_i \partial d_j} &= 2\delta_{ij} \frac{1}{d_i} \frac{\partial V_n}{\partial d_i} + 4d_i d_j \sum_{k=\text{Max}(i,j)}^{2M-1} \frac{\partial^2 V_n}{\partial X_k^2} \end{aligned} \right\} \quad (3,5,21)$$

Sustituyendo (3,5,11) y (3,5,21) en (3,5,18) se obtiene la matriz hessiana en función de los ángulos de conmutación, x_i , y de las variables d_i . Sin embargo para la optimización del algoritmo de cálculo es preferible descomponer H a partir de la expresión matricial (3,5,18). Un posterior reagrupamiento nos da

$$H = H^a + H^b + H^c + H^d + H^e + H^f \quad (3,5,22)$$

Con

$$\left. \begin{aligned} H^a &= 8 (DI) (\nabla_x U) (\nabla_x U)^T (DI) = 8 (DI) H_x^a (DI) \\ H^b &= 8 (DI) (\nabla_x V) (\nabla_x V)^T (DI) = 8 (DI) H_x^b (DI) \\ H^c &= 8 (DI) H_x^c (DI) \\ H^d &= 8 (DI) H_x^d (DI) \\ H^e &= 4 (Go I) \\ H^f &= 8 (DI) \lambda (DI) \end{aligned} \right\} \quad (3,5,23)$$

Donde H_x^a y H_x^b son los cuadrados de (3,5,14), y H_x^c , H_x^d son matrices del tipo

$$H_x = \begin{bmatrix} ho_0 & ho_1 & ho_2 & \dots & ho_{N_i} \\ ho_1 & ho_1 & ho_2 & \dots & ho_{N_i} \\ ho_2 & ho_2 & ho_2 & \dots & ho_{N_i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ ho_{N_i} & ho_{N_i} & ho_{N_i} & \dots & ho_{N_i} \end{bmatrix} \quad (3,5,24)$$

generadas respectivamente por los vectores filas Ho^c y Ho^d dados por los productos

$$Ho^c = (A+U) \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 u_0}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 u_0}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 u_0}{\partial X_k^2} \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 u_1}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 u_1}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 u_1}{\partial X_k^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 u_N}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 u_N}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 u_N}{\partial X_k^2} \end{bmatrix} \quad (3,5,25)$$

$$Ho^d = (B+V) \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 v_0}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 v_0}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 v_0}{\partial X_k^2} \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 v_1}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 v_1}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 v_1}{\partial X_k^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 v_N}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 v_N}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 v_N}{\partial X_k^2} \end{bmatrix} \quad (3,5,26)$$

y siendo

$$Gol = \begin{bmatrix} go_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & go_1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & go_{2M} \end{bmatrix} \quad (3,5,27)$$

(3,5,23), puede expresarse

$$H = 4 (Gol) + 8 (DI) \left[H_x^a + H_x^b + H_x^c + H_x^c + \lambda \right] (DI) \quad (3,5,28)$$

La ecuación (3,4,4), se expresa ahora

$$-Go = \left[(GoI) (DI)^{-1} + 2 \left[H_x^a + H_x^b + H_x^c + H_x^d + \lambda \right] \right] (D_{i+1} - D_i) \quad (3,5,29)$$

y representa un sistema lineal, que se ha de resolver iterativamente para determinar la solución **D** que hace mínima la función de Lagrange (I^2_{rms} en el generador).

Para mejorar la eficacia del cálculo es preciso tener en cuenta que las submatrices **H** de la expresión anterior son simétricas respecto de la diagonal principal, por ello bastará calcular las semimatrices correspondientes. La especificación del algoritmo de cálculo, en el caso particular de que los impulsos de intensidad estén modulados por una función cosenoidal con la misma frecuencia que la alimentación de la carga, se describe en el apéndice D.

3.6 Coeficientes del desarrollo en series trigonométricas de la intensidad del compensador

Para que la intensidad del generador posea una forma de onda lo mas general posible, la supondremos compuesta por M impulsos modulados en amplitud, mediante una función continua y periódica, del mismo período que la fuente de alimentación de la carga, y con un espectro de banda limitada compuesto por N_v armónicos, Figura 3,3, su expresión analítica es

$$i(t) = \left[\sum_{j=1}^M p_{\sigma_j}(t-\tau_j) \right] \left[\sum_{h=0}^{N_v} I_{o_h} \text{Cos}(h\omega_o t + \varphi_h) \right] \quad (3,6,1)$$

Para facilitar la escritura la expresaremos según

$$i(t) = \sum_{h \in N_i} i_h(t) = \sum_{h \in N_v} \Re i_{c_h}(t) \quad (3,6,2)$$

donde $i_h(t)$ representa el componente armónico h de la intensidad del compensador formado por una secuencia de M impulsos, de período $2\pi/\omega_o$,

modulada por la intensidad sinusoidal de frecuencia $h\omega_o$, fase inicial φ_h y amplitud Io_h , Figura 3,3, e $ic_h(t)$ representa la expresión compleja de $i_h(t)$.

$$ic_h(t) = \sum_{s=1}^M Io_h p_{\sigma_s}(t-\tau_s) e^{j(h\omega_o t + \varphi_h)} \quad (3,6,4)$$

Los coeficientes de las series exponenciales de Fourier de la componente $ic_h(t)$ se obtienen aplicando su definición [70]

$$IC_{h,n} = \frac{1}{2\pi} \sum_{s=1}^M \left(\int_{x_{2s-1}}^{x_{2s}} Io_h e^{j(h\omega_o t + \varphi_h)} e^{-jn\omega_o t} d\omega_o t \right) \quad (3,6,5)$$

$$u_{h,n} = \frac{Io_h}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\left[\frac{\text{Sen}(n+h)x_s}{n+h} + \frac{\text{Sen}(n-h)x_s}{n-h} \right] \text{Cos}\varphi_h + \left[\frac{\text{Cos}(n+h)x_s}{n+h} - \frac{\text{Cos}(n-h)x_s}{n-h} \right] \text{Sen}\varphi_h \right] \quad (3,6,3)$$

$$v_{h,n} = -\frac{Io_h}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\left[\frac{\text{Cos}(n+h)x_s}{n+h} + \frac{\text{Cos}(n-h)x_s}{n-h} \right] \text{Cos}\varphi_h - \left[\frac{\text{Sen}(n+h)x_s}{n+h} - \frac{\text{Sen}(n-h)x_s}{n-h} \right] \text{Sen}\varphi_h \right]$$

donde x_1, x_2, \dots, x_{2M} indican las posiciones angulares de los tiempos de subida (subíndices impares) y tiempos de bajada (subíndices pares) correspondientes de los impulsos de intensidad. Integrando la ecuación anterior se obtiene

$$IC_{h,n} = \frac{jI_0}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \frac{e^{-j[(n-h)x_s - \varphi_h]}}{n-h} \quad (3,6,6)$$

Los coeficientes de las series exponenciales de la parte real, $I_{h,n}$, se obtienen mediante las expresiones de la forma compleja [59], a su vez los coeficientes de las series trigonométricas de la intensidad del compensador se obtienen mediante los primeros:

$$I_{h,n} = \mathcal{F} \left[\Re ic_{h,n}(t) \right] = \frac{IC_{h,n} + IC_{h,n}^*}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} u_{h,n} = I_{h,n} + I_{h,-n} &= \frac{IC_{h,n} + IC_{h,-n}^*}{2} + \frac{IC_{h,-n} + IC_{h,n}^*}{2} \\ v_{h,n} = j(I_{h,n} - I_{h,-n}) &= j \frac{IC_{h,n} + IC_{h,-n}^* - IC_{h,-n} - IC_{h,n}^*}{2} \end{aligned} \right\} \quad (3,6,7)$$

donde $IC_{h,n}^*$ indica el complejo conjugado de $IC_{h,n}$. Realizando las oportunas sustituciones deducidas de (3,6,5), se obtiene

$$\left. \begin{aligned} u_{h,n} &= \frac{I_{0h}}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\frac{\text{Sen}[(n+h)x_s + \varphi_h]}{n+h} + \frac{\text{Sen}[(n-h)x_s - \varphi_h]}{n-h} \right] \\ v_{h,n} &= -\frac{I_{0h}}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\frac{\text{Cos}[(n+h)x_s + \varphi_h]}{n+h} + \frac{\text{Cos}[(n-h)x_s - \varphi_h]}{n-h} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3,6,8)$$

Cuando $h=n$ en (3,6,8) aparecen varias indeterminaciones, estas se evitan resolviendo (3,6,4) para este caso y sustituyendo en (3,6,6), con lo cual se obtienen las expresiones

$$\left. \begin{aligned} u_{n,n} &= \frac{I_{0h}}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\left[\frac{\text{Sen}(2nx_s)}{2n} + x_s \right] \text{Cos}\varphi_h + \frac{\text{Cos}(2nx_s)}{2n} \text{Sen}\varphi_h \right] \\ v_{n,n} &= -\frac{I_{0h}}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\frac{\text{Cos}(2nx_s)}{2n} \text{Cos}\varphi_h - \left[\frac{\text{Sen}(2nx_s)}{2n} - x_s \right] \text{Sen}\varphi_h \right] \end{aligned} \right\} \quad (3,6,9)$$

Los coeficientes de cada armónico n de intensidad del compensador se obtienen mediante las sumas

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \sum_{h \in N_v} u_{h,n} \\ v_n &= \sum_{h \in N_v} v_{h,n} \end{aligned} \right\} \quad (3,6,10)$$

El caso particular en que la intensidad del compensador, esté compuesta por una secuencia periódica de impulsos de anchura variable y amplitud constante, corresponderá a los llamados PWM [79] [80] [81], y se cumplirá según (3,6,1)

$$\left. \begin{aligned} h &= 0 \\ \varphi_h &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3,6,11)$$

Sustituyendo en (3,6,8) se obtiene (3,3,3) expresada ahora para n impulsos mediante las posiciones angulares x_i

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \frac{I_0}{m\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \text{Sen}(nx_s) \\ u_n &= -\frac{I_0}{m\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \text{Cos}(nx_s) \end{aligned} \right\} \quad (3,6,12)$$

para $n \neq 0$, si $n = 0$ se obtiene

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{I_0}{\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s x_s \\ u_n &= -\frac{I_0}{\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \text{Cos}(x_s) \end{aligned} \right\} \quad (3,6,13)$$

El caso frecuente, en que los impulsos estén modulados sinusoidalmente se estudiará con detalle posteriormente.

3.7 Cálculo numérico de las magnitudes básicas

Según el apartado 3.4, los ángulos de conmutación de la intensidad del compensador se obtienen aplicando iterativamente la ecuación (3,4,4) ó (3,4,5), donde la función objetivo M debe sustituirse por la lagrangiana (3,5,5), ∇M por el gradiente G (3,5,7) y H por la matriz hessiana (3,5,28), ello nos conduce finalmente a (3,5,29). Se trata pues, de indicar la forma de obtener las magnitudes que intervienen en las iteraciones. Para calcular la función de Lagrange (3,5,5) hace falta determinar, previamente, las matrices de coeficientes U y V , que en su forma mas general vienen dadas por (3,6,10) y (3,6,8). Puede observarse que estas se componen de matrices mas elementales de cosenos

$$\left[(-1)^i \text{Cos}(nx_j) \right] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \dots & -1 \\ \text{Cos}(x_0) & -\text{Cos}(x_1) & \text{Cos}(x_2) & \dots & -\text{Cos}(x_{2M-1}) \\ \text{Cos}(2x_0) & -\text{Cos}(2x_1) & \text{Cos}(2x_2) & \dots & -\text{Cos}(2x_{2M-1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Cos}(Nx_0) & -\text{Cos}(Nx_1) & \text{Cos}(Nx_2) & \dots & -\text{Cos}(Nx_{2M-1}) \end{bmatrix} \quad (3,7,1)$$

y senos,

$$\left[-(-1)^i \text{Sen}(nx_i) \right] = \begin{bmatrix} -x_0 & x_1 & -x_2 & \dots & x_{2M-1} \\ -\text{Sen}(x_0) & \text{Sen}(x_1) & -\text{Sen}(x_2) & \dots & \text{Sen}(x_{2M-1}) \\ -\text{Sen}(2x_0) & \text{Sen}(2x_1) & -\text{Sen}(2x_2) & \dots & \text{Sen}(2x_{2M-1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\text{Sen}(Nx_0) & \text{Sen}(Nx_1) & -\text{Sen}(Nx_2) & \dots & \text{Sen}(Nx_{2M-1}) \end{bmatrix} \quad (3,7,2)$$

Acumulando cada columna con las posteriores, comenzando por la última, obtenemos **C** y **S**

$$C = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k & \dots & -1 & 0 \\ \sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k \text{Cos}(x_k) & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k \text{Cos}(x_k) & \dots & -\text{Cos}(x_{2M-1}) & 0 \\ \sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k \text{Cos}(2x_k) & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k \text{Cos}(2x_k) & \dots & -\text{Cos}(2x_{2M-1}) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k \text{Cos}(Nx_k) & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k \text{Cos}(Nx_k) & \dots & -\text{Cos}(Nx_{2M-1}) & 0 \end{bmatrix} \quad (3,7,3)$$

$$S = \begin{bmatrix} -\sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k X_k & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k X_k & \dots & X_{2M-1} & 0 \\ -\sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k \text{Sen}(X_k) & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k \text{Sen}(X_k) & \dots & \text{Sen}(X_{2M-1}) & 0 \\ \sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k \text{Sen}(2X_k) & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k \text{Sen}(2X_k) & \dots & \text{Sen}(2X_{2M-1}) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\sum_{k=0}^{2M-1} (-1)^k \text{Sen}(NX_k) & \sum_{k=1}^{2M-1} (-1)^k \text{Sen}(NX_k) & \dots & \text{Sen}(NX_{2M-1}) & 0 \end{bmatrix} \quad (3,7,4)$$

Mediante **C** y **S** puede calcularse **U**, **V**,

$$\left. \begin{aligned} u_n &= u'_n + u''_n \\ v_n &= v'_n + v''_n \end{aligned} \right\} \quad (3,7,5)$$

donde u'_n , v'_n y u''_n , v''_n , se obtienen con los índices k de tensión distintos e igual a n respectivamente. Para $k \neq n$

$$\left. \begin{aligned} u'_n &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k \in N_v, k \neq n} I_{0k} \left[\left[\frac{S_{n+k,0}}{n+k} + \frac{S_{n-k,0}}{n-k} \right] \text{Cos}(\varphi_k) + \left[\frac{C_{n+k,0}}{n+k} - \frac{C_{n-k,0}}{n-k} \right] \text{Sen}(\varphi_k) \right] \\ v'_n &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k \in N_v, k \neq n} I_{0k} \left[\left[\frac{C_{n+k,0}}{n+k} + \frac{C_{n-k,0}}{n-k} \right] \text{Cos}(\varphi_k) - \left[\frac{S_{n+k,0}}{n+k} - \frac{S_{n-k,0}}{n-k} \right] \text{Sen}(\varphi_k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3,7,6)$$

y para $k=n$

$$\left. \begin{aligned} u'_n &= \frac{I_{0n}}{2\pi} \left[\left[\frac{s_{2n,0}}{2n} + s_{0,0} \right] \cos(\varphi_k) + \frac{c_{2n,0}}{2n} \operatorname{Sen}(\varphi_k) \right] \\ v'_n &= \frac{I_{0n}}{2\pi} \left[\frac{c_{2n,0}}{2n} \cos(\varphi_k) - \left[\frac{s_{2n,0}}{2n} - s_{0,0} \right] \operatorname{Sen}(\varphi_k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3,7,7)$$

u''_n y v''_n se anulan cuando el índice del armónico de intensidad, n , no tenga su correspondiente en el conjunto, N_v , de armónicos de tensión. Con las mismas matrices **C** y **S** se obtiene $\nabla_x U$, y $\nabla_x V$

$$\left. \begin{aligned} (\nabla_x U)_i &= \frac{\partial U_n}{\partial X_i} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k \in N_v} I_{0k} \left[(c_{n+k,i} + c_{n-k,i}) \cos(\varphi_k) - (s_{n+k,i} - s_{n-k,i}) \operatorname{Sen}(\varphi_k) \right] \\ (\nabla_x V)_i &= \frac{\partial V_n}{\partial X_i} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k \in N_v} I_{0k} \left[(s_{n+k,i} + s_{n-k,i}) \cos(\varphi_k) + (c_{n+k,i} - c_{n-k,i}) \operatorname{Sen}(\varphi_k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3,7,8)$$

Sustituyendo (3,7,6) y (3,7,7) en (3,7,5) y posteriormente esta en (3,5,5) se obtiene la función objetivo L , y sustituyendo (3,7,5) y (3,7,8) en (3,5,16) G_0 , posteriormente esta última en (3,5,15) se obtiene el gradiente **G**. La matriz **H** se obtiene a partir de la descomposición (3,5,22), expresada por (3,5,28). Cada una de estas submatrices son simétricas respecto de la diagonal principal, por ello el algoritmo, apéndice D, calcula solo semimatrices y asigna los valores de la otra mitad.

Capítulo 4

Compensador con condensadores conmutados.

4.1 Introducción

La técnica de los condensadores conmutados o switched-capacitors, SC, se emplean habitualmente para sintetizar determinadas funciones de transferencia, utilizando circuitos integrados que incorporan mallas de condensadores y conmutadores [82] y [83]. Ello induce a pensar que, en forma simplificada y a distinta escala de potencia, la misma técnica puede ser útil para la compensación de cargas no lineales en aplicaciones de electrónica industrial. Esta técnica empleada consiste básicamente en muestrear, la tensión e intensidad en cada uno de los componentes del circuito SC, a medida que los conmutadores cambian periódicamente de posición, siguiendo los impulsos de la señal de muestreo. De esta forma se tiene un circuito cuya topología cambia según el período de muestreo. Mediante las funciones de transferencia de las configuraciones básicas [84], pueden obtenerse los circuitos equivalentes de los constituyentes elementales en el dominio z , cualquier filtro se obtiene conectando entre sí un conjunto de esas unidades elementales, y la función de transferencia del filtro se obtiene partiendo de la de sus componentes elementales.

Siguiendo estos métodos se pueden sintetizar circuitos reactivos, que funcionen como compensadores de la intensidad generada por determinadas cargas no lineales. Para ello se debe adaptar la respuesta en frecuencia del filtro, a la de la carga que pretendemos compensar, con lo cual necesitamos un circuito compensador, cuya topología está determinada por la naturaleza de cada carga. Esta limitación es consecuencia de mantener la frecuencia de conmutación constante, de acuerdo con los métodos comunes de dicha técnica [85]. Sin embargo es deseable que, manteniendo la misma topología del circuito SC, el compensador se adapte en forma dinámica a la estructura cambiante de la carga. Lo que sigue a continuación pretende, de esta forma, generalizar la utilidad de un circuito compensador SC, de mínima complejidad, que pueda ser utilizado dentro de un espectro seleccionado de frecuencias discretas, correspondientes a las de las intensidades de la carga. Ello evita utilizar diferentes filtros, con sus propias configuraciones de condensadores y conmutadores. El circuito compensador puede variar su respuesta en frecuencia, utilizando como parámetros de control los intervalos de conmutación en cada período de la señal de la red [86].

En [87] se proponen circuitos compuestos por condensadores conmutados e inductancias que pueden actuar como compensador y en [66] se propone un circuito básico de dos condensadores conmutados. En resumen, en este capítulo

aplicaremos, a este tipo de circuitos, la teoría general expuesta en el capítulo 3 para cancelar un conjunto seleccionado de componentes armónicos de intensidad.

4.2 Descripción en el dominio temporal

Consideremos dos condensadores en paralelo conmutados alternativamente mediante sendos interruptores (Figura 4,4), siendo $s_1(t)$ y $s_2(t)$ las funciones temporales correspondientes a los impulsos unitarios que describen las secuencias de conmutación de los conmutadores s_1 y s_2 (Figura 4,1), que controlan respectivamente los condensadores C1 y C2. Cuando cualquiera de estas funciones valga 1 el correspondiente condensador lo supondremos conectado, mientras que el valor 0 supondrá que está desconectado. Se cumplirá

$$s_1(t) + s_2(t) = 1$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

donde $i(t)$ representa la intensidad que circula por el compensador e $i_1(t)$, $i_2(t)$ las intensidades que circulan por cada uno de los condensadores. Las intensidades se obtendrán de las expresiones:

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) &= C_1 \frac{dv(t)}{dt} s_1(t) \\ i_2(t) &= C_2 \frac{dv(t)}{dt} s_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (4,2,1)$$

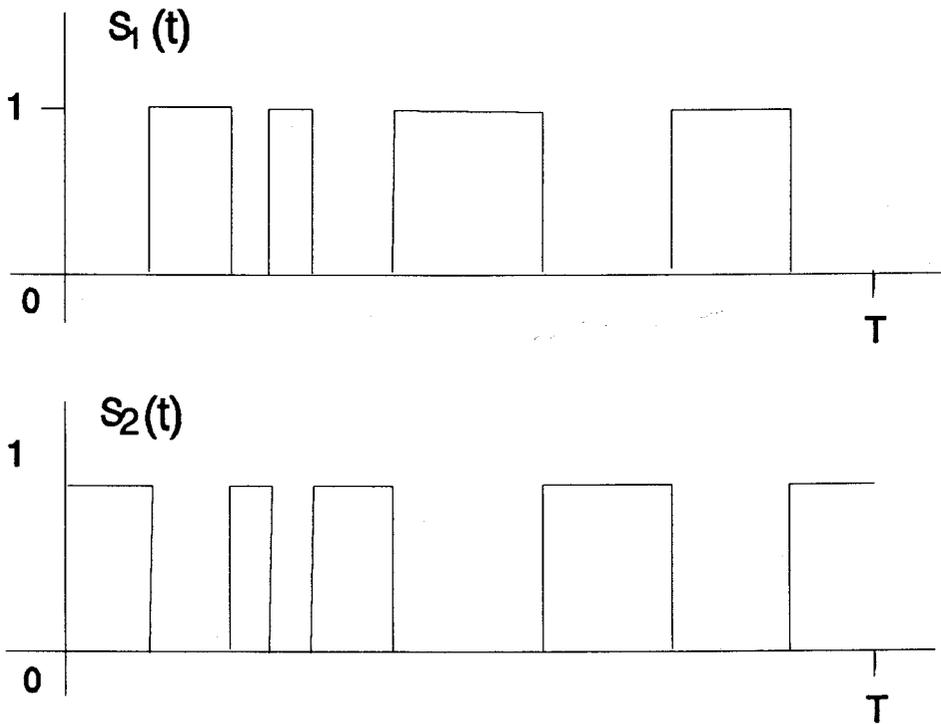


Figura 4,1 .- Secuencias de conmutación de C_1 y C_2

La segunda ecuación puede expresarse en función de $s_1(t)$

$$i_2(t) = C_2 \frac{dv(t)}{dt} (1-s_1(t)) \quad (4,2,2)$$

Con ello la intensidad que circula por el conjunto será:

$$i(t) = C_2 \frac{dv(t)}{dt} + (C_1 - C_2) \frac{dv(t)}{dt} s(t) \quad (4,2,3)$$

donde $s(t)$ representa la secuencia de conmutación de C_1 . Las gráficas Figura 4,2 y Figura 4,3 corresponde a la ecuación anterior para 32 ángulos de conmutación en los casos $C_1 > C_2$ y $C_1 < C_2$ respectivamente.

S

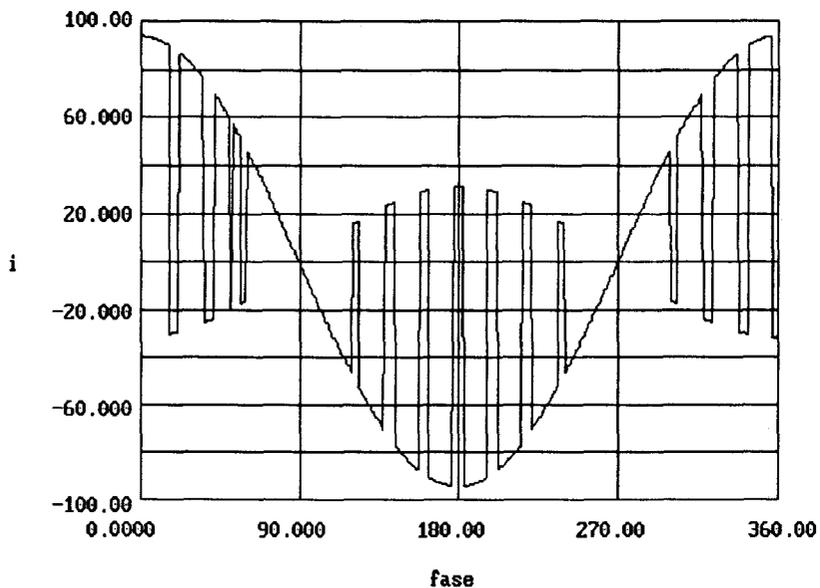


Figura 4,2 .- Forma de onda de la intensidad en el compensador SC en el caso $C_1 < C_2$.

4.2.1 Caso general de un compensador SC con resistencia e inductancia

Consideremos ahora el circuito mostrado en la Figura 4,4.

Hemos añadido una inductancia L , con su resistencia interna R , para limitar las variaciones bruscas de intensidad. Plantearemos la ecuación diferencial del

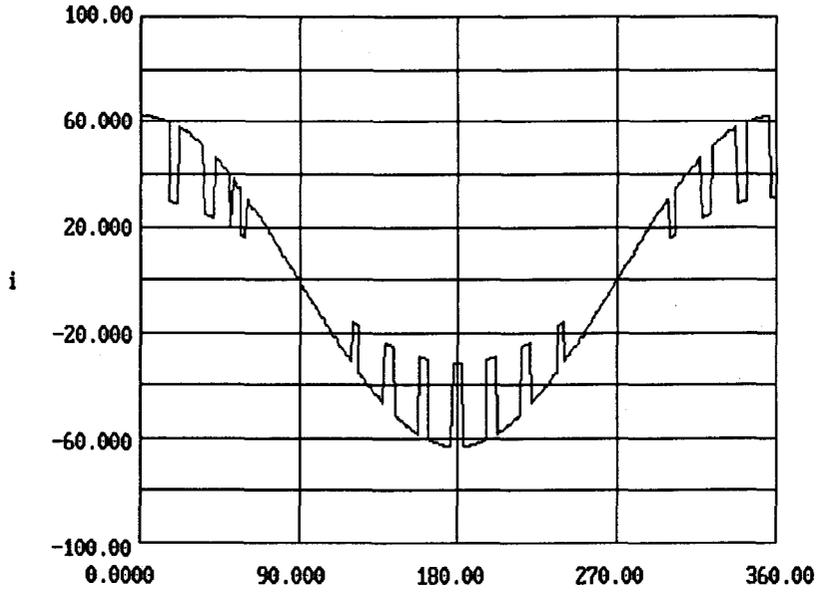


Figura 4,3 .- Forma de onda de la intensidad en el compensador SC en el caso $C_1 > C_2$.

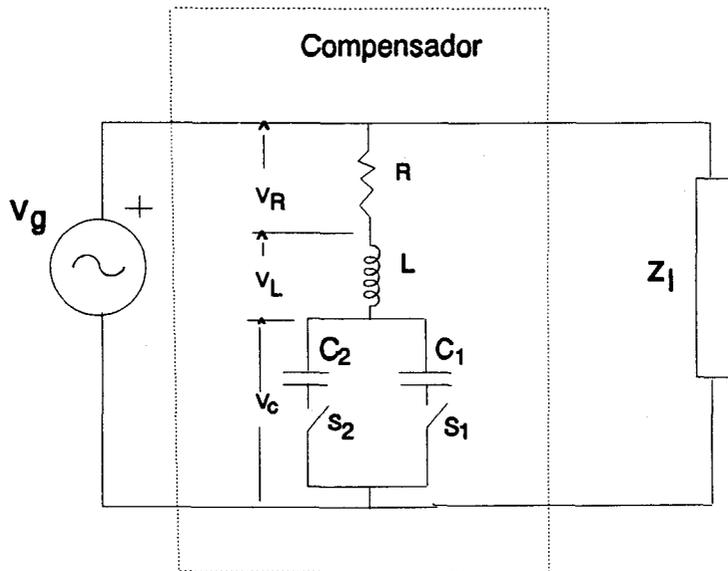


Figura 4,4.- Circuito básico compuesto por generador, compensador SC y carga

sistema en este caso de dos condensadores conmutados. Se cumplirá

$$v = v_L + v_R + v_C$$

donde

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \tag{4,2,4}$$

$$v_R(t) = R i(t)$$

con lo que según (4,2,3), se obtiene

$$i = C_2 \frac{dv}{dt} + (C_1 - C_2) \frac{dv}{dt} s(t) - C_2 \frac{dv_L}{dt} - (C_1 - C_2) \frac{dv_L}{dt} s(t) - C_2 \frac{dv_R}{dt} - (C_1 - C_2) \frac{dv_R}{dt} s(t) \tag{4,2,5}$$

o bien, teniendo en cuenta (4,2,4)

$$\left[LC_2 + L(C_1 - C_2) s(t) \right] \frac{d^2 i}{dt^2} + \left[RC_2 + R(C_1 - C_2) s(t) \right] \frac{di}{dt} + i = C_2 \frac{dv}{dt} + (C_1 - C_2) s(t) \frac{dv}{dt} \tag{4,2,6}$$

Por la propia naturaleza del compensador los valores de L y R son lo

suficientemente pequeños para que la ecuación anterior quede reducida a la (4,2,3). Esta expresión de la intensidad en el compensador corresponde a la de un circuito con un solo conmutador como el de Figura 4,5, que contiene una parte no conmutada y otra sometida a la secuencia de conmutaciones $s(t)$. Este compensador coincide con el propuesto en el capítulo 3 (Figura 3,2), si incluimos para la misma carga a compensar, la intensidad de la rama no conmutada. Ello quiere decir que el efecto de dos condensadores conmutados, en las condiciones apuntadas, puede conseguirse mediante las conmutaciones de un solo condensador, reduciendo con ello el número de componentes del

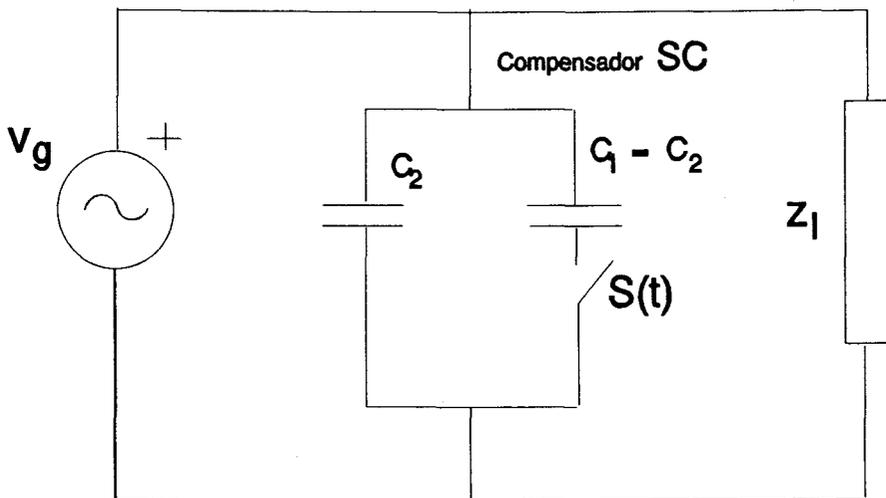


Figura 4,5 .- Circuito del compensador SC reducido a un solo condensador conmutado

compensador. La expresión de la intensidad en la rama conmutada es

$$i(t) = (C_1 - C_2) \frac{dv(t)}{dt} s(t) \quad (4,2,7)$$

Suponiendo condiciones no sinusoidales, con la tensión del generador expresada por (2,2,3), sustituyendo en (4,2,7) y derivando se obtiene (3,6,1) para la intensidad de la rama conmutada, donde llamamos

$$s(t) = \sum_{i=1}^M p_{\sigma}(t-\tau) \quad (4,2,8)$$

$$I_{o_h} = C h \omega_o \quad (4,2,9)$$

donde $C = C_1 - C_2$, es la capacidad de la rama conmutada.

En consecuencia puede utilizarse el proceso de ajuste diseñado en el capítulo 3, para determinar las secuencias de conmutación de los compensadores SC.

4.3 Aplicación al caso de convertidores controlados por el ángulo de fase.

Este tipo de sistemas pertenece a un conjunto amplio de convertidores AC/DC, DC/AC y DC/DC que utilizan como elementos de conmutación, diodos tiristores y triacs principalmente [88]. Hemos elegido uno AC/DC monofásico, como caso ilustrativo, debido a que su comportamiento es similar al de una carga no lineal que es variable en el tiempo en función de un parámetro externo de control (ángulo de fase). Mediante este tipo de circuitos comprobaremos la técnica, descrita anteriormente, de compensación de componentes armónicos de una intensidad que circula por la carga o son generadas en ella. El proceso de conversión inyecta en la red un espectro indeseable de armónicos de intensidad, que como veremos a continuación, puede ser modificado mediante el control del compensador SC. El circuito de Figura 4,6, representa un esquema básico del compensador SC, compuesto por un condensador conmutado con una inductancia L fija, conectado en paralelo con el convertidor que actúa como carga. Se incluye un filtro paso-baja para eliminar la parte de alta frecuencia del espectro de intensidad. Así mismo se incorpora una unidad de medida, como la

descrita en el apéndice A, que determina los espectros de tensión e intensidad de la carga; estos datos han de ser utilizados por el controlador para determinar los ángulos de conmutación del condensador.

