

# Trabajo Fin de Máster

## Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

### Estudio de la respuesta dinámica en puentes de ferrocarril de losa maciza para LAV incluyendo interacción suelo-estructura

Autor: Francisco Javier Garzón Barragán

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017





Trabajo Fin de Máster  
Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

**Estudio de la respuesta dinámica en puentes de  
ferrocarril de losa maciza para LAV incluyendo  
interacción suelo-estructura**

Autor:

Francisco Javier Garzón Barragán

Tutor:

Antonio Martínez de la Concha

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Máster:  
Estudio de la respuesta dinámica en puentes de ferrocarril de losa maciza para LAV  
incluyendo interacción suelo-estructura

Autor: Francisco Javier Garzón Barragán

Tutor: Antonio Martínez de la Concha

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo Fin de Máster arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal



# AGRADECIMIENTOS

---

En primer lugar, agradecer a mi tutor Antonio Martínez de la Concha la ayuda y conocimientos que me ha proporcionado durante la realización de este trabajo. También, me gustaría darle las gracias por el tiempo que me ha dedicado, y de forma especial la labor docente que realiza de forma incansable. Sin duda un gran referente.

A mi amigo Iván, por compartir incontables horas de estudio, esfuerzo y crecimiento tanto académico como personal. A David y a Fran, por su ayuda y buen compañerismo en esta última etapa.

A mi familia por tantas cosas que hicieron para que todo fuera más fácil y cómodo, difícilmente resumible en unas líneas.



# RESUMEN

---

Este Trabajo de Fin de Máster, se enmarca en el estudio de la respuesta dinámica de puentes de ferrocarril al paso de trenes de alta velocidad. La base del mismo parte, principalmente, de los trabajos desarrollados en la Tesis Doctoral (Martínez De la Concha, 2017). En el marco de las líneas de desarrollo de la citada Tesis, en este trabajo se realiza un acercamiento al conocimiento de aquellos puentes que, bajo las acciones de trenes de alta velocidad son más susceptibles a fenómenos de resonancia, es decir aquellos que se encuentran en un rango de luces cortas.

El estudio se centra en primer lugar, en la realización de una serie de ensayos numéricos con el objetivo de desarrollar una metodología para la detección de respuestas máximas en los citados puentes de ferrocarril. Con ello se persigue facilitar la identificación de los modos que se excitan tras el paso del tren, en los casos donde el modelo de cálculo incluye el terreno y las cimentaciones. De esta primera parte, resulta la desestimación de una metodología planteada inicialmente y en su lugar, se proponen unos criterios para la definición de los casos de estudio en aquellos modelos donde se incluya el terreno y cimentaciones. Con los criterios propuestos, no se garantiza que los casos de estudio sean los más desfavorables, es decir que provoquen la respuesta máxima o situación más resonante, pero a los efectos docentes del TFM se prevé estar cerca de esa situación y sirva así para los estudios comparativos que forman parte de los objetivos de este trabajo.

A continuación, se realiza un estudio de la respuesta máxima (coeficiente de impacto y aceleraciones) de estos puentes a través de modelos de elementos finitos simples, donde solo se incluye el tablero. Se somete cada uno de los tableros a distintos casos de carga basados en las configuraciones del Tren Dinámico Universal-A. En su desarrollo se analizan distintos factores que intervienen de forma conocida en el comportamiento dinámico de los modelos estudiados (luz de vano, relación  $D_k/L$ , carga nominal por eje de un bogie, velocidad de paso, etc.).

Por último, se centra el estudio en el análisis de los mismos tableros, pero en esta ocasión incluyendo en el modelo de cálculo cimentaciones y una porción de terreno significativa. Con los resultados obtenidos de dicho análisis se realiza un estudio comparativo donde se comprueba la influencia que tiene la interacción suelo-estructura en la respuesta dinámica del puente.



# CONTENIDOS

---

Agradecimientos .....	i
Resumen.....	iii
Contenidos.....	v
Lista de tablas.....	vii
Lista de figuras.....	ix
1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	2
1.1 Motivación.....	2
1.1.1 Auge e importancia de las LAV.....	2
1.1.2 La resonancia y la alta velocidad.....	3
1.2 Referencia Normativa. IAPF.....	4
1.3 Prácticas habituales.....	6
1.4 Marco de estudio .....	6
1.5 Objetivos .....	7
2 FORMULACIÓN BÁSICA.....	9
2.1 Análisis modal.....	9
2.2 Evaluación numérica de la respuesta dinámica.....	11
2.2.1 Aspectos básicos.....	11
2.2.2 Integración directa en el tiempo. Método de Newmark.....	11
3 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS.....	14
3.1 Modelo de tablero aislado.....	16
3.2 Modelo completo con cimentaciones directas .....	22
4 DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA.....	25
4.1 Consideraciones iniciales.....	25
4.2 Modelo de tablero aislado.....	26
4.3 Modelo completo con cimentaciones directas .....	26
5 CASOS DE ESTUDIO.....	43
5.1 Definición de casos .....	43
5.2 Resultados y discusión de los resultados .....	44
5.2.1 Modelo de tablero aislado.....	45
5.2.2 Modelo completo con cimentaciones directas.....	59
6 CONCLUSIONES .....	65
6.1 Aportaciones del trabajo .....	65
6.2 Desarrollos futuros.....	67
7 Referencias .....	68



# LISTA DE TABLAS

---

Tabla 1-1. Principales Líneas de Alta Velocidad en el mundo. ....	2
Tabla 1-2. Espaciamiento regular D en composiciones europeas de alta velocidad. ....	4
Tabla 3-1. Geometría sección transversal de los casos de estudio .....	14
Tabla 3-2. Pesos por metro de cargas permanentes .....	18
Tabla 3-3. Tipos de terreno estudiados .....	24
Tabla 4-1. Valores modales de tableros analizados.....	28
Tabla 4-2. Primeras frecuencias propias del modelo de 5 metros con terreno de 220 MPa .....	32
Tabla 4-3. Resumen de resultados en el Ensayo 1. ....	32
Tabla 4-4. Resumen de resultados Test de sensibilidad <i>fexcitada</i> – <i>Vpaso</i> .....	34
Tabla 4-5. Resumen de resultados en el Ensayo 2. ....	40
Tabla 5-1. Velocidades de paso para cada caso de estudio en Modelo de Tablero Aislado. (km/h) ..	44
Tabla 5-2. Velocidades de paso para el Tren A10 en caso de estudio de Modelo Completo. (km/h) 44	
Tabla 5-3. Relaciones D/L frente a coeficientes de impacto y cargas por eje en cada tren. ....	49
Tabla 5-4. Cálculo de casos de estudio para tablero de 12 m en modelo de tablero aislado. ....	50
Tabla 5-5. Relaciones D/L-valor de multiplicidad n-Carga/eje-Distancia entre ejes de un bogie d y Coeficiente de impacto para cada caso de estudio en Modelo de Tablero Aislado.....	51
Tabla 5-6. Flechas dinámica y estática de trenes A1, A2 y A3 en tableros de 5 y 6 metros.....	52
Tabla 5-7. Relaciones D/L-valor de multiplicidad n-Carga/eje-Distancia entre ejes de un bogie d y Aceleraciones para cada caso de estudio en Modelo de Tablero Aislado.....	56
Tabla 5-8. Diferencias entre factores considerados. Trenes A3 y A10 en tablero de 6 m.....	57
Tabla 5-9. Diferencias entre factores considerados. Trenes A1 y A2 en tablero de 9 m.....	58



# LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1. Esquema de modelo de cargas móviles.....	3
Figura 3-1. Puente tipo.....	14
Figura 3-2. Sección transversal tipo.....	15
Figura 3-3. Modelización de la sección transversal.....	17
Figura 3-4. Condiciones de apoyo de tablero aislado.....	17
Figura 3-5. Identificación de cargas permanentes y bandas de masa en el modelo.....	18
Figura 3-6. Definición gráfica Tren Dinámico Universal-A (IAPF-07).....	19
Figura 3-7. Cuadro C.1 IAPF-07.....	20
Figura 3-8. Reparto local de una carga puntual a través del balasto (IAPF-07).....	20
Figura 3-9. Transferencia de carga según modelo IAPF-07.....	21
Figura 3-10. Modelo de reparto longitudinal de carga sobre nodos en MEF.....	21
Figura 3-11. Representación tablero, estribos y cimentación en modelo de EF.....	22
Figura 3-12. Modelo de tablero completo con terreno.....	23
Figura 4-1. Primer modo de vibración en tableros de 5 y 10 metros.....	26
Figura 4-2. Identificación de nudo de estudio en el modelo de cálculo. (Vista en planta).....	28
Figura 4-3. Respuesta del tablero de 5 m. Aceleraciones.....	29
Figura 4-4. Respuesta del tablero de 5 m. Frecuencias excitadas.....	29
Figura 4-5. Respuesta del tablero de 10 m. Aceleraciones.....	30
Figura 4-6. Respuesta del tablero de 10 m. Frecuencias excitadas.....	30
Figura 4-7. Respuesta del tablero de 18 m. Aceleraciones.....	31
Figura 4-8. Respuesta del tablero de 18 m. Frecuencias excitadas.....	31
Figura 4-9. Frecuencias excitadas en tablero de 5 metros para distintas velocidades de paso.....	33
Figura 4-10. Frecuencias excitadas en tablero de 10 metros para distintas velocidades de paso.....	33
Figura 4-11. Frecuencias excitadas en tablero de 18 metros para distintas velocidades de paso.....	34
Figura 4-12. Aceleraciones del tablero 5 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	35
Figura 4-13. Aceleraciones del tablero 6 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	36
Figura 4-14. Aceleraciones del tablero 7 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	36
Figura 4-15. Aceleraciones del tablero 8 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	37
Figura 4-16. Aceleraciones del tablero 9 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	37
Figura 4-17. Aceleraciones del tablero 10 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	38
Figura 4-18. Aceleraciones del tablero 12 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	38
Figura 4-19. Aceleraciones del tablero 14 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	39
Figura 4-20. Aceleraciones del tablero 16 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	39
Figura 4-21. Aceleraciones del tablero 18 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.).....	40
Figura 5-1. Flecha estática producida por la familia de trenes del Tren Dinámico Universal-A.....	45
Figura 5-2. Momentos $M_y$ en modelos de tableros aislados, 5, 8 y 18 m (de izq. a dcha.).....	46
Figura 5-3. Modelo de carga por ejes de un bogie vs carga puntual.....	47
Figura 5-4. Coeficiente de Impacto para cada caso de estudio. Modelo de tablero aislado.....	48
Figura 5-5. Desplazamientos dinámicos en tablero de 12 m al paso de trenes A7 y A8.....	49
Figura 5-6. Desplazamientos dinámicos en tablero de 18 m al paso de trenes A3 y A6.....	50
Figura 5-7. Respuesta dinámica tableros de 5 m (izq.) y 6 m (dcha.) al paso del tren A2.....	52
Figura 5-8. Respuesta dinámica tableros de 5 m (izq.) y 6 m (dcha.) al paso del tren A1 y A3 respectivamente.....	52
Figura 5-9. Respuesta dinámica de tablero de 9 m al paso de tren A1 (izq.) y A2 (dcha.).....	53
Figura 5-10. Respuesta dinámica de tablero de 10 m al paso de tren A3 (izq.) y A4 (dcha.).....	54
Figura 5-11. Aceleraciones para cada caso de estudio. Modelo de tablero aislado.....	55
Figura 5-12. Respuesta dinámica en tablero de 6 m al paso del tren A3 (izq.) y A10 (dcha.).....	56
Figura 5-13. Respuesta dinámica del tablero de 9 m al paso del tren A1 (izq.) y A2 (dcha.).....	57
Figura 5-14. Flecha estática producida por el Tren Dinámico Universal-A10.....	59
Figura 5-15. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con $E=3100$ MPa.....	60
Figura 5-16. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con $E=3100$ MPa.....	60



Figura 5-17. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con $E=900$ MPa ....	61
Figura 5-18. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con $E=900$ MPa .....	61
Figura 5-19. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con $E=220$ MPa ....	62
Figura 5-20. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con $E=220$ MPa .....	62
Figura 5-21. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelos completos.....	63
Figura 5-22. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelos completos.....	63



# 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1 MOTIVACIÓN

### 1.1.1 Auge e importancia de las LAV

Japón fue el primer país en construir vías férreas especialmente dedicadas para circulación de trenes de alta velocidad. Concretamente el primer tramo de la Tōkaidō Shinkansen entre Tokio y Osaka, cuya construcción comenzó en el año 1959 para finalmente ser inaugurada en 1964, justo a tiempo para la celebración de los Juegos Olímpicos de Tokio 1964. El éxito del proyecto quedó garantizado por la gran acogida que tuvo y es por ello que, desde entonces el desarrollo de la alta velocidad en el país no ha cesado, teniendo en la actualidad más de 3.000 km operativos en el sistema Shinkansen.

Debido al éxito de la Tōkaidō Shinkansen (Japón), son varios los países europeos y asiáticos que decidieron incorporar en sus planificaciones de infraestructuras, proyectos de Alta Velocidad Ferroviaria. Se incluyen en la Tabla 1-1 las cuantías más relevantes, que ponen de manifiesto el auge experimentado desde los inicios hasta la actualidad, los kilómetros en construcción y la planificación futura de los principales desarrollos de Alta Velocidad Ferroviaria en el mundo.

*Tabla 1-1. Principales Líneas de Alta Velocidad en el mundo.*

		Kilómetros de línea			
		Operativos	En construcción	Planificados	Total
Europeas	España	3.240	904	1.061	<b>5.205</b>
	Francia	2.696	80	1.786	<b>4.562</b>
	Alemania	1.475	369	324	<b>2.168</b>
	Italia	981	67	221	<b>1.269</b>
	Rusia	0	0	2.978	<b>2.978</b>
Asiáticas	China	26.783	9.967	1.268	<b>38.018</b>
	Japon	3.041	402	194	<b>3.637</b>
	Turquía	688	469	1.134	<b>2.291</b>
	India	0	0	4.643	<b>4.643</b>

Fuente: (UIC Passenger Department, 2017)

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Solo por detrás de la red China que cuenta en la actualidad con 26.783 km, España tiene la segunda red más extensa del mundo, liderando el ámbito europeo sobre Francia, Alemania e Italia con 3.240 km operativos.

Resulta obligado poner de relieve la magnitud económica y, en consecuencia, la importancia de los datos que se han incluido anteriormente. En el caso del Gobierno de España ha supuesto una inversión hasta la fecha de aproximadamente 51.175 millones de euros (El Mundo, 2017), deduciéndose un coste generalizado por kilómetro de LAV de unos 15 millones de euros, coste que aumenta exponencialmente en tramos que contienen obras singulares como túneles y viaductos. Se pone así a simple vista, la importancia económica que puede llegar a tener el buen conocimiento de la infraestructura que se está tratando, de cara a aplicar buenas prácticas tanto en fases de proyecto, para líneas de nueva construcción, como las que se encuentran operativas de cara a reducir al mínimo los costes de mantenimiento.

Para concluir, en total, en el mundo se encuentran 40.832 km operativos, 14.210 km en construcción y 35.608 km planificados, lo que supone actualmente que, en el mejor de los casos, un 40% del total de líneas están previstas de proyectar.

### 1.1.2 La resonancia y la alta velocidad

En el caso de puentes de ferrocarril, tal y como se menciona en (Manterola, 2006), especialmente en tableros luces cortas, pueden aparecer fenómenos de resonancia que provoquen aceleraciones importantes, aun manteniendo los desplazamientos dentro de límites aceptables.

Siguiendo la referencia anterior, si se considera la cadencia definida en un tren de cargas por la distancia  $D$  cuando el tren circula a una velocidad  $v$ , véase la Figura 1-1, cada punto del puente sufre el efecto de unas cargas verticales  $P$  en intervalos iguales a  $D/v$ . En puentes de luces superiores, por ejemplo, a  $2D$  no hay nunca una única carga aplicada sobre el vano, por lo que el efecto de esta cadencia es reducido. Sin embargo, en puentes de luces inferiores a  $D$  se puede dar la situación de que la cadencia de aplicación de las cargas se produzca con la misma frecuencia que aquella propia de la vibración libre del puente, pudiendo aparecer así el fenómeno de resonancia.

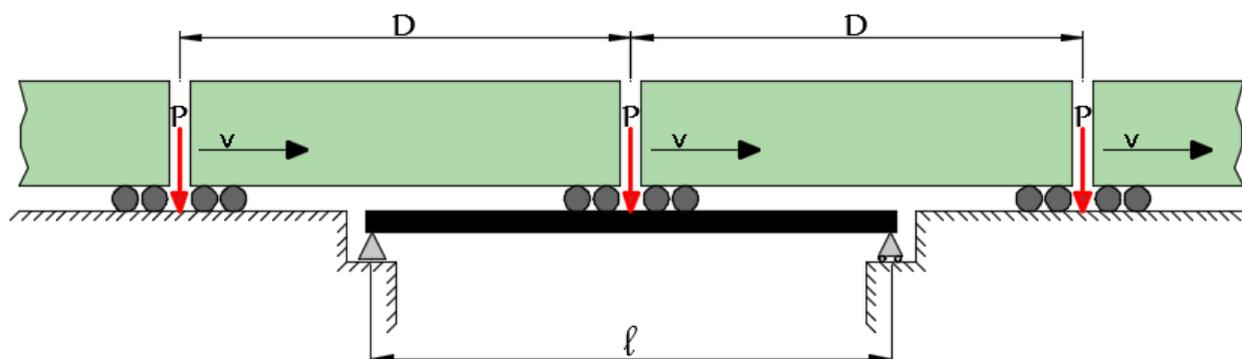


Figura 1-1. Esquema de modelo de cargas móviles.

Por tanto, se puede decir que existirá riesgo de resonancia (Domínguez, 2001), considerando el espaciamiento regular  $D_k$  de un tren concreto, cuando el tren circule a velocidades próximas a la crítica,  $v$ , para las que alguna frecuencia significativa de la

estructura o alguno de sus elementos,  $f_o$ , sea múltiplo de la frecuencia de aplicación de las cargas, fruto del acoplamiento entre la excitación y la respuesta:

$$f_o = n \frac{v}{D_k} \quad (n = 1,2,3, \dots) \quad (1-1)$$

Las distancias  $D_k$  correspondientes al espaciamiento regular de algunas composiciones europeas de alta velocidad se reflejan en la Tabla 1-2 (Ministerio de fomento, 2010). Como puede verse, tomarán especial importancia en el fenómeno tratado, aquellas luces de algo menos de 30 metros aproximadamente.

Tabla 1-2. Espaciamiento regular  $D$  en composiciones europeas de alta velocidad.

Tren	EUROSTAR	TGV	ICE2	THALYS2	ETR-Y-500	TALGO AV
$D_k$ (m)	18,70	18,70	26,40	18,70	26,10	13,14

Como veremos más adelante, la condición descrita en ( 1-1 ) no suele verificarse a velocidades inferiores a 220 km/h para los espaciamientos característicos de los trenes existentes y las frecuencias propias de los puentes. Es por ello que, el aumento de las velocidades de proyecto en LAV hasta los 350 km/h pone de relieve la importancia de los posibles efectos dinámicos que pueden darse en puentes de luces cortas.

El énfasis en estas estructuras se hace en el estudio de aceleraciones verticales del tablero, ya que aceleraciones próximas a 0,35g afectará al confort de los viajeros y aquellas que lleguen a 1g supondría poner en suspensión el balasto (Manterola, 2006), provocando su desconsolidación.

## 1.2 REFERENCIA NORMATIVA. IAPF

Como se ha podido deducir en el apartado anterior, las acciones a las que está sometido un puente de ferrocarril son de naturaleza dinámica. Sus valores pueden ser muy superiores a los debidos a la componente estática. La *Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril (IAPF)* (Ministerio de fomento, 2010) es la principal normativa de aplicación al proyecto de puentes de nueva construcción integrados en la red ferroviaria de interés general española. Se exponen a continuación, una serie de consideraciones e indicaciones que hace la mencionada Instrucción al respecto del tratamiento de efectos dinámicos y su cálculo en puentes de ferrocarril.

En ella se explica que el comportamiento dinámico expuesto depende de:

- La naturaleza móvil de las cargas, que produce incrementos o reducciones de la carga estática equivalente.
- La aplicación repetida de cargas cuya frecuencia o un múltiplo de esta coincide con la frecuencia propia de la estructura, lo que puede originar resonancia.
- Las irregularidades de la vía y de las ruedas.

Para evaluar los efectos dinámicos se deberán considerar todos los trenes que vayan a circular por la línea, y todas las posibles velocidades de circulación.

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Independientemente del método empleado para la evaluación de los efectos dinámicos, la envolvente de solicitaciones dinámicas máximas para cada elemento estructural se caracterizará a través del coeficiente de impacto, definido por:

$$\phi = \frac{\max S_{din,real}}{S_{est,tipo}} \quad (1-2)$$

Donde,

$\max S_{din,real}$ : Solicitación dinámica máxima debida a todos los posibles trenes reales y velocidades de circulación.

$S_{est,tipo}$ : Solicitación estática debida al tren tipo definido en 2.3.1.1, tren UIC71 de la IAPF, situado en la posición más desfavorable.

Para la evaluación del mencionado coeficiente de impacto, la Instrucción distingue dos situaciones según la velocidad de circulación de los trenes que vayan a transitar un determinado tramo.

En el caso de trenes circulando a  $v \leq 220 \text{ km/h}$ , donde no se esperan efectos resonantes, se dan fórmulas simplificadas para su obtención que varían según la tipología del puente y la primera frecuencia propia de flexión. Para el resto de casos,  $v \geq 220 \text{ km/h}$ , pueden producirse efectos resonantes, y por ello se deberá realizar un cálculo dinámico con los trenes de carga HSLM que garantizan resultados envolventes de los efectos dinámicos producidos por el tráfico real, según uno de los métodos que se describen a continuación y para velocidades de paso desde una velocidad mínima de 20 km/h (cuasiestática) hasta  $V_{m\acute{a}x} = 1,2 V_{proyecto}$  con incrementos que no superarán los 10 km/h.

### ❖ Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles

La integración directa con modelos de cargas móviles se basa en la resolución en el tiempo del cálculo dinámico de la estructura, bajo dichas cargas. Pueden emplearse métodos de elementos finitos realizando una integración de los modos normales de vibración obtenidos a partir de la estructura discretizada, o bien una integración directa en el tiempo del modelo completo. En el primer caso se supone un comportamiento lineal de la estructura, hipótesis válida para la mayoría de situaciones reales, por lo que si no se cumple esta condición se debe emplear un método basado en integración directa del modelo completo.

Estos modelos no tienen en cuenta las vibraciones que se producen en el vehículo, y por tanto admiten que la carga que cada eje transmite al tablero es de valor constante e igual al valor del tren parado.

### ❖ Cálculo dinámico simplificado mediante la impronta dinámica del tren

Este método se basa en el análisis de las vibraciones libres producidas en puentes isostáticos tras el paso de cada eje, a partir de fórmulas analíticas que proporcionan un límite de la respuesta dinámica máxima y no exigen una resolución en el tiempo del cálculo dinámico de la estructura. El modelo de cálculo incluye los posibles fenómenos resonantes. No tiene en cuenta la interacción vehículo estructura (modeliza las cargas por eje como cargas móviles de valor dado). Una exposición más detallada de este cálculo simplificado,

denominado LIR, se puede encontrar en el Informe técnico ERRI D214 RP6 de marzo de 1999.

#### ❖ **Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura**

Los modelos de cargas móviles consideran que las cargas que transmiten las ruedas a los carriles son constantes en el tiempo y de valor igual a la carga nominal. En realidad, esta acción es variable debido, entre otros factores, a la suspensión de los vehículos. La consideración de los mecanismos de suspensión y la inercia de las masas suspendidas y no suspendidas da lugar a los modelos con interacción vehículo-estructura.

El cálculo dinámico de integración en el tiempo con estos modelos recoge los posibles fenómenos resonantes, proporcionando un ajuste más afinado de la respuesta que los modelos de cargas móviles.

Las sollicitaciones dinámicas obtenidas con modelos de interacción suelen ser inferiores a las de los modelos de cargas puntuales, debido a que parte de la energía de vibración permanece en los propios vehículos. Esta diferencia es más acusada en puentes isostáticos de luces cortas y amortiguamientos reducido, en los que las aceleraciones y desplazamientos en situación resonante pueden llegar a reducirse en más de un 30%.

Para situaciones no resonantes o puentes hiperestáticos los efectos de interacción no suelen ser tan determinantes en el cálculo, por lo que salvo en casos especiales estos métodos no suelen ser necesarios.

### **1.3 PRÁCTICAS HABITUALES**

Tras la revisión metodológica propuesta en la normativa realizada en el apartado anterior, cabe decir que, la mayoría de trabajos de diseño estructural de puentes de ferrocarril realizados en la vertiente profesional utilizan métodos de integración directa en el tiempo con cargas móviles, donde los modelos analizados representan exclusivamente el tablero, admitiendo que este descansa sobre apoyos infinitamente rígidos. Esta modelización es debida a que lleva a cabo de forma ágil, y se presume estar del lado de la seguridad no incluyendo el terreno y cimentaciones.

La realidad es que bajo esos apoyos se encuentran tanto las pilas, como los estribos y bajo ellos el terreno subyacente. Si bien la rigidez vertical de las pilas y estribos es muy grande (rigidez axial) frente a la de flexión de los tableros, y no afecta prácticamente a su comportamiento dinámico, la omisión de la interacción con el suelo es más discutible (Martínez De la Concha, 2017).

### **1.4 MARCO DE ESTUDIO**

Este Trabajo de Fin de Máster, se enmarca en el estudio de la respuesta dinámica de puentes de ferrocarril de corta luz al paso de trenes de alta velocidad, incluyendo la interacción suelo-estructura.

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La base del mismo parte, principalmente, de los trabajos desarrollados en la Tesis Doctoral (Martínez De la Concha, 2017) donde a partir de la investigación de la influencia de la interacción suelo-estructura en el fenómeno vibratorio involucrado, se proponen unas pautas a seguir en la confección de modelos que permiten caracterizar la respuesta de puentes reales. En su desarrollo se determina la influencia de las principales variables implicadas en el comportamiento dinámico del puente: modelización estructural, tipo de análisis, tamaño de la zona de terreno a modelizar, tamaño de los elementos del modelo, etc. El trabajo descrito, finaliza realizando un estudio pormenorizado del comportamiento de viaductos de luces pequeñas del que se desprende, entre otras, la siguiente aportación:

---

“En el análisis de puentes de pequeñas luces, con modelos simples sin iteración suelo-estructura, se ha mostrado una clara correlación entre las velocidades de paso que producen las respuestas máximas con aquellas que hacen coincidir las frecuencias de paso de los ejes (velocidad de paso entre distancia a la que se repite) con las primeras frecuencias naturales. Por tanto, se considera más operativo el análisis para esas velocidades de cada uno de los trenes, que el barrido de velocidades en escalones de 10 km/h que propone la normativa.

Ese procedimiento se complica en el caso de los modelos que incluyen el terreno por la dificultad de identificar las frecuencias que corresponden a los modos que excita el paso del ferrocarril...”

---

Para lo que propone, entre otras líneas de estudio, y como continuación de las investigaciones llevadas a cabo en el ámbito de la mencionada Tesis Doctoral, el desarrollo de una metodología para la detección de respuestas máximas en puentes de ferrocarril, de cara a facilitar la identificación de los modos que se excitan tras el paso del ferrocarril en el caso de los modelos que incluyen el terreno.

Bajo estas premisas y la descripción del fenómeno tratado en el apartado 1.1.2, se establecerán los objetivos del presente trabajo.

### 1.5 OBJETIVOS

Este trabajo de investigación pretende ser un acercamiento en el conocimiento de la respuesta dinámica de puentes de ferrocarril tras el paso de trenes de alta velocidad, particularizando el estudio a aquellos susceptibles a fenómenos de resonancia como son los puentes de luces cortas.

Bajo el marco de estudio establecido, se persiguen los siguientes objetivos:

- Desarrollar una metodología para la detección de respuestas máximas en puentes de ferrocarril, de cara a facilitar la identificación de los modos que se excitan tras el paso del ferrocarril en el caso de los modelos que incluyen el terreno.
- Caracterizar la respuesta máxima de estos puentes y posibles efectos resonantes a través de un modelo de elementos finitos simple, donde solo se incluye el tablero.

- Con la metodología desarrollada, realizar el análisis del comportamiento de estos puentes de pequeña luz para velocidades asociadas a los modos que excita el paso del ferrocarril en cada caso, a través de modelos de elementos finitos completos, donde además del tablero se incluya la cimentación y el terreno circundante para diferentes rigideces de este último.
- Comprobar la influencia que tiene la interacción suelo-estructura en la respuesta del puente, para lo que se llevará a cabo un análisis comparativo de los resultados obtenidos de análisis anteriores.

# 2 FORMULACIÓN BÁSICA

---

El análisis de los modelos realizados en este trabajo se ha llevado a cabo a través de la aplicación SAP2000 v.16 que es un programa de elementos finitos ampliamente conocido en el sector de la ingeniería. Este permite hacer gran variedad de análisis lineales y no lineales, como por ejemplo análisis estáticos, modales, transitorios temporales, evaluación de espectros, etc.

De aplicación a este trabajo, han sido principalmente los análisis modales y análisis transitorios temporales. En el caso de los transitorios temporales, se ha empleado para la resolución de la ecuación de equilibrio dinámica el método de integración directa por el método de Newmark. Como vimos en apartados anteriores, este cálculo podría realizarse integrando los modos normales de vibración obtenidos a partir de la estructura discretizada, sin embargo, se ha descartado esta opción ya que en (Martínez De la Concha, 2017) se comprobó que se produce una pérdida de precisión en los resultados, principalmente en términos de aceleraciones, creciente con el tamaño de terreno modelizado y con la flexibilidad del mismo.

## 2.1 ANÁLISIS MODAL

El análisis modal es una técnica usada para determinar las características de vibración de estructuras, es decir, para determinar los modos de vibración y las frecuencias naturales asociadas a la estructura. Se admite un comportamiento de la estructura en el rango elástico lineal.

Este análisis es útil para entender mejor el comportamiento de la estructura, resultando fundamental entre los tipos de análisis dinámicos, pues es la base que permite el diseño de estructuras de cara a evitar vibraciones resonantes o vibraciones a una determinada frecuencia no deseada.

La descripción que sigue puede encontrarse en bibliografía de Dinámica de Estructuras como es el libro (Abascal, 2012).

Para determinar los modos y frecuencias naturales de una estructura de  $N$  grados de libertad, se parte de la ecuación del movimiento para una vibración libre no amortiguada.

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (2-1)$$

De la observación de la ecuación ( 2-1 ) y de la realidad de vibración libre de una estructura es claro que deben ensayarse soluciones de tipo armónico como la siguiente.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (2-2)$$

donde  $\mathbf{u}_0$  es un vector de amplitudes que no varía con el tiempo,  $\omega$  una frecuencia angular y  $\varphi$  un ángulo de desfase inicial. Indicar que, de las soluciones obtenidas de la notación compleja solo tiene sentido físico la parte real.

Si se deriva  $\mathbf{u}$  dos veces con respecto al tiempo se obtiene que la aceleración es:

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\omega^2 \mathbf{u} \quad (2-3)$$

Que, sustituyendo en la ecuación de equilibrio, ( 2-1 ), se obtiene:

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2)\mathbf{u}_0 = 0 \quad (2-4)$$

Para que la ecuación anterior tenga solución distinta de la trivial de darse que:

$$\det(\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2) = 0 \quad (2-5)$$

Resultando un problema de autovalores que puede ser resuelto para las N raíces de la variable  $\omega^2$ . Las raíces de este polinomio determinan los valores de  $\omega$  para los cuales existe una solución para la ecuación ( 2-4 ) y por tanto solución del tipo ( 2-2 ) a la ecuación homogénea ( 2-1 ). Estas raíces son los autovalores del sistema,  $\omega_i$ , y a cada uno de ellos le corresponde un autovector  $\mathbf{u}_0$ .

Los autovalores determinan las frecuencias naturales de la estructura y los autovectores sus modos de vibración. Con ellos puede conocerse la forma de vibrar de la estructura de acuerdo a cada una de las frecuencias asociadas  $\omega_i$ , pero no su amplitud.

Cada una de las frecuencias naturales del sistema lleva asociado un periodo según:

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad (2-6)$$

denominándose el mayor de ellos ( $i = 1$ ) como Periodo Fundamental de la estructura.

Resulta habitual normalizar los modos de vibración, que puede hacerse por ejemplo de escribiendo  $\mathbf{u}_0$  de manera que la amplitud de la primera componente (la mayor) del vector sea 1 y llamarle  $\phi_i$  al modo i, de forma que:

$$\phi_i = \frac{u_i}{u_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \\ \vdots \\ \phi_{Ni} \end{pmatrix}$$

Los modos de vibración presentan la propiedad de ortogonalidad, lo que quiere decir que son independientes entre sí y forman una base, por lo que cualquier movimiento que sufra la estructura en estado lineal puede definirse mediante una combinación o superposición de estos modos de vibración.

De forma general, los modos de vibración más bajos (con menores valores de frecuencia asociada) van a ser los que en mayor medida condicionen la respuesta del puente.

## 2.2 EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LA RESPUESTA DINÁMICA

### 2.2.1 Aspectos básicos

Como bien sabemos, la aproximación más genérica para determinar la respuesta dinámica de estructuras es la integración directa en el tiempo de las ecuaciones de equilibrio dinámico:

$$M\ddot{\mathbf{u}} + C\dot{\mathbf{u}} + K\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2-7)$$

donde  $M$ ,  $C$  y  $K$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de la estructura respectivamente,  $\mathbf{f}$  es el vector de fuerzas nodales externas y  $\ddot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$  los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento nodal respectivamente.

La ecuación ( 2-7 ) se debe cumplir para todo tiempo  $t$ , luego es válida en el tiempo  $t + \Delta t$ :

$$M\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + C\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} + K\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{f}_{t+\Delta t} \quad (2-8)$$

La ausencia de subíndices de paso de tiempo en las matrices  $M$ ,  $C$  y  $K$  nos indica un problema lineal, estas no dependen de  $\ddot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$ . En el caso de que la estructura presente no linealidad del material, la matriz  $K$  dependerá del vector desplazamiento  $\mathbf{u}$ .

Para obtener la solución del sistema de ecuaciones ( 2-8 ) han sido desarrollados, dentro de la integración numérica directa, diversos métodos numéricos que podemos clasificar como *Explícitos e Implícitos* (Chopra, 2014).

Los métodos *Explícitos* son aquellos que, para pasar al instante de tiempo siguiente,  $t + \Delta t$ , necesitan información de la condición de equilibrio en el paso actual,  $t$ , que es conocido. Se trata de métodos *condicionalmente estables* y por ello el paso de tiempo,  $\Delta t$ , debe ser menor que un valor crítico,  $\Delta t_{cr}$ , en caso contrario la solución no es estable y esta no converge.

En el caso de los métodos *Implícitos*, para pasar al instante de tiempo siguiente,  $t + \Delta t$ , necesitan información de la condición de equilibrio en el paso  $t + \Delta t$ , que no es conocido a priori. Estos métodos permiten la utilización de pasos de tiempo mayores que los utilizados en los explícitos. A su vez, pueden ser *incondicionalmente o condicionalmente estables*. Los procedimientos que conducen a soluciones delimitadas independientemente del paso de tiempo se denominan *incondicionalmente estables*

Como ya se ha mencionado anteriormente, en este trabajo se ha empleado para la resolución de la ecuación de equilibrio dinámica el método de integración directa según la formulación de Newmark, concretamente el método de la aceleración promedio que se describe a continuación.

### 2.2.2 Integración directa en el tiempo. Método de Newmark

La descripción que sigue puede encontrarse en los manuales de teoría de (Ansys, 2010) y en el libro de Klaus-Jürgen Bathe (Bathe, 2016).

Para la ecuación de equilibrio dinámica, ( 2-7 ), el método de Newmark propone obtener los valores de las variables nodales para una serie de instantes  $t$  sucesivos a intervalos  $\Delta t$ , calculados por diferencias finitas con aceleración promediada.

Para ello se parte de las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado y se expresan los valores de la velocidad y el desplazamiento en un instante  $t + 1$ , en función del desplazamiento y velocidad del instante  $t$  y de una aceleración intermedia entre la correspondiente al instante  $t$  y la del instante  $t + 1$ .

Las ecuaciones quedan de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + [(1 - \delta)\dot{\mathbf{u}}_n + \delta\dot{\mathbf{u}}_{n+1}]\Delta t \quad (2-9)$$

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \right] \Delta t^2 \quad (2-10)$$

donde

$\alpha$  y  $\delta$  son los parámetros de integración de Newmark

$\Delta t$  es el paso de tiempo de valor  $t_{n+1} - t_n$

$\mathbf{u}_n$  y  $\mathbf{u}_{n+1}$  son los vectores de desplazamiento nodal en los instantes  $t_n$  y  $t_{n+1}$

$\dot{\mathbf{u}}_n$  y  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  son los vectores de velocidad nodal en los instantes  $t_n$  y  $t_{n+1}$

$\ddot{\mathbf{u}}_n$  y  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$  son los vectores de aceleración nodal en los instantes  $t_n$  y  $t_{n+1}$

Como el objetivo principal es obtener los desplazamientos en el instante  $t_{n+1}$ , es decir  $\mathbf{u}_{n+1}$ , se evalúa la ecuación de equilibrio para ese instante, ecuación ( 2-8 ).

Para poder evaluarla, primero reordenaremos las ecuaciones ( 2-9 ) y ( 2-10 ) para expresar los valores de la aceleración y la velocidad en el instante  $t_{n+1}$  en función del desplazamiento en el instante  $t_{n+1}$  y el resto de las variables en el instante  $t_n$ .

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = a_0(\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n) - a_2\dot{\mathbf{u}}_n - a_3\ddot{\mathbf{u}}_n \quad (2-11)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + a_6\ddot{\mathbf{u}}_n + a_7\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \quad (2-12)$$

Hay que notar que aunque en la ecuación ( 2-12 ) aparece el término  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$  se puede sustituir en su lugar el valor del segundo término de la ecuación ( 2-11 ), con lo que finalmente tendremos todas las variables en el instante  $t_{n+1}$  en función de las del instante anterior y de  $\mathbf{u}_{n+1}$ .

Reescribiendo en estos términos la ecuación ( 2-8 ) queda:

$$(a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{f} + \mathbf{M}(a_0\mathbf{u}_n + a_2\dot{\mathbf{u}}_n - a_3\ddot{\mathbf{u}}_n) + \mathbf{C}(a_1\mathbf{u}_n + a_4\dot{\mathbf{u}}_n - a_5\ddot{\mathbf{u}}_n) \quad (2-13)$$

Siendo los coeficientes  $a_i$  los siguientes:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha\Delta t^2} & a_1 &= \frac{\delta}{\alpha\Delta t} & a_2 &= \frac{1}{\alpha\Delta t} & a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1 \\ a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1 & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) & a_6 &= \Delta t(1 - \delta) & a_7 &= \delta\Delta t \end{aligned}$$

## FORMULACIÓN BÁSICA

De la resolución del sistema de ecuaciones ( 2-13 ) se obtiene el vector de desplazamientos nodales  $\mathbf{u}_{n+1}$  que sustituyéndolo en las ecuaciones ( 2-11 ) y ( 2-12 ) permite la obtención de los vectores de velocidad y aceleración nodal  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  y  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ .

Como se recoge en el libro de (Zienkiewicz, 1977) la resolución de la ecuación ( 2-8 ) por el método de Newmark es incondicionalmente estable para los siguientes rangos de los parámetros de integración.

$$\alpha \geq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} + \delta \right)^2, \quad \delta \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \delta + \alpha > 0 \quad (2-14)$$

Es usual expresar los valores de  $\alpha$  y  $\delta$  en función de un único parámetro  $\gamma$ , que toma el nombre de factor de decaimiento de amplitud, de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{1}{4} (1 + \gamma^2), \quad \delta = \frac{1}{2} + \gamma \quad (2-15)$$

En base a este parámetro la solución de la ecuación ( 2-8 ) es incondicionalmente estable para valores de  $\gamma > 0$ .

El factor  $\gamma$  representa un amortiguamiento numérico en términos de amplificación de errores. De no existir un cierto amortiguamiento numérico se pueden producir distorsiones de la solución para altas frecuencias (ruido), por lo que es deseable un cierto valor de  $\gamma > 0$ .

En nuestro caso se han empleado valores de  $\gamma = 0,005$ , lo que supone valores de  $\alpha$  de 0,2525 y de  $\delta$  de 0,505.

# 3 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

En este trabajo se analizarán puentes de ferrocarril de corta luz con tipología de losa maciza como el representado en la Figura 3-1, con el objetivo de caracterizar la respuesta máxima y el efecto de la resonancia.

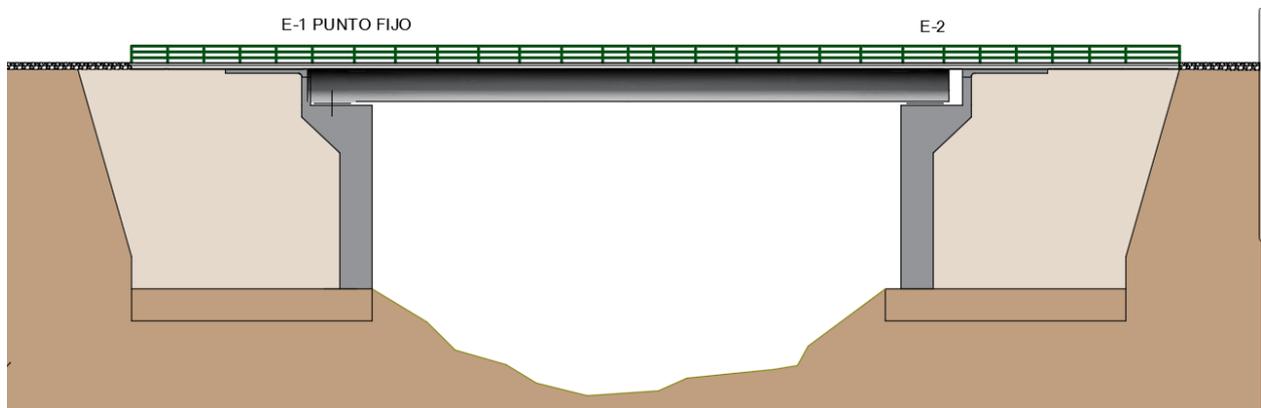


Figura 3-1. Puente tipo

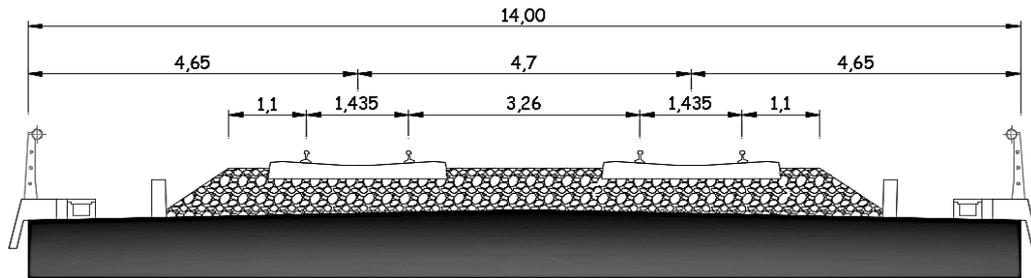
En todos los casos se trata de puentes de un vano biapoyado con sección tipo losa maciza y longitudes comprendidas entre 5 y 18 metros. Si bien en puentes de carretera para estas luces, con inercias constantes se plantean relaciones canto/luz de 1/25, al tratarse de puentes de ferrocarril se ha optado por que el canto de la sección tome el valor  $\frac{\text{luz}}{12}$  manteniéndose uniforme en toda la sección y constante en todo el estudio para no añadir más variables al problema. Esta decisión nos acercará más a la posibilidad de entender el fenómeno que se pretende estudiar. En la Tabla 3-1 se reflejan los valores concretos que definen la geometría básica de los puentes tratados.

Tabla 3-1. Geometría sección transversal de los casos de estudio

Luz (m)	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18
Canto (m)	0,417	0,500	0,583	0,667	0,750	0,833	1,000	1,167	1,333	1,500

La anchura del tablero, disposición de las vías y resto de elementos funcionales se mantienen invariantes a lo largo del estudio. En consecuencia, el ancho de la losa es de 14,00 m, que es el ancho estándar de líneas de doble vía y ancho de vía internacional (UIC. 1435 mm). Por ejemplo, en la Figura 3-2 puede verse la sección correspondiente a un puente tipo.

## DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS



*Figura 3-2. Sección transversal tipo*

Como ya se ha comentado, los análisis se llevarán a cabo a través SAP2000, confeccionando<sup>1</sup> en una primera fase modelos de elementos finitos simples, donde solo se incluye el tablero descansando en apoyos infinitamente rígidos. A continuación, en una segunda fase se añadirán los estribos y una porción de terreno significativa para poder comprobar la influencia que tiene la interacción suelo-estructura en la respuesta del puente respecto a los modelos simples de tablero aislado.

En el caso de los modelos que incluyan el terreno, el tablero apoya en estribos cimentados superficialmente que descansan sobre el terreno. Se trata de estribos de tipo cerrado, de uso habitual en este tipo de estructuras y se componen de una zapata de 14,00x14,00x2,00 m, que soporta el muro frontal de 2,00 m de espesor y 10,00 m de altura y a los muros laterales o aletas de 1,00 m de espesor. La zapata se encuentra enrasada en vertical con las aletas y vuela 2,00 m en la zona de la puntera.

La modelización realizada de los puentes ensayados es suficientemente simple como para no perder de vista los fenómenos que se estudian sin perder generalidad, ya que no estamos tratando una estructura particular, pero con la complejidad suficiente como para que todos los mecanismos resistentes de estas estructuras estén representados; flexión longitudinal y transversal, torsión, esfuerzos de membrana, etc. Para ello se siguen los criterios establecidos en (Martínez De la Concha, 2017) donde a partir de los correspondientes estudios paramétricos se determinó la influencia de las principales variables implicadas en el comportamiento del puente; modelización estructural, tamaño de zona de terreno a modelizar, tamaño de elementos, etc. realizando una verificación experimental donde queda validada la precisión reproducida en los fenómenos dinámicos de los modelos confeccionados.

Los criterios a los que se está haciendo referencia son los siguientes:

- El tamaño de los elementos finitos con los que se realiza el mallado ha de mantenerse en valores próximos a 1 metro.
- Para modelos de cimentaciones superficiales es necesario introducir una cantidad de terreno que mantenga una proporción de al menos 20 veces la masa de la cimentación.

---

<sup>1</sup> Para la confección de los modelos empleados se ha hecho uso de diversas macros implementadas en Excel y desarrolladas por el Tutor de este trabajo, siendo las mismas que las utilizadas en (Martínez De la Concha, 2017)

- Es necesario modelizar el terreno entre cimientos, de forma que dicho modelo sea conexo, de cara a la inclusión que una cimentación puede producir en la colindante.

Se pasa a describir para cada uno de los casos, tablero aislado y tablero con estribos y terreno, las características más significativas de los modelos cálculo utilizados.

### 3.1 MODELO DE TABLERO AISLADO

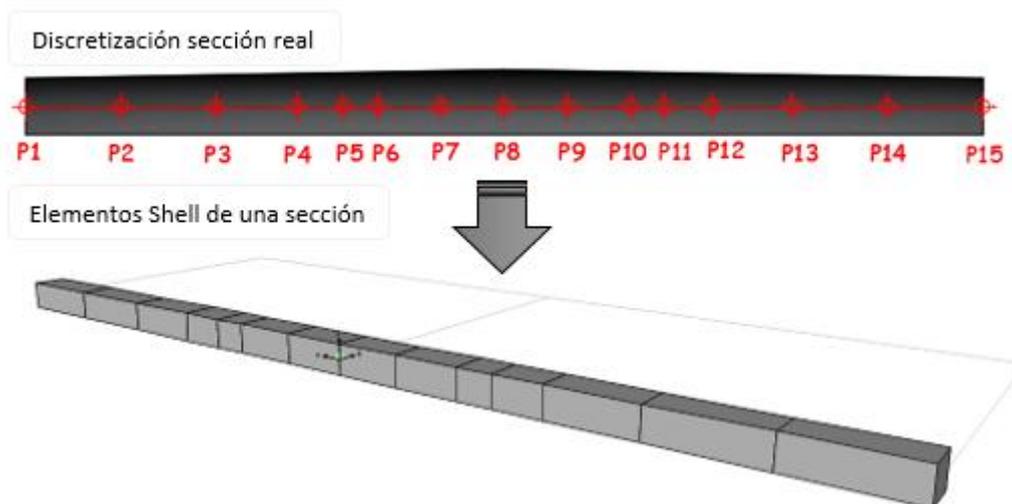
La losa del tablero se ha modelizado mediante elementos Shell de SAP2000 como puede verse en la Figura 3-3. Se trata de elementos que combinan el comportamiento de membrana y placa. El comportamiento de membrana usa formulación isoparamétrica, que incluye los grados de libertad de traslación en el plano del elemento y giro de eje perpendicular al mismo. Para el comportamiento de flexión incluyen rigideces de rotación de ejes contenidos en el plano y la traslación perpendicular al plano. En el primer caso (membrana) nos aseguramos de que los esfuerzos axiales y cortantes en el plano quedan reproducidos, y el comportamiento como placa reflejará aquellos perpendiculares al plano, flexión y corte.

Este tipo de elemento permite elegir entre dos tipos de formulaciones según se desee considerar o no la deformación de corte transversal. En esta ocasión se ha optado por la formulación de placa delgada (thin-plate) que no la considera (Kirchhoff), dado el espesor del tablero ( $1/12$  de  $L$ ) constante longitudinalmente y en toda la sección transversal. A este respecto, la deformación por corte transversal tiende a ser importante cuando el espesor es mayor que aproximadamente  $1/10$  o  $1/5$  de la luz (SAP2000 (CSI), 2013).

Con esta modelización estructural quedan representados en la medida de lo posible los mecanismos de respuesta de la estructura real antes mencionados.

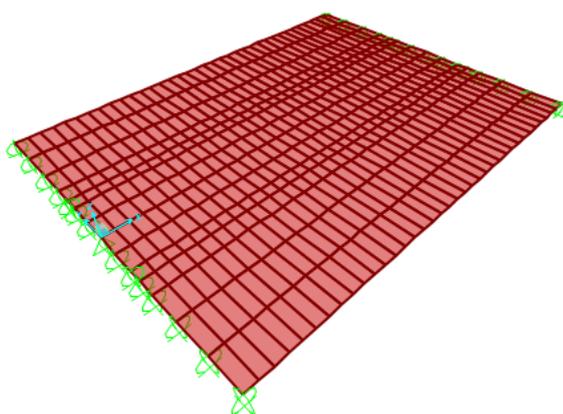
El espesor de los elementos que conforman la losa se ha ajustado a los espesores reales correspondientes, acorde a cada luz según se indicaba en la Tabla 3-1.

La mayor dimensión de los elementos de la malla es menor de 1 m en la dirección transversal, siendo de valor constante igual a 0,5 m en la dirección longitudinal.



*Figura 3-3. Modelización de la sección transversal.*

Para cada uno de los puentes ambos extremos se encuentran apoyados en toda su longitud (Figura 3-4). La línea de apoyos que modela al estribo fijo tiene restringida la traslación según la dirección perpendicular al tablero en todos sus nudos, y el nudo central además tiene impedidas las traslaciones transversales y longitudinales. En la línea de apoyos del estribo móvil se ha impedido la traslación en dirección perpendicular al tablero en todos los nudos y además al nudo central se le ha impedido la traslación transversal al tablero. Apoyar la losa en sendos extremos de forma completa, permite reproducir de forma correcta la flexibilidad transversal y longitudinal, puesto que si se disponen 2 apoyos centrados como es habitual para luces de más de unos 15 metros ocasionaría en los de menor luz una flexibilidad transversal mayor que la longitudinal, distorsionando en cierta medida la respuesta real.



*Figura 3-4. Condiciones de apoyo de tablero aislado*

Como los elementos Shell que conforman el tablero permiten ser solicitados ante cargas gravitacionales y sobrecargas uniformes en cualquier dirección, las masas correspondientes a las cargas permanentes se incluyen en el modelo de forma distribuida en los elementos Shell sobre los que gravitan. Si nos fijamos en la discretización de la losa de la Figura 3-5, a todo elemento situado entre la línea de nudos P1-P2 y P14-P15 le corresponde una banda de masa *B1* correspondiente al peso de la imposta y la canaleta. Del mismo modo,

los elementos situados entre la línea de nudos P2-P14 reciben una banda de masa *B2* correspondiente al peso del balasto, carriles, traviesas y murete guardabalasto.

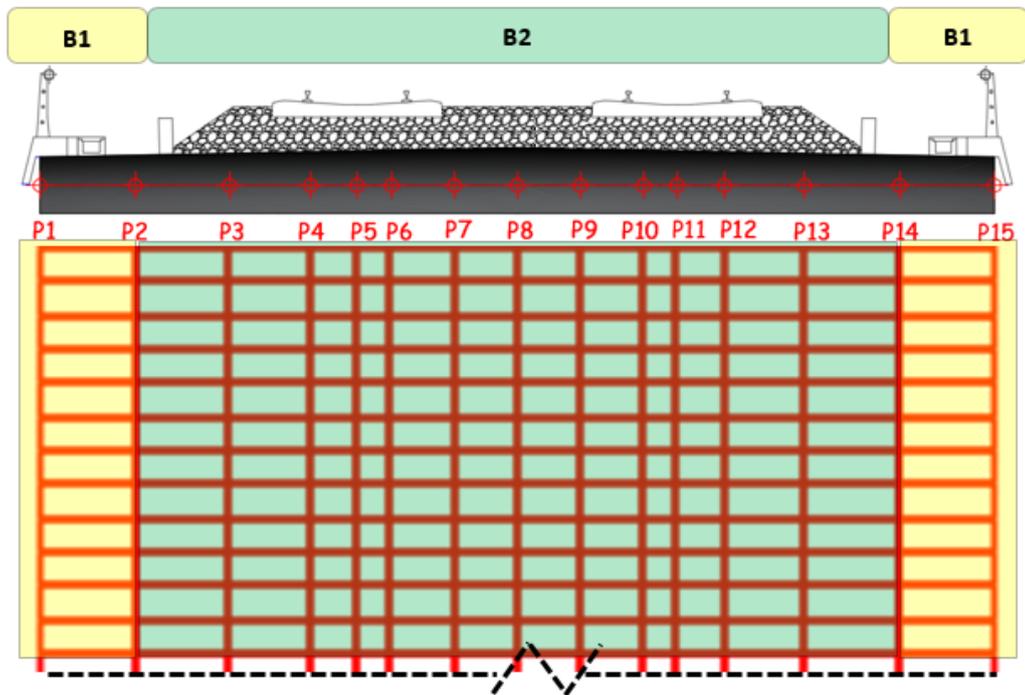


Figura 3-5. Identificación de cargas permanentes y bandas de masa en el modelo

Los pesos por metro para establecer las bandas de masa debidas a las cargas permanentes son los que se indican en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2. Pesos por metro de cargas permanentes

Banda de masa	Carga permanente	
<b>B1</b>	Impostas	5,50 kN/m
	Canaletas	1,78 kN/m
<b>B2</b>	Balasto	94,79 kN/m
	Área	5,27 m <sup>2</sup>
	Peso específico (IAPF)	18,00 kN/m <sup>3</sup>
	Carriles	1,18 kN/m
	Masa/metro (UIC-60, C.D1 IAPF)	60,34 kg/m
	Nº vías	2,00 vías
	Traviesas	6,38 kN/m
	Masa HA tipo monobloque (C.D2 IAPF)	325,00 kg/ud
	Nº traviesas por metro	2,00 Ud/m
	Murete Guardabalasto	5,00 kN/m
Área	0,20 m <sup>2</sup>	
Peso específico (IAPF)	25,00 kN/m <sup>3</sup>	

Las características del hormigón estructural de la losa son:

- Módulo de elasticidad  $E = 3 \times 10^7 \text{ kN/m}$

## DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

- Módulo de Poisson  $\nu = 0,20$
- Peso específico  $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$
- Amortiguamiento  $\xi = 3\%$

Las características de rigidez corresponden con las de un hormigón estructural del tipo de los que se usan para estos puentes, con resistencias en torno a 30MPa.

El peso específico es el que se usa habitualmente en los cálculos cuando se trata de hormigón armado o pretensado (EHE-08, 2008).

Sin embargo, el amortiguamiento es un parámetro más desconocido y por tanto difícil de prever. Para estimarlo nos hemos apoyado en las recomendaciones de la normativa, Cuadro B.1 de IAPF (Ministerio de fomento, 2010) y la Tabla 4.2 de la NCSP-07 (Ministerio de Fomento, 2008). Se ha decidido mantenerlo constante en todas las luces para no alterar el carácter comparativo del estudio.

De acuerdo con el comentario c.4.3.2 de la NCSP-07 (Ministerio de Fomento, 2008), para el análisis por integración directa que se va a realizar, los coeficientes de Rayleigh  $\alpha$  y  $\beta$  se ajustarán con dos frecuencias naturales de manera que  $\xi$  se mantenga uniforme en la banda de interés, para ello se elegirán el modo más bajo,  $\omega_i$ , y más alto,  $\omega_j$ , de los significativos.

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (3-1)$$

$$\beta = 2\xi \frac{1}{\omega_i + \omega_j} \quad (3-2)$$

El por ello, que previo al cálculo del puente se debe realizar antes el análisis modal. En el caso de tablero aislado, los modos significativos serán el primero y el centésimo, ya que es el rango en el que se encuentran los modos que principalmente gobiernan el problema para el ajuste de  $\alpha$  y  $\beta$ .

La acción dinámica considerada se corresponde con la familia de trenes del Tren Dinámico Universal-A del modelo HSML (High Speed Load Model) definido en el Apéndice C.1 de la IAPF (Ministerio de fomento, 2010). Esta es la carga que la normativa europea propone para líneas nuevas de ferrocarril interoperables. Si bien es cierto que la Norma lo propone para luces  $\geq 7$  metros, en este estudio se aplicará igualmente a los casos de 5, 6 m de cara a poder realizar un análisis comparativo al mismo nivel que con el resto de tableros.

Cada tren está formado por dos locomotoras y un cierto número de coches de pasajeros, con cargas iguales en todos los ejes según la Figura 3-6.