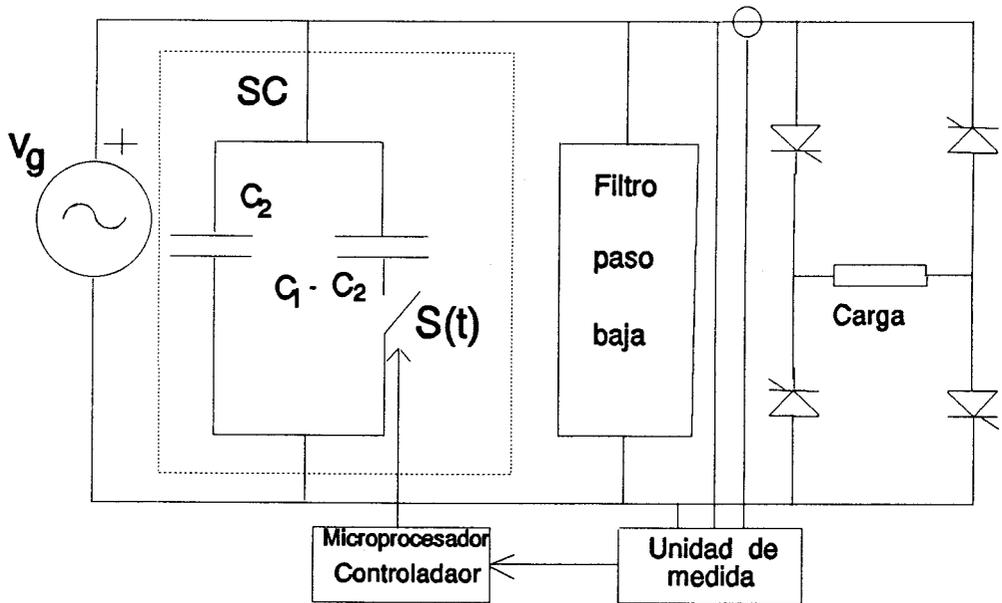


Figura 4,6.– Circuito con generador, convertidor y compensador SC controlado por microprocesador que recibe los datos de los armónicos de intensidad detectados por la unidad de medida

Despreciando el ángulo de solapamiento, la intensidad en el convertidor en el caso de alimentación senoidal, obedece a la expresión

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{CO}}{n} \text{Cos}(n\alpha) \text{Sen}^2\left(n\frac{\pi}{2}\right) \text{Sen}(n\omega_o t) \quad (4,3,1)$$

En este caso frecuente, las amplitudes de los impulsos de intensidad del

compensador están moduladas sinusoidalmente, por ello el parámetro h (número de componentes armónicos de tensión) vale 1. Si el compensador se construye mediante un circuito reactivo conmutado, Figura 3,2, la intensidad del armónico fundamental está desfasada $\Phi = \pm\pi/2$ rad. respecto a la tensión. Si además, es de tipo capacitivo como en [66], $\varphi=0$ y las expresiones (3,6,8) junto con (3,6,10) se transforman en

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \frac{I_0}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\frac{\text{Sen}(n+1)x_s}{n+1} + \frac{\text{Sen}(n-1)x_s}{n-1} \right] \\ v_n &= -\frac{I_0}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\frac{\text{Cos}(n+1)x_s}{n+1} + \frac{\text{Cos}(n-1)x_s}{n-1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4,3,2)$$

El armónico fundamental se obtiene de (3,6,9) con $n=1$ y $\varphi=0$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{I_0}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \left[\frac{\text{Sen}(2x_s)}{2} + x_s \right] \\ v_1 &= -\frac{I_0}{2\pi} \sum_{s=1}^{2M} (-1)^s \frac{\text{Cos}(2x_s)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4,3,3)$$

Puede observarse que u_1 es siempre positivo, ya que la expresión entre corchetes así lo es, y su valor para s par es siempre mayor que para valor impar. Por otra parte u_1 es el coeficiente de $\text{Cos}(\omega_0 t)$ del desarrollo en series trigonométricas de la intensidad del compensador, que se corresponde con la

intensidad reactiva del armónico fundamental que ha de compensar; por lo tanto esta última ha de tener carácter inductivo (positiva). En consecuencia, para que la carga pueda compensarse con elementos capacitivos se debe incorporar, en paralelo con ella, una inductancia fija L . En estas condiciones el espectro, de los módulos de la intensidad de la carga equivalente (convertidor junto con la inductancia $L = 45,5 \text{ mH}$ y $V_g = 100 / \sqrt{2} \text{ V rms}$), para los 16 primeros armónicos se muestra en la Figura 4,7. Para la determinación de los ángulos de conmutación se ha utilizado el programa que se describe en el apéndice D, con los valores de los parámetros de la Tabla IV,1, la capacidad del compensador ($C = 541 \mu\text{F}$) puede deducirse del valor I_0 (Tabla IV,1), mediante (4,2,9). El algoritmo empleado en el cálculo de las magnitudes H y G es el descrito en el apartado 3.7, con los valores $h=1$, $\varphi = 0$.

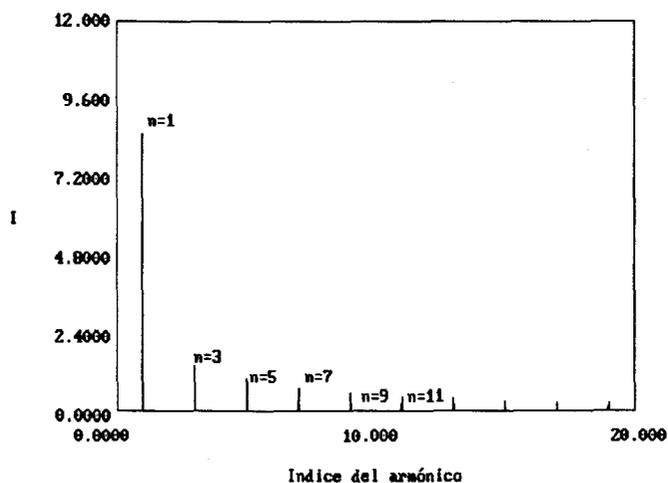


Figura 4,7 .- Espectro de intensidades (A), correspondientes a un convertidor con una inductancia en paralelo ($L = 45.5 \text{ mH}$).

Tabla IV,1 .- Valores de los parámetros para el programa que calcula los ángulos de conmutación para compensar el espectro de la gráfica Figura 4,7

λ	armónicos	impulsos	DI	I_o
50	16	16	0.297	17

Las señales de tensión del generador e intensidad del compensador se muestran en la Figura 4,8 y la intensidad de la carga en Figura 4,9. La Tabla 4,2 muestra los 16 primeros coeficientes del desarrollo en series trigonométricas ($a_n \text{Cos}(n\omega_o t) + b_n \text{Sen}(n\omega_o t)$), de carga, compensador y generador, obtenidos

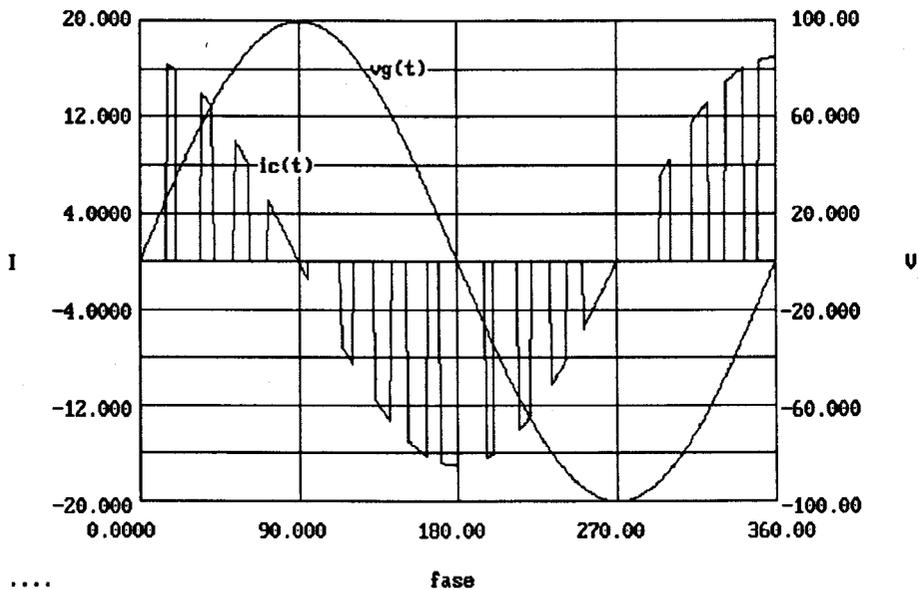


Figura 4,8 .- Señales de tensión $v_g(t)$ en V, e intensidad $i_c(t)$ en A, en el compensador de

Figura 4,5, para una carga cuya intensidad viene dada por Figura 4,9.

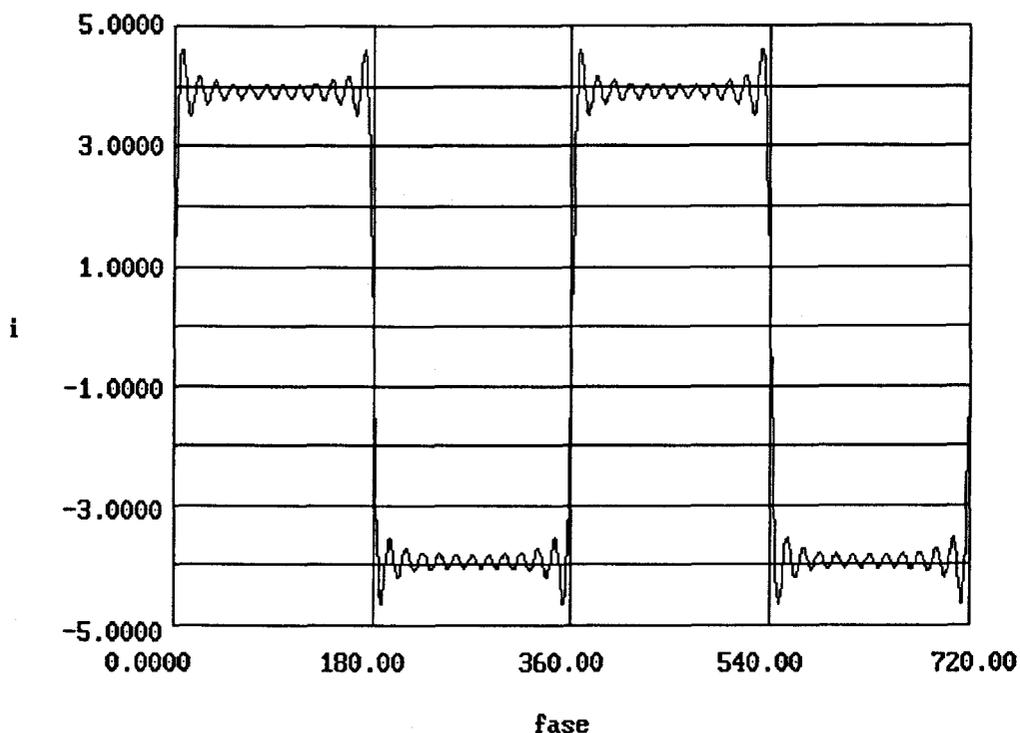


Figura 4,9.- Intensidad en A generada en el convertidor, debida a 16 primeros armónicos

analíticamente, apéndice D. Puede apreciarse que la compensación de los componentes espectrales de la carga es prácticamente completa, dentro de la banda elegida. No obstante el espectro resultante de la compensación contiene pocos términos y su ampliación requiere operar con mayor precisión y utilizar sistemas rápidos de procesamiento, sin embargo la metodología descrita mantiene su vigencia. Los resultados anteriores, se han confirmado mediante el simulador PSPICE [89], programa en el apéndice D, para el caso estudiado. Las gráficas obtenidas se muestran a continuación.

Tabla IV,2.- Armónicos de intensidad (A),Figura 4,6: $V_g=100/\sqrt{2}$ Vrms, $L=45.5\text{mH}$, $C=541\ \mu\text{F}$.

n	Carga		Compensador		Generador	
	a_n	b_n	a_n	b_n	a_n	b_n
1	-7.00	5.00	7.05	-0.06	0.05	4.94
2	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01
3	0.00	1.67	0.00	-1.61	0.00	0.05
4	0.00	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00
5	0.00	1.00	-0.01	-1.01	-0.01	-0.01
6	0.00	0.00	-0.02	0.01	-0.02	0.01
7	0.00	0.71	0.03	-0.72	0.03	-0.01
8	0.00	0.00	0.02	0.01	0.02	0.01
9	0.00	0.55	-0.03	-0.55	-0.03	0.01
10	0.00	0.00	-0.01	0.01	-0.01	0.01
11	0.00	0.45	-0.01	-0.45	0.01	0.00
12	0.00	0.00	-0.01	0.01	-0.01	0.01
13	0.00	0.38	-0.02	-0.38	-0.02	0.00
14	0.00	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.00
15	0.00	0.33	0.00	-0.32	0.00	0.01
16	0.00	0.00	-0.02	-0.00	-0.02	0.00

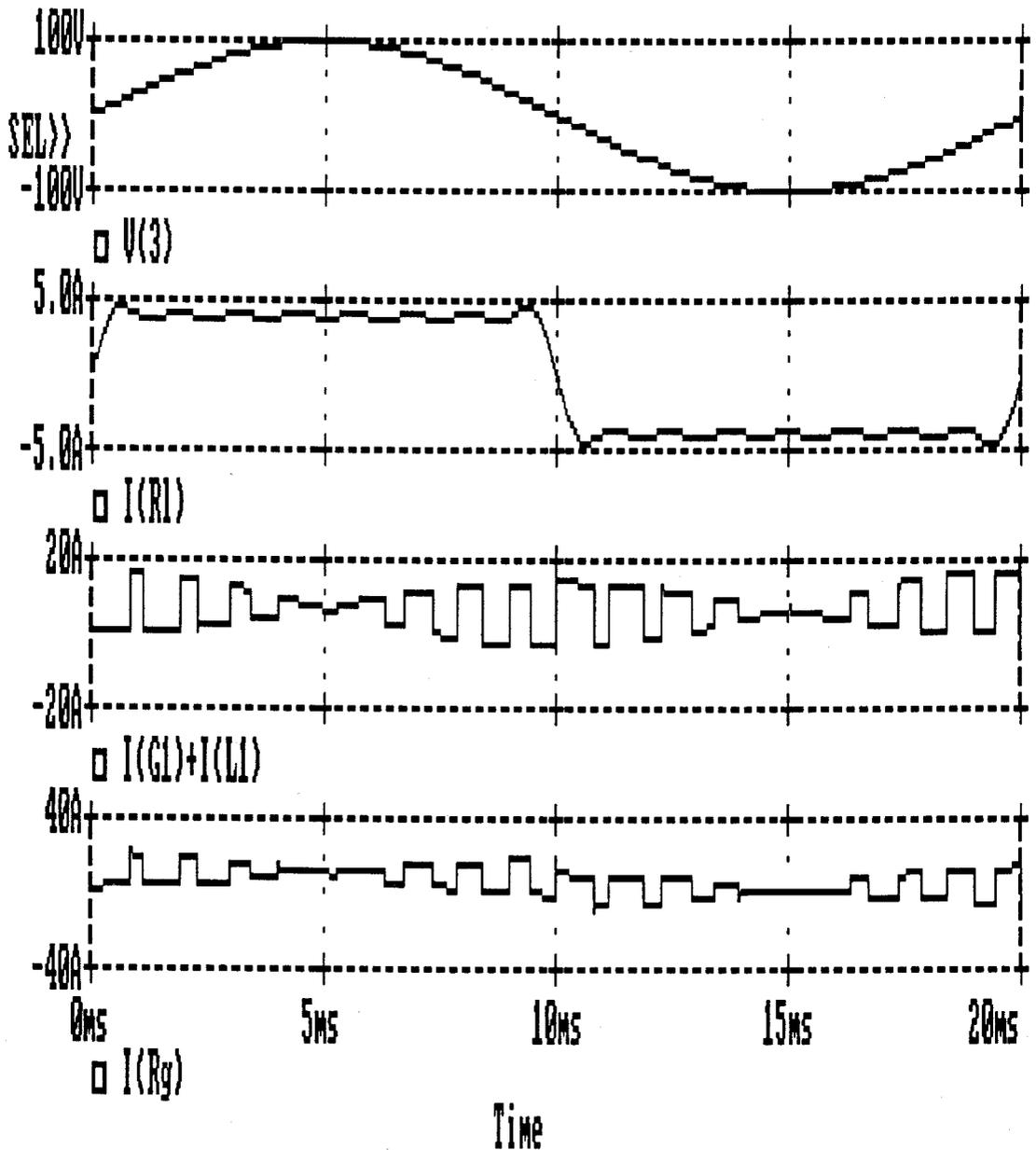


Figura 4,10 .- Señales temporales, obtenidas mediante PSPICE. Tensión del generador $V(3)$. Intensidades: en la carga $I(R1)$, en el compensador $I(G1) + I(L1)$ y en el generador $I(Rg)$.

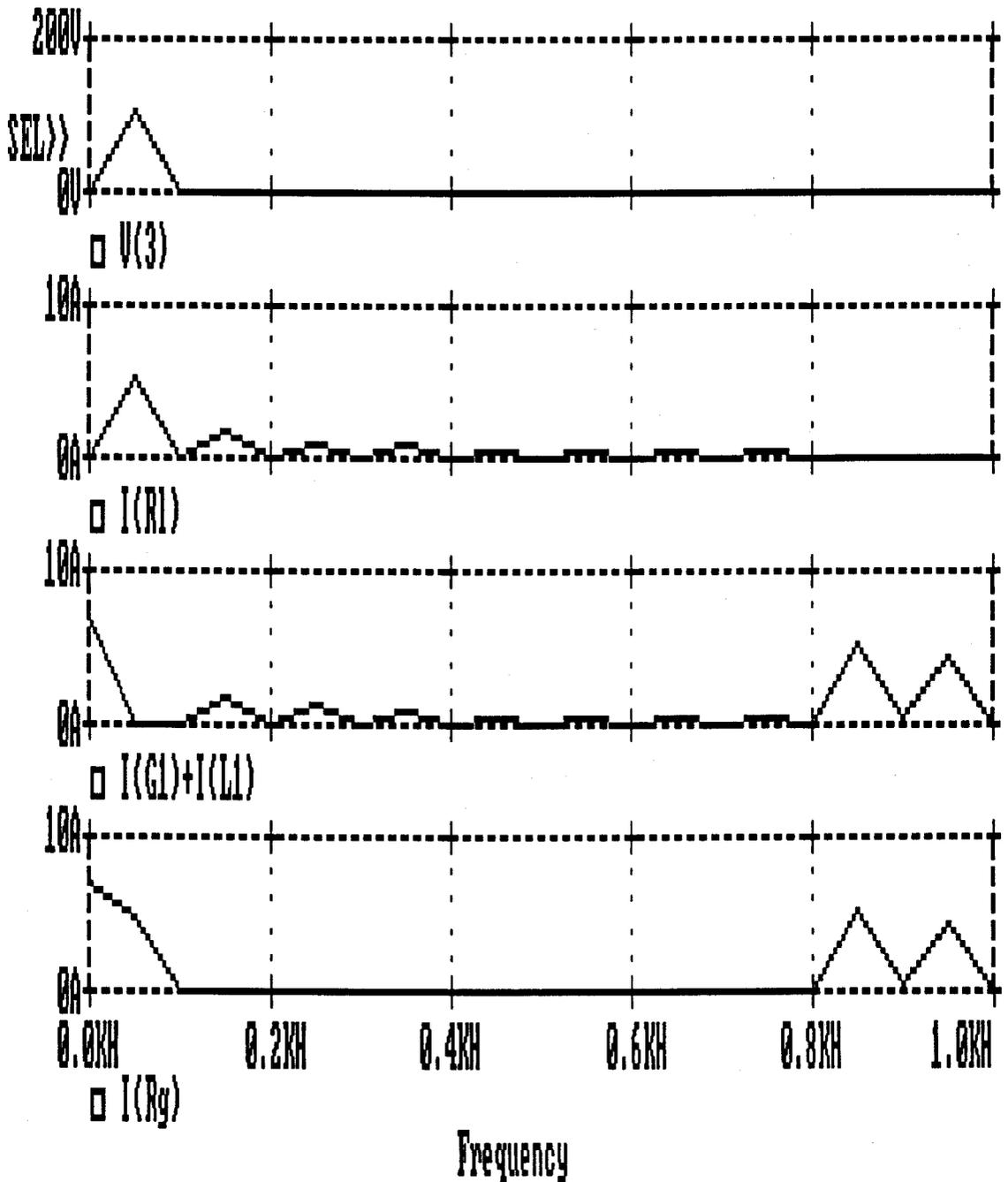


Figura 4,11 .-Espectros, obtenidas mediante PSPICE. Tensión del generador V(3). Intensidades: en la carga I(R1), en el compensador I(G1) + I(L1) y en el generador I(Rg).

4.4 Aplicación al caso de cargas reactivas variables

En el caso descrito anteriormente los armónicos lineales de la intensidad de la carga (convertidor) están en fase con la tensión del generador y por ello son activos. En este caso el dispositivo de compensación propuesto funciona como filtro, dentro de la banda espectral seleccionada, permitiendo que el sistema eléctrico de alimentación genere solamente la intensidad activa correspondiente al armónico fundamental. Sin embargo, el sistema que proponemos es capaz de compensar los armónicos de intensidad de tipo reactivo, para ello supondremos una carga por la que circule una intensidad como la del convertidor pero desfasada $\pi/2$. En el caso de alimentación senoidal obedece a la expresión

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{CO}}{n} \cos(n\alpha) \operatorname{Sen}\left(n\frac{\pi}{2}\right) \cos(n\omega_o t) \quad (4,4,1)$$

en este caso, como en el anterior, las amplitudes de los impulsos de intensidad del compensador están moduladas sinusoidalmente, el parámetro h (número de componentes armónicos de tensión) vale 1 y la intensidad está desfasada $\Phi=\pi/2$ rad. respecto a la tensión, por ello $\varphi=0$ y las expresiones para u_n y b_n son las mismas (4,3,2) y (4,3,3), siendo $L= 55$ mH el valor de la inductancia fija en

paralelo con la carga. En estas condiciones el espectro, de los módulos de la intensidad de la carga equivalente (junto con la inductancia y $V_g=220$ V rms), para los 16 primeros armónicos se muestra en la Figura 4,12. La determinación de los ángulos de conmutación por el programa descrito en el apéndice D, se ha realizado con los valores de los parámetros de Tabla IV,3 y la capacidad del compensador ($C= 307 \mu F$) se obtiene del valor I_0 de la misma tabla, mediante (4,2,9) ,

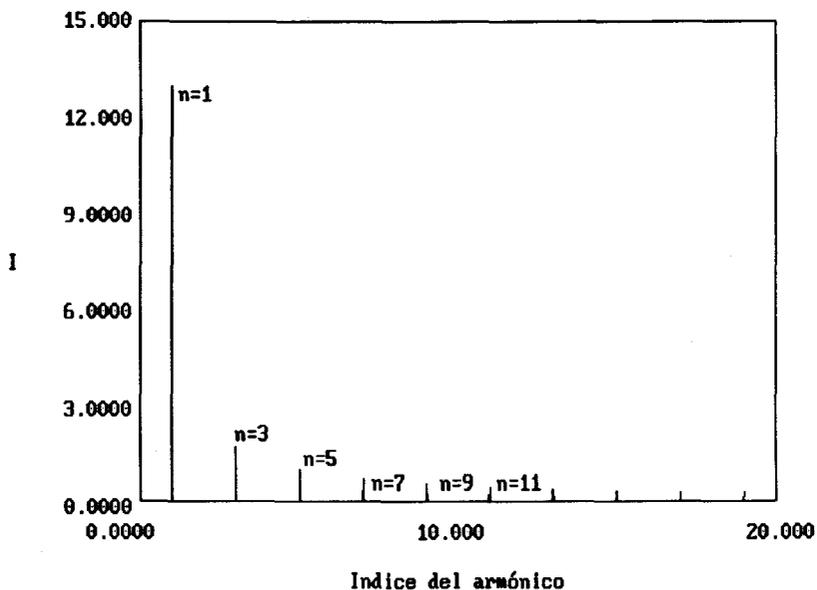


Figura 4,12 .- Espectro de intensidades correspondientes a un convertidor con una inductancia en paralelo

Las señales de tensión del generador e intensidad del compensador se muestran en la Figura 4,13 y la intensidad de la carga en la Figura 4,14 .

Tabla IV,3.- Valores de los parámetros para la obtención de los ángulos de conmutación para compensar el espectro de la gráfica Figura 4,7

λ	armónicos	impulsos	DI	I_0
50	16	16	0.3	30

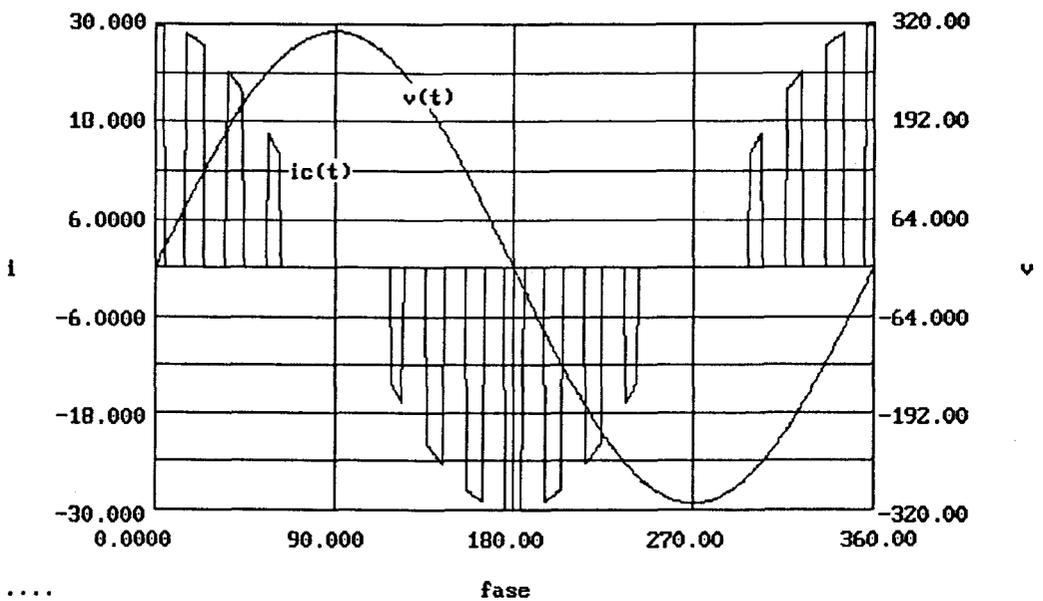


Figura 4,13 .- Señales de tensión e intensidad en el compensador de Figura 4,5

En la Tabla IV,4, se muestran los coeficientes del desarrollo en series trigonométricas correspondientes a la carga equivalente, compensador y generador, para los 16 primeros armónicos. No se incluyen, por ser nulos, los términos pares y los de $\text{Cos}(n\omega_0 t)$. Puede apreciarse que la compensación de la carga es prácticamente completa.

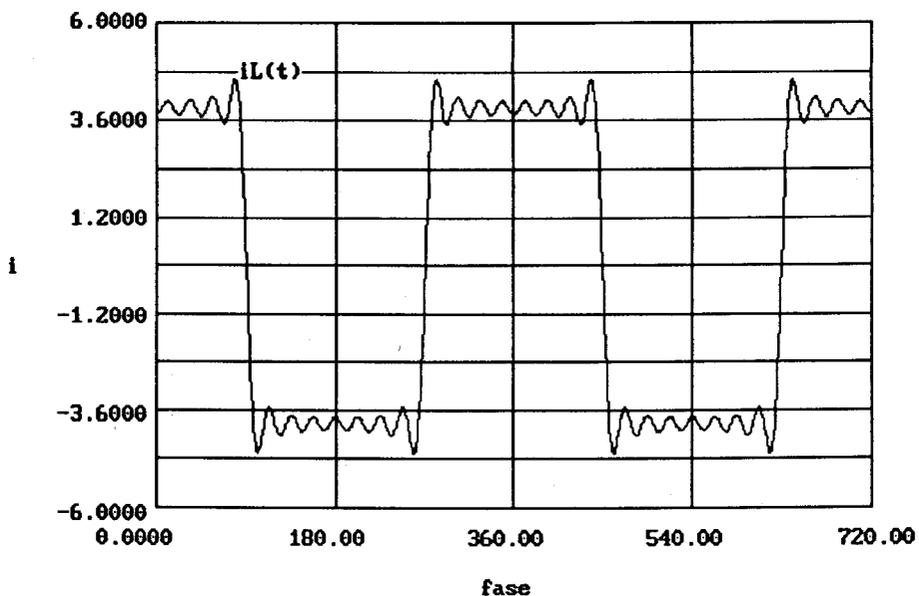


Figura 4,14.- Intensidad generada en el convertidor, debida a 16 primeros armónicos

Las gráficas, para este caso, obtenidas mediante el programa, apéndice D, con el simulador de circuitos PSPICE se muestran a continuación

Tabla IV,4.- Componentes de intensidad(A), del circuito convertidor en paralelo con el compensador SC (Figura 4,6 con $V_g= 220 \text{ V rms}$, $L= 55\text{mH}$, $C=307 \mu\text{F}$).

Indice n	Carga	Compensador	Generador
1	-13.000	13.008	0.008
3	-1.667	1.645	-0.022
5	1.000	-0.971	0.029
7	-0.714	0.684	-0.030
9	0.556	-0.529	0.027
11	-0.454	0.436	0.018
13	0.384	-0.374	0.01
15	-0.333	0.330	-0.003

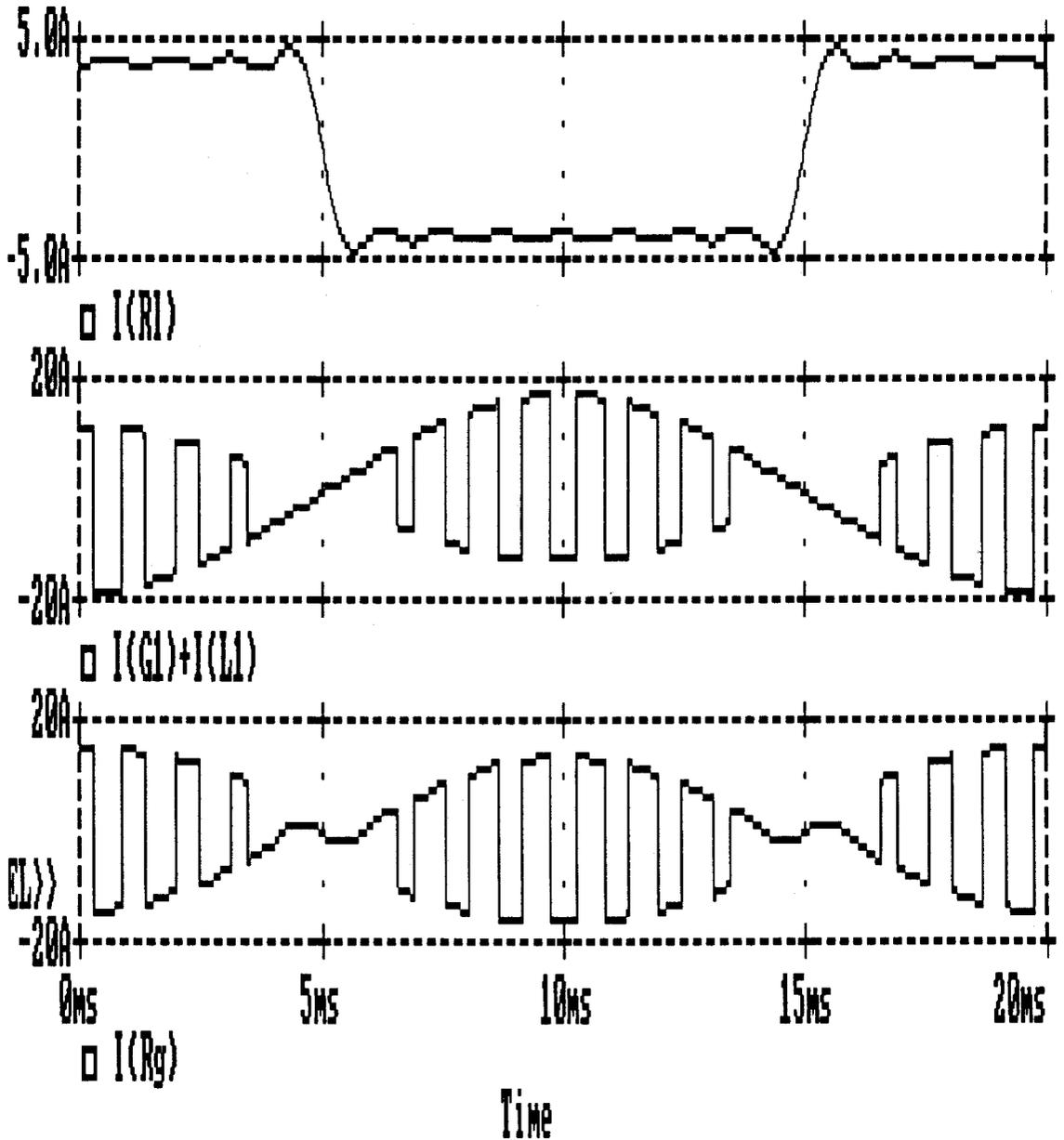


Figura 4,15 .- Señales temporales de intensidad, obtenidas mediante PSPICE: en la carga $I(R1)$, en el compensador $I(G1)+ I(L1)$ y en el generador $I(Rg)$.

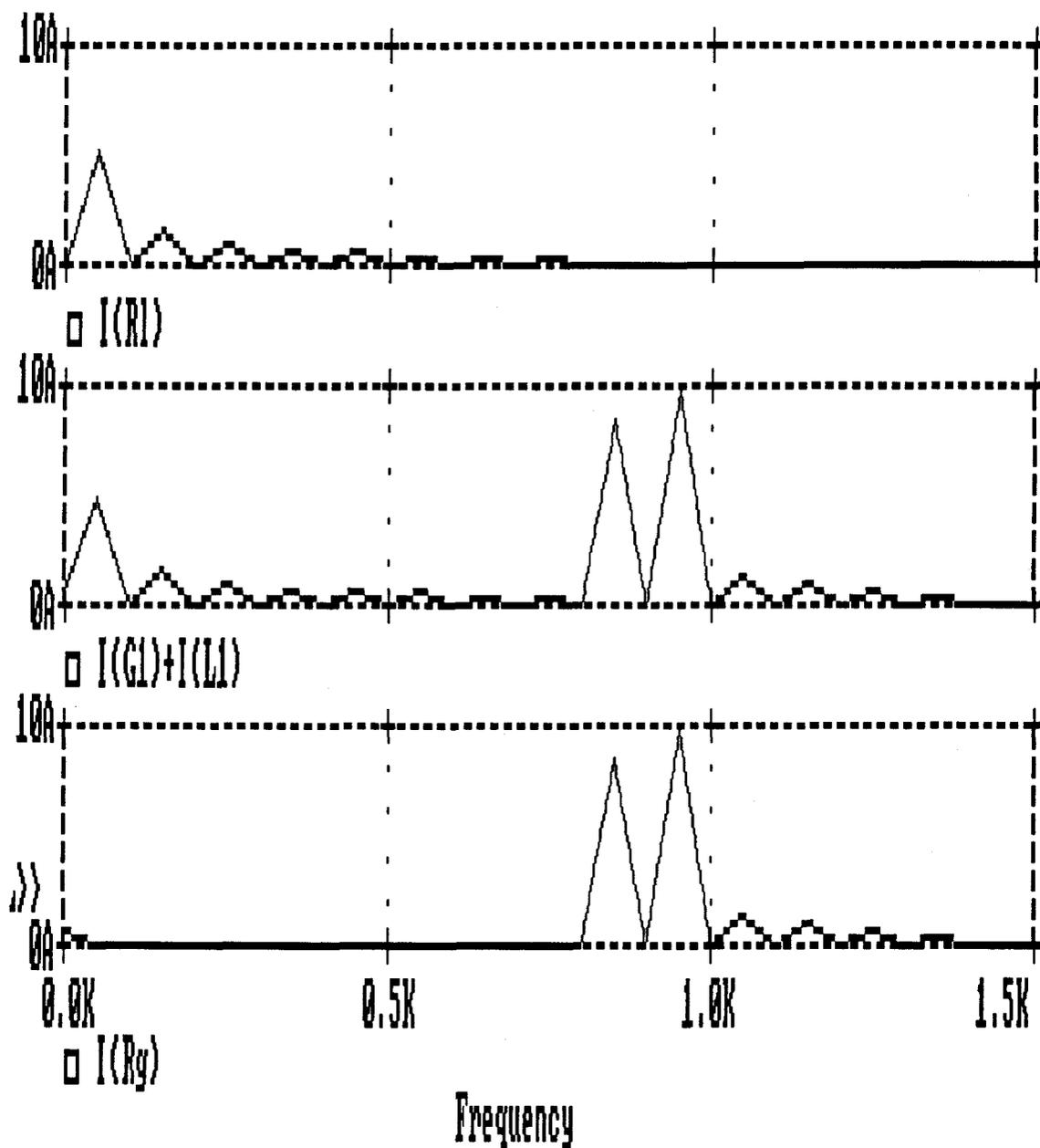


Figura 4,16 .- Espectro de intensidades obtenido mediante PSPICE: en la carga $I(Rl)$, en el compensador $I(G1)+ I(L1)$ y en el generador $I(Rg)$.

4.5 Determinación de los parámetros del compensador y de la secuencia de conmutación para el comienzo de las iteraciones

Como se ha explicado en el capítulo anterior, el cálculo de los ángulos de conmutación se efectúa aplicando iterativamente (3,5,29). Este proceso garantiza que las soluciones encontradas anulen las componentes del gradiente \mathbf{G} , ó su módulo se haga tan pequeño como se quiera, en el caso de la existencia de mínimos (ó máximos) de la función de Lagrange ,(3,5,5). Sin embargo esta función es periódica, con los valores de u_n y b_n dados por (4,3,2) y (4,3,3) , existiendo por lo tanto múltiples máximos y mínimos relativos que dificultan la búsqueda de las soluciones de (3,5,29) correspondientes a un mínimo absoluto, en el que se cumple $L = 0$. Ello nos lleva a concluir que las soluciones finales del proceso iterativo dependen de los valores iniciales de la secuencia de ángulos de conmutación, del multiplicador de Lagrange (λ), de la intensidad máxima que modula los impulsos del compensador y de la inductancia fija de este, La especificación del algoritmo y su programa en lenguaje C, que permiten determinar esos valores se describen en el apéndice D, siendo necesario ejecutarlo en sistemas informáticos que permitan una gran precisión en las representación y operaciones numéricas en coma flotante. Básicamente este

algoritmo de búsqueda es un proceso repetitivo en el que se prueba un conjunto de valores iniciales, (intensidad máxima del compensador, componente reactiva debida a la inductancia fija y un parámetro de desplazamiento inicial de la variable de holgura), determinándose con cada uno de ellos el valor mínimo alcanzado en la función de Lagrange, L , y la secuencia de ángulos de conmutación correspondiente a este valor de L .

Una vez determinados esos valores iniciales puede calcularse el valor de los parámetros del compensador L y C para el tipo de carga seleccionada; el programa de cálculo de la secuencia de conmutación, para otros valores distintos del ángulo de fase del convertidor, converge rápidamente al mínimo encontrado en la etapa anterior.

En el apéndice D se dan los resultados de la simulación del convertidor correspondiente a la Figura 4,12, con los mismos valores mencionados en el apartado 4.3, para ángulos de disparo 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 y 80 grados, Para el cálculo de la secuencia de conmutación de cualquiera de estos casos, se ha partido de la secuencia obtenida con el ángulo anterior, consiguiendo con ello disminuir sustancialmente los tiempos de cálculo.

Ello nos permite concluir que para cancelar un conjunto de armónicos de

intensidad generado en una carga cualquiera, lineal o no, mediante el control de la secuencia de conmutación, es necesario un conocimiento previo de los espectros de intensidad generados en la carga y posteriormente obtener un conjunto de secuencias de conmutación que se utilicen para elegir, de entre ellas, la mas adecuada para iniciar las iteraciones que mediante el algoritmo desarrollado en esta tesis posibilita la cancelación de los armónicos deseados. Pensamos que la continuación de las investigaciones contenidas en este capítulo pueden dirigirse en este sentido.

Conclusiones

Compensación con mallas LC

- 1 Es posible la compensación total de un número predeterminado, N , de armónicos de intensidad de una carga lineal, en situaciones no sinusoidales, mediante la elección adecuada de los componentes de N ramas LC.
- 2 Se ha diseñado un circuito compensador, con una topología específica, compuesto por elementos reactivos conmutados que se puede adaptar a las variaciones aleatorias de la intensidad de la carga
- 3 Se ha desarrollado una metodología para calcular los parámetros del compensador dentro del rango establecido de variación de la admitancia de la carga.
- 4 El factor de potencia mínimo que se puede alcanzar en cada caso, puede determinarse mediante el número de ramas conmutadas del compensador LC controladas digitalmente.
- 5 Se ha obtenido la expresión del factor de potencia en función de las susceptancias armónicas residuales (susceptancia de la carga mas la del compensador) y de las conductancias armónicas de la carga.

- 6 Se ha desarrollado un algoritmo, y su correspondiente programa en lenguaje Pascal, para calcular los parámetros del compensador utilizando los conceptos teóricos expuestos en el capítulo 1.

Los conceptos teóricos mencionados han permitido elaborar un algoritmo de control que, simulando variaciones aleatorias de las admitancias armónicas de la carga, calcula la configuración óptima del compensador. La utilización de este algoritmo en tiempo real depende del número de armónicos procesados y del grado de fluctuación permitido al factor de potencia.

Compensación con TCR.

- 7 En situaciones no sinusoidales la formulación utilizada habitualmente para controlar un compensador del tipo TCR limita una compensación óptima. Ha sido necesario obtener una formulación general que contemple las deformaciones de la señal de tensión de la red y permita conocer los factores que influyen en el rendimiento óptimo de dichos compensadores.
- 8 La optimización precisa de la intensidad eficaz en la línea de suministro, necesita en general cuatro parámetros de control (ángulos de disparo y

extinción, de la conducción de los tiristores, en los semiciclos de cada período). En ciertas condiciones de simetría y grado de distorsión de la forma de onda de la tensión es posible considerar menor número de parámetros de control .

- 9 El uso de la formulación para el cálculo del ángulo de disparo del TCR, en el caso de alimentación sinusoidal, solo esta justificada en una primera aproximación.

- 10 Se propone una metodología que utilizando la formulación propuesta en esta tesis, determina el ángulo óptimo de disparo del TCR. El valor del factor de potencia, así obtenido, mejora el conseguido mediante la formulación clásica.

Inyección selectiva de armónicos de intensidad en los sistemas eléctricos con cargas no lineales.

- 11 La inyección, en la línea de distribución, de un impulso de intensidad modulado en fase, amplitud y duración, dentro de cada período de la señal de tensión de red, permite cancelar un componente armónico de

la intensidad que circula por la carga. Para cancelar N componentes se precisa inyectar una secuencia de N impulsos por período.

- 12 Se desarrolla una metodología que optimiza el problema matemático de programación no lineal con restricciones y permite minimizar el valor de la intensidad eficaz en la línea de distribución en las condiciones enunciadas. El algoritmo correspondiente calcula los flancos, de subida y bajada, de los impulsos de la secuencia de control del compensador, respondiendo a las variaciones de intensidad de la carga. Se ha conseguido que el tiempo de respuesta este dentro de unos límites adecuados al control en tiempo real del compensador.
- 13 Esta metodología puede considerarse de carácter general y engloba como casos particulares las utilizadas en el control por modulación de anchura de impulso (PWM), conmutación de condensadores (SC), y otras que pudieran utilizarse mediante secuencias periódicas de conmutación de intensidad.
- 14 La metodología se ha adaptado al caso en que la intensidad del compensador esté generada por un condensador conmutado y alimentado

por el generador. El caso concreto de dos condensadores conmutados alternativamente puede reducirse al de un circuito formado por uno fijo y otro conmutado. La validez de esta metodología se ha confirmado al cancelar un conjunto seleccionado de armónicos de intensidad, en un circuito convertidor monofásico CA/CC. Así mismo, se ha simulado el caso de una carga hipotética no lineal, con componente reactiva.

Futuros trabajos de investigación en las líneas iniciadas con la Tesis:

- 1 Diseño de una metodología que permita valorar, en condiciones preestablecidas del suministro eléctrico, el coste y las prestaciones que supondrían la utilización de cada uno de los métodos de compensación desarrollados en la Tesis, esto es, los compensadores de los tipos mallas LC, reactancia controlada por tiristor e inyección de armónicos de intensidad.
- 2 Estudio y desarrollo de nuevos componentes reactivos LC integrados,[90] que puedan asociarse formando mallas más compactas y disminuyan la complejidad de las estructuras LC estudiadas.
- 3 Desarrollo de un nuevo sistema de control de los compensadores del tipo

TCR que, en condiciones de señal de tensión de red distorsionada, optimice su funcionamiento con la velocidad de respuesta adecuada.

- 4 Obtención de secuencias patrones tabuladas para control de circuitos de inyección de intensidad y los algoritmos de identificación de las mismas con un conjunto de cargas de interés industrial
- 5 Diseño de circuitos prácticos de inyección de armónicos de intensidad.
- 6 Implementación del algoritmo descrito en el capítulo 3, en microprocesadores del tipo vectorial para optimización del tiempo de cálculo.

Apéndice A.

Método de medida de la susceptancia equivalente de la carga y de la intensidad reactiva, basado en el procesamiento digital de señales.

A.1. Introducción

El análisis de la potencia e intensidad suministrada por el generador, sugerido por Shepherd y Zakikhani [91] en el dominio frecuencial, es el más adecuado para obtener los parámetros de la carga equivalente y los respectivos componentes de la potencia [92]. En particular, la definición de potencia reactiva es ventajosa en cuanto que logra, mediante su minimización, el máximo factor de potencia, FP, en sistemas eléctricos con distorsión armónica. Con estos términos es posible diseñar el circuito de un compensador, que consiga la mejora del factor de potencia [93] [94] [95] [96].

Sin embargo, el trabajo en el dominio frecuencial requiere diversas medidas relativas a magnitudes, tales como la intensidad reactiva, el espectro de tensión, y la susceptancia equivalente de la carga para un conjunto de frecuencias armónicas. Ello implica el desarrollo de una instrumentación compleja, que limitó en el pasado la utilidad de la formulación en el dominio frecuencial. Como se menciona en [97], un esfuerzo considerable fue necesario para llegar a la realización de los primeros medidores de potencia reactiva, como el mostrado

en [98] y [99]. Este utiliza procesamiento analógico de señales, para obtener la medida de la potencia reactiva, según la definición de Budeanu [100],[97].

Con la disponibilidad de procesadores de propósito especial para la realización de la transformada rápida de Fourier (FFT) [101] [102], a grandes velocidades de procesamiento de los datos, el análisis armónico de las formas de ondas de tensión e intensidad puede realizarse rápidamente, procesando sus resultados y obteniendo la medida al final del periodo fundamental de la señal de tensión [58] [103] [104]. De esta forma, pueden obtenerse medidas precisas de magnitudes definidas en el dominio frecuencial, sin utilizar una instrumentación compleja. Hemos utilizado un chip DSP de altas prestaciones (TMS32010), y aplicado un nuevo algoritmo para la medida de la susceptancia equivalente de la carga, (a cada frecuencia significativa del espectro), las intensidades reactivas armónicas y la intensidad reactiva total. El sistema ofrece alta velocidad y precisión, y puede obtener espectros de intensidades que están limitados solamente, por la frecuencia de muestreo de las señales de la red.

A.2. Consideraciones básicas

Supondremos una carga no lineal y las señales periódicas de tensión e intensidad expresadas según

$$\left. \begin{aligned}
 v(t) &= \sqrt{2} \Re \left[\sum_{k \in C} V_k e^{j(k\omega_o t + \alpha_k)} \right] \\
 i(t) &= \sqrt{2} \Re \left[\sum_{k \in C} I_k e^{j(k\omega_o t + \beta_k)} \right] \\
 \tilde{V} &= V_k e^{j\alpha_k} \\
 \tilde{I} &= I_k e^{j\beta_k}
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,2,1})$$

donde $\sqrt{2}V_k$ and $\sqrt{2}I_k$ son las amplitudes y α_k y β_k las fases de los componentes armónicos de orden k de las ondas periódicas de tensión e intensidad respectivamente; $\omega_o = 2\pi f_1$ es la frecuencia fundamental definida como $f_1 = f_i = r f_v$, donde f_i y f_v son las frecuencias fundamentales de las ondas de intensidad y tensión respectivamente, siendo r un número natural, lo que es válido para la gran mayoría de circuitos no lineales. C , L , y M son conjuntos de índices k

incluidos en los conjuntos N_v y N_i de índices de armónicos de tensión e intensidad respectivamente. $k \in C$ indica órdenes de armónicos, comunes a ambas señales de tensión e intensidad, $k \in L$ indica órdenes de armónicos que aparecen solamente en la señal de tensión, y $k \in M$ indica órdenes de armónicos solamente de intensidad.

\tilde{V}_k e \tilde{I}_k , para $k \in C$, están relacionados por la componente lineal de la carga, esto es, la admitancia equivalente Y_k a la frecuencia armónica kw_1 , de acuerdo con la expresión

$$\tilde{I}_k = \tilde{V}_k [G_k + j B_k], \quad k \in C \quad (A,2,2)$$

Ello permite un cálculo posterior de la intensidad que circula por la carga, Figura A,1, según las expresiones

$$\left. \begin{aligned} i_r &= \sqrt{2} \Re \sum_{k \in C} G_k V_k e^{j(kw_0 t + \alpha_k)} \\ i_x &= \sqrt{2} \Re \sum_{k \in C} j B_k V_k e^{j(kw_0 t + \alpha_k)} \end{aligned} \right\} \quad (A,2,3)$$

donde i_r e i_x son las componentes de la intensidad resistiva y reactiva de $i(t)$.

De (A,2,3), la componente de orden k de la intensidad reactiva (valor RMS) se expresa según

$$I_{k,x} = B_k V_k \quad (\text{A,2,4})$$

viniendo definido el valor RMS de la intensidad reactiva por

$$I_x = \sqrt{\sum_{k \in C} B_k^2 V_k^2} \quad (\text{A,2,5})$$

Esta intensidad puede compensarse totalmente [92] si para cada $k \in C$ se considera una reactancia, en paralelo con la carga, tal que su susceptancia $B_{k,c}$ cumpla

$$B_{k,c} = -B_k;$$

en estas condiciones (A,2,5) se expresa por

$$I_x = \sqrt{\sum_{k \in C} (B_k + B_{k,c})^2 V_k^2} = 0 \quad (\text{A,2,6})$$

A.3. Cálculo de la susceptancia e intensidad reactiva

Desarrollaremos a continuación los principios en que se basan las medidas de las intensidades reactivas y susceptancias equivalentes para un conjunto de frecuencias de los espectros comunes de la tensión e intensidad. De las componentes rectangulares de los fasores de (A,2,1) deducimos

$$\left. \begin{aligned} \Re \tilde{V}_k &= V_k \text{Cos} \alpha_k \\ \Im \tilde{V}_k &= V_k \text{Sen} \alpha_k \\ \Re \tilde{I}_k &= I_k \text{Cos} \beta_k \\ \Im \tilde{I}_k &= I_k \text{Sen} \beta_k \\ k &\in (N_v \cup N_i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,3,1})$$

podemos obtener secuencialmente los módulos de las componentes de la tensión e intensidad según para $k=0, 1, \dots, N$.

$$\left. \begin{aligned} V_k^2 &= (\Re \bar{V}_k)^2 + (\Im \bar{V}_k)^2 \\ I_k^2 &= (\Re \bar{I}_k)^2 + (\Im \bar{I}_k)^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,3,2})$$

Cada valor de k puede incluirse dentro de los conjuntos C, L, ó M, según se definió en A.2 esto es,

$$\left. \begin{aligned} k \in C & \quad \text{si} \quad V_k^2 \neq 0 \quad \text{y} \quad I_k^2 \neq 0 \\ k \in L & \quad \text{si} \quad V_k^2 \neq 0 \quad \text{y} \quad I_k^2 = 0 \\ k \in M & \quad \text{si} \quad V_k^2 = 0 \quad \text{y} \quad I_k^2 \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,3,3})$$

luego, las ecuaciones (A,3,1) para $k \in C$, pueden procesarse con objeto de obtener

$$Q_k = (\Re \bar{V}_k) (\Im \bar{I}_k) - (\Im \bar{V}_k) (\Re \bar{I}_k) = V_k I_k \text{Sen}(\alpha_k - \beta_k) \quad (\text{A,3,4})$$

lo que permite identificar el componente de orden k de la potencia reactiva armónica

$$Q_k = V_k I_{k,x} \quad (\text{A,3,5})$$

donde

$$I_{k,x} = I_k \text{Sen} \theta_k, \quad \theta_k = \alpha_k - \beta_k \quad (\text{A,3,6})$$

según las definiciones (A,2,2) y (A,2,4). La ecuación (A,3,6) es una expresión distinta de la intensidad reactiva dada en (A,2,4), que puede obtenerse dividiendo (A,3,4) por el valor rms del armónico de tensión V_k , pero que es preferible obtenerla a partir del cálculo de la susceptancia equivalente de la carga a la frecuencia k -ésima, esto es, dividiendo los datos obtenidos según (A,3,4) y v_k^2 de (A,3,2)

$$B_k = \frac{Q_k}{V_k^2} \quad (\text{A,3,7})$$

$$B_k = \frac{I_{k,x}}{V_k} \quad (\text{A,3,8})$$

y multiplicando (A,3,4) por (A,3,8), para obtener $I_{k,x}^2$ de acuerdo con

$$I_{k,x}^2 = Q_k B_k \quad (\text{A,3,9})$$

la cual se obtiene de (A,3,6) y (A,3,8). La acumulación de los términos de esta ecuación (A,3,9), para todo $k \in C$, genera el valor de la intensidad reactiva, al cuadrado, según se vió en (A,2,5).

A.4. Aplicación de la transformada discreta de Fourier a dos conjuntos de datos reales

La transformada discreta de Fourier (DFT) permite obtener el espectro de frecuencias de una señal a partir de su expresión en el dominio temporal. Para ello, si tomamos muestras regularmente espaciadas de tensión e intensidad $v(t)$ e $i(t)$, en un periodo $T=N\delta t$, podremos almacenar dos conjuntos de N datos reales, $v(n)$ e $i(n)$, que pueden procesarse para obtener sus respectivos espectros $V(k)$ e $I(k)$, para $n=0, 1, 2, \dots, N-1$, $k=0, 1, 2, \dots, N-1$. Estos espectros, para un total de N muestras por periodo y señal, pueden obtenerse simultáneamente en un proceso paralelo, lo que es rápido y eficaz con reducido número de muestras, pero pueden también obtenerse con un ahorro considerable en hardware procesando $v(n)$ e $i(n)$, de una sola vez, como un dato complejo. Así, el sistema obtiene, en cada instante $t= n\delta t$, $n= 0,1, \dots, N-1$, una secuencia de parejas de datos reales: $v(0), i(0)$; $v(1), i(1)$;; $v(N-1), i(N-1)$, que pueden procesarse conjuntamente para obtener la transformada de Fourier del dato complejo de acuerdo con [50] y [105]. Todo ello se esquematiza en el primer bloque del diagrama de flujo de Figura A,1.

Las expresiones de las DFT de los respectivos conjuntos de datos $v(n\delta t)$ y $i(n\delta t)$ son

$$\left. \begin{aligned} V(h\delta f) &= \sum_{n=0}^{N-1} v(n\delta t) e^{-j2\pi n\delta t h\delta f} \\ I(h\delta f) &= \sum_{n=0}^{N-1} i(n\delta t) e^{-j2\pi n\delta t h\delta f} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,1})$$

y considerando $\delta t=1$, de forma que $\delta f= 1/N$, podemos llegar a unas expresiones más compactas

$$\left. \begin{aligned} V(h) &= \sum_{n=0}^{N-1} v(n) W_N^{nh} \\ I(h) &= \sum_{n=0}^{N-1} i(n) W_N^{nh} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,2})$$

donde $j=\sqrt{-1}$, $h=0, 1, 2, \dots, N-1$, $n=0, 1, 2, \dots, N-1$, y $W_N = e^{-j2\pi/N}$, de acuerdo con la terminología estandarizada [58] [106].

Puede demostrarse, según estas mismas referencias, que cuando la función $f(t)$ es real, la DFT genera un espectro cuyas componentes cumplen las condiciones:

$$\left. \begin{aligned} F(h) &= -j \frac{N}{\sqrt{2}} \tilde{F}_k && \text{para } h=kf_1 \\ F(h) &= j \frac{N}{\sqrt{2}} \tilde{F}_k^* && \text{para } h=(N-k)f_1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,3})$$

siendo F_k y F_k^* los fasores y sus complejo-conjugados, respectivamente, del armónico de orden k de $f(t)$. Puede verse que la primera ecuación de (A,4,3) representa el espectro de la señal $f(t)$ para $h < N/2$, mientras que la segunda es el espectro conjugado para $h > N/2$.

Podemos identificar los índices SIGMA de las ecuaciones (A,4,2) con los de los conjuntos considerados de subíndices k . En este sentido, los conjuntos N_v y N_i contendrán los índices k correspondientes a los valores de las DFT: $V(k) \neq 0$, e $I(k) \neq 0$, respectivamente; los conjuntos C , L , y M pueden considerarse, así mismo, de acuerdo con las definiciones dadas en (A,3,3).

En vez de un procesamiento paralelo de $v(t)$ e $i(t)$, hemos considerado, por el ahorro en "hardware" que supone, el procesamiento de la pareja de datos reales $[v(n), i(n)]$ en un solo ciclo de operaciones de la transformada de Fourier del dato complejo según

$$\left. \begin{aligned} A(k) &\leftrightarrow v(n) + ji(n) \\ V(k) &\leftrightarrow v(n) \\ I(k) &\leftrightarrow i(n) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,4})$$

Efectivamente, la DFT del dato complejo, $v(n)+ji(n)$, viene dada por:

$$A(k) = \sum_{n=0}^{N-1} [v(n) + ji(n)] W_N^{nk} \quad (\text{A,4,5})$$

donde

$$W_N^{nk} = \text{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) - j\text{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) \quad (\text{A,4,6})$$

La expresión (A,4,5) en forma complejo-conjugado, para $k=N-k$, viene dada, de acuerdo con la interpretación modulo-N, por

$$A^*(-k) = \Re [A(-k)] - j \Im [A(-k)] \quad (\text{A,4,7})$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Re [A(k)] &= \sum_{n=0}^{N-1} [v(n) \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) + i(n) \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right)] \\
 \Im [A(k)] &= \sum_{n=0}^{N-1} [i(n) \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) - v(n) \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right)] \\
 \Re [A(-k)] &= \sum_{n=0}^{N-1} [v(n) \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) - i(n) \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right)] \\
 \Im [A(-k)] &= \sum_{n=0}^{N-1} [i(n) \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) + v(n) \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}kn\right)]
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,8})$$

De aqui, que podamos considerar las ecuaciones (A,4,8): identificando las respectivas DFT de los datos reales $v(n)$ e $i(n)$

$$\left. \begin{aligned}
 V(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} v(n) W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} [v(n) \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}nk\right) - v(n) \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}nk\right)] \\
 I(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} i(n) W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} [i(n) \operatorname{Cos}\left(\frac{2\pi}{N}nk\right) - i(n) \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{N}nk\right)]
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,9})$$

de acuerdo con (A,4,5) y (A,4,7).

$$\left. \begin{aligned} V(k) &= \frac{A^*(-k) + A(k)}{2} \\ I(k) &= j \frac{A^*(-k) - A(k)}{2} \\ k &= 0, 1, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,10})$$

significando "*" complejo conjugado e interpretando k como modulo N, esto es,

$$A(-k) = A(N-k) \text{ y } A^*(-k) = A^*(N-k).$$

En este punto los valores RMS de los armónicos de v(t) e i(t) pueden ponerse en las formas respectivas

$$\left. \begin{aligned} V_k^2 &= \frac{2}{N^2} |V(k)|^2 = \frac{2}{N^2} \left\{ [\Re V(k)]^2 + [\Im V(k)]^2 \right\} \\ I_k^2 &= \frac{2}{N^2} |I(k)|^2 = \frac{2}{N^2} \left\{ [\Re I(k)]^2 + [\Im I(k)]^2 \right\} \\ k &= 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A,4,11})$$

siendo $\Re F(k)$ e $\Im F(k)$ la notación de los componentes real e imaginario de $F(k)$.

De la misma forma, tras multiplicar (A,3,4) por $2/N^2$, podremos obtener los valores de la susceptancia e intensidades reactivas armónicas.

A.5. Procedimiento de cálculo

Basándonos en el desarrollo anterior, se ha elaborado el procedimiento de cálculo y su diagrama de flujo, Figura A,1, para obtener la medida de la admitancia equivalente de la carga, a cada una de las frecuencias significativas del espectro, y de la intensidad reactiva correspondiente. El algoritmo consiste en:

- a) Procesar en cada ciclo de operaciones $v(n)$ e $i(n)$ para obtener el espectro mezclado $A(k)$ según (A,4,4). A continuación calcular $V(k)^2$ e $I(k)^2$ de acuerdo con (A,4,5) y (A,4,7) y almacenar sus partes real e imaginaria;
- b) Calcular los valores RMS al cuadrado del espectro de módulos de tensión de acuerdo con (A,4,8) y almacenar los datos;
- c) Acumular los datos anteriores almacenados $I(k)^2$ para obtener el valor rms de I según (A,2,2);

- d) Seleccionar los datos almacenados en b) para obtener los componentes del conjunto C; si $k \in C$ repetir desde b);
- e) Procesar los coeficientes de Fourier, almacenados en forma rectangular, de acuerdo con (A,3,4), para obtener Q_k ;
- f) Procesar Q_k y $V(k)^2$ para obtener el valor de la susceptancia a la frecuencia k_f según (A,3,8);
- g) Multiplicar Q_k por el valor de la susceptancia anterior para obtener el cuadrado de la intensidad reactiva armónica (A,3,9);
- h) Acumular el resultado anterior para obtener la intensidad reactiva total, I^2_x , definida en (A,2,5).

A.6. Algoritmo basado en el TMS320 para medidas de potencia reactiva en tiempo real

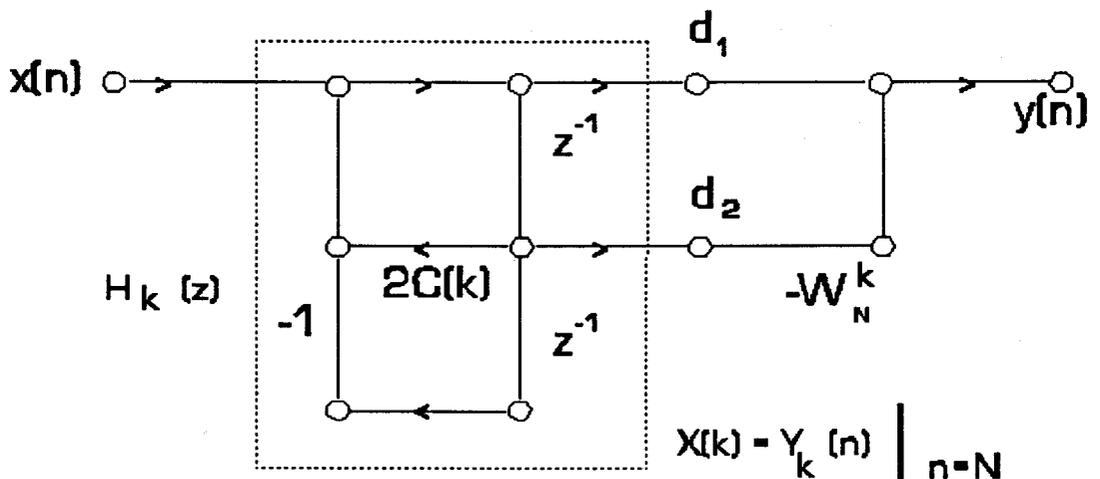
Un procedimiento más eficiente que el método directo DFT es el algoritmo de Goertzel [58]. Con este algoritmo los cálculos de la DFT pueden progresar aún cuando se estén recibiendo los datos de las muestras. Solamente cuando se han procesado todas las muestras se realiza una última operación, relativamente simple, para obtener la DFT.

Hemos seleccionado el número de muestras por periodo, N , de acuerdo con el tiempo necesario para procesar las DFT de la tensión e intensidad durante un periodo de la tensión de red.

Ya que no es necesario evaluar los N diferentes valores de las transformadas $V(k)$ e $I(k)$ con los métodos directo y de Goertzel, sólo las calculamos para los m valores seleccionados de k , lo que hace atractivo este último método si m es pequeño. En concreto, cuando m es menor que $\log N$, utilizar el método directo de la DFT, y sobre todo el de Goertzel, puede significar un ahorro importante en

tiempo de cálculo respecto a otros métodos rápidos como el de la FFT.

La DFT puede considerarse como la respuesta de un filtro digital diseñado de forma que reduzca el número de operaciones aritméticas. En este sentido el algoritmo de Goertzel es básicamente una estructura de filtro digital implementado según el diagrama de flujo de Figura A,2, y se corresponde, en el caso de datos reales, con la función $H(z)$ del sistema [58].



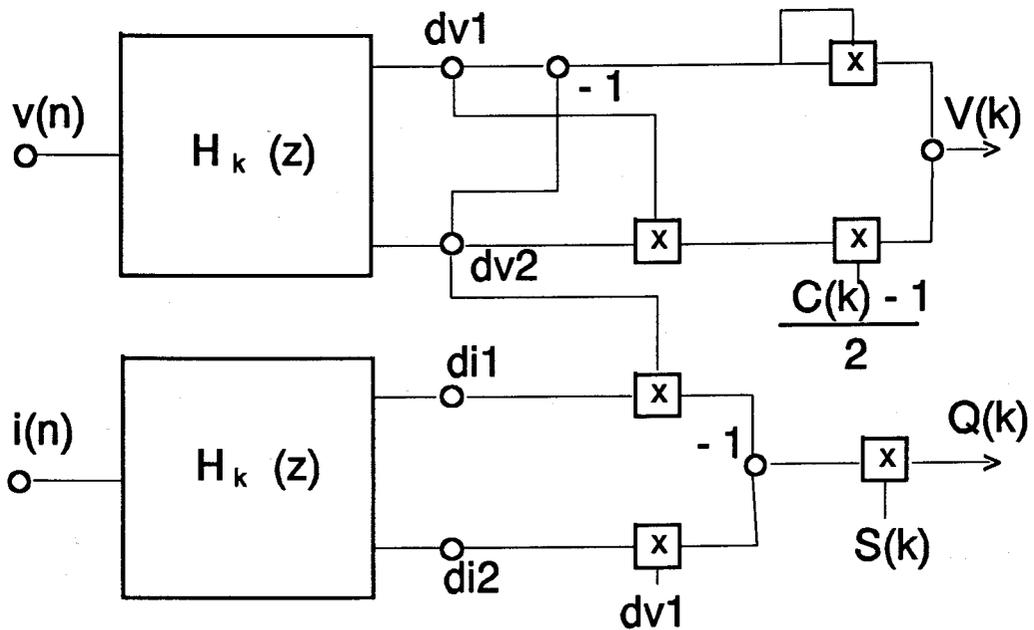
$$H_k(z) = \frac{1 - W_N^k z^{-1}}{1 - 2 \cos\left(\frac{2\pi}{N} k\right) z^{-1} + z^{-2}}$$

Figura A,2 .- Diagrama de flujo del cálculo recursivo de segundo orden de $X(k)$ según el algoritmo de Goertzel.

Como la salida del filtro solo es necesaria cuando la muestra toma el valor N , no hay necesidad de efectuar las operaciones de la parte derecha de la línea de trazos del esquema hasta que $n=N$. Esta parte del filtro puede modificarse para generar los módulos de los armónicos de tensión y de potencia reactiva, con un mínimo de complejidad, utilizando características especiales del procesador TMS32010. Las partes real e imaginaria, $\Re[X(k)]$ e $\Im[X(k)]$, de la salida (DFT) se pueden procesar según (A,2,3) y (A,2,4), Figura A,2, donde $d1$, $d2$ son datos intermedios, mientras que $C(k)$ y $S(k)$ son, respectivamente, las constantes: $\cos(2\pi k/N)$ y $\sin(2\pi k/N)$, precalculadas para cada componente de frecuencia kf .