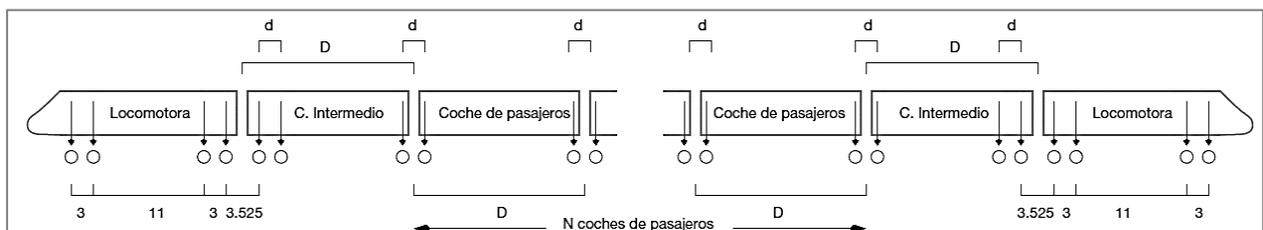


Figura 3-6. Definición gráfica Tren Dinámico Universal-A (IAPF-07)

La familia se obtiene variando el número de coches, la distancia entre ejes y las cargas por ejes, según se indica en el cuadro C.1 de la IAPF-07.

TREN	NÚMERO DE COCHES DE PASAJEROS N	LONGITUD DEL COCHE D [m]	DISTANCIA ENTRE EJES DE UN BOGIE d [m]	CARGA NOMINAL POR EJE P [kN]
A1	18	18	2,0	170
A2	17	19	3,5	200
A3	16	20	2,0	180
A4	15	21	3,0	190
A5	14	22	2,0	170
A6	13	23	2,0	180
A7	13	24	2,0	190
A8	12	25	2,5	190
A9	11	26	2,0	210
A10	11	27	2,0	210

Figura 3-7. Cuadro C.1 IAPF-07

Las cargas dinámicas del tráfico se simulan disponiendo una carga proporcional sobre cada uno de los nudos que se encuentran bajo la vía. Para definir la carga proporcional se hace uso del esquema representado en la Figura 3-8, donde se establece un modelo de reparto local de cargas. Según este, la carga sobre cada traviesa se podrá distribuir con una pendiente 4(vertical):1(horizontal) a través del espesor del balasto.

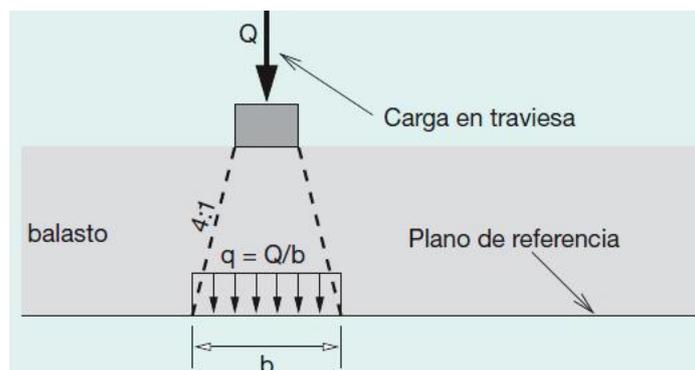


Figura 3-8. Reparto local de una carga puntual a través del balasto (IAPF-07)

De esta manera, si nos fijamos en la Figura 3-9, se puede definir un reparto proporcional a partir de un coeficiente asignado a cada nudo en función de la longitud de elemento cargado. Este coeficiente deberá sumar la unidad, de manera que la suma de cada coeficiente multiplicado por la carga tenga como valor la carga.

## DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

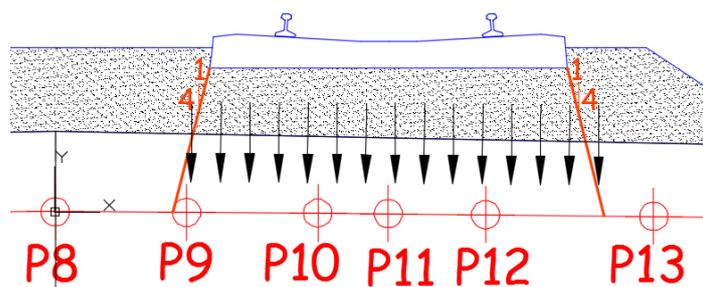


Figura 3-9. Transferencia de carga según modelo IAPF-07

Por otro lado, la carga que multiplicará a cada coeficiente y determinará la carga nodal en cada instante de tiempo se obtiene a partir de una función de carga temporal.

Cada función temporal se compone de una sucesión de rampas de subida de carga y rampas de bajada de carga, véase Figura 3-10, que representan el reparto longitudinal de cada carga móvil entre la sección de cálculo y sus colindantes. La pendiente de la rampa viene determinada por la velocidad de paso y la distancia entre secciones consecutivas, en este caso 0,5 m, siendo el valor nominal de la carga el correspondiente a la carga por eje de cada tren según se indica en la Figura 3-7. Por tanto, se define una función temporal por cada tren y velocidad analizada.

El intervalo de tiempo que transcurre desde que se inicia un triángulo de carga hasta el siguiente triángulo viene determinado por la distancia entre ejes de la composición del tren y la velocidad de paso. De ello dependerá el posible solapamiento entre rampas.

En definitiva, se trata de asociar a cada nodo del modelo sobre los que se encuentra la carga a lo largo de su trayectoria, para un instante dado en la sollicitación, las cargas puntuales que se le aplican, bien sea porque actúan sobre él o bien porque se encuentre entre dos nodos y se aplique una parte proporcional a cada uno de ellos.

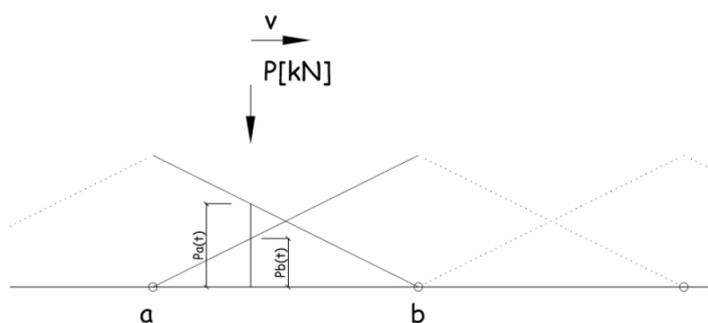


Figura 3-10. Modelo de reparto longitudinal de carga sobre nodos en MEF

Se genera un Caso de Carga con todas las cargas nodales situadas en una misma sección, y a ese caso de carga se le aplica cada función temporal de carga con un desfase respecto de la sección anterior, o un tiempo de llegada respecto de la sección inicial, que se evalúa de acuerdo con su posición en el viaducto y la velocidad de paso del tren. Así, cuando una carga móvil supera una determinada sección, comienza la rampa de subida correspondiente de la sección siguiente.

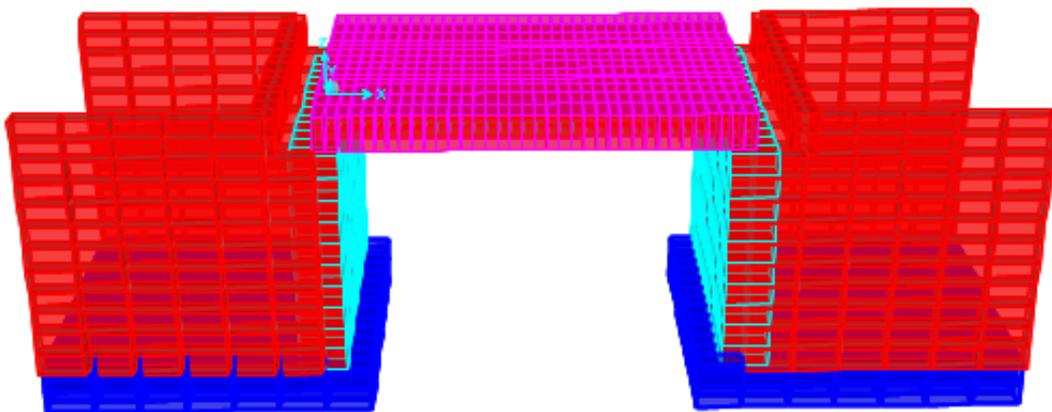
Con todos los casos de carga de todas las secciones correspondientes a una misma función de carga se genera un análisis transitorio, y a partir de su cálculo se obtiene la respuesta del puente completo.

### 3.2 MODELO COMPLETO CON CIMENTACIONES DIRECTAS

En esta ocasión se incluirán en el modelo de cálculo los estribos cimentados sobre cimentación superficial y una porción de terreno significativa.

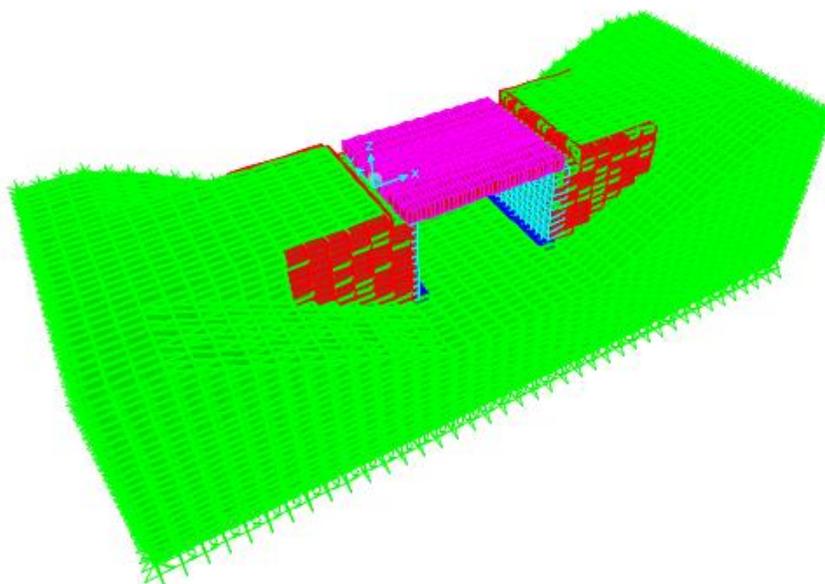
La modelización del tablero responde a las mismas características descritas en el caso de modelo de tablero aislado, salvo que en sus condiciones de apoyo este se encuentra ligado al estribo, estableciéndose las restricciones traslacionales de los grados de libertad que comparten en los nudos que unen ambas estructuras.

El estribo refleja en el modelo las dimensiones que se indicaron al comienzo del apartado, Figura 3-11. Se componen de una zapata de 14,00x14,00x2,00 m, que soporta el muro frontal de 2,00 m de espesor y 10,00 m de altura y a los muros laterales o aletas de 1,00 m de espesor. La zapata se encuentra enrasada en vertical con las aletas y vuela 2,00 m en la zona de la puntera. La discretización de los muros ha sido mediante elementos Shell (placa + membrana), mientras que para la cimentación se han empleado elementos sólidos. Además, se incluyen en el modelo las tierras contenidas en el, entre las aletas y muro frontal, discretizadas mediante elementos sólidos de terreno con el mismo tamaño de malla que los elementos del estribo. Estos elementos sólidos son hexaedros con nudos en cada una de sus ocho esquinas



*Figura 3-11. Representación tablero, estribos y cimentación en modelo de EF*

En el modelo se incluye una franja de terreno de 8 m alrededor de las cimentaciones, es decir, como las zapatas tienen un ancho de 14 m, la anchura de la franja de terreno discretizada es de 30 m ( $14+2 \times 8$ ). El espesor de terreno (profundidad incluida en la discretización) en la zona intermedia es de 10 m, aumentando en dirección a los estribos por la peculiar geometría de taludes modelados como puede verse en la Figura 3-12.



*Figura 3-12. Modelo de tablero completo con terreno*

En cuanto a la zona de terreno modelizada, sus dimensiones se ajustan a la necesidad de incluir en el modelo una cantidad de terreno con una masa al menos 20 veces la masa de la cimentación (Martínez De la Concha, 2017). Dado que la zapata del estribo tiene unas dimensiones de 14x14x2 m con un peso específico de 25 kN/m<sup>3</sup>, su peso es de 9800 kN, y el terreno bajo la cimentación del estribo en los casos extremos estudiados es de 30x32x10 m para el tablero de 5 m y de 30x39x10 m para el vano de 18 m lo que supone con un peso específico de 20 kN/m<sup>3</sup> unos pesos de 195.000 kN y 234.000 kN, lo que implica unas relaciones de masas terreno/cimentación límites de 19,9 y 23,9. Del mismo modo también se cumple el requisito de realizar un modelo que incluya el terreno conexas de cimentaciones contiguas como puede apreciarse en la Figura 3-12.

Por otro lado, las condiciones de contorno en la cara inferior y los laterales del terreno se corresponden con la restricción de los desplazamientos perpendiculares a la cara, siguiendo una vez más la metodología de confección de modelo pautada en (Martínez De la Concha, 2017).

Las características del material elegidas para el terreno son las siguientes:

- Módulo de elasticidad  $E=3100/900/220$  MPa
- Módulo de Poisson  $\nu = 0,35$
- Peso específico  $\gamma = 20$  kN/m<sup>3</sup>
- Amortiguamiento  $\xi = 3\%$

Para caracterizar el terreno se ha consultado la NCSP-07 (Ministerio de Fomento, 2008). Esta Norma clasifica los terrenos estableciendo límites según la de velocidad de propagación de las ondas elásticas transversales (o de cizalla):

Terreno	Descripción	Vs (m/s)
Tipo I	Roca compacta, suelo cementado o granular muy denso	$V_s > 750$
Tipo II	Roca muy fracturada, suelo granular denso o cohesivo duro	$750 \geq V_s > 400$
Tipo III	Suelo granular de compacidad media, o suelo cohesivo de consistencia firme a muy firme	$400 \geq V_s > 200$
Tipo IV	Suelo granular suelto, o suelo cohesivo blando	$V_s \leq 200$

A través de las expresiones ( 3-3 ) y ( 3-4 ) se relaciona la velocidad de las ondas elásticas transversales con el módulo de elasticidad.

$$G = V_s^2 \frac{\gamma}{g} \quad (3-3)$$

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (3-4)$$

Conforme a estas se definen los tres tipos de terreno reflejados en la Tabla 3-3.

El peso específico es el que se usa habitualmente en los cálculos, eligiéndose un valor medio ajustado a los indicados en la IAPF (Ministerio de fomento, 2010).

Tabla 3-3. Tipos de terreno estudiados

Terreno	Vs (m/s) (m/s)	$\nu$	G (MPa)	E (Mpa)
A	750,00	0,35	1146,79	3096,33
B	400,00	0,35	326,20	880,73
C	200,00	0,35	81,55	220,18

El amortiguamiento como en el caso del hormigón es un poco más desconocido y por tanto fácil de prever. Las recomendaciones de NCSP-07 en su apartado 8.2.3 indican que *el amortiguamiento interno podrá determinarse mediante ensayos de campo o de laboratorio. A falta de medidas directas, y para aceleraciones de cálculo inferiores a 0,1g, podrá adoptarse el valor de 0,03 para el índice de amortiguamiento interno.*

En consecuencia, al igual que en el caso del hormigón estructural, se ha decidido mantenerlo constante en todas las luces para no alterar el carácter comparativo del estudio.

# 4 DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

---

Bajo el marco de estudio establecido en el apartado 1.4, se pretende sentar las bases de una metodología ágil para la detección de la respuesta dinámica máxima en puentes de ferrocarril. El objetivo es facilitar la identificación de los modos de vibración que se excitan tras el paso del ferrocarril, especialmente en los modelos de cálculo que incluyen una porción de terreno por su dificultad añadida.

## 4.1 CONSIDERACIONES INICIALES

Lo comentado a continuación será base de las decisiones principales que se tomen a la hora de establecer una metodología de estudio para el objetivo que se persigue.

En primer lugar, se parte de una de las conclusiones que se deduce en los trabajos realizados en (Martínez De la Concha, 2017) para tableros de luces cortas, tras el estudio de modelos con el tablero aislado (sin terreno ni cimentaciones) donde figura lo siguiente:

---

“...no parece lógico centrar el análisis de estos puentes en el análisis del paso de los Trenes Universales a unas velocidades escalonadas de 10 en 10 km/h (Ministerio de fomento, 2010) sino a las velocidades concretas que cada tren universal tiene para una frecuencia de paso de cargas igual o múltiplo de las primeras frecuencias naturales. Al menos cuando el modelo sólo analiza el tablero y los modos de vibración que excita el paso del tren son claramente los primeros o fácilmente identificables.”

---

Pues en vista de los resultados, los picos de respuestas en aceleraciones y desplazamientos obtenidos del barrido de velocidades, se producen para velocidades muy cercanas a la crítica obtenida a partir del criterio marcado por ( 1-1 ). En todos los tableros estudiados se observa como esas primeras frecuencias, que determinan las velocidades críticas, se corresponden con modos de vibración vertical que ponen en juego el mecanismo de flexión longitudinal de cada tablero de forma prácticamente exclusiva.

En segundo lugar, al incluir en el modelo de cálculo los estribos y el terreno no resulta tan directo obtener la velocidad crítica como multiplicar la distancia de repetición de los ejes por la primera frecuencia natural de la estructura. Ello se debe a que, en este caso, los primeros modos no se corresponden con los modos de vibración vertical del tablero, que son los que excita el ferrocarril a su paso. Agravándose la búsqueda de dichos modos como veremos, cuanto más cortas son las luces porque los modos de vibración aumentan su frecuencia asociada, y cuanto más flexible es el terreno, porque los modos de vibración asociados al mismo bajan la suya (Martínez De la Concha, 2017).

Es por ello que, uno de los mayores esfuerzos realizados en este trabajo es el encontrar el modo que determine la velocidad crítica de paso de los distintos trenes, teniendo en cuenta que debe tratarse de un modo que excite principalmente el mecanismo de flexión longitudinal.

## 4.2 MODELO DE TABLERO AISLADO

En los modelos sin terreno es fácil obtener del análisis modal el modo que pone en juego principalmente el mecanismo de flexión longitudinal, pues este se corresponde casi siempre con el primer modo de vibración, también denominado Modo Fundamental de la estructura, y de forma generalizada, en los casos donde se estudia el tablero aislado puede comprobarse fácilmente como además es el modo que mayor masa moviliza en la dirección vertical.

Se representan en la Figura 4-1 el primer modo de vibración de algunos tableros aislados analizados en este trabajo cuyo coeficiente de masa movilizada en la dirección vertical es predominante respecto al resto de modos, tomando valores de 0,88 y 0,85, mayor cuanto menor es la luz.

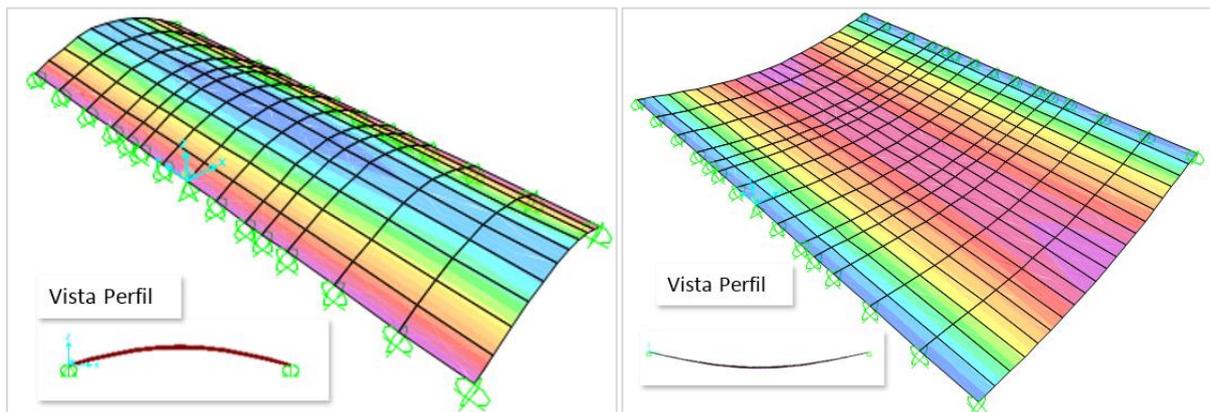


Figura 4-1. Primer modo de vibración en tableros de 5 y 10 metros.

Es por ello, que la metodología seguida en este tipo de modelos donde no se incluye el terreno ha sido calcular la velocidad crítica según ( 1-1 ) a partir del modo que más masa moviliza en la dirección vertical, correspondiéndose en todos los casos con el Modo Fundamental de la estructura, habiendo tenido en cuenta que debe poner en juego la flexión longitudinal del tablero.

## 4.3 MODELO COMPLETO CON CIMENTACIONES DIRECTAS

En esta ocasión, no resulta efectivo tener en cuenta los mayores coeficientes de participación de masas asociados a los modos, puesto que la masa que supone el tablero respecto al modelo completo contemplado en los modelos que se van a analizar van desde el 0,1% al 1,1%, y cualquier implicación de terreno o cimentaciones en un determinado modo hace que se pierda la referencia de la masa del tablero.

Luego, establecer el criterio de que el “modo crítico” será siempre el modo que más masa moviliza en la dirección vertical, que en los modelos sin terreno también se

correspondía con el Modo Fundamental, no resulta a priori operativo en los modelos en los que se incluya la cimentación y el terreno circundante al conjunto estructural.

Si se tiene en cuenta que en los modelos con terreno, los análisis dinámicos de un tablero medio de los analizados como es el de 10 metros de luz, para un tren a una determinada velocidad supone un coste computacional de unas 40 horas<sup>2</sup>, no resulta práctico realizar una búsqueda del modo que excite principalmente la flexión longitudinal en cada tablero para cada tren, considerando todos los casos posibles (todos los modos en los que se observe flexión longitudinal) en aras de encontrar el que provoca mayor resonancia. El estudio completo, teniendo en cuenta por ejemplo el Tren Universal-A de la IAPF (Ministerio de fomento, 2010) supondría un total de unas 400 horas en el mejor de los casos, que sería que se supiese cual es el modo más resonante de todos los posibles.

Dadas las dificultades mencionadas, el desarrollo de una metodología como la que se persigue parte de la realización de ensayos, principalmente en los modelos Sin Terreno, más ágiles de cara a realizar numerosas pruebas ya que en estos el coste computacional es relativamente insignificante. Por tanto, el objetivo es encontrar una metodología de detección del “modo crítico” para aplicarla a modelos Con Terreno.

Se describen a continuación los ensayos realizados, sus resultados y las conclusiones derivadas de ellos.

### ENSAYO NUMÉRICO 1

#### ❖ Objetivo

Se pretende observar para cada tablero, una correlación directa entre las frecuencias excitadas al paso de un tren, por ejemplo, la configuración A1 del Tren Universal-A a una velocidad mayor que 220 km/h que existe riesgo de resonancia, con la frecuencia correspondiente al primer modo de flexión longitudinal del tablero. Como vimos en la introducción de este punto, en estos modelos sin terreno se sabe que el modo que excita el tren a su paso es de flexión longitudinal, correspondiéndose además con el primer modo (frecuencia más baja), que presenta además el mayor coeficiente de participación de masas en dirección vertical de todos los modos.

#### ❖ Metodología

Para tableros representativos de 5, 10 y 18 metros, se analiza en el modelo de tablero aislado el paso del tren A1 del Tren Universal-A ( $D_k = 18 m$ ) a 360 km/h. Concretamente, se obtiene las aceleraciones del *nudo de estudio* que se encuentra centrado bajo la vía cargada en el centro de vano como queda reflejado en la Figura 4-2. A continuación, se procede a procesar la señal pasándola del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia para lo que se emplea la Transformada Rápida de Fourier, con ello se obtienen las frecuencias excitadas por el paso del ferrocarril. Una vez se tienen las frecuencias excitadas se procede a observar si hay una correlación directa entre los máximos excitados y el modo Fundamental de la estructura, pues como comentamos anteriormente este es el que

---

<sup>2</sup> PC de referencia: Procesador i7 (4 núcleos a 3GHz) y 4Gb de RAM

principalmente excita la flexión longitudinal del puente al paso del ferrocarril y puede provocar los mayores efectos resonantes.

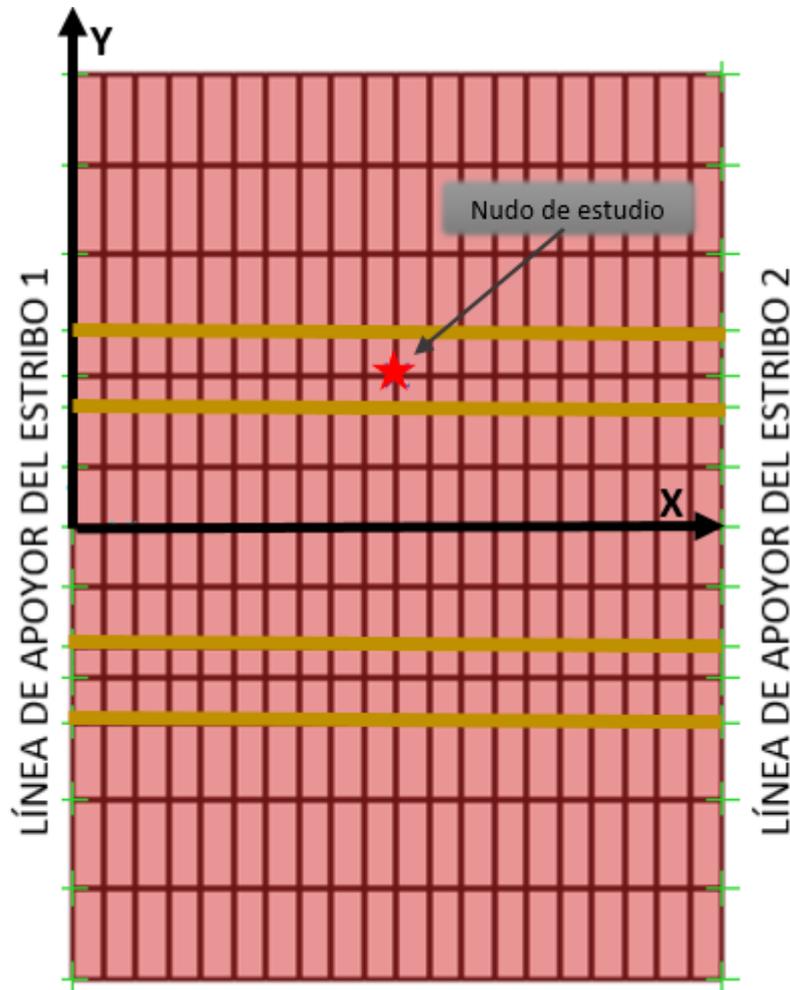


Figura 4-2. Identificación de nudo de estudio en el modelo de cálculo. (Vista en planta)

#### ❖ Exposición de resultados y conclusiones

En primer lugar, se exponen en la Tabla 4-1 las frecuencias y coeficientes de participación modal según UZ, asociadas a los 5 primeros modos de vibración para los modelos del tablero aislado de 5, 10 y 18 metros.

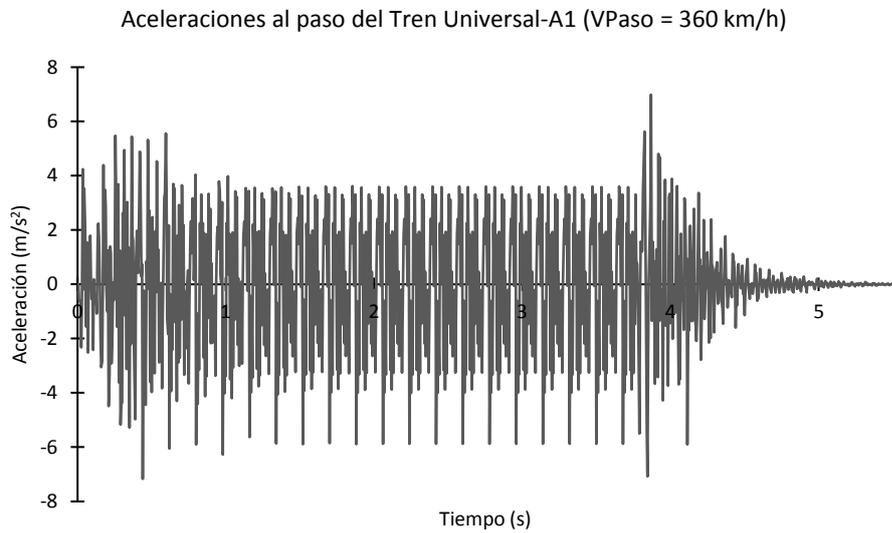
Tabla 4-1. Valores modales de tableros analizados

Modo	Tablero 5 metros		Tablero 10 metros		Tablero 18 metros	
	Frecuencia (Hz)	Mass Ratio UZ -	Frecuencia (Hz)	Mass Ratio UZ -	Frecuencia (Hz)	Mass Ratio UZ -
1	19,292	0,88493	10,967	0,8492	6,8521	0,83166
2	21,97	1,377E-20	15,678	0	14,267	0,00061
3	25,803	4,227E-20	25,389	1,503E-20	20,616	1,083E-20
4	27,159	2,717E-19	28,074	0,0004529	26,449	3,918E-19
5	28,174	0,00075	35,524	3,261E-17	27,456	4,344E-18

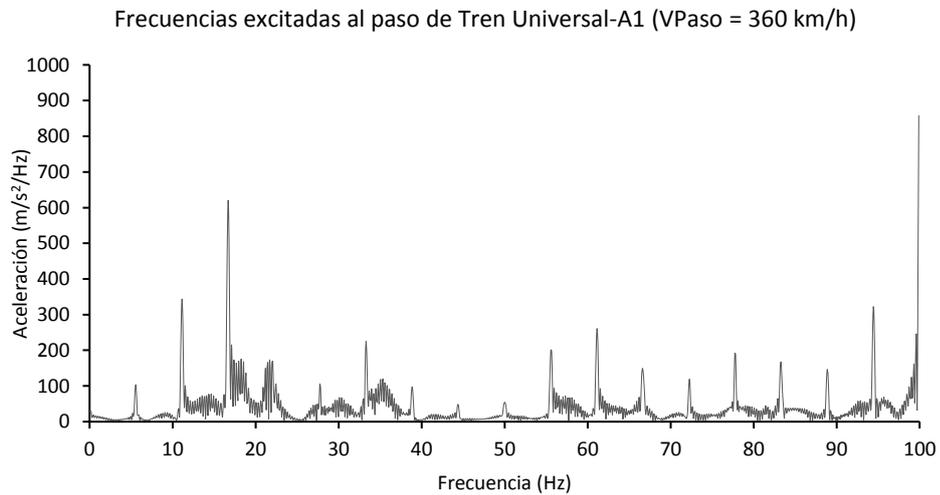
## DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

En las Figura 4-3 a Figura 4-8 se representa, para los tableros bajo estudio, la historia de aceleraciones del nudo estudiado, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

Para el tablero de 5 metros:



*Figura 4-3. Respuesta del tablero de 5 m. Aceleraciones.*



*Figura 4-4. Respuesta del tablero de 5 m. Frecuencias excitadas.*

Para el tablero de 10 metros:

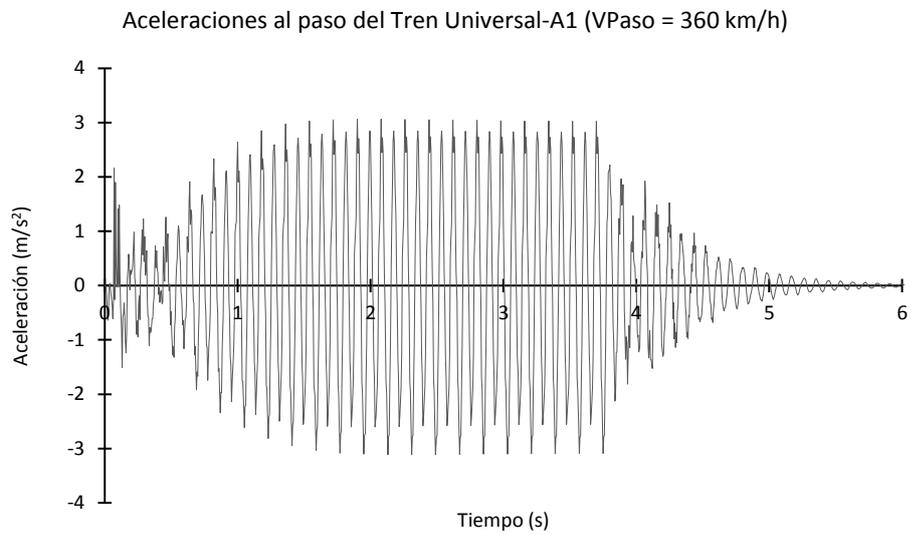


Figura 4-5. Respuesta del tablero de 10 m. Aceleraciones.

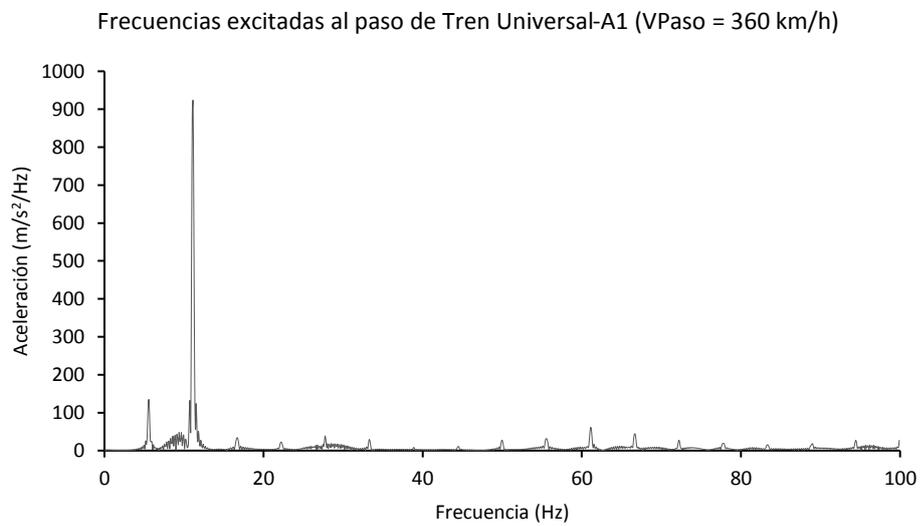
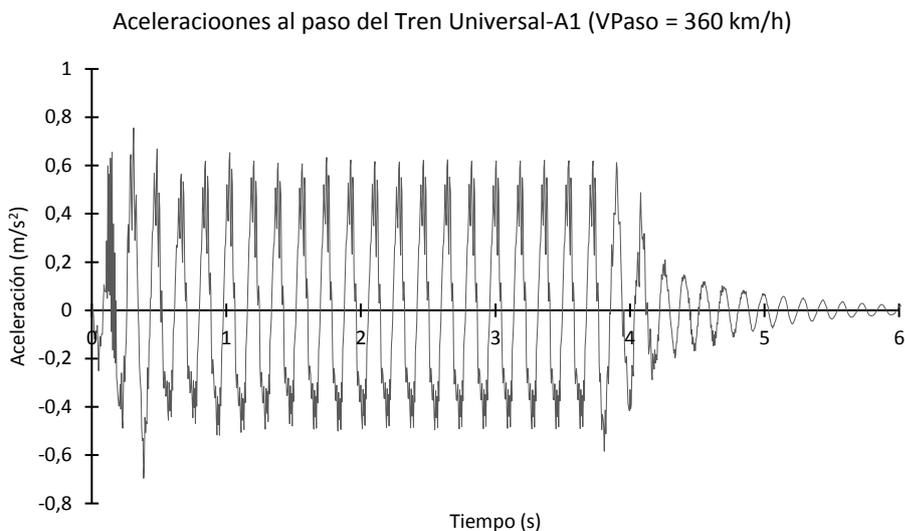


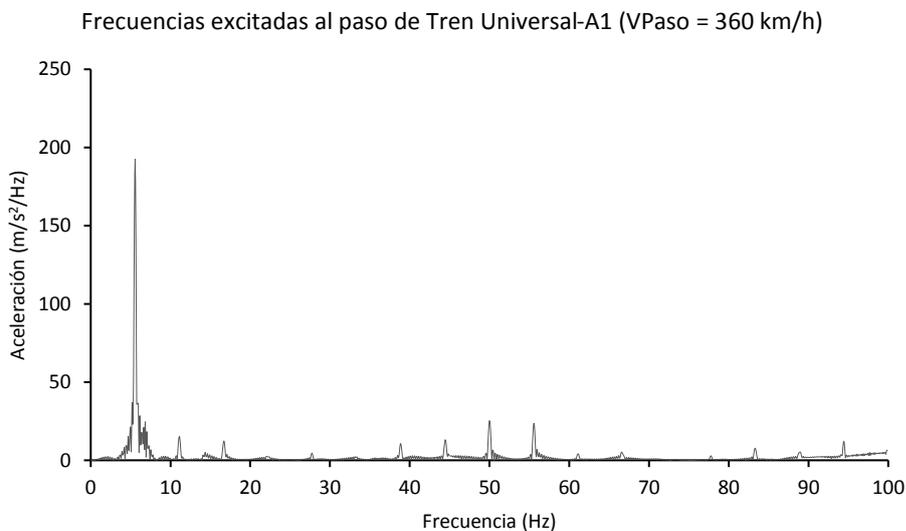
Figura 4-6. Respuesta del tablero de 10 m. Frecuencias excitadas

## DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

Para el tablero de 18 metros:



*Figura 4-7. Respuesta del tablero de 18 m. Aceleraciones.*



*Figura 4-8. Respuesta del tablero de 18 m. Frecuencias excitadas*

Tras la observación de los resultados, resumidos en la Tabla 4-3, llama especialmente la atención la frecuencia del 99,902 Hz excitada en el tablero de 5 m, muy distinta de la primera frecuencia propia de la estructura y que no responde a una explicación clara. En los casos de 10 y 18 metros, las frecuencias excitadas son cercanas a sus primeras frecuencias propias, aun así, la exactitud no es adecuada a los objetivos perseguidos pues en los modelos donde se incluye el terreno las frecuencias de unos modos con otros son muy cercanas, véase

la Tabla 4-2, del orden de las décimas, agravándose cuanto menor luz y menor rigidez de terreno.

*Tabla 4-2. Primeras frecuencias propias del modelo de 5 metros con terreno de 220 MPa*

Modo	Frecuencia (Hz)	Modo	Frecuencia (Hz)
1	2,659	11	5,257
2	4,101	12	5,588
3	4,127	13	5,698
4	4,275	14	5,930
5	4,289	15	6,570
6	4,418	16	6,627
7	4,868	17	6,680
8	4,877	18	6,680
9	4,934	19	6,854
10	5,039	20	6,959

Con esto se pone de manifiesto que en el ensayo realizado no existe una correlación directa entre las frecuencias excitadas al paso del tren a  $v > 220 \text{ km/h}$  con la frecuencia correspondiente al modo que excita principalmente de flexión longitudinal de la estructura. Por ello, se llega a la conclusión de que **de los análisis realizados en este ensayo numérico no se extiende un criterio de detección de "modo crítico"**, observándose además cierta aleatoriedad en los resultados puesto que no se observan tendencias relevantes en los mismos.

*Tabla 4-3. Resumen de resultados en el Ensayo 1.*

Tablero [m]	5	10	18
Frec. 1 <sup>er</sup> Modo	19,292	10,967	6,852
1er pico FFT	99,902	11,133	5,566
2º pico FFT	16,699	5,566	50,098
3º pico FFT	11,133	61,230	55,664
4º pico FFT	94,434	44,196	15,169

A la vista de los resultados obtenidos del ensayo anterior, se procede a realizar un test de sensibilidad que determine la mayor o menor dependencia existente entre las frecuencias excitadas al pasar el tren y la velocidad de paso. El test se realiza en términos de aceleraciones y a los mismos tableros que en el caso anterior para velocidades de paso de 300, 360 y 420 km/h.

Los resultados de este test de sensibilidad se exponen en las Figura 4-9 a Figura 4-11.

## DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

Para el tablero de 5 metros:

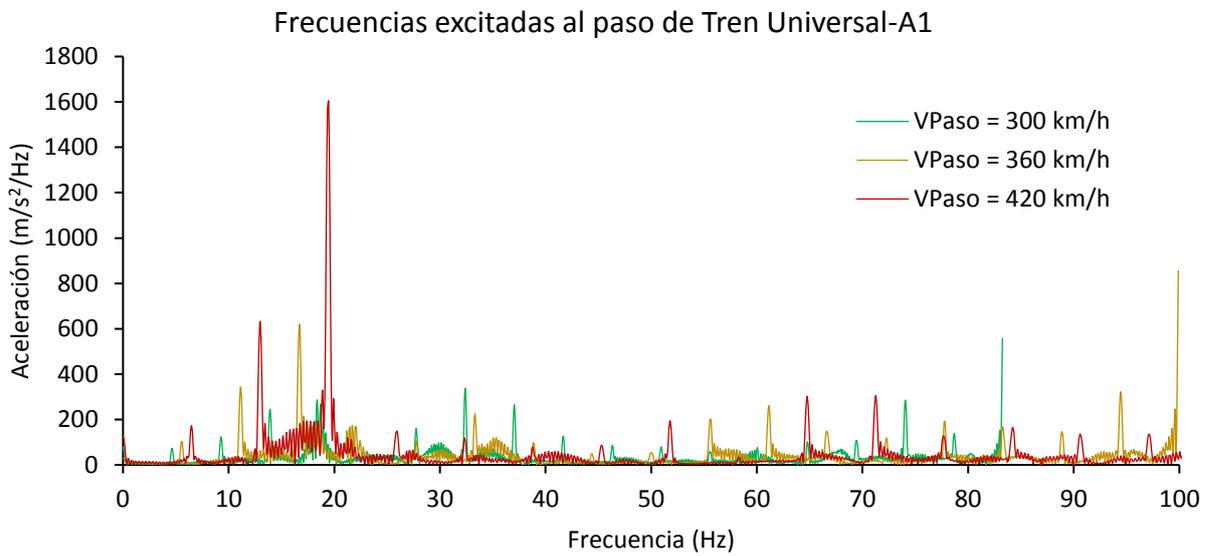


Figura 4-9. Frecuencias excitadas en tablero de 5 metros para distintas velocidades de paso.

Para el tablero de 10 metros:

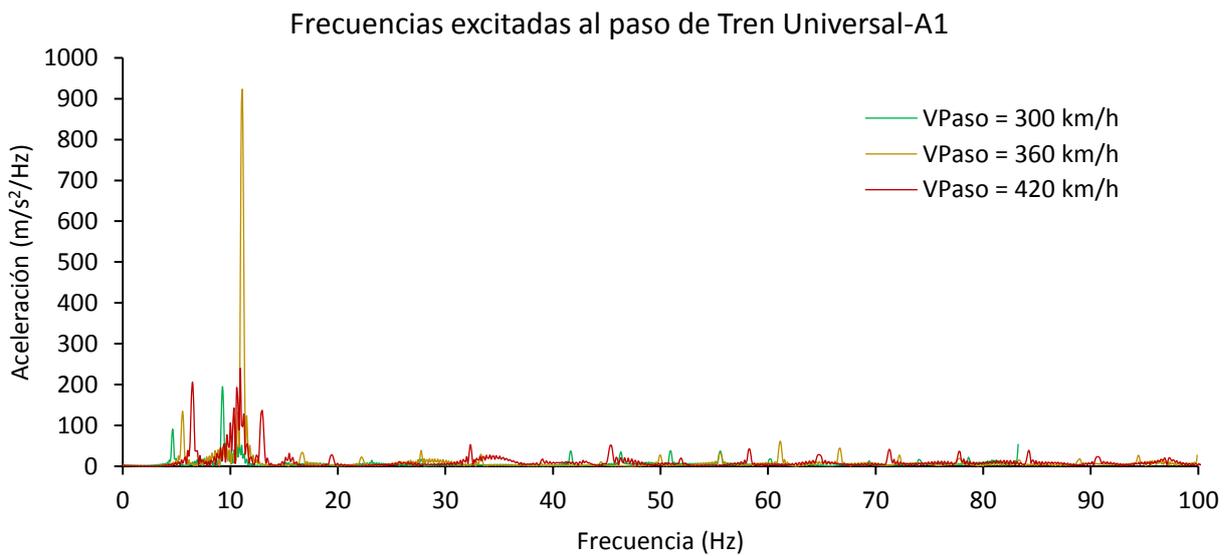


Figura 4-10. Frecuencias excitadas en tablero de 10 metros para distintas velocidades de paso.

Para el tablero de 18 metros:

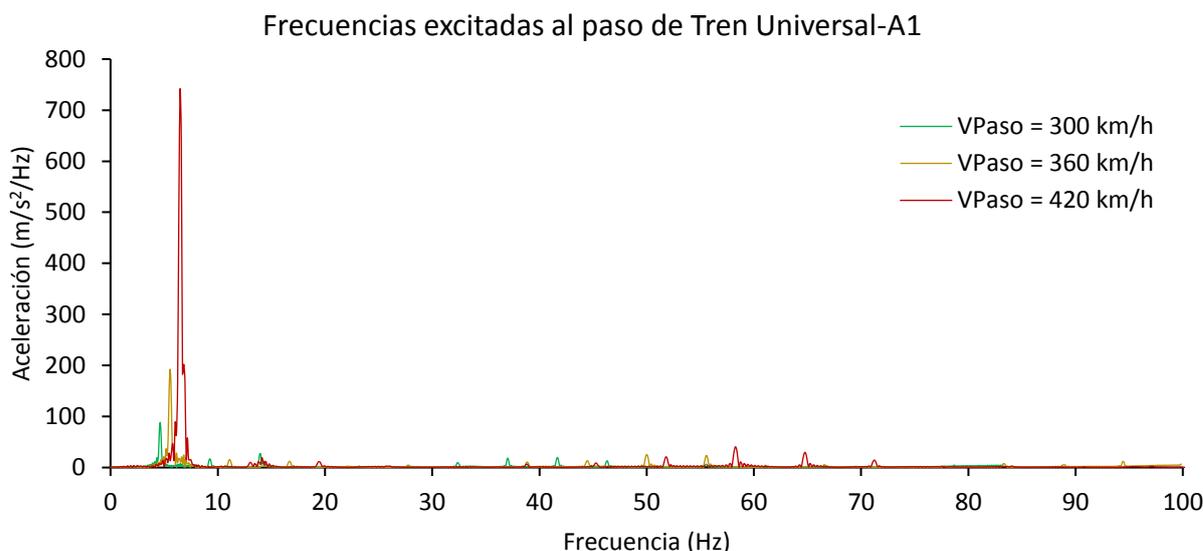


Figura 4-11. Frecuencias excitadas en tablero de 18 metros para distintas velocidades de paso.

Se resumen en la Tabla 4-4 los resultados obtenidos. De estos se deduce que en el test realizado **las frecuencias excitadas son muy dependientes de la velocidad de paso**. Ello desestima la metodología seguida hasta ahora de pasar un tren a una velocidad > 220 km/h para encontrar las frecuencias asociadas a “modos críticos”, puesto que si se pretende observar una correlación entre las frecuencias excitadas al paso del tren y la frecuencia asociada al primer modo que excita principalmente la flexión del tablero, habría que hacerlo a una velocidad de paso muy parecida a la establecida según la relación ( 1-1 ) y por tanto específica para cada tren y tablero.

Tabla 4-4. Resumen de resultados Test de sensibilidad  $f_{excitada} - V_{paso}$

Frecuencias más excitadas	Tablero 5 metros	Tablero 10 metros	Tablero 18 metros
Frec. 1 <sup>er</sup> Modo	19,292	10,967	6,852
$V_{Paso} = 300$ km/h	83,259	9,277	4,638
$V_{Paso} = 360$ km/h	99,902	11,132	5,566
$V_{Paso} = 420$ km/h	19,462	10,926	6,487

## ENSAYO NUMÉRICO 2

### ❖ Objetivo

Se pretende observar una correlación directa entre las frecuencias excitadas tras el paso de un tren a baja velocidad en los modelos con terreno, con la frecuencia correspondiente al primer modo que excita la flexión longitudinal del tablero. El motivo de pasar un tren a baja velocidad es que se espera que excite las frecuencias más bajas de cada tablero, pues estas son las que condicionan en mayor medida la respuesta de la estructura

ya que, en los análisis realizados en modelos de tablero aislados son las asociadas al “modo crítico”.

❖ **Metodología**

Para todos los tableros desde 5 a 18 metros, se analiza en el modelo con terreno y cimentaciones el paso del tren A10 del Tren Universal-A ( $D_k = 27\text{ m}$ ) a 100 km/h. Se sigue la misma metodología que en el Ensayo numérico 1, pasando las aceleraciones en esta ocasión del periodo en vibración libre del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Posteriormente se observará en los resultados si hay una correlación directa entre estas y la frecuencia asociada al modo buscado, tomándose como referencia el “modo crítico” detectado en el modelo de tablero aislado.

❖ **Exposición de resultados y conclusiones**

En las Figura 4-12 a Figura 4-21 se representa, para los tableros bajo estudio, la historia de aceleraciones del nudo estudiado, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

Para el tablero de 5 metros:

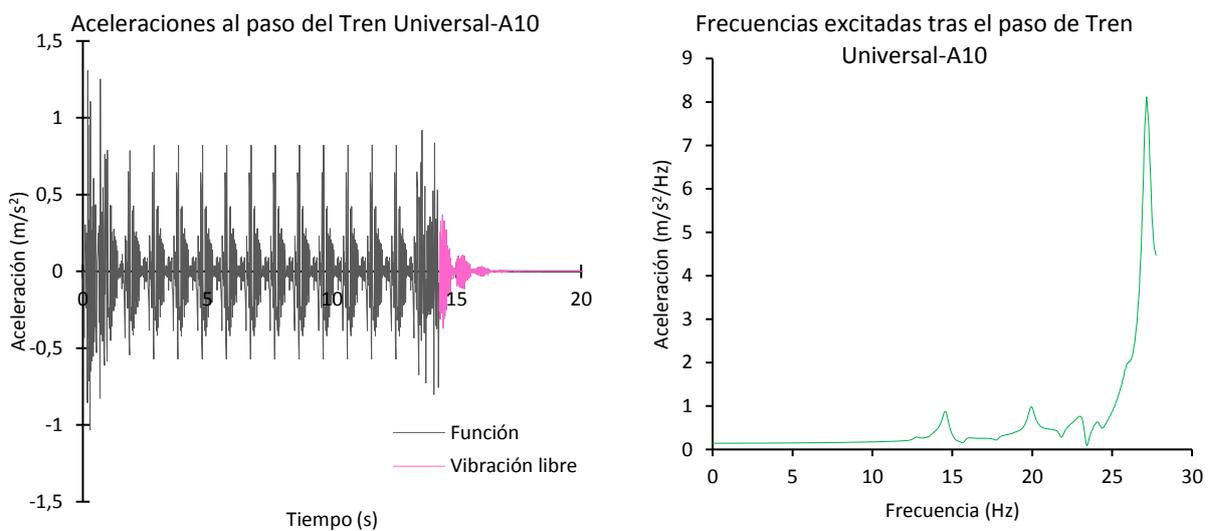


Figura 4-12. Aceleraciones del tablero 5 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 6 metros:

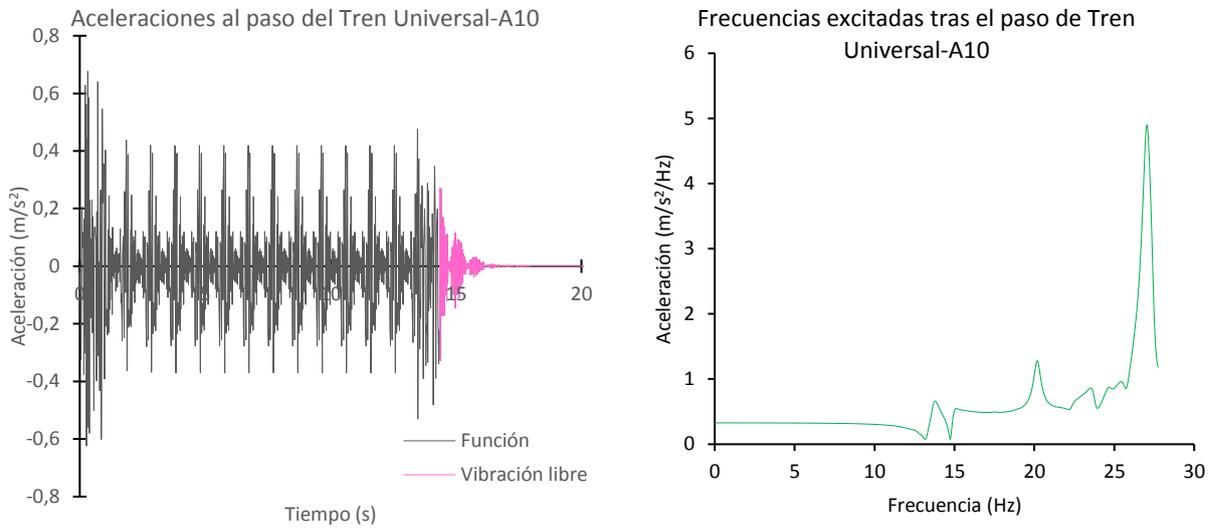


Figura 4-13. Aceleraciones del tablero 6 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 7 metros:

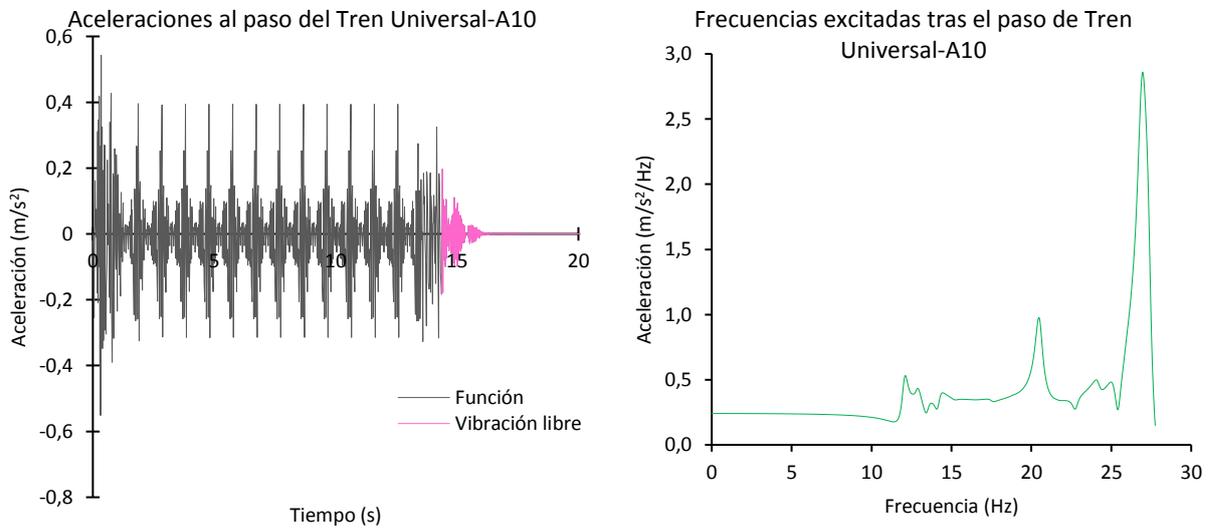


Figura 4-14. Aceleraciones del tablero 7 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 8 metros:

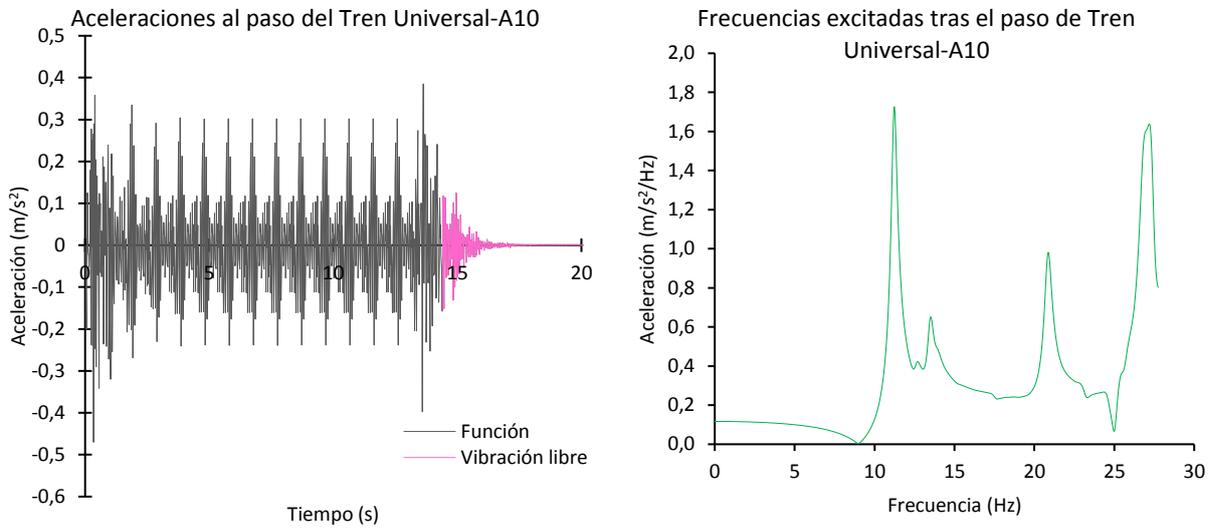


Figura 4-15. Aceleraciones del tablero 8 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 9 metros:

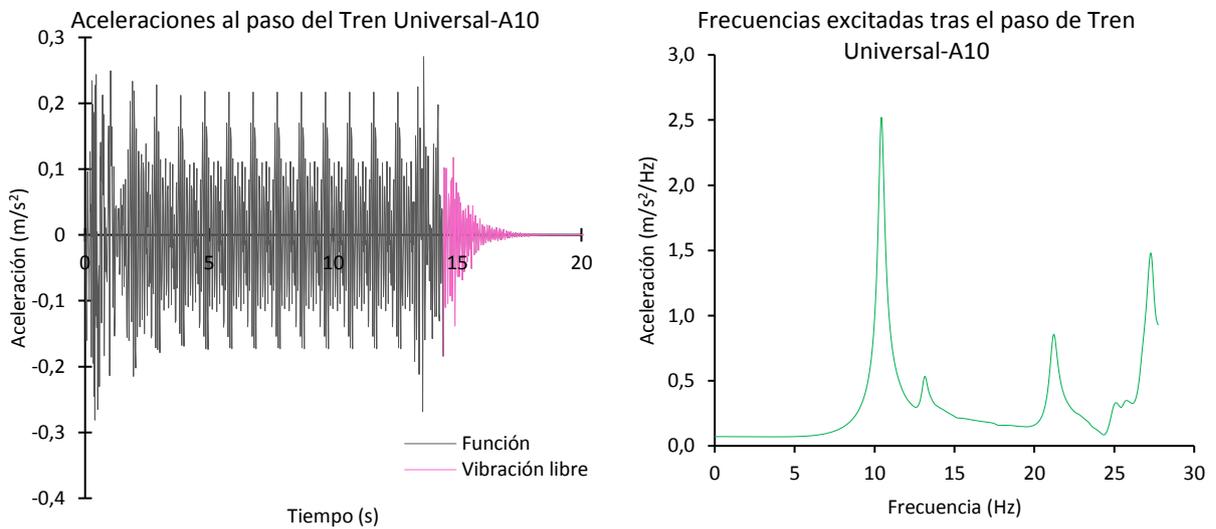


Figura 4-16. Aceleraciones del tablero 9 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 10 metros:

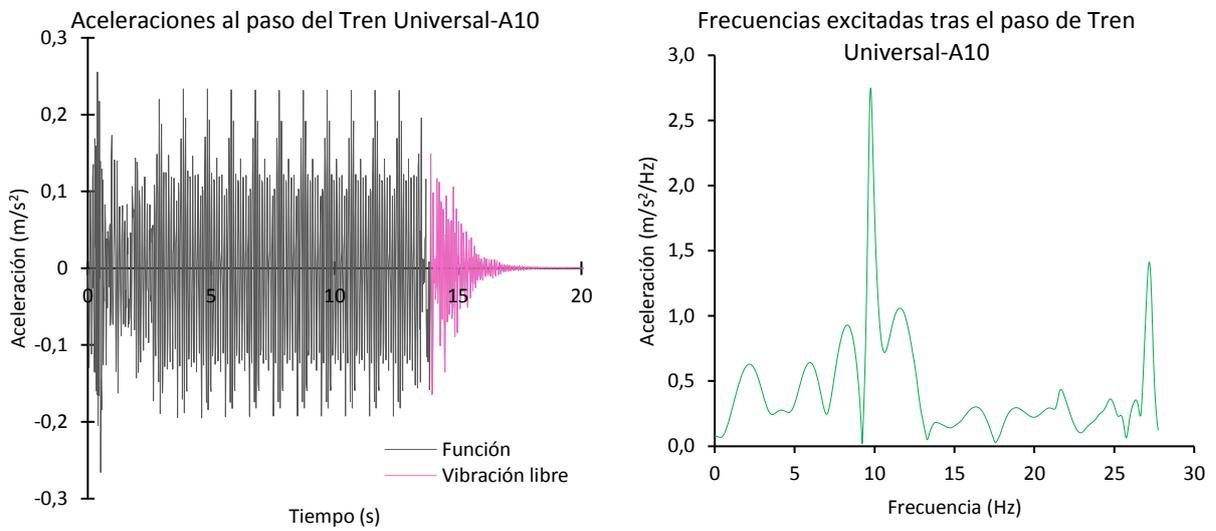


Figura 4-17. Aceleraciones del tablero 10 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 12 metros:

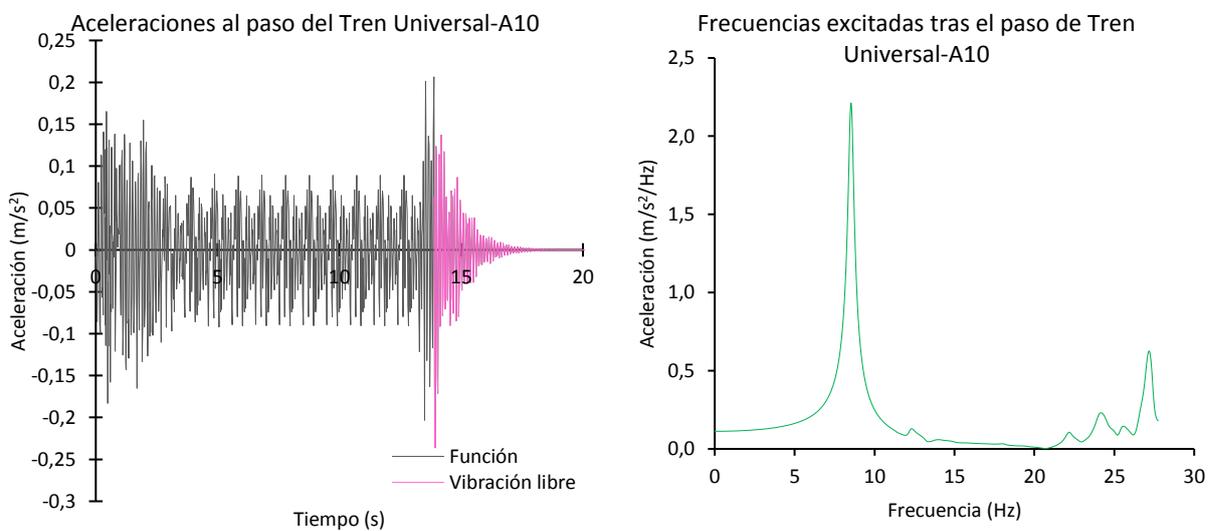


Figura 4-18. Aceleraciones del tablero 12 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 14 metros:

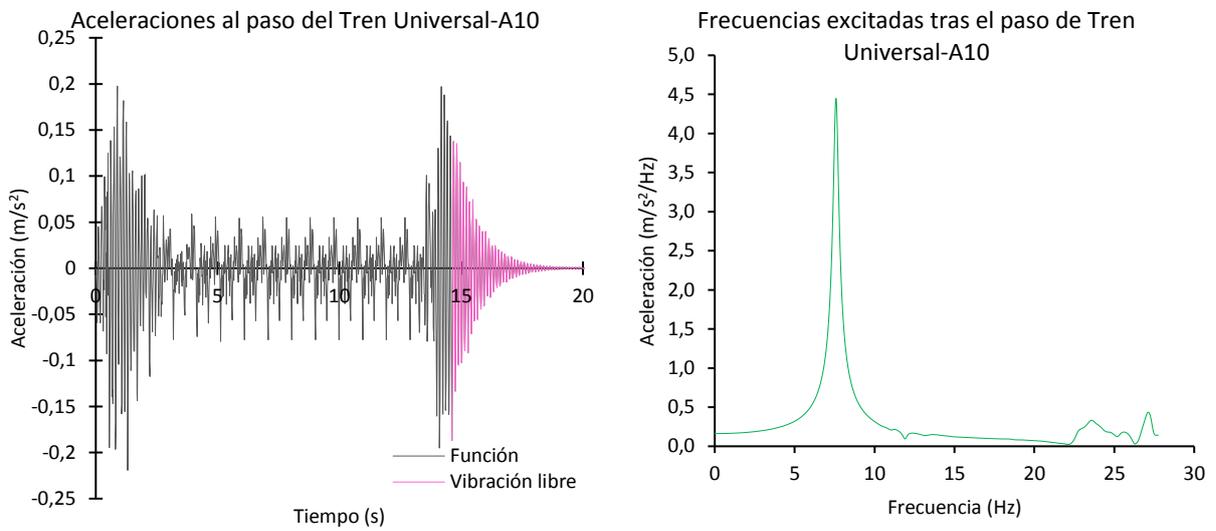


Figura 4-19. Aceleraciones del tablero 14 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 16 metros:

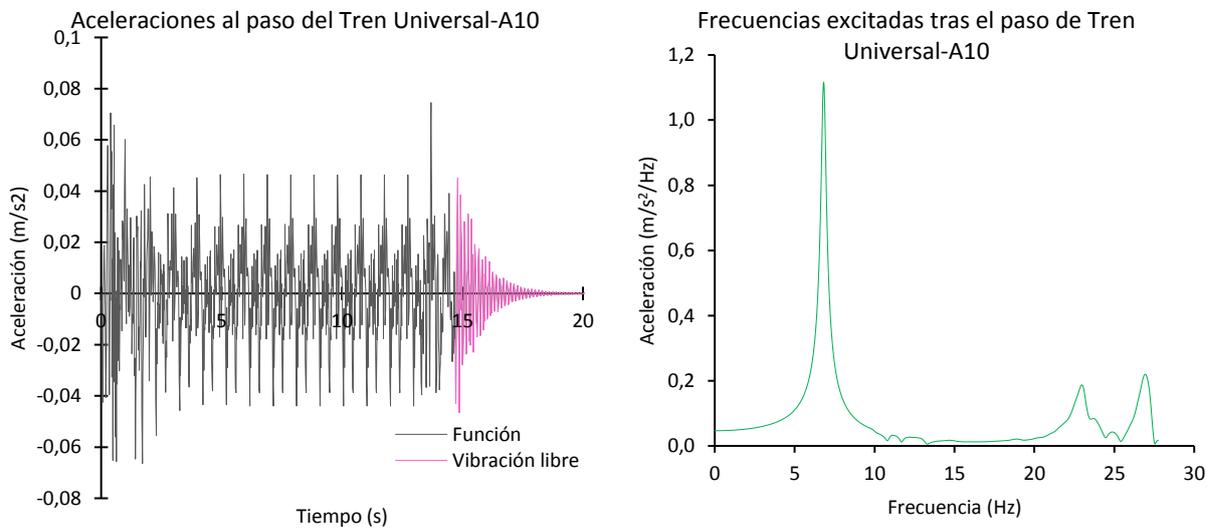


Figura 4-20. Aceleraciones del tablero 16 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Para el tablero de 18 metros:

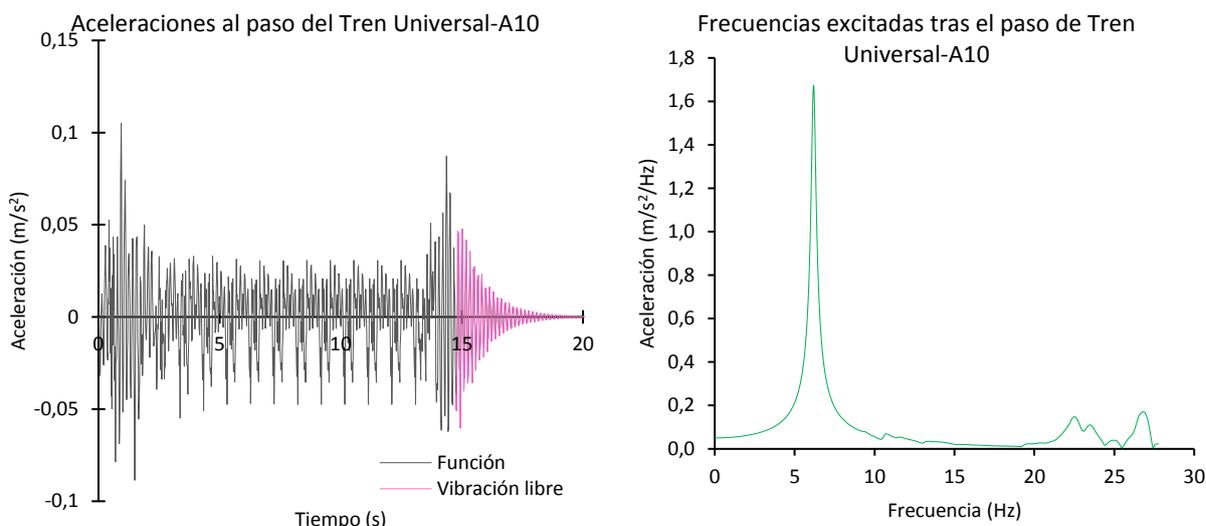


Figura 4-21. Aceleraciones del tablero 18 m. Dominio del tiempo (izq.), frecuencias (dcha.)

Tras la observación de los resultados obtenidos, resumidos en la Tabla 4-5, a pesar de la existencia de cierta cercanía entre las frecuencias excitadas (segundo pico de frecuencia en luces más cortas y primer pico en el resto de luces) y los modos de referencia, la exactitud no es adecuada a los objetivos perseguidos, pues al igual que se indicó en el Ensayo numérico 1 en los modelos donde se incluye el terreno, las frecuencias de unos modos con otros son muy cercanas, del orden de las décimas, agravándose cuanto menor luz y menor rigidez de terreno.

Con esto se pone de manifiesto que no existe una correlación suficiente entre las frecuencias excitadas tras el paso del tren a baja velocidad con la frecuencia de referencia, siendo esta la asociada al “modo crítico” obtenida del modelo de tablero aislado. Por ello, se llega a la conclusión de que **de los análisis realizados en este ensayo no se extiende un criterio de detección de “modo crítico”**,

Tabla 4-5. Resumen de resultados en el Ensayo 2.

Tablero [m]	Frec. 1 <sup>er</sup> Modo en modelo de tablero aislado	1er pico FFT	2º pico FFT
5	19,292	27,154	19,965
6	16,722	27,045	20,182
7	14,767	26,963	20,481
8	13,251	11,230	27,234
9	12,000	10,417	27,289
10	10,967	9,793	27,208
12	9,370	8,518	27,181
14	8,180	7,595	27,289
16	7,658	6,809	26,937
18	6,852	6,185	26,828

A la vista de los resultados obtenidos en los ensayos realizados, se pone de relieve la dificultad que existe para asociar las frecuencias excitadas al paso del ferrocarril con uno de los modos de vibración de la estructura modelizada incluyendo el terreno, que corresponda con una configuración de vibración vertical y a la vez ponga en juego el mecanismo de flexión longitudinal del tablero, esperable al paso del tren como ocurre en los modelos de tablero aislado.

Como se ha podido ver, las frecuencias excitadas son muy dependientes de la velocidad de paso cuando estas son mayores de 220 km/h. Sin embargo, para velocidades menores si se excitan frecuencias similares a las propias de la estructura, pero no con la suficiente precisión que requiere este estudio como se ha podido ver.

Con la finalidad de acotar el estudio que se realiza en el presente TFM, se procede a establecer unos criterios para la elección de los modos que se excitan tras el paso del ferrocarril en modelos con terreno y cimentaciones, y así poder realizar un estudio del comportamiento de los puentes de corta luz para las velocidades que, bajo los criterios definidos a continuación, producen las mayores respuestas en cada caso.

Así, los criterios para elegir el modo que determine la velocidad crítica de paso de los distintos trenes en modelos con terreno y cimentaciones se exponen a continuación:

1. El valor de la frecuencia asociada al “modo crítico” a detectar será similar a la correspondiente al modo elegido en el modelo análogo de tablero aislado. Aunque se espera la existencia de modos con deformaciones similares, el modo que excite el paso del ferrocarril en los modelos con terreno no debe alejarse mucho de los valores de frecuencia asociada al modo elegido en el modelo de tablero aislado.

$$f_{elegida, modelo\ completo} \approx f_{crítico, modelo\ de\ tablero\ aislado}$$

2. La deformada del modo a detectar presentará una configuración de tal manera que sea excitada la flexión longitudinal del tablero, similar a la deformación del modo detectado como crítico en el modelo de tablero aislado. Ante la duda, se desestimarán casos en los que la deformación a flexión longitudinal del tablero venga impuesta por deformaciones de estribos o terreno.
3. El coeficiente de participación modal de masa según la dirección vertical del modo a detectar ( $M_2$ ) no será menor que el valor sujeto de ser movilizado en el modelo con terreno y cimentaciones ( $M_1$ ) relativo al coeficiente de participación modal de masa según la dirección vertical del modo detectado en el modelo análogo de tablero aislado ( $M_0$ ), calculado según la formulación siguiente:

$$M_{2,i} \geq M_{1,i} \tag{4-1}$$

$$M_{1,i} = \frac{P_{mta,i}}{P_{mct,i}} M_{0,i}$$

Siendo,

$M_{0,i}$ : el coeficiente de participación modal de masa según la dirección vertical del modo elegido en el modelo de tablero aislado de luz  $i$ .

$M_{1,i}$ : el coeficiente de participación modal de masa susceptible de ser movilizado según la dirección vertical en el modelo con cimentaciones y terreno de luz  $i$

$M_{2,i}$ : el coeficiente de participación modal de masa según la dirección vertical del modo a detectar en el modelo de con cimentaciones y terreno de luz  $i$ .

$P_{mta,i}$ : peso del modelo de tablero aislado de luz  $i$ .

$P_{mct,i}$ : peso del modelo con cimentaciones y terreno de luz  $i$ .

4. La frecuencia del modo a detectar será el que mejor represente la flexión del tablero de acuerdo al Criterio 2, e inmediatamente inferior al valor de frecuencia asociada al modo detectado en el modelo análogo de tablero aislado.

Este criterio está basado en que, en los modelos que contienen el terreno y cimentaciones, los modos análogos a los detectados en modelos de tablero aislado debería ser excitados a menores frecuencias. Ello viene motivado por que la rigidez de la estructura es menor, y esta como bien sabemos interviene en el cálculo de los modos según la siguiente expresión:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \text{ siendo } \omega = 2\pi f$$

Con estos criterios, no se garantiza que la velocidad obtenida a partir de la frecuencia asociada al modo elegido se corresponda con el caso que provoque la respuesta máxima y por tanto el caso más resonante, pero si se prevé estar cerca de ella y sirva para los estudios comparativos que forman parte de los objetivos de este trabajo.

# 5 CASOS DE ESTUDIO

---

Hasta este momento se ha definido la estructura tipo de puentes de ferrocarril que se va a analizar, y se han marcado las líneas metodológicas para la detección de respuestas máximas en estos puentes bajo unos determinados criterios, que serán de aplicación a la hora de decidir las características de la sollicitación en los análisis de los distintos modelos.

En este apartado se quiere caracterizar la respuesta máxima de estos puentes y sus posibles efectos resonantes en base a algunos factores como son la luz del puente o la rigidez del terreno entre otros, con el fin de poner en conocimiento los casos más sensibles a problemas ya mencionados como desconsolidación de balasto o la posible afección al confort de los viajeros por darse aceleraciones superiores a los límites establecidos.

En primer lugar, los análisis se van a llevar a cabo a través de modelos de elementos finitos simples, donde solo se incluye el tablero descansando en apoyos infinitamente rígidos (véase Apartado 3.1). En base a los resultados obtenidos, se realiza una discusión de los mismos atendiendo a diversos factores que intervienen de forma conocida en el comportamiento dinámico de los modelos estudiados, de cara a valorar el grado de influencia de cada uno de ellos en la respuesta del puente.

A continuación, a los modelos anteriores se añadirán los estribos y una porción de terreno significativa (véase Apartado 3.2), para poder evaluar la influencia que tiene la interacción suelo-estructura en la respuesta del puente respecto a los modelos de tablero aislado y considerando distintas rigideces de terreno.

## 5.1 DEFINICIÓN DE CASOS

Como quedó descrito en el Apartado 3 se analizarán puentes de ferrocarril de corta luz como el representado en la Figura 3-1 con luces que van desde los 5 hasta los 18 metros, los cuales serán sometidos a la sollicitación de paso de los trenes correspondientes a la familia de trenes del Tren Dinámico Universal-A.

En base a la metodología descrita en el Apartado 4, los casos de estudio para cada uno de los tableros vienen determinados por la velocidad de paso correspondiente a cada tren según ( 1-1 ). Como ya sabemos, se han implementado dos tipos de modelos; modelos de tablero aislado y modelos donde el tablero se encuentra sobre los estribos y estos a su vez sobre una porción significativa de terreno.

En el caso de los **modelos de tablero aislado**, las velocidades de paso en cada tablero y para los distintos trenes es la que figura en la Tabla 5-1.

Tabla 5-1. Velocidades de paso para cada caso de estudio en Modelo de Tablero Aislado. (km/h)

Tren	Tablero									
	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18
A1	416,707	361,204	318,975	286,214	388,802	355,333	303,575	265,016	248,124	222,009
A2	329,893	381,271	336,695	302,115	410,402	375,074	320,441	279,739	261,908	234,343
A3	347,256	401,338	354,416	318,016	288,001	394,815	337,306	294,462	275,693	246,677
A4	364,619	316,054	372,137	333,916	302,401	414,556	354,171	309,185	289,478	259,011
A5	381,981	331,104	389,858	349,817	316,801	289,531	371,037	323,908	303,262	271,344
A6	399,344	346,154	407,579	365,718	331,201	302,691	387,902	338,631	317,047	283,678
A7	416,707	361,204	318,975	381,619	345,601	315,852	404,767	353,354	330,832	296,012
A8	347,256	376,254	332,265	397,519	360,001	329,012	281,088	368,077	344,616	308,346
A9	361,146	391,304	345,556	413,420	374,401	342,173	292,332	382,800	358,401	320,680
A10	375,036	406,355	358,846	321,991	388,802	355,333	303,575	397,523	372,186	333,014

En los **modelos que incluyen el terreno y las cimentaciones** cada tren analizado supone un coste computacional de unas 40 horas de media. Si tenemos en cuenta que el estudio comprende 10 tableros diferentes y 3 análisis distintos para cada uno de ellos variando la rigidez del terreno, considerando los 10 trenes que componen la familia de trenes del Tren Dinámico Universal-A el estudio completo tendría una carga temporal estimada de unas 12.000 horas, es decir, unos 500 días.

Es por ello, por lo que se ha decidido analizar exclusivamente la configuración A10 del Tren Dinámico Universal-A. Esto se debe a que, como veremos en los resultados, de forma generalizada es la configuración de tren que provoca las mayores respuestas en los modelos que se encuentra el tablero aislado, y para el fin que se persigue se considera suficiente de cara a comprobar la influencia que pueda tener la interacción suelo-estructura en la respuesta del puente respecto a los modelos de tablero aislado. Así, las velocidades de paso del Tren Universal A-10 sobre cada uno de los tableros y para cada una de las rigideces es la que figura en la Tabla 5-2.

Tabla 5-2. Velocidades de paso para el Tren A10 en caso de estudio de Modelo Completo. (km/h)

Terreno (Mpa)	Tablero									
	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18
3100	373,248	406,563	348,875	316,386	383,324	350,860	300,128	393,364	348,909	313,703
900	369,185	403,988	354,950	412,582	355,266	342,565	291,632	373,977	338,985	307,006
220	370,313	394,681	415,822	412,452	339,098	353,419	410,918	368,053	341,614	322,296

## 5.2 RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Se dedica este apartado a exponer los resultados obtenidos de los cálculos realizados en cada uno de los casos estudiados. De cada uno de los puentes analizados se han obtenido los registros de desplazamientos y aceleraciones del nudo de estudio definido en el apartado 4.3 e identificado en la Figura 4-2.

Un parámetro de especial interés que se ha representado es el Coeficiente de Impacto, que es una medida de la amplificación de la respuesta debida a la carga estática con respecto a la respuesta debida a la carga dinámica. El valor de Coeficiente de impacto aquí contemplado corresponde a la relación entre la máxima respuesta dinámica y la respuesta estática del mismo tren, que no debe confundirse con el que define la normativa (Ministerio de fomento, 2010), que toma como respuesta estática la producida por el tren UIC-71 como pudo verse en la expresión ( 1-2 ). Ello viene motivado, como veremos, en no perder de vista los posibles factores involucrados en la respuesta del puente.

Para hacer más ágil la lectura y el análisis de resultados, de estos registros se mostrarán de forma general los valores máximos absolutos, exponiéndose en los Anexos I y II todas las historias temporales de los cuales derivan.

En primer lugar, se exponen los resultados del Modelo de Tablero Aislado, a continuación, los correspondientes a los Modelos Completos que incluyen una porción de terreno y por último se realizará el análisis comparativo de ambos.

### 5.2.1 Modelo de tablero aislado

Con el objetivo de poner de manifiesto la modelización estructural realizada y de cara a dar una posible explicación a situaciones resultantes en el cálculo dinámico, cabe iniciar este apartado exponiendo la respuesta de cada puente ante cada uno de los casos estáticos analizados. Cada caso se ha definido situando cada uno de los trenes en la situación más desfavorable, siendo esta aquella en la que las cargas que representan a los ejes de bogíes del tren se encuentran sobre la vía en la posición más centrada respecto al centro de vano.

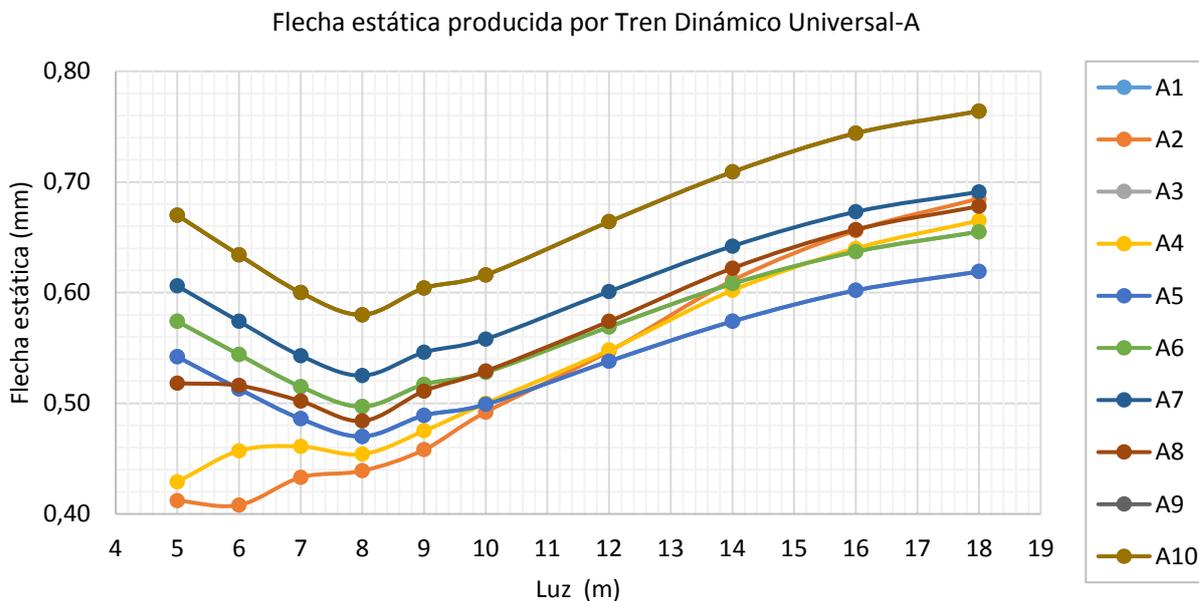


Figura 5-1. Flecha estática producida por la familia de trenes del Tren Dinámico Universal-A.

En la Figura 5-1 puede apreciarse como en términos generales, en los tres puentes de menor luz, tableros de 5, 6 y 7 metros, la flecha estática es decreciente, para a continuación hacer un cambio de tendencia, a partir de los 8 m, y crecer de forma aproximadamente lineal con la luz. Este hecho, como veremos, está poniendo de manifiesto el comportamiento tridimensional bien conocido en este tipo de puentes (Manterola, 2006).

Para razonar los resultados del cálculo estático, se parte del comportamiento de una viga simplemente apoyada en sus extremos. Teniendo en cuenta que la flecha en una viga biapoyada de sección rectangular, debida a una carga puntual centrada viene dada por la expresión ( 5-1 ):

$$f = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{PL^3}{48E \frac{1}{12}bh^3} \tag{5-1}$$

Si consideramos nuestra sección rectangular, con ancho de valor constante igual a 14 m y el canto creciente de forma lineal con la luz de valor  $h = \frac{1}{12}L$ , la flecha debería tomar un valor distinto para cada uno de los casos según la carga nominal  $P$  propia de cada tren y constante para cada una de las luces en cada caso.

En el fenómeno identificado en la Figura 5-1 se está poniendo de manifiesto el comportamiento tridimensional modelizado y que refleja la realidad de este tipo de tableros. Y es que, si fijamos la carga  $P$  que es constante en cada caso para todas las luces, al igual que lo es el valor de  $E$ , propio del material, y teniendo en cuenta el valor que toma  $h$ , la relación  $\frac{L^3}{h^3}$  que figura en ( 5-1 ) resulta ser constante también, quedando como única variable posible el valor del ancho de la losa,  $b$ . Este ancho representa la magnitud transversal de sección que está actuando de forma efectiva en el reparto de la carga transversalmente. A modo de ejemplo, ello puede verse en la Figura 5-2 donde se están representando los momentos flectores  $M_y$  ( $M_{11}$  local, momentos flectores longitudinales) originados por el mecanismo de rigidez longitudinal de los tableros de 5, 8 y 18 metros. Si tomamos como referencia la sección central, se observa cómo cuanto mayor es la luz mayor es la homogeneidad que presenta el reparto transversal de carga, reflejándose esta en los valores de  $M_y$ .

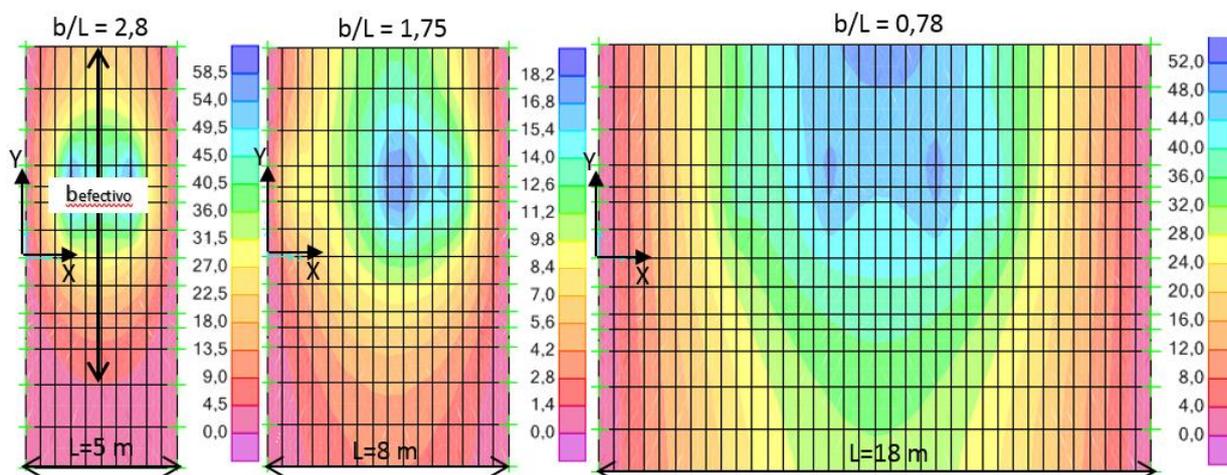


Figura 5-2. Momentos  $M_y$  en modelos de tableros aislados, 5, 8 y 18 m (de izq. a dcha.)

De esto se deduce que, el ancho efectivo está siendo menor cuanto menor es la luz y en consecuencia mayor es la flecha estática con la menor luz. Ello se debe al efecto local intenso que se está produciendo consecuencia de la gran rigidez longitudinal respecto a la rigidez transversal de la losa, que está potenciando así el mecanismo longitudinal de reparto de carga, viéndose disminuido este en dirección transversal, siendo más notorio el efecto aproximadamente para  $b/L > 2$  de acuerdo a los resultados de la Figura 5-1. Sin embargo, ello responde únicamente a la respuesta decreciente genérica en la flecha de las tres primeras luces, ya que para  $b/L < 2$  puede observarse que comienza un cambio de tendencia en la flecha aumentando esta con la luz.

En realidad, la situación de la carga  $P$  responde a las cargas debidas a los ejes de un bogie de cada tren distanciadas una distancia  $d$  (Figura 5-3), que se encuentran relativamente centrados respecto al centro de vano, y no a una carga puntual.

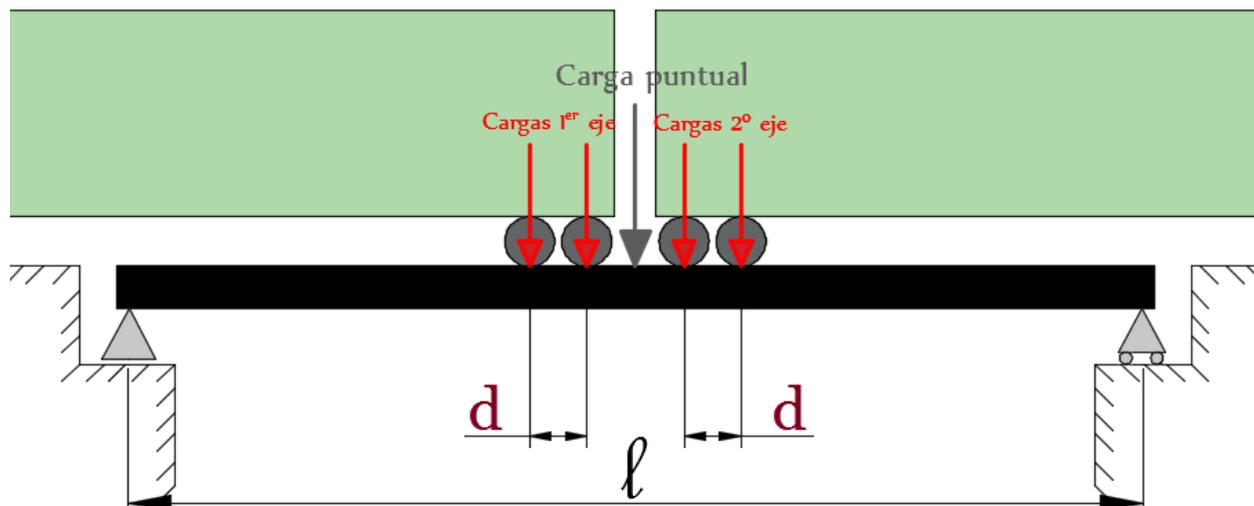


Figura 5-3. Modelo de carga por ejes de un bogie vs carga puntual

En términos relativos, las cargas que representan los bogies se encuentran menos centradas en el puente cuanto mayor distancia entre ejes de un bogie  $d$  y cuanto menor es la luz, y por tanto esta carga está siendo “más efectiva” en el centro de vano conforme la luz aumenta como se puede observar en la zona creciente del gráfico, y para una misma luz cuanto más cercanos se encuentran los ejes de un bogie. Este último hecho se pone de manifiesto en la tendencia inicial observada para los trenes A2 y A4, en los cuales la distancia entre los ejes de un bogie es de 3,5 y 3 respectivamente presentando las menores flechas estáticas, a diferencia del resto de configuraciones donde esta distancia está en torno a 2, véase la Figura 3-7 donde se expone el Cuadro C.1 IAPF-07.

Luego, a la vista de los resultados y las observaciones realizadas, se llega a la conclusión de que a partir de una relación  $b/L < 2$ , el ancho efectivo,  $b_{efectivo}$ , para las luces analizadas se mantiene ligeramente uniforme al aumentar el mecanismo de reparto transversal de cargas, y lo que hace que la flecha aumente con la luz es que la carga  $P$  se encuentre más centrada en relación a la mayor luz, o lo que es lo mismo, la carga  $P$  refleja cada vez mejor el comportamiento de una carga puntual en el centro de vano conforme la luz es mayor, magnificándose este hecho cuanto menor es la distancia  $d$ .

Dicho esto, se procede a analizar los resultados de la respuesta dinámica en estos modelos de tablero aislado.

### **RESPUESTA DINÁMICA DEL MODELO DE TABLERO AISLADO**

Una vez introducidos algunos factores que pueden condicionar la respuesta dinámica de los tableros bajo estudio, se procede con el análisis para cada uno de los casos de estudio relacionados en la Tabla 5-1 a partir de los cuales se obtiene como resultado los coeficientes de impacto de la Figura 5-4 y las aceleraciones máximas de la Figura 5-11.

La discusión de estos resultados se llevará a cabo atendiendo a diversos factores que intervienen de forma conocida en el comportamiento dinámico de los modelos estudiados, de cara a valorar su grado de influencia en el mismo. Estos factores son los siguientes:

- Luz vano ( $L$ ).
- Relación  $D_k/L$ .

- Carga nominal por eje de un bogie.
- Aplicación de la expresión ( 1-1 ) para determinar la respuesta resonante.
  - Velocidad de paso y multiplicidad n
- Distancia (d) entre ejes de un bogie.

#### ❖ Coeficiente de impacto.

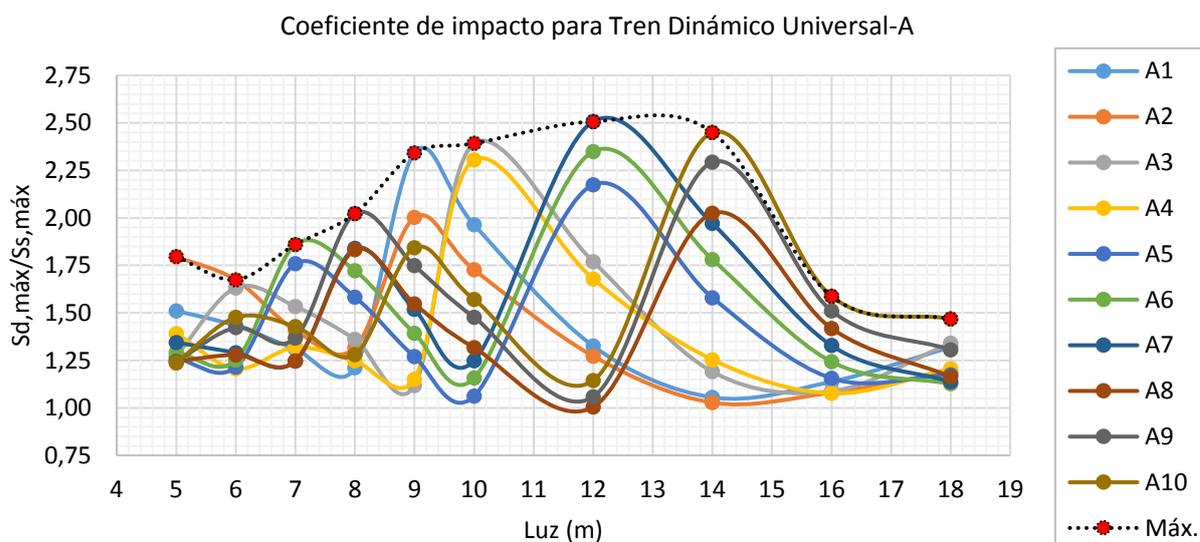


Figura 5-4. Coeficiente de Impacto para cada caso de estudio. Modelo de tablero aislado.

En términos de desplazamientos, una primera observación de la Figura 5-4 invita a pensar que la **luz** aumenta el coeficiente de impacto cuando esta crece. Sin embargo, el decaimiento de la gráfica existente en los resultados de los dos últimos casos pone de manifiesto que existen otros fenómenos que predominan sobre la luz en el coeficiente de impacto y que esta por sí sola no condiciona la respuesta.

En una primera observación de la Tabla 5-3 que relaciona el espaciamiento característico entre ejes de bogies de dos vagones consecutivos con la luz del puente,  $D_k/L$ , puede verse como los máximos reflejados en la Figura 5-4 corresponde con relaciones  $D_k/L$  en torno a 2. Sin embargo, esto no se cumple siempre. Por ejemplo, en el caso del tablero de 12 metros, el tren A7 con una relación  $D/L=2,00$  produce el máximo coeficiente de impacto de todos los casos, mientras que el tren A8 con una relación  $D/L=2,08$  produce el valor mínimo de todos a pesar de tener la misma carga nominal en ambos casos. Luego la importancia de la relación  $D/L$  por sí sola es inapreciable en el fenómeno analizado, vista la aleatoriedad de los valores máximos y mínimos obtenidos para relaciones  $D/L$  similares.

Lo mismo ocurre con la **carga nominal por eje de un bogie** asociada a cada tren. No se observa que esta predomine por sí sola en la respuesta, ya que en el tablero de 7 metros una menor carga/eje correspondiente al tren A6 está provocando el valor máximo, mientras que el A7 con mayor carga/eje está provocando el valor mínimo en ese mismo tablero.

Tabla 5-3. Relaciones D/L frente a coeficientes de impacto y cargas por eje en cada tren.

Tren	D (m)	Relación D/L										Carga/Eje [kN]
		5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	
A1	18	3,60	3,00	2,57	2,25	2,00	1,80	1,50	1,29	1,13	1,00	170
A2	19	3,80	3,17	2,71	2,38	2,11	1,90	1,58	1,36	1,19	1,06	200
A3	20	4,00	3,33	2,86	2,50	2,22	2,00	1,67	1,43	1,25	1,11	180
A4	21	4,20	3,50	3,00	2,63	2,33	2,10	1,75	1,50	1,31	1,17	190
A5	22	4,40	3,67	3,14	2,75	2,44	2,20	1,83	1,57	1,38	1,22	170
A6	23	4,60	3,83	3,29	2,88	2,56	2,30	1,92	1,64	1,44	1,28	180
A7	24	4,80	4,00	3,43	3,00	2,67	2,40	2,00	1,71	1,50	1,33	190
A8	25	5,00	4,17	3,57	3,13	2,78	2,50	2,08	1,79	1,56	1,39	190
A9	26	5,20	4,33	3,71	3,25	2,89	2,60	2,17	1,86	1,63	1,44	210
A10	27	5,40	4,50	3,86	3,38	3,00	2,70	2,25	1,93	1,69	1,50	210
$\Phi_{M\acute{a}x}$		1,80	1,67	1,86	2,02	2,34	2,39	2,51	2,45	1,59	1,47	

Legenda:

Mayor Coef. Impacto

Mínimo Coef. Impacto

Estos hechos nos llevan a observar los gráficos de respuesta en desplazamientos en los casos puestos de relieve en del tablero de 12 m. Cuando este se solicita ante la carga dinámica del tren A7 se provoca un efecto resonante claro cómo puede apreciarse en la Figura 5-5, mientras que el tren A8 provoca unos desplazamientos muy lejanos de asemejarse a fenómenos resonantes.

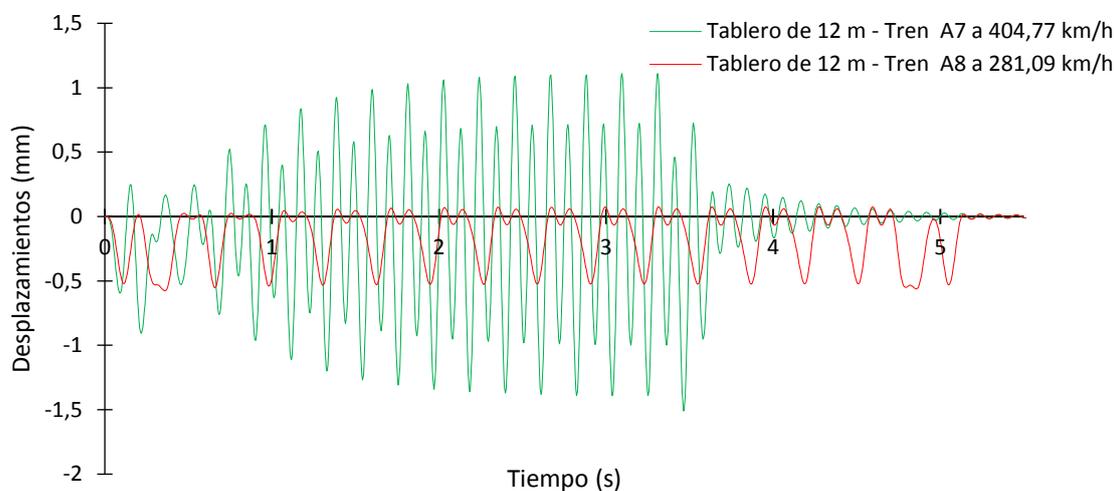


Figura 5-5. Desplazamientos dinámicos en tablero de 12 m al paso de trenes A7 y A8.

La única diferencia destacable entre el tren A7 y el tren A8 solicitando el tablero de 12 m es la **velocidad de paso**. Esta como ya sabemos, se ha determinado a partir de la expresión (1-1), que por claridad de la exposición se incluye de nuevo.

$$f_o = n \frac{v}{D_k} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Para una misma frecuencia de excitación, es decir, para un mismo tablero, lo que varía es el espaciamiento característico entre ejes de cada tren,  $D_k$ , y el valor de la **multiplicidad**  $n$  dependiente de la velocidad máxima de proyecto ( $V_{p,m\acute{a}x} = 1,2V_p$ ), que en este caso se tomó en 420 km/h. Si nos fijamos en la Tabla 5-4, vemos para el tablero de 12 metros, que la

velocidad obtenida para el tren A7 presenta una multiplicidad de valor 2, mientras que para el tren A8 esta toma un valor de 3.

Tabla 5-4. Cálculo de casos de estudio para tablero de 12 m en modelo de tablero aislado.

Datos tablero:	L = 12 m;		fo = 9,3696 Hz							
Tren	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
D <sub>k</sub> (m)	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
n	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
v (km/h)	607,151	640,881	674,612	708,343	742,073	775,804	809,535	843,265	876,996	910,726
V <sub>múltiplo</sub> (km/h)	303,575	320,441	337,306	354,171	371,037	387,902	404,767	281,088	292,332	303,575

El valor de  $n$  determina el número de veces que transcurre el periodo fundamental de la estructura entre el paso de una carga y la siguiente. Y el hecho observado en el tablero de 12 metros responde a que la multiplicidad  $n = 3$  para el  $D_{A8} = 25 m$  está permitiendo que la estructura amortigüe la vibración residual provocada por el paso de la primera carga y, por tanto, no se están acoplando los efectos dinámicos producidos por el paso de sucesivos ejes.

No obstante, no debemos asociar este hecho de que al transcurrir un menor tiempo entre paso de cargas y en consecuencia permitir un menor amortiguamiento, deban darse fenómenos resonantes de mayor importancia conforme la velocidad de paso es mayor para un mismo valor de  $n$  y para un tablero concreto. Si nos fijamos en las gráficas de desplazamientos del tablero de 18, véase Figura 5-6, la velocidad de paso del tren A3 es de 246,68 km/h y provoca una clara resonancia, mientras que con el tren A6 que pasa a 283,68 km/h, no se da resonancia aun teniendo la misma carga por eje ambos trenes.

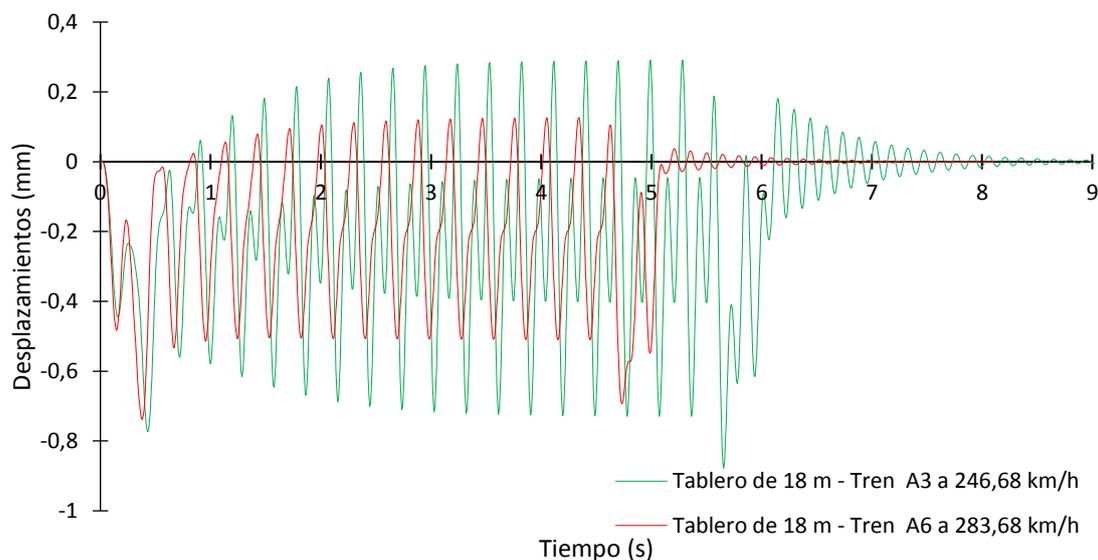


Figura 5-6. Desplazamientos dinámicos en tablero de 18 m al paso de trenes A3 y A6.

Por tanto, se llega a la **conclusión** de que aun pasando el tren a la velocidad determinada por (1-1) la respuesta del puente responderá a efectos resonantes sólo para determinadas relaciones  $D/L$  y valores de  $n$ , dándose los efectos máximos en términos de desplazamientos cuando se dé el mejor acoplamiento entre el resto de factores.

Para ver cuál es el mejor acoplamiento entre  $D/L$  y  $n$ , se han relacionado estos junto al coeficiente de impacto analizando cada tablero por separado como puede verse en la Tabla 5-5.

## CASOS DE ESTUDIO

Fijando la atención en primer lugar en el tablero de 12 metros, donde se dan valores de  $n$  de 2 y 3 junto con valores de  $D/L$  desde 1,50 hasta 2,25, se deduce que en este caso el mejor acoplamiento entre factores viene dado por el mayor valor de la relación  $D/L$  unido al menor valor de  $n$ , es decir  $D/L=2,00$  y  $n=2$ . Siendo el peor acoplamiento el siguiente valor de ambos donde  $n$  toma un valor mayor igual a 3 y  $D/L$  es 2,08.

Si ahora observamos el fenómeno en los tableros de 7, 8, 14, 16 y 18 metros se verifica que el mejor acoplamiento entre estos factores de cara a ofrecer el mayor coeficiente de impacto se da, igual que en el caso anterior, para el mayor valor de la relación  $D_k/L$  asociada al menor valor de  $n$ .

No obstante, como podemos ver, a esta observación responden todos los tableros excepto los de 5, 6, 9 y 10.

Tabla 5-5. Relaciones  $D/L$ -valor de multiplicidad  $n$ -Carga/eje-Distancia entre ejes de un bogie  $d$  y Coeficiente de impacto para cada caso de estudio en Modelo de Tablero Aislado.

Luz	5			6			7			8			9			Carga/eje	d
Tren	D/L	n	$\phi$	[kN]	(m)												
A1	3,60	3	1,51	3,00	3	1,43	2,57	3	1,31	<b>2,25</b>	<b>3</b>	1,21	<b>2,00</b>	<b>2</b>	2,34	170	2
A2	<b>3,80</b>	<b>4</b>	1,80	<b>3,17</b>	<b>3</b>	1,67	2,71	3	1,41	2,38	3	1,32	2,11	2	2,00	200	<b>3,5</b>
A3	4,00	4	1,27	3,33	3	1,63	2,86	3	1,53	2,50	3	1,36	<b>2,22</b>	<b>3</b>	1,12	180	2
A4	4,20	4	1,39	<b>3,50</b>	<b>4</b>	1,21	3,00	3	1,32	2,63	3	1,25	2,33	3	1,15	190	<b>3</b>
A5	4,40	4	1,26	3,67	4	1,21	3,14	3	1,76	2,75	3	1,58	2,44	3	1,27	170	2
A6	4,60	4	1,29	3,83	4	1,25	<b>3,29</b>	<b>3</b>	1,86	2,88	3	1,72	2,56	3	1,39	180	2
A7	4,80	4	1,34	4,00	4	1,29	<b>3,43</b>	<b>4</b>	1,25	3,00	3	1,84	2,67	3	1,52	190	2
A8	5,00	5	1,25	4,17	4	1,28	3,57	4	1,25	3,13	3	1,83	2,78	3	1,55	190	2,5
A9	5,20	5	1,24	4,33	4	1,42	3,71	4	1,37	<b>3,25</b>	<b>3</b>	2,02	2,89	3	1,75	210	2
A10	<b>5,40</b>	<b>5</b>	1,24	4,50	4	1,48	3,86	4	1,43	3,38	4	1,28	3,00	3	1,84	210	2
Luz	10			12			14			16			18			Carga/eje	d
Tren	D/L	n	$\phi$	[kN]	(m)												
A1	1,80	2	1,96	1,50	2	1,33	1,29	2	1,06	1,13	2	1,14	1,00	2	1,32	170	2
A2	1,90	2	1,73	1,58	2	1,27	<b>1,36</b>	<b>2</b>	1,03	<b>1,19</b>	<b>2</b>	1,08	1,06	2	1,19	200	<b>3,5</b>
A3	<b>2,00</b>	<b>2</b>	2,39	1,67	2	1,77	1,43	2	1,19	1,25	2	1,09	1,11	2	1,34	180	2
A4	2,10	2	2,31	1,75	2	1,68	1,50	2	1,25	1,31	2	1,08	1,17	2	1,21	190	<b>3</b>
A5	<b>2,20</b>	<b>3</b>	1,06	1,83	2	2,17	1,57	2	1,58	1,38	2	1,16	1,22	2	1,17	170	2
A6	2,30	3	1,16	1,92	2	2,35	1,64	2	1,78	1,44	2	1,24	<b>1,28</b>	<b>2</b>	1,13	180	2
A7	2,40	3	1,25	<b>2,00</b>	<b>2</b>	2,51	1,71	2	1,97	1,50	2	1,33	1,33	2	1,14	190	2
A8	2,50	3	1,32	<b>2,08</b>	<b>3</b>	1,01	1,79	2	2,02	1,56	2	1,42	1,39	2	1,17	190	2,5
A9	2,60	3	1,48	2,17	3	1,06	1,86	2	2,29	1,63	2	1,51	1,44	2	1,31	210	2
A10	2,70	3	1,57	2,25	3	1,14	<b>1,93</b>	<b>2</b>	2,45	<b>1,69</b>	<b>2</b>	1,59	<b>1,50</b>	<b>2</b>	1,47	210	2

Legenda:

Mayor Coef. Impacto

Mínimo Coef. Impacto

En el caso de 5 metros el mayor coeficiente de impacto es provocado por el tren A2 que responde a un valor  $D/L=3,8$  y  $n=4$  en contra de lo esperado, que sería que este máximo lo provocase el tren A1 con valores de  $D/L=3,6$  y  $n=3$ . Y el tablero de 6 metros el máximo coeficiente de impacto lo provoca igualmente el tren A2 en contra de lo esperado, que sería

que viniese producido por el tren A3, ello de acuerdo con la asociación descrita anteriormente entre D/L y n verificada para la mayoría de tableros.

Para los tableros de 5 y 6 metros se trata del tren A2 el que está ocasionando un mayor coeficiente de impacto. Viendo las gráficas de desplazamientos de ambos casos, expuestas a continuación (Figura 5-7), se observa como al salir el último coche del tren A2 del tablero se da un máximo no asociado a un fenómeno de resonancia claro.

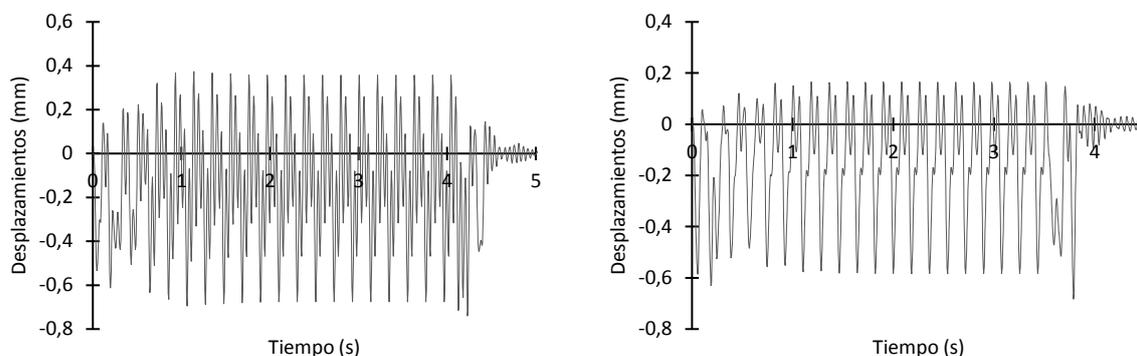


Figura 5-7. Respuesta dinámica tableros de 5 m (izq.) y 6 m (dcha.) al paso del tren A2.

En contraposición, se aprecia cierta resonancia en el tablero de 5 m al paso del tren A1, y en el tablero de 6 m al paso del tren A3 (Figura 5-8), que ocasionan en cada caso una flecha dinámica con valores de 0,819 y 0,888 mm respectivamente, superiores a las provocadas por el tren A2 como puede verse en la Tabla 5-6.

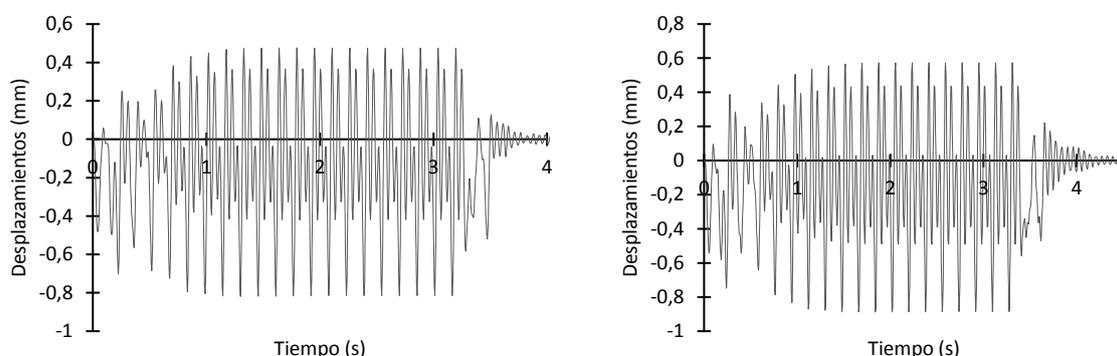


Figura 5-8. Respuesta dinámica tableros de 5 m (izq.) y 6 m (dcha.) al paso del tren A1 y A3 respectivamente

Tabla 5-6. Flechas dinámica y estática de trenes A1, A2 y A3 en tableros de 5 y 6 metros.

	Flecha dinámica (mm)		Flecha estática (mm)		Coef. Impacto	
	5	6	5	6	5	6
<b>A1</b>	0,819		0,542		1,511	
<b>A2</b>	0,740	0,683	0,412	0,408	1,796	1,674
<b>A3</b>		0,888		0,544		1,632

Sin embargo, el coeficiente de impacto calculado depende de la flecha estática. Si recordamos lo comentado acerca de la Figura 5-1 donde se representaba la flecha estática para cada uno de los casos, se ponía de manifiesto la importancia que tenía la distancia entre

ejes de un bogie al considerar la carga centrada en el puente, y es lo que está ocurriendo en esta ocasión. Al tratarse de los tableros de menor luz (mayor relación  $b/L$ ) y unido a que el tren A2 presenta una mayor **distancia entre ejes de un bogie** que el resto de trenes, aun teniendo mayor carga/eje este está provocando menor flecha estática que el tren A1 en el tablero de 5 m y que el tren A3 en el tablero de 6 m y en consecuencia un mayor coeficiente de impacto. Por tanto, en los tableros de 5 y 6 metros la distancia entre bogies está dominando la respuesta estructural en términos de amplificación de desplazamientos, aun no siendo responsable de la máxima flecha dinámica.

Igualando la distancia entre ejes de un bogie, así como las cargas por eje de los trenes A1 y A2 para el tablero de 5 m y del mismo modo con los trenes A2 y A3 para el tablero de 6 m, es de esperar que el máximo coeficiente de impacto lo provoquen los trenes A1 y A3 para las luces de 5 y 6 m respectivamente. Esto viene motivado, atendiendo al mejor acoplamiento observado entre la relación  $D/L$  y  $n$  para la mayoría de los otros tableros.

En el caso de 9 metros el mayor coeficiente de impacto es provocado por el tren A1 que responde a un valor  $D/L=2,00$  y  $n=2$  en contra de lo esperado, que sería que este máximo lo provocase el tren A2 con valores de  $D/L=2,11$  y  $n=2$ . Y el tablero de 10 metros el máximo coeficiente de impacto lo provoca el tren A3 que responde a un valor  $D/L=2,00$  y  $n=2$  en contra de lo esperado, que sería que este máximo lo provocase el tren A4 con valores de  $D/L=2,10$  y  $n=2$ , de acuerdo con la asociación descrita anteriormente entre  $D/L$  y  $n$  verificada para el resto tableros.

En esta ocasión, en el tablero de 9 m tanto con el tren A1 como con el tren A2 se están obteniendo respuestas en desplazamientos claramente resonantes como puede verse en la Figura 5-9. El tren A1 presenta una menor carga/eje que el tren A2, así como una menor distancia entre ejes de un bogie que el tren A2.