La formulación anterior se aplica al cálculo de los módulos de los armónicos de tensión (A,2,1) y las intensidades reactivas armónicas (A,2,2), de acuerdo con Figura A,3. De esta forma, en la iteración N podremos obtener, de acuerdo con la expresión (A,3,4), el cálculo de la potencia reactiva en la forma más eficiente, aprovechando las características del microprocesador-DSP utilizado.

Luego con conjuntos de filtros idénticos para cada pareja de muestras $v(n)$ e $i(n)$ y frecuencia k , como se muestra en Figura A,4, (Secciones 1, 2, ..., m), puede procesarse independientemente armónicos de tensión, intensidad reactiva y potencia reactiva. Los valores, al cuadrado, de intensidad reactiva, y potencia reactiva total Q , se obtienen directamente en el mismo diagrama de bloques.



$$\text{Re} [X(k)] = d1 - d2 C(k)$$

$$\text{Im} [X(k)] = d2 S(k)$$

$$[X(k)]^2 = \text{Re} [X(k)]^2 + \text{Im} [X(k)]^2 =$$

$$\left(\frac{d1-d2}{2} \right)^2 - d1 d2 \frac{C(k) - 1}{2}$$

$$Q(k) = (dv1 di2 - dv2 di1) S(k), \quad k= 1,2,.. \dots ,m$$

Figura A,3 .- Diagrama de flujo del cálculo recursivo de segundo orden del armónico k-ésimo de tensión y potencia reactiva.

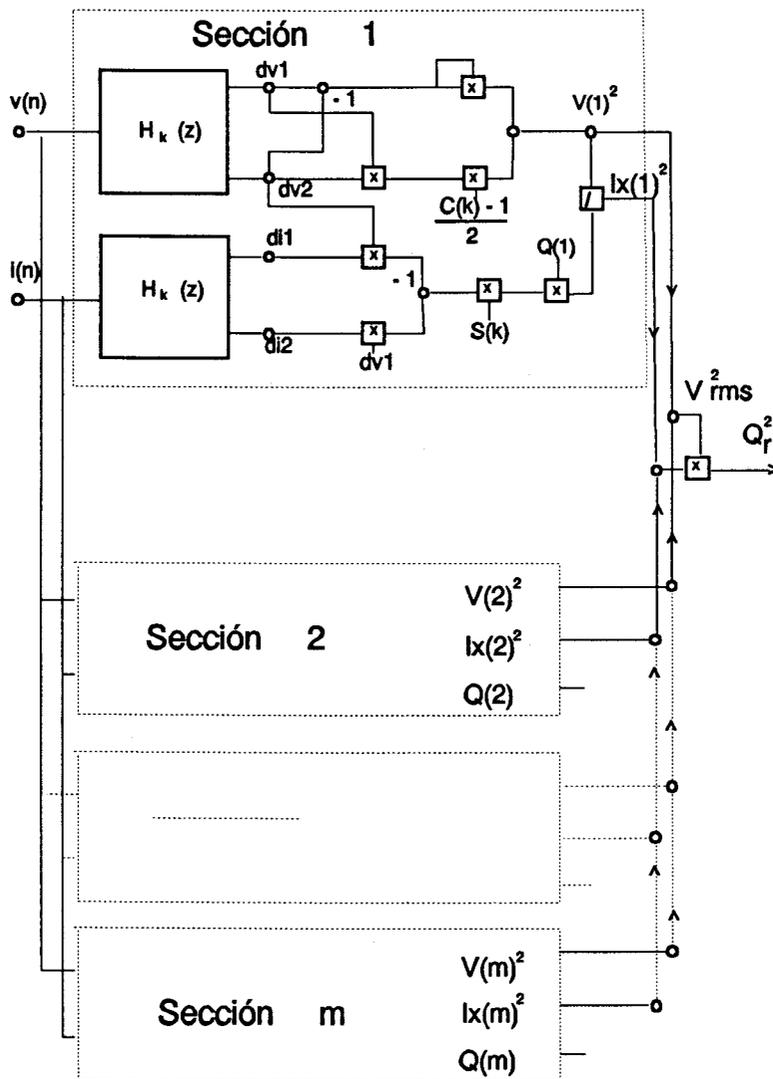


Figura A,4 .- Diagrama de flujo de una sucesión de filtros de segundo orden, para calcular valores RMS del espectro de tensión, potencias reactivas armónicas y potencia reactiva

A.7. Hardware

Hemos desarrollado un diseño modular de bajo costo, estructurado en dos partes, el módulo de procesamiento analógico (DSP-A) y el de procesamiento digital (DSP-D). El primero sirve de interfase al microprocesador TMS32010 incluido en el segundo.

El módulo DSP-A, Figura A,5, incluye dos circuitos de muestreo y retención (S/H), y dos convertidores analógico-digital rápidos (A/D) de 8 bits (ADC 0804), uno por cada entrada analógica $v(t)$ e $i(t)$. Estos circuitos están controlados por un generador de la señal de reloj (CLK), que contiene un comparador con cero de la señal derivada de la tensión de red, y un divisor de frecuencia controlado por el oscilador de cristal del TMS32010.

Las muestras $v(n)$ e $i(n)$ de ambas señales de entrada se toman y convierten simultáneamente. Las secuencias de final de conversión A/D, EOC0 and EOC1, alimentan una puerta lógica que controla el microprocesador, teniendo en cuenta la señal más lenta de conversión. Para ello el TMS32010 lee el dato de salida en los puertos 0 y 1 y pone a 0, via secuencia IN1, un circuito bi-estable.

Hemos utilizado un convertidor rápido digital-analógico (D/A), del tipo 0808LCN,

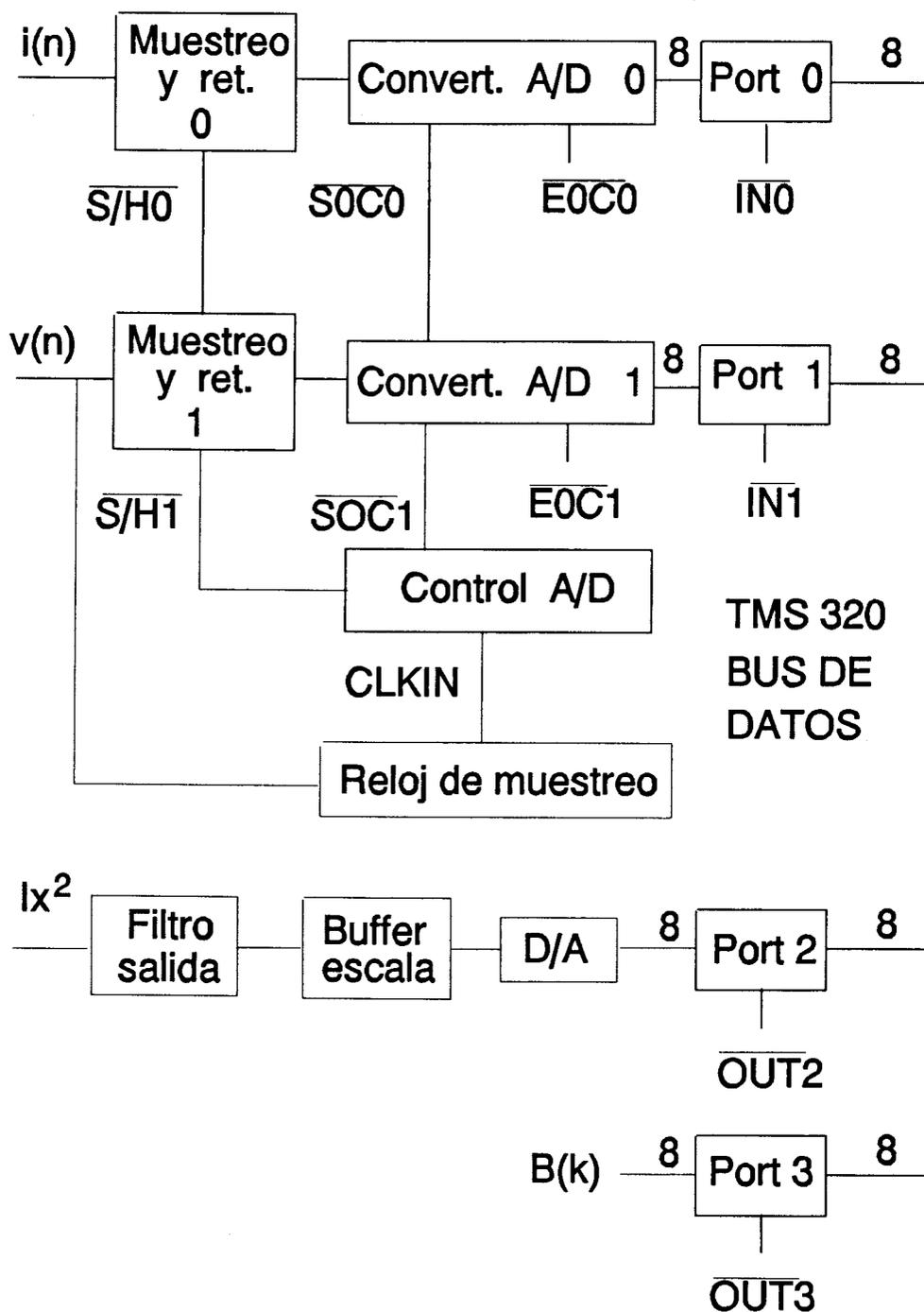


Figura A,5 .- Diagrama de bloques funcional del módulo de procesamiento analógico

para generar una tensión analógica proporcional a la medida de la intensidad reactiva (I_x^2) para control del factor de potencia o representación del espectro de intensidad o potencia reactiva. El puerto 2 se utiliza para enviar los datos al convertidor D/A y el puerto 3 para enviar el dato de potencia reactiva (Q_r) al 'display' o al controlador del compensador de la carga.

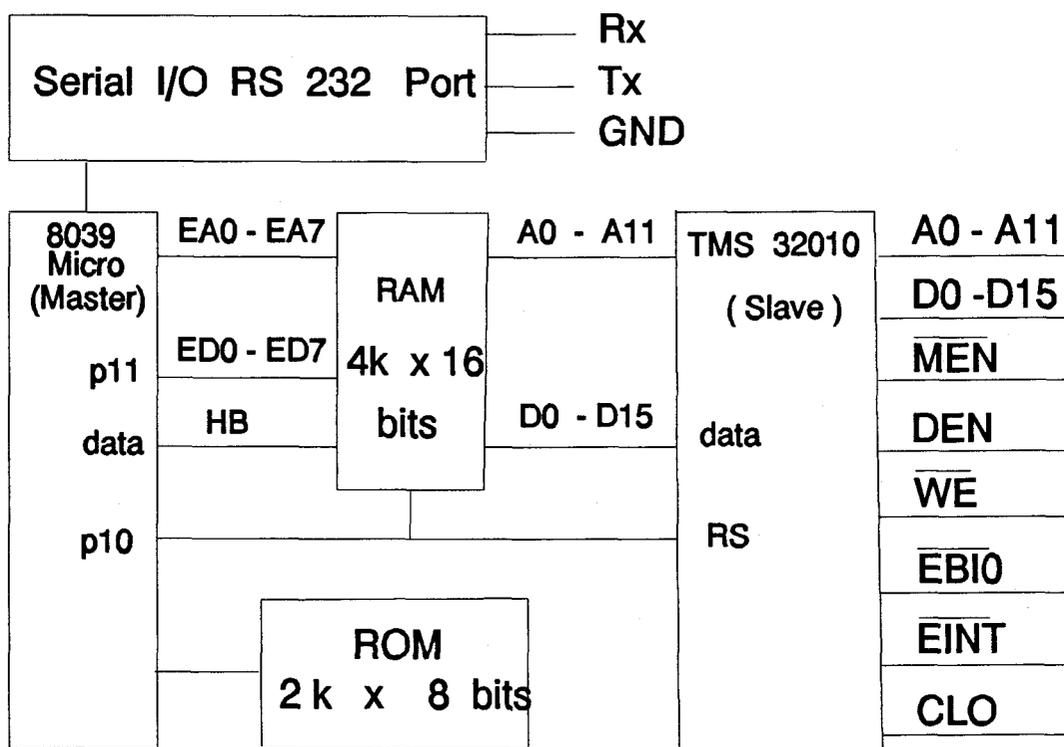


Figura A,6 .- Diagrama de bloques funcional del módulo de procesamiento digital.

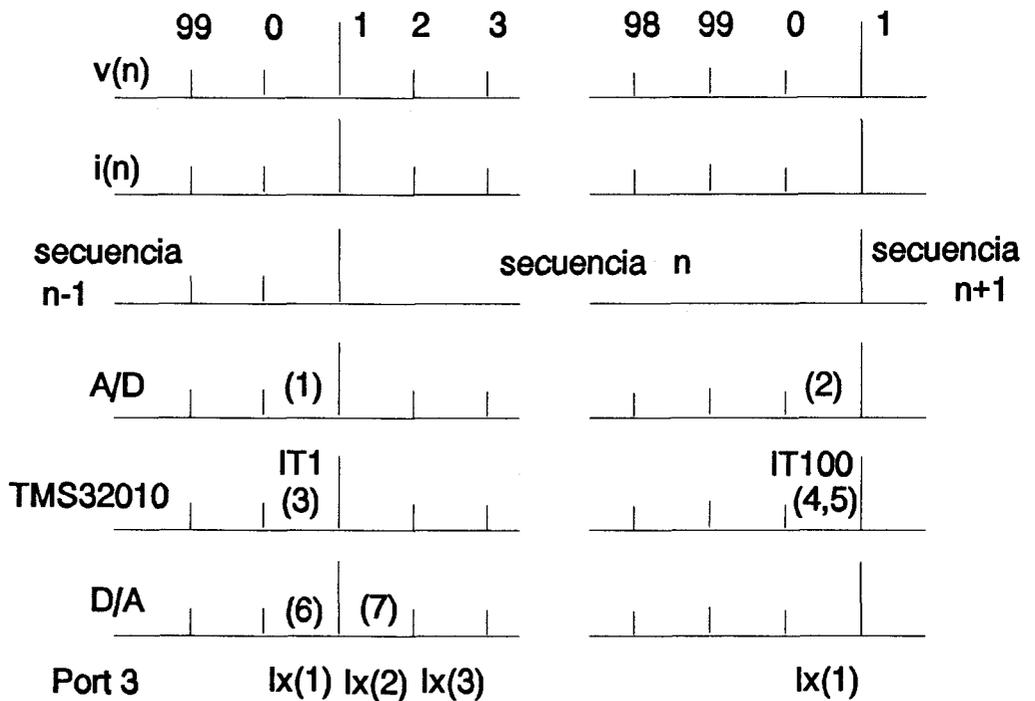
El módulo DSP-D, Figura A,7, incorpora un microprocesador 8039, el chip TMS32010, una memoria rápida RAM estática, la memoria ROM, y otros circuitos integrados necesarios para las funciones de multiplexado, control y almacenamiento en los circuitos 'buffer'. Los dos procesadores comparten la

memoria RAM y están conectados en estructura 'master-slave', con el 8039 actuando como controlador 'master'.

Como se muestra en el diagrama temporal de la Figura A,8, durante el periodo fundamental T se puede almacenar un conjunto de 100+100 muestras, con lo que el periodo de muestreo es de 20/100 ms ($200 \mu\text{s}$) y la frecuencia de muestreo 5 kHz. De acuerdo con el teorema de Shannon, para que no existan errores de solapamiento (aliasing), las señales de entrada deben mantener su anchura de banda inferior a los 2.5 kHz. Las 100 líneas espectrales (o los 100 datos de tensión y los 100 de intensidad) en el espectro de salida de la intensidad reactiva, I_x^2 , corresponden así a una resolución de frecuencia de 5 kHz/100 (50 Hz).

Las secuencias v , i de los respectivos circuitos S/H, son convertidas A/D, almacenadas y procesadas por el sistema durante un periodo T , esto es, durante 100 iteraciones. El periodo de muestreo debe seleccionarse de acuerdo con el tiempo de procesamiento impuesto por la última iteración, o dicho de otra forma, el cálculo de la última pareja de puntos en la parte izquierda del filtro, el procesamiento de las partes real e imaginaria en la parte derecha del filtro y el repetir estos cálculos para $m-1$ frecuencias más, lo que supone 100 m ciclos de reloj (unos 20 $m \mu\text{s}$), debe realizarse dentro de un periodo de muestreo (200

μs). Como el periodo de reloj del TMS32010 es de $0.2 \mu\text{s}$, eligiendo $m=9$ pueden completarse todas estas operaciones en unos $180 \mu\text{s}$; de aquí que hayamos tomado un número cercano a potencia de 2, esto es $m=8$, para comparar las prestaciones del algoritmo con otros estandarizados que utilizan solamente números potencia de 2. En estas circunstancias el tiempo total de cálculo para $m=8$ operaciones es alrededor de $160 \mu\text{s}$, bastante inferior al periodo de muestreo. De esta forma, la señal analógica de salida correspondiente al cuadrado de la intensidad reactiva tiene la forma de un escalón de tensión de 20 ms de duración con la altura proporcional al valor de dicha intensidad. Respecto a la forma de visualización de los módulos de los datos espectrales, estos se presentan como secuencias de impulsos, correspondiendo cada uno de ellos a las líneas espectrales dentro de la mitad de cada espectro. Hemos utilizado un ordenador tipo PC-AT, compatible IBM, para guardar el programa ensamblador del TMS32010 y volcarlo al módulo DSP-D a través de la interfase de comunicación serie RS-232. El algoritmo, implementado en dicho programa ensamblador, para operaciones con palabras de 16 bits, ha sido verificado con algunas formas de ondas. Las diferencias encontradas entre los datos de la simulación y los del prototipo son debidos a las distintas longitudes de los registros utilizados en ambos procesos.



- (1) Conversión de muestras $v(0)$, $i(0)$
- (2) Conversión de muestras $v(99)$, $i(99)$
- (3), (4) Cálculos en la parte izquierda de los filtros durante la secuencia n
- (5) Cálculos en la parte derecha de los filtros durante la secuencia n
- (6) Conversión de la intensidad armónica reactiva $ix(1)^2$ durante la secuencia $n-1$
- (7) Conversión de la intensidad armónica reactiva $ix(2)^2$ durante la secuencia $n-1$

Figura A,7.– Diagrama temporal de las medidas en tiempo real de las intensidades y potencias reactivas armónicas.

Apéndice B.

Diseño de un compensador de mallas LC para el caso de una carga RL que varia aleatoriamente

B.1. Algoritmo del programa DISENO.PAS

El objetivo de este programa es elegir los parámetros característicos de un compensador de mallas LC, para que se ajuste a las variaciones aleatorias de una carga, cuyas cotas son conocidas de antemano. Estos datos son:

Polos

Inductancias máximas y mínimas

Inductancias incrementales

Número de interruptores

La salida del programa se escribe en los siguientes tipos de ficheros ASCII:

"**Documento.doc**" donde se especifican los valores significativos del proceso efectuado por el programa.

"**Inductancias-parámetro polo**", Son conjuntos de pares de valores dependientes de cada rama del compensador y de cada conjunto de cotas de susceptancias armónicas de la carga que se utilizarán para elegir los polos mediante. Figura 1,6, Figura 1,7 y Figura 1,8.

"**Susceptancias-parámetro inductancias**". Son pares de valores calculados con los polos previamente elegidos (Figura 1,10).

A los archivos de los tipos segundo y tercero se les ha dado el formato requerido por el paquete gráfico PCPLOT [107], para generar, posteriormente, las gráficas correspondientes.

CONSTANTES DE DATOS SIMPLES

NA: Número de armónicos de la tensión de red.

ND: Divisiones del intervalo de polos.

H: Divisiones de los intervalos de inductancias.

DB: Factor de división de las susceptancias máximas que se utiliza para obtener las mínimas.

DF: Incremento ó fluctuación del factor de potencia, debe ser la diferencia entre sus valores máximos y mínimos permitidos.

Directorio:

Nombre del directorio donde se guardarán los archivos que genera el programa

Document:

Nombre del fichero que contiene el resumen de datos del proceso.

CONSTANTES DE DATOS ESTRUCTURADOS

E: Tabla de NA posiciones de reales, contiene los valores eficaces de las tensiones armónicas de alimentación.

n: Tabla de $NA + 1$ posiciones de enteros, contienen los índices de los armónicos de la tensión de alimentación. Se ha de incluir un índice mas para asignar al último armónico un intervalo finito de variación.

VARIABLES GENERALES

xm: Variable interna de tipo entero para contener el valor del parámetro de los polos que hace mínimas las inductancias de compensación.

B: Parámetro de entrada de tipo tabla de NA posiciones de reales para contener los valores máximos de las susceptancias de la carga; los mínimos se calculan en el programa dividiendo los máximos por la constante DB .

G: Parámetro de entrada de tipo tabla bidimensional de $(NA \times 2)$ posiciones para contener las cotas de la conductancia de la carga. Las mínimas se calculan en el programa dividiendo las máximas por el factor DB .

P: Variable de salida de tipo tabla de NA posiciones de reales para contener los valores de los polos.

A: Variable auxiliar de tipo tabla bidimensional de $Na \times (Na+1)$ posiciones de reales para contener los coeficientes del sistema de ecuaciones ampliado con los términos independientes.

LM: Variable de salida de tipo tabla bidimensional de $(N_a \times 2)$ posiciones de reales para contener las inductancias mínimas y máximas del compensador.

ARCHIVOS DE SALIDA

a) Inductancias–parámetros polos.

Tipo de ficheros: ASCII

Número de ficheros: $2 \times N_a$

Formato de los datos: Líneas formadas por dos números reales, separados por coma.

Proceso para obtener los datos: Los polos se hacen variar linealmente entre sus cotas, n y k , mediante un parámetro común x , según (1,4,1):

$$p_n(x) = n + (k - n) \cdot x / ND$$

Con cada conjunto $p_n(x)$ ($n=1..m$) y el de susceptancias máximas ó mínimas, el programa resuelve (1,2,4) y obtiene las L_n de compensación en ambos casos. Cada par de valores obtenidos, (L_i, x) , se guarda en un archivo cuyo nombre se obtienen con la función NOMBREFIL y está compuesto por una cadena de caracteres formada por la secuencia:

"B" B'(n) "N" n . "N" k

Donde:

"B", "N": Son caracteres.

B'(n): Es la parte entera de (B(n) * 100).

n, k: Son los índices de los armónicos entre los que se encuentra el polo correspondiente según las restricciones (1,2,2).

Ejemplo: B300N1.N5, Nombre de archivo Inductancia–parámetro polo, para una susceptancia cuya cota superior vale 3 mho y para el polo comprendido entre los armónicos cuyos índices son 1 y 5.

Se generan 2 x NA archivos:

NA correspondientes a las susceptancias máximas.

NA correspondientes a las susceptancias mínimas.

Mediante estos archivos se elige, posteriormente, los polos y los conjuntos L_{mx_n} y L_{min_n} .

b) Archivos Susceptancias–parámetros inductancias

Tipo de ficheros: ASCII

Número de ficheros: NA (uno por cada inductancia de compensación).

Formato de los datos: Líneas formadas por dos números reales, separados por coma.

Proceso para obtener los datos: Las inductancias de cada una de las ramas del compensador se hace variar, mediante un parámetro común x, según (1,4,3):

$$L_i(x) = L_{min_i} + L_{o,i} * x$$

con cada conjunto $L_i(x)$ y con los polos, previamente elegidos, se obtienen las susceptancias de compensación, Cada par de valores $(B(i),x)$ se guarda en un archivo cuyo nombre se obtienen con la función NOMBREFIL y está compuesto por la cadena de caracteres formada por la secuencia:

"B" Bmax(i) Bmin(i) . "L" i

Donde:

"B","L": Son caracteres.

Bmax(i),

Bmin(i): Es la parte entera de (susceptancia armónica i, máxima / mínima) * 100

i: Es el índices del armónico.

Ejemplo: B521034.L1. Nombre de archivo de pares de valores Susceptancia-Parámetro inductancia, correspondiente a la inductancia de la rama 1 y con una variación de la susceptancia del armónico fundamental comprendida entre 5.21 y 0.34 mho.

ESTRUCTURA

El programa se compone de dos funciones ocho procedimientos y el bloque principal de control.

Función NOMBREFIL(B,K,OPCION): Es cadena de caracteres

Parámetros de entrada : B, K, OPCION

k: Índice de armónico

OPCION:

"N" para ficheros inductancia-polos

"L" para ficheros susceptancias-inductancias

Obtiene los nombres de los ficheros de datos.

Procedimiento ENTRADAS(B,G).

Parámetros de salida B,G

Asigna valores a estos parámetros.

Procedimiento MATRIZ(p,A)

Parámetro de entrada: p.

Parámetro de salida: A.

Calcula los coeficientes de la matriz, A, del sistema lineal de ecuaciones (1,2,4)

$$a(n,k) = \frac{n}{p_k^2 - n^2}$$

$$a(n,k+1) = -B(n)$$

Procedimiento RESOLVER(A, L)

Parámetro de entrada: A.

Parámetro de salida: L, tabla de NA posiciones con los valores de inductancias que compensan completamente la carga.

Proceso que se ejecuta: Resuelve el sistema de ecuaciones (1,2,4), por el método de GAUSS [32].

Procedimiento ARCHIVOL_P(LM, xm, B)

Parámetros de entrada: LM, xm, B.

Obtiene los archivos inductancias-polos y el valor xm. Este se calcula a partir de la media de los valores mínimos contenidos en los 2 (NA-1) ficheros, (se exceptúan los correspondientes al último polo que no tienen mínimo).

El nombre de los ficheros se obtiene ejecutando la función **NOMBREFIL**.

Algoritmo básico, para calcular los datos de los archivos:

Para cada conjunto de susceptancias (máximas y mínimas) y cada x entre 1 y ND-1:

- Determina los polos según (1,4,1).
- Ejecuta el procedimiento MATRIZ para obtener los coeficientes de A según (1,2,4).
- Ejecuta el procedimiento RESOLVER para obtener las inductancias L_i que compensan la carga.

- Escribe cada par de valores (L_i, x) en el archivo correspondiente
- Busca el valor x_m .

Procedimiento MINIMOS(x_m , B, LM)

Parámetros de entrada: x_m , B.

Parámetro de salida: LM.

Busca en los archivos "inductancias,parámetro-polos" los valores correspondientes a x_m . Estos valores son las cotas de inductancias de compensación que se han de asignar a LM.

Procedimiento ARCHIVOB_L(LM, p)

Parámetros de entrada: LM, p.

Obtiene los archivos Susceptancia, parámetro-inductancia. Los nombres de los archivos se obtienen ejecutando la función NOMBREFIL.

Algoritmo básico para calcular los datos de los archivos:

- Ejecuta el procedimiento MATRIZ para calcular los coeficientes de (1,2,4)
- Para cada x entre 0 y H
- Calcula, según (1,4,3), el conjunto L_i
- Calcula, según (1,2,4), las susceptancias de compensación.
- Escribe cada par de valores $(x, B(i))$ en los archivos correspondientes

Función FMAX(G): Es real

Parámetro de entrada: G.

Calcula mediante (1,4,5) el factor de potencia para el caso en que las $B(n) = 0$.

Procedimiento INTERRUPTORES(A,B,G,LM,Lo,r)

Parámetros de entrada: A, B, G, LM.

Parámetros de salida:

Lo, es una tabla de Na posiciones para contener las inductancias incrementales de cada rama.

r, es un entero para contener el número de interruptores de cada rama.

Algoritmo básico:

- Calcular las susceptancias residuales $\Delta B(n)$:
 - Aplicación de (1,4,12) para obtener $\text{Sen}^2 \Phi$.
 - Calcular $\text{tg } \Phi$
 - Aplicar (1,4,13)
- Calcular las inductancias $L_{o,i}$ provisionales:
 - Asignar los términos independientes de la matriz ampliada, A, con las susceptancias de la carga para el caso mas desfavorable:
$$a_{i,Na+1} = -B(i) - 2 G_{\text{min}}(i) \text{tg } \Phi$$
 - Ejecutar el procedimiento RESOLVER para determinar las inductancias correspondientes a las susceptancias anteriores.

- Aplicar (1,4,4) con $H_i=1$ para determinar $L_{o,i}$.
- Calcular el número máximo de interruptores r , aplicando (1,4,2) a cada rama.
- Calcular las inductancias $L_{o,i}$ definitivas aplicando nuevamente (1,4,2) con el valor anterior de r .

Procedimiento DOCUMENTO(A,B,G,p,LM).

Parámetros de entrada: A,B,G,p,LM

Este procedimiento crea un archivo ASCII, con el nombre contenido en la constante document, donde se incluyen los valores y parámetros mas importantes del resultado del procesamiento:

Nombres de archivos creados

Admitancias Máximas de la carga

Armónicos presentes en la tensión del generador

Valores asignados a los polos

Cotas de inductancias de compensación

Número de interruptores de cada rama del compensador

Valor de las inductancias incrementales de cada rama

Factor que divide las susceptancias máximas para obtener las mínimas

Otros datos utilizados en la construcción de las Figura 1,6, Figura 1,7,

Figura 1,8 y Figura 1,10.

BLOQUE PRINCIPAL

Está compuesto por la secuencia de los procedimientos siguientes:

ENTRADAS

ARCHIVOL_P

MINIMOS

ARCHIVOB_L

DOCUMENTO

B.2. Simulación numérica de un caso ilustrativo

Datos de entrada

Parámetros del generador:

Armónicos de tensión : 1, 5, 7.

Valores R.M.S. de los armónicos de tensión:

$$V(1) = 380 \text{ V}$$

$$V(5) = 20 \% V(1) = 76 \text{ V}$$

$$V(7) = 10 \% V(1) = 38 \text{ V}$$

Frecuencia del armónico fundamental: $\omega_0 = 1 \text{ rad /s}$.

Impedancia interna del generador a la frecuencia fundamental:

$$Z_s = 9.8 \cdot 10^{-3} - j 1.99 \cdot 10^{-3} \ \Omega$$

Fluctuación máxima del factor de potencia: $DF = 0.04$

Parámetros de la carga:

Valores extremos de las admitancias armónicas:

$$Y_{\max}(1) = 5 - j 4 \ \Omega^{-1}, \quad Y_{\min}(1) = 1.25 - j 1 \ \Omega^{-1}$$

$$Y_{\max}(5) = 2.12 - j 1.2 \ \Omega^{-1} \quad Y_{\min}(5) = 0.53 - j 0.3 \ \Omega^{-1}$$

$$Y_{\max}(7) = 1.53 - j 0.86 \ \Omega^{-1} \quad Y_{\min}(7) = 0.3825 - j 0.215 \ \Omega^{-1}$$

Datos de salida

Parámetros del compensador:

Factor de potencia máximo = 0.99

Mínimo factor de potencia deseable 0.95

Valores de los polos:

$$p_1 = 3.88$$

$$p_5 = 6.44$$

$$p_7 = 10.60$$

Cotas de inductancias en Henrios.

$$0.0361 \leq L_1 \leq 0.1445$$

$$0.0670 \leq L_5 \leq 0.2681$$

$$0.0054 \leq L_7 \leq 0.0216$$

Incrementos de inductancias y número de conmutadores.