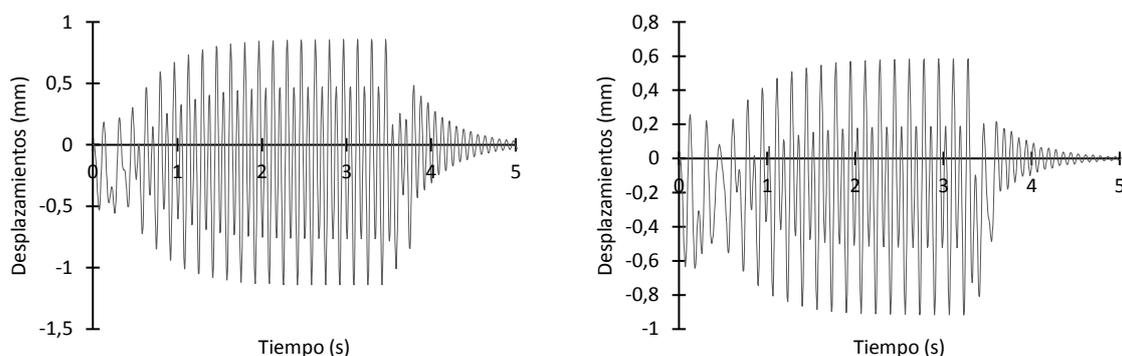


Figura 5-9. Respuesta dinámica de tablero de 9 m al paso de tren A1 (izq.) y A2 (dcha.)

En el tablero de 10 m ocurre lo mismo, tanto el tren A3 como el tren A4 provocan respuestas en desplazamientos claramente resonantes como puede verse en la Figura 5-10. El tren A3 presenta una menor carga/eje que el tren A4, así como una menor distancia entre ejes de bogies que el tren A4.

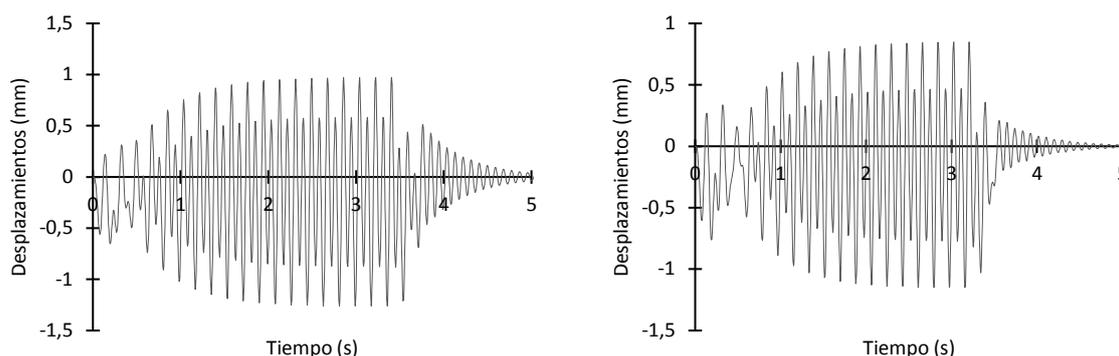


Figura 5-10. Respuesta dinámica de tablero de 10 m al paso de tren A3 (izq.) y A4 (dcha.)

A la vista de estas observaciones se pone de manifiesto que en los casos analizados de 9 y 10 m están predominando en la máxima respuesta en desplazamientos del puente una menor distancia entre ejes de un bogie sobre una mayor carga por eje.

Por tanto, en el tablero de 9 m cabe esperar que, igualando la distancia entre ejes de un bogie y la carga por eje, sería el tren A2 el que provocaría el mayor coeficiente de impacto y no el tren A1. Lo mismo debería ocurrir si se iguala la distancia entre ejes de los bogies y carga por eje entre los trenes A3 y A4, en esta ocasión sería el tren A4 el que produciría el mayor coeficiente de impacto para el tablero de 10 m. Esto viene motivado, atendiendo al mejor acoplamiento observado entre la relación  $D/L$  y  $n$  para la mayoría de los otros tableros.

Tras la discusión de resultados realizada en términos de amplificación de desplazamientos para el modelo de tablero aislado, se puede **concluir** para el rango de luces estudiado que:

- Aun pasando el tren a la velocidad determinada por (1-1) la respuesta del puente responderá a efectos resonantes sólo para determinadas relaciones  $D/L$  y valores de  $n$ , dándose los efectos máximos en términos de desplazamientos cuando se dé además el mejor acoplamiento entre el resto de factores.
- Para una luz concreta, con una misma distancia entre ejes de un bogie e igual carga por eje, se espera que el mejor acoplamiento entre factores de cara a ofrecer el mayor coeficiente de impacto se dé para el mayor valor de la relación  $D_k/L$  asociada al menor valor de  $n$  de todos los trenes posibles.
- En relación con la velocidad de paso, se ha visto como en igualdad de condiciones, mismo tablero, mismo valor de multiplicidad  $n$ , misma carga por eje y misma distancia entre ejes de un bogie trenes que pasan a una menor velocidad pueden provocar efectos resonantes más importantes que trenes más veloces, ello sin tener en cuenta el tren determinado por la observación anterior.
- La carga por eje y la luz no resultan ser determinantes sobre los otros factores en la respuesta dinámica en términos de desplazamientos.
- En tableros con  $b/L > 2$ , una mayor distancia entre ejes de un bogie puede ser determinante para obtener el mayor coeficiente de impacto al provocarse una menor flecha estática, incluso si la carga nominal por eje es mayor.

### ❖ Aceleraciones

Llegados a este punto, se procede a realizar la discusión de resultados en términos de aceleraciones en modelos de tablero aislado.

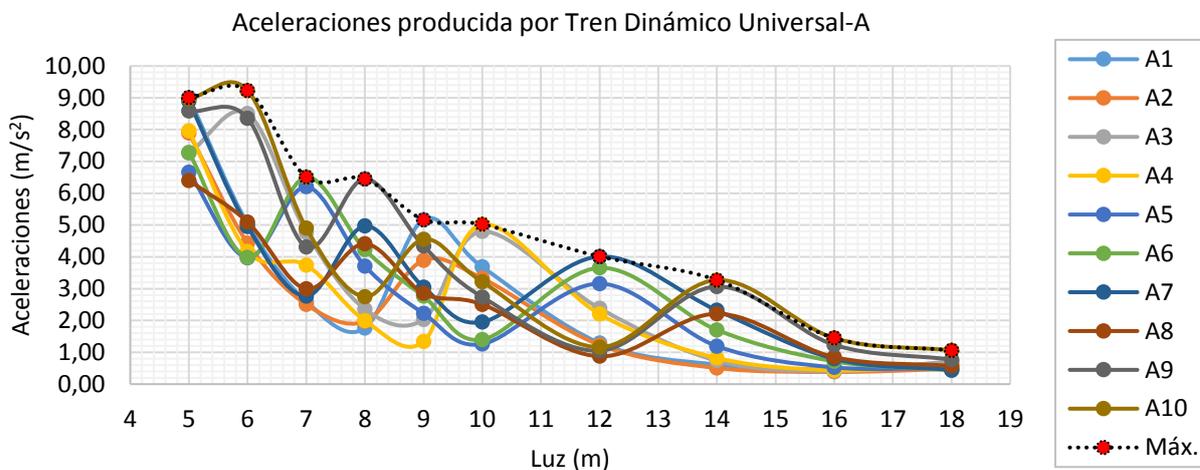


Figura 5-11. Aceleraciones para cada caso de estudio. Modelo de tablero aislado.

A diferencia de la baja importancia que adquiere la **luz** en la respuesta en desplazamientos, en términos de aceleraciones parece ser el factor predominante sobre los demás ya que la tendencia de los valores máximos de aceleraciones es fuertemente decreciente conforme la luz aumenta (Figura 5-11).

En una primera observación de la Tabla 5-7 donde se encuentra la relación entre el espaciamiento característico entre ejes de bogíes de dos vagones consecutivos con la luz del puente,  $D_k/L$ , se determina que en esta ocasión la relación  $D_k/L$  pierde relevancia por sí sola en el fenómeno analizado, ya que en su cálculo interviene la luz que como hemos visto parece ser el factor predominante.

En el caso de la **carga nominal por eje de bogíe** asociada a cada tren si nos fijamos en el tablero de 10 metros observamos que las mayores aceleraciones no están asociadas siempre con mayores valores de carga nominal.

Sin embargo, con bastante generalidad ocurre lo mismo que lo concluido en el estudio del coeficiente de impacto. Salvo en los tableros de 6 y 9 metros, se da la situación de que los valores máximos de aceleración para cada tablero vienen determinados por el mayor valor de  $D/L$  asociado al menor valor de la multiplicidad  $n$ .

Tabla 5-7. Relaciones D/L-valor de multiplicidad n-Carga/eje-Distancia entre ejes de un bogie d y Aceleraciones para cada caso de estudio en Modelo de Tablero Aislado.

Luz	5			6			7			8			9			Carga/eje	d
Tren	D/L	n	Acel.	[kN]	(m)												
A1	3,60	3	9,01	3,00	3	5,03	2,57	3	2,60	2,25	3	1,76	2,00	2	5,17	170	2
A2	3,80	4	7,89	3,17	3	4,43	2,71	3	2,51	2,38	3	1,97	2,11	2	3,89	200	3,5
A3	4,00	4	7,26	3,33	3	8,50	2,86	3	4,77	2,50	3	2,36	2,22	3	2,03	180	2
A4	4,20	4	7,96	3,50	4	4,17	3,00	3	3,74	2,63	3	2,00	2,33	3	1,34	190	3
A5	4,40	4	6,66	3,67	4	3,97	3,14	3	6,21	2,75	3	3,71	2,44	3	2,22	170	2
A6	4,60	4	7,28	3,83	4	3,98	3,29	3	6,51	2,88	3	4,23	2,56	3	2,76	180	2
A7	4,80	4	8,90	4,00	4	4,95	3,43	4	2,77	3,00	3	4,97	2,67	3	3,05	190	2
A8	5,00	5	6,40	4,17	4	5,10	3,57	4	2,99	3,13	3	4,41	2,78	3	2,85	190	2,5
A9	5,20	5	8,58	4,33	4	8,36	3,71	4	4,31	3,25	3	6,45	2,89	3	4,34	210	2
A10	5,40	5	8,97	4,50	4	9,23	3,86	4	4,90	3,38	4	2,75	3,00	3	4,55	210	2

Luz	10			12			14			16			18			Carga/eje	d
Tren	D/L	n	Acel.	[kN]	(m)												
A1	1,80	2	3,68	1,50	2	1,29	1,29	2	0,61	1,13	2	0,47	1,00	2	0,67	170	2
A2	1,90	2	3,33	1,58	2	1,23	1,36	2	0,51	1,19	2	0,38	1,06	2	0,48	200	3,5
A3	2,00	2	4,80	1,67	2	2,38	1,43	2	0,74	1,25	2	0,41	1,11	2	0,72	180	2
A4	2,10	2	5,02	1,75	2	2,20	1,50	2	0,82	1,31	2	0,44	1,17	2	0,59	190	3
A5	2,20	3	1,26	1,83	2	3,16	1,57	2	1,19	1,38	2	0,53	1,22	2	0,51	170	2
A6	2,30	3	1,40	1,92	2	3,65	1,64	2	1,70	1,44	2	0,72	1,28	2	0,44	180	2
A7	2,40	3	1,95	2,00	2	4,01	1,71	2	2,32	1,50	2	0,80	1,33	2	0,44	190	2
A8	2,50	3	2,51	2,08	3	0,87	1,79	2	2,21	1,56	2	0,85	1,39	2	0,57	190	2,5
A9	2,60	3	2,74	2,17	3	1,05	1,86	2	3,07	1,63	2	1,23	1,44	2	0,77	210	2
A10	2,70	3	3,22	2,25	3	1,16	1,93	2	3,27	1,69	2	1,45	1,50	2	1,06	210	2

Legenda:

Mayor Aceleración

Menor aceleración

Udes. m/s<sup>2</sup>

Bajo esta premisa, en el tablero de 6 metros cabría esperar que el tren que provoca las aceleraciones máximas sea el A3 con una D/L=3,33 y un valor de n=3, en su lugar, la máxima aceleración está siendo provocada por el tren A10 con una D/L=4,50 y un valor de n=4. En la Tabla 5-8 se recogen las principales diferencias en atención a los factores considerados entre ambos casos de estudio.

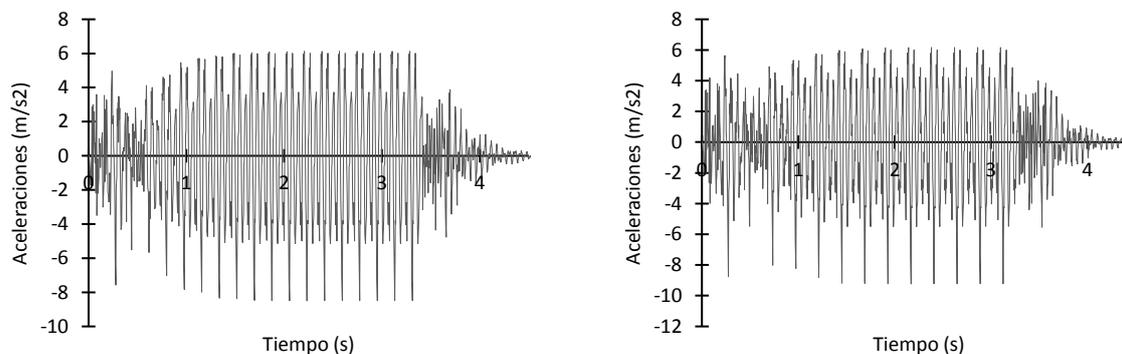


Figura 5-12. Respuesta dinámica en tablero de 6 m al paso del tren A3 (izq.) y A10 (dcha.)

En primer lugar, hay que indicar que tras la observación de las gráficas en aceleraciones del tablero de 6 m que figuran en la Figura 5-12, tanto el tren A3 como el tren A10 están provocando comportamientos similares. En este caso un mayor valor de  $n$  si está acoplando los efectos dinámicos de sucesivas cargas, a diferencia de lo observado en otros tableros. Por otro lado, como puede verse en la Tabla 5-8 ambos trenes poseen la misma distancia entre ejes de un bogie, la velocidad de paso del tren A10 es ligeramente mayor (tan solo un 1,23%) así como la carga por eje, que en el caso del tren A10 es de 210 kN mientras que en el A3 vale 180 kN. Por tanto, se puede decir que, en el tablero de 6 m, para una misma distancia entre ejes de un bogie la respuesta en aceleraciones está siendo dominada por velocidades de paso ligeramente mayores y cargas por eje también superiores, quedando en un segundo plano la asociación del mayor valor de  $D/L$  junto al menor valor de  $n$  que es la condición que determina la respuesta en aceleraciones en el 80% de los tableros estudiados.

Tabla 5-8. Diferencias entre factores considerados. Trenes A3 y A10 en tablero de 6 m

Tablero 6 m	A3	A10
D/L	3,33	4,50
n	3	4
d <sub>ejes de un bogies</sub> (m)	2,00	2,00
V <sub>paso</sub> (km/h)	401,330	406,350
Carga eje (kN)	180,00	210,00

En el tablero de 9 metros, en consonancia con el resto de tableros, cabría esperar que el tren que provoca las aceleraciones máximas sea el A2 con una  $D/L=2,11$  y un valor de  $n=2$ , en su lugar, la máxima aceleración está siendo provocada por el tren A1 con una  $D/L=2,00$  y un valor de  $n=2$ . En la Tabla 5-9 se recogen las principales diferencias en atención a los factores considerados entre ambos casos de estudio.

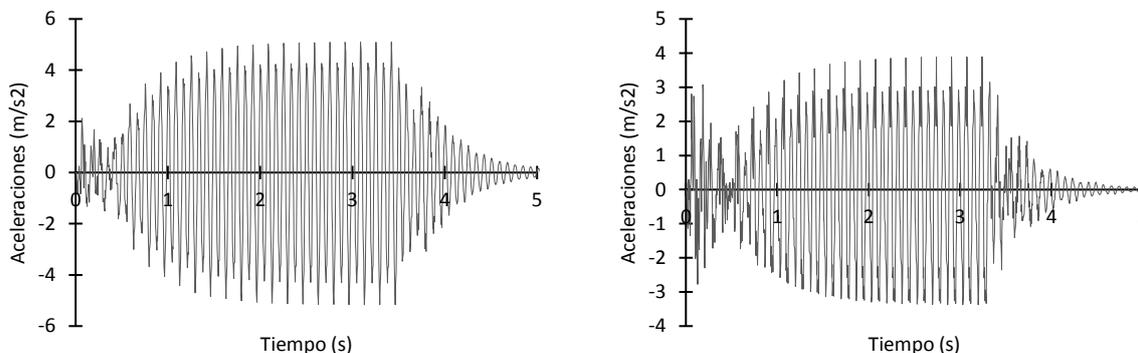


Figura 5-13. Respuesta dinámica del tablero de 9 m al paso del tren A1 (izq.) y A2 (dcha.)

Esta situación ya fue analizada en la evaluación del coeficiente de impacto, y se llegó a la conclusión de que la máxima respuesta del puente venía marcada por la relación  $D/L$  de valor entero y una menor distancia entre ejes de un bogie.

Casualmente, puede verse como se está dando la situación contraria en la luz de 9 m respecto a la luz de 6 m, ya que ahora una mayor carga por eje unida a una mayor velocidad no está ocasionando la mayor respuesta en aceleraciones.

Tabla 5-9. Diferencias entre factores considerados. Trenes A1 y A2 en tablero de 9 m

Tablero 9 m	A1	A2
D/L	2,00	2,11
n	2	2
d <sub>ejes de un bogíes</sub> (m)	2,00	3,50
V <sub>paso</sub> (km/h)	388,800	410,400
Carga eje (kN)	170,00	200,00

Si recordamos las observaciones realizadas acerca del comportamiento estructural de la modelización realizada ante la carga estática, se determinó que para relaciones de  $b/L > 2$  el ancho efectivo en reparto de carga transversal era menor cuanto menor era la luz, y es por ello por lo que esta situación invita a pensar que la mayor carga por eje del tren A10 sobre el tablero de 6 m está dominando sobre el resto de factores en la respuesta en aceleraciones, por el efecto local intenso que tiene el paso de una mayor carga respecto a una menor con iguales distancias entre ejes de un bogíe, mientras que en el tablero de 9 m, con  $b/L < 2$  el reparto de carga transversal está siendo más efectivo y en consecuencia una carga mayor debida al tren A2 respecto del tren A1 no está siendo determinante en la respuesta en aceleraciones.

Por tanto, en el tablero de 6 m cabe esperar que, igualando las cargas por eje sería el tren A3 el que provocaría las mayores aceleraciones y no el tren A10. Lo mismo debería ocurrir si se iguala la distancia entre ejes de los bogíes y carga por eje entre los trenes A1 y A2, en esta ocasión sería el tren A2 el que produciría las máximas aceleraciones para el tablero de 9 m. Esto viene motivado, atendiendo al mejor acoplamiento observado entre la relación D/L y n para la mayoría de los otros tableros.

Tras la discusión de resultados realizada en términos de aceleraciones para el modelo de tablero aislado, se puede **concluir** para el rango de luces estudiado que:

- En términos generales, las mayores aceleraciones están asociadas a luces menores.
- Para una luz concreta, con una misma distancia entre ejes de un bogíe e igual carga por eje, se espera que el mejor acoplamiento entre factores de cara a ofrecer la máxima aceleración se dé para el mayor valor de la relación  $D_k/L$  asociada al menor valor de n de todos los trenes posibles.
- En tableros con  $b/L > 2$ , para una misma distancia entre ejes de un bogíe, una mayor carga por eje puede ser determinante de cara a obtener la mayor aceleración máxima.

## 5.2.2 Modelo completo con cimentaciones directas

Como se ha adelantado en la introducción de este apartado, en esta ocasión se limita el estudio a evaluar la influencia que tiene la interacción suelo-estructura en la respuesta respecto a los modelos de tablero aislado y considerando distintas rigideces de terreno.

Al igual que en la exposición y discusión de resultados realizada en el modelo de tablero aislado, en primer lugar, se expone el comportamiento del modelo estructural ante las cargas estáticas para cada uno de los casos, para a continuación hacer la exposición de resultados de la respuesta dinámica, tanto en términos de desplazamientos como de aceleraciones y para cada una de las rigideces de terreno consideradas.

En la Figura 5-14 se representa la flecha estática ocasionada por el Tren Universal-A10 en cada uno de los tableros y para cada una de las rigideces de terreno estudiadas junto a la respuesta obtenida en el modelo de tablero aislado.

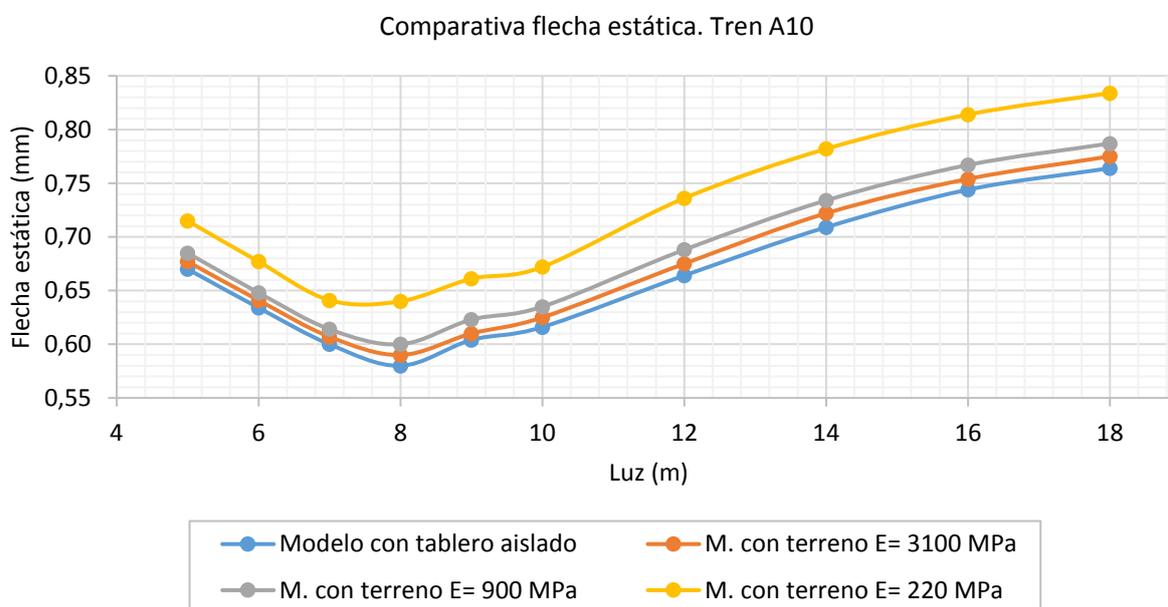


Figura 5-14. Flecha estática producida por el Tren Dinámico Universal-A10.

Se observa como la inclusión del terreno y las cimentaciones bajo los apoyos del tablero no altera el comportamiento tridimensional modelizado, y estudiado en el modelo de tablero aislado, más allá del aumento de flecha conforme la rigidez del terreno es menor.

Por tanto, se consideran igualmente válidas en este apartado las aclaraciones realizadas respecto del modelo de tablero aislado en cuanto a la respuesta estática, de cara a dar respuesta a posibles situaciones resultantes del cálculo dinámico.

## RESPUESTA DINÁMICA DEL MODELO COMPLETO

En las siguientes figuras se muestran los resultados de coeficiente de impacto y aceleraciones bajo la sollicitación del Tren Dinámico Universal-A10. Primero se establece una comparación de cada uno de los terrenos de forma individual con el resultado análogo en el modelo de tablero aislado, y a continuación se comparan en conjunto todos los resultados.

En las figuras Figura 5-15 y Figura 5-16 se presentan los coeficientes de impacto y aceleraciones obtenidos bajo la solicitación del Tren Dinámico Universal-A10 para el modelo de tablero aislado y el modelo completo con un terreno de rigidez 3100 MPa. Se aprecia a simple vista, como el modelo con terreno amplifica la respuesta dinámica en las luces intermedias y grandes del rango de luces estudiado, siendo este hecho más acentuado en los valores máximos dados en los tableros de 9 y 14 m, mientras que en las luces más pequeñas se minimiza dicha amplificación tomando valores muy próximos ambos modelos en el caso del coeficiente de impacto, y ligeramente inferiores en términos de aceleración. Llama la atención el máximo dado en el tablero de 6 m en términos de aceleraciones cuando el tablero está aislado que puede verse como cuando se incluye el terreno desaparece. Aun así, en la aceleración parece mantenerse la tendencia de mayores aceleraciones en luces más pequeñas.

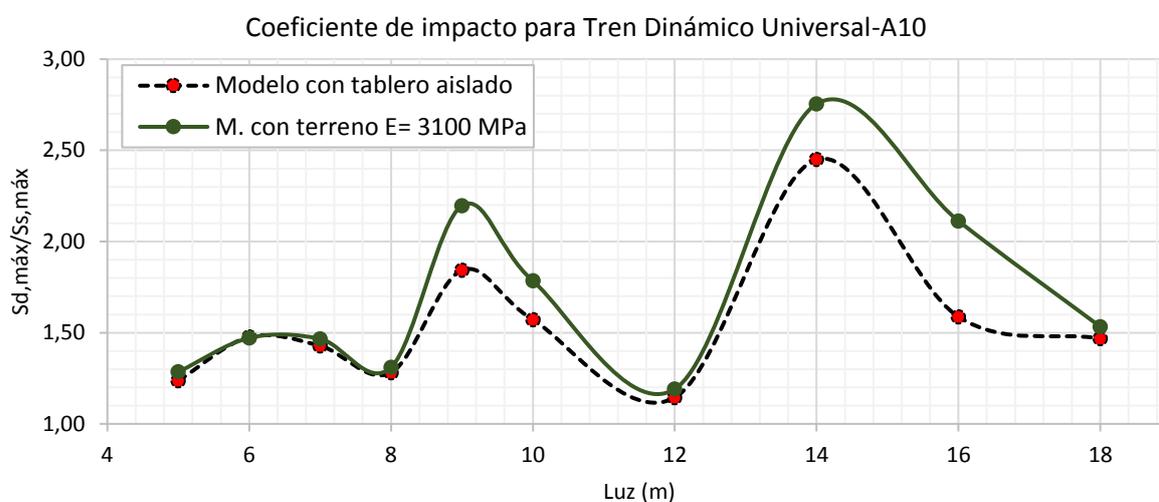


Figura 5-15. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con  $E=3100$  MPa

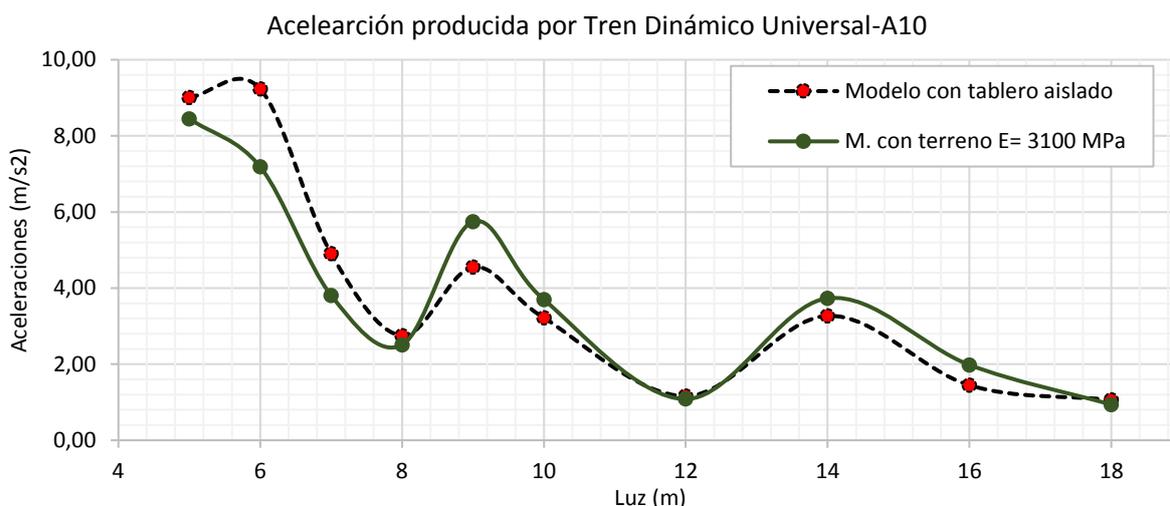


Figura 5-16. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con  $E=3100$  MPa

Parece importante cuando el terreno presenta rigideces altas tener en consideración en el modelo tanto estribos como terreno, ya que como se ha podido ver el modelo con el tablero aislado no queda del lado de la seguridad para todas las luces.

## CASOS DE ESTUDIO

En las figuras Figura 5-17 y Figura 5-18 se presentan los mismos resultados que antes, pero comparando el terreno de rigidez 900 MPa. En esta ocasión en las tres primeras luces el modelo de tablero aislado subestima la respuesta en desplazamientos mientras que las aceleraciones se ven ligeramente amplificadas. El máximo relativo en el tablero de 9 m dado en el modelo de tablero aislado desaparece cuando se incluye el terreno y el mínimo relativo dado en el tablero de 8 m pasa a ser un máximo relativo en el modelo completo. Para el resto de luces la respuesta se ve amplificada en el modelo de tablero aislado, salvo en la luz de 16 m que ocurre lo contrario principalmente en términos de desplazamientos.

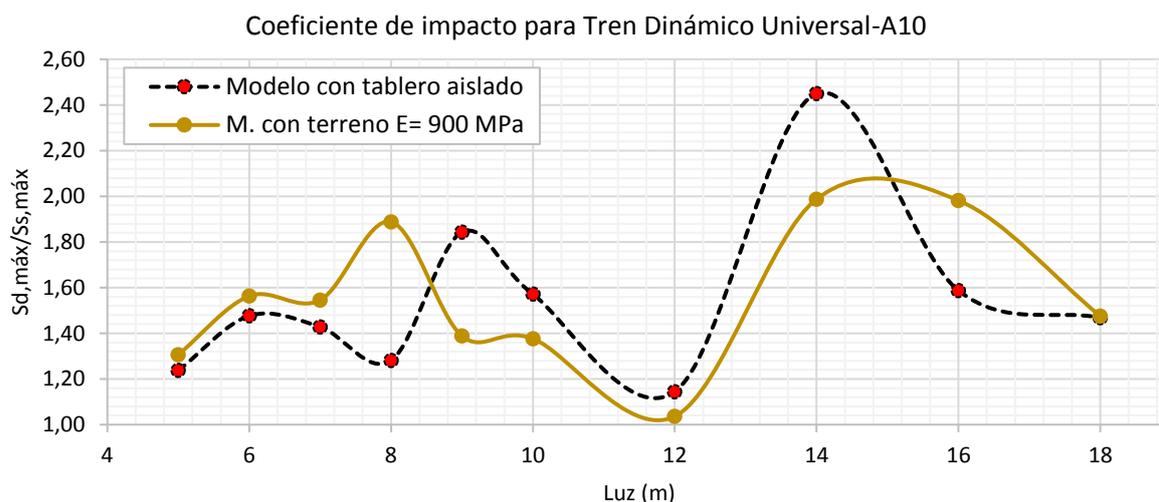


Figura 5-17. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con  $E=900$  MPa

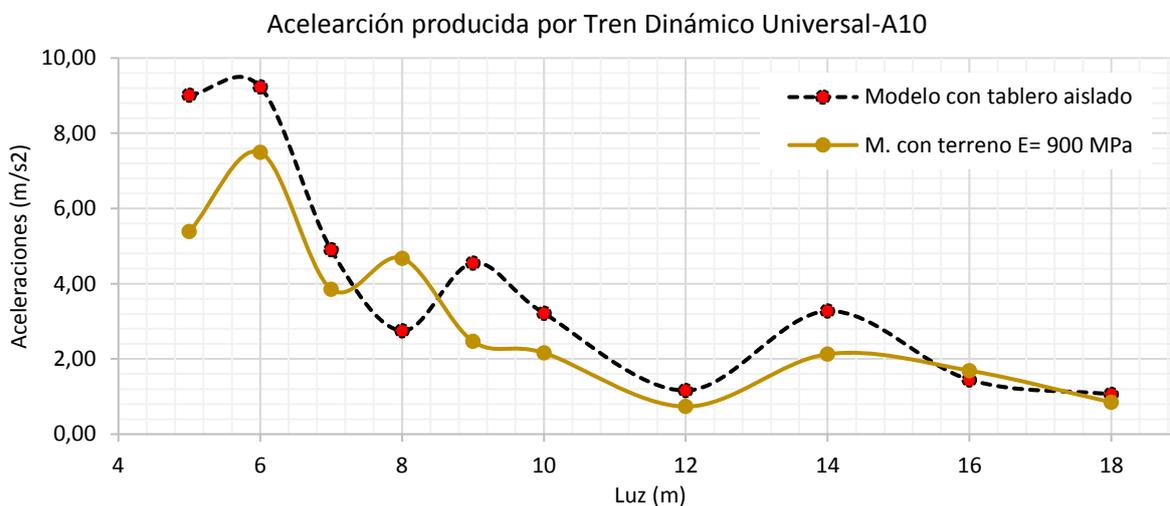


Figura 5-18. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con  $E=900$  MPa

Cuando se incluye un terreno con rigidez intermedia la respuesta dinámica resulta en cierta medida imprevisible, para las luces menores el coeficiente de impacto se ve ligeramente amplificado, mientras que en términos de aceleraciones con generalidad la respuesta se ve más amortiguada.

Se evalúa en las figuras Figura 5-19 y Figura 5-20 la hipótesis de un terreno más flexible que los anteriores, con una rigidez de 220 MPa. En esta ocasión la comparación de modelos es realmente intermitente. Mientras que el comportamiento es similar al obtenido en el terreno de 900 MPa para las luces más bajas, en el resto de luces se da con aleatoriedad la mayor amplificación dinámica entre un modelo y otro tanto en términos de desplazamientos como de aceleraciones. Resalta del modelo con terreno la minimización del máximo dado en la luz de 14 m cuando el tablero se encuentra aislado.

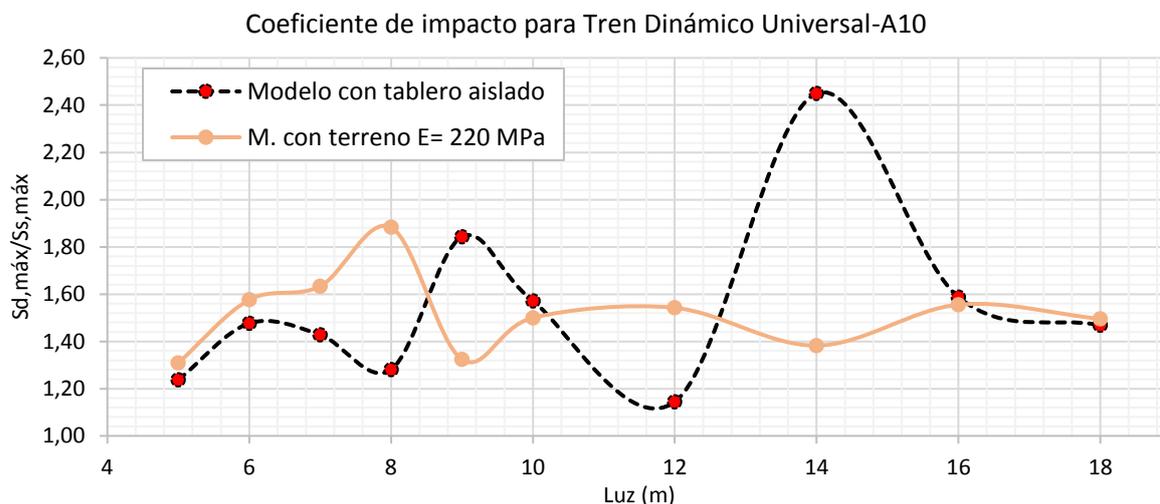


Figura 5-19. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con E=220 MPa

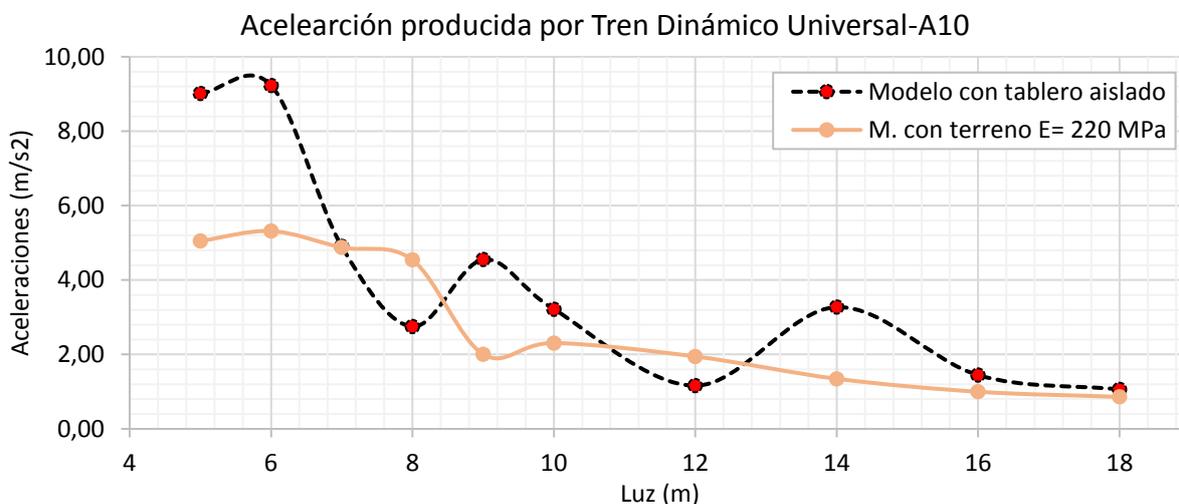


Figura 5-20. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelo completo con E=220 MPa

Por último, en las figuras Figura 5-21 y Figura 5-22 se enfrentan a modo de resumen todos los casos estudiados con distintas rigideces de terreno junto al modelo de tablero aislado.

Como se ha podido ver, cuando el terreno es relativamente rígido se dan situaciones donde la amplificación dinámica es mayor cuando se incluye el terreno en el modelo que cuando se modeliza el tablero de forma aislada, especialmente en términos de desplazamientos donde se ven ampliamente acentuadas las respuestas para las luces de 9 y 14 m. Sin embargo, para esas mismas luces, rigideces de terreno menores amortiguan la

magnitud de la respuesta dinámica. Este hecho se ve claramente en la luz de 14 m donde conforme la rigidez es menor el máximo va desapareciendo hasta convertirse en un mínimo relativo con el terreno más flexible. Los mismo sucede, pero de forma más intensa en la luz de 9 m. Sin embargo, esto no ocurre con generalidad. Si fijamos la atención en la luz de 12 m observamos cómo el modelo de tablero aislado y los que incluyen terrenos de rigideces altas ofrecen un valor mínimo en la respuesta, mientras que en el terreno más flexible esta se ve amplificada respecto a las demás. Lo mismo sucede, pero de forma más intensa en la luz de 8 m.

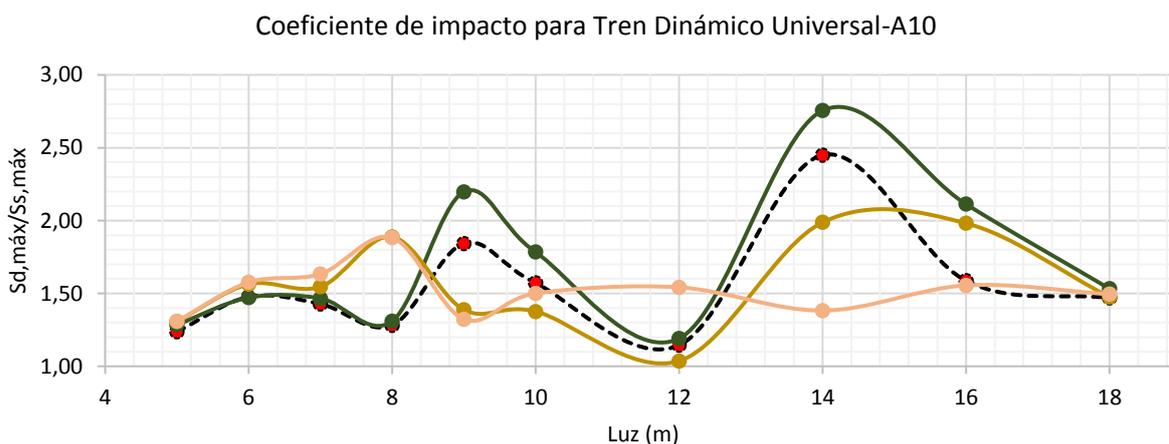


Figura 5-21. Coef. de impacto en Modelo de tablero aislado y Modelos completos

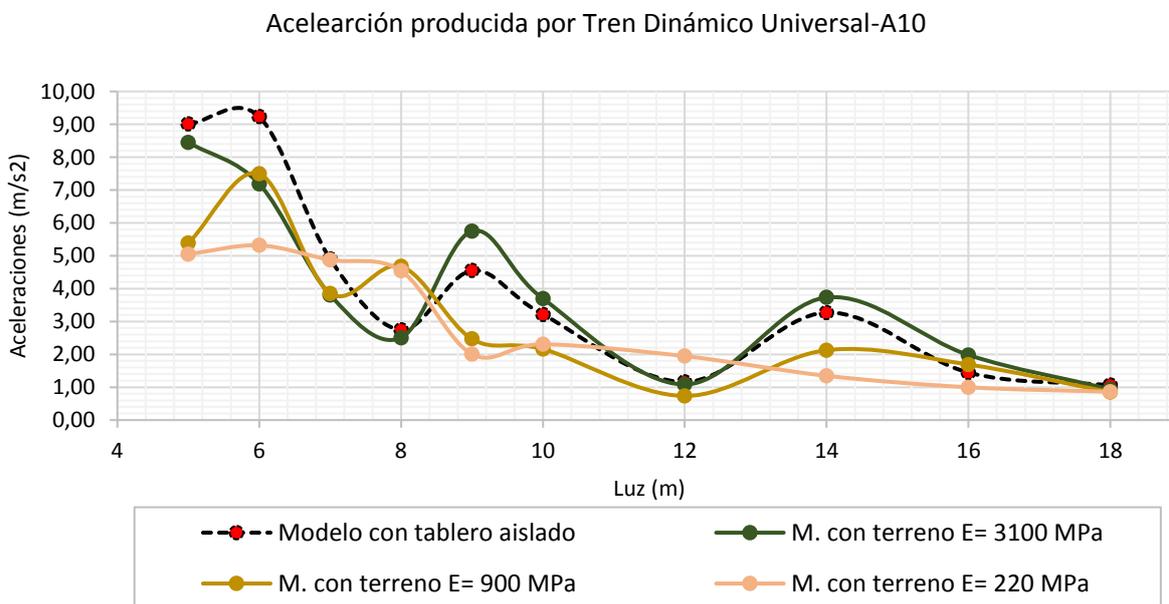


Figura 5-22. Aceleraciones en Modelo de tablero aislado y Modelos completos

En definitiva, no hay que olvidar que los criterios que se tomaron para definir la sollicitación de cálculo en los modelos con terreno no garantizaban que la velocidad obtenida a partir de la frecuencia asociada al modo elegido se correspondiese con aquella que provocaba la respuesta máxima y por tanto el caso más resonante. Sin embargo, aun no garantizándose que la velocidad de paso definida según los criterios propuestos fuese la

“más correcta” para el objetivo perseguido, se ha visto como con velocidades de paso que en cualquier caso están del lado de la seguridad por no ser las que excitarían la estructura en su forma máxima, se pone de relieve la importancia que tiene la inclusión del terreno y los estribos en el modelo de cálculo a la hora de abordar un proyecto de puente de luz corta para ferrocarriles en LAV, pues para mismas luces unas veces es el terreno más flexible el que ofrece la mayor amplificación dinámica (luz de 12 m) y en otras ocasiones eso mismo ocurre con el terreno más rígido (luz de 14 m).

# 6 CONCLUSIONES

---

## 6.1 APORTACIONES DEL TRABAJO

De los estudios realizados en este trabajo, se han ido obteniendo una serie de conclusiones en relación con los objetivos marcados.

Las primeras conclusiones significativas derivan de la búsqueda de una metodología ágil de detección de respuestas máximas en puentes de ferrocarril. En esta parte del trabajo se ha puesto de manifiesto la dificultad que existe para asociar las frecuencias excitadas al paso del ferrocarril con uno de los modos de vibración de la estructura modelizada incluyendo el terreno, que corresponda con una configuración de vibración vertical y a la vez ponga en juego el mecanismo de flexión longitudinal del tablero, esperable al paso del tren como ocurre en los modelos de tablero aislado. En este sentido, se han comprobado mediante distintos ensayos numéricos los siguientes hechos:

- En modelos con tablero aislado:
  - Que no existe una correlación directa entre las frecuencias excitadas al paso de un tren a una velocidad donde existe riesgo de resonancia (mayor que 220 km/h), con la frecuencia correspondiente al primer modo que excita principalmente la flexión longitudinal del tablero.
  - Que las frecuencias excitadas al paso del tren son muy dependientes de la velocidad de paso de este.
- En modelos de tablero con terreno y cimentaciones superficiales:
  - Que no existe una correlación directa con suficiente precisión, entre las frecuencias a las que se queda vibrando el tablero tras el paso del tren a baja velocidad (100 km/h) con la frecuencia correspondiente al primer modo que excita la flexión longitudinal del tablero, habiéndose tomado en este caso como modo de referencia el “modo crítico” elegido en el modelo análogo con tablero aislado.

Ante esta incertidumbre se han definido unos criterios para elegir el modo que determine la velocidad crítica de paso de los distintos trenes en los modelos con terreno y cimentaciones. Con ellos no ha quedado garantizado que la velocidad obtenida a partir de la frecuencia asociada al modo elegido se corresponda con el caso que provoque la respuesta máxima.

En segundo lugar, en relación con los resultados obtenidos de los análisis realizados, se han obtenido las siguientes conclusiones para los casos de modelos con tablero aislado:

- En términos de *amplificación de desplazamientos* se concluye para el rango de luces estudiado que:
  - Aun pasando el tren a la velocidad determinada por (1-1) la respuesta del puente responderá a efectos resonantes sólo para determinadas relaciones  $D/L$  y valores de  $n$ , dándose los efectos máximos en términos de desplazamientos cuando se dé además el mejor acoplamiento entre el resto de factores.
  - Para una luz concreta, con una misma distancia entre ejes de un bogíe e igual carga por eje, se espera que el mejor acoplamiento entre factores de cara a ofrecer el mayor coeficiente de impacto se dé para el mayor valor de la relación  $D_k/L$  asociada al menor valor de  $n$  de todos los trenes posibles.
  - En relación con la velocidad de paso, se ha visto como en igualdad de condiciones, mismo tablero, mismo valor de multiplicidad  $n$ , misma carga por eje y misma distancia entre ejes de un bogíe trenes que pasan a una menor velocidad pueden provocar efectos resonantes más importantes que trenes más veloces, ello sin tener en cuenta el tren determinado por la observación anterior.
  - La carga por eje y la luz no resultan ser determinantes sobre los otros factores en la respuesta dinámica en términos de desplazamientos.
  - En tableros con  $b/L > 2$ , una mayor distancia entre ejes de un bogíe puede ser determinante para obtener el mayor coeficiente de impacto al provocarse una menor flecha estática, incluso si la carga nominal por eje es mayor.
- En términos de *aceleraciones* se concluye para el rango de luces estudiado que:
  - En términos generales, las mayores aceleraciones están asociadas a luces menores.
  - Para una luz concreta, con una misma distancia entre ejes de un bogíe e igual carga por eje, se espera que el mejor acoplamiento entre factores de cara a ofrecer la máxima aceleración se dé para el mayor valor de la relación  $D_k/L$  asociada al menor valor de  $n$  de todos los trenes posibles.
  - En tableros con  $b/L > 2$ , para una misma distancia entre ejes de un bogíe, una mayor carga por eje puede ser determinante de cara a obtener la mayor aceleración máxima.

Por último, los análisis realizados incluyendo en el modelo de cálculo las cimentaciones y el terreno circundante, nos han permitido evaluar la influencia que tiene la iteración suelo-estructura en la respuesta respecto a los modelos de tablero aislado. Del análisis comparativo realizado se desprende lo siguiente:

- Aun no garantizándose que la velocidad de paso definida según los criterios propuestos fuese la “más correcta” para el objetivo perseguido, se ha visto como con velocidades de paso que en cualquier caso están de lado de la seguridad por

## CONCLUSIONES

no ser las que excitan la estructura en su forma máxima, se pone de relieve la importancia que tiene la inclusión del terreno y las cimentaciones en el modelo de cálculo a la hora de abordar un proyecto de puente de luz corta para ferrocarriles en LAV, pues para mismas luces unas veces es el terreno más flexible el que ofrece la mayor amplificación dinámica y en otras ocasiones ocurre eso mismo con el terreno más rígido. En cualquier caso, a la vista de los resultados la respuesta dinámica es ciertamente impredecible para terrenos con rigideces distintas.

- En consecuencia, se pone de manifiesto que no siempre un modelo donde el tablero apoya en elementos infinitamente rígidos ofrece una respuesta más desfavorable.

## 6.2 DESARROLLOS FUTUROS

En este trabajo se ha visto cómo influyen numerosos factores en la respuesta dinámica de los puentes estudiados. Como continuación de los estudios realizados se propone abordar el problema de una forma más exhaustiva en aras de obtener una mayor precisión a la hora de seguir analizando algunas de las conclusiones a las que aquí se ha llegado. En ese sentido se proponen los siguientes desarrollos:

- En el caso del estudio del modelo de tablero aislado, analizar un rango de luces pequeño, por ejemplo, de 12 a 16 metros variando la luz en escalones pequeños.
- En el caso del estudio del modelo completo con cimentaciones directas, para una luz y un tren concretos someter el análisis realizando un barrido amplio de rigideces de terreno, desde un terreno con rigideces similares a la de la cimentación hasta rigideces de los terrenos habituales de cálculo.

## 7 REFERENCIAS

---

- Abascal, J. (2012). *Ampliación de teoría de estructuras*. Sección de Publicaciones. Escuela Técnica Superior de Ingenieros (Universidad de Sevilla).
- Ansys. (2010). *Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications*. SAS IP, Inc.
- Bathe, K.-J. (2016). *Finite Element Procedure (2ed)*. Watertown, MA: K.J, Bathe.
- Chopra, A. (2014). *Dinámica de estructuras*. Pearson.
- Domínguez, J. (2001). *Dinámica de Puentes de Ferrocarril para Alta Velocidad: Métodos de Cálculo y Estudio de la Resonancia*.
- EHE-08. (2008). *Instrucción de Hormigón Estructural*. Ministerio de Fomento, Centro de Publicaciones.
- El Mundo. (19 de Septiembre de 2017). <http://www.elmundo.es>. Obtenido de <http://www.elmundo.es/economia/macroeconomia/2017/04/16/58efb0a9468aeb202c8b45cc.html>
- Manterola, J. (2006). *Puentes: apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos).
- Martínez De la Concha, A. (2017). *Influencia de la interacción suelo-estructura en el comportamiento dinámico de puentes sometidos al paso de trenes de alta velocidad*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (Universidad de Sevilla).
- Ministerio de Fomento. (2008). *Norma de Construcción Sismorresistente: Puentes*. Centro de publicaciones.
- Ministerio de fomento. (2010). *Instrucción de acciones a considerar en puentes de ferrocarril (IAPF)*. Centro de publicaciones.
- SAP2000 (CSI). (2013). *CSI Analysis Reference Manual v.16*. Computers & Structure, Inc.
- UIC Passenger Department. (2017). *High Speed Lines in The Worl*. uic.org.
- Zienkiewicz, O. (1977). *The Finite Element Method*. London: McGraw-Hill Company.