Desfase máximo entre susceptancias y conductancias armónicas,

$$\phi = 16.86^\circ.$$

Susceptancias máximas residuales en mhos:

$$\Delta B(1) = 0.379$$

$$\Delta B(5) = 0.161$$

$$\Delta B(7) = 0.116$$

Inductancias incrementales en Henrios:

$$L_{o,1} = 0.0135$$

$$L_{0,5} = 0.0251$$

$$L_{0,7} = 0.0020$$

Número de conmutadores por rama $r = 3$

B.3. Programa DISENO.PAS en lenguaje pascal (Turbo Pascal

Versión 5.5 [108] [109] [110])

```
PROGRAM Diseno;
USES CRT;
CONST   NA=3; NA1=4 ; ND=50; H=64;
        dB=4;          (* Ymin = Ymax / dB *)
        dF = 0.04 ;    (* Fmax - F deseado *)
        directorio = 'D:\datos';
        document = 'Document.doc' ;
TYPE    mat=ARRAY [1..NA,1..NA1] OF REAL;
        vector=ARRAY [1..NA] OF REAL;
        indice=ARRAY[1..NA1] OF BYTE;
        extremos=ARRAY[1..NA,1..2] OF REAL;
        fichero=STRING[22];
CONST   E : VECTOR = (380,76,38);
        n : INDICE = (1,5,7,12);
        n1 : INDICE = (1,25,49,144);
VAR
        A: MAT;
        LM,G: EXTREMOS;
        B,P,L: VECTOR;
        xm: INTEGER;

FUNCTION nombrefil(b1:VECTOR;k:INTEGER; opcion:CHAR):FICHERO;
(* b1(1)=Bmax, b1(2)=Bmin, k=indice armónico, opcion 'L' o 'N' *)
(* L=inductancia, N polo o armónico *)
VAR
        A: FICHERO;
        v,b2: REAL;
        s1: STRING[2];
        s2: STRING[1];
        A1: STRING[7];
        valor,x,j: BYTE;

BEGIN
        A:='B';
        IF (opcion='N') THEN
                BEGIN
```

```

        valor:=1;
        STR(n[k],s1); A1:=CONCAT(opcion,s1);
        STR(n[k+1],s1);
        A1:=CONCAT(A1,','opcion,s1);
    END
ELSE
    BEGIN
        valor:=2;
        STR(k,s1);
        A1:=CONCAT(','opcion,s1);
    END;
FOR j:=1 TO valor DO
    BEGIN
        IF (j=2) THEN b1[j]:=B1[k]/dB ELSE b1[j]:=B1[k];
        b2:=ABS(b1[j]);
        v:=INT(b2);
        STR(v:0:1,s2); A:=CONCAT(A,s2);
        FOR x:=1 TO 2 DO
            BEGIN
                b2:=10*(b2-v); v:=INT(b2);
                STR(v:0:1,s2);
                A:=CONCAT(A,s2);
            END;
        END;
        A:=CONCAT(A,A1);
        nombrefil:=A;
    END;
END;

PROCEDURE entradas(VAR B: VECTOR; VAR G:EXTREMOS);
BEGIN
    G[1,2]:= 5 ; G[2,2]:= 2.12 ; G[3,2] := 1.53;
    B[1] :=-4 ; B[2] :=-1.2 ; B[3] :=-0.86;
    G[1,1]:=G[1,2] / dB ; G[2,1]:=G[2,2] /dB ;
    G[3,1]:=G[3,2] / dB ;
END;

PROCEDURE matriz(VAR A: MAT; B,P:vector);
VAR i,c,f:BYTE;
    p1:VECTOR;
BEGIN
    FOR i:=1 TO NA DO p1[i]:=SQR(p[i]);
    FOR f:=1 TO NA DO
        FOR c:=1 TO NA DO a[f,c]:=n[f]/(p1[c]-n1[f]);
        FOR i:=1 TO NA DO a[i,na1]:=-B[i];
    END;
END;

PROCEDURE resolver(A1:MAT; VAR L1 : VECTOR);

VAR

```

```

                k:REAL;
        i,v,v1,f,f1,c,c1,na2:BYTE;

BEGIN
    na2:=na-1;
    FOR v:=1 TO NA2 DO
        BEGIN
            v1:=v+1;
            FOR c:=v1 TO NA1 DO a1[v,c]:=a1[v,c]/a1[v,v];
            a1[v,v]:=1;
            FOR f:=v1 TO NA DO
                FOR c:=v1 TO NA1 DO a1[f,c]:=a1[f,c]/a1[f,v]-a1[v,c];
            END;
            v:=NA;
            FOR i:=1 TO na2 DO
                BEGIN
                    a1[v,na1]:=a1[v,na1]/a1[v,v]; ; a1[v,v]:=1;
                    FOR f:=1 TO (v-1) DO
                        BEGIN
                            v1:=v-1 ;
                            K:=1/a1[f,v];
                            FOR c:=f TO v1 DO a1[f,c]:=a1[f,c]/a1[f,v];
                            a1[f,na1]:=a1[f,na1]/a1[f,v]-a1[v,na1];
                        END;
                        v:=v-1;
                    END;
                    L1[1]:=a1[1,1]/a1[1,na1];
                    FOR i:=2 TO NA DO L1[i]:=1/a1[i,na1];
                END;
            END;
        END;

PROCEDURE archivoL_P(VAR xm : INTEGER; B : vector);
VAR nombrefichero: ARRAY[1..3] OF TEXT ;
    RES: ARRAY[1..2] OF TEXT;
    nombre: FICHERO;
    nombre_res: ARRAY[1..2] OF STRING[12];
    b1,L1,dp,p: VECTOR;
    x1: INDICE;
    i,j,k,l: BYTE;
    n_res: STRING[1];
    Lm: EXTREMOS;

BEGIN
    xm:=0;
    FOR i:=1 TO NA DO FOR j:=1 TO 2 DO LM[i,j]:=MAXINT;
    FOR l:=1 TO 2 DO
        BEGIN
            STR(l,n_res);
            nombre_res[l] := CONCAT('POL_IND.RE',n_res);
            ASSIGN(RES[l],nombre_res[l]);
            REWRITE(RES[l]);
        END;
    END;
END;

```

```

FOR k:=1 TO NA DO IF (l=1) THEN b1[k]:=B[k] ELSE b1[k]:=B[k]/dB;
FOR k:=1 TO NA DO
BEGIN
    nombre:=nombrefil(b1,k,'N');
    ASSIGN(nombrefichero[k],nombre);
    REWRITE(nombrefichero[k]);
END;
FOR i:=1 TO NA DO dp[i]:=(n[i+1]-n[i])/ND;
FOR i:=1 TO NA DO p[i]:=n[i];
FOR j:=1 TO (ND-1) DO
BEGIN
    FOR i:=1 TO NA DO p[i]:=p[i]+dp[i];
    MATRIZ(A,B1,P);
    RESOLVER(A,L1);
    WRITELN(RES[],J,' ',L1[1]:1:4,' ',L1[2]:1:4,' ',L1[3]:1:4);
    FOR k:=1 TO (NA-1) DO IF (L1[k]<LM[k,l]) THEN
        BEGIN
            X1[k]:=j;
            LM[k,l]:=L1[k];
        END;
    FOR k:=1 TO NA DO
        WRITELN(nombrefichero[k],j,',',L1[k]:2:4);
    END;
    FOR k:=1 TO (NA-1) DO xm:=xm+x1[k];
    FOR k:=1 TO NA DO CLOSE(nombrefichero[k]);
    CLOSE(RES[]);
END;
xm:=ROUND(xm/(l*(NA-1)));
END;

PROCEDURE minimos(xm: INTEGER; B : vector; VAR LM : extremos);
VAR    nombrefichero:ARRAY[1..3] OF TEXT ;
        b1:VECTOR;
        x2:REAL;
    j,k,l,posicion,longitud:BYTE;
        x1,result:INTEGER;
        nombre:FICHERO;
        c:STRING[10];
        linea:STRING[255];

BEGIN
    FOR l:=1 TO 2 DO
    BEGIN
        FOR k:=1 TO NA DO IF (l=1) THEN b1[k]:=B[k] ELSE b1[k]:=B[k]/dB;
        FOR k:=1 TO NA DO
        BEGIN
            nombre:=nombrefil(b1,k,'N');
            ASSIGN(nombrefichero[k],nombre);
            RESET(nombrefichero[k]);

```

```

END;
FOR k:=1 TO NA DO
  BEGIN
    REPEAT
      READLN(nombrefichero[k],linea);
      posicion:=POS(',',linea)-1;
      C:=COPY(linea,1,posicion);
      VAL(C,x1,result);
    UNTIL (x1>=xm) ;
      posicion:=posicion+2; longitud:=LENGTH(linea);
      C:=COPY(linea,posicion,longitud);
      VAL(C,x2,result);
      LM[k,l]:=x2;
    END;
  FOR k:=1 TO NA DO CLOSE(nombrefichero[k]);
END;
END;

PROCEDURE archivoB_L(LM: EXTREMOS; xm:INTEGER;
  B: VECTOR; VAR p: VECTOR; VAR A:MAT;
VAR      nombrefichero: ARRAY[1..3] OF TEXT ;
          Fres: TEXT;
          Bx: VECTOR;
          x,i,j,k: BYTE;
          nombre : FICHERO;

BEGIN
  FOR k:=1 TO NA DO p[k]:=n[k]+(n[k+1]-n[k])*xm/ND;
  ASSIGN(Fres,'IND_SUSC.RES');
  REWRITE(Fres);
  FOR k:=1 TO NA DO
  BEGIN
    nombre:=nombrefil(b,k,'L');
    ASSIGN(nombrefichero[k],nombre);
    REWRITE(nombrefichero[k]);
  END;
  MATRIZ(A,B,P);
  FOR x:=0 TO H DO
  BEGIN
    WRITELN(Fres);
    WRITE(Fres,x);
    FOR j:=1 TO NA DO L[j]:=LM[j,1]+(LM[j,2]-LM[j,1])*X/h;
    FOR k:=1 TO NA DO
      BEGIN
        BX[k]:=0;
        FOR i:=1 TO NA DO BX[k]:=BX[k]+a[k,i]/L[i];
        WRITELN(nombrefichero[k],x,',',BX[k]:2:3);
        WRITE(Fres,Bx[k]:15:4);
      END;
    END;
  END;
END;

```

```

FOR k:=1 TO NA DO CLOSE(nombrefichero[k]);
CLOSE(Fres);
END;

```

```

FUNCTION Fmax(G:EXTREMOS):REAL;
VAR i : BYTE ;
    Pac, Pap, Vrms, Irms, aux : REAL;
    V2 : VECTOR;
BEGIN
    Pac := 0 ; Vrms:= 0; Irms:=0;
    FOR i:=1 TO Na DO
    BEGIN
        V2[i] := SQR(E[i]);
        aux := V2[i] * G[i,2] ;
        Vrms := Vrms + V2[i] ;
        Pac := Pac + aux ;
        Irms:= Irms + aux * G[i,2];
    END;
    Vrms := SQRT(Vrms) ; Irms := SQRT(Irms);
    Pap := Vrms * Irms ;
    Fmax := Pac / Pap ;
END;

```

```

PROCEDURE Interruptores(A:MAT; B:VECTOR ;
    Lm,G : EXTREMOS; VAR Lo : VECTOR; VAR r: BYTE);
VAR
    Seno2, tag, max : REAL ;
        maxi: INTEGER;
        i : BYTE;
        b1,r1 : VECTOR;

```

```

BEGIN
    max := Fmax(G) ;
    Seno2 := 2 * dF / ( max - dF );
    tag := SQRT (Seno2/(1-Seno2) );
    FOR i:= 1 TO Na DO
    BEGIN
        B1[i] := B[i] + 2 * G[i,1] * Tag ;
        a[i,Na1] := -B1[i] ;
    END;
    Resolver(A,Lo);
    FOR i:=1 TO Na DO Lo[i] := Lo[i]- Lm[i,1] ;
    max := -MAXINT;
    FOR i:=1 TO Na DO
    BEGIN
        R1[i] := ( Lm[i,2] - Lm[i,1] ) / Lo[i];
        IF (max < R1[i]) THEN MAX := r1[i];
    END;
    maxi := ROUND(max + 1);

```

```
r := 1 ;
WHILE (Maxl > 1) DO
BEGIN
    maxi := maxi SHR 1 ;
    r := r + 1 ;
END;
if (r <> 1) THEN r := r - 1 ;
maxi := 1 SHL r;
FOR i:= 1 TO Na DO Lo[i]:= (Lm[i,2]-Lm[i,1]) / maxi ;
END;
```

```
PROCEDURE documento(M:MAT; B,p:VECTOR; Lm,G:EXTREMOS);
VAR
    nombre: TEXT;
    A,C,D: STRING[80];
    B1,Lo: VECTOR;
    i,l,r: BYTE;
```

```
BEGIN
    ASSIGN(nombre,DOCUMENT);
    REWRITE(nombre);
    Writeln('Comience a escribir lo que desee que contenga el archivo ');
    Writeln('Cuando desee terminar <CR> -1 <CR>');
    REPEAT
        READLN(A);
        IF (A <> '-1') THEN Writeln(nombre,A);
    UNTIL (A = '-1');
    Writeln(nombre);
    Writeln(nombre,' Archivos creados en este subdirectorio');
    Writeln(nombre);
    Writeln(nombre,'1 POLOS(puntero)-INDUCTANCIAS');
    Writeln(nombre);
    FOR l:=1 TO 2 DO FOR i:=1 TO NA DO
        BEGIN
            IF (l=1) THEN B1[i]:=B[i] ELSE B1[i]:=B[i]/dB;
            Writeln(nombre,nombrefil(b1,i,'N'):10);
        END;
    Writeln(nombre);
    Writeln(nombre,'2 INDUCTANCIA-SUSCEPTANCIA');
    Writeln(nombre);
    FOR l:=1 TO 2 DO FOR i:=1 TO NA DO
        BEGIN
            IF (l=1) THEN B1[i]:=B[i] ELSE B1[i]:=B[i]/dB;
            Writeln(nombre,nombrefil(b1,i,'L'));
        END;
    Writeln(nombre);
    A:=' Valores de parámetros y variables: ';
    Writeln(nombre,A);Writeln(nombre);
    Writeln(nombre,'SUSCEPTANCIAS MAXIMAS':10);
```

```

FOR i:=1 TO NA DO
  BEGIN
    D:=""; C:="";
    STR(i,C);      D:=CONCAT(D,' B(' ,C,')=');
    STR(B[i]:2:3,C);  D:=CONCAT(D,C);
    WRITELN(nombre,D:10);
  END;
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,'CONDUCTANCIAS MAXIMAS':10);
FOR i:=1 TO NA DO
  BEGIN
    D:=""; C:="";
    STR(i,C);      D:=CONCAT(D,' G(' ,C,')=');
    STR(G[i,2]:2:3,C);  D:=CONCAT(D,C);
    WRITELN(nombre,D:10);
  END;
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,'ARMONICOS':10);
FOR i:=1 TO NA DO
  BEGIN
    C:=""; D:="";
    STR(i,C);      D:=CONCAT(D,' n(' ,C,')=');
    STR(n[i],C);  D:=CONCAT(D,C);
    WRITELN(nombre,D:10);
  END;
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,' VALORES OBTENIDOS EN LOS ARCHIVOS GENERADOS :');
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,'ELECCION DE POLOS');
WRITELN(nombre);
FOR i:=1 TO NA DO
  BEGIN
    C:=""; D:="";
    STR(i,c);      D:=CONCAT(D,' P(' ,C,')=');
    STR(p[i]:2:3,C);  D:=CONCAT(D,C);
    WRITELN(nombre,D:10);
  END;
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,'VALORES EXTREMOS DE INDUCTANCIAS:');
FOR i:=1 TO NA DO
  BEGIN
    A:=""; C:=""; D:="";
    STR(LM[i,1]:3:4,A); STR(LM[i,2]:3:4,C); STR(i,D);
    A:=CONCAT('L(' ,D,')' , ' ,A, ' ,C);
    WRITELN(nombre,A);
  END;
WRITELN(nombre);
Interruptores(M,B,Lm,G,Lo,r);
WRITELN(nombre,'INDUCTANCIAS INCREMENTALES');

```

```
FOR i:=1 TO NA DO
  BEGIN
    A:=""; C:=""; D:="";
    STR(Lo[i]:3:4,A); STR(i,C);
    A:=CONCAT('L(',C,')',' ',A);
    WRITELN(nombre,A);
  END;
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,'NUMERO DE INTERRUPTORES / RAMA = ',r:4);
WRITELN(nombre);
WRITELN(nombre,'PARAMETROS UTILIZADOS');
WRITELN(nombre);
A:="";STR(NA,A); D:=CONCAT(A,' Número de armónicos');
WRITELN(nombre,D) ;
A:="";STR(ND,A); D:=CONCAT(A,' N° de divisiones del intervalo de los polos (gráficas)');
WRITELN(nombre,D);
A:="";STR(H+1,A);D:=CONCAT(A,' N° de divisiones de las inductancias (gráficas)');
WRITELN(nombre,D);
A:=""; STR(dB,A);D:=CONCAT(A,' Factor que divide las susceptancias máximas para obtener las
mínimas');
  WRITELN(nombre,D);
  CLOSE(nombre);
END;

BEGIN
  ENTRADAS(B,G);
  CHDIR(directorio);
  ARCHIVOL_P(xm,B);
  MINIMOS(xm,B,LM);
  archivoB_L(LM,xm,B,p,A);
  documento(A,B,p,Lm,g);;
  CHDIR('\');
END.
```

Apéndice C.

Simulación del funcionamiento de un compensador de mallas LC para el caso de una carga que varíe aleatoriamente

C.1. Algoritmo del programa COMPENSAR.

Su objetivo es mostrar las magnitudes eléctricas básicas correspondientes a la simulación del funcionamiento de un compensador de mallas LC del que se conoce sus parámetros básicos, algunos de ellos calculados por el programa "DISENO.PAS". Estos parámetros son:

Armónicos presentes en la alimentación,

Valores de los polos,

Número de interruptores de cada rama,

Inductancias mínimas,

Inductancias incrementales,

para mejorar la velocidad de los cálculos, en este programa se incluyen como constantes. Se supone una carga que varía entre unas cotas conocidas y se generan los valores de sus admitancias, mediante números pseudoaleatorios. El programa muestra en pantalla, para cada carga, las magnitudes más características del circuito, sin compensación y con ella.

CONSTANTES DE DATOS SIMPLES.

NA: Número de armónicos.

Interruptores: Número de conmutadores.

Fb: Factor por el que se multiplican las admitancias máximas para obtener las mínimas.

CONSTANTES DE DATOS ESTRUCTURADOS.

n: Tabla de NA posiciones de enteros, contienen los índices de los armónicos de la tensión de alimentación.

p: Tabla de NA posiciones de reales, contiene los valores de los polos del compensador.

Lmin: Tabla de NA posiciones de reales, contiene los valores mínimos de las inductancias del compensador.

Lo: Tabla de NA posiciones de reales, contiene las inductancias incrementales del compensador.

E: Tabla de NA posiciones de reales, contiene los valores eficaces de las tensiones armónicas de alimentación.

Zs: Tabla de (2 x NA) posiciones de reales, contiene las impedancias armónicas del generador.

Ymax: Tabla de (2 x NA) posiciones de reales, contiene las admitancias armónicas máximas de la carga.

VARIABLES GENERALES.

- YI: Tabla de (2 x NA) posiciones de reales, para contener las admitancias armónicas de la carga
- f1,f2: Tablas de NA posiciones de reales para contener los números pseudoaleatorios que se han de utilizar para calcular las admitancias de la carga y con ello simular sus variaciones.
- F: Real para contener el valor del factor de potencia.
- A,T: Tablas de (NA x NA) posiciones de reales para contener:
A, la matriz de coeficientes del sistema lineal (1,2,4)
T, las transformaciones que se han de realizar con los términos independientes del sistema lineal para obtener las soluciones.

OTRAS VARIABLES LOCALES UTILIZADAS COMO ARGUMENTO DE LOS SUBPROGRAMAS.

- L,dB: Tablas de NA posiciones de reales para contener, respectivamente, inductancias de compensación y susceptancias residuales.
- dl: Real para la intensidad residual.
- config: Tabla de NA posiciones de enteros para los números naturales H_i que definen la configuración de una rama LC (1,4,4).
- posibilidad: Entero que define una de las combinaciones posibles referidas en el apartado 1.5.2

SUBPROGRAMAS.

Procedimiento MATRIZ(A)

Parámetro de salida: A

Calcula la matriz de coeficientes del sistema lineal (1,2,4). Esta no cambia durante la ejecución del programa ya que sus valores dependen de las constantes: polos e índices de armónicos.

Procedimiento TRANSFORMACIONES(A,T)

Parámetro de entrada: A.

Parámetro de salida: T.

Calcula y guarda en la tabla T los operandos de las transformaciones de filas que hacen triangular a la matriz de coeficientes A [32]. Esta matriz T, no cambia durante la ejecución del programa.

Procedimiento RESOLVER(T,K)

Parámetro de entrada: T.

Parámetro de entrada y salida: K es tabla de N_a posiciones de reales. Como parámetro de entrada recibe los términos independientes (susceptancias) y como parámetro de salida devuelve los inversos de las soluciones, esto es las inductancias L_i .

Obtiene las soluciones del sistema lineal (1,2,4) en dos etapas sucesivas. En la

primera se realizan sobre cada uno de los términos independientes, las mismas operaciones de filas (contenidas en la matriz de transformaciones) que hacían triangular a la matriz del sistema, en la segunda se despejan los valores inversos de sus soluciones, comenzando por la última fila.

Procedimiento RESIDUOS (A,YI,L,dB,Ires)

Parámetros de entrada: A, YI, L.

Parámetros de salida:

dB,

Ires es un real para contener el cuadrado de la intensidad reactiva residual.

Calcula las susceptancias armónicas residuales dB, sumando las de la carga y las de compensación, las primeras están contenidas en la tabla YL mientras que las segundas se obtienen mediante (1,2,4) con los datos de las matrices A y L. Los valores calculados se emplean, a continuación, para calcular la intensidad reactiva residual Ires, ecuación (1,5,1).

Procedimiento CONFIGURAR(A,YI,L)

Parámetro de entrada: A, YI.

Parámetro de salida: L.

Obtiene la aproximación discreta de L, según el apartado 1.5.1, que produce

menor intensidad reactiva residual (1,5,1)

Algoritmo:

- Calcular los valores enteros por defecto de los números H_i que según (1,4,4) definen la configuración de la rama i .
- Para cada una de las 2^M combinaciones posibles y cada valor, por defecto ó por exceso, de H_i
 - Calcular los valores discretos de las inductancias de cada rama del compensador, aplicando (1,4,4), y guardarlos en la tabla L.
 - Calcular la intensidad reactiva residual con los valores de la tabla L, según (1,5,1).
 - Guardar los valores de las tablas L y H_i que optimizan la intensidad reactiva residual, comparándola con el valor de la iteración anterior (apartado 1.5.2).

Procedimiento ANALISIS(Y_I ,dB,F)

Parámetro de entrada: Y_I , dB.

Parámetro de salida: F.

Calcula el factor de potencia y muestra en pantalla las magnitudes mas importantes obtenidas en el análisis del circuito formado por generador, compensador y carga.

Función TIEMPO(t): es real

Parámetro de entrada: t

Devuelve el tiempo transcurrido entre el instante t y el actual.

Procedimiento RESPUESTA(A,T,YI,F)

Parámetros de entrada: A, T, YI.

Parámetro de salida: F.

Solicita el análisis del circuito sin compensación y con ella, mostrando el tiempo de respuesta del compensador.

Algoritmo:

- Ejecuta el subprograma **ANALISIS** sin compensación. Para ello, al parámetro de susceptancias residuales dB, se le asigna las de la carga.
- Obtiene los valores continuos de las inductancias de compensación de la tabla L, mediante **RESOLVER**.
- Obtiene las inductancias discretas, que ha de intercalar el compensador, mediante **CONFIGURAR**.
- Obtiene las susceptancias residuales dB, mediante **RESIDUOS**.
- Ejecuta **ANALISIS** con estos valores de susceptancias residuales.

ALGORITMO DEL BLOQUE PRINCIPAL

- Ejecuta **MATRIZ** para obtener la matriz **A** de coeficientes del sistema lineal (1,2,4).
- Ejecuta **TRANSFORMACIONES** para obtener la matriz **T** de transformaciones de filas, que hace triangular a la del sistema.
- Calcula valores pseudoaleatorios de la admitancia de la carga y con ellos ejecuta **RESPUESTA** para simular la respuesta del circuito con compensación y sin ella.

C.2. Simulación numérica del funcionamiento del compensador

Con los datos del párrafo B.2, el programa COMPENSA.PAS realiza iteraciones en las que se generan valores pseudoaleatorios para la carga y se simula su compensación mediante mallas LC. De las posibles situaciones se ha seleccionado las mas significativas, que corresponden al caso mas desfavorable, en que las susceptancias son las mayores en valor absoluto y las conductancias las menores. Los resultados para

$$G(1)=1.3 \omega; G(5)=0.5 \omega; G(7)=0.4 \omega;$$

$$V_e=389.4 \text{ V}; F_{\max}=0.991,$$

se recogen en las tablas Tabla C,2, Tabla C,3, Tabla C,4 y Tabla C,5. Las filas que comienzan por N indican sin compensación, mientras que las comenzadas por S, se refieren a la carga del caso anterior pero compensada.

El tiempo de proceso se ha obtenido mediante la media del empleado en 100 iteraciones en un ordenador personal con procesador 80486Dx y frecuencia de reloj 33 Mhz

Apéndice C: Simulación del funcionamiento del compensador LC

Tabla C,1 .- Tiempos de ejecución del programa compensar.pas para los datos del apartado B.2

Armónicos	2	3	4	5	6	7
Tiempo(ms)	3.9	12.6	28.6	68.6	169.1	199.1

Tabla C,2 .- Valores obtenidos en una simulación correspondiente a los valores del apartado B.2.

Comp.	B(1)	B(5)	B(7)	Irms	FP
N	-3.6	-1.0	-0.7	1459	0.324
S	0.4	0.2	0.1	499	0.948

Tabla C,3.- Valores obtenidos en una simulación correspondiente a los valores del apartado B.2.

Comp.	B(1)	B(5)	B(7)	Irms	FP
N	-2.9	-0.7	-0.5	1189	0.398
S	0.1	0.2	0.2	478	0.990

Tabla C,4.- Valores obtenidos en una simulación correspondiente a los valores del apartado B.2.

Comp.	B(1)	B(5)	B(7)	Irms	FP
N	-2.1	-0.4	-0.3	932	0.507
S	0.2	0.3	0.3	483	0.979

Tabla C,5.- Valores obtenidos en una simulación correspondiente a los valores del apartado B.2

Comp.	B(1)	B(5)	B(7)	Irms	FP
N	-1.3	-0.1	0.0	700	0.676
S	0.0	0.2	0.0	477	0.990

C.3. Programa COMPENSAR.PAS en lenguaje pascal (Turbo Pascal Versión 5.5 [108] [109] [110]).

```
PROGRAM COMPENSAR;
Uses
  Crt,
  Dos,
  Printer;
CONST
  NA= 3;
  Na1 = 4 ;
  interruptores= 3;
  w= 314.1592;
  fb= 0.25; (* Ylmin= fb YL *)
  posiciones = 7; (* (2^interruptores) -1 *)
  posibilidades = 7; (* (2^NA) -1 *)
TYPE
  complejo= ARRAY[1..2] OF REAL ;
  mat= ARRAY [1..Na,1..Na] OF REAL;
  vector= ARRAY [1..Na] OF REAL;
  indice= ARRAY[1..Na] OF INTEGER;
  VectorComplejo= ARRAY[1..Na] OF complejo;
CONST
  n : INDICE =(1,5,7);
  n1: INDICE =(1,25,49);
  E : VECTOR =(380,76,38);
  Zs: VectorComplejo = ((0,0), (0, 0),
    (0, 0) ) ;
  p : VECTOR =(3.88,6.44,10.6);
  p1: VECTOR =(15.0544,41.4736,112.36);
  Lmin: VECTOR =(3.61E-2, 6.7E-2, 5.4E-3);
  Lo: VECTOR =(1.35E-2, 2.51E-2, 2E-3);
  Ymaxl: VectorComplejo= ( (5,-4), (2.12, -1.2), (1.53, -0.86) );
VAR
  A,T: MAT;
  Yl: VectorComplejo;
  factor1,factor2: VECTOR;
  F: REAL ;
  k: BYTE ;
  cont: CHAR;
```

```

PROCEDURE matriz(VAR A: MAT) ;
VAR i,c,f:BYTE;
BEGIN
  FOR f:=1 TO NA DO
    FOR c:=1 TO NA DO a[f,c]:=n[f]/(SQR(p[c])–SQR(n[f]));
  END;
END;

```

```

PROCEDURE Transformaciones(A: MAT; VAR T:MAT) ;
  VAR f,c,n : BYTE;
      k : REAL;
BEGIN
  FOR n:= 1 TO NA DO
    BEGIN
      k:= 1/A[n,n];
      A[n,n] := k;
      FOR c := (n+1) TO NA DO A[n,c] := A[n,c] * k ;
      FOR f := (n+1) TO NA DO
        IF (A[f,n] <> 0)
          THEN BEGIN
              k:= 1/A[f,n];
              A[f,n] := k ;
              FOR c:=(n+1) TO NA DO A[f,c]:=A[f,c]*k–A[n,c];
            END
          ELSE FOR c:=(n+1) TO NA DO A[f,c]:=A[f,c] ;
        END;
      T := A ;
    END;
  END;

```

```

PROCEDURE Resolver(T:MAT; VAR K :VECTOR) ;
VAR n,f,c:BYTE;
    x:VECTOR;
BEGIN
  (* Triangula *)
  FOR n:=1 TO NA DO IF (T[n,n] <> 0) THEN
    BEGIN
      K[n] := K[n] * T[n,n] ;
      FOR f:=(n+1) TO NA DO K[f]:= K[f]*T[f,n]–K[n] ;
    END;
  (* despeja *)
  FOR n:=NA DOWNT0 1 DO
    BEGIN
      FOR f:=1 TO (n–1) DO K[f]:= K[f] – T[f,n] * K[n] ;
      K[n] := 1 / K[n] ;
    END;
  END;
END;

```

```

PROCEDURE residuos( A: MAT ;
  YI: VectorComplejo;
  L: VECTOR;

```

```

        VAR dB: VECTOR ;
        VAR dl: REAL );

    (* calcula dB=Bn residuales y suma desviaciones *)

VAR i,j:INTEGER;
    vi:REAL;(*variable intermedia*)
BEGIN
    dl:= 0;
    FOR i:=1 TO NA DO
        BEGIN
            vi:=Yl[i,2];
            FOR j:=1 TO NA DO vi:=vi+a[i,j]/L[j];
            dB[j]:=vi;
            dl := dl + SQR(E[j]* dB[j]);
        END;
    END;

PROCEDURE configurar(  A: MAT;
                      Yl: VectorComplejo;
                      VAR L : VECTOR );

VAR
    config : INDICE;
    min : REAL;
    Poptima : INTEGER ;
    dB : VECTOR ;

    PROCEDURE inicial(VAR L : VECTOR;
                      VAR config: INDICE ) ;
    VAR    r : BYTE;
    BEGIN
        FOR r := 1 TO NA DO
            BEGIN
                config[r] := TRUNC ((L[r] - Lmin[r])/Lo[r]);
                IF (config[r] > posiciones )
                    THEN config[r] := posiciones;
                L[r] := Lmin[r] + config[r] * Lo[r];
            END;
        END;

    PROCEDURE asigna(posibilidad: INTEGER;
                      VAR L: VECTOR ;
                      config: INDICE );
    VAR r,x : INTEGER;
        config1: INDICE;
    BEGIN
        FOR r :=1 TO NA DO
            BEGIN
                x := posibilidad MOD (1 SHL r);
            END;
        END;
    END;

```

```

        config1[r] := config[r] + x ;
        L[r] := Lmin[r] + config1[r] * Lo[r];
    END;
END;

FUNCTION optima(  A: MAT;
                 Yl: VectorComplejo;
                 L: VECTOR;
                 Config: INDICE ;
                 VAR min: REAL  ): INTEGER;

(* Obtiene el nº de la posibilidad óptima *)

VAR combinacion : INTEGER;
    dB1: REAL;
    L1: VECTOR;
    dB: VECTOR;
BEGIN
    dB1 := MAXINT;
    optima := 0;
    FOR combinacion := 1 TO posibilidades DO
    BEGIN
        L1:= L;
        asigna(combinacion,L1,config);
        residuos(A,Yl,L1,dB,dB1);
        IF dB1 < min THEN
        BEGIN
            min := dB1 ;
            optima := combinacion ;
        END;
    END;
END;

BEGIN (* de configurar *)
    inicial(L,config);
    residuos(A,Yl,L,dB,min);
    Poptima := optima(A,Yl,L,config,min) ;
    asigna(Poptima,L,config) ;
END;

PROCEDURE analisis( Yl1: VectorComplejo ;
                  dB: VECTOR ;
                  VAR F: REAL);
(*obtiene las variables del circuito compensado *)
VAR
    z : complejo ;
    V,I:VECTOR;
    Mzt,Mzl,Pac,Pap,Ve,Ie,Imin,Fmax,VI:REAL;
    j:BYTE;
BEGIN

```

```

le:=0 ;lmin:=0 ; Ve:=0; Pac:=0;
FOR j:=1 TO NA DO
BEGIN
  Y11[j,2]:=dB[j];
  vi:=SQR(Y11[j,1])+SQR(Y11[j,2]);
  Z[1]:=Y11[j,1]/vi ; Z[2]:=-Y11[j,2]/vi;
  MZl := 1/SQRT(vi) ;
  MZt:=SQRT(SQR(Z[1]+Zs[j,1])+SQR(Z[2]+Zs[j,2]));
  I[j]:=E[j]/MZt ; V[j]:=I[j]*MZl;
  Pac := Pac + SQR(V[j]) * Y11[j,1] ;
  Ve:=Ve+SQR(V[j]);
  le :=le+SQR(I[j]);
  lmin := lmin + SQR(V[j]) * Y11[j,1] ;
END;
lmin := SQRT(lmin);
le:=SQRT(le); Ve:=SQRT(Ve);
Pap:=Ve*le;
f:=Pac/Pap;
Fmax := Pac / (Ve * lmin) ;
WRITE('G(1)=' ,Y11[1,1]:4:1);
FOR j:=2 TO NA DO WRITE('G(:,j,)' ,Y11[j,1]:4:1);
WRITELN ;
WRITE('B(1)=' ,Y11[1,2]:4:1);
FOR j:=2 TO NA DO WRITE('B(:,j,)' ,Y11[j,2]:4:1);
WRITELN;
WRITELN('V(1)=' ,V[1]:1:1,'I(1)=':9,I[1]:3:1) ;
FOR j:=2 TO NA DO WRITELN('V(:,j,)' ,v[j]:5:1,V[j]/V[1]*100:8:1,
' % V(1)',I(:,5,j,)' ,I[j]:6:1,I[j]/I[1]*100:10:1, ' % I(1)');
WRITELN('Ve=' ,Ve:6:1,'le=':8,le:7:1);
WRITELN('Pap=' ,Pap:7:0,'Pac=':7,Pac:7:0);
WRITE('Factor de potencia=');
WRITELN(F:2:3,'Maximo ':10,Fmax:0:3);
WRITELN;
END;

FUNCTION tiempo(T:REAL):REAL;
VAR horas,minutos,segundos,centesimas : WORD ;
BEGIN
  GetTime(horas,minutos,segundos,centesimas) ;
  T := minutos * 60 + segundos + centesimas /100 - T;
  TIEMPO := t ;
END ;

PROCEDURE respuesta( A, T: MAT;
  Y11: VectorComplejo;
  VAR F: REAL);
VAR k: BYTE;
dB1,Tmp: REAL;
dB,L: VECTOR ;

```

```

BEGIN
  FOR k:=1 TO NA DO db[k]:=YI1[k,2];
  WRITELN(' VALORES SIN COMPENSAR ');
  WINDOW(5,2,75,11);
  ANALISIS(YI1,dB,F);
  WINDOW(5,12,75,24);
  WRITELN(' VALORES CON COMPENSACION :');
  Tmp:=TIEMPO(0);
  FOR k:= 1 TO NA DO L[k]:=-YI1[k,2] ;
  RESOLVER(T,L);
  CONFIGURAR(A,YI,L);
  Tmp:=TIEMPO(Tmp);
  WRITELN(' Tiempo de respuesta =',Tmp :6:3,' s');
  WRITELN ;
  RESIDUOS(A,YI,L,dB,dB1);
  ANALISIS(YI1,dB,F);
  WINDOW(1,1,80,24);
END;

```

```

BEGIN
  TEXTMODE(C80);
  TextBackGround(black);
  TextColor(white);
  MATRIZ(A);
  Transformaciones(A,T);
  FOR k:=1 TO NA DO
    BEGIN
      factor1 [k]:=1;
      factor2[k]:=1;
    END;
  REPEAT
    CLRSCR;
    FOR k:=1 TO NA DO
      BEGIN
        YI[k,1]:=fb*Ymaxl[k,1]*(1-factor1 [k])+
          Ymaxl[k,1]*factor1 [k];
        YI[k,2]:=fb*Ymaxl[k,2]*(1-factor2[k])+
          Ymaxl[k,2]*factor2[k];
      END;
    FOR k:=1 TO NA DO
      BEGIN
        factor1 [k]:=RANDOM;
        factor2[k]:=RANDOM;
      END;
    RESPUESTA(A,T,YI,F);
    cont := ReadKey ;
  UNTIL ( cont IN ['T','t'])
END.