## **ANEXO I.- RESULTADOS DE MODELO CON TABLERO AISLADO: GRÁFICAS DE DESPLAZAMIENTOS Y ACELERACIONES**

TRABAJO FIN DE MÁSTER:

Estudio de la respuesta dinámica en puentes de ferrocarril de losa maciza para LAV incluyendo interacción suelo-estructura



# ÍNDICE DE ANEXO I

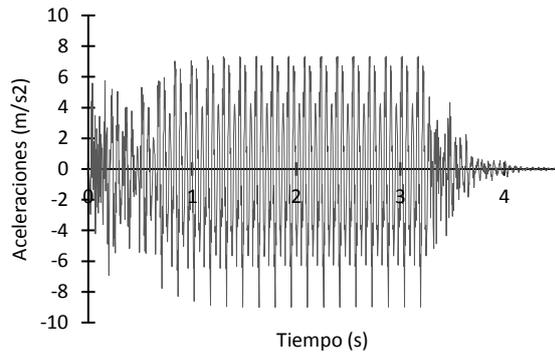
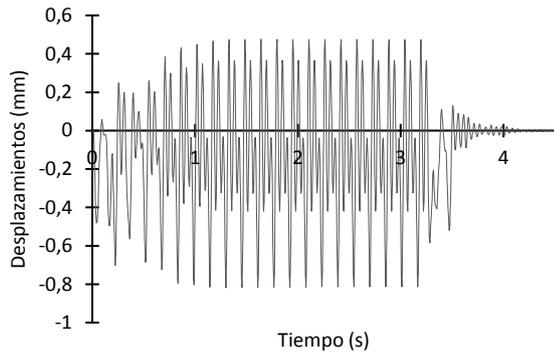
---

1	Tablero de 5 metros .....	1
2	Tablero de 6 metros .....	4
3	Tablero de 7 metros .....	8
4	Tablero de 8 metros .....	11
5	Tablero de 9 metros .....	15
6	Tablero de 10 metros .....	18
7	Tablero de 12 metros .....	22
8	Tablero de 14 metros .....	25
9	Tablero de 16 metros .....	29
10	Tablero de 18 metros .....	32

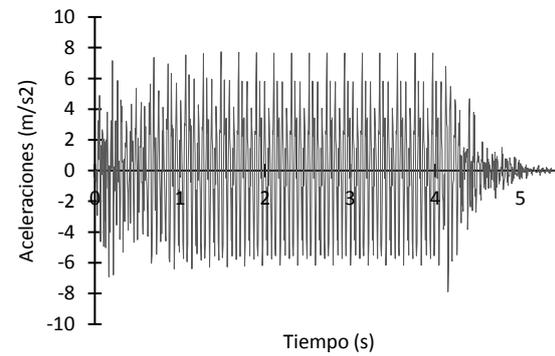
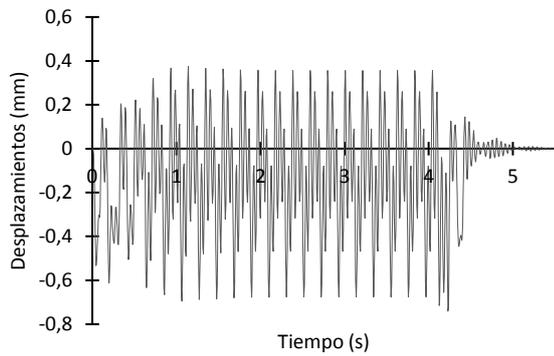


# 1 TABLERO DE 5 METROS

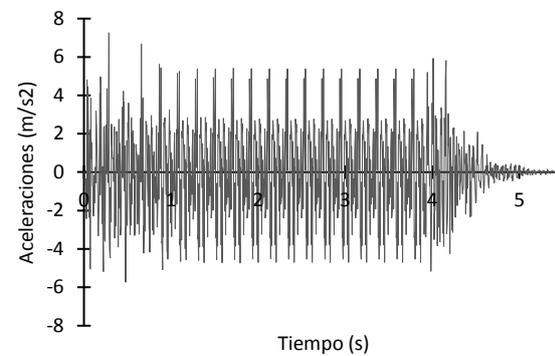
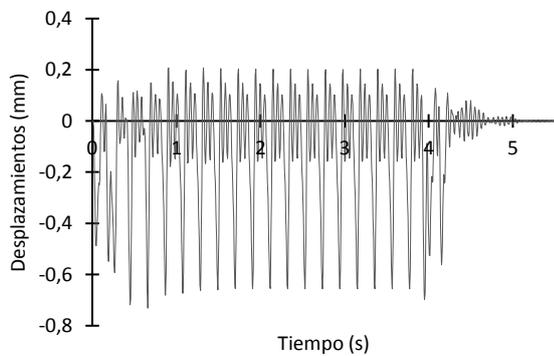
Tablero de 5 m - Tren A1 a 416,71 km/h



Tablero de 5 m - Tren A2 a 329,89 km/h

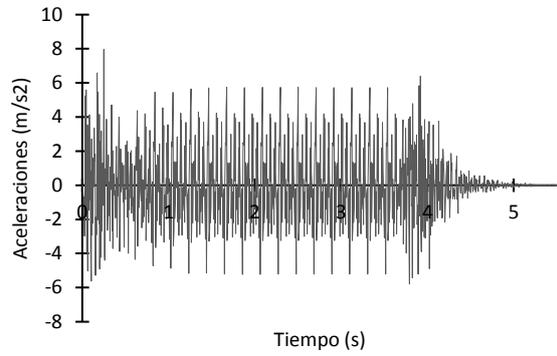
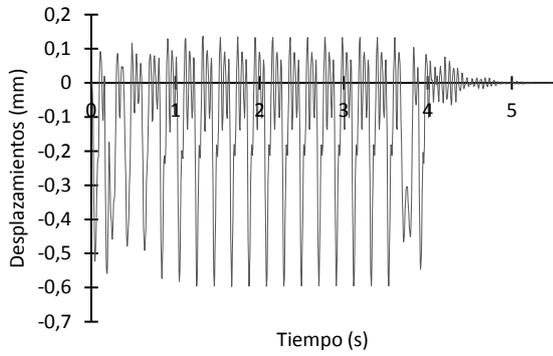


Tablero de 5 m - Tren A3 a 347,26 km/h

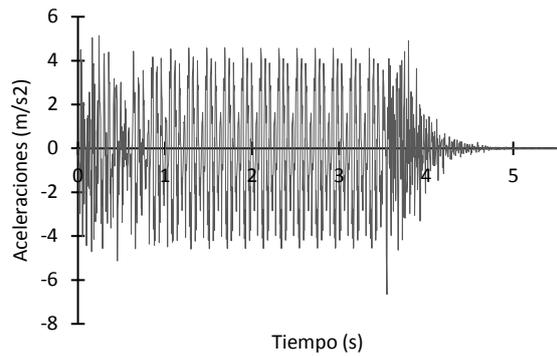
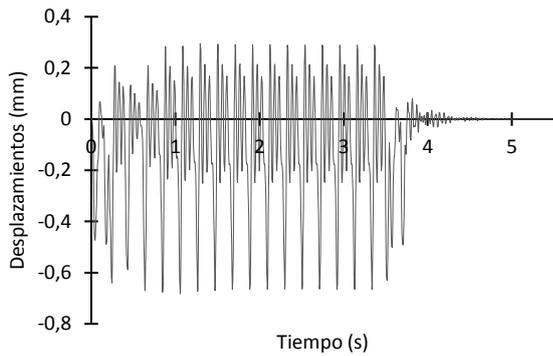


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

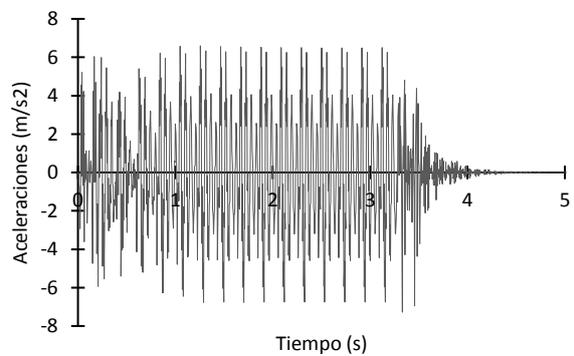
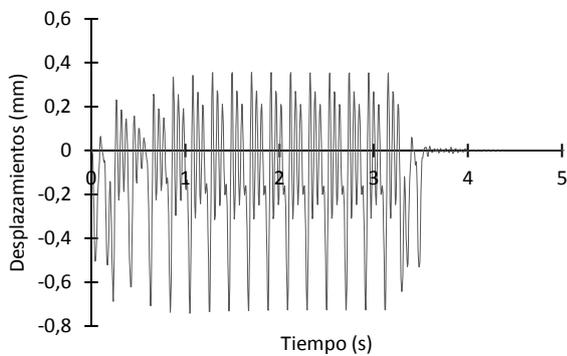
Tablero de 5 m - Tren A4 a 364,62 km/h



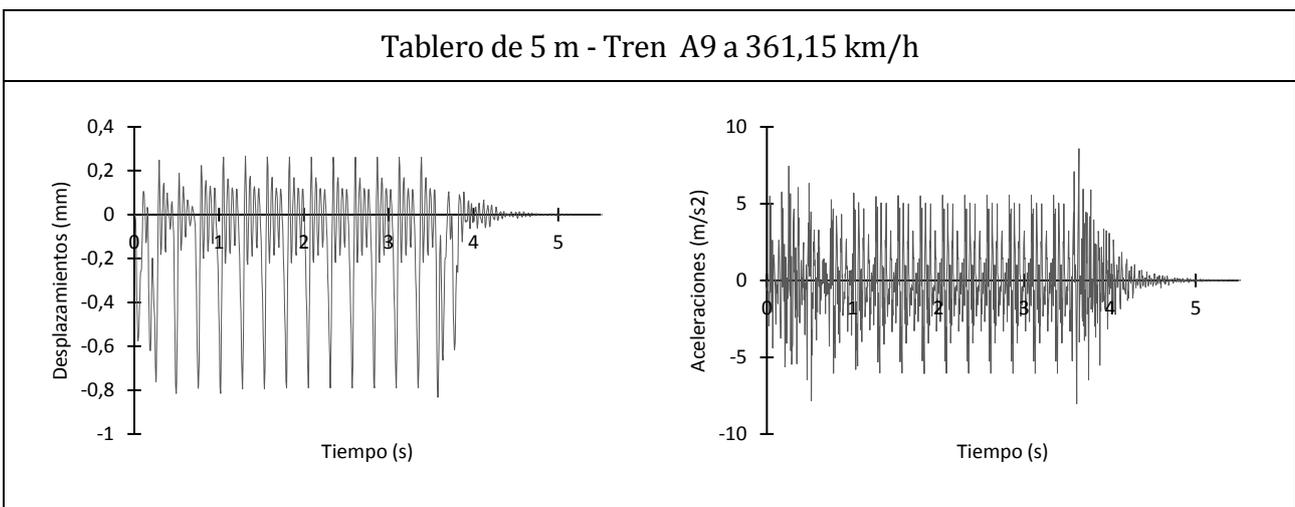
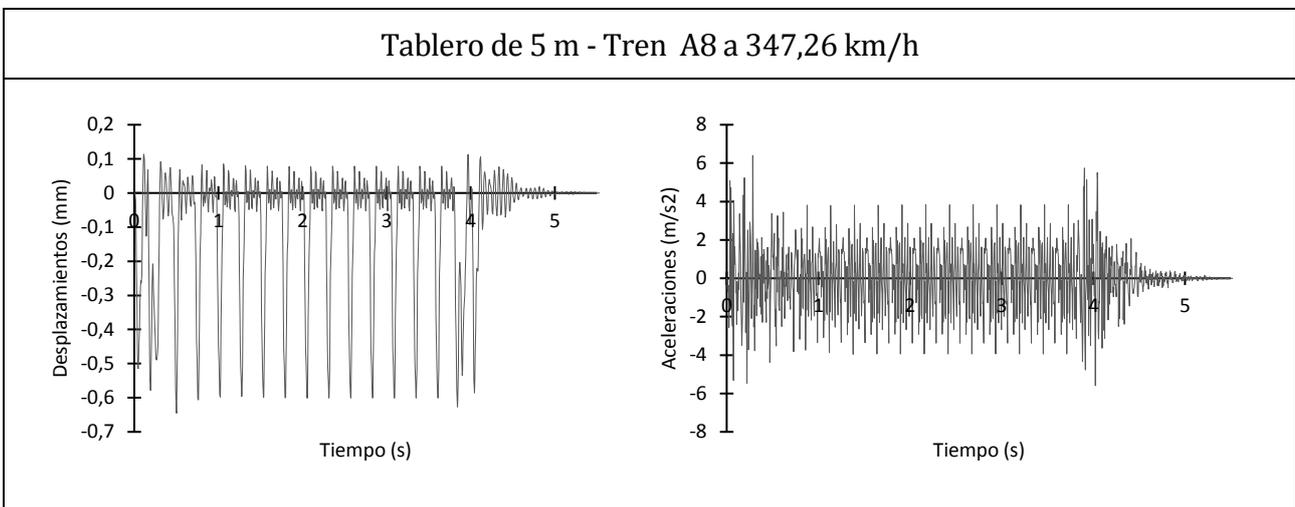
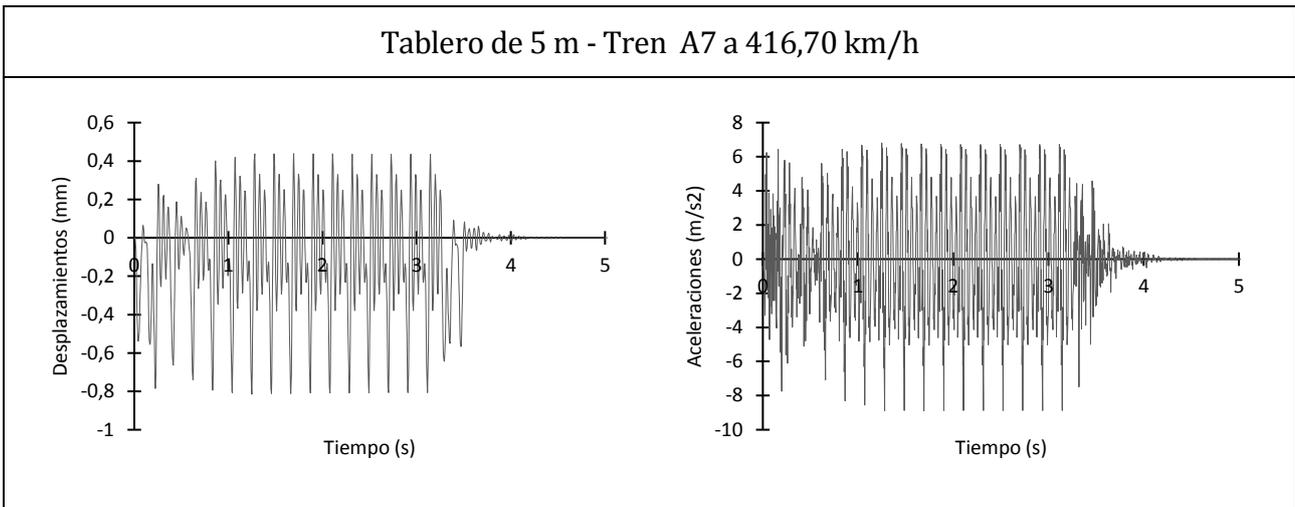
Tablero de 5 m - Tren A5 a 381,98 km/h

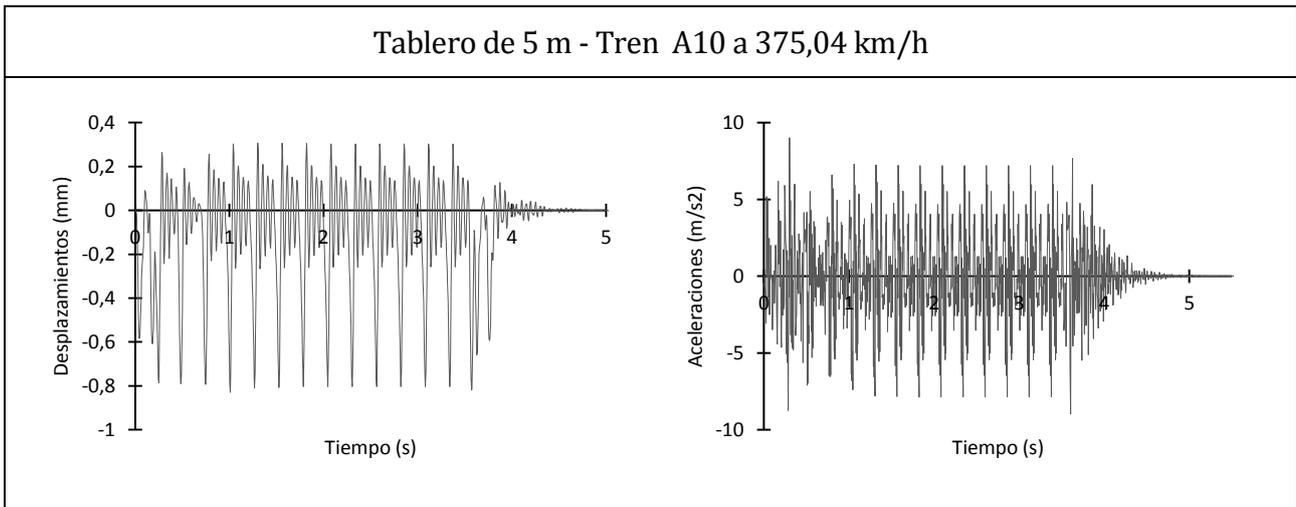


Tablero de 5 m - Tren A6 a 399,34 km/h

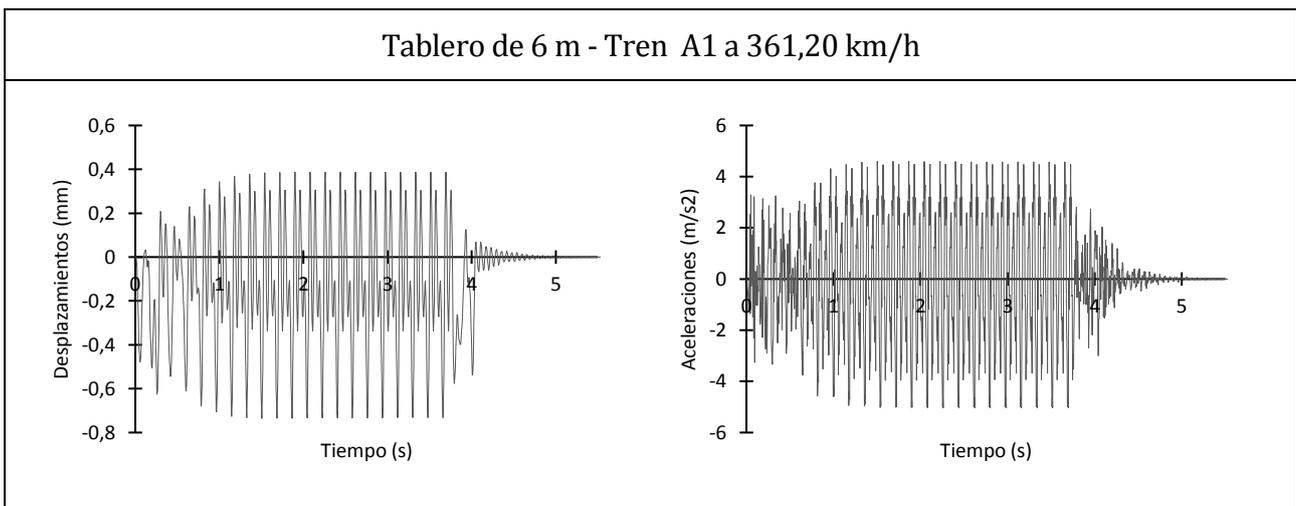


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

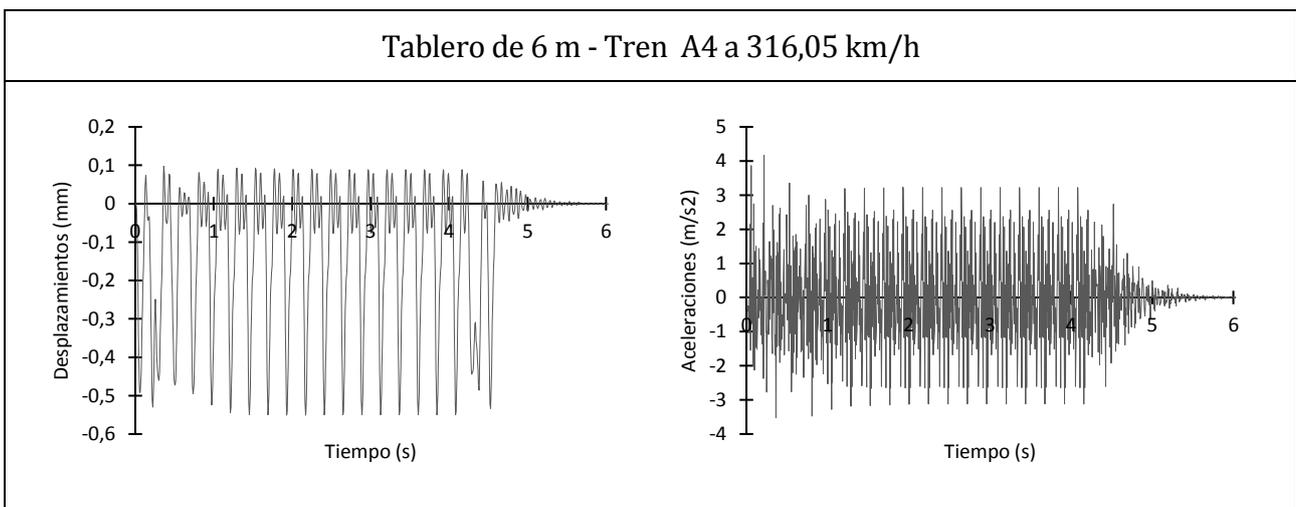
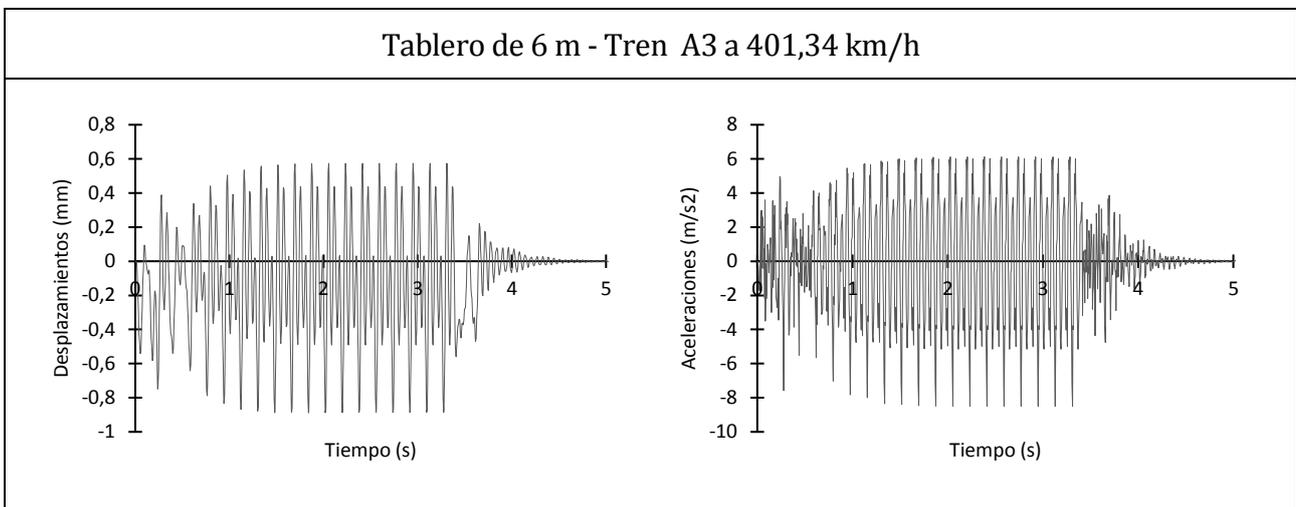
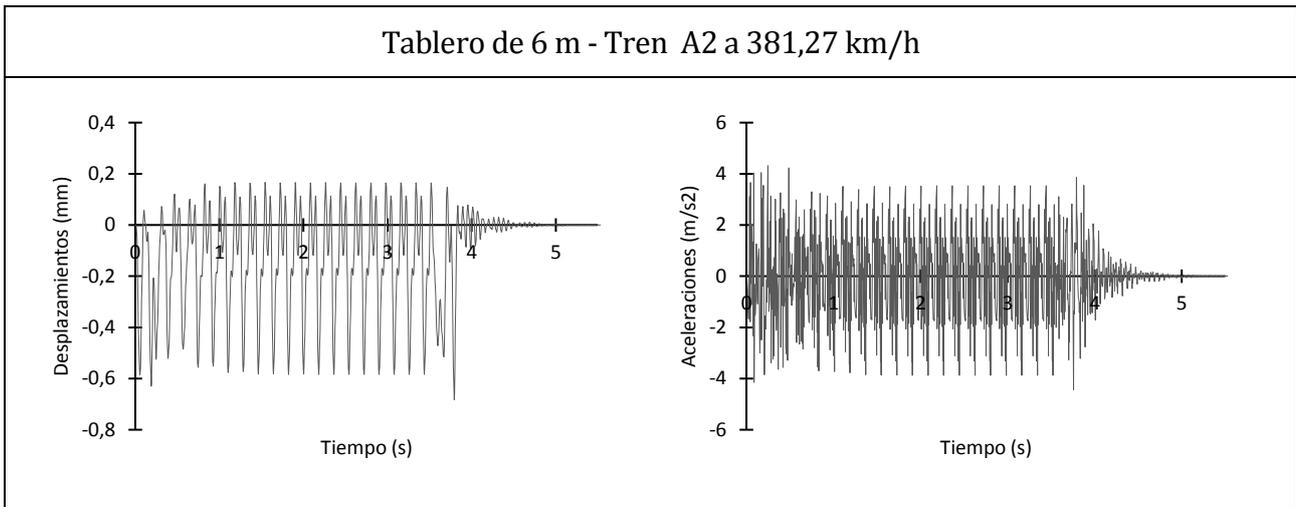




## 2 TABLERO DE 6 METROS

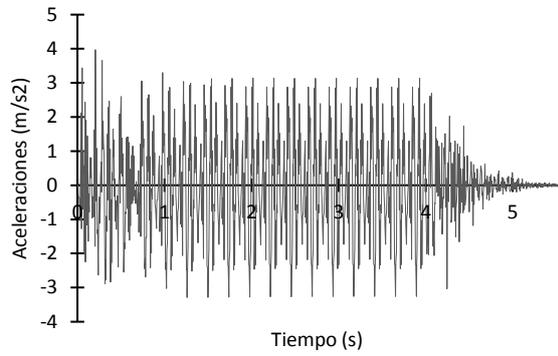
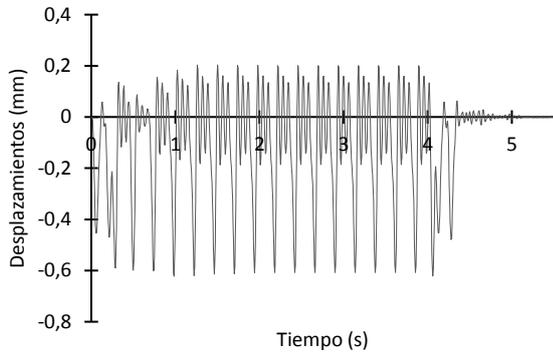


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

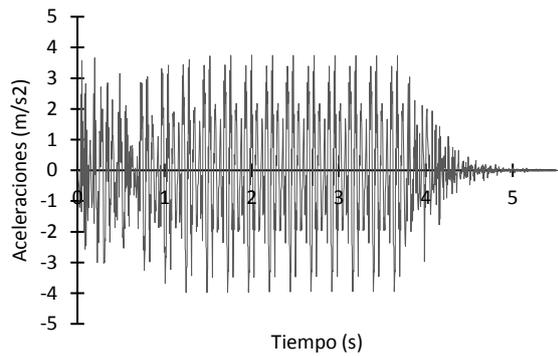
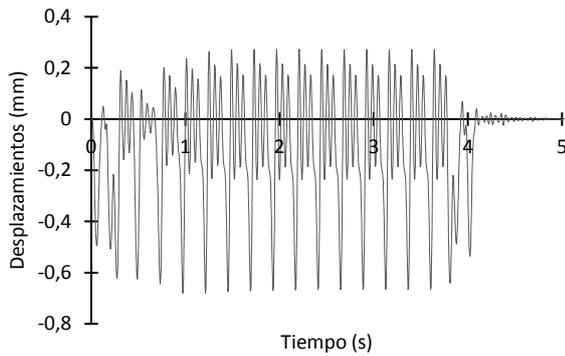


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

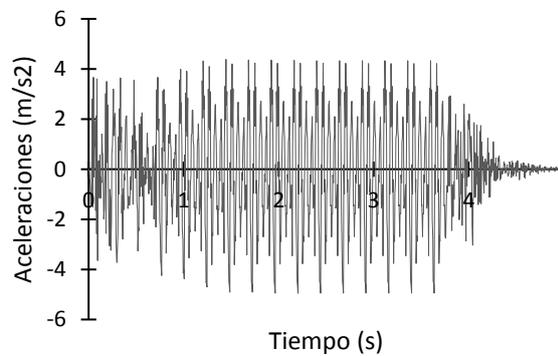
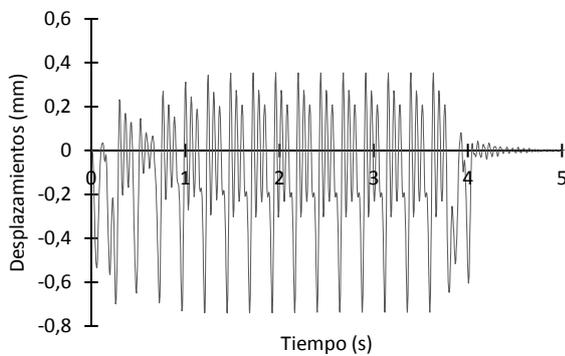
Tablero de 6 m - Tren A5 a 331,10 km/h



Tablero de 6 m - Tren A6 a 346,15 km/h

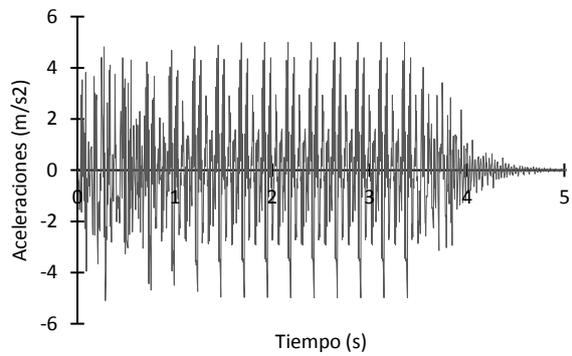
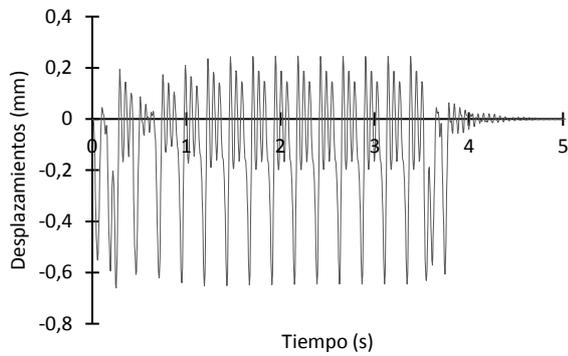


Tablero de 6 m - Tren A7 a 361,20 km/h

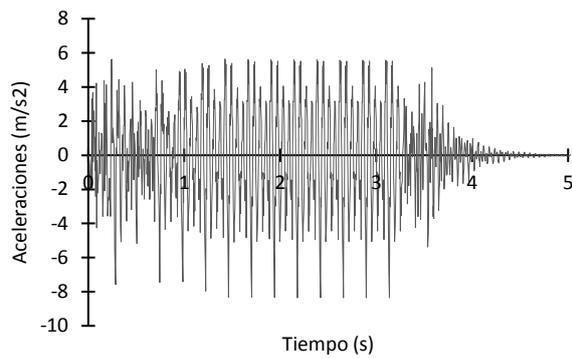
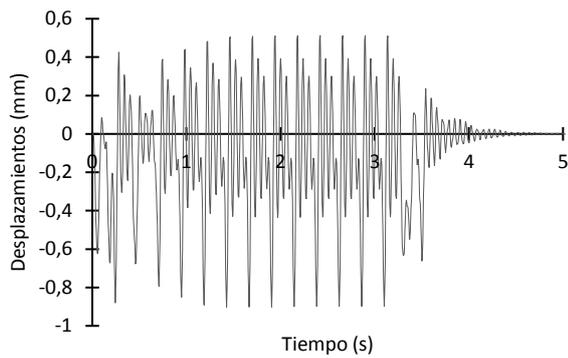


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

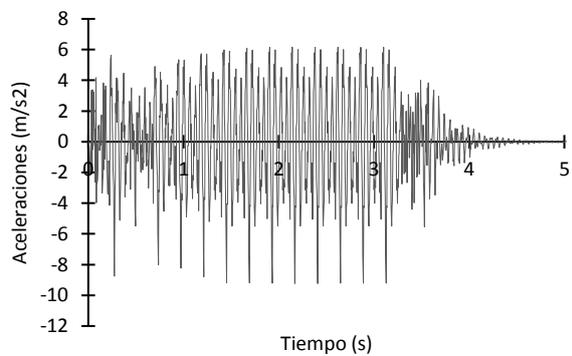
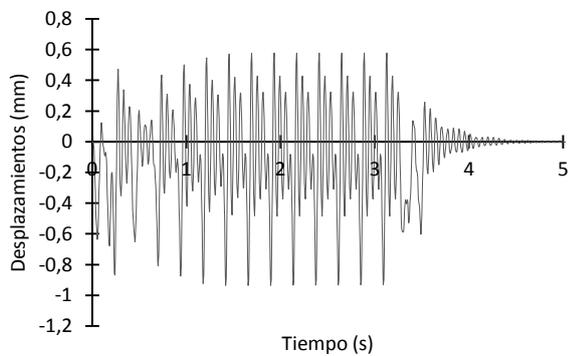
Tablero de 6 m - Tren A8 a 376,25 km/h



Tablero de 6 m - Tren A9 a 391,30 km/h

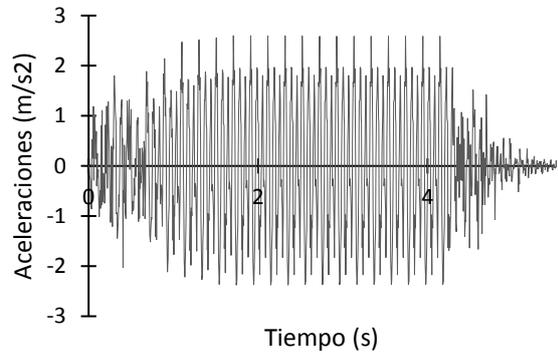
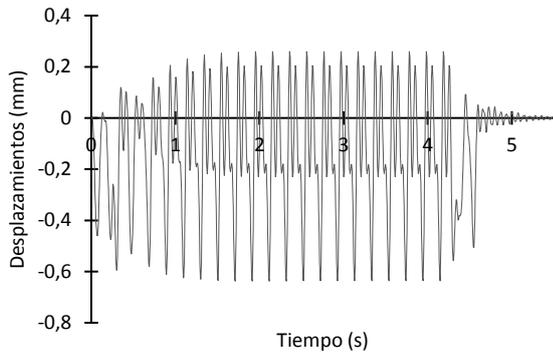


Tablero de 6 m - Tren A10 a 406,35 km/h

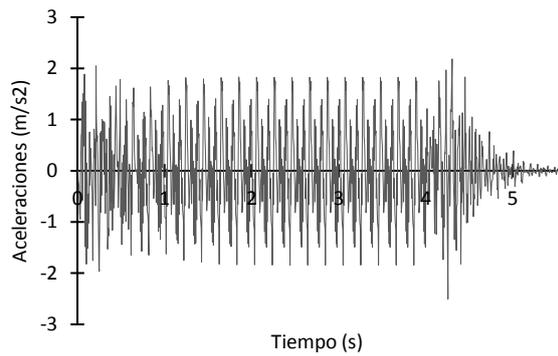
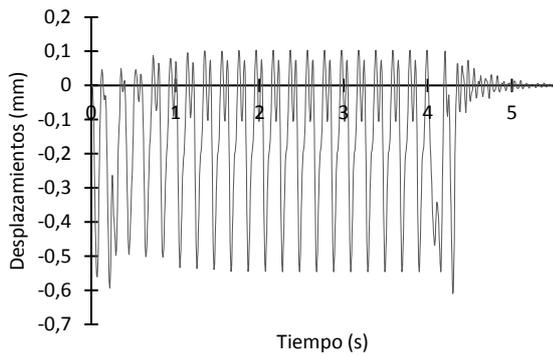


### 3 TABLERO DE 7 METROS

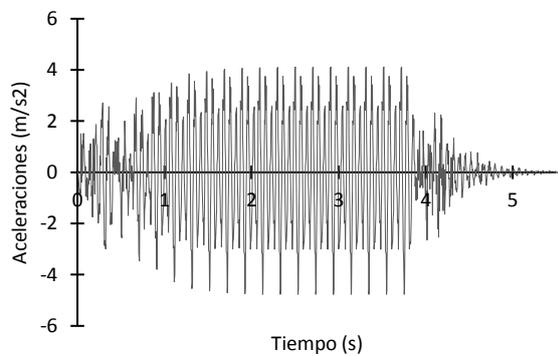
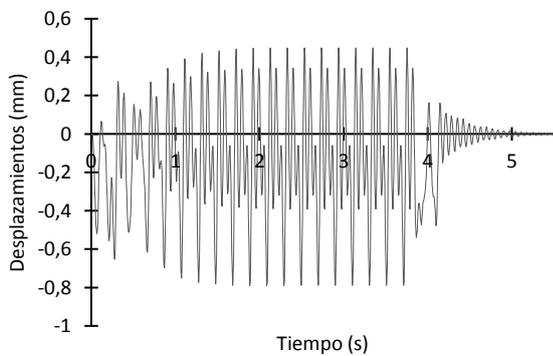
Tablero de 7 m - Tren A1 a 381,97 km/h



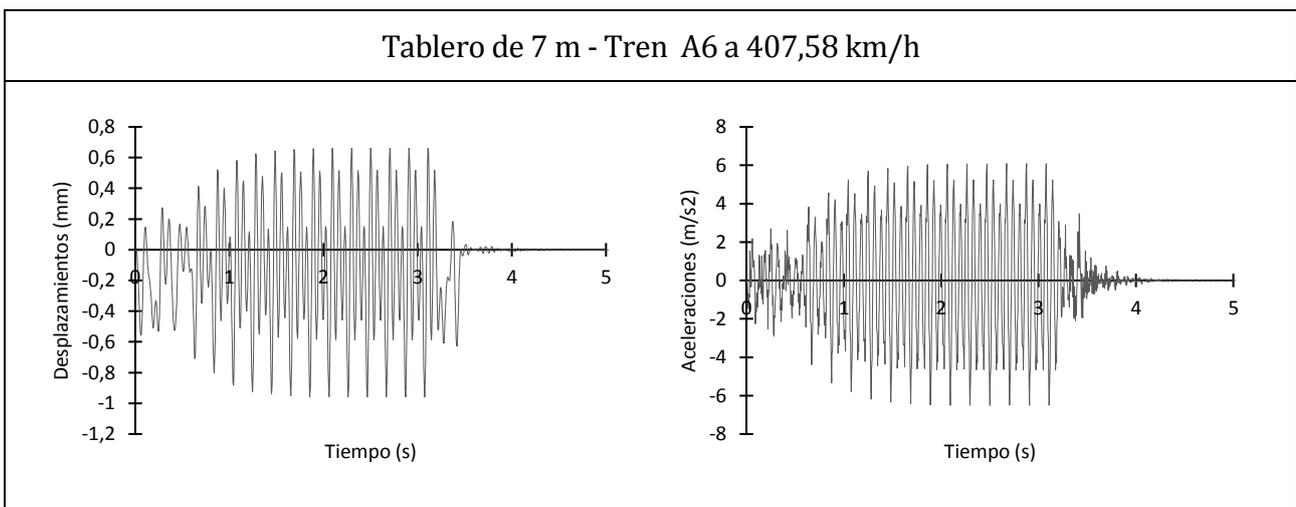
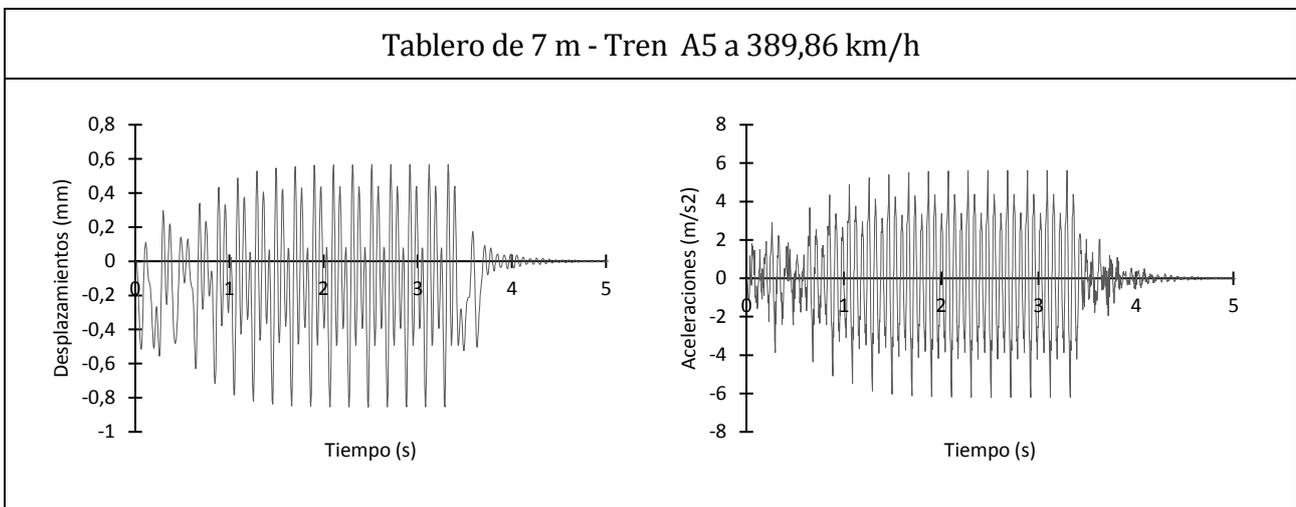
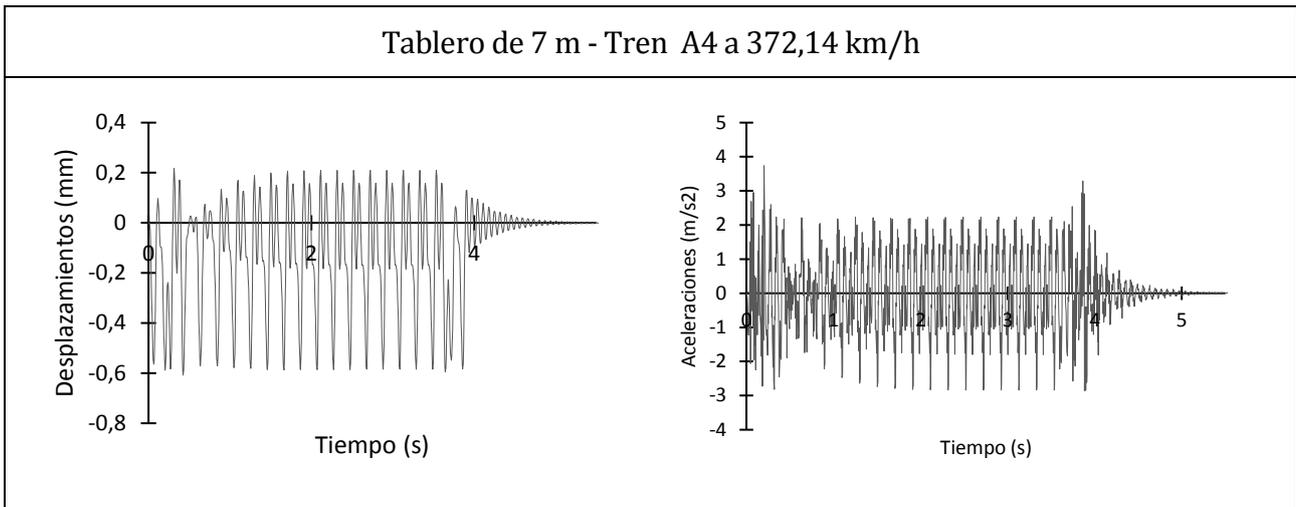
Tablero de 7 m - Tren A2 a 336,70 km/h



Tablero de 7 m - Tren A3 a 354,42 km/h

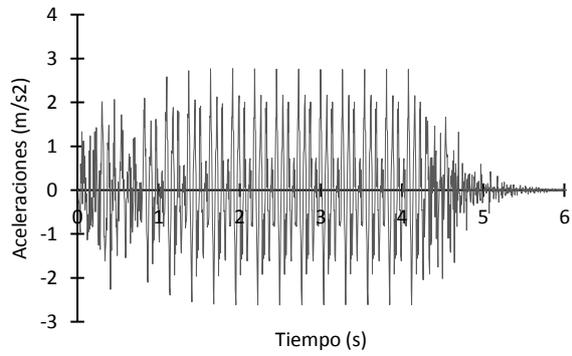
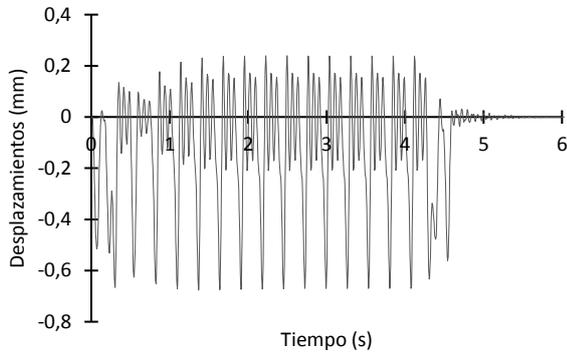


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

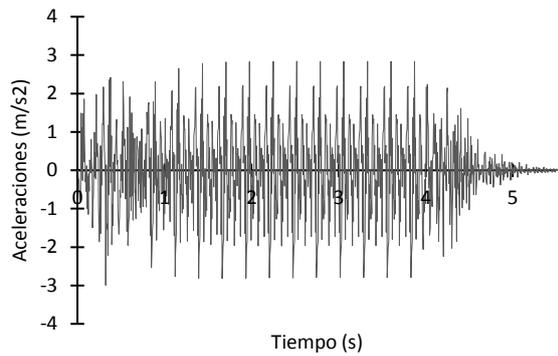
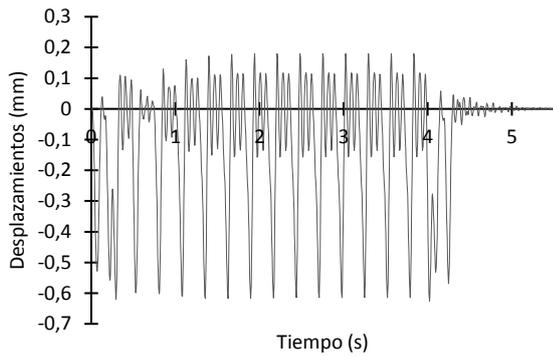


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

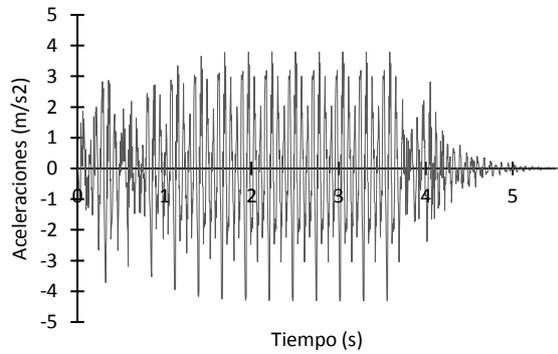
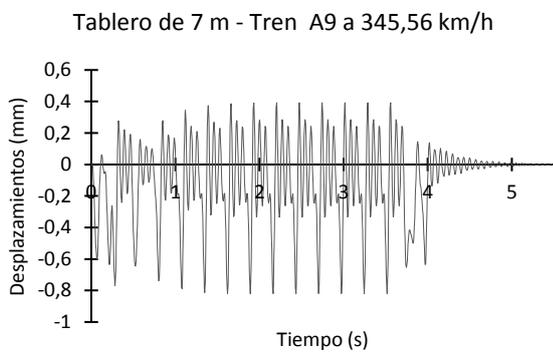
Tablero de 7 m - Tren A7 a 318,97 km/h



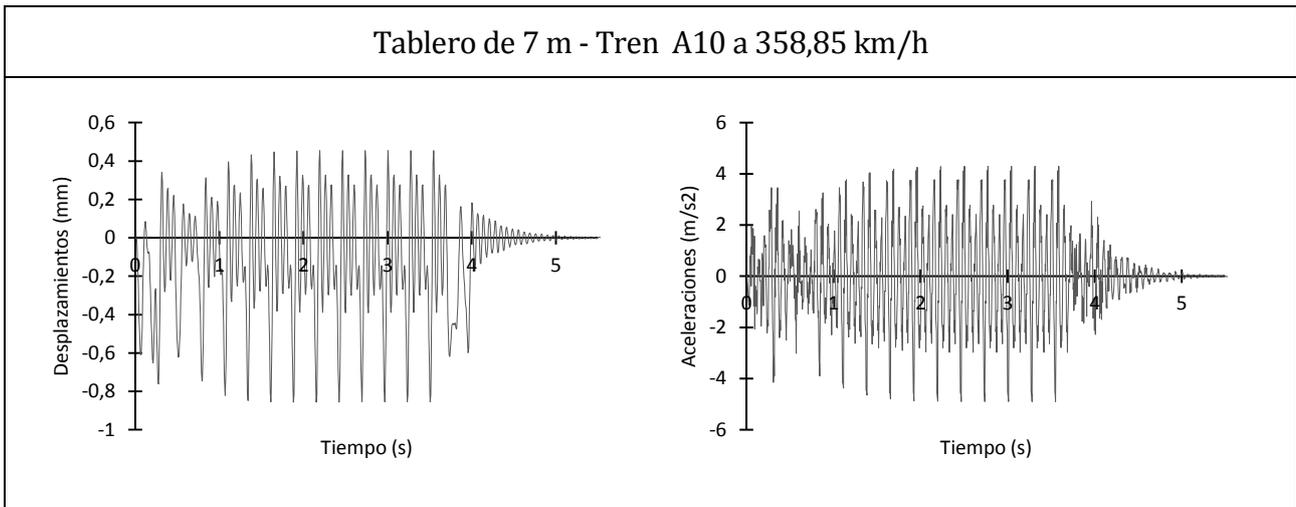
Tablero de 7 m - Tren A8 a 332,27 km/h



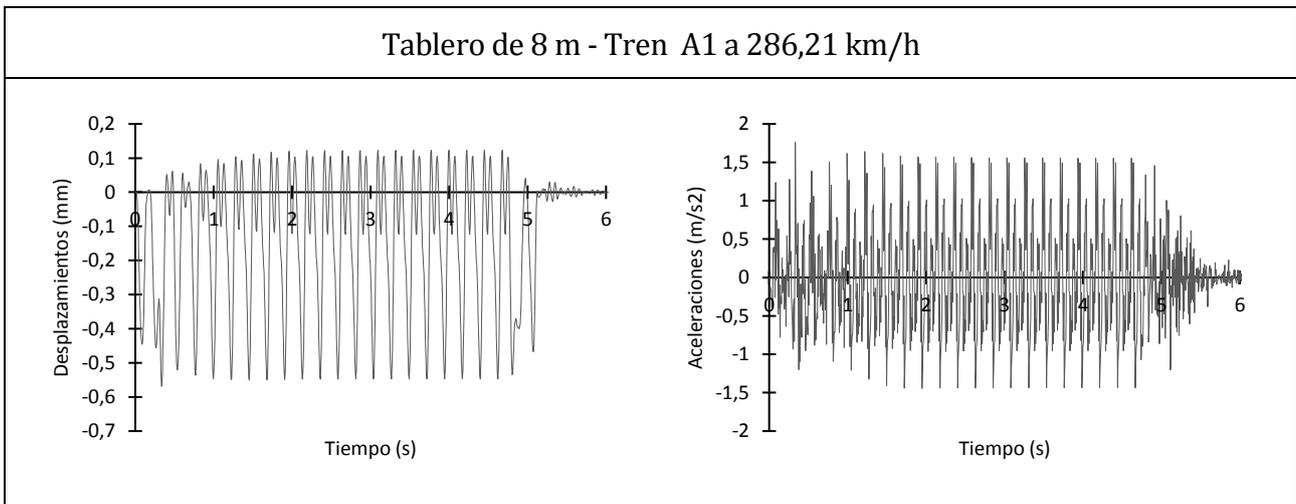
Tablero de 7 m - Tren A9 a 345,56 km/h



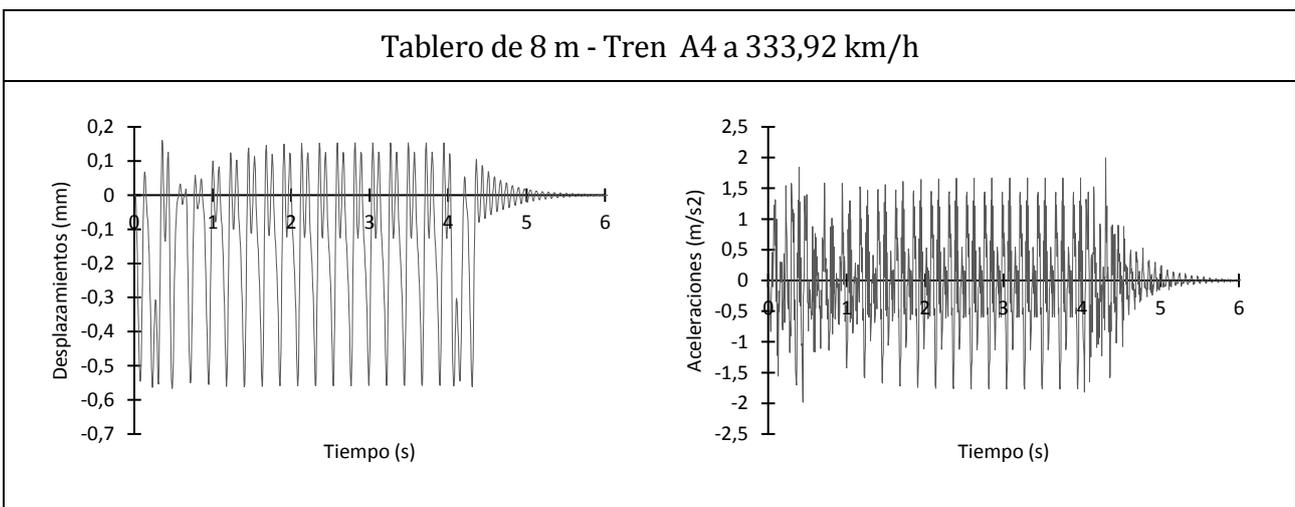
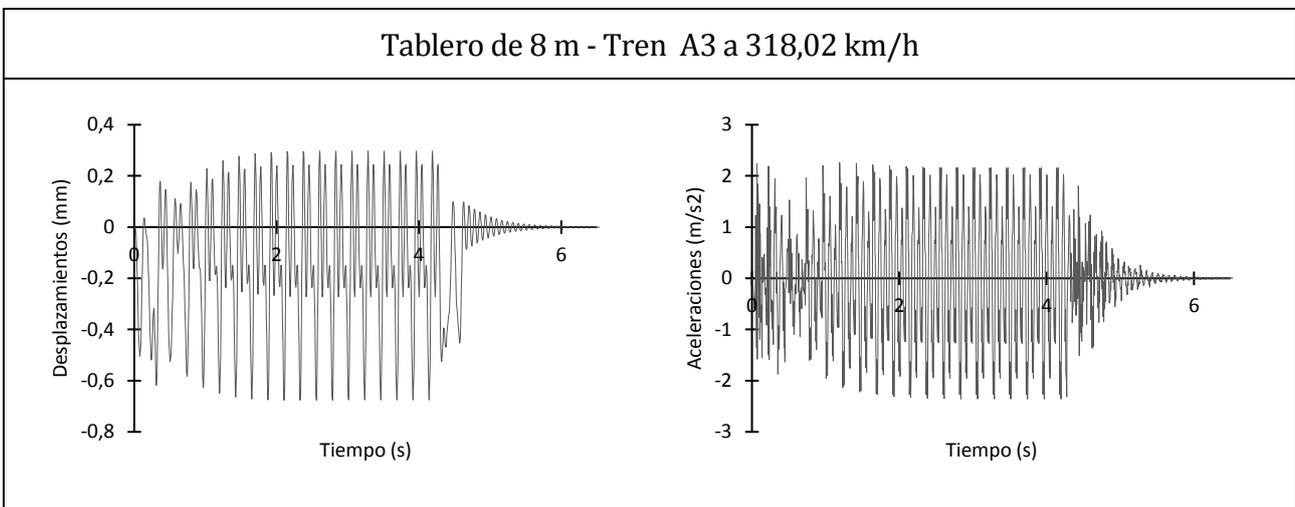
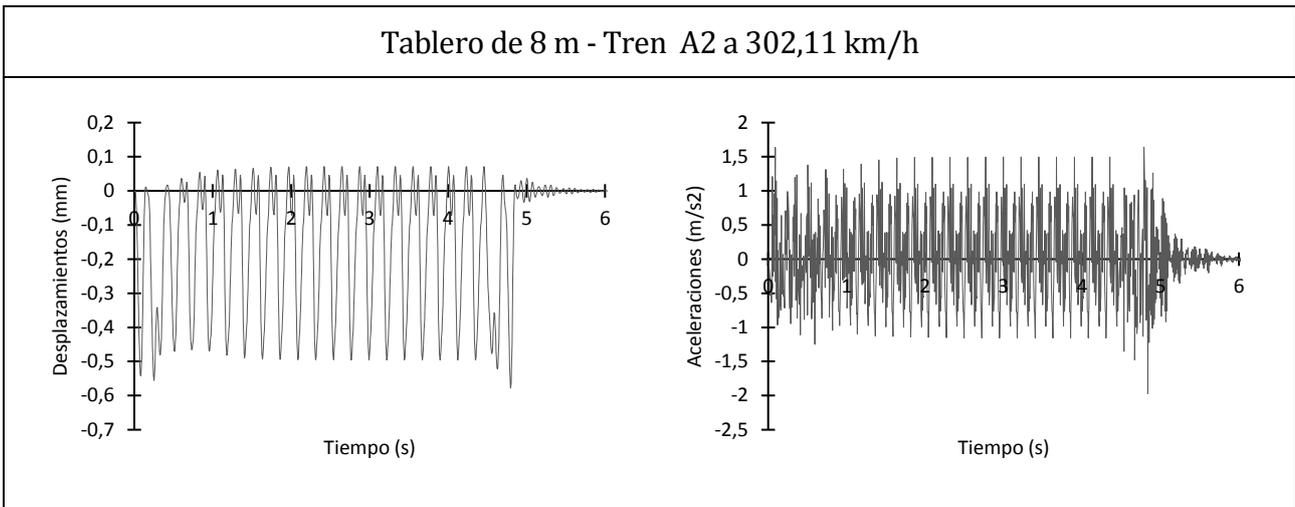
Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



## 4 TABLERO DE 8 METROS

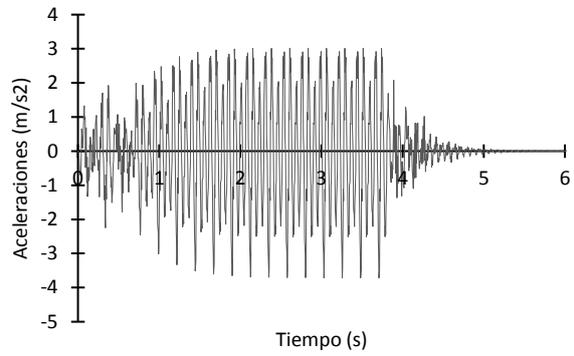
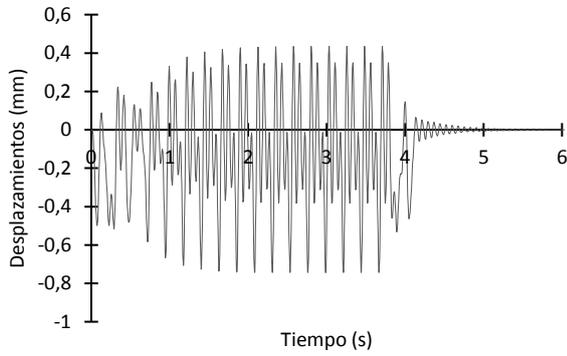


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

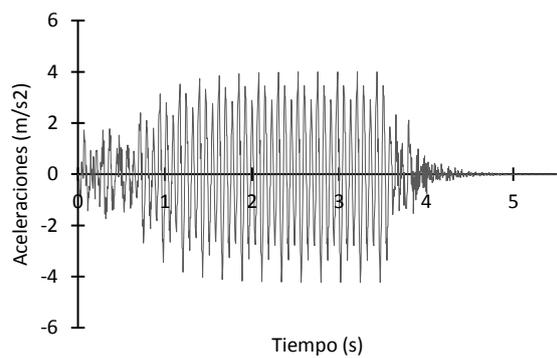
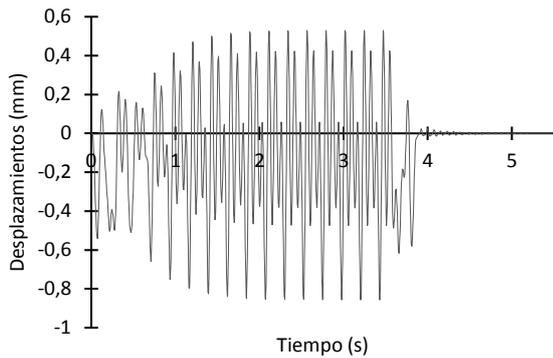


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

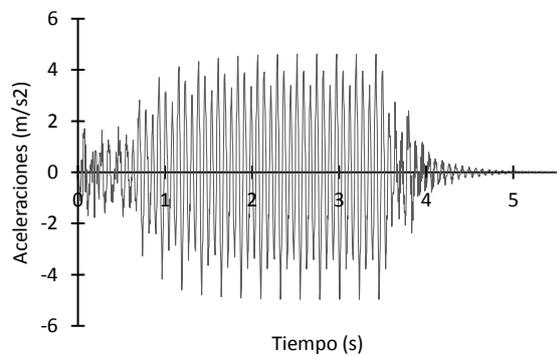
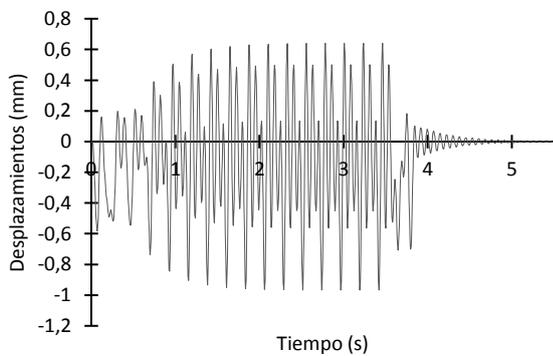
Tablero de 8 m - Tren A5 a 349,82 km/h



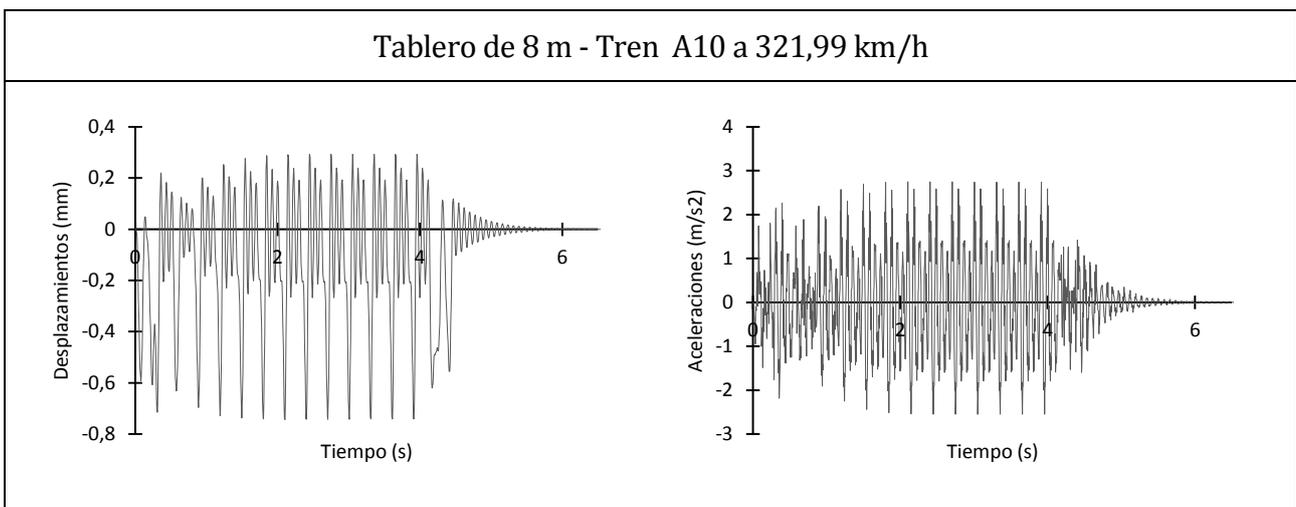
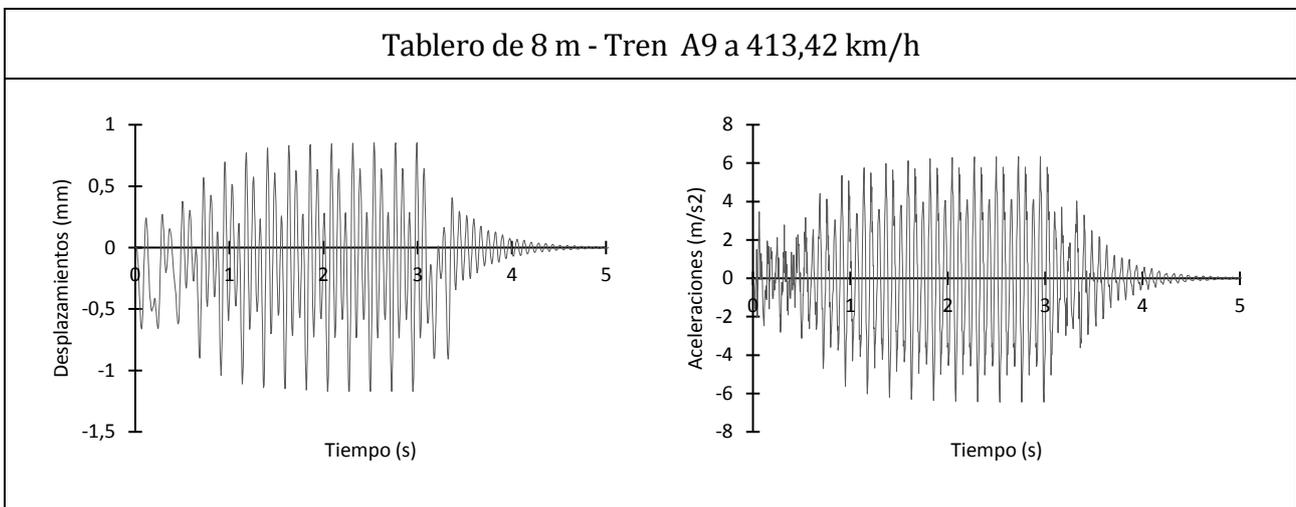
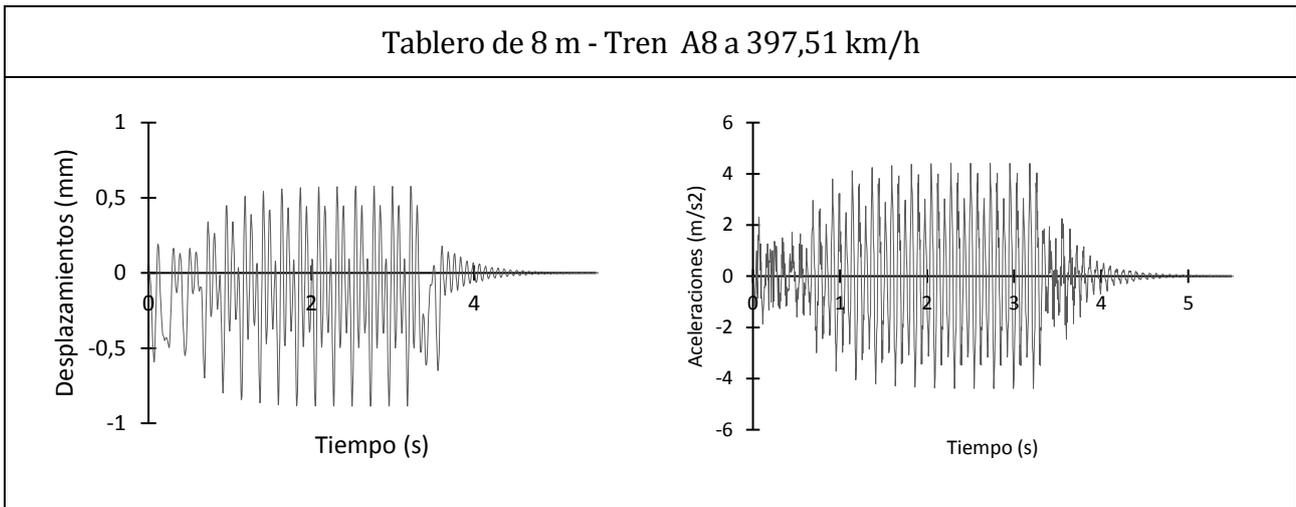
Tablero de 8 m - Tren A6 a 365,72 km/h



Tablero de 8 m - Tren A7 a 381,62 km/h

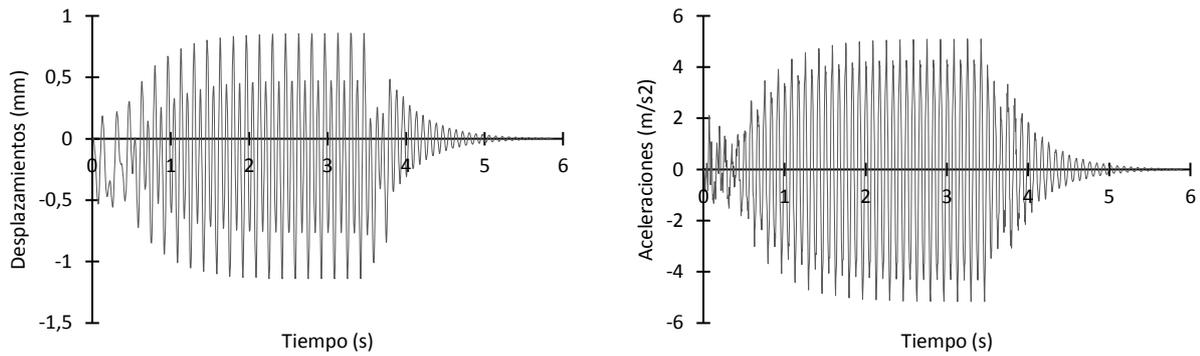


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

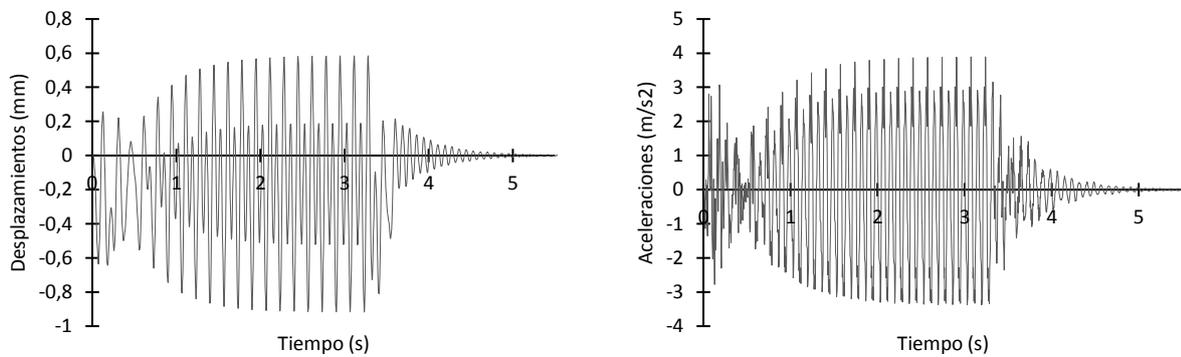


## 5 TABLERO DE 9 METROS

Tablero de 9 m - Tren A1 a 388,80 km/h

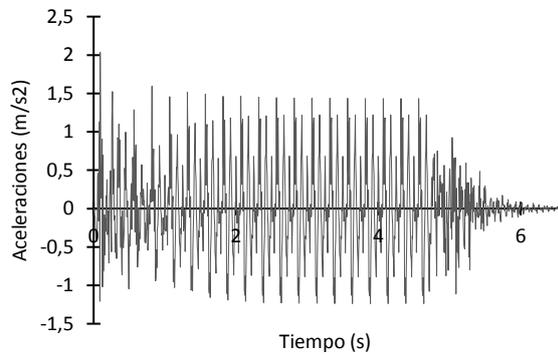
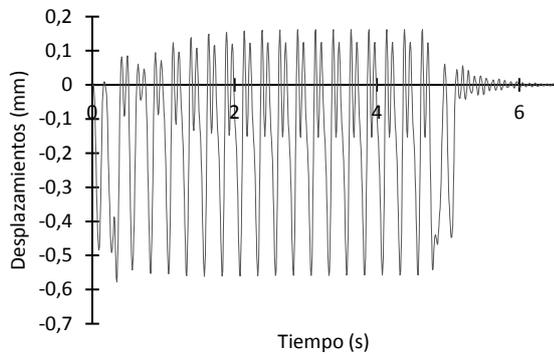


Tablero de 9 m - Tren A2 a 410,40 km/h

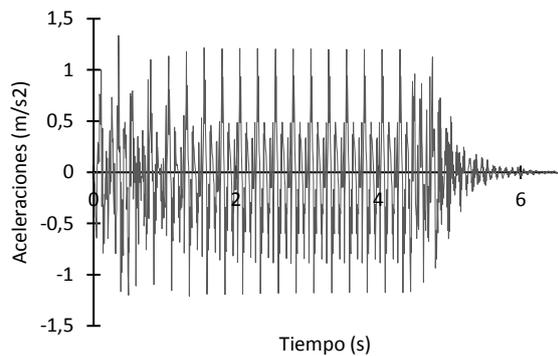
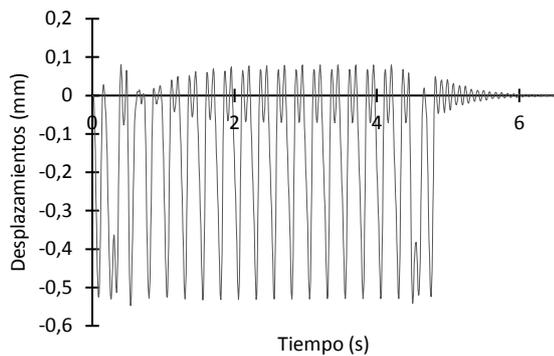


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

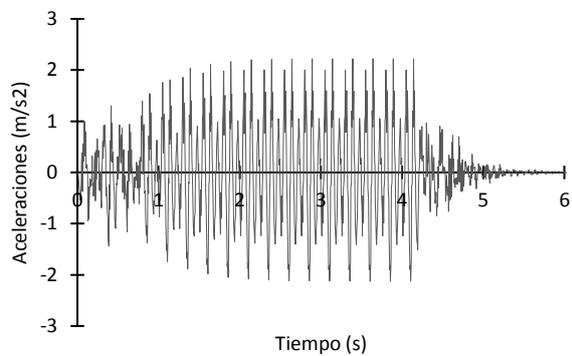
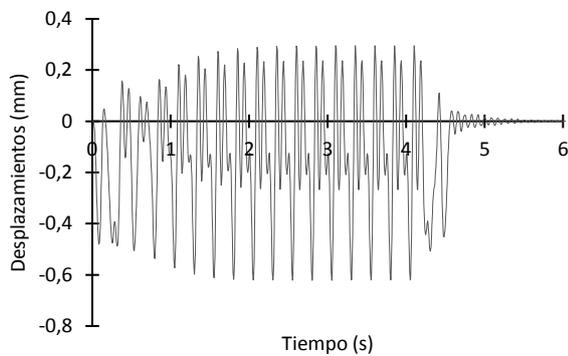
Tablero de 9 m - Tren A3 a 288,00 km/h



Tablero de 9 m - Tren A4 a 302,40 km/h

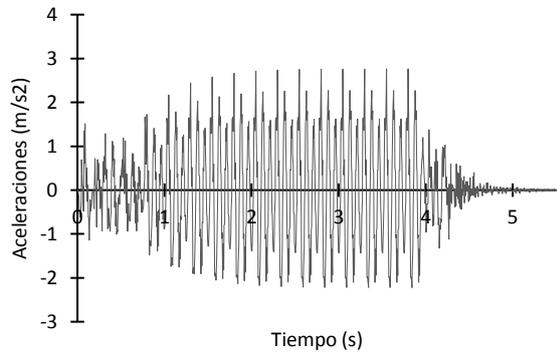
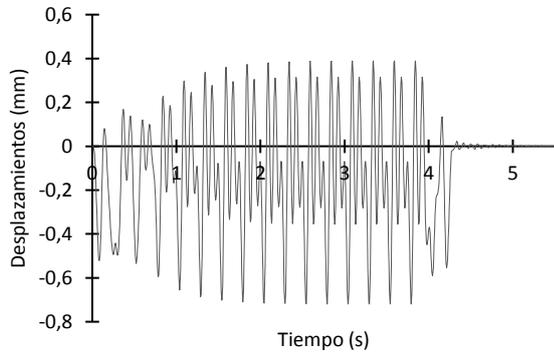


Tablero de 9 m - Tren A5 a 316,80 km/h

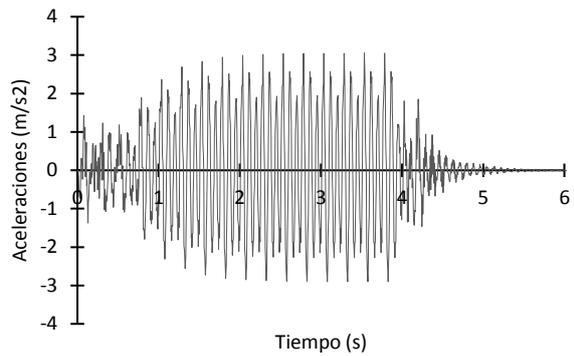
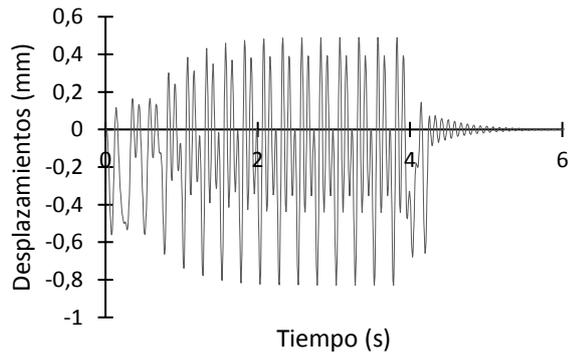


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

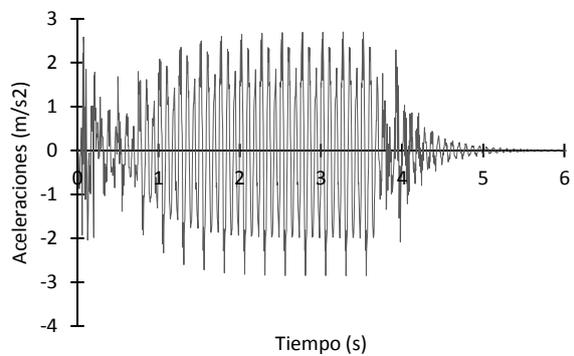
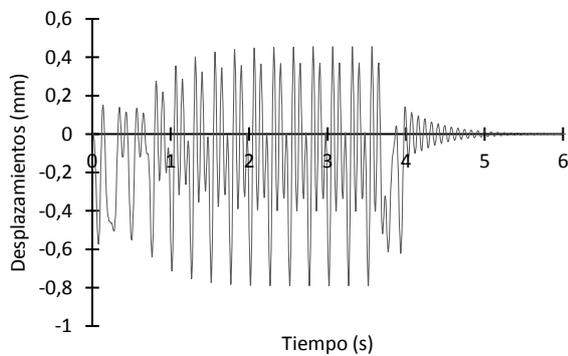
Tablero de 9 m - Tren A6 a 331,20 km/h



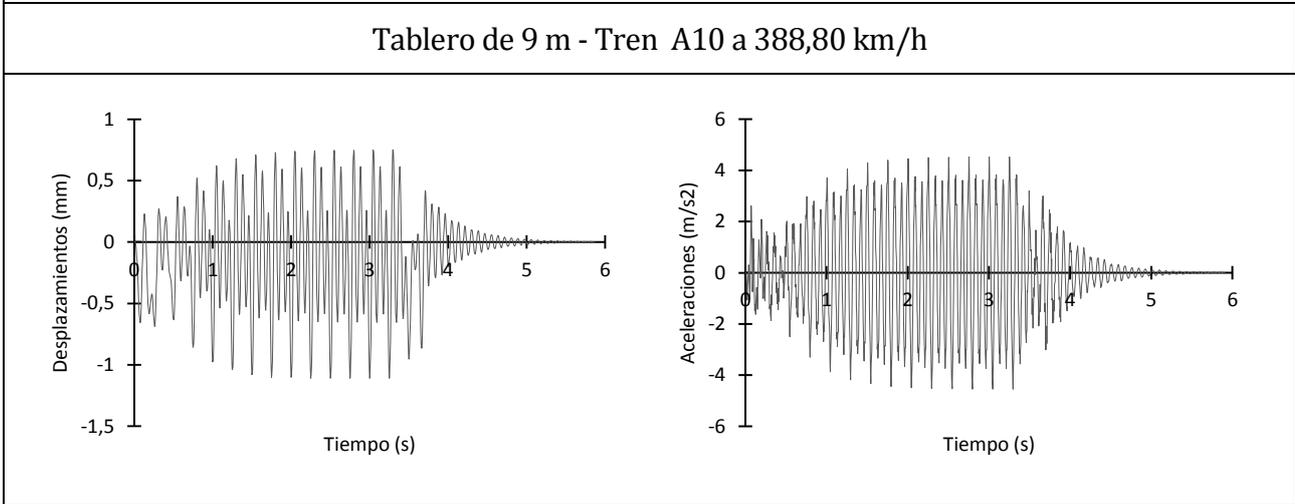
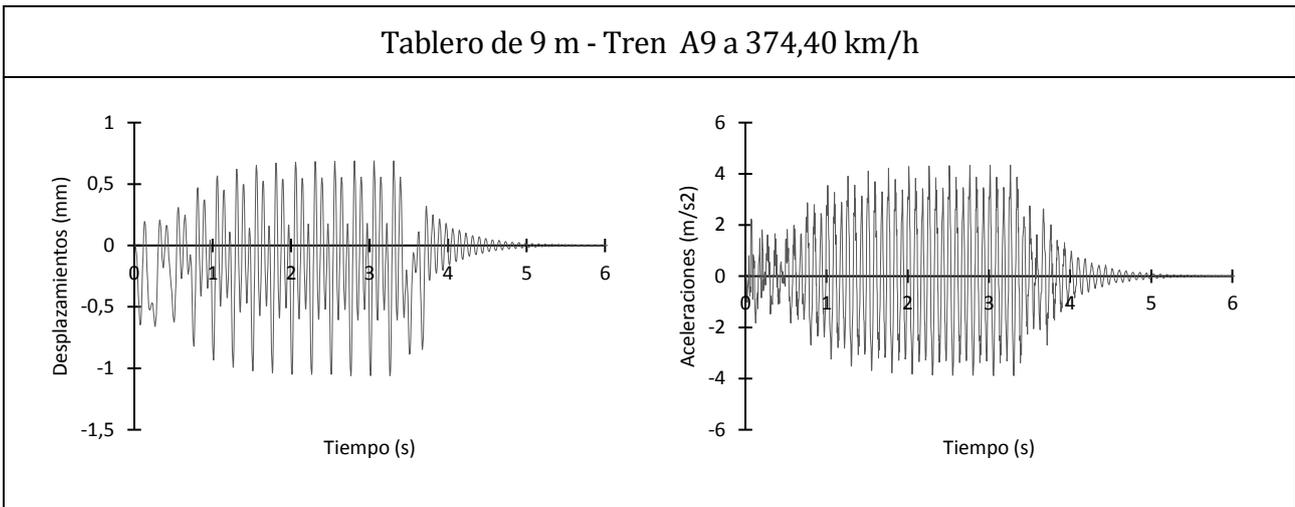
Tablero de 9 m - Tren A7 a 345,60 km/h



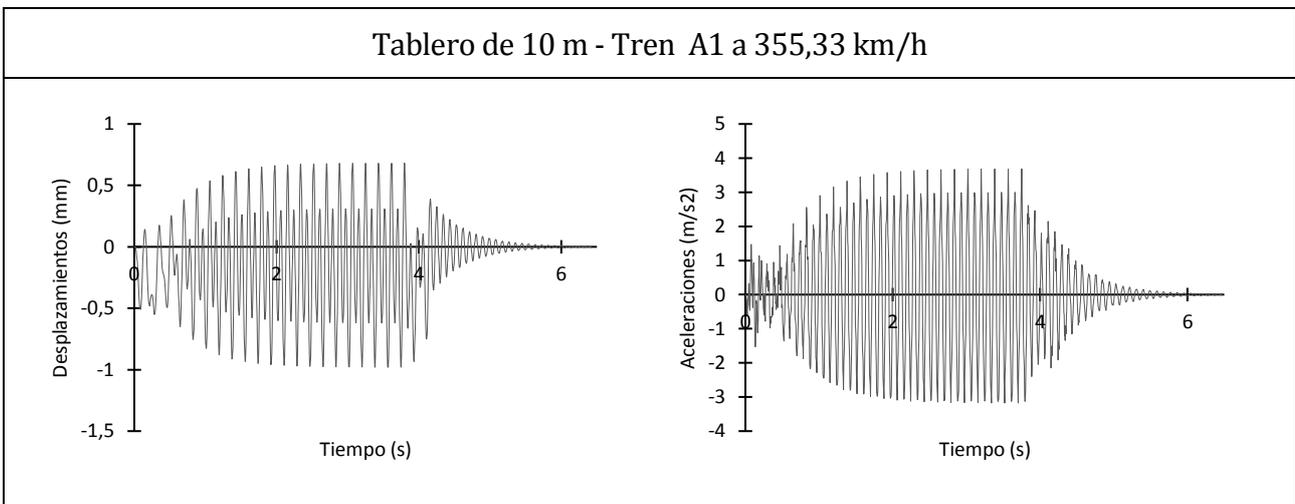
Tablero de 9 m - Tren A8 a 360,00 km/h



Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

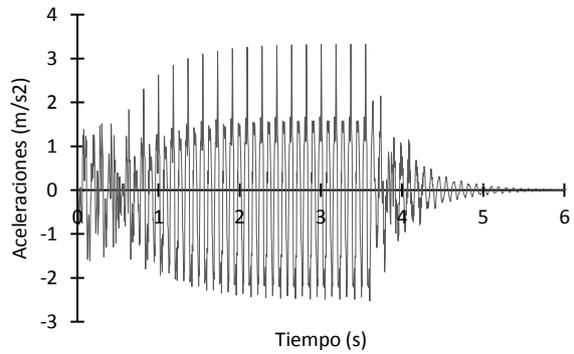
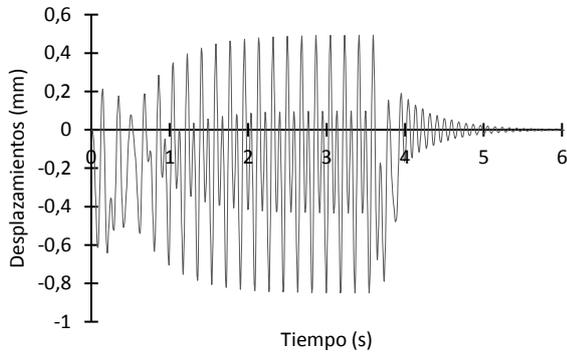


## 6 TABLERO DE 10 METROS

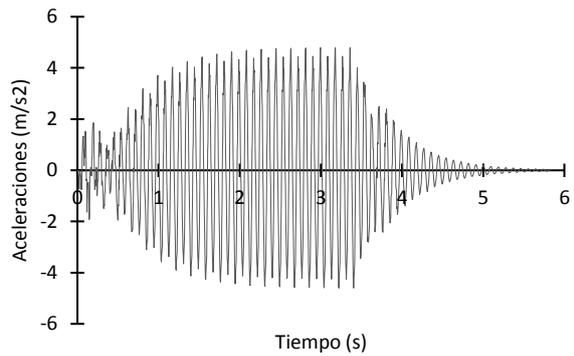
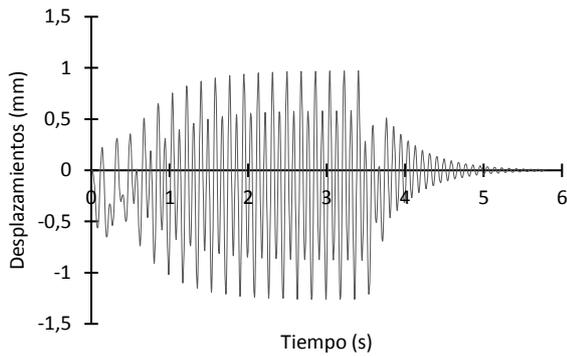


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

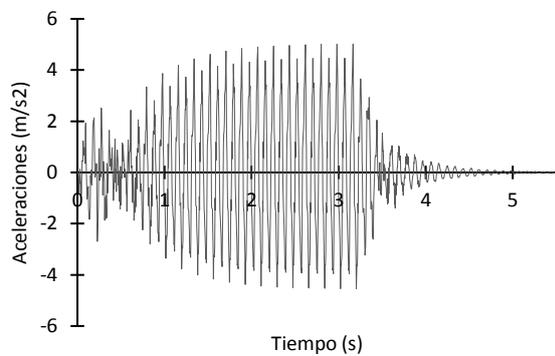
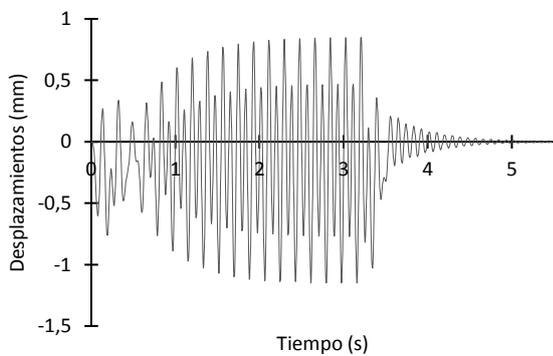
Tablero de 10 m - Tren A2 a 375,04 km/h



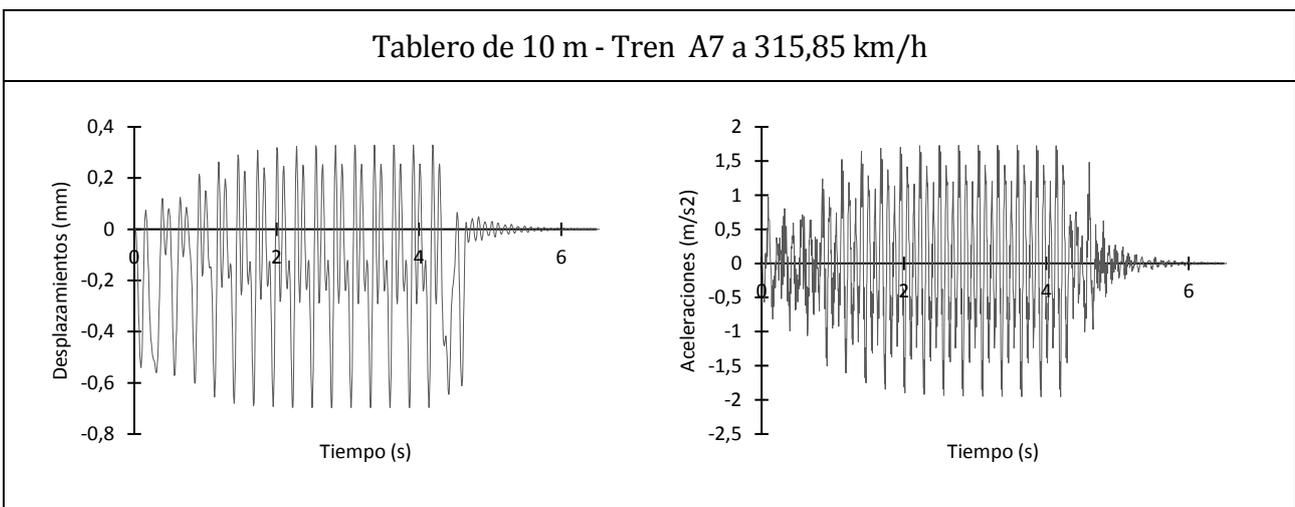
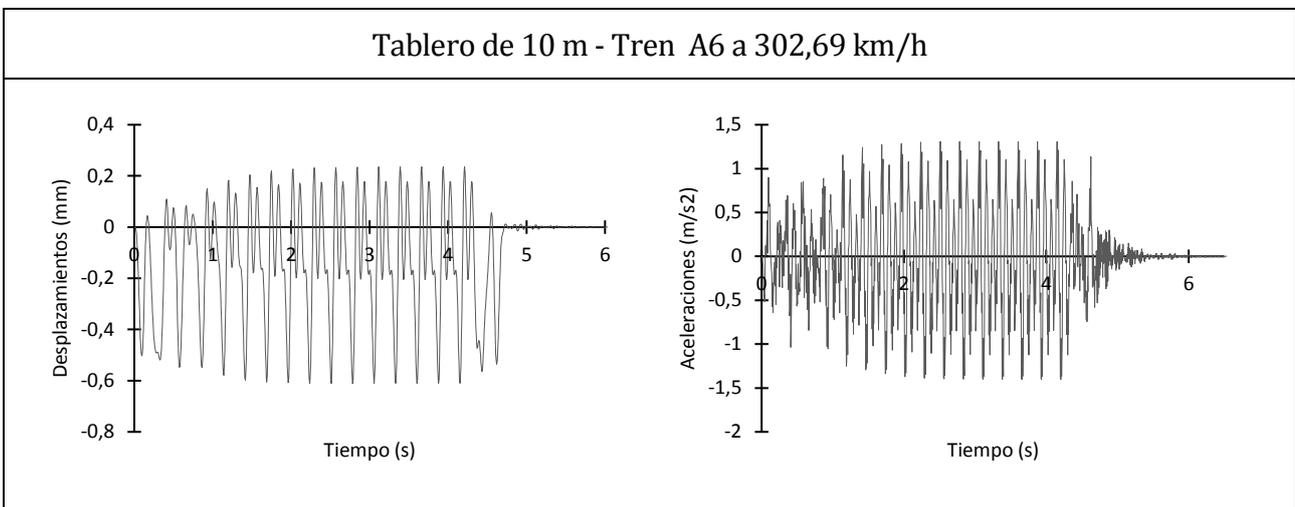
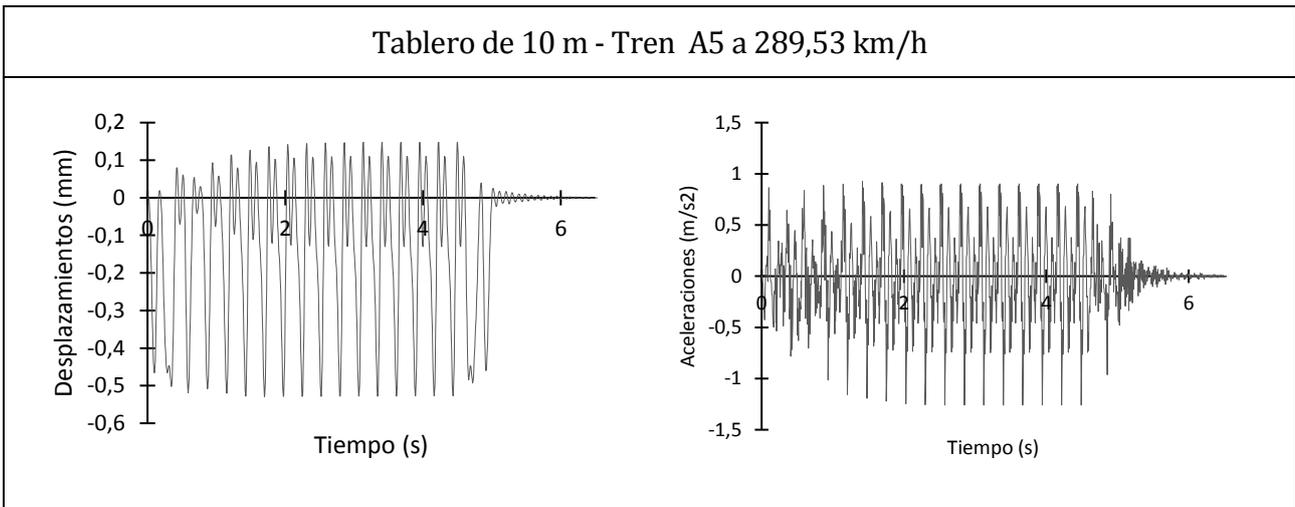
Tablero de 10 m - Tren A3 a 394,81 km/h



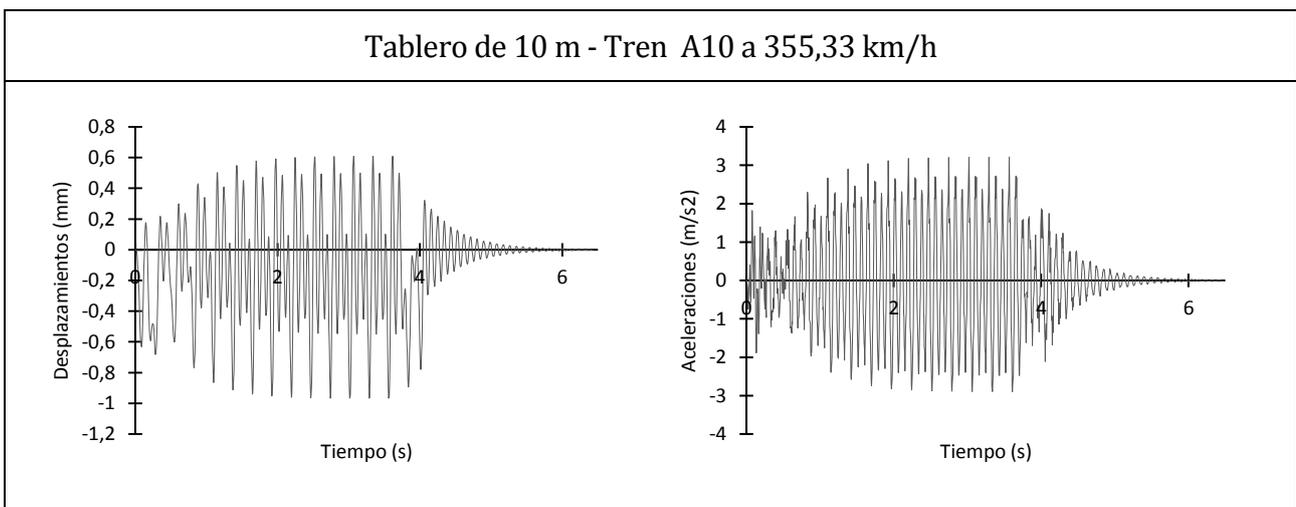
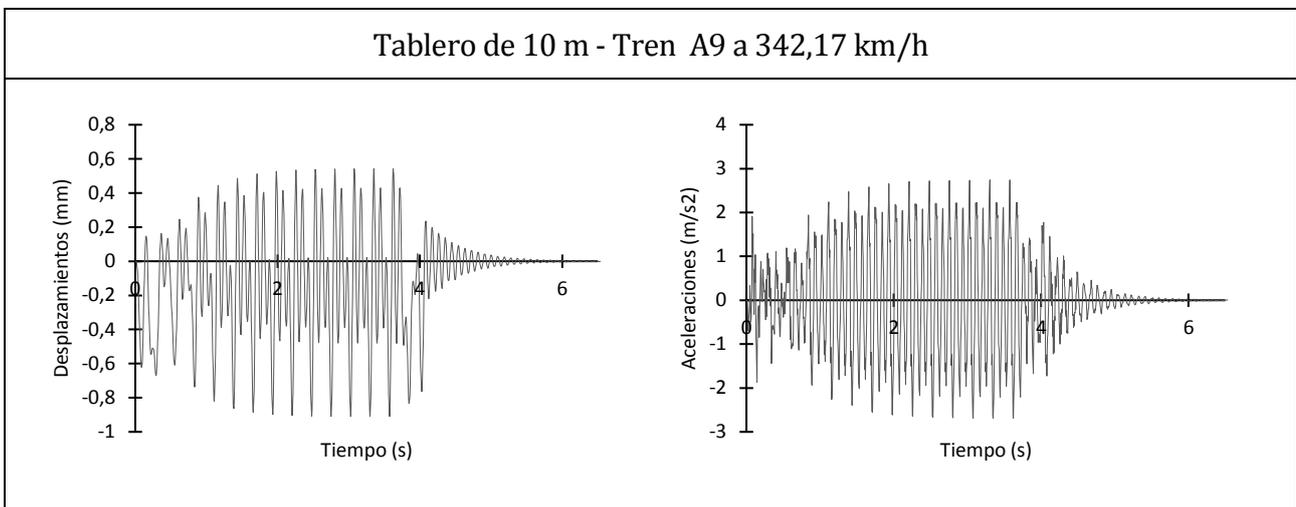
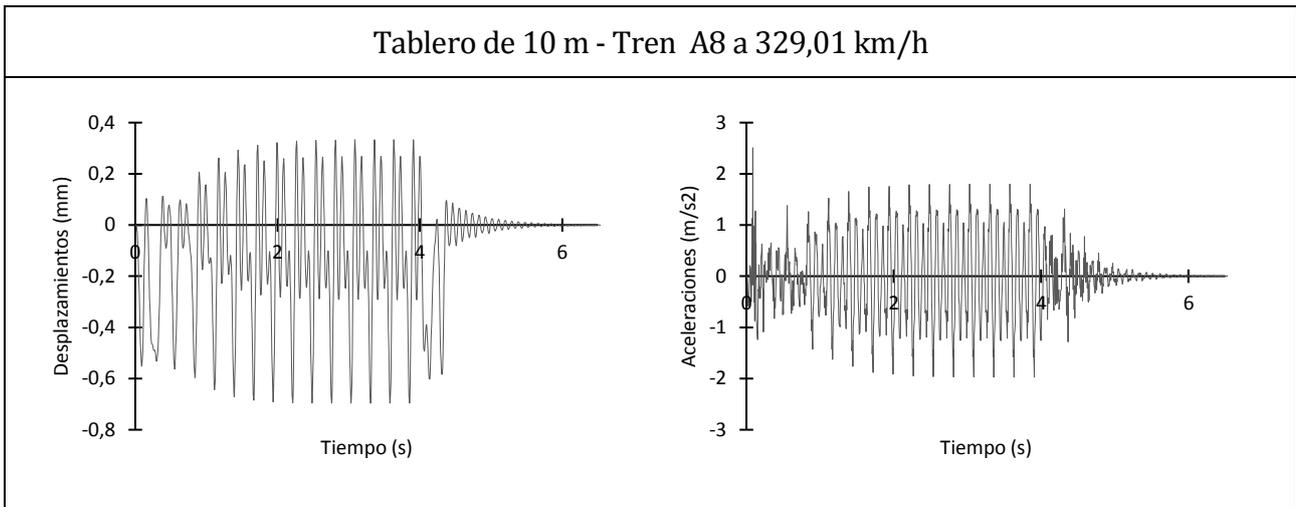
Tablero de 10 m - Tren A4 a 414,56 km/h



Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

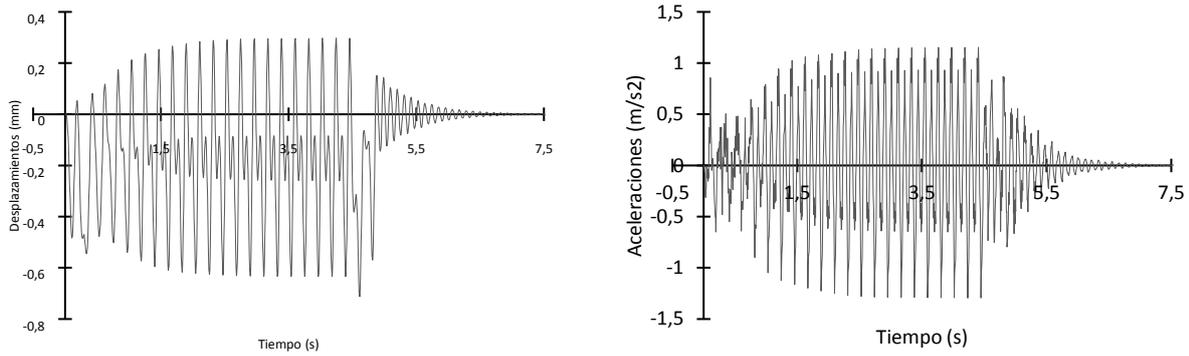


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

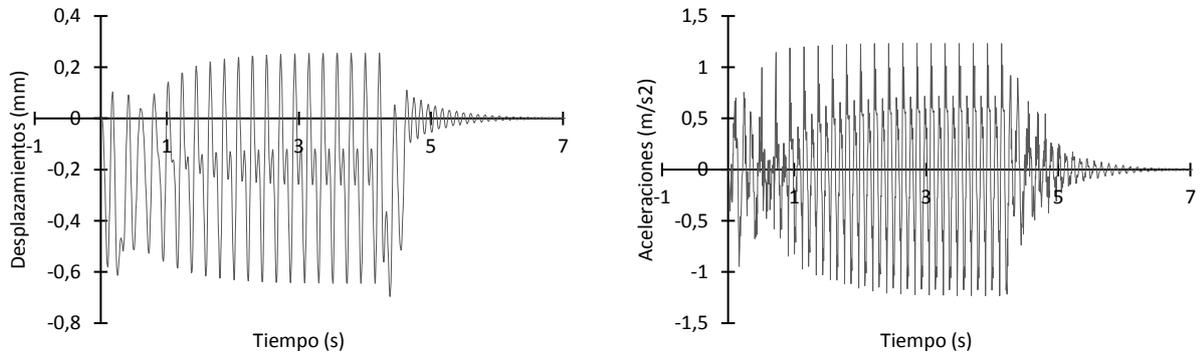


# 7 TABLERO DE 12 METROS

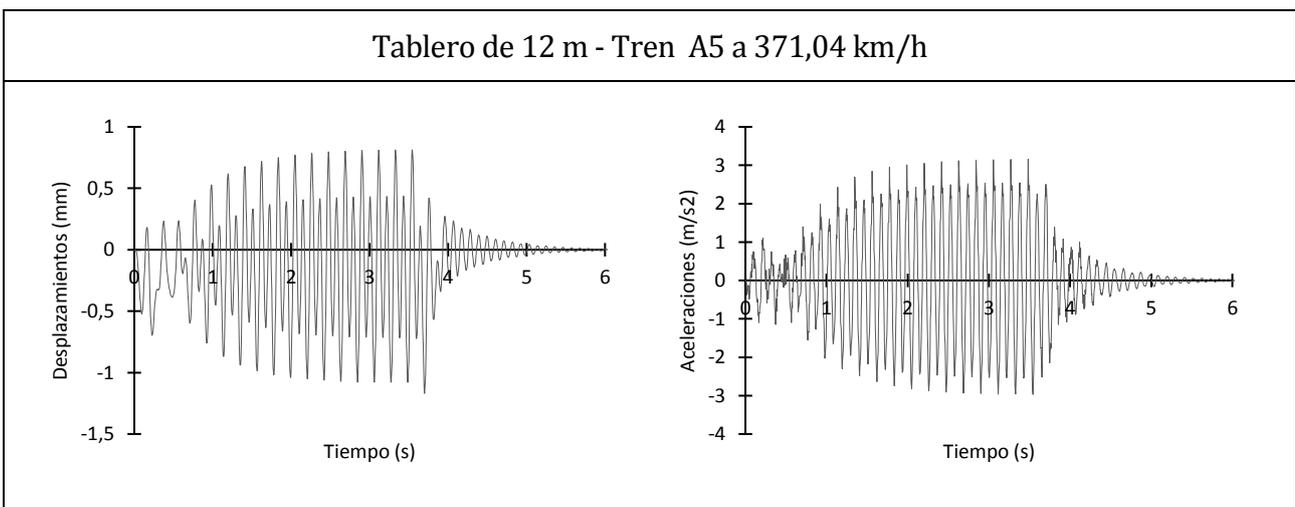
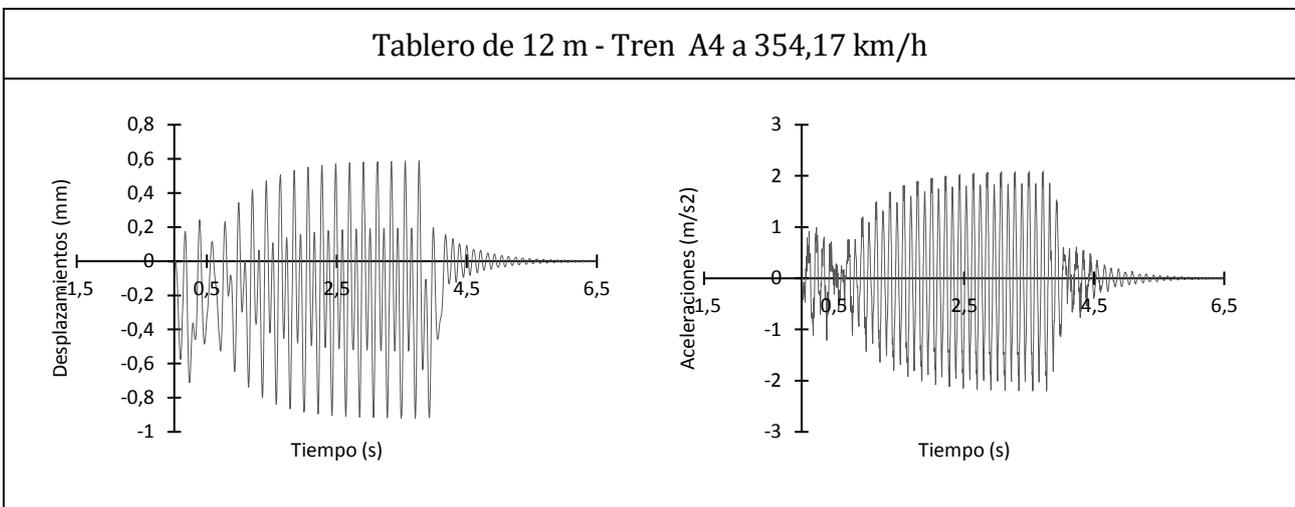
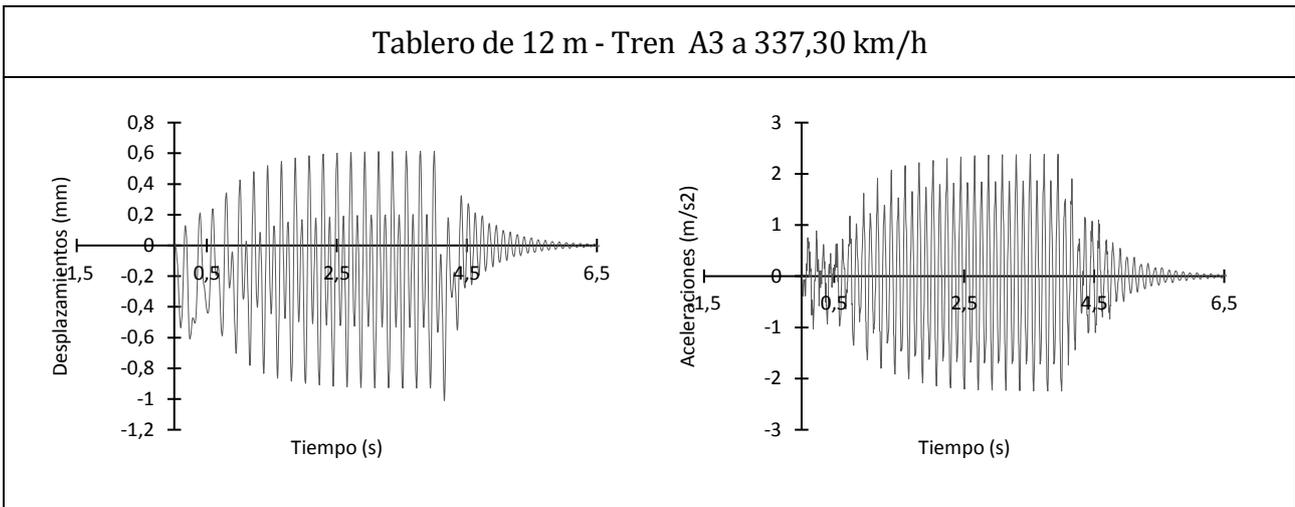
Tablero de 12 m - Tren A1 a 303,58 km/h



Tablero de 12 m - Tren A2 a 320,44 km/h

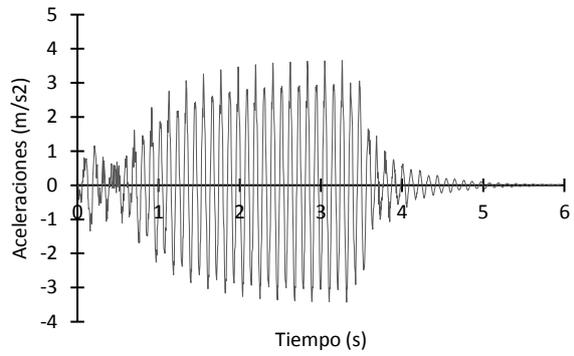
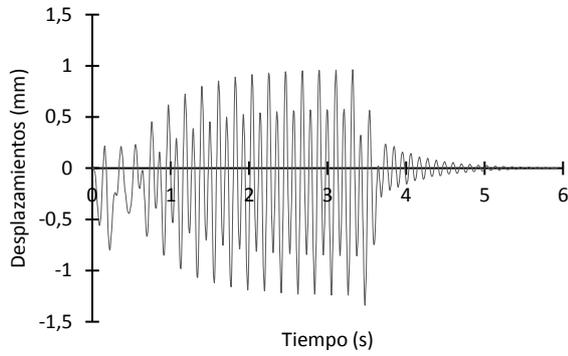


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

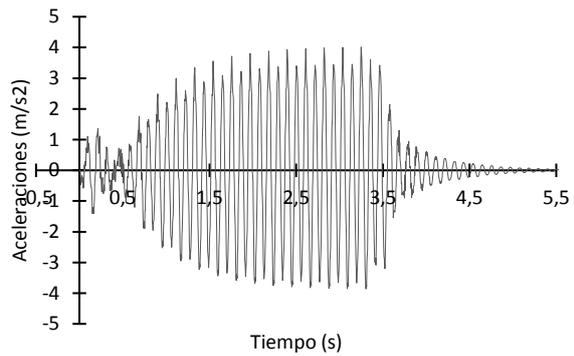
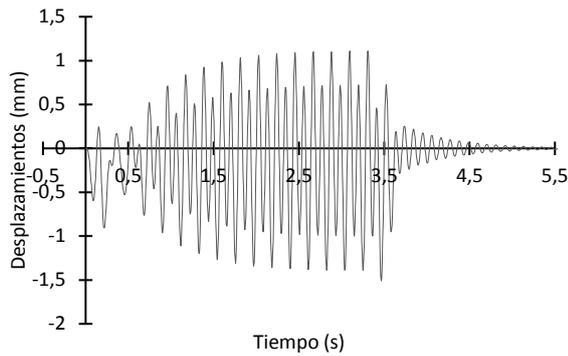


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

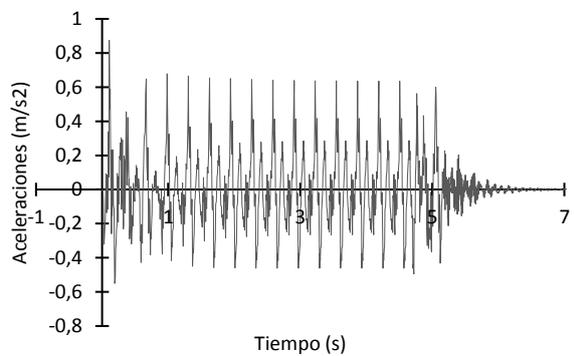
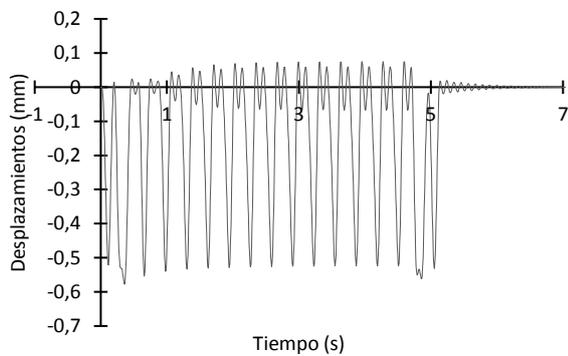
Tablero de 12 m - Tren A6 a 387,90 km/h



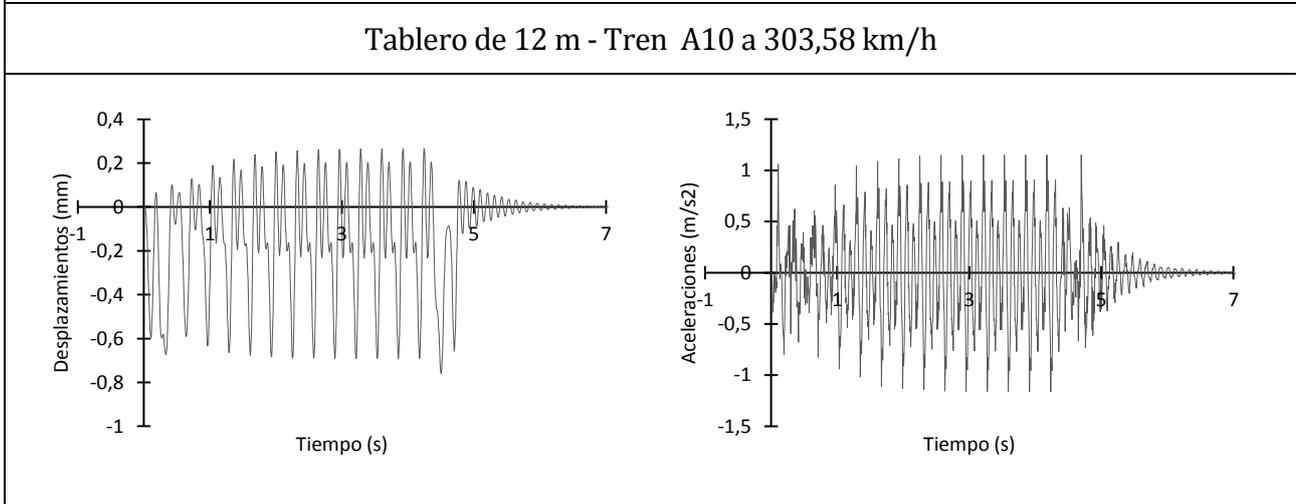
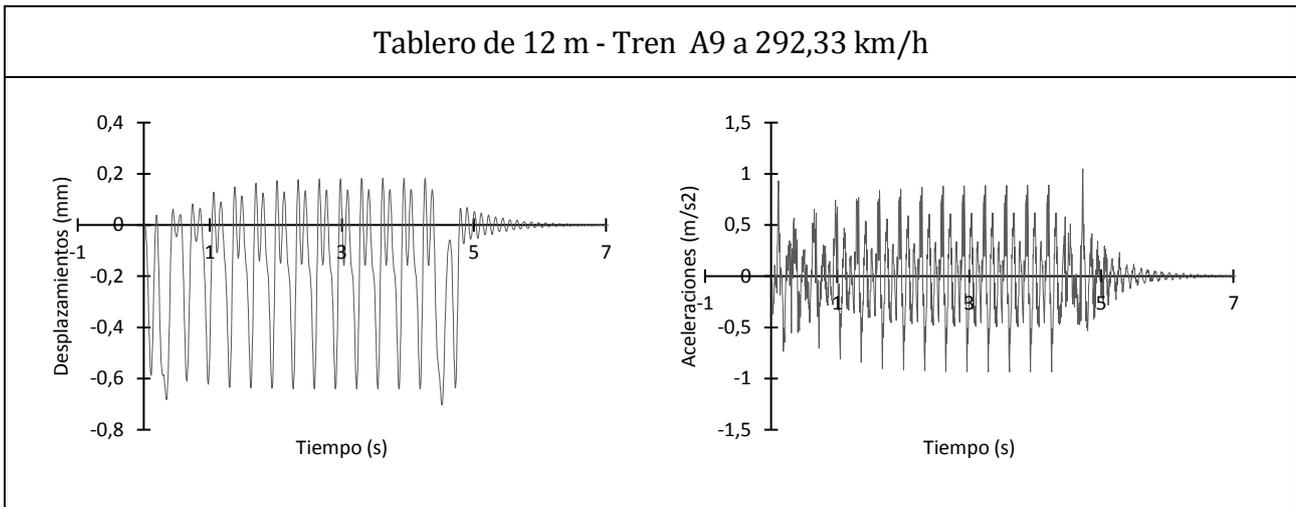
Tablero de 12 m - Tren A7 a 404,77 km/h