```

Apéndice D.

**Simulación de compensación con TCR en
situaciones no senoidales**

D.1. Comparación de la compensación utilizando la formulación senoidal y la propuesta. Caso de una carga inductiva

Se considera el circuito de la Figura 2,1 compuesto por una carga inductiva de impedancia: $1 + j2 \Omega$, a la frecuencia de 50Hz, asociada a un compensador TCR con un condensador en paralelo de $2000 \mu\text{F}$, alimentada con una señal de tensión que contiene los armónicos de órdenes 1 y 2, Figura D,4

$$v(t) = \sqrt{2} [10 \sin(\omega_0 t) + \sin(2\omega_0 t + 30^\circ)],$$

el programa de cálculo del ángulo óptimo de disparo del TCR da como solución 150.12° considerando la formulación del caso senoidal, esto es, ignorando la existencia del segundo armónico y considerando solamente el armónico fundamental de la intensidad resultante en el TCR. La aplicación de las formulas (2,2,19) y (2,2,26) considerando los dos armónicos, cambia el valor del ángulo óptimo a 165.68° . Los efectos de estos resultados en la operación del TCR para controlar el FP se muestran en la Tabla D,1 .

En el primer caso existe una menor compensación de la componente imaginaria de la intensidad de la carga –lo que se refleja en un valor mayor de la I_{rms} generada y en un menor factor de potencia – que en el caso de aplicar la optimización del ángulo de disparo con las fórmulas (2,2,19) y (2,2,26) de la intensidad en el TCR

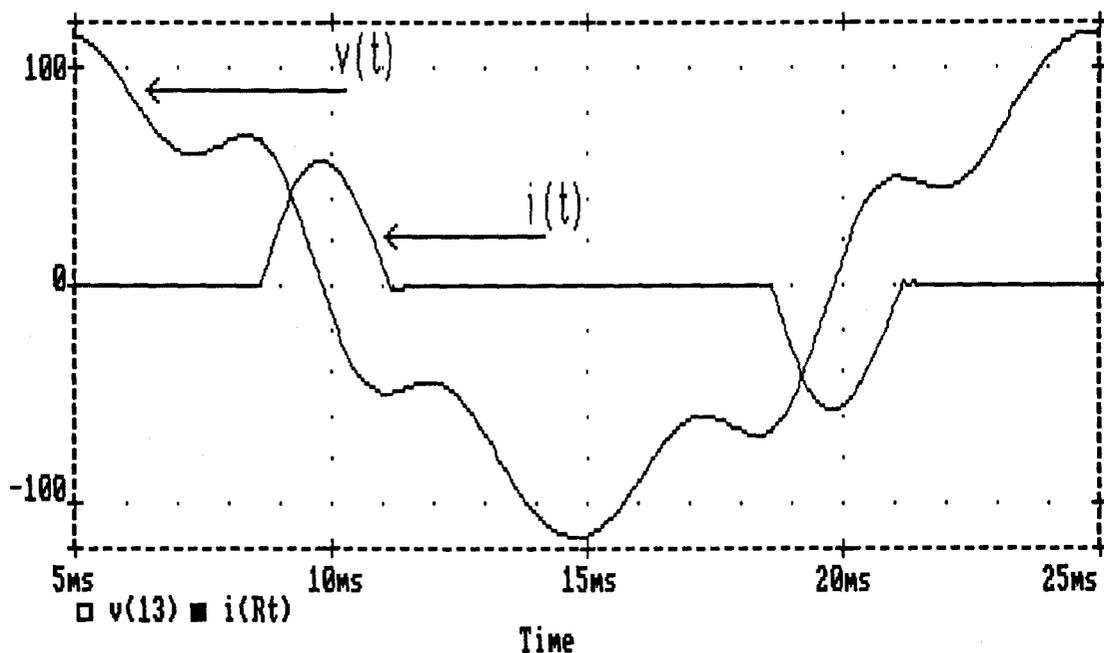


Figura D,4.- Señales correspondientes a una tensión deformada y a la intensidad resultante en el compensador TCR

Tabla D,1 .- Compensación de potencia reactiva suponiendo la tensión senoidal (TCR1) y no senoidal (TCR2), según la formulación propuesta

	Sin TCR	TCR(1)	TCR(2)
Vrms (V)	10.05		
Ireal (A)	2.0		
Imag (A)	4.0	2.4	2.1
Irms (A)	4.5	3.2	2.9
Vrms Irms (VA)	45.2	32.2	29.1
P activa	20.1	20.3	20.2
F P	0.4	0.6	0.7

D.2. Variación del factor de potencia en función del coeficiente de distorsión armónica

Supondremos que la señal de alimentación está compuesta por una componente fundamental de amplitud y fase constantes, a la que se añade el 5º armónico desfasado un valor constante (30°) respecto al fundamental con una amplitud que incrementaremos sucesivamente, de forma que obtengamos coeficientes crecientes de distorsión armónica (THD), desde 0% hasta 10%, sin variar la relación entre los ángulos de conducción positivo y negativo en los tiristores. Consideramos además, que la impedancia interna del generador es de valor despreciable respecto al de una carga de tipo inductivo, RL, cuyas admitancias a las frecuencias de los armónicos presentes son:

$$Y_1 = 0.2 + j 0.228 \Omega^{-1}, \quad Y_5 = 0.01 + j 3.04 \Omega^{-1}$$

siendo la reactancia del TCR: $X_L(\omega_0) = 0.25\Omega$. Para que el comportamiento de la carga sea capacitivo, se ha incorporado al TCR, en paralelo, un condensador de 2000 μF . El valor del factor de potencia y el de la intensidad eficaz en la

línea, ambos en función del THD de la tensión aplicada, se han representado en Figura D,5 y Figura D,6, de acuerdo con las condiciones del caso anterior. En la primera de las situaciones, por considerarse la tensión carente del 5º armónico, se obtuvo un ángulo óptimo de disparo (150.12°) invariante respecto al incremento del THD; en la segunda situación el valor óptimo del ángulo de disparo varía dentro del margen de distorsión considerado entre 156.37 y 153.93 grados.

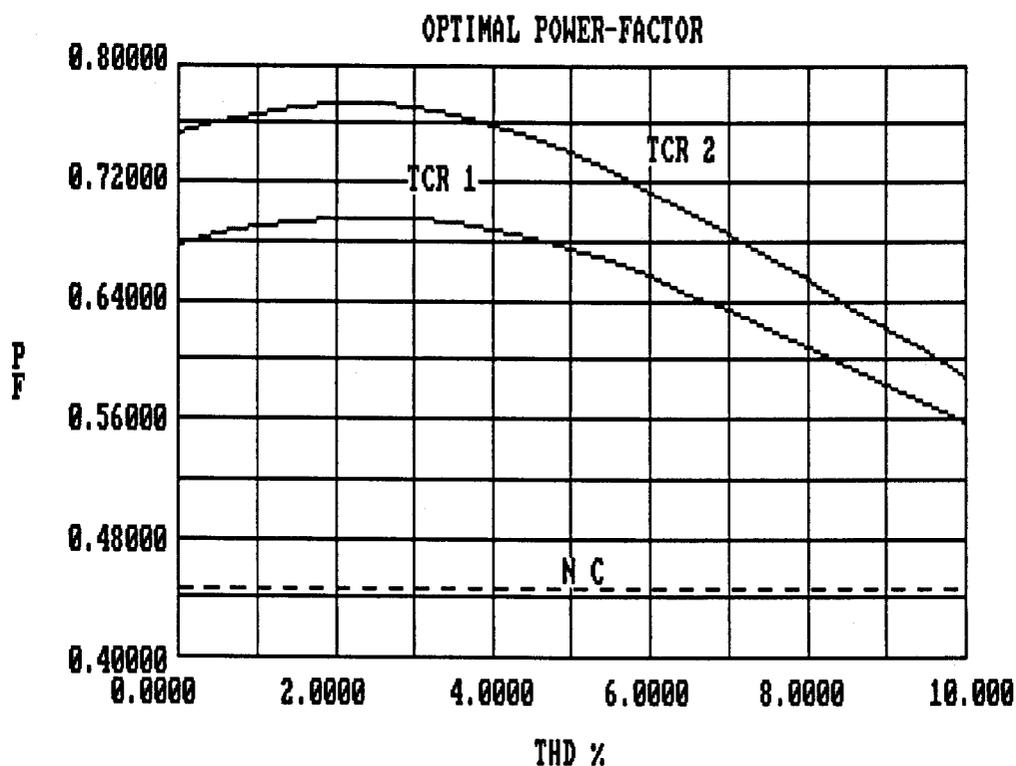


Figura D,5 .- Factor de potencia en función de los valores óptimos del ángulo de disparo y del coeficiente de distorsión armónica (THD) de la tensión.

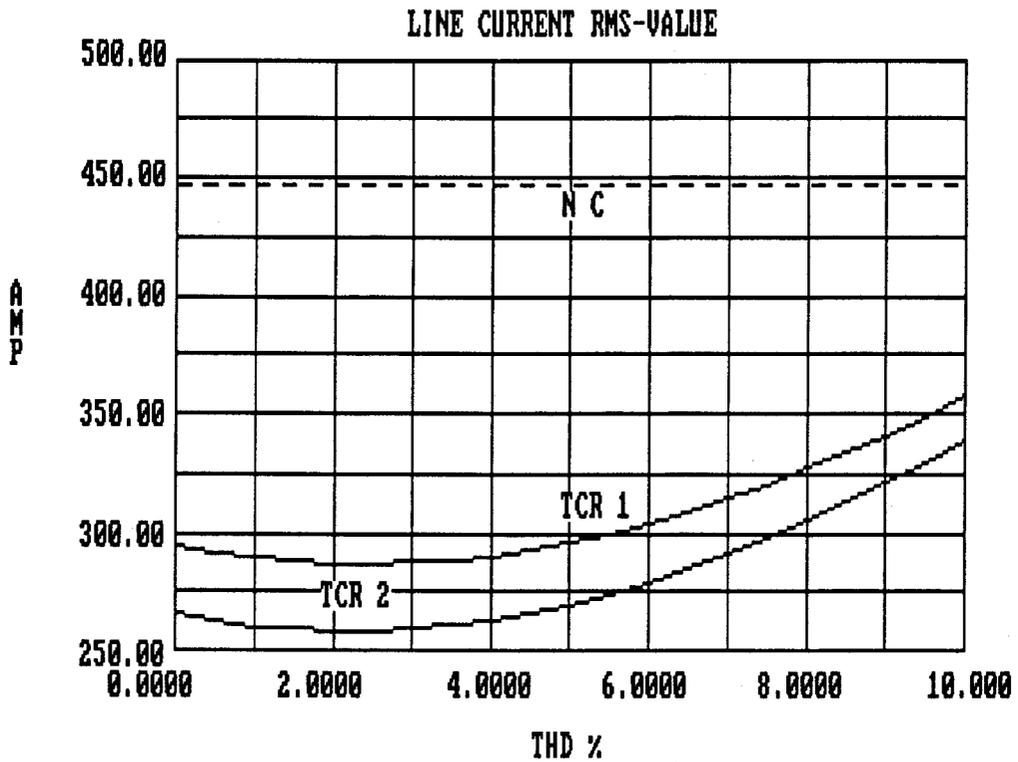


Figura D,6 .- Variación de la intensidad rms en función de los valores óptimos del ángulo de disparo y del coeficiente de distorsión armónica (THD) de la señal de tensión.

Apéndice E.

Algoritmos para la obtención de las secuencias de conmutación de los impulsos de intensidad que cancelan un conjunto de armónicos de la intensidad de la carga.

E.1. Algoritmo "Secuencias"

E.1.1. Descripción

La finalidad de este programa es simular el control del conmutador del compensador, Figura 4,6, en el caso de alimentación senoidal, calculando los ángulos de la secuencia de impulsos del compensador que hace mínima la función (3,5,5), correspondiente a la intensidad de la carga. Esta se expresa por los coeficientes (a_n, b_n) de su desarrollo en series trigonométricas según (4,3,2) y (4,3,3). El mínimo de la función, (3,5,5), coincide con el valor RMS de la intensidad en la línea de distribución debida a sus componentes no activas (lineales y no lineales).

ARCHIVOS DE ENTRADA

- 1 "Carga.dat": Contiene la información de la intensidad de la carga a compensar.

Tipo: ASCII.

Formato de los datos: Líneas formadas por un par de valores reales a_n , b_n separados por blancos. Cada línea contiene los coeficientes de la

intensidad de la carga correspondiente a un armónico, en la componente fundamental se ha de incluir el efecto de la inductancia fija, que le confiere a la carga carácter inductivo.

- 2 "Patrón.dat": Contiene la secuencia de conmutación con la que comienzan las iteraciones.

Tipo: ASCII.

Formato de los datos: Cada línea contiene el valor de un ángulo de conmutación en radianes. El fichero debe estar ordenado crecientemente por estos valores.

ARCHIVOS DE SALIDA

"Salida.dat": Contiene la secuencia de conmutación que hace mínima la función objetivo.

Tipo: ASCII.

Formato de los datos: Como en "Patrón.dat"

CONSTANTES DE DATOS SIMPLES

NA: Número de componentes armónicos de la intensidad de la carga que se han de cancelar.

NP: Número de ángulos de conmutación de la secuencia de impulsos de la

intensidad del compensador. Normalmente habrá un impulso por componente armónico de la carga, esto es $NP = 2 \times NA$.

λ : Multiplicador de Lagrange, de la ecuación de restricción, (3,5,5).

Tolerancia: Valor mínimo para la función objetivo.

lo: Valor máximo de la componente fundamental de la intensidad del compensador.

VARIABLES MAS IMPORTANTES DEL MODULO PRINCIPAL

d,da: Son tablas de $NP+1$ posiciones de reales cuyos cuadrados son los intervalos entre los ángulos de conmutación, medidos en radianes;

da: para la última iteración en curso.

d: para la actual.

La última posición de estas tablas, se utiliza para la variable de holgura d_{2M} de (3,5,4).

Carga, Compensada:

Son tablas de $2 \times NA$ posiciones de reales para contener los coeficientes a_n, b_n de la intensidad de la carga.

Carga: para los datos iniciales, contenidos en el archivo "Carga.dat".

Compensada: para los coeficientes de la intensidad de la carga compensada, esto es $(a_n + u_n), (b_n + v_n)$.

Patron,x: Son tablas de $NP+1$ posiciones de reales para contener, ordenadamente, la secuencia de ángulos de conmutación en radianes.

Cosenos, Senos:

Son tablas bidimensionales de $(NA+1) \times NP$ posiciones de reales para contener respectivamente las matrices C y S expresadas por (3,7,3) y (3,7,4).

L,Lo: Son reales para contener los valores de la función de Lagrange, (3,5,5), actual y de la última iteración respectivamente.

tiempo: Es real para contener el tiempo de proceso.

OTRAS VARIABLES UTILIZADAS COMO PARAMETROS EN LOS SUBPROGRAMAS

u,v: Son tablas de NA posiciones de reales para contener los coeficientes del desarrollo en series trigonométricas de la intensidad del compensador (4,3,2) y (4,3,3).

du,dv,ddu,ddv:

Son tablas bidimensionales de $NA \times NP$ posiciones de reales, para contener las matrices de las primeras derivadas parciales du,dv (3,7,8) y las matrices de las segundas derivadas parciales (ddu,ddv) dadas por (E,1,3) y (E,1,4).

g: Es tabla de $NP+1$ posiciones de reales para contener los valores de **Go**

dados por (3,5,16).

h: Es tabla bidimensional de $(NP+1) \times (NP+1)$ posiciones de reales para contener la matriz hessiana o las submatrices en que se descompone según (3,5,28).

Matriz,M: Son tablas bidimensionales de $(NP+1) \times (NP+1)$ posiciones de reales para contener los coeficientes del sistema lineal (3,5,29).

PROGRAMA PRINCIPAL

Finalidad: Obtener la secuencia de ángulos de conmutación que hacen mínima la función de Lagrange (3,5,5).

Algoritmo:

Ejecutar **OBTENER CARGA(Carga)**

Tiempo \leftarrow hora actual

Ejecutar **INICIAR BASICAS(d,Patrón,Coseno,Seno,Carga,Compensada)**

L \leftarrow **OBJETIVO(Compensada,xf)**

L \leftarrow L0

Mientras (L0 > L) Y (L \geq tolerancia)

 L0 \leftarrow L

 Ejecutar **INCREMENTAR(Carga,Compensada,Coseno,Seno,xf,d,L)**

 Tiempo \leftarrow Hora actual - tiempo

 Ejecutar **TEXTO SALIDA(Carga,Compensada,xf,L0,L,tiempo)**

Ejecutar **SALIDA(Patrón)**

SUBPROGRAMAS

OBTENER PATRON(patron)

Parámetro de salida: patrón.

Finalidad: Obtener la secuencia de ángulos de conmutación.

Algoritmo:

Si existe "patron.dat"

entonces asigna a patrón los datos del fichero,

en otro caso:

- generar la secuencia de conmutación asignándola a la variable patrón.
- crea el fichero "patrón.dat" con los datos generados.

OBTENER CARGA(carga)

Parámetro de salida: carga.

Finalidad: Obtener los coeficientes del desarrollo en series trigonométricas a_n b_n ,
de la intensidad de la carga.

Algoritmo:

Si existe "Carga.dat"

entonces asignar a carga los datos leídos,

en otro caso:

- Obtener patrón ejecutando **OBTENER PATRON(patron)**.
- Generar coeficientes de Fourier de la intensidad de la carga correspondiente a patrón.

COPIAR SEMIMATRIZ(h)

Parámetro de entrada salida: h.

Finalidad: Copiar la semimatriz de la parte superior de la diagonal principal en la inferior.

TRANSFORMACIONES(M)

Parámetro de entrada y salida:

M es tabla bidimensional de $(NP+1) \times (NP+1)$ posiciones de reales. Como entrada contiene los coeficientes de un sistema lineal de $NP+1$ ecuaciones con $NP+1$ incógnitas.

Como salida, M contiene los operandos que hacen triangular a la matriz de entrada.

Finalidad: Obtener los operandos que hacen triangular la matriz M, mediante transformaciones de filas 32.

Variables locales: d,f,c: Son enteros

d, se utiliza para representar cada uno de los subíndices (d,d) de los

elementos de la diagonal principal de M.

f y c para representar respectivamente las filas y columnas de M.

Principio de operación:

Para cada d desde 1 y NP+1

- Efectuar las operaciones de filas necesarias, para hacer 1 el elemento M_{dd} , guardando los operandos utilizados.
- Efectuar las operaciones de filas necesarias, para hacer 0 todos los elementos situados debajo de M_{dd} , guardando los operandos utilizados.

Algoritmo:

Para cada d desde 1 y NP+1

- Dividir cada elemento de la fila d por M_{dd}
- Guardar operando $1/M_{dd}$: $M_{dd} \leftarrow 1/ M_{dd}$
- Para cada fila f desde d+1 hasta NP+1
- Si $M_{fd} \neq 0$ entonces
 - Dividir cada elemento de la fila f por M_{fd}
 - Guardar operando $1/M_{fd}$: $M_{fd} \leftarrow 1/ M_{fd}$
 - Para cada columna c desde d+1 hasta NP+1
 - $M_{fc} \leftarrow M_{fc} - M_{dc}$

RESOLVER(M,x)

Parámetro de entrada:

M es la matriz de transformaciones obtenidas mediante el subprograma TRANSFORMACIONES(M).

Parámetro de entrada y salida: x es tabla de $Np+1$ posiciones de reales

Como entrada contiene los términos independientes del sistema lineal de ecuaciones a resolver.

Como salida contiene las soluciones al sistema de ecuaciones.

Finalidad: Resolver, con los operandos contenidos en M el sistema lineal de ecuaciones al que corresponde M [32].

Principio de operación:

1 Efectuar sobre los términos independientes las mismas transformaciones que hacían triangular la matriz del sistema.

2 Despejar las incógnitas ordenadamente, comenzando por la última.

Variables locales:

d,f,c: Son enteros

d, se utiliza para representar cada uno de los subíndices (d,d) de los elementos de la diagonal principal de M.

f y c para representar respectivamente las filas y columnas de M.

Algoritmo:

(*Efectuar Transformaciones sobre los términos independientes*)

Para cada d desde 1 hasta NP+1

- Si $M_{dd} \neq 0$ entonces $x_d \leftarrow x_d * M_{dd}$

- Para cada f desde d+1 hasta NP+1

Si $M_{fd} \neq 0$ entonces $x_f = x_f * M_{fd} - x_d$

(*Despejar incógnitas*)

Para cada d desde NP+1 hasta 2 (descendiendo)

Para cada f desde (d-1) hasta 1 (descendiendo)

$x_f \leftarrow x_f - M_{fd} * x_d$

DIFERENCIAS(patcón,d)

Parámetro de entrada: patrón.

Parámetro de salida: d,

Efectúa

$$d_1 = \sqrt{\text{patron}_1}$$

(E,1,1)

$$d_i = \sqrt{\text{patron}_i - \text{patron}_{i-1}} \quad , \quad i \neq 1$$

PATRON(d,patrón)

Parámetro de entrada: d.

Parámetro de salida: patrón.

Efectúa:

$$\text{patron}_1 = d_1^2 \tag{E,1,2}$$

$$\text{patron}_i = d_i^2 - d_{i-1}^2, \quad i \neq 1$$

TRIGONOMETRICAS(patrón, Cosenos, Senos)

Parámetro de entrada: patrón.

Parámetros de salida: Cosenos, Senos.

Finalidad: Construye las matrices Cosenos (C) (3,7,3), y Senos (S) (3,7,4).

COEFICIENTES DE FOURIER(Cosenos, Senos, u, v)

Parámetros de entrada: Cosenos, Senos.

Parámetros de salida: u, v.

Finalidad: Obtener los coeficientes del desarrollo en series trigonométricas de la intensidad del compensador dadas por (4,3,2) y (4,3,3).

CARGA COMPENSADA(Carga,u,v,Compensada)

Parámetros de entrada: Carga, u, v.

Parámetro de salida: Compensada .

Finalidad: Asignar a Compensada los coeficientes de Fourier de la carga compensada, esto es $(a_n + u_n)$, $(b_n + v_n)$.

OBJETIVO(Carga, xf): Es real.

Parámetros de entrada:

Carga,

xf es real, último valor de los ángulos de conmutación, correspondiente a la variable de holgura de la función de Lagrange.

Finalidad: Calcular el valor de la función de Lagrange dada por (3,5,5).

DERIVADA PRIMERA(Cosenos, Senos, du, dv)

Parámetros de entrada: Cosenos, Senos.

Parámetro de salida: du, dv.

Finalidad: Calcular las matrices du y dv correspondientes a las primeras derivadas parciales (3,5,14), estas se obtienen aplicando (3,7,8) para el caso particular en que $\varphi=0$ (Alimentación senoidal y compensación capacitiva).

DERIVADA SEGUNDA(Cosenos, Senos, ddu, ddv)

Parámetros de entrada: Cosenos, Senos.

Parámetro de salida: ddu, ddv.

Finalidad: Obtener las matrices

$$ddu = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 u_0}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 u_0}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 u_0}{\partial X_k^2} \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 u_1}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 u_1}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 u_1}{\partial X_k^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 u_N}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 u_N}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 u_N}{\partial X_k^2} \end{bmatrix} \quad (E,1,3)$$

$$ddv = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 v_0}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 v_0}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 v_0}{\partial X_k^2} \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 v_1}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 v_1}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 v_1}{\partial X_k^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=0}^{2M} \frac{\partial^2 v_N}{\partial X_k^2} & \sum_{k=1}^{2M} \frac{\partial^2 v_N}{\partial X_k^2} & \dots & \sum_{k=2M} \frac{\partial^2 v_N}{\partial X_k^2} \end{bmatrix} \quad (E,1,4)$$

que pueden obtenerse a partir de C (3,7,3), y S (3,7,4), mediante las expresiones

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u_n}{\partial X_i^2} &= -\frac{lo}{2\pi} \sum_{k \in N_v} [(n+1) c_{n+1,i} + (n-1) c_{n-1,i}] \\ \frac{\partial^2 v_n}{\partial X_i^2} &= -\frac{lo}{2\pi} \sum_{k \in N_v} [(n+1) s_{n+1,i} + (n-1) s_{n-1,i}] \end{aligned} \right\} \quad (E,1,5)$$

Variables locales f, c, n :

Son enteros que representan respectivamente fila, columna e índice de armónico.

Algoritmo:

Para cada f desde 2 hasta $NA+1$

 multiplicar cada fila de C y S por $-f$

Para cada n desde 1 hasta NA aplicar (E,1,5)

PSEUDOGRADIENTE(x , Compensada, du , dv , G)

Parámetros de entrada:

x , es real y corresponde al último ángulo de conmutación,

 , Compensada, du , dv .

Parámetro de salida: G .

Finalidad: Obtener el valor de G_0 dado por (3,5,16).

Algoritmo: Aplicar la ecuación (3,5,16). efectuando los productos de las matrices indicadas, donde $(A+U)$ y $(B+V)$ son componentes de Compensada, y $x=DD^T$.

SUBMATRIZ HA(du, dv, h)

Parámetros de entrada: du , dv .

Parámetro de salida: h .

Finalidad: Obtener la semimatriz superior de la expresión $du (du)^T + dv (dv)^T$, correspondiente a $H_x^a + H_x^b$ (3,5,23).

Algoritmo: Efectuar los productos de las matrices indicadas, obteniendo solo los elementos de la semimatriz superior incluida la diagonal principal. Los elementos de la semimatriz inferior se les inicializa asignándoles valor 0.

SUBMATRIZ HB(Compensada, ddu, ddv, h)

Parámetros de entrada: Compensada, ddu, ddv.

Parámetro de entrada y salida: h.

De entrada contiene el valor h, resultado de ejecutar SUBMATRIXHA(du,dv,h),

De salida contiene la matriz $h + H_x^c + H_x^d + \lambda$

Finalidad: Obtener la semimatriz superior $h + H_x^c + H_x^d + \lambda$ donde $H_x^c + H_x^d + \lambda$, tienen la forma dada (3,5,24) y se generan a partir de los vectores filas (3,5,25), (3,5,26) y la constante λ .

Algoritmo:

- Obtener vector generatriz aplicando $H_o^c + H_o^d + \lambda$, donde H_o^c y H_o^d vienen dados respectivamente por dado (3,5,25) y (3,5,26).
- Obtener, con el vector fila anterior, la semimatriz (3,5,24), acumulándola con los valores de h de entrada.

HESSIANA(h, Compensada, d, du, dv,Go)

Parámetros de entrada: Compensada, d, du, dv y Go.

Parámetro de entrada y salida: h.

De entrada contiene el resultado de ejecutar **SUBMATRIZ HA(du,dv,h)**,

De salida contiene la matriz hessiana con sus elementos divididos por $8 d_j$ donde j es el índice de la columna.

Algoritmo:

–Ejecutar **SUBMATRIZ HB(Carga,du,dv,h)**

–Añadir a la diagonal principal g_j / d_j , donde j es el índice de la diagonal.

–Multiplicar los elementos de cada fila por d_i , donde i es el índice de la columna

–Ejecutar **COPIAR SEMIMATRIZ(h)**

INCREMENTOS(Compensada,x,Coseno,Seno,delta)

Parámetros de entrada: Compensada. x (variable de holgura), Coseno, Seno.

Parámetro de entrada y salida: delta ($d_{\text{actual}} - d_{\text{anterior}}$)

Finalidad: Efectuar una iteración aplicando (3,5,29).

Algoritmo:

Ejecutar **DERIVADA PRIMERA(Coseno,Seno,du,dv)**

Ejecutar **PSEUDOGRADIENTE(x,Compensada,du,dv,g)**

Ejecutar **SUBMATRIZ HA(du,dv,h)**

Ejecutar **DERIVADASEGUNDA(Coseno,Seno,du,dv)**

Ejecutar **HESSIANA(h,Compensada,d,du,dv,g)**

Ejecutar **TRANSFORMACIONES(h)**

Ejecutar **RESOLVER(h,g)** ($g = G_0$ valor enviado, $g = D_{\text{anterior}} - D_{\text{actual}}$ valor devuelto)

Para cada valor i de d hacer $d(i) \leftarrow [d(i) - g(i)] / d(i)$

BASICAS(d,xf,Coseno,Seno,Carga,Compensada)

Parámetros de entrada: d , Carga.

Parámetro de salida: xf (variable de holgura), Coseno, Seno, Compensada.

Finalidad: Obtener las matrices básicas para el cálculo de una iteración.

Variables locales: $patron$, u,v .

Algoritmo:

Ejecutar **PATRON(d,patrón)**

$xf \leftarrow patrón(N_p)$

Ejecutar **TRIGONOMETRICAS(x,Coseno,Seno)**

Ejecutar **COEFICIENTES FOURIER(Coseno,Seno,u,v)**

Ejecutar **CARGA COMPENSADA(Carga,u,v,Compensada)**

INICIAR BASICAS(d,xf,Coseno,Seno,Carga,Compensada)

Parámetros de salida: d, xf(variable de holgura), Coseno, Seno, Carga, Compensada.

Finalidad: Obtener las matrices básicas para el cálculo de la iteración inicial.

Variables locales: patrón, u, v.

Algoritmo:

Ejecutar **OBTENER PATRON**(patrón)

Ejecutar **DIFERENCIAS**(patron,d)

Ejecutar **TRIGONOMETRICAS**(x,Coseno,Seno)

Ejecutar **COEFICIENTES FOURIER**(Coseno,Seno,u,v)

Ejecutar **CARGA COMPENSADA**(Carga,u,v,Compensada)

INCREMENTAR(Carga,Compensada,Coseno,Seno,xf,d,L)

Parámetros de entrada: Carga, Compensada, Coseno, Seno.

Parámetros de salida: d, L

Finalidad: Mejorar el proceso iterativo (3,5,29) (A veces el incremento producido en el vector **d** por una iteración es excesivo, encontrándose el mínimo de L conseguido en esa iteración, en unas coordenadas intermedias entre **d_{inicial}** y **d_{final}**)

Variables locales:

L0 es real, para contener los valores de la función de Lagrange,

calculados en este proceso.

delta, daux son tablas de NP+1 posiciones de reales para contener respectivamente el incremento inicial del vector d y los valores de este que se prueban.

α es entero, para contener el divisor de delta.

Algoritmo:

Ejecutar **INCREMENTOS(Compensada,xf,Coseno,Seno,d,delta)**

$L0 \leftarrow L$

$\alpha \leftarrow 0$

Repetir

$\alpha \leftarrow \alpha + 1$

$daux \leftarrow d - \text{delta} / \alpha$

Ejecutar **BASICAS(daux,xf,Coseno,Seno,Carga,Compensada)**

$L0 \leftarrow \text{OBJETIVO(Compensada,xf)}$

Mientras ($L0 \geq L$) Y ($\alpha < 30$)

Si $L0 < L$

$d \leftarrow daux$

$L \leftarrow L0$

PATRON SALIDA(patron)

Parámetro de entrada: Patrón.

Finalidad: Escribir en un fichero de texto la secuencia de ángulos de conmutación que se ha obtenido en el proceso, con la finalidad de ser utilizada por otros programas.

TEXTO SALIDA(Carga,Compensada,Patrón,L0,L,tiempo)

Parámetros de entrada: Carga, Compensada, Patrón, L0, L, tiempo (tiempo del proceso de cálculo).

Finalidad: Escribir en un fichero de texto los valores de las variables del proceso.

E.1.2. Programa en lenguaje C [111] [112] [113] [114].