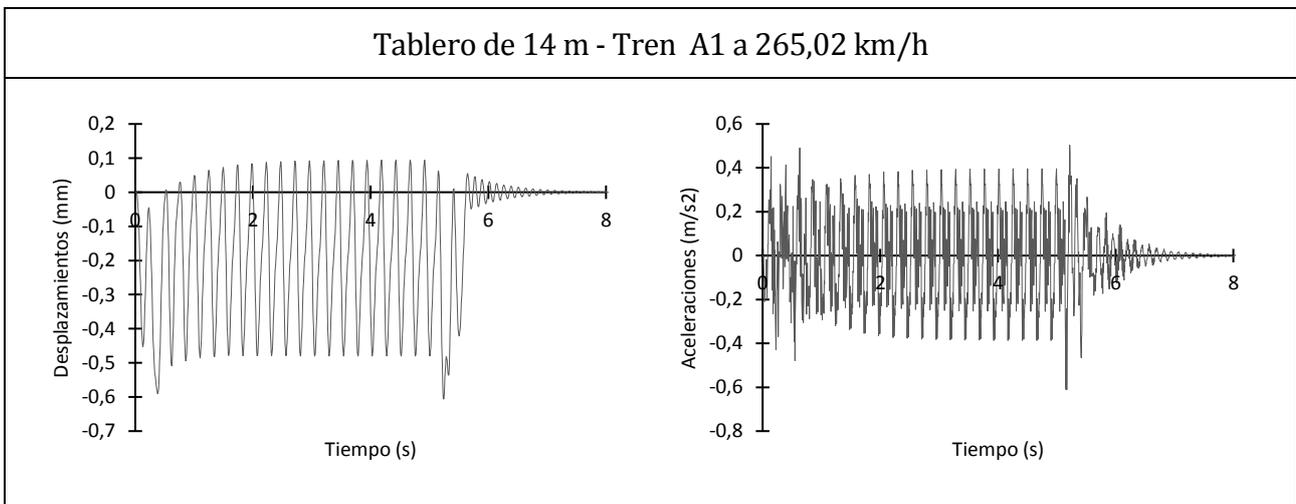
Tablero de 12 m - Tren A8 a 281,09 km/h



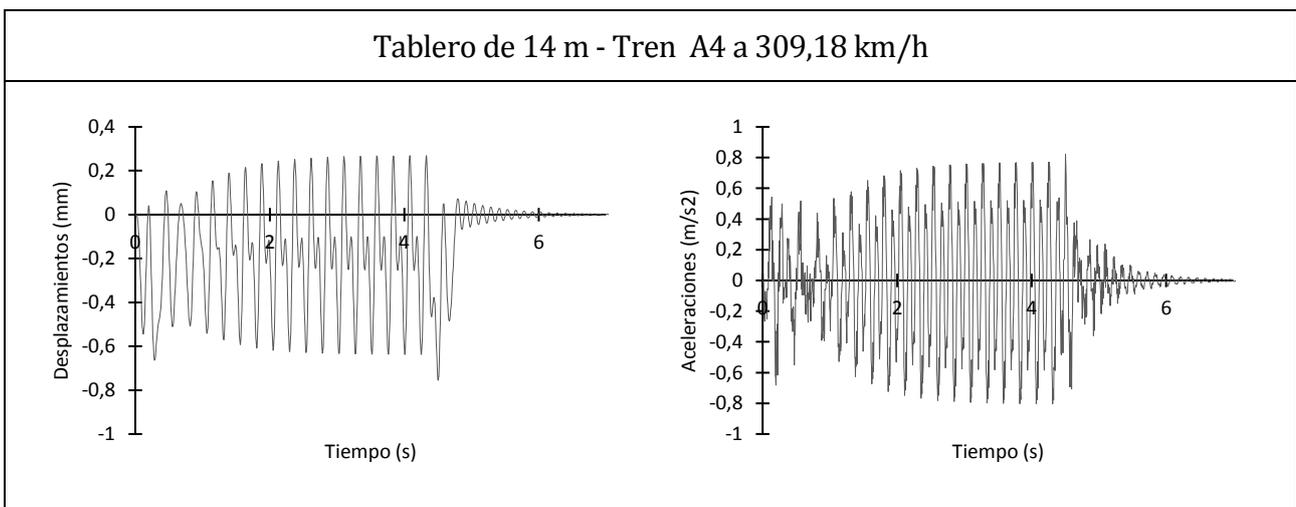
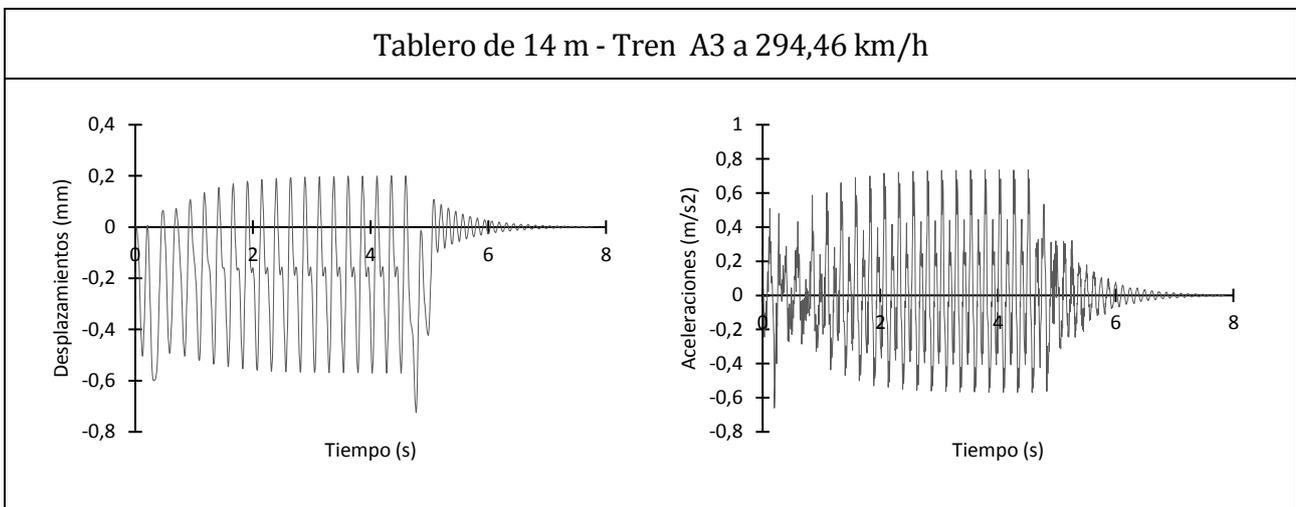
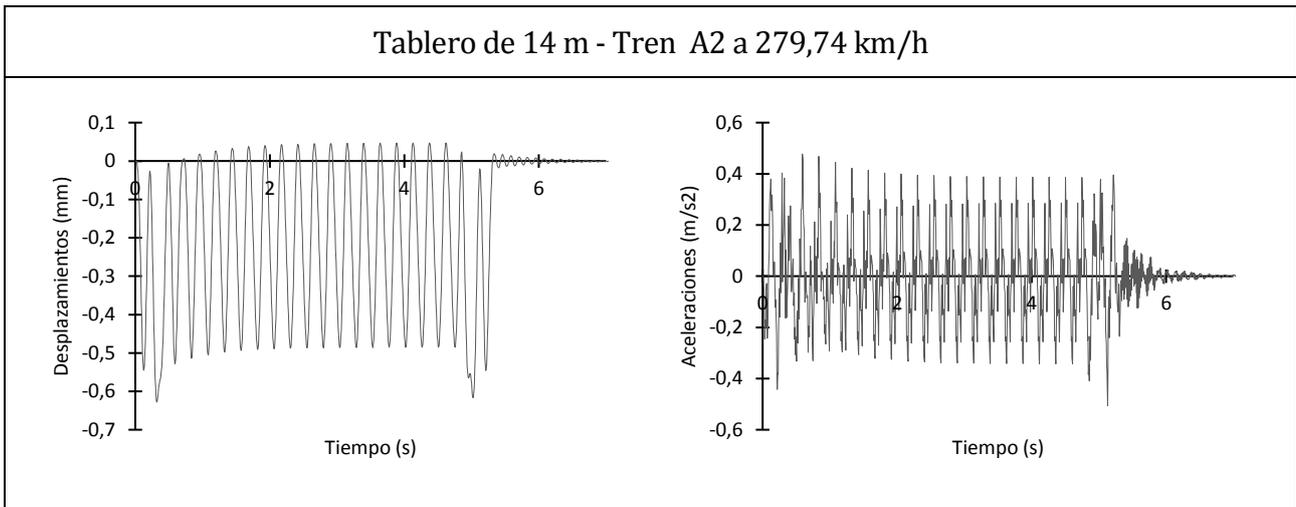
Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



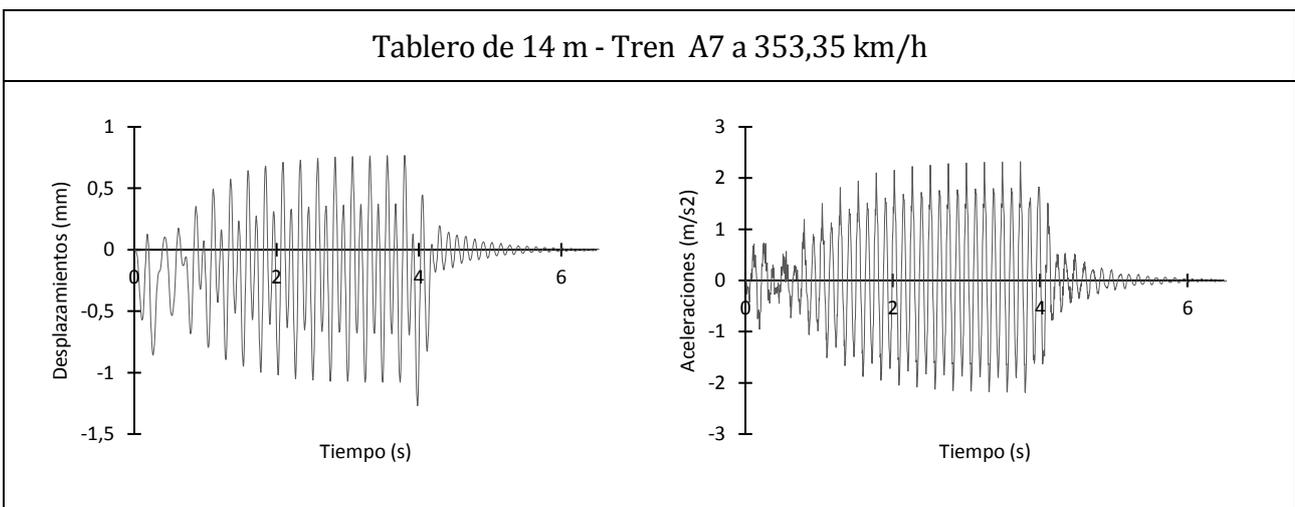
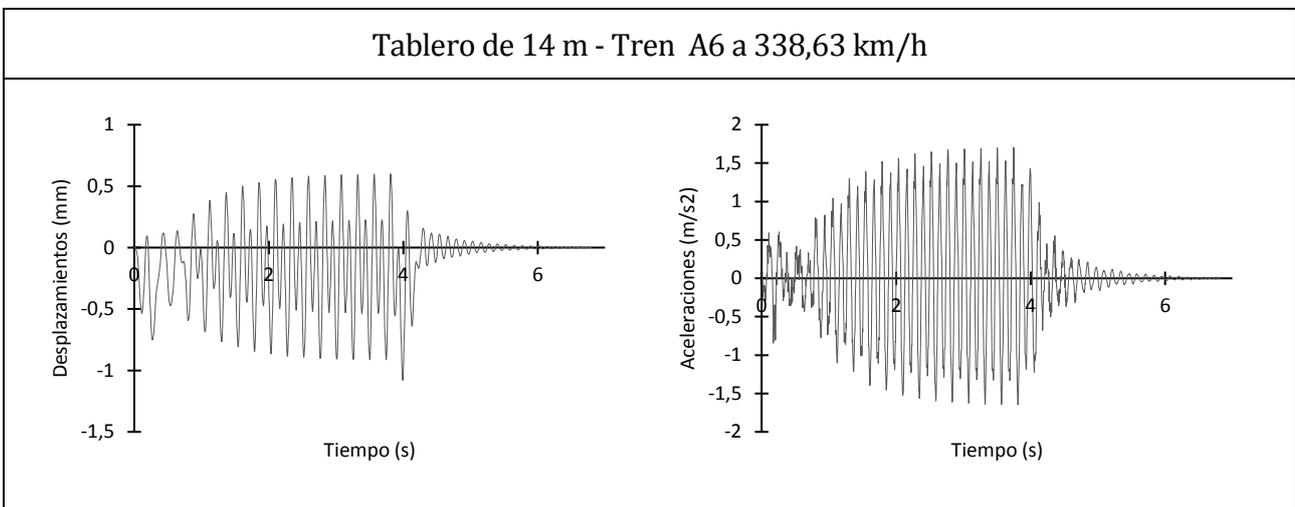
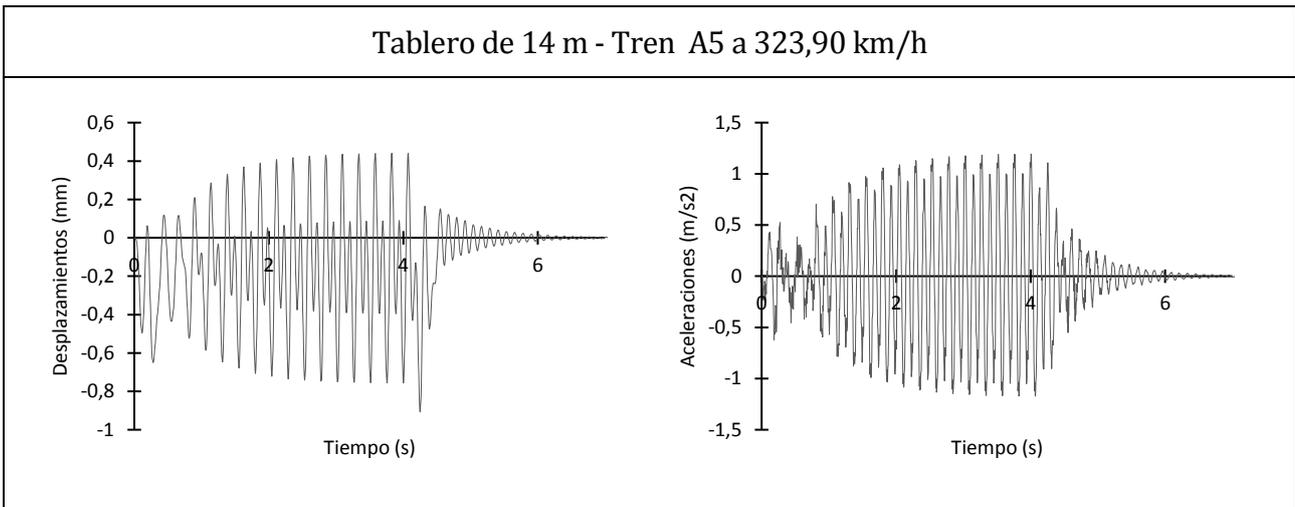
## 8 TABLERO DE 14 METROS



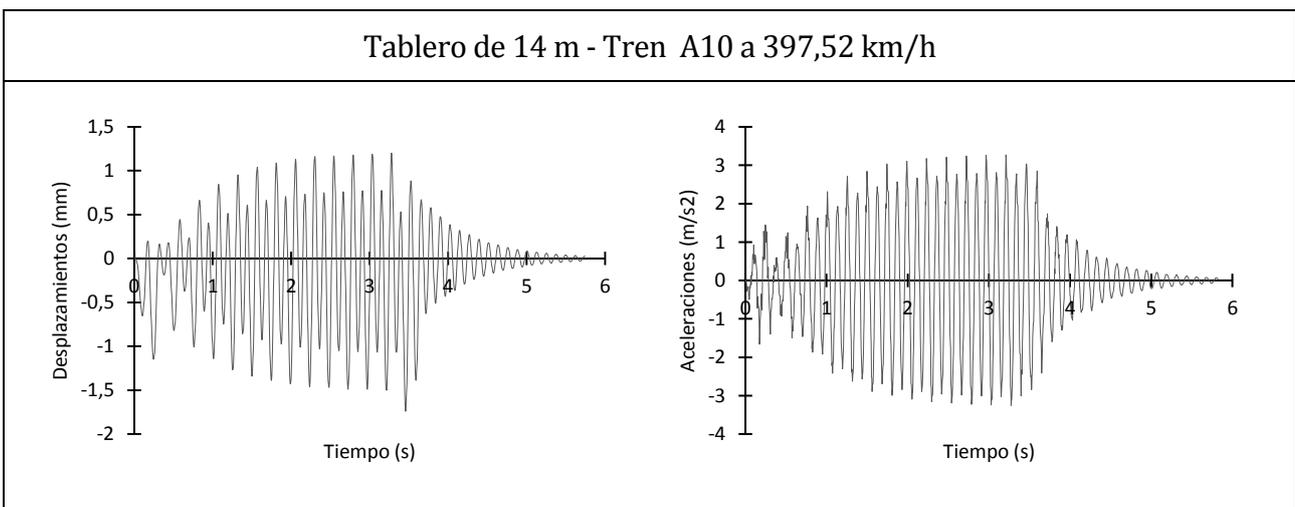
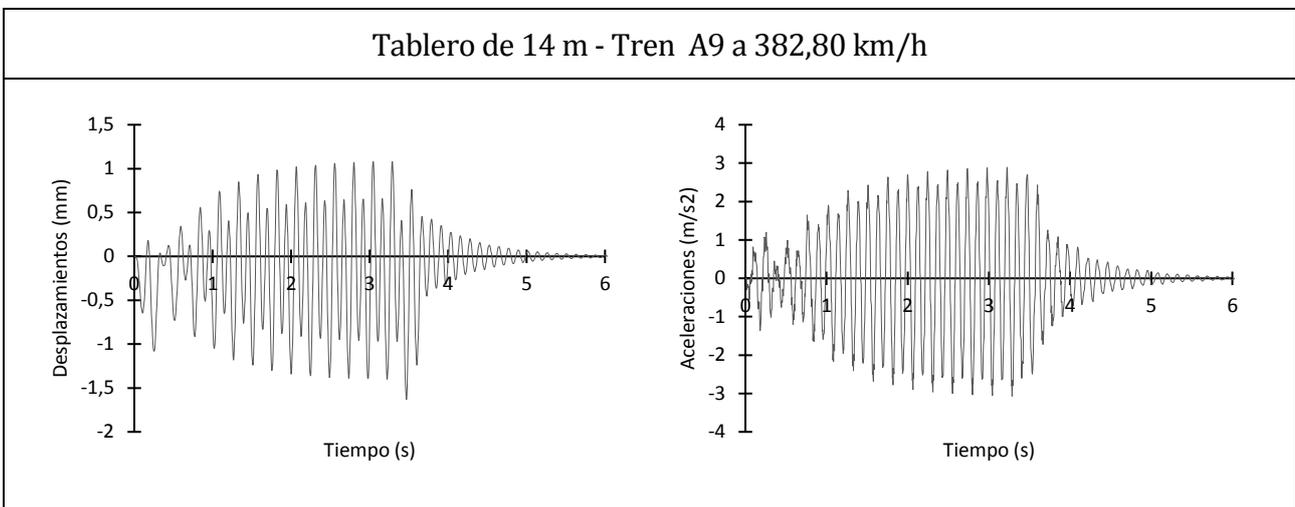
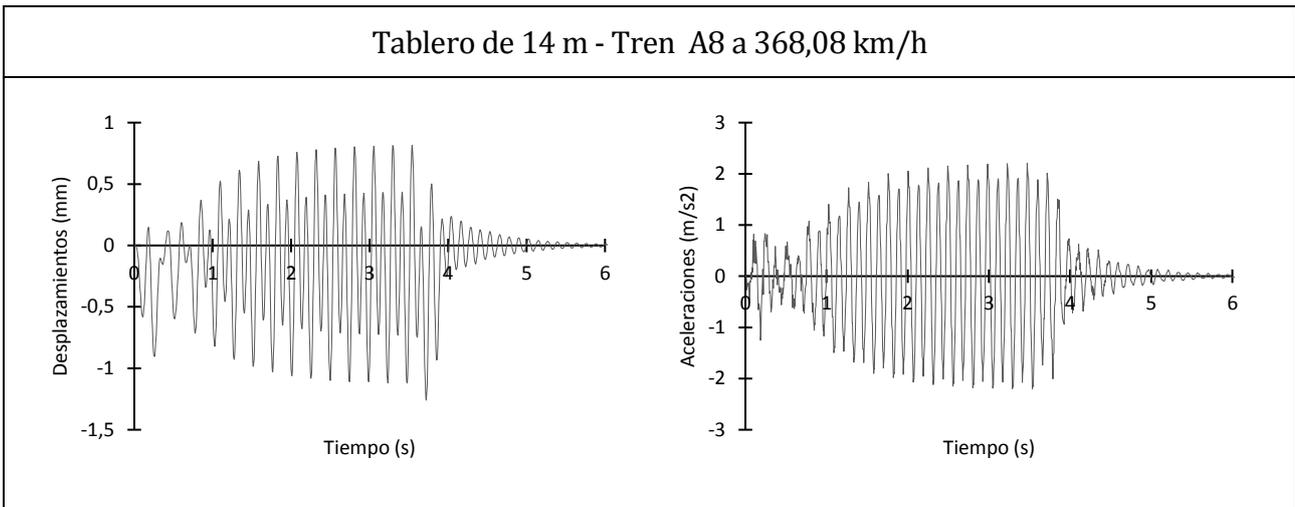
Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

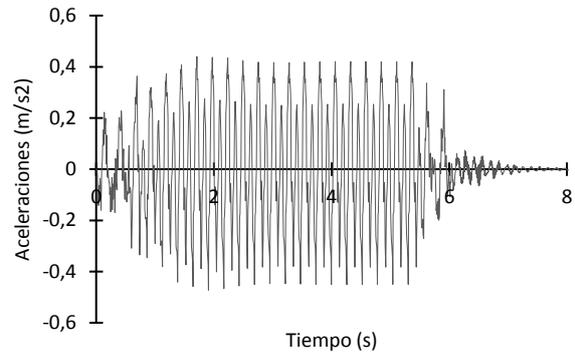
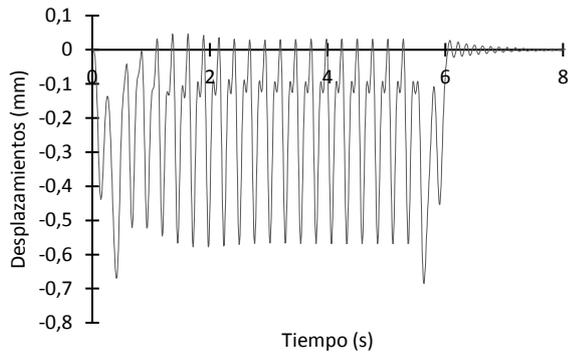


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

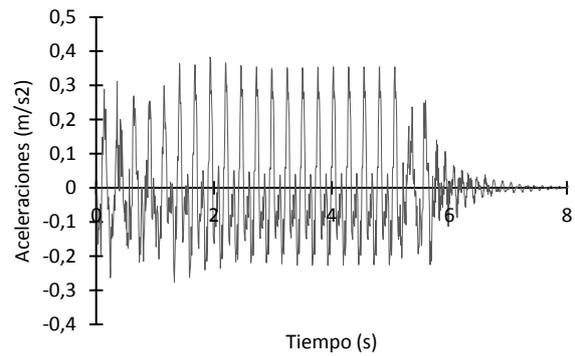
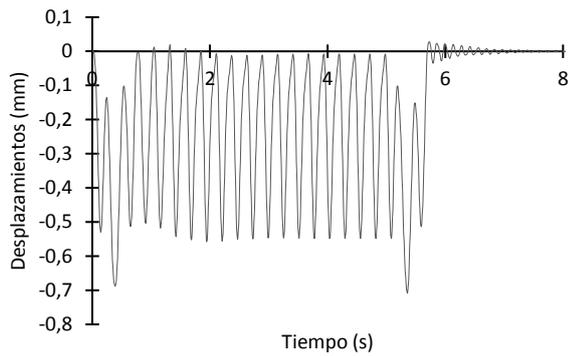


# 9 TABLERO DE 16 METROS

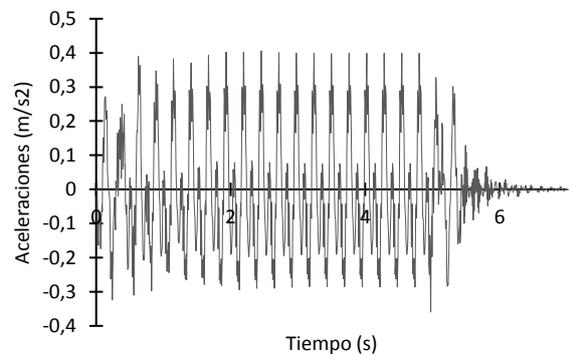
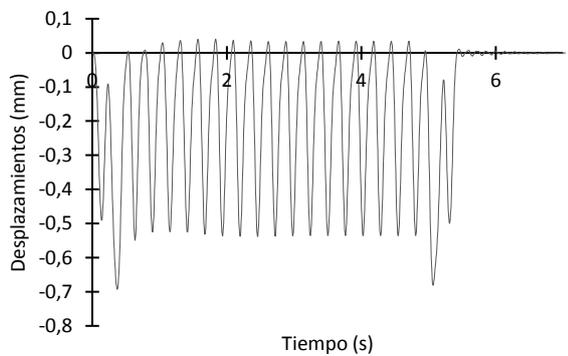
Tablero de 16 m - Tren A1 a 248,12 km/h



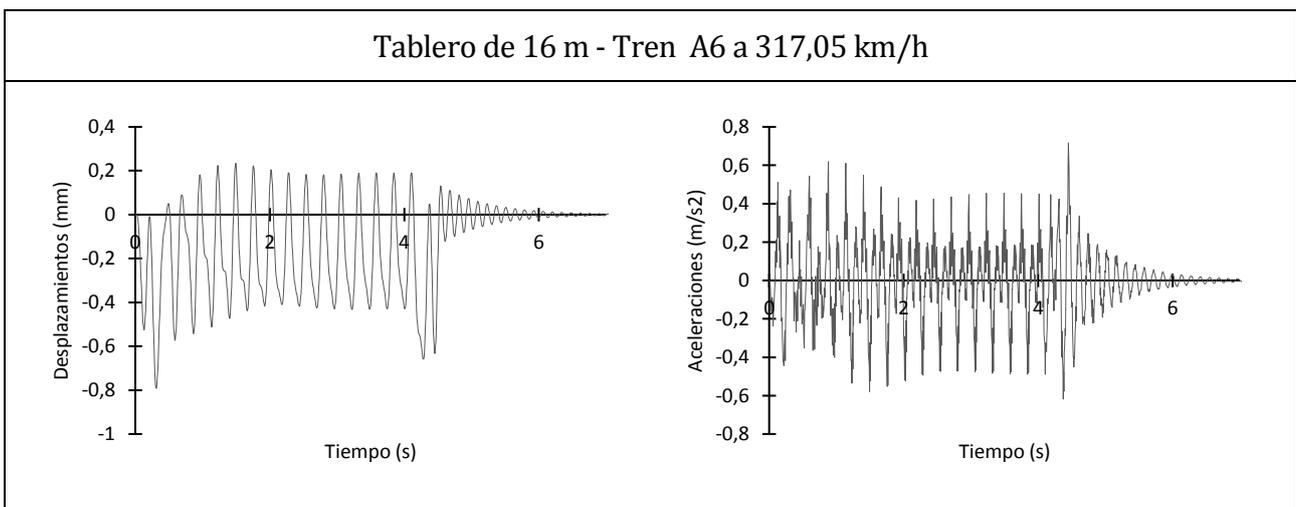
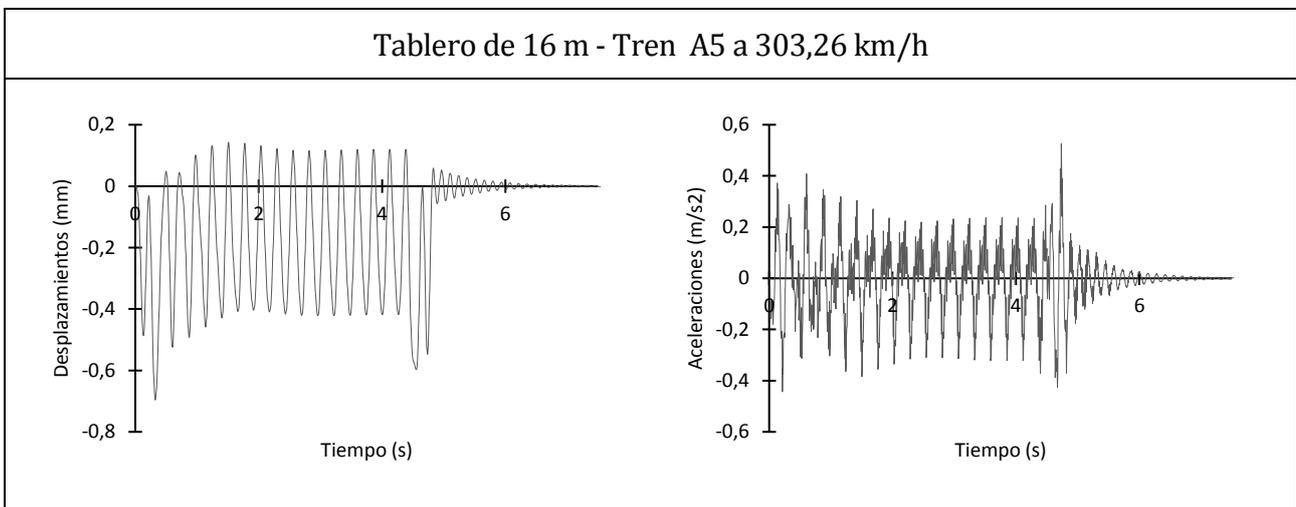
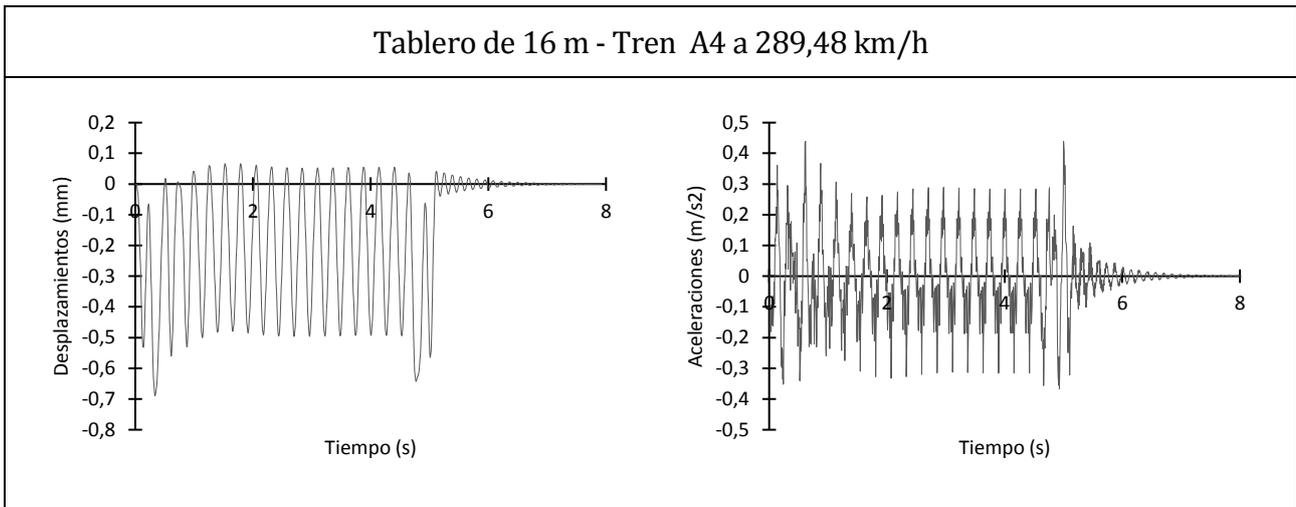
Tablero de 16 m - Tren A2 a 261,90 km/h



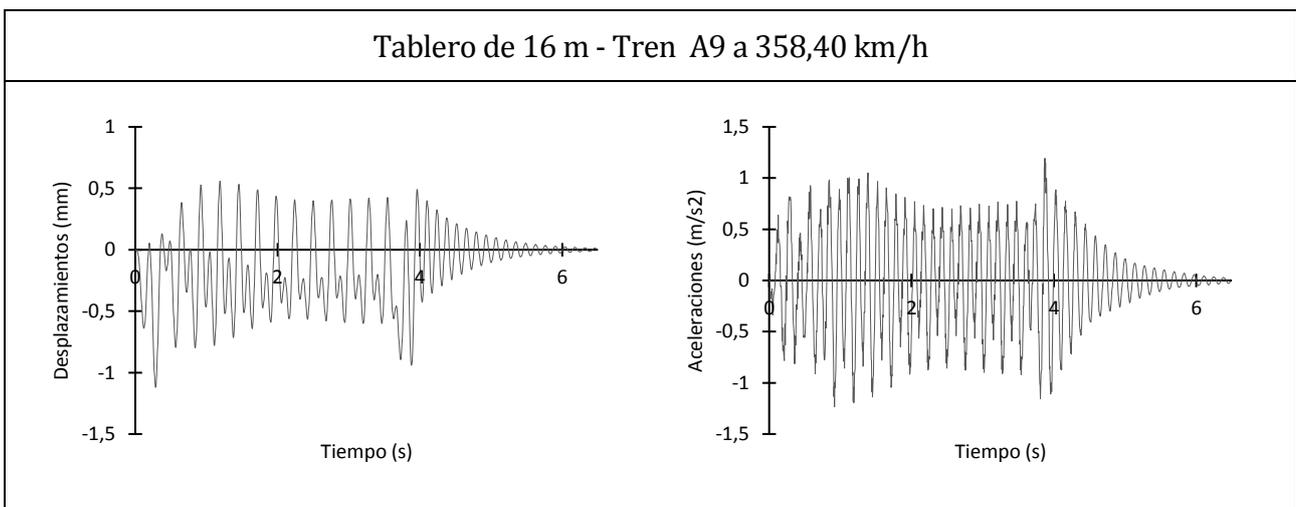
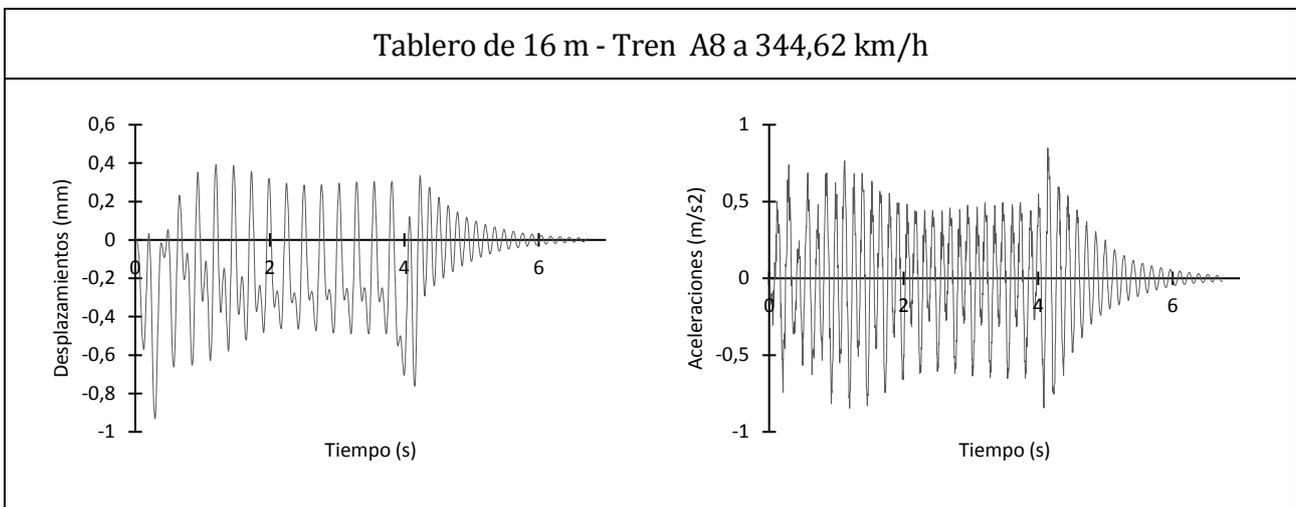
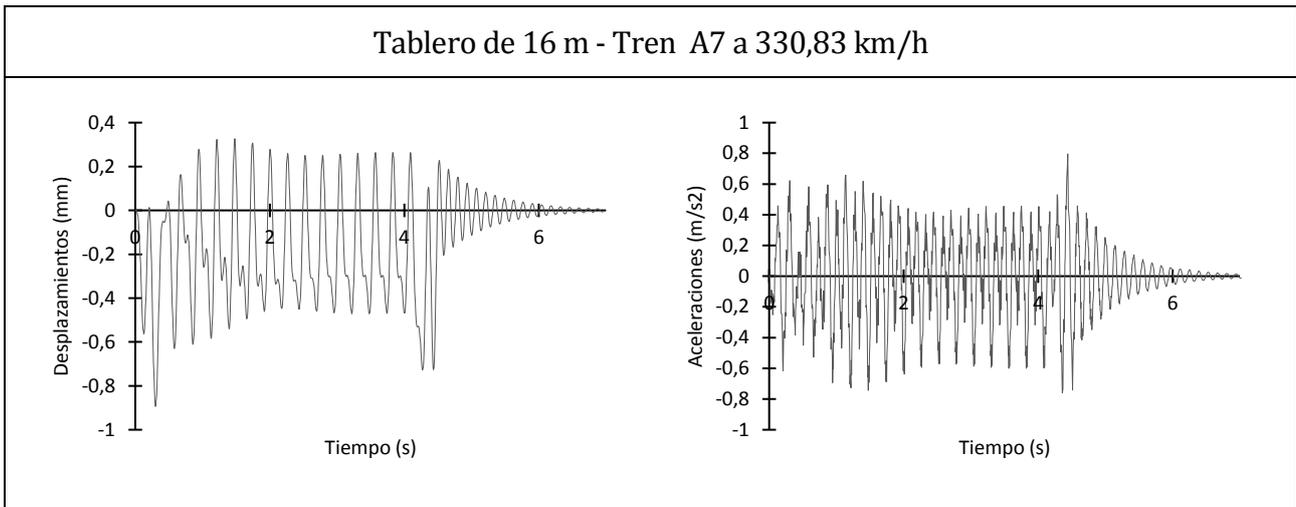
Tablero de 16 m - Tren A3 a 275,69 km/h

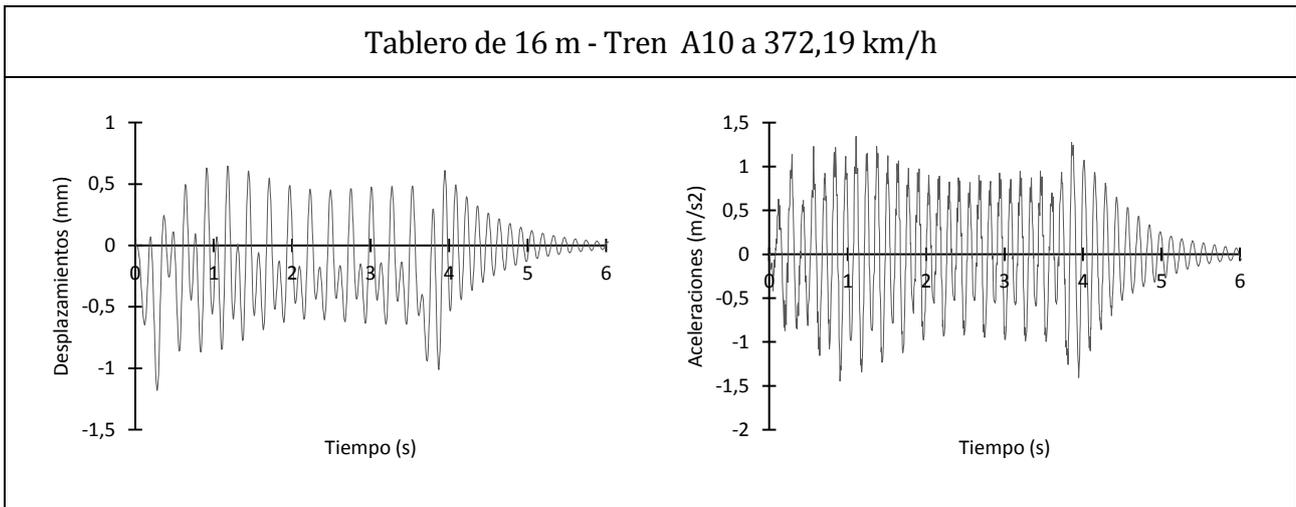


Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

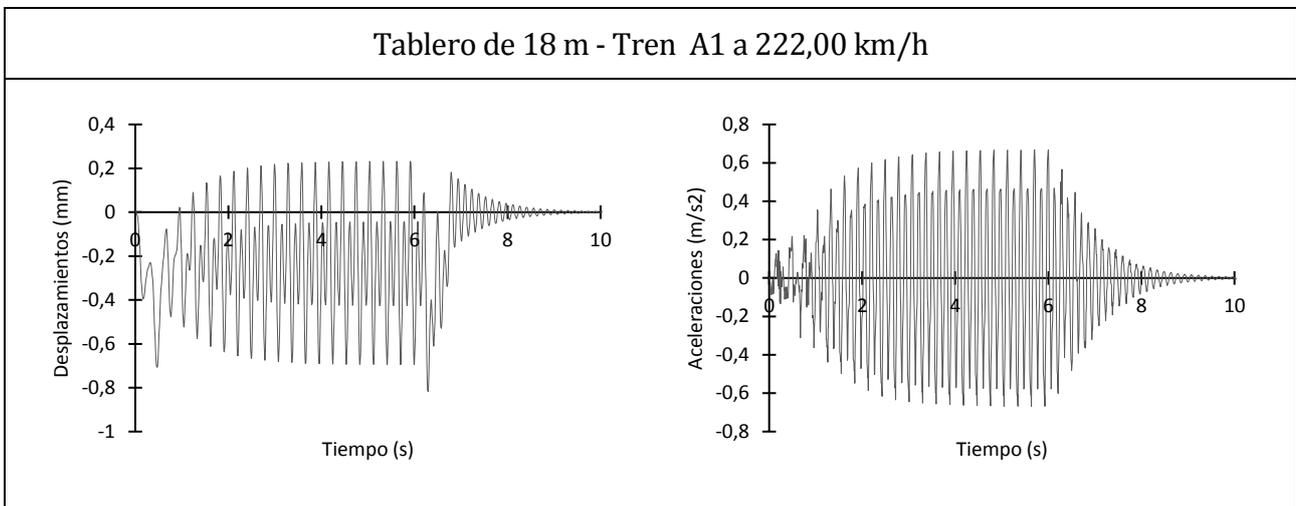




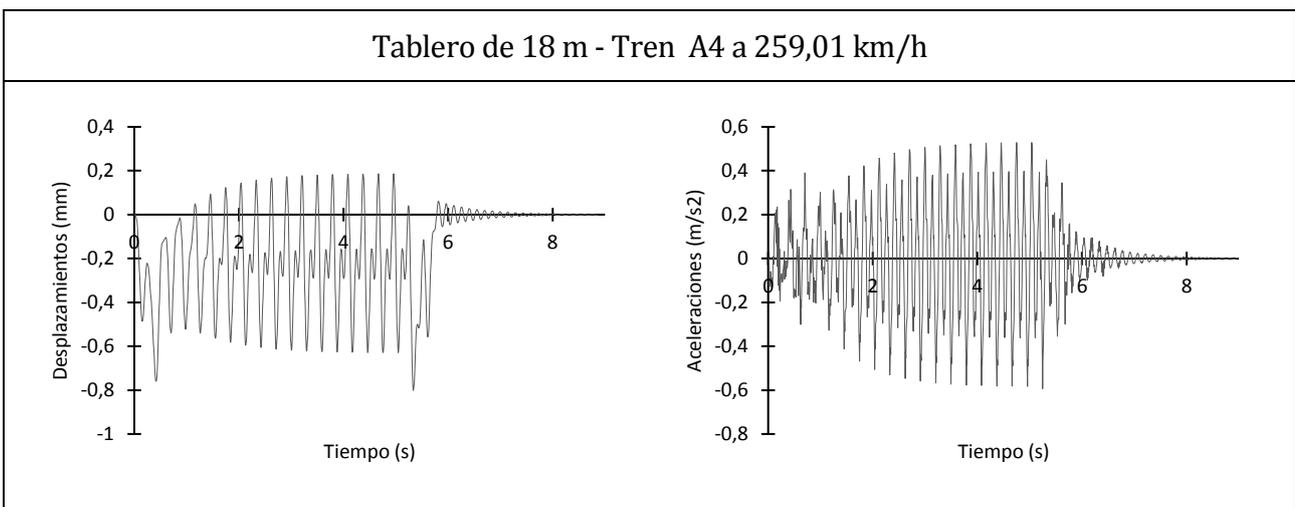
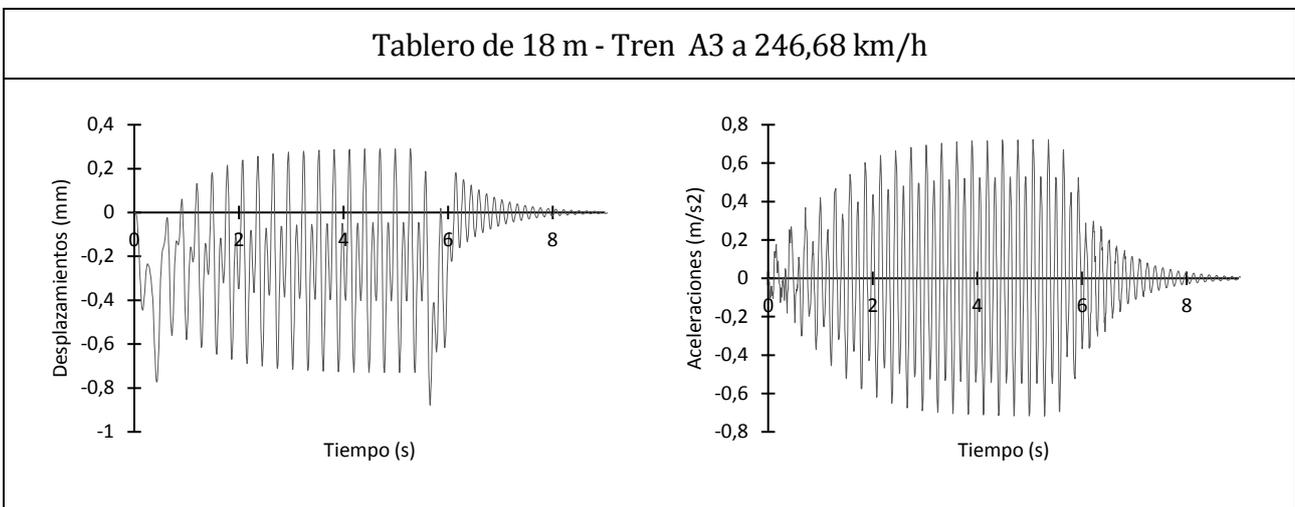
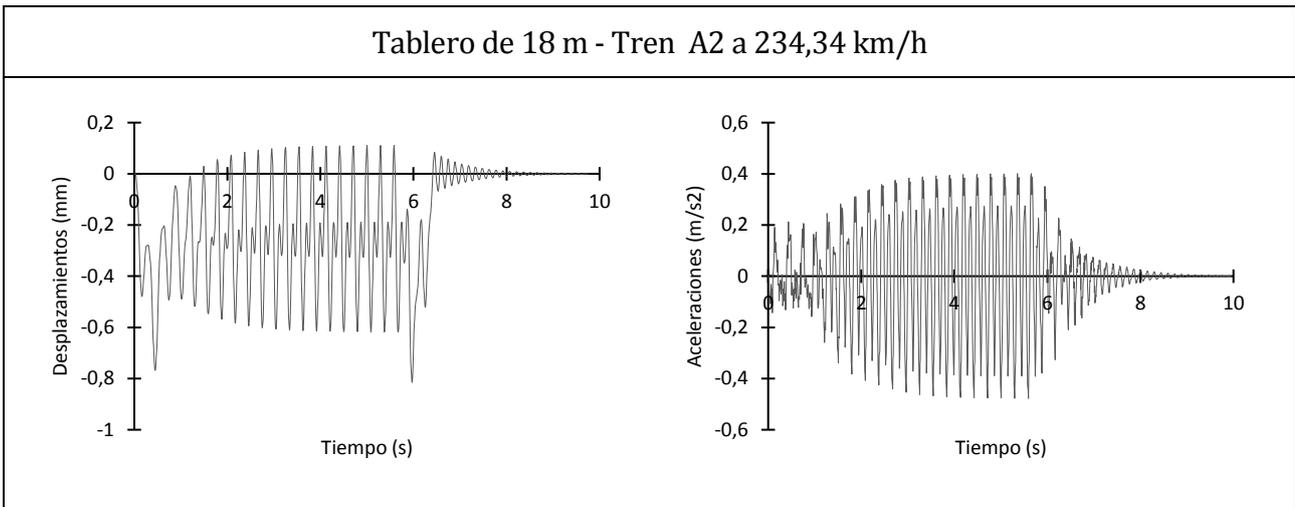
**10**

**T**

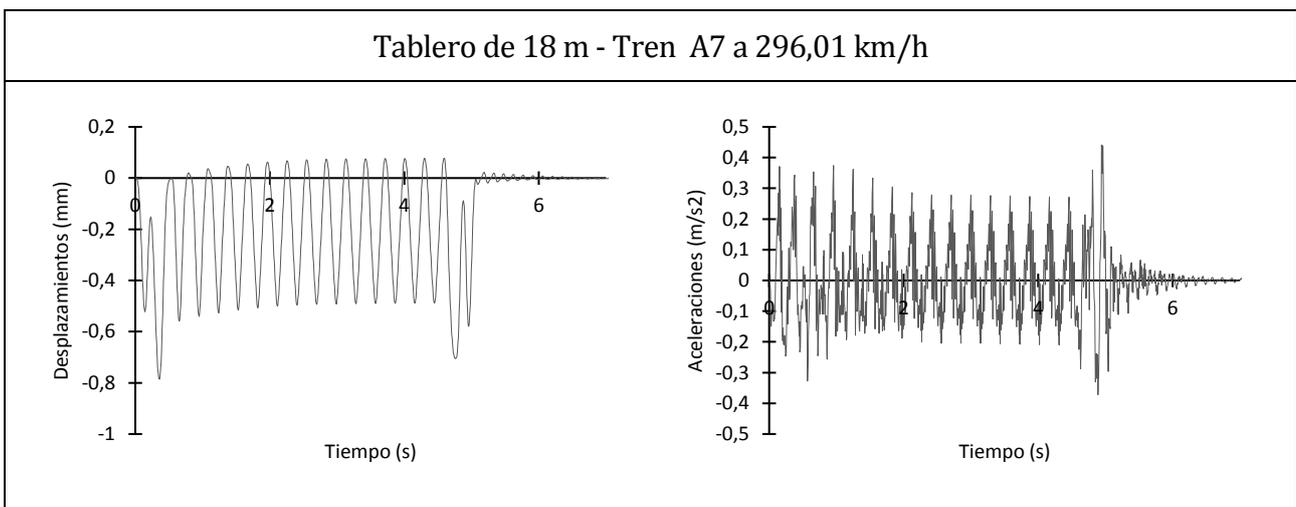
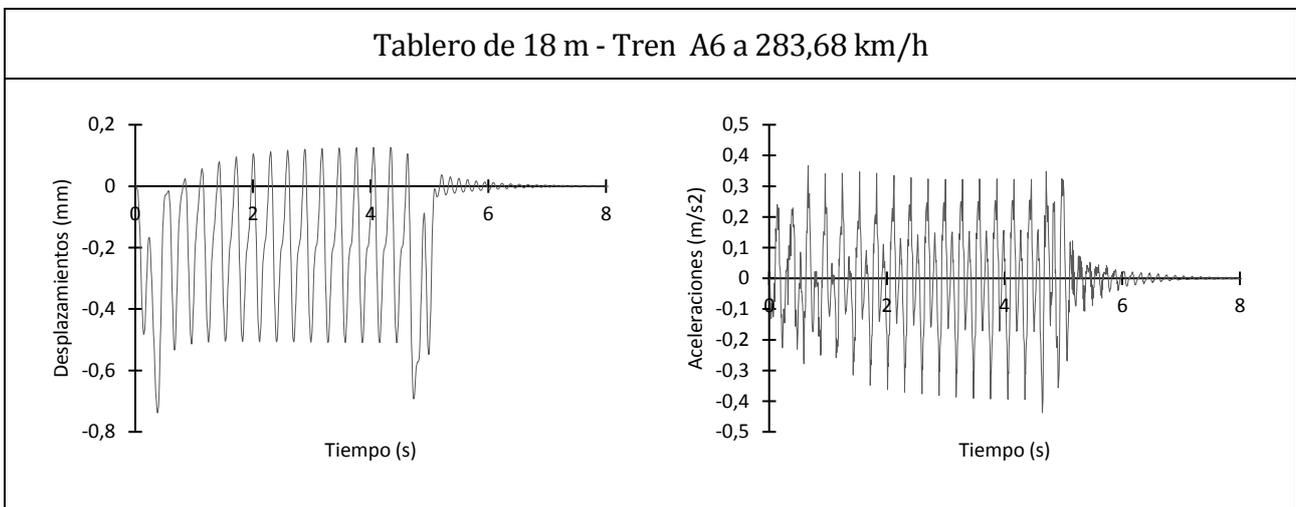
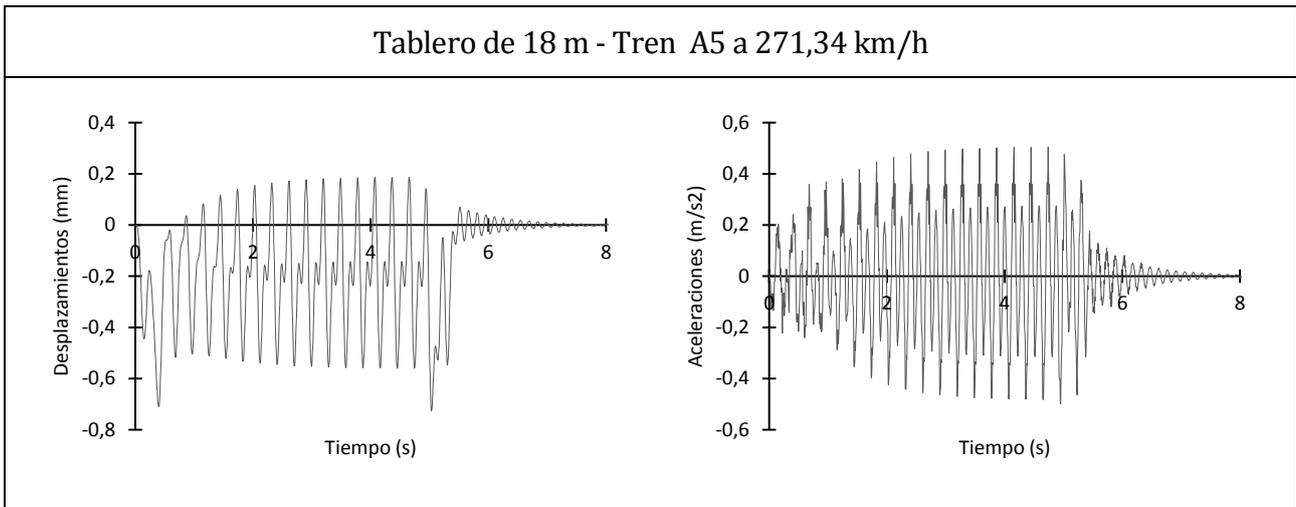
## TABLERO DE 18 METROS



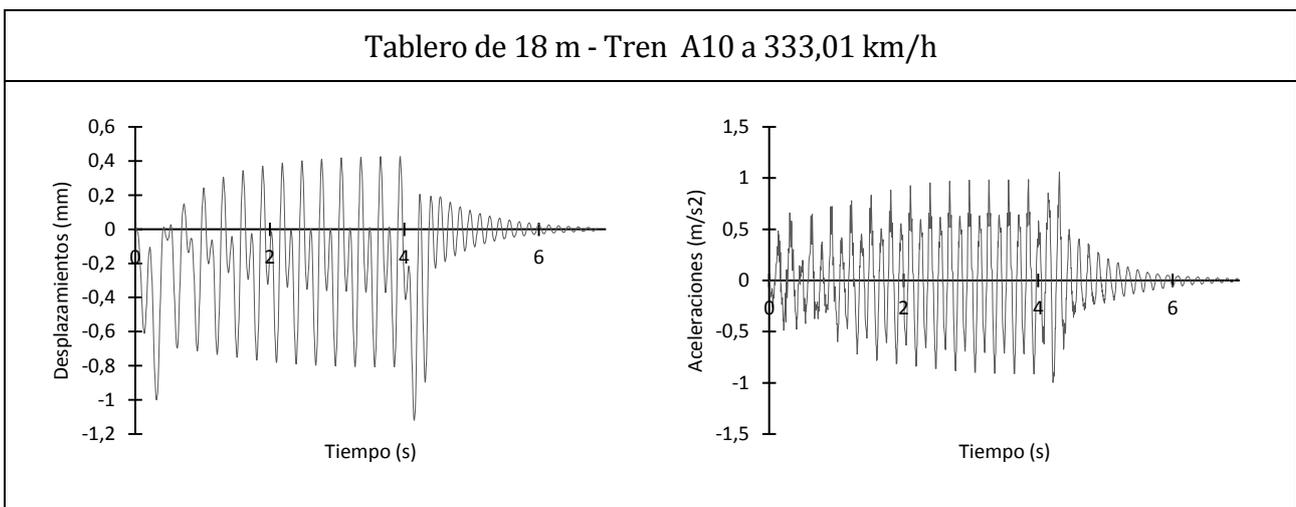
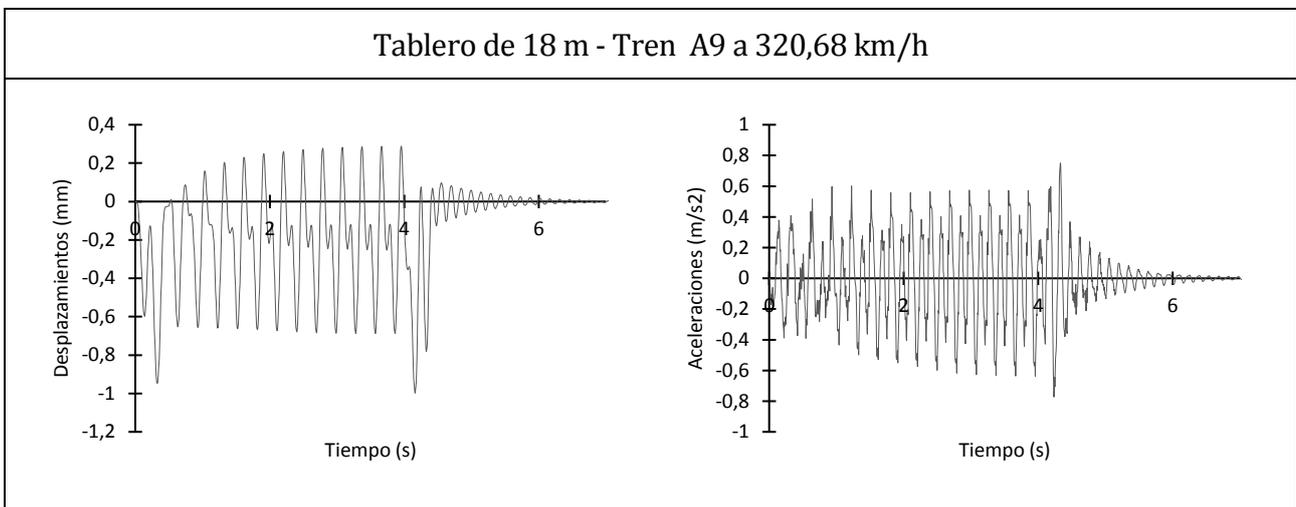
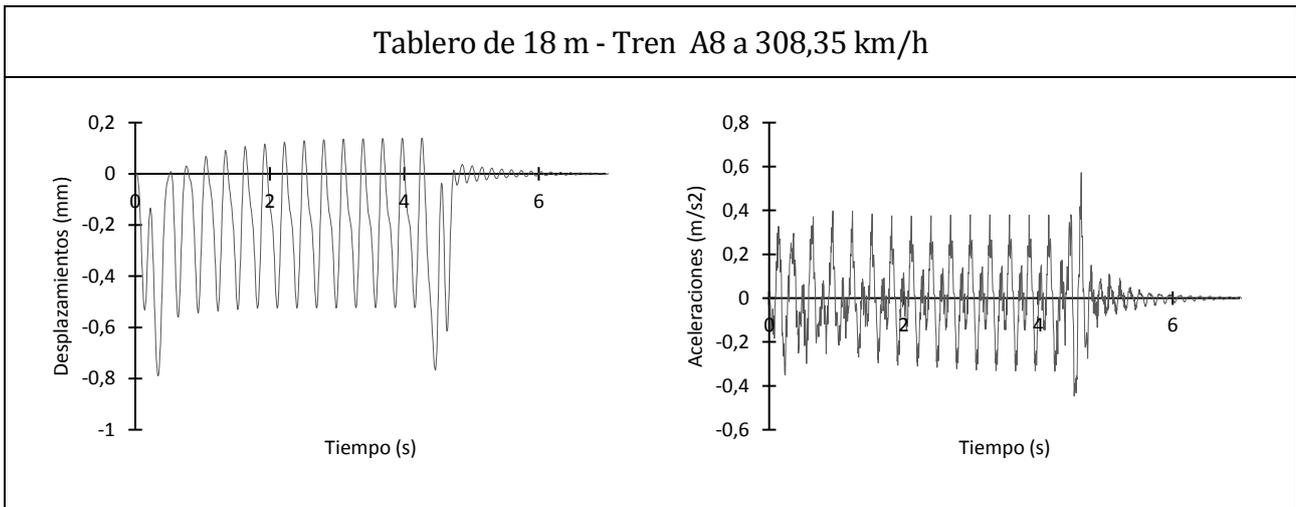
Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



Anexo I.- Resultados de modelo con tablero aislado: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos





**ANEXO II.- RESULTADOS DE MODELO COMPLETO CON  
TERRENO Y CIMENTACIONES DIRECTAS: GRÁFICAS DE  
ACELERACIONES Y DESPLAZAMIENTOS**

TRABAJO FIN DE MÁSTER:

Estudio de la respuesta dinámica en puentes de ferrocarril de losa maciza  
para LAV incluyendo interacción suelo-estructura



# ÍNDICE DE ANEXO II

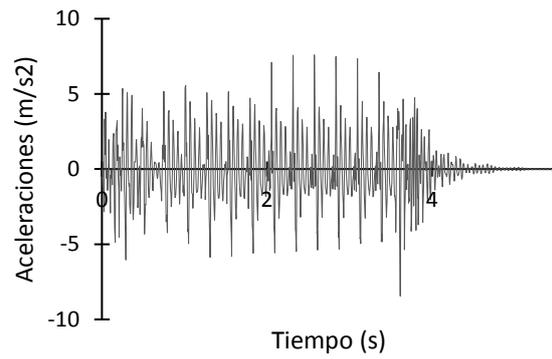
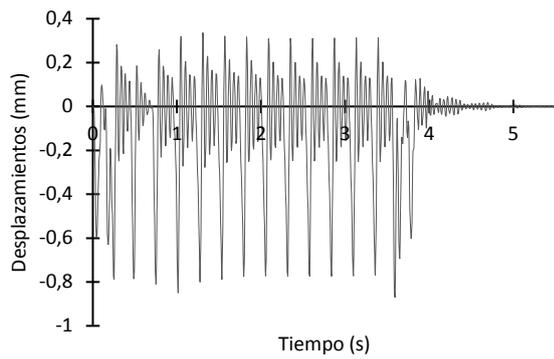
---

1	Modelo con terreno de $E=3100$ MPa .....	1
2	Modelo con terreno de $E=900$ MPa .....	4
3	Modelo con terreno de $E=220$ MPa .....	8

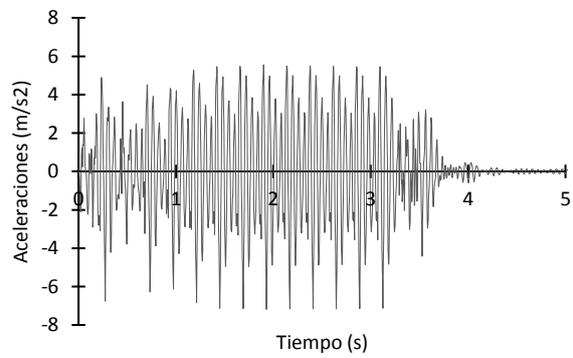
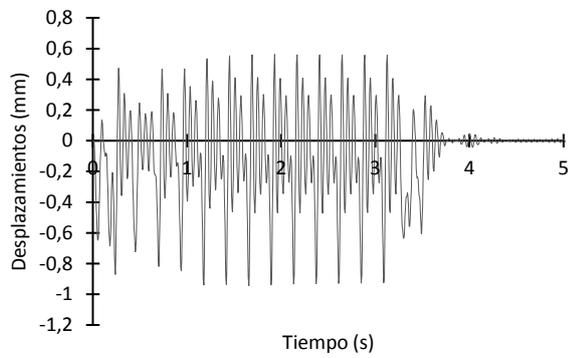


# 1 MODELO CON TERRENO DE $E=3100$ MPA

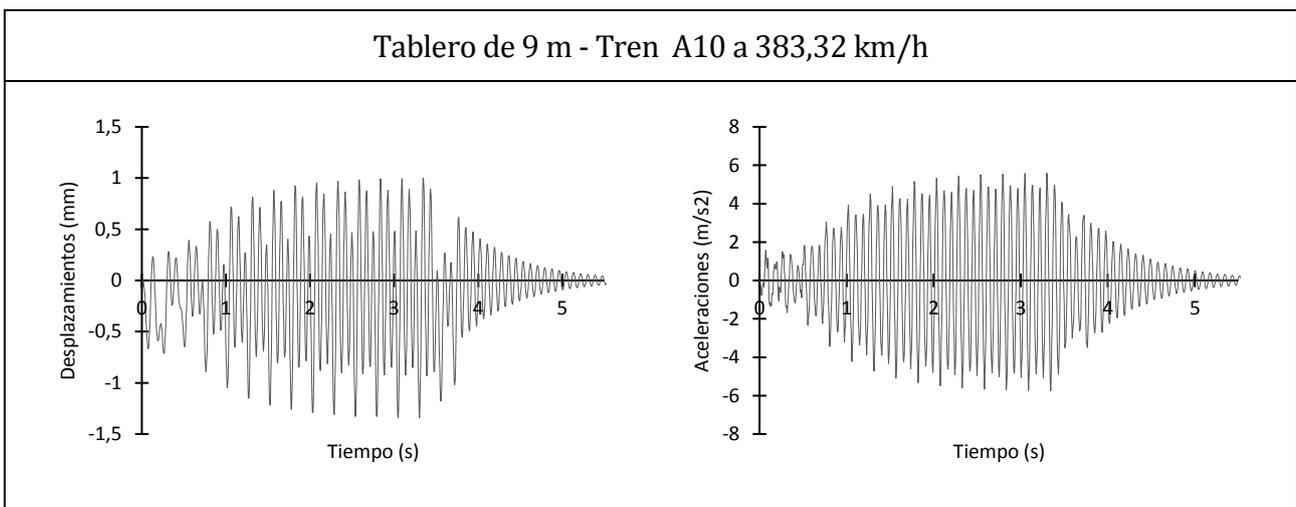
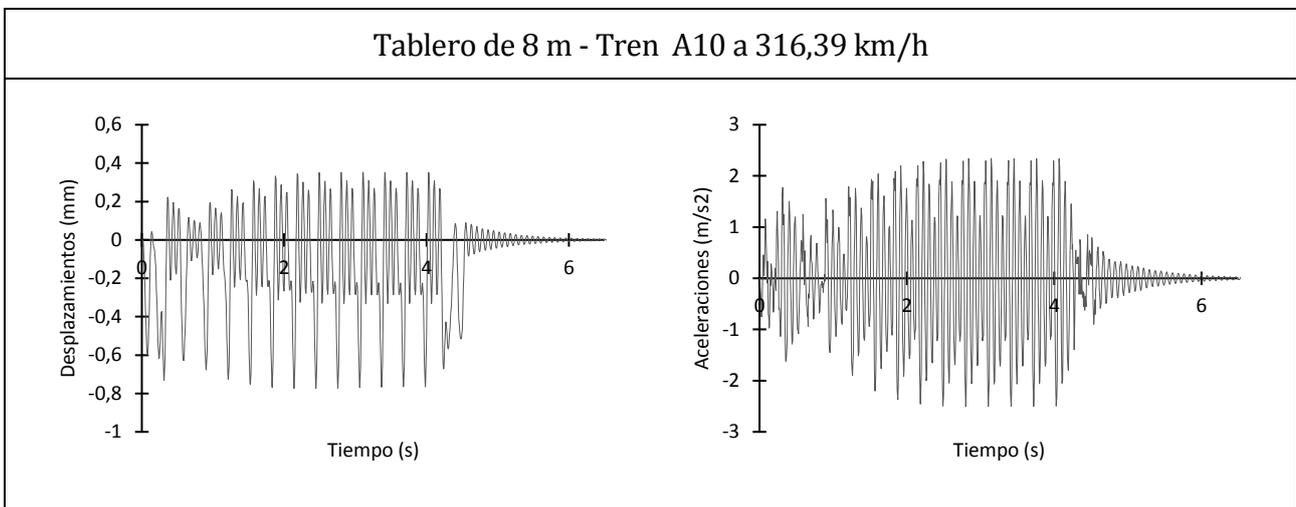
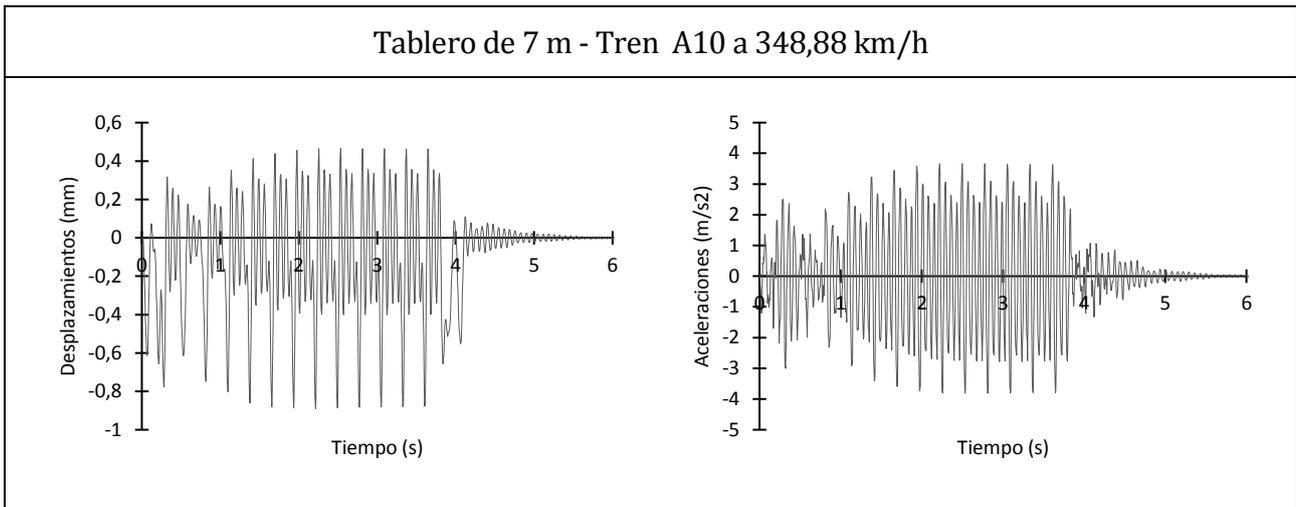
Tablero de 5 m - Tren A10 a 373,25 km/h

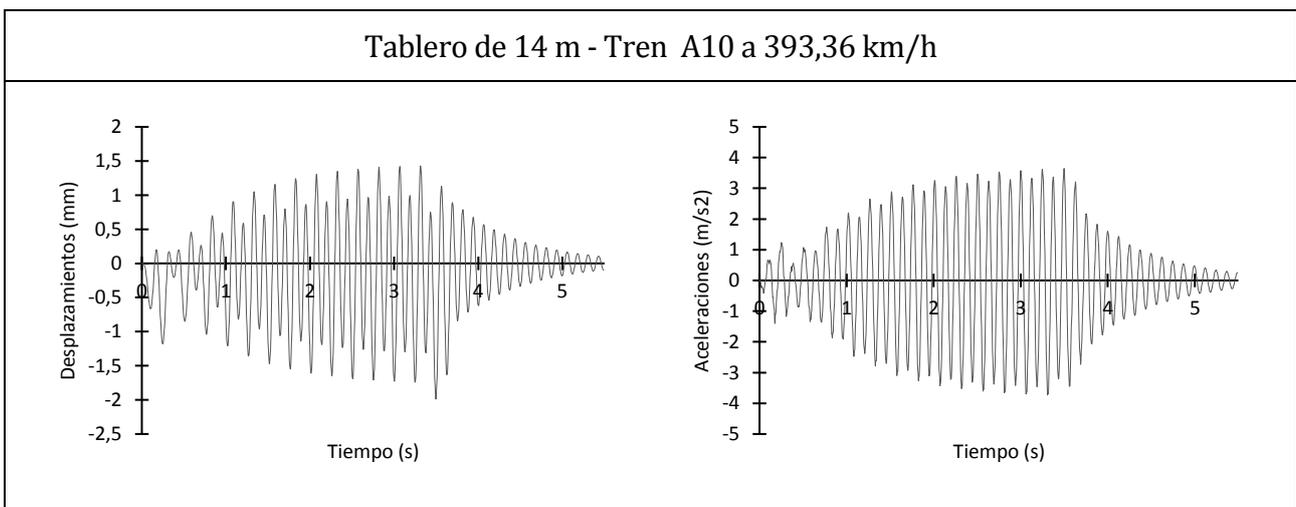
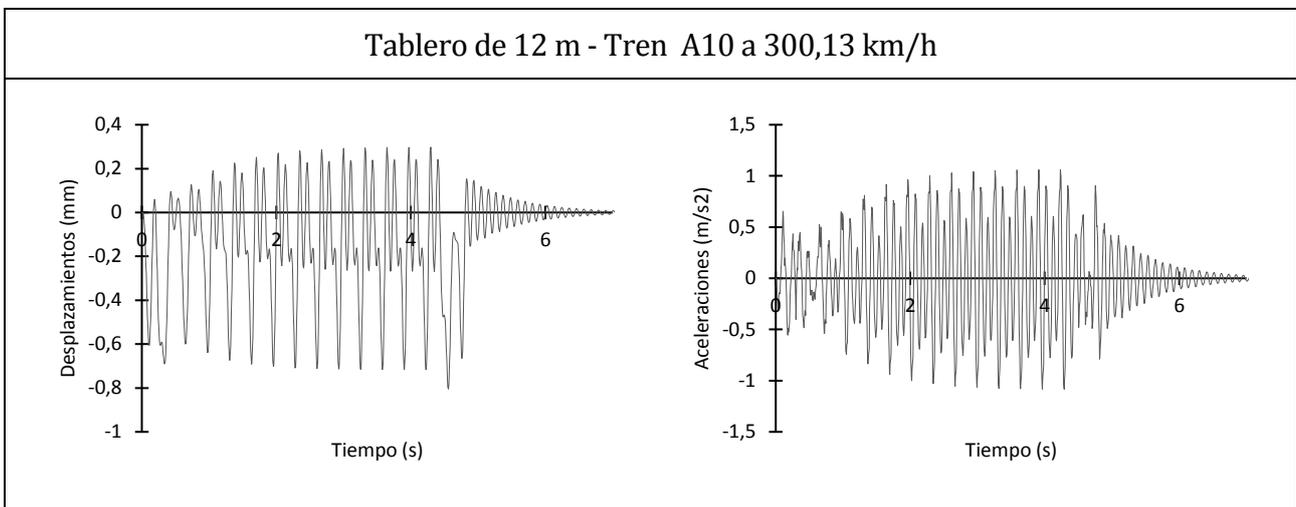
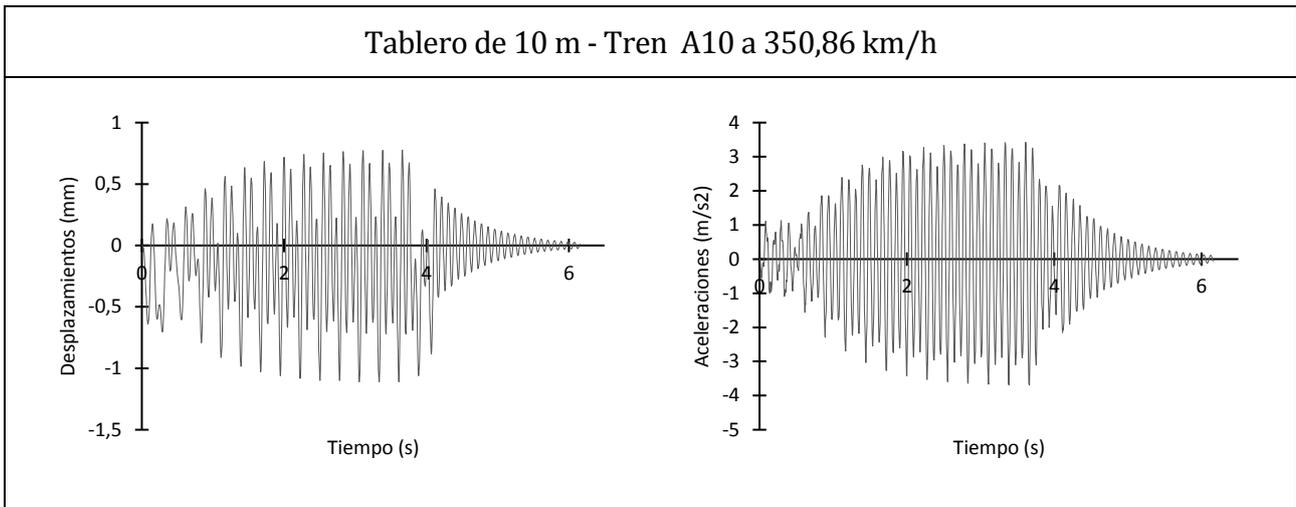


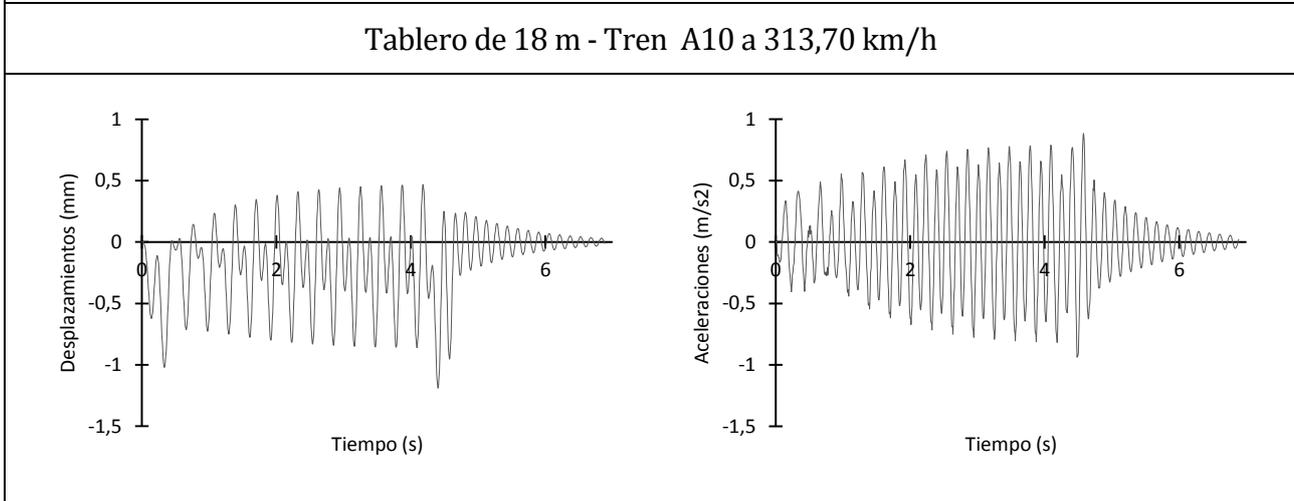
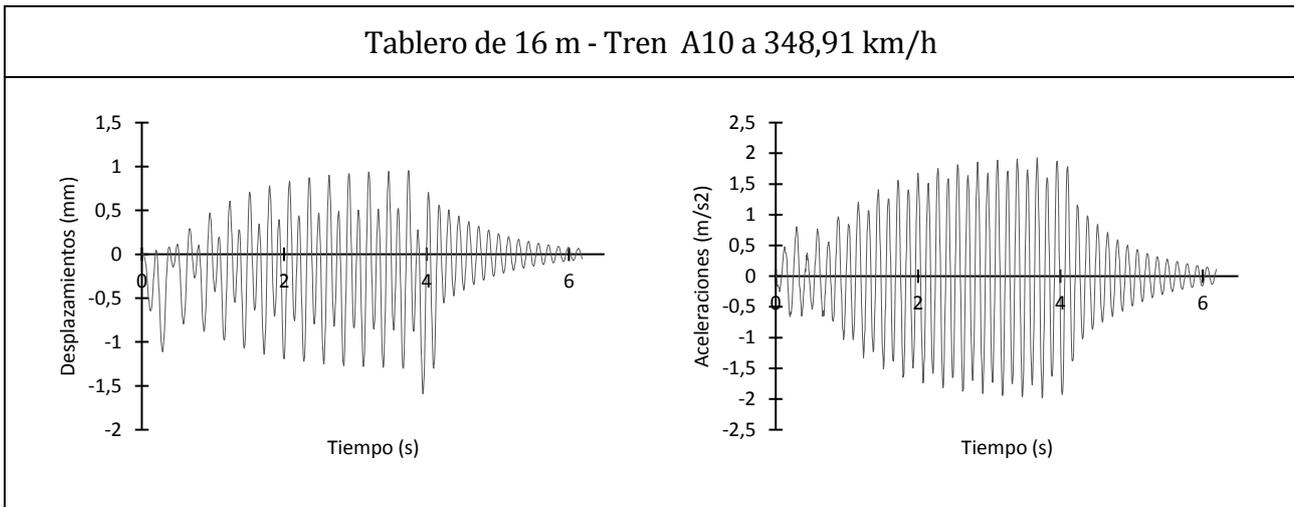
Tablero de 6 m - Tren A10 a 406,56 km/h



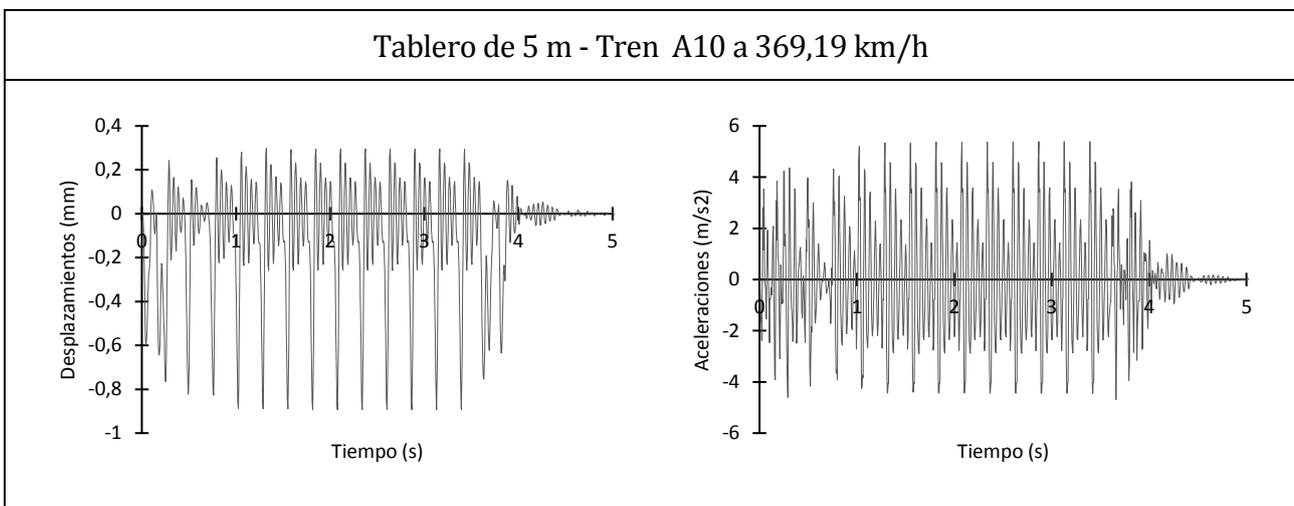
Anexo II.- Resultados de modelo completo con cimentaciones directas: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos



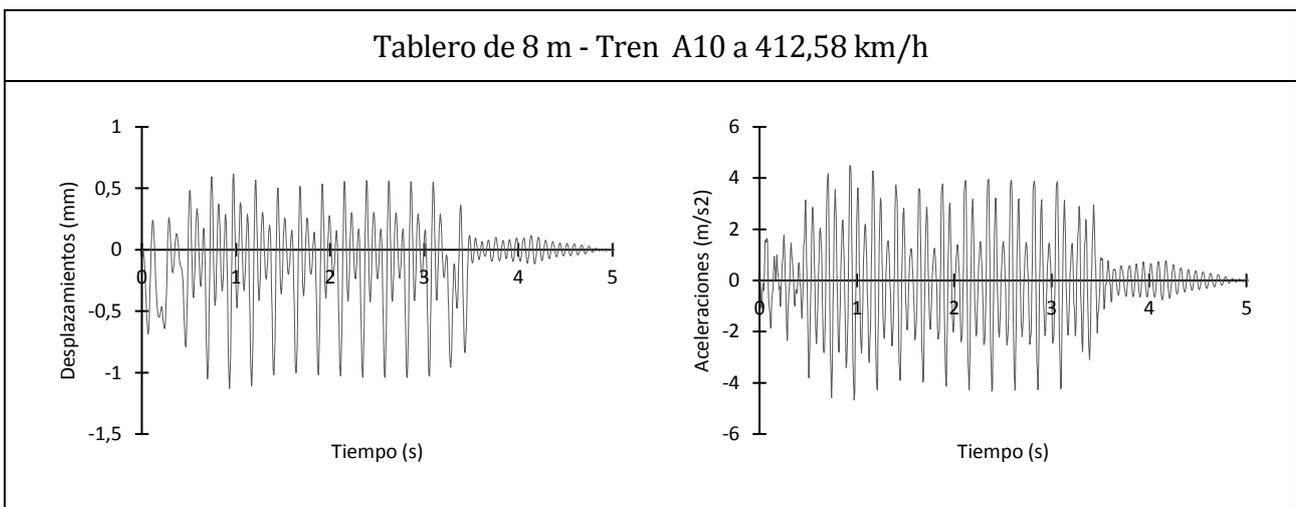
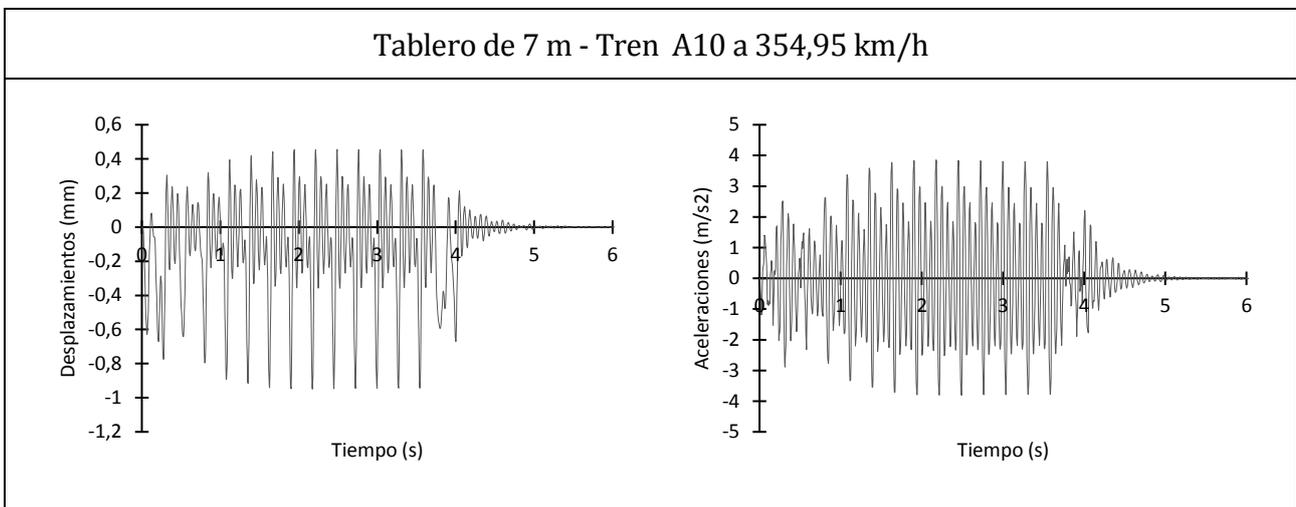
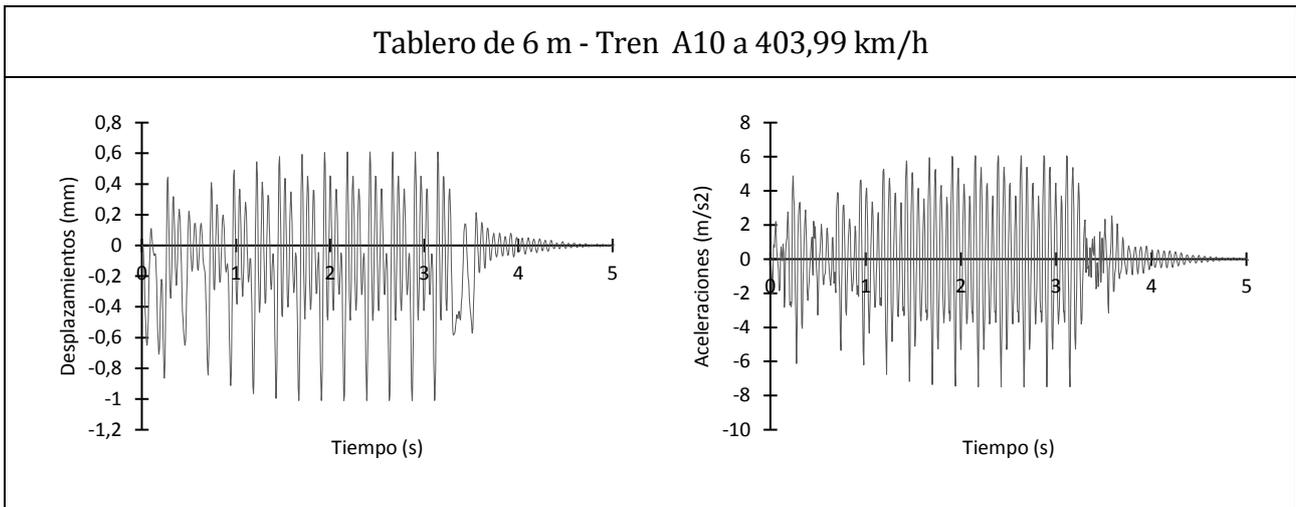


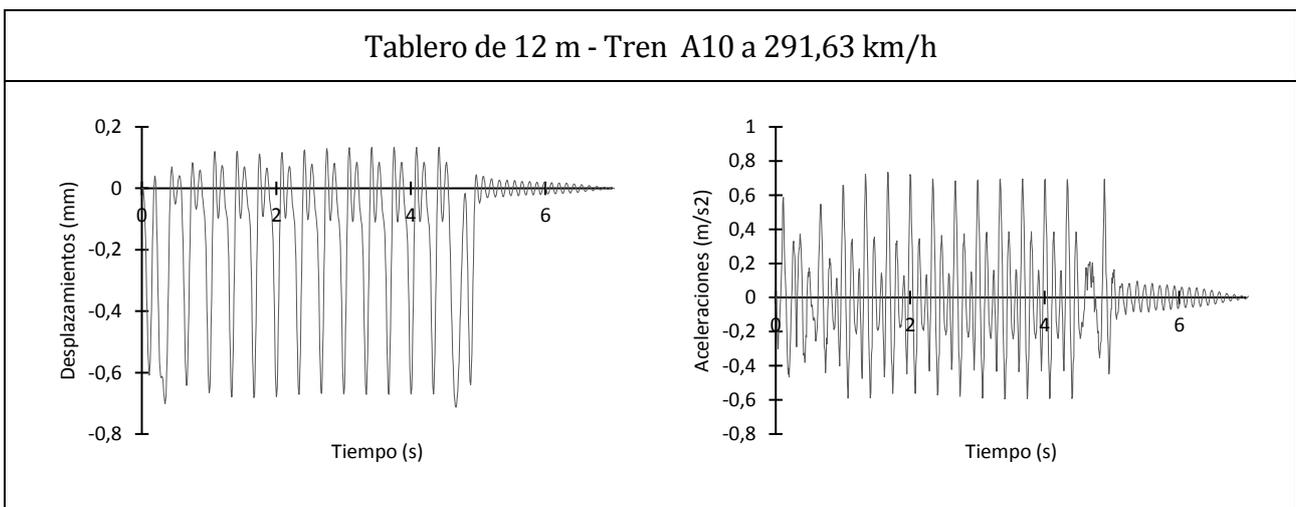
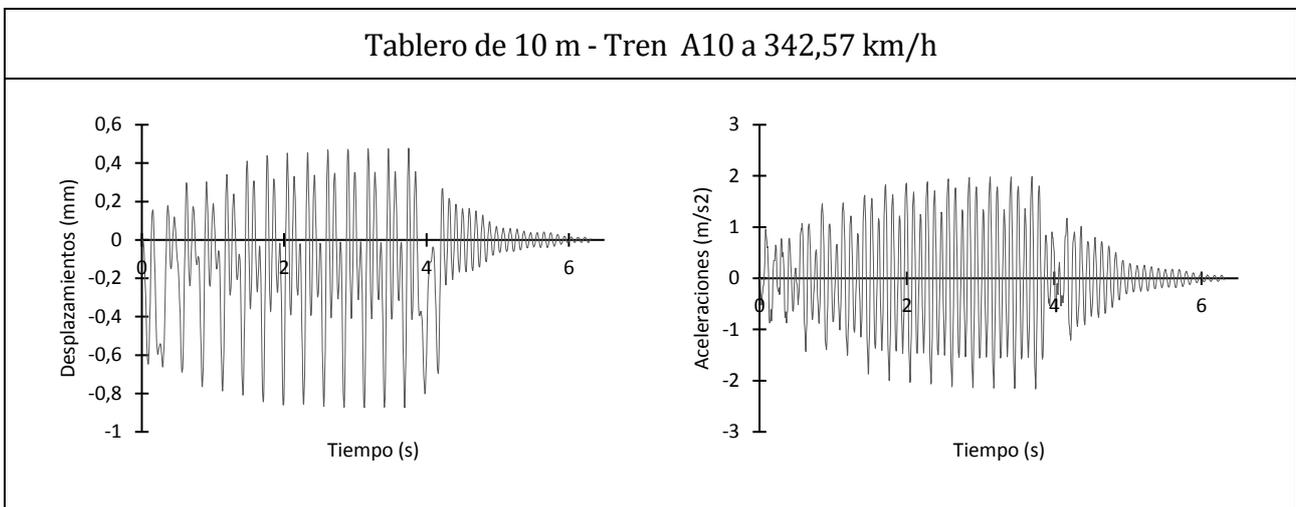
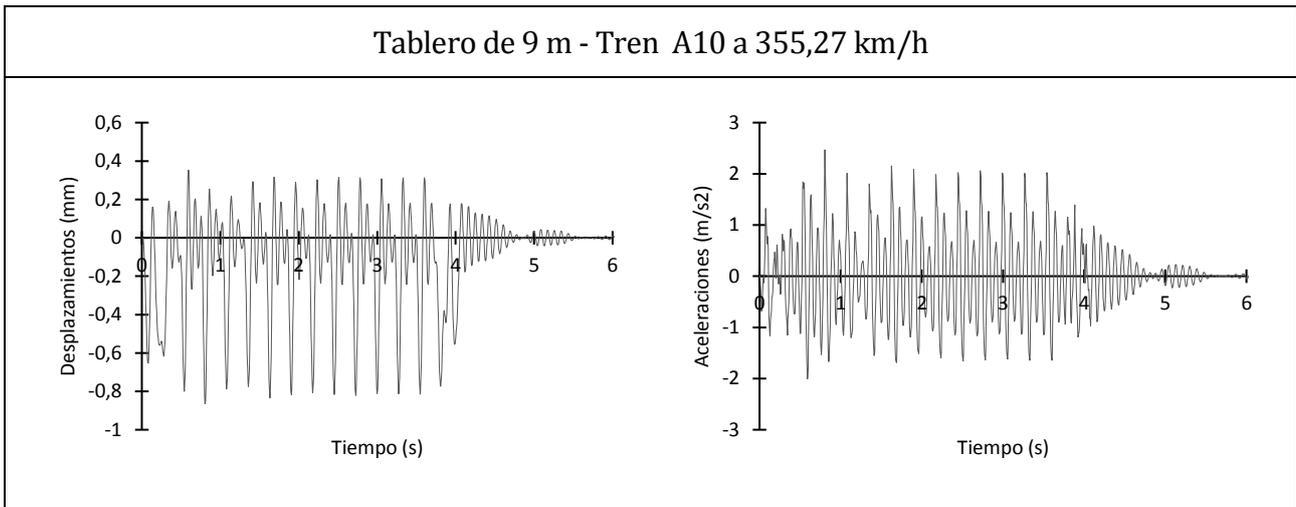


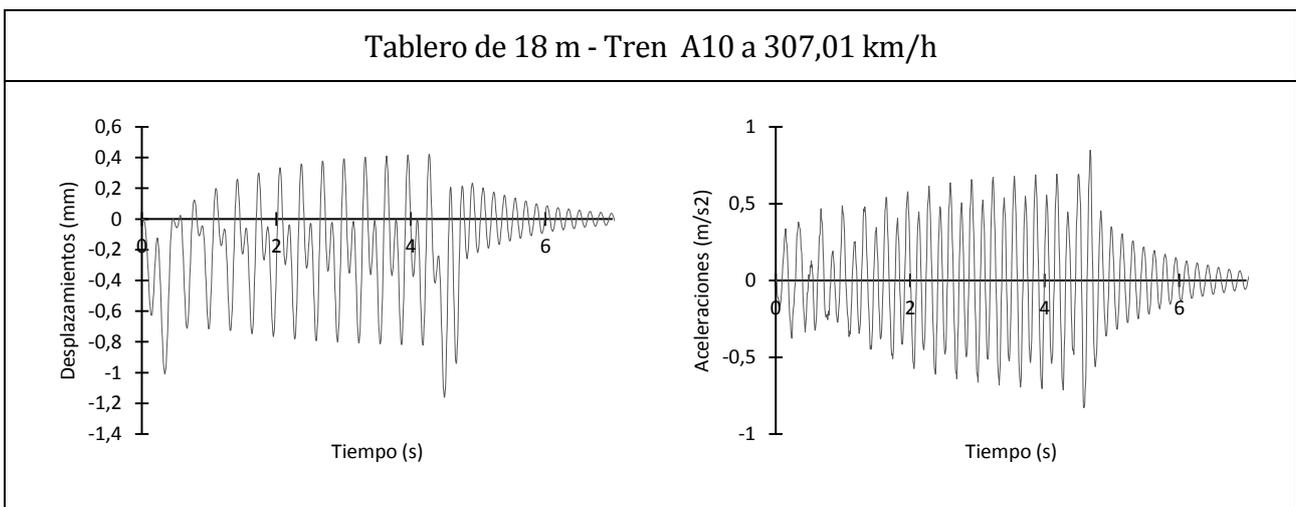
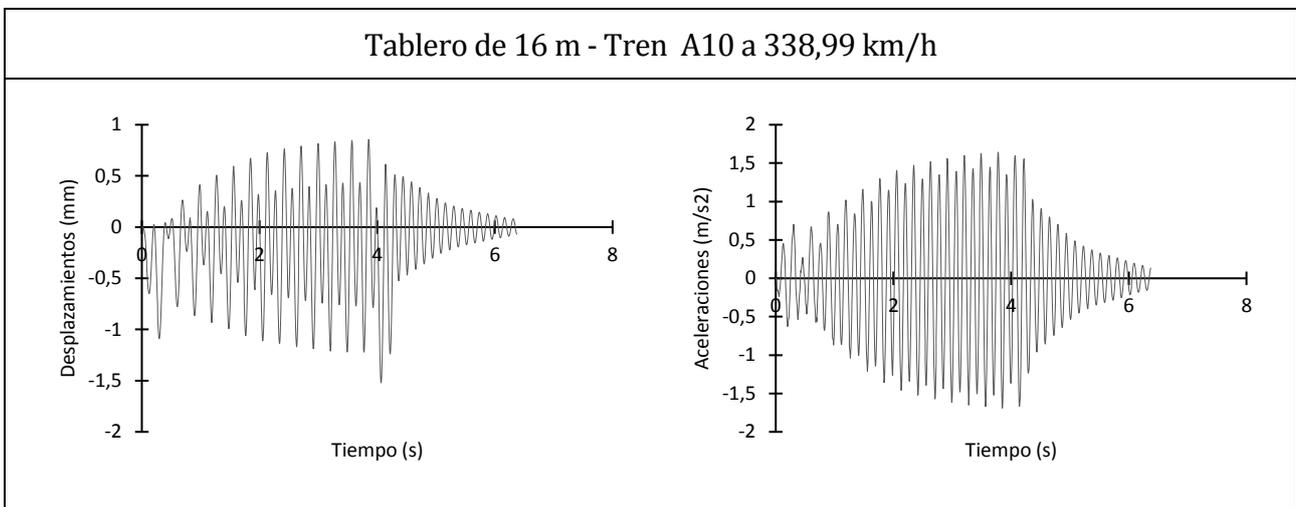
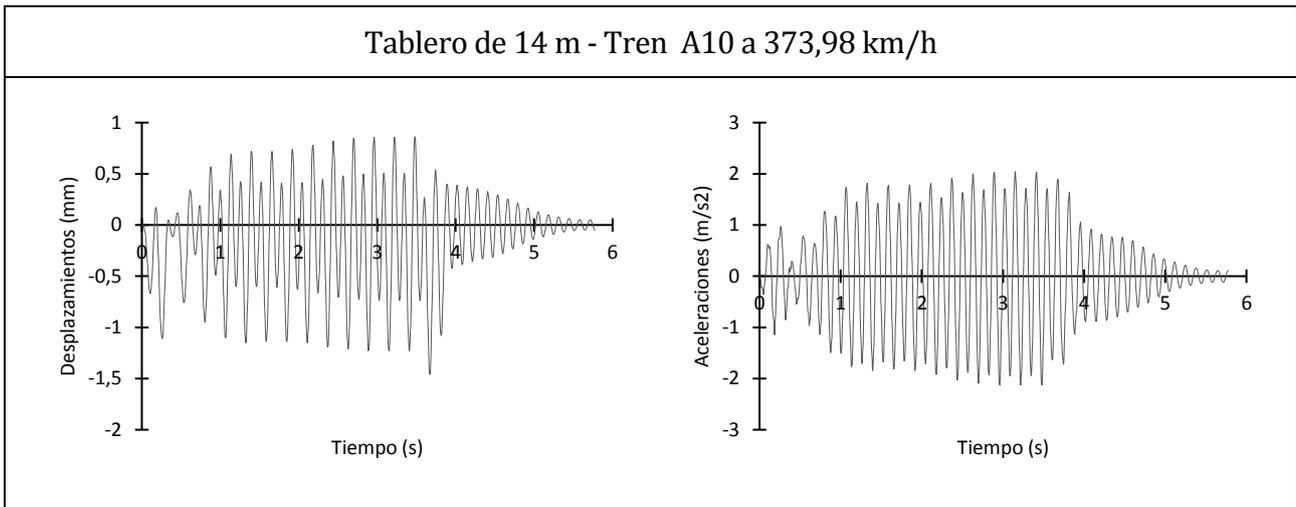
## 2 MODELO CON TERRENO DE E=900 MPA



Anexo II.- Resultados de modelo completo con cimentaciones directas: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

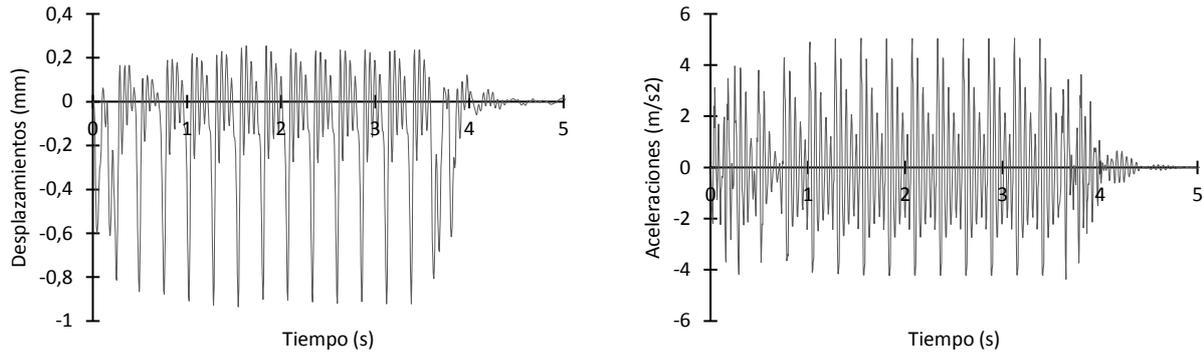




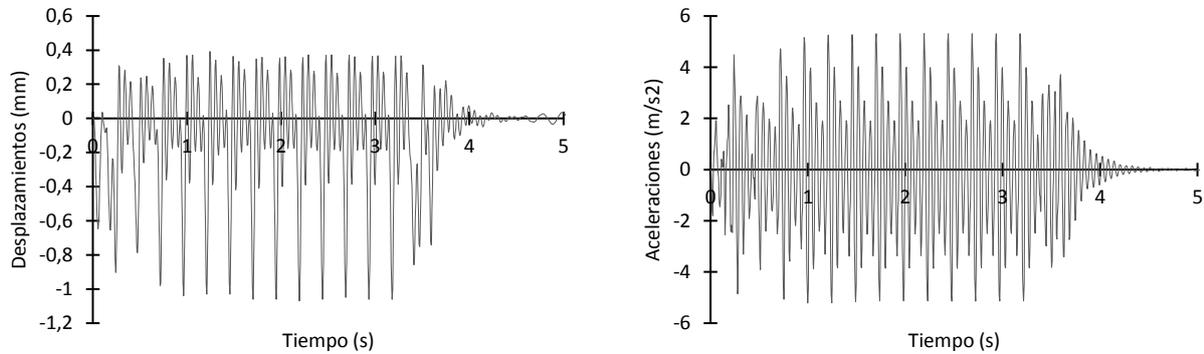


### 3 MODELO CON TERRENO DE $E=220$ MPA

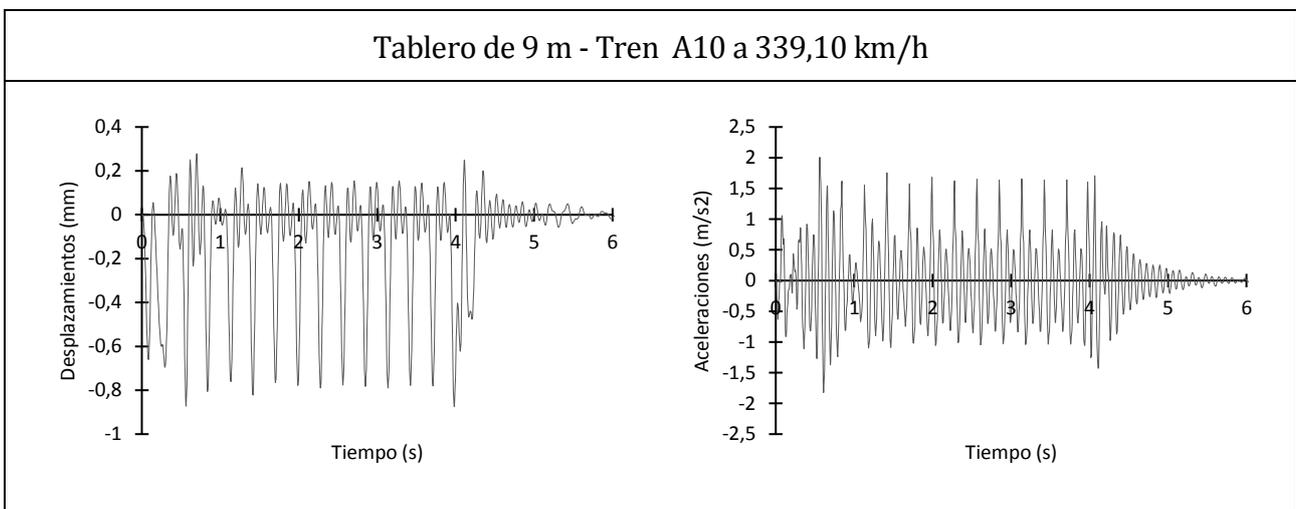
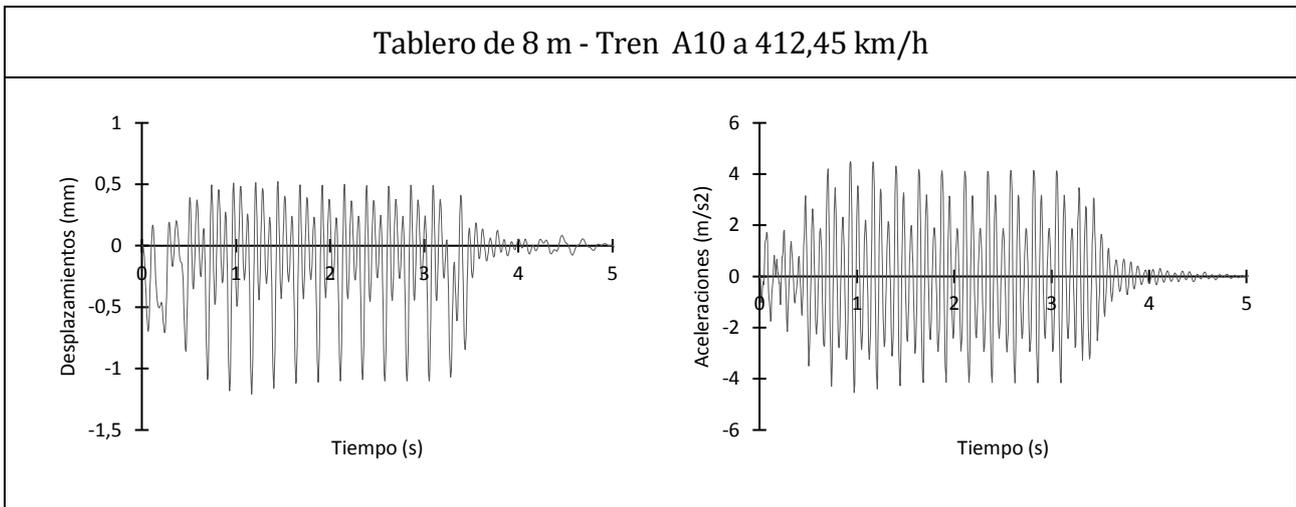
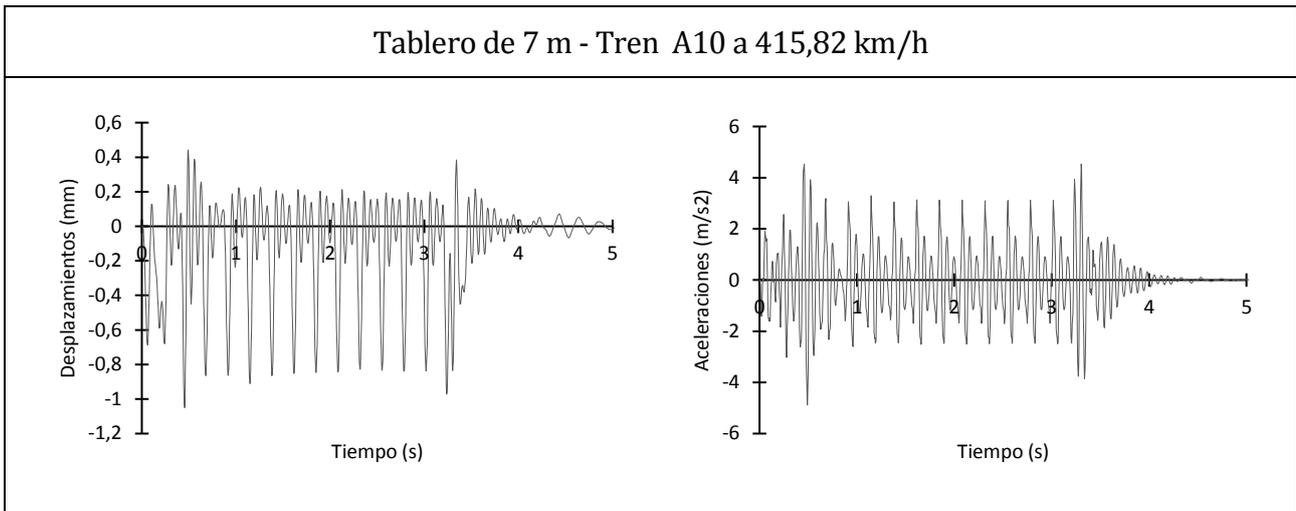
Tablero de 5 m - Tren A10 a 370,31 km/h

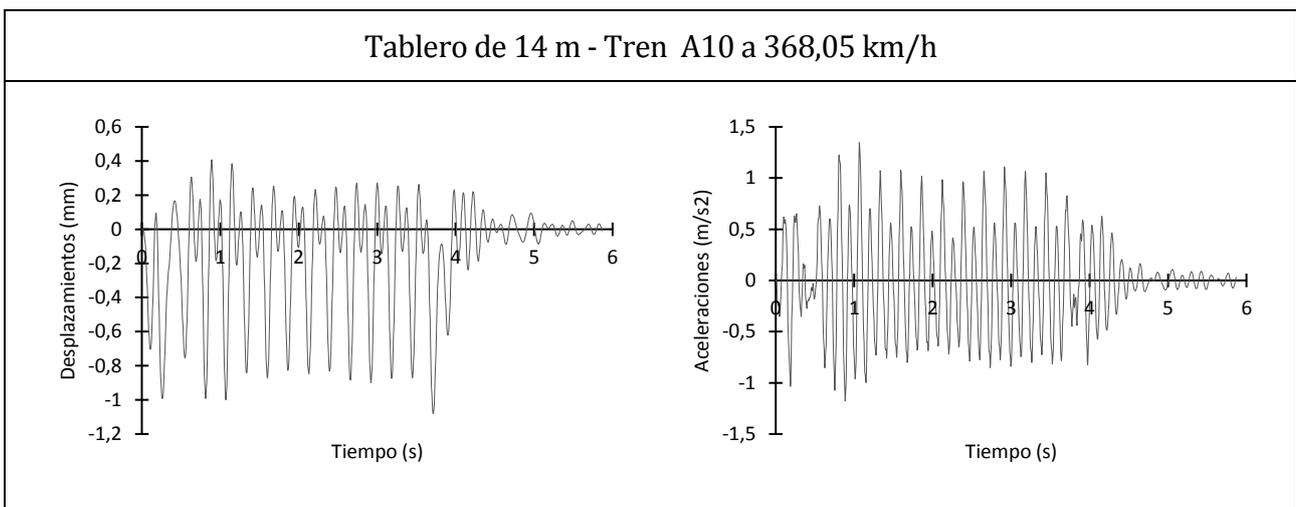
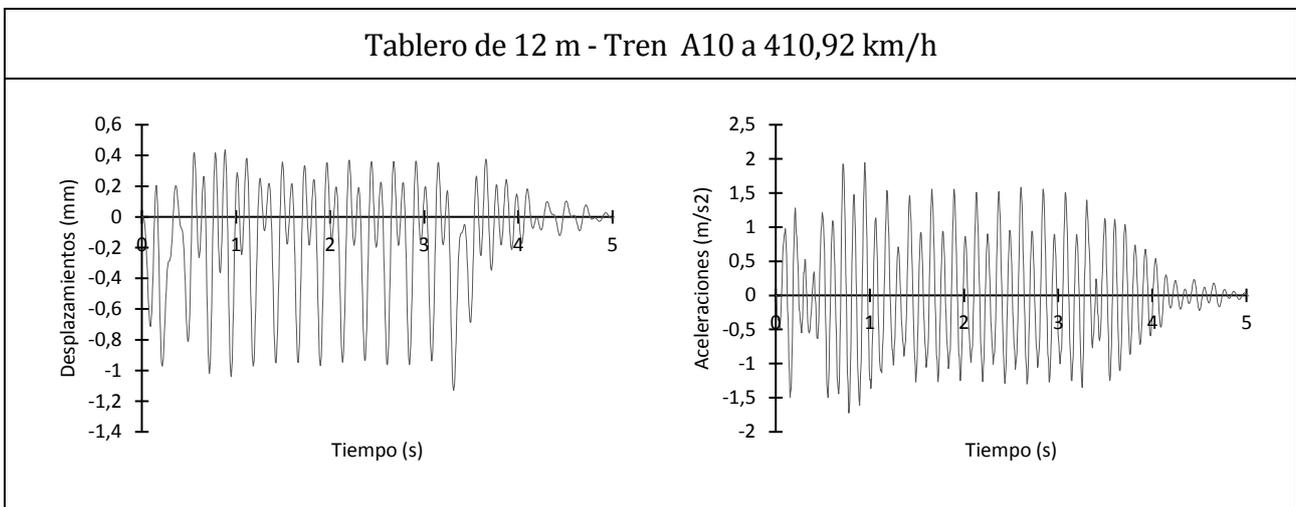
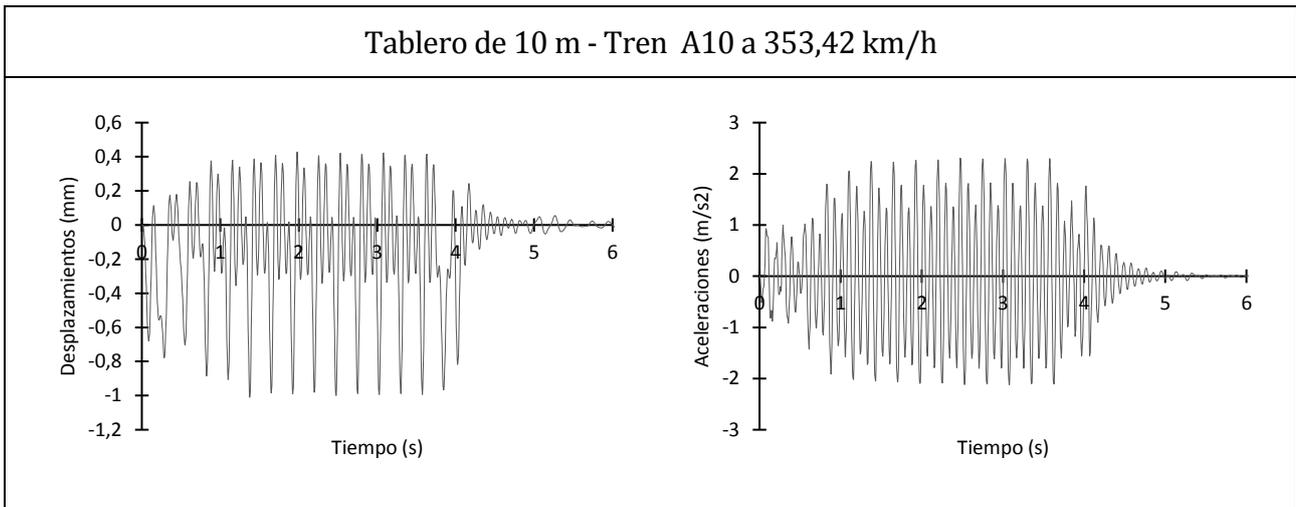


Tablero de 6 m - Tren A10 a 394,68 km/h



Anexo II.- Resultados de modelo completo con cimentaciones directas: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos





Anexo II.- Resultados de modelo completo con cimentaciones directas: Gráficas de aceleraciones y desplazamientos