Con la finalidad de que el algoritmo descrito sea lo mas rápido posible, el programa se ha escrito, generalmente, utilizando para las tablas los tipos punteros. de esta forma el cálculo de las posiciones de las tablas no se han de realizar.

```
/* Secuencias */
/* Programa que efectua el ajuste de varios pulsos de conmutación
   correspondiente a Na armónicos (0..Na-1) mediante Np/2 pulsos
   (Np+1 ángulos de conmutación )
   Restricción == lambda * (x(Np) - x(0) - PI/2)^2
*/
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <time.h>
#include <alloc.h>

#define DI 0.0
#define lambda 50
#define PI 3.141592
```

```
# define PI2 6.283185
# define Na 16 /* Número de armonicos */
# define Na1 18 /* Na + 2 */
# define Np 32 /* 2 * nª de pulsos, 1 pulso por armónico */
# define Np1 33 /* 2 * nª pulsos + 1 */
# define Nv Np1 /* Compatibilidad con matrices */
# define tolerancia 1E-6
# define lo 17
# define NombrePatron "d:\\patron.dat"
# define NombreFourierCarga "d:\\carga.dat"
# define NombreSalida "d:\\salida.dat"
# define NombreTextoSalida "d:\\texto.dat"

void Salida(double *pat);
void TextoSalida(float Carga[Na][2], float Compensada[Na][2],
                double *x, double L0, double L, clock_t tiempo);
void ObtenerCarga(float carga[Na][2]);
void ObtenerPatron(double *pat);
void Errores(void);
void VerMatriz(FILE *F, double *Matriz, int MaxFila, int MaxCol);
void VerMatrizHex(FILE *F, double *Matriz, int MaxFila, int MaxCol);
void Transformaciones(double *M);
void Resolver(double *M, double *x);
void Diferencias(double x[], double d[]);
void Patron(double d[], double x[]);
void Trigonometricas(double *x, double *Coseno, double *Seno);
void CoeficientesFourier(double *Coss, double *Sen,
                        double *A, double *B);
void DerivadaPrimera( double *Coss , double *Sen ,
                    double *dAn , double *dBn );
void DerivadaSegunda( double *Coss, double *Sens,
                    double *ddA , double *ddB );
void CargaCompensada( float *Carga, double *An, double *Bn,
                    float *CargaCompensada);
double Objetivo( float *Carga, double *x );
void PseudoGradiente(double *x, float *Carga,
                    double *dA, double *dB,
                    double *G );
void SubMatrizHa(double *dA, double *dB, double *H);
void SubMatrizHb( float *Carga, double *ddA, double *ddB,
                    double *H);
void Hesiana(double *h, float *Carga, double *d,
            double *du, double *dv, double *g);
void CopiarSemimatriz(double *h);

void NuevoLambda(double *x, double *g, double *d, float *landa);

void Incrementos(float *carga, double *x,
                double *Coseno, double *Seno, double *d, double *delta);
```

```

void IniciarBasicas(double *d,double *x,double *Coseno, double *Seno,
                  float *carga, float *compensada);
void Basicas(double *d, double *x, double *Coseno, double *Seno,
            float *carga, float *compensada);
void Incrementar(float *carga,float *compensada, double *Coseno,
                double *Seno,double *x, double *d,double *L);

main()
{ double d[Np1],x[Np1],Coseno[Na1][Np],Seno[Na1][Np],L,L0 ;
  float Carga[Na][2], Compensada[Na][2],k, kl ;
  clock_t tiempo;

  k = lo / PI2 ; kl = pow(k,2);
  ObtenerCarga(Carga) ;
  system("cls");
  tiempo = clock();
  IniciarBasicas(d,x,Coseno,Seno,Carga,Compensada);
  L = Objetivo(Compensada, x);
  L0 = L + tolerancia ;
  while (L0 > L && L >=tolerancia)
  {   fprintf(stdout,"\n\r%4.6f ",L*kl);
      L0 = L;
      Incrementar(Carga,Compensada,Coseno,Seno,x,d, &L);
  }
  tiempo = clock() - tiempo ;
  TextoSalida(Carga,Compensada,x,L0*kl,L*kl,tiempo);
  Salida(x);
}

void TextoSalida(float Carga[Na][2], float Compensada[Na][2],
                double *x, double L0, double L, clock_t tiempo)
{ FILE *F;
  char nombre[30], s[10] ;
  int i=0,j=0;
  float k ;

  k=lo / PI2 ;
  if (!(F=fopen(NombreTextoSalida,"w") ))
  { printf("Imposible abrir el fichero %s",NombreTextoSalida);
    exit(1);
  }
  fprintf(F,"\n\rIncremento DI= %2.4f, lo=%d  lambda=%d",DI,lo,lambda);
  fprintf(F,"\n\r");
  for(i=0; i < Na ; i++) fprintf(F,"%20.4f %4.4f\n\r",Carga[i][0],Carga[i][1]);
  fprintf(F,"\n\r");
  for(i=0; i < Np1; i++) fprintf(F,"x[%d]    %10.10f\n\r",i,x[i]);
  fprintf(F,"\n\r");
  fprintf(F,"\n\rL0=%10.8f    L=%4.8f\n\r",L0,L);
}

```

```
fprintf(F, "\n\r Tiempo de proceso = %d s\n\r", (int) (tiempo / CLK_TCK));
fprintf(F, "\n\r");
for(i=0; i < Na ; i++) fprintf(F, "%20.4f %4.4f\n\r", Compensada[i][0]*k, Compensada[i][1]*k);
fclose(F);
}
```

```
void Salida(double *pat)
{ FILE *F ;
  int i;

  if (F=fopen(NombreSalida, "w" )
  { for(i=0; i < Np1; i++) fprintf(F, "%lf \n\r", *pat++);
    fclose(F);
  }
  else
  { printf("Imposible abrir el fichero %s", NombreSalida);
    exit(1);
  }
}
```

```
void ObtenerPatron(double *pat)
{
  FILE *fichero;
  int i,j;
  double x ;

  if ( !access(NombrePatron, 0) )
  {
    fichero = fopen(NombrePatron, "r");
    i = 0;

    while ( (!feof(fichero)) && (i < Np1 ) )
    {
      fscanf(fichero, "%lf", pat);
      i++;
      pat++ ;
    }
    x = PI2;
    for ( ; i < Np1 ; i++)
      *pat++ = x;
  }
  else
  {
    fichero = fopen( NombrePatron , "w");
    x = (double) PI2 / (Np + 1) ;
    j = 0 ;
    for (i = 0 ; i < Np ; i++)
```

```

    { j++ ;
      *pat= x * j;
      fprintf(fichero, "%lf \n", *pat++);
    }
    *pat = PI2 ;
    fprintf(fichero, "%lf \n", *pat );
  }

  /* x = (double) PI /(2 * Np1 );
  for (i = 0 ; i < Np ; i++)
  {
    *pat= PI2 *sin(x*(i+1));
    fprintf(fichero, "%lf \n", *pat++);
  }
  *pat = PI2 ;
  fprintf(fichero, "%lf \n", *pat);
}
*/
fclose(fichero);
}

void ObtenerCarga(float carga[Na][2] )
{
  int n;
  FILE *fichero;
  double Coseno[Na1][Np] , Seno[Na1][Np],
         An[Na], Bn[Na], pat[Np1] ;

  if ( ( fichero = fopen(NombreFourierCarga, "r") ) == NULL )
  { ObtenerPatron(pat);
    Trigonometricas(pat, Coseno, Seno) ;
    CoeficientesFourier(Coseno, Seno, An, Bn) ;
    for (n = 0 ; n < Na ; n++)
      { carga[n][0] = (float) ( -An[n] * lo / PI2 );
        carga[n][1] = (float) ( -Bn[n] * lo / PI2 );
      }
  }
  else
  { n = 0;
    while ( (!feof(fichero)) && (n < Na) )
    { fscanf(fichero, "%f%f", &carga[n][0], &carga[n][1]);
      n++ ;
    }
    for ( ; n < Na ; n++)
    { carga[n][0] = 0;
      carga[n][1] = 0;
    }
    fclose(fichero);
  }
}
}

```

```

void CopiarSemimatriz(double *h )
/* Copia la semimatriz inferior de la superior */

{
    double *aux, *h0 = h ;
    register int f,c ;
    for(f=0 ; f < Np ; f++)
    {
        /* Apuntar a diagonal principal */
        h+=f;
        aux = h++ ;
        /* Semimatriz inferior */
        for(c=f+1; c < Np ; c++)
        {
            aux+= Np1;
            *aux = *h++ ;
        }
        /* Ultima fila y columna */
        aux+= Np1 ;
        *aux = *h++ ;
    }
}

void VerMatriz(FILE *F, double *Matriz,
               int MaxFila, int MaxCol )
{
    register int n,j ;
    double k ;
    k= lo / PI2 ; k= k * k * 8 * 0.44577;
    fprintf(F,"\n\r  0");
    for (j=1 ; j< MaxCol ; j++) fprintf(F,"%7d",j); fprintf(F,"\n\r");
    for (n=0 ; n< MaxFila ; n++)
    {
        fprintf(F,"%d%7.1f",n, *Matriz++);
        for (j=1 ; j< MaxCol ; j++)
            fprintf(F,"%7.1f", *Matriz++);
        fprintf(F,"\n\r");
    }
}

void VerMatrizHex(FILE *F, double *Matriz,
                  int MaxFila, int MaxCol )
{
    register int n,j ;
    long aux ;
    fprintf(F,"\n\r  0");
    for (j=1 ; j< MaxCol ; j++) fprintf(F,"%7d",j); fprintf(F,"\n\r");
    for (n=0 ; n< MaxFila ; n++)
    {
        aux = (long) (*Matriz * 62536);
        Matriz++ ;
        fprintf(F,"%d%7x",n,aux);
        for (j=1 ; j< MaxCol ; j++)
            { aux = (long) (*Matriz * 62536);

```

```

        Matriz++;
        fprintf(F,"%7x",aux);
    }
    fprintf(F,"\n\r");
};
}

void Transformaciones(double *M)
{ double *M0, *f, *f0, *f1, *f10, k ;
  register t, fila, columna ;

  /* Direcciones iniciales */
  M0 = M ;
  f0 = M ;

  for(t=0; t < Nv; t++)
  {   f = f0 ;
      /* f apunta a diagonal */
      *f = 1/ *f ;
      k = *f++ ;
      for(columna=t+1; columna < Nv ; columna++)
      { /* Multiplicar fila por 1/Mii */
          *f*=k;
          f++;
      }
      f10 = f0 ;
      for (fila = t+1 ; fila < Nv ; fila++)
      {   f10+=Nv ;
          f1 = f10 ;
          f = f0 ; f++ ;
          if (*f1 != 0)
          {   *f1 = 1/ *f1 ;
              k = *f1 ;
              f1++ ;
              for(columna=t+1 ; columna < Nv ; columna++)
              {   *f1 = *f1 * k - *f ;
                  f1++ ;
                  f++ ;
              }
          }
      }
      f0+=Nv + 1;
  } }
}

```

```

void Resolver(double *M, double *x)
{register int t, fila, columna ;
  double *d,*d0,*x0, *x00,*M0 ;
  M0 = M ;

```

```

d0 = M ;
x0 = x ;
x00 = x ;

/* Transformaciones de columnas */
for(t=0; t< Nv; t++)
{
    d = d0 ;
    x = x0 ;
    if (*d != 0 ) *x = *x * *d ;
    x++ ; d+=Nv ;
    for(columna=t+1; columna < Nv ; columna++)
    {
        if (*d !=0) *x = *x * *d - *x0 ;
        x++ ; d+=Nv ;
    }
    d0+=Nv + 1 ;
    x0++ ;
}

/* Transformaciones de filas . Comenzamos por la última */
d0--=(Nv + 1);
x0--;
for(columna=Nv-2; columna>=0 ; columna--)
{
    x=x0 ;
    d=d0 ;
    x-- ;
    d-=Nv ;
    for(fila=columna; fila >= 0 ; fila--)
    {
        *x = *x - *d * *x0 ;
        x-- ; d-=Nv ;
    }
    d0--=(Nv+1) ;
    x0-- ;
}
}

void Diferencias(double *x, double *d)
{ register int j;
  double aux ;

  aux = *x++;
  *d++ = sqrt(aux) ;
  for(j=1 ; j < Np1 ; j++)
  {
    aux = *x - aux ;
    *d = sqrt(aux);
    d++ ;
    aux = *x++ ;
  }
}

```

```

void Patron(double *d, double *x)
{ register int i ;
  double aux;
    aux = pow(*d,2) ;
    *x= aux ;
    d++; x++;
    for (i=1 ; i < Np1 ; i++)
    { aux = aux + pow(*d,2);
      *x = aux;
      d++ ; x++ ;
    }
}

void Trigonometricas( double *x, double *Coseno,
                     double *Seno )
{ register int n,j, k = 1;
  double alfa , *Cos0, *Sen0,Caux, Saux ;
  /* Direcciones iniciales */
  Cos0 = Coseno ; Sen0 = Seno ;
  /* Fila 0 */
  for (j=0 ; j < Np ; j++)
  { *Coseno++ = k ;
    k = -k ;
    *Seno++ = x[j] * k ;
  }

  /* Filas n */
  k = 1 ;
  for (j=0 ; j < Np; j++)
  { *Coseno = k * cos(x[j]) ;
    k = -k ;
    *Seno = k * sin(x[j]) ;
    Coseno++ ; Seno++ ;
  }
  k = 1 ;
  for (n=2 ; n < Na1 ; n++) /* Fila n */
  for (j=0 ; j < Np ; j++)
  { alfa = n * x[j] ;
    *Coseno++ = k*cos(alfa) ;
    k= -k ;
    *Seno++ = k*sin(alfa) ;
  }
  /* Acumulaciones */
  for (n= Na1 ; n > 0 ; n--)
  { Coseno-- ; Seno-- ;
    for (j= Np -1 ; j > 0 ; j--)
    { Caux = *Coseno-- ; Saux = *Seno-- ;
      *Coseno = *Coseno + Caux ;
      *Seno = *Seno + Saux ;
    }
  }
}

```

```

void CoeficientesFourier(double *Coss, double *Sen,
                        double *u, double *v)
{ register int n ;
  double *c0 , *s0 ,
        a[ Na1 ], b[ Na1 ] ,
        *a0, *b0, *a2, *b2 ;

  /*Direcciones iniciales */
  c0 = Coss ;    s0 = Sen ;
  a0 = a ;      b0 = b ;

  /* Vector intermedio */
  for(n=0; n < 2 ; n++)
  {
    *a0++ = *c0 ;
    *b0++ = *s0 ;
    c0+= Np ;   s0+= Np ;
  }
  for(n=2; n < Na1 ; n++)
  {
    *a0++ = *c0 / n ;
    *b0++ = *s0 / n ;
    c0+= Np ;   s0+= Np ;
  }
  a0 = a ;      b0 = b ;
  a2 = a0 + 2 ; b2 = b0 + 2 ;
  /* Calculo */
  for(n=0; n < Na ; n++)
  {
    *u++ = *a0++ + *a2++ ;
    *v++ = *b0++ + *b2++ ;
  }
}

void CargaCompensada( float *Carga ,
                     double *u, double *v,
                     float *QCompensada)
{ register int n ;
  float k ;

  k= (float) (lo / PI2) ;
  for(n=0; n < Na ; n++)
  { *QCompensada = (float) ( *Carga++ /k + *u++ ) ;
    QCompensada++ ;
    *QCompensada =(float) ( *Carga++ /k + *v++ ) ;
    QCompensada++ ;
  }
}

double Objetivo( float *Carga, double *x )
/* Carga compensada */
{ register int n ;

```

```

double Costo ;
Costo = x[Np] - P12 - x[0] ;
Costo = lambda * Costo * Costo ;
for (n=0 ;
n < Na ; n++)
    Costo = Costo + pow(*Carga++,2) + pow(*Carga++,2);
return(Costo);
}

```

```

void DerivadaPrimera( double *Coss , double *Sen ,
                    double *du , double *dv )

```

```

{register int n,j ;
    double *c0, *c2, *s0, *s2 ;
    /* Direcciones iniciales */
    c0 = Coss ;      c2 = c0 + 2*Np ;
    s0 = Sen + Np ;  s2 = s0 + Np ;
    /* Fila 0 */
    for(j=0 ; j < Np ; j++)
    {
        *du++ = *s2++ ;
        *dv++ = -*c0++ - *c2++ ;
    }
    /* Filas n */
    for(n=1; n < Na ; n++) for(j=0; j < Np ; j++)
    {
        *du++ = *s0++ + *s2++ ;
        *dv++ = -*c0++ - *c2++ ;
    }
}

```

```

void DerivadaSegunda( double *Coss, double *Sens,
                    double *ddu , double *ddv )

```

```

{register int n,j ;
    double *c, *c0, *c2, *s, *s0, *s2 ;
    /* Direcciones iniciales */
    c0 = Coss + Np ;    c2 = c0 + Np ;
    s0 = Sens + Np ;    s2 = s0 + Np ;
    /* Producto de la matriz por n */
    c = c2 ; s = s2 ;
    for(n=2; n < Na1 ; n++ ) for(j=0; j < Np ; j++)
    {
        *c = *c * n ;    c++ ;
        *s = *s * n ;    s++ ;
    }
    /* Fila 0 */
    for(j=0 ; j < Np ; j++)
    {
        *ddu++ = -*c2++ ;
        *ddv++ = -*s2++ ;
    }
    /* Filas n */
    for(n=1; n < Na ; n++) for(j=0; j < Np ; j++)
    {
        *ddu++ = -*c0++ - *c2++ ;
        *ddv++ = -*s0++ - *s2++ ;
    }
}

```

```

}
}

void PseudoGradiente(double *x, float *Carga,
                    double *dA, double *dB,
                    double *G)
/* Carga = compensada
   Queda dividido por 8 di*/
{ register int j,n ;
  double *dA0, *dB0, *G0, aux, k;
  float *q ;

  G0 = G ;
  k= lambda * (x[Np] - PI2- x[0]);
  for(j=0; j < Np; j++)
  { q = Carga ;
    dA0 = dA; dB0 = dB ;
    aux = 0;
    for(n=0 ; n < Na ; n++)
    { aux = aux + *q++ * *dA0 ;
      aux = aux + *q++ * *dB0 ;
      dA0+=Np ; dB0+=Np ;
    }
    *G = aux ;
    dA++; dB++;
    G++;
  }
  G = G0 ; G++;
  for(j=1;j<Np;j++)
  { *G = (*G + k) / 2 ;
    G++;
  }
  *G = k / 2 ;
}

```

```

void SubMatrizHa(double *du, double *dv, double *h)
/* Obtiene semimatriz superior dividida por 8 ,
   inferior a 0 */
{ register int i,j,n ;
  double *filA, *filA0, *pfilA,
        *filB, *filB0, *pfilB,
        *colA, *colA0, *pcolA,
        *colB, *colB0, *pcolB, aux ;

  /*direcciones iniciales */
  filA0 = du ; filB0 = dv ;
  /* calculo */
  for(i=0 ; i < Np1 ; i++)
  { colA0 = filA0 ; colB0 = filB0 ;

```

```

        for(j=0 ; j < i ; j++) *h++ = 0 ;
        for(j=i ; j < Np ; j++)
        {   pcolA = colA0 ; pcolB = colB0 ;
            pfilA = filA0 ; pfilB = filB0 ;
            aux= 0 ;
            for(n=0; n< Na ; n++)
            {   aux = aux + *pfilA * *pcolA;
                aux = aux + *pfilB * *pcolB ;
                pfilA+= Np ; pfilB+= Np ;
                pcolA+= Np ; pcolB+= Np ;
            }
            colA0++ ; colB0++ ;
            *h++ =aux ;
        }
        *h++= 0; filA0 ++; filB0++;
    }
}

```

```

void SubMatrizHb( float *Carga, double *ddu, double *ddv, double *h)
/* Queda dividida por 8 */
{ register int i,j,n ;
    double *dA,*dA0,*dB,*dB0,*h0,v[Np1],*v0,aux;
    float *p ;

    h0 = h;   v0 = v ;
    /* vector generatriz = primera fila */
    dA0 = ddu ;   dB0 = ddv ;
    for(j=0; j<Np ; j++)
    {   p = Carga ;
        dA = dA0 ; dB = dB0 ;
        aux = 0;
        for(n=0 ; n < Na; n++)
        {   aux = aux + *p++ * *dA ;
            aux = aux + *p++ * *dB ;
            dA+=Np ; dB+=Np ;
        }
        *v0++= aux;
        dA0++ ; dB0++;
    }
    *v0++ = 0 ;
    /* Semimatriz */
    /* primera fila y añadir lambda*/
    v0 = v ;
    for(j=0; j < Np1 ; j++)
    {   aux = *v0 + *h ;
        *v0 = *v0 + lambda ;
        *h++= aux ; v0++ ;
    }
}

```

```

/* Resto de semidiagonal */
for(i=1; i < Np1 ; i++)
{
    v0 = v ;
    h+=i ; v0+=i;
    for(j=i; j< Np1 ;j++)
    { aux = *v0++ + *h ;
      *h++= aux ;
    }
}

void Hesiana(double *h, float *Carga, double *d,
             double *du, double *dv,
             double *g)
/* Carga = compensada , g= pseudogradiante
No se efectua el producto por di ya que se simplifica con
el gradiente
Tampoco se efectua el producto por dj, con lo cual las variables
xj quedan multiplicadas por dj */
{ register int i,j ;
  double *h0, *g0, aux ;

  SubMatrizHb(Carga,du,dv,h) ;
  h0 = h; g0=g ;
  for(i=0; i<Np1; i++) /*Diagonal principal*/
  {
    aux = *g / pow(*d,2);
    *h = *h + aux ;
    d++; g++; h+= Np1+1 ;
  }
  CopiarSemimatriz(h0);
}

void NuevoLambda(double *x, double *g, double *d, float *landa)
{ register int i ;
  double aux = 0 ;

  for(i=0; i < Np1; i++) aux = aux + *g++ * pow(*d++,2) ;
  aux = aux / ( x[Np] * (x[Np]- PI2- x[0])) ;
  *landa = *landa - 2*aux ;
}

void Incrementos(float *carga,double *x,
                double *Coseno,double *Seno,double *d,double *delta)
{ register int i ;
  double du[Na][Np], dv[Na][Np], g[Np1], h[Np1][Np1], *go ;

  DerivadaPrimera(Coseno,Seno,du,dv);
  PseudoGradiente(x,carga,du,dv,g);
  SubMatrizHa(du,dv,h);
}

```

```

DerivadaSegunda(Coseno,Seno,du,dv);
Hesiana(h,carga,d,du,dv,g);
Transformaciones(h) ;
Resolver(h,g);
go = g ;
for(i=0 ; i < Np1; i++)
{   *delta++= *go++ / *d++ ;
} }

void Basicas(double *d, double *x, double *Coseno, double *Seno,
             float *carga, float *compensada)
{ double u[Na], v[Na] ;

  Patron(d,x) ;
  Trigonometricas(x, Coseno, Seno);
  CoeficientesFourier(Coseno,Seno,u,v);
  CargaCompensada(carga,u,v,compensada);
}

void IniciarBasicas(double *d,double *x, double *Coseno, double *Seno,
                   float *carga, float *compensada)
{ double u[Na], v[Na] ;

  ObtenerPatron(x) ;
  /* VerMatriz(stdout,x,1,Np1);
  */ Diferencias(x,d);
  d[Np] = d[Np] + (double)DI ;
  Patron(d,x) ;
  Trigonometricas(x, Coseno, Seno);
  CoeficientesFourier(Coseno,Seno,u,v);

  CargaCompensada(carga,u,v,compensada);
}

void Incrementar(float *carga,float *compensada,double *Coseno,
                double *Seno,double *x,double *d,double *L)

{ double delta[ Np1 ], *delta0, Lo, *d0, daux[ Np1 ], *daux0 ;
  int alfa=0, i ;

  Incrementos(compensada,x,Coseno,Seno,d,delta);
  Lo = *L ;
  do
  {   alfa++ ;

```

```
    d0 = d ; daux0 = daux ; delta0 = delta;
    for(i=0;i<Np1;i++) *daux0++= *d0++ - *delta0++ / alfa ;
    Basicas(daux,x,Coseno,Seno,carga,compensada);
    Lo = Objetivo(compensada,x);
} while ( (Lo >= *L) && (*L > tolerancia) && (alfa<30) ) ;
if (Lo < *L)
{   daux0 = daux ;
    *L = Lo ;
    for(i=0; i<Np1;i++) *d++ = *daux0++ ;
}
}
```

E.2. Algoritmo "Parámetros Iniciales".

E.2.1. Descripción

La finalidad de este algoritmo es determinar los componentes del compensador (C y L) y calcular la secuencia inicial de conmutación para el algoritmo de control del compensador. Según en el apartado 4.5, el cálculo de estos parámetros depende de sus propios valores iniciales y de la variable de holgura, utiliza los mismos subprogramas que "Secuencias" descrito anteriormente, habiéndose realizado algunos cambios en la declaración de constantes y variables, estos son:

Io: Es constante real que contiene el valor máximo de **Io**.

DI: Es constante real que representa las cotas $(-D, D)$ entre las que ha de tomar valores la variable **di**.

Io: Es variable global de tipo real, y contiene la intensidad máxima en el condensador del compensador.

Io inicial: Valor inicial de **Io** en las iteraciones de barrido

di: Desplazamiento inicial de la variable de holgura.

Cargainicial: Valor inicial de la intensidad en la inductancia en las

iteraciones de barrido.

El principio básico es efectuar un barrido triple con las variables l_0 , $Carga(0,1)$ y d_i , determinando en cada caso el valor mínimo de la función de Lagrange. Si este es inferior a uno prefijado, se escriben los valores de las variables anteriores en un fichero de texto. Posteriormente, una vez ejecutado el programa se escogen, de este fichero, los valores mas convenientes, y mediante el programa "Secuencias" se calcula la secuencia de conmutación, que ha de ser utilizada como secuencia inicial por este mismo programa, para calcular las definitivas que controlan las variaciones de la intensidad de la carga.

Algoritmo:

Ejecutar **OBTENER CARGA(Carga)**

Abrir(F) (fichero de salida)

Para cada l_0 desde l_0 inicial hasta l_{00} y

Para cada $Carga(0,1)$ desde $Carga$ inicial hasta $l_0/2$ y

Para cada d_i desde $-D_i$ hasta D_i

Ejecutar **INICIAR BASICAS($d_i, d, patrón, Coseno, Seno,$
 $Carga, Compensada)$**

$L \leftarrow$ **OBJETIVO(Compensada, patrón)**

$L \leftarrow$ $l_0 +$ tolerancia

Mientras ($l_0 > L$) Y ($L \geq$ tolerancia)

Lo = L

Ejecutar **INCREMENTAR(Carga,Compensada,Coseno,
Seno,patrón,d,L)**

Si (L < 0.1) entonces Escribir(F,lo,Carga(0,1),di,Lo,L)

Cerrar(F)

E.2.2. Programa en lenguaje C

Según se ha dicho anteriormente este programa difiere básicamente del anterior en el programa principal, por ello no se escribe completo tan solo la función principal y la función que efectúa la salida al fichero de texto.

```
float lo ;
main()
{ FILE *F;
  double d[Np1],delta[Np1],x[Np1],Coseno[Na1][Np], Seno[Na1][Np],
  L,LO, Carga[Na][2], Compensada[Na][2],cg ;
  float k, kl, di ;

  ObtenerCarga(Carga) ;
  if (!(F = fopen(NombreSalida, "a")))
  { printf("Imposible abrir el fichero %s",NombreSalida);
    exit(1);
  }
  for(lo= 11 ; lo < (float) loo ; lo+=1)
  { k = (float) lo / PI2 ; kl = pow(k,2);
    for(cg= 4.0 ; cg < (double) lo /2 ; cg+=1.0)
    { Carga[0][1] = -cg;
      for(di = -DI; di < DI; di+=0.01)
      { system("cls");
        fprintf(stdout, "\n\rValores      lo =% 4.3f      lambda=% % d
                                     Na=%d",lo,lambda,Na);
        fprintf(stdout, "\n\r L di=%3.4f Carga(0,1) = %4.5lf",di,Carga[0][1]);
        IniciarBasicas(di,d,x,Coseno,Seno,Carga,Compensada);
        L = Objetivo(Compensada, x);
        LO = L + tolerancia ;
      }
    }
  }
}
```

```
while (L0 > L && L >= tolerancia )
{ fprintf(stdout, "\n\r%4.2f ", L*kI);
  L0 = L;
  Incrementar(Carga, Compensada, Coseno, Seno, x, d, &L);
}
if (L*kI < 0.1) TextoSalida(F, lo, Carga[0][1], di, L0*kI, L*kI);
} } }
fclose(F);
}

void TextoSalida(FILE *F, float lo, float Carga01, double di, double L0, double L)
{ fprintf(F, "\n\rValores lo =%4.3f lambda=%d Na=%d", lo, lambda, Na);
  fprintf(F, " \n\rCarga(0,1) = %4.5f", Carga01);
  fprintf(F, "\n\rdi=%3.4f L0=%4.4f L=%4.4f", di, L0, L);
}
```

E.3. Programa en C "Espectro impulsos"

Dada la secuencia de conmutación correspondiente a la compensación de una carga alimentada senoidalmente, el programa calcula, aplicando las ecuaciones (4,3,2) y (4,3,3), los coeficientes de las series trigonométricas

$$\sum_{n=0}^{n=Na} a_n \text{Cos}(n\omega_o t) + b_n \text{Sen}(n\omega_o t) \quad (\text{E},1,6)$$

La entrada se lee del fichero ASCII "patron.dat", y la salida la escribe en el fichero del mismo tipo "Espectro.pls"

```
/* Espectr1.pls */
/* Obtiene, analíticamente, el espectro de un tren de impulsos
SUSTITUCIONES
    Na  Número de armónicos
    N   Número de variables mínimo N= 2 No impulsos + 1
*/

# include <stdio.h>
# include <math.h>
# include <conio.h>

# define PI 3.141592654
# define PI2 6.283185307
# define Na 16      /* Armonicos a obtener 0..Na-1 */
# define N 33      /* Variables de los pulsos N= 2Na+1 */
# define lo 17
```

```
# define NombrePatron "d:\patron.dat"
# define NombreEspectro "d:\espectro.pls"
double Un(int n, double d[N]) ;
double Vn(int n, double d[N]) ;
void LeerPatron(double *pat);

main()
{ int n ;
  double d[N], x[N], xn, yn ;
  FILE *F;

  if (!(F=fopen(NombreEspectro,"w")))
  { printf("Imposible abrir el fichero %s",NombreEspectro);
    exit(1);
  }
  clrscr();
  LeerPatron(x);
  fprintf(F," N %9s %10s","An","Bn");
  for(n=1; n <= Na ; n++ )
  {   xn = Un(n,x) ;
      yn=Vn(n,x) ;
      fprintf(F,"\n\r %3d %10.3f, %10.3f ",n,yn,xn);
  }
}

void LeerPatron(double *pat)
{
  FILE *F;
  int i,j;
  double x ;

  if ( !access(NombrePatron, 0) )
  {
    F= fopen(NombrePatron, "r");
    i = 0;

    while ( (!feof(F)) && (i< N) )
    {   fscanf(F, "%lf", pat);
        i++;
        pat++;
    }
    if ( i!=N ) printf("\n El nº de angulos debe ser %d",N);
  }
  fclose(F);
}
```

```

double Vn(int n, double x[N])
{ float k ;
  double aux1, aux2, aux;
  int j ;

      k = lo / (2 * PI ) ;
      aux = 0 ;
  if (n==1)
    { for(j=1 ; j <= N-1 ; j+=2)
      aux = aux + x[j] - x[j-1] + ( sin(2*x[j]) - sin(2*x[j-1]) ) / 2;
    }
  else
    { aux1 = 0 ; aux2 = 0 ;
      for(j=1; j <= N-1 ; j+=2 )
      { aux1 = sin((n-1)*x[j]) - sin((n-1)*x[j-1]) ;
        aux1 = aux1 / (n-1) ;
        aux2 = sin((n+1)*x[j]) - sin((n+1)*x[j-1]) ;
        aux2 = aux2 / (n+1);
        aux = aux + aux1 + aux2 ;
      }
    }
  aux = k * aux ;
  return(aux);
}

```

```

double Un(int n, double x[N])
{ float k ;
  double aux1, aux2, aux;
  int j ;

      k = lo / (2 * PI ) ;
      aux = 0 ;
  if (n==1)
    { for(j=1 ; j <= N-1 ; j+=2)
      aux = aux + cos(2*x[j]) - cos(2*x[j-1]);
      aux = aux / 2 ;
    }
  else
    { aux1 = 0 ; aux2 = 0 ;
      for(j=1; j <= N-1 ; j+=2 )
      { aux1 = cos((n-1)*x[j]) - cos((n-1)*x[j-1]) ;
        aux1 = aux1 / (n-1) ;
        aux2 = cos((n+1)*x[j]) - cos((n+1)*x[j-1]) ;
        aux2 = aux2 / (n+1);
        aux = aux + aux1 + aux2 ;
      }
    }
  aux = -k * aux ;
  return(aux);
}

```

E.4. Programa para simular mediante PSPICE 90 la compensación del convertidor (Figura 4,10 y Figura 4,11).

* Carga convertidor con primer armónico (0,-7) e $l_0 = 17$ *

Vg 3 0 SIN(0 100 50 0 0 0)

Rg 3 4 0.001

V1 1 0 SIN(0 6V 50 0 0 90)

R1 1 0 100M

V2 2 0 PWL(0ms 0v 0.82782ms 0v 0.827825ms 5v 1.120147ms 5v 1.1201472ms 0v

+ 1.900875ms 0v 1.9008758ms 5v 2.279628ms 5v 2.2796287ms 0v

+ 2.95487ms 0v 2.954871ms 5v 3.429055ms 5v 3.4290557ms 0v

+ 3.991373ms 0v 3.9913734ms 5v 5.283054ms 5v 5.2830544ms 0v

+ 6.298626ms 0v 6.2986268ms 5v 6.712697ms 5v 6.7126979ms 0v

+ 7.346224ms 0v 7.3462241ms 5v 7.853917ms 5v 7.853918ms 0v

+ 8.397449ms 0v 8.3974495ms 5v 8.9891083s 5v 8.98910832ms 0v

+ 9.433246ms 0v 9.4332462ms 5v 9.992601ms 5v 9.9926013ms 0v

+ 10.820915ms 0v 10.8209151ms 5v 11.122850ms 5v 11.122851ms 0v

+ 11.881386ms 0v 11.8813863ms 5v 12.275147ms 5v 12.2751476ms 0v

+ 12.928866ms 0v 12.9288667ms 5v 13.427899ms 5v 13.4278992ms 0v

+ 13.938982ms 0v 13.9389823ms 5v 15.063961ms 5v 15.0639612ms 0v

+ 16.35567ms 0v 16.355671ms 5v 16.718251ms 5v 16.718252ms 0v

+ 17.374359ms 0v 17.3743596ms 5v 17.859275ms 5v 17.8592753ms 0v

+ 18.417030ms 0v 18.4170307ms 5v 18.989862ms 5v 18.9898626ms 0v

+ 19.445880ms 0v 19.4458804ms 5v 19.987624ms 5v 19.9876242ms 0v

+ 20ms 0v)

R2 2 0 100M

G1 4 0 poly(2) (1,0) (2,0) 0 0 0 1

RI 4 5 0.001

I1 5 0 SIN(0 13 50 0 0 0)

I3 5 0 SIN(0 1.667 150 0 0 0)

I5 5 0 SIN(0 1 250 0 0 0)

I7 5 0 SIN(0 0.7143 350 0 0 0)

I9 5 0 SIN(0 0.5556 450 0 0 0)

I11 5 0 SIN(0 0.4545 550 0 0 0)

I13 5 0 SIN(0 0.3846 650 0 0 0)

I15 5 0 SIN(0 0.3333 750 0 0 0)

```
.options reit0=.01 itl5=0 abstol=1uA  
.tran 100us 20ms  
.four 50 i(G1)  
.probe  
.end
```

E.5. Programa para simular mediante PSPICE 90 la compensación de una carga reactiva cuya intensidad viene dada por (4,4,1) (Figura 4,16).

```
* Carga convertidor con primer armónico (0,-13) *
Vg 3 0 SIN(0 100 50 0 0 0)
Rg 3 4 0.001
V1 1 0 SIN(0 6V 50 0 0 90)
R1 1 0 100M
V2 2 0 PWL(0ms 5v 0.25885ms 5v 0.25886ms 0v 0.84797ms 0v 0.84798ms 5v
+ 1.35577ms 5v 1.35578ms 0v 1.96365ms 0v 1.96366ms 5v 2.43436ms 5v
+ 2.43437ms 0v 3.09505ms 0v 3.09506ms 5v 3.44028ms 5v 3.44029ms 0v
+ 6.53653ms 0v 6.53654ms 5v 6.90493ms 5v 6.90494ms 0v
+ 7.56565ms 0v 7.56566ms 5v 8.03633ms 5v 8.03634ms 0v
+ 8.64453ms 0v 8.64454ms 5v 9.15200ms 5v 9.15201ms 0v
+ 9.74114ms 0v 9.74115ms 5v 10.25883ms 5v 10.25884ms 0v
+ 10.84800ms 0v 10.84801ms 5v 11.35579ms 5v 11.35580ms 0v
+ 11.96363ms 0v 11.96364ms 5v 12.43436ms 5v 12.43437ms 0v
+ 13.09505ms 0v 13.09506ms 5v 13.46345ms 5v 13.46346ms 0v
+ 16.53623ms 0v 16.53624ms 5v 16.90495ms 5v 16.90496ms 0v
+ 17.56564ms 0v 17.56565ms 5v 18.03635ms 5v 18.03636ms 0v
+ 18.64421ms 0v 18.64422ms 5v 19.15199ms 5v 19.15200ms 0v
+ 19.74115ms 0v 19.74116ms 5v 20ms 5v)
R2 2 0 100M
G1 4 0 poly(2) (1,0) (2,0) 0 0 0 1

RI 4 5 0.001
I1 5 0 SIN(0 13 50 0 0 -90)
I3 5 0 SIN(0 1.667 150 0 0 -90)
I5 5 0 SIN(0 1 250 0 0 90)
I7 5 0 SIN(0 0.7143 350 0 0 -90)
I9 5 0 SIN(0 0.5556 450 0 0 90)
I11 5 0 SIN(0 0.4545 550 0 0 -90)
I13 5 0 SIN(0 0.3846 650 0 0 90)
I15 5 0 SIN(0 0.3333 750 0 0 -90)

.options reltol=.01 itl5=0 abstol=1uA
```

```
.tran 100us 20ms  
.four 50 i(G1)  
.probe  
.end
```

E.6. Resultados de la simulación numérica de la compensación de un convertidor AC-DC para diversos ángulos de disparo y alimentación senoidal.

El programa de cálculo de las secuencias de conmutación, para los 16 primeros armónicos de la intensidad de la carga, se ha ejecutado en dos tipos de ordenadores, "mainframe" RISC SYSTEM/6000 de IBM y PC Vectra 386/25, con coprocesador 80387, de Hewlet-Packard. En el primero de ellos el tiempo promedio de ejecución ha sido 8 ms (aproximadamente), en el segundo, los tiempos se incluyen en los encabezamientos de las tablas (τ). Las intensidades se refieren a valores máximos medidos en A y los parámetros del circuito son los mismos que los mencionados en el apartado 4.3

En cada tabla se indica:

Angulo de disparo del convertidor (α)

Disminución del THD (%) de la intensidad de la línea y aumento del factor de potencia PF(%) respecto de los valores existentes antes de la compensación.

Apéndice E: Algoritmos par la obtención de las secuencias de conmutación

Tabla E,1 : $\alpha = 10^\circ$, Δ THD = 94%, Δ FP = 5.5 %, $\tau = 4..4$ s.

10· n	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	4.924	-0.007	4.947	0.2348	0.3384
2	0.000	-0.003	0.001	0.5917	0.7118
3	1.434	0.027	-0.020	0.9263	1.0767
4	0.000	0.000	-0.001	1.2462	1.5950
5	0.643	-0.028	0.004	1.9976	2.1183
6	0.000	-0.005	-0.003	2.3202	2.4785
7	0.244	0.036	-0.006	2.6516	2.8406
8	0.000	0.003	-0.002	3.0102	3.1578
9	0.000	-0.033	-0.007	3.3748	3.4793
10	0.000	-0.002	-0.005	3.7327	3.8530
11	-0.155	0.028	0.011	4.0667	4.2177
12	0.000	0.007	0.001	4.3855	4.7358
13	-0.247	-0.023	0.002	5.1417	5.2610
14	0.000	0.000	0.000	5.4633	5.6208
15	-0.289	0.006	0.026	5.7943	5.9828
16	0.000	0.05	0.012	6.1529	6.2998

Apéndice E: Algoritmos par la obtención de las secuencias de conmutación

Tabla E,2 : $\alpha = 20^\circ$, Δ THD = 57 %, Δ FP = 2.7%, $\tau = 6.04$ s.

20·	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
n	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	4.698	0.097	4.793	0.1879	0.3408
2	0.000	0.078	0.019	0-5867	0.7048
3	0.833	0.029	-0.020	0.9201	1.0691
4	0.000	0.020	0.011	1.2438	1.6868
5	-0.173	0.033	0.073	1.9907	2.1167
6	0.000	0.063	0.055	2.3096	2.4711
7	-0.547	0.111	0.134	2.6376	2.8018
8	0.000	0.008	0.040	3.0258	3.1624
9	-0.555	0.053	0.156	3.3460	3.4935
10	0.000	0.059	0.118	3.7403	3.8578
11	-0.348	0.042	0.209	4.0722	4.2206
12	0.000	0.001	0.065	4.3946	4.7655
13	-0.067	0.032	0.122	5.1296	5.2576
14	0.000	0.000	0.188	5.4517	5.6134
15	0.167	-0.095	0.093	5.7783	5.9443
16	0.000	-0.193	0.137	6.1693	6.3065

Tabla E,3 : $\alpha = 30^\circ$, Δ THD = 97 %, Δ FP = 3.7%, $\tau = 3.68$ s.

30·	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
n	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	4.330	0.003	4.346	0.2319	0.4043
2	0.000	0.004	0.002	0.5980	0.7191
3	0.000	0.003	-0.014	0.9528	1.0888
4	0.000	0.004	0.000	1.2913	1.7446
5	-0.866	0.002	0.017	1.9823	2.1322
6	0.000	-0.002	0.005	2.3211	2.4931
7	-0.619	-0.001	-0.007	2.6918	2.8109
8	0.000	0.002	0.001	3.0403	3.1818
9	0.000	0.002	0.013	3.3739	3.5463
10	0.000	-0.003	0.005	3.7396	3.8613
11	0.394	-0.005	-0.008	4.0941	4.2313
12	0.000	-0.002	0.000	4.4321	4.8827
13	0.333	0.000	0.006	5.1250	5.2733
14	0.000	-0.003	0.003	5.4631	5.6344
15	0.000	-0.006	-0.003	5.8336	5.9522
16	0.000	-0.005	-0.001	6.1822	6.3232

Tabla E,4 : $\alpha = 40^\circ$, $\Delta\text{THD} = 96\%$, $\Delta\text{FP} = 6.4\%$, $\tau = 2.25\text{s}$.

40·	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
n	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	3.830	0.012	3.853	0.2646	0.4366
2	0.000	0.009	0.001	0.5966	0.7522
3	-0.833	0.000	-0.019	0.9937	1.1141
4	0.000	0.006	0.007	1.3485	1.8116
5	-0.940	0.011	0.032	1.9997	2.1697
6	0.000	-0.004	0.005	2.3416	2.4806
7	0.124	-0.009	-0.013	2.7394	2.8557
8	0.000	0.001	0.008	3.0744	3.2178
9	0.556	0.001	0.016	3.4076	3.5791
10	0.000	-0.007	0.005	3.7387	3.8949
11	0.079	-0.009	-0.013	4.1355	4.2577
12	0.000	-0.004	0.000	4.4880	4.9518
13	0.000	-0.007	0.020	5.1418	5.3106
14	0.000	-0.009	0.002	5.4833	5.6219
15	-0.167	-0.009	0.008	5.8811	5.9970
16	0.000	-0.001	-0.007	6.2161	6.3592

Tabla E,5 : $\alpha = 50^\circ$, $\Delta THD = 96\%$, $\Delta FFP = 13.6\%$, $\tau = 4.23s$.

50· n	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	3.214	0.012	3.244	0.3164	0.4845
2	0.000	0.000	0.000	0.6439	0.8344
3	-1.443	-0.041	-0.020	1.0466	1.1459
4	0.000	0.003	0.002	1.4462	1.8897
5	-0.342	0.012	0.014	2.0382	3.2159
6	0.000	0.000	0.000	2.4525	2.5493
7	0.703	0.015	-0.006	2.7896	2.9126
8	0.000	0.001	0.002	2.1244	3.2700
9	0.000	0.006	0.003	3.4579	3.6266
10	0.000	0.000	0.002	3.7859	3.9767
11	-0.448	-0.025	0.008	4.1884	4.2884
12	0.000	-0.002	0.005	4.5866	5.0314
13	0.131	0.007	-0.001	5.1804	5.3574
14	0.000	-0.007	0.002	5.5948	5.6912
15	0.289	-0.006	-0.006	5.9318	6.0546
16	0.000	-0.016	0.005	6.2666	6.4121

Tabla E,6 : $\alpha = 60^\circ$, $\Delta\text{THD} = 59\%$, $\Delta\text{FP} = 21.9\%$, $\tau = 9.6\text{ s}$.

60·	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
n	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	2.500	0.111	2.717	0.2673	0.4240
2	0.000	0.067	-0.003	0.6047	0.7742
3	-1.667	0.032	-0.220	0.9163	1.0462
4	0.000	0.085	0.098	1.5356	1.9149
5	0.500	0.024	0.319	2.0238	2.1694
6	0.000	-0.011	0.053	2.4221	2.5368
7	0.357	0.069	-0.062	2.7612	2.8946
8	0.000	0.041	0.094	3.0987	3.2496
9	-0.556	-0.036	0.173	3.4353	3.6054
10	0.000	-0.053	0.115	3.7697	3.9662
11	0.227	-0.088	0.060	4.0993	4.2507
12	0.000	-0.113	0.083	4.5479	5.0025
13	0.192	-0.146	0.078	5.1392	5.2777
14	0.000	-0.178	0.074	5.5626	5.6610
15	-0.333	-0.222	0.082	5.9037	6.0231
16	0.000	-0.293	-0.086	6.2416	6.3795

Tabla E,7 : $\alpha = 70^\circ$, $\Delta\text{THD} = 64\%$, $\Delta\text{FP} = 43.8\%$, $\tau = 5.3$ s.

70°	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
n	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	1.710	0.010	2.093	0.3309	0.4860
2	0.000	0.001	-0.001	0.6628	0.8318
3	-1.443	-0.023	-0.358	0.9813	1.1616
4	0.000	0.001	0.003	1.5730	1.9222
5	0.985	0.031	0.311	2.1468	2.2365
6	0.000	-0.001	0.000	2.4689	2.5844
7	-0.459	-0.028	-0.242	2.8015	2.9325
8	0.000	0.001	0.001	3.1373	3.2805
9	0.000	0.019	0.171	3.4730	3.6282
10	0.000	-0.003	0.002	3.8048	3.9742
11	0.292	-0.013	-0.101	4.1235	4.3045
12	0.000	0.000	-0.002	4.7099	5.0636
13	-0.379	0.002	0.048	5.2880	5.3776
14	0.000	-0.003	0.001	5.6103	5.7256
15	0.289	-0.003	-0.018	5.9429	6.0738
16	0.000	-0.002	-0.005	6.2788	6.4219

Tabla E,8 : $\alpha = 80^\circ$, $\Delta\text{THD} = 47\%$, $\Delta\text{FP} = 80\%$. $\tau = 5.3$ s.

80·	I Carga, $a_{n=0}$	I Generador		Flancos de impulsos (rad)	
	b_n	a_n	b_m	subida	bajada
1	0.868	0.015	1.228	0.3629	0.5163
2	0.000	0.003	0.001	0.7103	0.8739
3	-0.833	-0.022	-0.345	1.0559	1.2494
4	0.000	0.002	0.003	1.5689	1.8515
5	0.766	0.027	0.329	2.1143	2.2358
6	0.000	-0.002	0.003	2.4625	2.5949
7	-0.671	-0.024	-0.283	2.8100	2.9498
8	0.000	-0.002	0.003	3.1577	3.3038
9	0.555	0.010	0.230	3.5052	3.6583
10	0.000	-0.004	0.000	3.8522	4.0159
11	-0.427	-0.009	-0.162	4.1976	4.3916
12	0.000	-0.003	-0.002	4.7113	4.9929
13	0.295	-0.004	0.089	5.2562	5.3774
14	0.000	-0.003	-0.004	5.6043	5.7366
15	-0.167	0.001	-0.042	5.9518	6.0915
16	0.000	0.000	-0.009	6.2995	6.4455

Bibliografía

-
- [1] H.Rissik, "Mercury–Arc Current Converter", London: Pitman. 1947
 - [2] D.W.Borst, E.J.Dieboid, F.W.Parrish, "Voltage Control by means of power thyristors", IEEE Trans. Ind. and Gen., vol. IGA–2, pp. 102–123. Marzo 1966
 - [3] C. Laster, "Thyristor Theory and Application", Tab Books Inc., USA. 1986.
 - [4] B.J.Baliga, "Modern power devices", John Wiley 1987
 - [5] J.Arrillaga, D.A.Bradley, P.S. Bodger, "Power System Harmonics", Jhon Wiley & Sons Ltd. Norwich 1985.
 - [6] J.R.Toth, J.D. Schoeffer, K.M. Chirgwin, "Artificial commutation of static converters", IEEE Trans. Communication and Electronics, vol. 83, pp.83–94, Marzo 1963
 - [7] H.F.Storm, "Turn–off silicon controled rectifiers", Electro–Technol., pp. 62–67, Octubre 1963.
 - [8] M.S.Erlicki, A.Emanuel, "News Aspects of Power Factor Improvement, Part I– Theoretical Basis, Part II– Practical circuits", IEEE Trans. Ind. and Gen. Appl., vol. IGA–4, No 4, pp 441–55, Julio 1968.
 - [9] T.J.E.Miller, "Reactive Power Control in Electric Systems", John Wiley 1982.
 - [10] A.E.Emanuel, M.Yang, "On the harmonic compesation in nonsinusoidal systems", IEEE Trans. Power Deliv., vol 8, pp. 393–99, Enero 1993.

- [11] Einar Larsen, Nicholas Miller, Stig Nilsson, Stan Lindgren, " Benefits of GTO–Based Compensation Systems for Electric Utility Applications", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 7, No. 4, October 1992.
- [12] F. Goodenough, " Optically Isolated ICs Turn On Power Mosfets Rapidily", Electrical Design, Vol. 40, No. 17, pp. 51–3, Agosto 1992.
- [13] D.G. Luenberger, "Linear and nonlinear programing", 2^a Ed. Addison–Wesley 1989.
- [14] L.S.Czarnecki, "Consideratios on the reactive power in nonsinusoidal situations"", IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol IM–34, pp. 399–404, Sep. 1985
- [15] Roham T. Saleh, Alexander E. Emanuel, "Optimun Shunt Capacitor for Power Factor Correction at Busses with Lightly Distorted Voltage", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 2, No. 1, pp. 165–72, January 1987.
- [16] L. S. Czarnecki, "A Time–Domain Approach to Reactive Current Minimization in Nonsinusoidal Situations", IEEE Trans. on Instr. and Meas., Vol. 39, No. 5, pp 698–703, October 1990.
- [17] G. G. Richards, P. Klinkhachorn, O. T. Tan, R. K. Hartana, "Optimal LC Compensators for Nonlinear Loads with Uncertain Nonsinusoidal Source and Loads Characteristics", IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 4, No. 1, pp.30–36, February 1989.

-
- [18] M. Padmanabhan, K. Martin, "Resonator-Based Filter-Banks for Frequency-Domain Applications", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol 38, No. 10, pp.1145-59, October 1991.
- [19] G. Fodor, G. Tevan,"Powers and Compensation in Networks in Periodic State", Archiv für Elektrotechnik 65, pp. 35-40, Springer-Verlag 1982.
- [20] A. Roux, J. P. Gruson, P. Charles, "Condensateurs Commutés par Thyristors", RGE No. 6, pp. 24-27, 1988.
- [21] Malcolm M. Cameron, " Trends in Power Factor Correction with Harmonic Filtering", IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol 29, No. 1, pp. 60-65, January/February 1993.
- [22] L. S. Czarnecki, " Minimization of Distortion Power of Nonsinusoidal Sources applied to Linear Loads", IEE Proc., Vol. 128, No. 4, pp. 208-10, July 1981.
- [23] D.A.N. Jacobson, R.W. Menzies,"Comparison of Thyristor Switched Capacitor and Voltage Source GTO Inverter Type Compensators For Single Phase Feeders", IEEE Trans on Power Delivery, Vol. 7, No. 2, pp. 776-81, April 1992.
- [24] L. S. Czarnecki, "Scattered and Reactive Current, Voltage, and Power in Circuits with Nonsinusoidal Waveforms and Their Compensation", IEEE Trans. on Instr. and Meas, Vol. 40, No. 3, pp. 563-67, June 1991.
-

- [25] A. E. Emanuel, "Power in Nonsinusoidal Situations, a Review of Definitions and Physical Meaning", IEEE/PES Winter Meeting of IEEE Power Engineering Society, Atlanta, Georgia, February 4–8 1990.
- [26] C.F.L.Dixon, P.G. Kendall, "Supply to Arc Furnaces: Measurement and Prediction of Supply–Voltage Fluctuation", Proc. IEE, Vol. 119, No. 1, pp. 456–65, April 1972.
- [27] Arthur B. Williams, Fred J. Taylor, "Electronic Filter Design Handbook, LC, Active, and Digital Filters", 2nd ed., McGraw–Hill, USA 1988.
- [28] L. S. Czarnecki, "Minimization of Reactive Power under Nonsinusoidal Conditions", IEEE Trans., on Instr. and Meas, Vol. 36, pp. 18–22, No. 1 March 1987.
- [29] H. Baher, "Synthesis of electrical networks", Jhon Wiley & Sons Ltd., Belfast 1984
- [30] H. Ruston, J. Bordogna, "Electric Networks: Functions, Filter, analysis", McGraw–Hill Book Company, USA 1966.
- [31] N. Gastinel, "Análisis Numérico lineal", Editorial Reverté S.A., Barcelona 1975.
- [32] B. Noble, J. W. Daniel, "Algebra lineal aplicada", Prentice–Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1989
- [33] W. Shepherd, P. Zand, "Energy Flow and Power Factor in Nonsinusoidal Circuits", Cambridge University Press, Great Britain 1979.

-
- [34] C. Keene, A.Y. Chikhani, M.M.A. Salamma, M.H. Rathman, V. H. Quintana, R. Hackam, " A Computed Control Var Compensator for Distribution Feeders", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. PWRD-1, No. 3, pp. 1466-73, July 1986.
- [35] A. Gómez, F. Gonzalez, C. Izquierdo, T. Gonzalez, F. Pozo. "Microprocessor-Based Control of an SVC for Optimal Load Compensation", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 7, no. 2, pp 706-12, April 1992.
- [36] H.M. El-Bolk, M.E. Masoud, M.M.Mahmoud, "A Microprocessor-Based Adaptive Power Factor Corrector for Nonlinear Loads", IEEE Trans. on Indust. Elect., Vol. 37, No. 1, pp. 77-81, February 1990.
- [37] P.M. Martínez, J. Uceda, J.Peire, "Compensación Estática de Potencia Reactiva, ahorro energético en las redes de distribución", Mundo Electrónico, No. 112, pp. 143-50, 1981.
- [38] S. E. Haque, N.H. Malik, W. Shepherd, "Operation of a Fixed Capacitor-Thyristor Controlled Reactor (FC-TCR) Power Factor Compensator", IEEE Trans. on Power Apparatus and System, Vol. PAS-104, No. 6, pp. 1385-90, June 1985.
- [39] S. Y. Lee, T. Lejonberg, A. Hammad, S. Lefebvre, "Detailed Modeling of Static Var Compensators Using the Electromagnetic Transients Program (EMTP)", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 7, No. 2, pp. 836-47, April
-

- 1992.
- [40] C. Laster, "Thyristor Theory and Application", Tab Books Inc., USA 1986.
- [41] H. Lilen, "Tiristores y triacs", Marcombo Boixareu Editores, Barcelona 1988.
- [42] H. Frank, B. Landstrom, "Power-Factor Correction with Thyristor-Controlled Capacitors", ASEA Journal, pp. 180-84, 1971.
- [43] A. Roux, J.P.I Gruson, P. Charles, "Condensateurs Commutés par Thyristors", RGE No. 6, pp. 24-27, Juin 1988.
- [44] W. Shepherd, "Analysis of Thyristor-Controlled Single-Phase loads with Integral Cycle Trigeering", Proc. IEE, Vol 117, No. 3, pp. 607-8, March 1970.
- [45] W. Shepherd, "Steady-State Analysis of the Series, Resistance-Inductance Circuit Controlled by Silicon Controlled Rectifiers". IEEE Trans., Vo. IGA-1, pp. 259-65, 1965.
- [46] W. Shepherd, "Steady State Snalysis of a Two-Branch, Parallel, Resistance Inductance Load Controlled by Silicon Controlled rectifiers", IEEE Trans, Vo. IGA-2, pp. 469-73, 1966.
- [47] G. G. Karady, " Continuous Regulation of Capacitive Reactiva Power", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 7, No. 3, pp. 1466-73, July 1992.
- [48] P.J.Gallagher, A. Barret, W. Shepherd," Analysis of Single-Phase Rectified Thyristor-Controlled Load with Integral-Cycle Triggering", Proc.

-
- IEE, Vol. 117, No. 2, pp. 409–14, February 1970.
- [49] J.C.Montaña, M.Castilla, A.López, J.Gutiérrez, "Measurement of Apparent Power Components in the Frequency Domain", IEEE Trans. on Instr. and Meas., Vol. 39, No. 4, pp. 583–87 Agosto 1990.
- [50] J.C.Montaña, M.Castilla, A.López y J.Gutiérrez, "Measurement of the load admittance and reactive current RMS value in the frequency domain", IEE Proc.–A, vol. 138, No. 2, pp. 138–44, March 1991.
- [51] D. Raonic, D. Cyganski, A. E. Emanuel, "Power Factor Compensation at Busses with Slightly Distorted Voltage Due to Random Harmonics", Winter Meeting of IEEE Power Engineering Society, New York January 31–February 5 1988.
- [52] J. Gutiérrez, J.C. Montaña, A. López y M. Castilla, "Una alternativa a la compensación con TCR en situaciones no-senoidales", II Jornadas Luso-Españolas de Ingeniería Eléctrica. Coimbra (Portugal), 1991,
- [53] J.C. Montaña, J. Gutiérrez, A. López y M. Castilla, "Effects of voltage-waveform distortion in TCR-type compensators", IEEE Trans. on Industrial Electronics. IEEE Trans. on Indus. Elec., vol. 40, no. 3, pp 373–383 June 1993.
- [54] J. Gutiérrez, J.C. Montaña, A. López y M. Castilla, "Effects of harmonic distortion of the supply voltage on the optimum performance of thyristor-controlled reactors (TCR) compensators", IEE Proc. (A). (Aceptado 13–11–
-

- 92).
- [55] J.C. Montaña, J. Gutiérrez, M. Castilla y A. López, "Effect of harmonic distortion of the supply voltage on the optimum gating angle of a TCR-type compensator", CIEP'93 Cuernavaca, Morelos, México, 1993,
- [56] M. Castilla, J.C. Montaña, J. Gutiérrez, A. López, "Efecto de la distorsión armónica en la medida de la potencia reactiva", III Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica. Barcelona, Julio-1993,
- [57] A.Papoulis: "Signal Analysis", McGraw-Hill, New York, 1977.
- [58] A.V.Oppenheim, R.W.Schafer: "Digital Signal Processing", Prentice-Hall, Inc., Englewood Clifs, New Jersey.
- [59] J. A. Edminister: "Electric circuits", Schaum Publishing Company, New York 1965
- [60] "Turbo Pascal Numerical Methods Toolbox", Borland International, 1986
- [61] A.E. Emanuel, Worcester, "Energetical Factors in Power Systems with Nonlinear Loads", Archiv für Elektrotechnik 59, pp. 183-89, 1977.
- [62] G.H. Choe, M. H. Park, "Analysis and Control of Active Power Filter with Optimized Injection", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 4, No. 4, pp. 427-433, October 1989.
- [63] H.S. Patel, R.G. Hoft, "Generalised Techniques of Harmonics Elimination", IEEE Trans. Indus. Applications, Vol. IA-9, pp. 310-17, 1973.

-
- [64] H.S. Patel, R.G. Hoft, "Generalised Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters: Part 2- Voltage Control Techniques", IEEE Trans. Indust. Applications, Vol. IA-10, pp. 666-73, 1974.
- [65] H. Nomura., K. Fujiwara, H. Kawakami, "A Power Factor Compensator Using a Force-Commutated Cycloconverter", IEEE Trans. on Indust. Appl., Vol. 26, No. 4, pp. 769-75, July /August 1990
- [66] P. Mehta, M. Darwish, T. Thomson, "Switched-Capacitor Filters", IEEE Transactions on power electronics, Vol. 5, No. 3, pag. 331-336, July 1990.
- [67] K. Mikolajuk, A. Tobola, "A New Method for Reduction of Current and Voltage Harmonic Distortion in Power Systems", ETEP Vol. 3, No. 1, pp. 85-89, January/February 1993.
- [68] L.O. Chua, "Introduction to Nonlinear Network Theory", McGraw-Hill , USA 1969.
- [69] G. Choe, M. Park, "A New Injection Method for AC Harmonics Elimination by Active Power Filter", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 25, No. 1, February 1988.
- [70] A.Papoulis, "Sistemas digitales y analógicos, transformadas de Fourier, estimación espectral", MARCOMBO, S.A., Barcelona 1986

- [71] Mangasarian, L. Olvi, "Nonlinear Programing", McGraw–Hill, New York 1969.
- [72] Avriel M., "Nonlinear Programing: Analysis and Methods", Prentice–Hall International, Englewood Clifs, N.J. 1976.
- [73] Hoek G. "Reduction Methods in Nonlinear Programing", Mathematish Centrum, Amsterdan 1980.
- [74] I. Adi, A. Tol , S. Zlobec, "Optimality in Nonlinear Programing: a Feasible Directions Aproach", John Wiley and Sons, New York 1981.
- [75] R. Infante, "Métodos de Programación Matemática", UNED, Madrid 1985,
- [76] A. L. Peressini, F. E. Sullivan, "The Mathematics of Nonlinear Programing", Springer–Verlag, New York 1988.
- [77] D. N. Corey, J.G. Ecker, "Parallel Elipsoid Methods for nonlinear programing", UMI, Am Arbor (MI), 1992.
- [78] A. Raimond, "Linear Systems, a State Variable Approach with Numerical Implementation", Prentice–Hall , New Jersey, USA 1989.
- [79] S. R. Bowes, P. R. Clark, "Transputer–Based Harmopnic–Elimination PWM Control of Inverter Drives", IEEE Trans. on Indust. Appli. , Vol. 28, No. 1, January/February 1992.
- [80] M. A. Boost, P. D. Zioagas, "State–of–the–Art Carrier PWM Techniques: A Critical Evaluation", IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol . 24, No. 2, pp. 271–80, March/April 1988.

-
- [81] P. Enjeti, W. Shireen, "A New Technique to Rejet DC-Link Voltage Ripple for Inverters Operating on Programmed PWM Waveforms", PESC'90 , Vol. 2, pp 705-13, 1990.
- [82] M. L. Liou, Y. L. Kuo, "Exact Analysis of Switched Capacitor Circuits with Arbitrary Inputs", IEEE Trans. Circuits Syst., vol CAS-26, pp. 213-223, Apr. 1979
- [83] E.Hökenek, G.S.Moschytz, " Analysis of general switched-capacitor networks using indefinite admittance matrix", IEE, vol 127, pt. G, pp.21-33, Feb. 1980
- [84] C. F. Kurth, G. S. Moschytz, "Two-Port Analysis of Switched-Capacitor Networks Using Four-Port Equivalent Circuits in the z-Domain", IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-26, pp. 166-180, Mar 1979
- [85] C. F. Kurth, G. S. Moschytz, "Nodal Analysis of Switched-Capacitor Networks", IEEE Trans. Circuits Syst., Vol CAS-26, pp 93-104, Feb. 1979
- [86] A. Mozdzer, B. K. Bose, " Trhe-Phase AC Power Control Using Power Transistors, IEEE Trans. on Indust. Applic., Vol. IA-12, No. 5, September/October 1976.
- [87] K.Mikolajuk, A.Tobola, " A New Method for Reduction of Currente and Voltage Harmonic Distortión in Power Systems", ETEP Vol. 3, No. 1, January/February 1993
-

- [88] W. McMurray, " Power Electronic Circuit Topology", IEEE, Vol. 76, No. 4, pp. 428–37, April 1988
- [89] P. W. Tuinenga, "SPICE, a Guide to Circuit Simulation and Analysis Using PSpice", Prentice Hall, New Jersey 1991.
- [90] M. Ehsani, O.H. Stielau, J. D. van Wyk, I.J. Pitel, "Integrated Reactive Component in Power Electronic Circuits", IEEE, Trans. on Power Electronic, Vol. 8, No. 2, pp. 208–15, April 1993.
- [91] W.Shepherd, P.Zakikhani, "Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems", Proc. IEE vol. 119, Sept.1972
- [92] L.S.Czarnecky, "Minimization of Reactive Power under Nonsinusoidal Conditions", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol IM–36, no. 1, March 1987
- [93] S. Fryze, "Effective Wattless, and Apparent Power in Electrical Circuits for the Case of Nonsinusoidal Wave–Form of Current and Voltage", Elektrotech. Z., Vol. 53, pp. 596–625, 1932.
- [94] C.H. Page, "Reactive Power in Nonsinusoidal Situations", IEEE Trans., IM–29, pp. 420–23, 1980.
- [95] P. Filipski, P., "A New Approach to Reactive Current and Reactive Power Measurement in Nonsinusoidal Systems", IEEE Trans., IM_29, pp. 423–26, 1980.
- [96] N.L. Kusters, W.J.M. Moore, " On the Definitions of Reactive Power Under Nonsinusoidal conditions", IEEE Trans., PAS–99, pp. 1845–54, 1980.

-
- [97] L.S.Czarnecki, "What is wrong with the Budeanu Concept of Reactive and Distortion Power and Why it should be abandoned", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol IM-36, pp. 834-837, Sept.1987
- [98] R.Aparicio, J.C.Montaña, G.Rodríguez-Izquierdo, "Reactive Power Meter for Nonsinusoidal Systems", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol IM-26, pp 258-260, Sept. 1977.
- [99] A.C. Corney, R.T. Pullman, "Digital Sampling Laboratory Wattmeter", IEEE Trans. Instr. Meas., Vol IM-36, pp. 54-59, March 1987.
- [100] C.I. Budeanu, "The Different Options and Conceptions Regarding Active Power in Nonsinusoidal Systems", Rumanian National Institute, Bucarest, Rumania, publicación no. 2, 4, 1927
- [101] R. E. Blahunt, "Fast Algorithms For Digital Signal Processing", Addison-Wesley Publishing Company, USA 1987.
- [102] D.F. Elliot, K. R. Rao, "Fast Transforms Algorithms, Analyses, Applications", Academic Press Inc., London 1982.
- [103] J.W.Cooley,, P.A. W. Lewis, P.D. Welch, "The Finite Fourier Transform", IEEE Trans, Audio Electroacoust., Vol. AU-17, pp. 75-85, June 1969.
- [104] H. Yassaie, "Discrete Fourier Transform with the IMSA 100", IN-MOS IMSA 100 Appl. Note 2, June 1986.
- [105] J.C.Montaña, M.Castilla, A.López, J.Gutiérrez, " Measurement of the Power Components in the Frequency Domain", IEEE Trans. Instrum.
-

- Meas., vol. 39, no. 4, August 1990.
- [106] Rabiner, L.R., et al, "Terminology in Digital Signal Processing", IEEE Trans. AU-20, pp. 322-37, 1972
- [107] "PCPLOT", BV Engineering Professional Software, Riverside CA USA 1986.
- [108] "TURBO PASCAL". Owner's Handbook Versión 4.0, Borland International 1987.
- [109] S. K. O'Brien, "TURBO PASCAL, MANUAL DE REFERENCIA", Borland Osborne/McGraw-Hill, Serie programación, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid 1989.
- [110] E. Alhama, F. Sastre, "Turbo Pascal 5.5", Anaya Multimedia S.A., Salamanca 1991.
- [111] B. W. Kernighan, D. M. Ritchie, "El Lenguaje de Programación C", Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., Mexico 1991.
- [112] M. Waite, S. Prata, D. Martin, "Programación en C, Introducción y Conceptos Avanzados", Ediciones Anaya Multimedia S.A., Madrid, 1985.
- [113] A. Mata, "Turbo C, Iniciación y Programación Avanzada", Editorial Paraninfo S.A. Madrid 1991.
- [114] H. Schildt, "Lenguaje C, Programación avanzada", Osborne/McGraw-Hill, Madrid 1989.

UNIVERSIDAD DE LOS RIOS

Reunido el Consejo de la Universidad de los Rios en su sede central, en el día de la fecha, se aprobó el título doctoral de D. JAIME GUTIERREZ BENITEZ titulada "COMPENSACION DE COMPONENTES ARMONICOS DE INTENSIDAD EN SISTEMAS ELECTRICOS CON CARGAS NO LINEALES"

acordó otorgar el título doctoral POR UNANIMIDAD

APTO CON LAUDE

04 FEBRERO

1994

El Vocal

El Vocal

El Presidente

El Secretario

El Decano