

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA ATÓMICA,
MOLECULAR Y NUCLEAR
UNIVERSIDAD DE SEVILLA**



**INSTITUTO DE ASTROFÍSICA DE ANDALUCÍA
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS**



**ASPECTOS ESTRUCTURALES Y CINEMÁTICOS
DEL DISCO GALÁCTICO JOVEN**

**TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR
FEDERICO ELIAS SCHLISERMAN**

SEVILLA, 2006

ASPECTOS ESTRUCTURALES Y CINEMÁTICOS DEL DISCO GALÁCTICO JOVEN

Directores de la tesis:

Dr. D. Emilio J. Alfaro Navarro
Científico titular del CSIC

Dr. D. Jesús Cabrera Caño
Profesor del Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear
Universidad de Sevilla

Memoria presentada para optar al grado de

DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS.

Sevilla, Marzo de 2006

Fdo.: Federico Elias Schliserman.

Licenciado en Ciencias Físicas



Agora estou sozinha diante das estrelas...

Agradecimientos

En primer lugar, quiero dar las gracias al Dr. Emilio Alfaro y al Dr. Jesús Cabrera, directores de esta tesis, por darme la oportunidad de realizar este trabajo, así como por su guía a lo largo del mismo.

Este trabajo ha sido realizado en el Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Universidad de Sevilla, en colaboración con el Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC). Deseo agradecer a estas instituciones y a su personal los medios y el apoyo prestados; especialmente al director del Departamento de FAMN, Dr. D. Manuel Lozano Leyva, sin cuyo apoyo la realización de esta tesis no hubiera sido posible.

Mis agradecimientos también para el Dr. Antonio Ramírez de Arellano, por su ayuda y su labor como mi tutor en el programa de doctorado en Física de la Universidad de Sevilla.

Y, por supuesto, a mi familia...

Índice

1	Introducción	1
1.1	Introducción histórica	1
1.2	Descubrimiento del Cinturón de Gould	6
1.3	Estructura del Cinturón de Gould	8
1.3.1	Componente estelar	8
1.3.2	Medio interestelar	10
1.3.3	Cinemática	12
1.4	Objetivos del trabajo	14
2	Muestras de trabajo	19
2.1	Catálogos empleados en la construcción de las muestras	19
2.2	Confección de las muestras	21
2.2.1	Consideraciones sobre el cálculo de distancias	22
2.2.1.1	Sesgo de Lutz-Kelker	25
2.2.2	Muestra espacial	27
2.2.3	Muestra cinemática	31
2.2.4	Completitud de las muestras	34

3 Modelo espacial.....	37
3.1 Introducción: métodos de discriminación.....	37
3.2 El modelo espacial.....	40
3.2.1 Procedimiento estadístico.....	42
3.2.2 Detección y purga de <i>outliers</i>	45
3.3 Análisis de la estabilidad del modelo.....	47
3.3.1 Creación de muestras simuladas.....	47
3.3.2 Eliminación de <i>outliers</i>	48
3.3.3 Clasificación de una muestra simulada.....	51
3.3.4 Estimación de los parámetros del modelo para muestras simuladas y refinado de la eliminación de <i>outliers</i>	53
4 Análisis de la estructura espacial.....	63
4.1 Introducción.....	63
4.2 Resultados estructurales.....	64
4.2.1 Parámetros fundamentales del Cinturón de Gould.....	68
4.2.2 Otros parámetros.....	70
4.3 Corrección de completitud.....	73
4.4 Comparación de la densidad estelar del Cinturón de Gould con las asociaciones OB de la vecindad solar.....	79
4.4.1 Asociaciones pre- <i>Hipparcos</i>	83

5	Análisis de la estructura cinemática.....	89
5.1	Introducción.....	89
5.2	Determinación de las velocidades espaciales.....	91
5.3	Grupos móviles.....	97
5.3.1	Introducción.....	97
5.3.2	Análisis de la muestra cinemática completa.....	99
5.3.3	Clasificación de la muestra cinemática.....	100
5.4	Análisis de las velocidades residuales.....	104
5.4.1	Cálculo de las velocidades residuales.....	104
5.4.2	Detección de <i>outliers</i>	106
5.4.3	Clasificación de la muestra cinemática.....	108
5.4.4	Elipsoide de velocidades.....	115
5.4.5	Desviación del vértex.....	118
5.5	Constantes de Oort.....	121
5.6	Movimientos verticales del Cinturón de Gould.....	127
5.7	Notas para una discusión sobre el origen del Cinturón de Gould.....	131
6	Resumen y conclusiones.....	135
6.1	Sobre el método de clasificación y las muestras.....	135
6.2	Sobre el estudio de la distribución espacial.....	136
6.3	Sobre el análisis cinemático.....	139
6.4	Últimas consideraciones.....	141
7	Bibliografía.....	143

1 Introducción

Aun la visión espiritual, ¿no se ve detenida por las continuas paredes de oro del universo, las paredes constituidas por las miríadas de esos resplandecientes cuerpos que el mero número parece amalgamar en una unidad?

E.A. Poe. *El poder de las palabras*

1.1. Introducción histórica

El impresionante paisaje del cielo nocturno –cada vez más degradado desde que la luz eléctrica ha permitido apaciguar nuestro ancestral miedo a la oscuridad– ha asombrado al hombre desde antiguo, espoleando su imaginación en busca de explicaciones sobre el origen de esa mancha nebulosa que recorre la bóveda celeste: la Vía Láctea.

La expresión primera de esta inquietud metafísica es el mito, que tanto ha contribuido en la formación del pensamiento humano, y que nos deja como herencia un sustrato de historias tan rico como las civilizaciones que han surgido a lo largo de los siglos. Y no faltan mitos sobre la Vía Láctea. Para los griegos, ésta era la leche derramada por los pechos de Hera al retirar al lactante Heracles, hijo ilegítimo de Zeus y Alcmena; otra versión cuenta que la propia madre del dios, Rhea, derramó la leche de sus pechos al fingir amamantar a la piedra con que engañó a Cronos, devorador de sus propios hijos. Para los bosquimanos del desierto de Kalahari, en Botswana, la Vía Láctea es el gran espinazo del Cielo. En China, era el divino Río del Cielo que separaba a los amantes Vega y Altair, condenados a poder cruzarlo sólo una vez al año. Los mayas veían en esta enorme estructura la complejidad de una gran ceiba floreciente, y la llamaron “El árbol del mundo”.

También la naturaleza de las estrellas era un misterio para los antiguos. Fueron agrupadas en constelaciones e identificadas primero con héroes o dioses, después racionalizadas como ruedas de fuego por Anaximandro de Mileto (c. 550 a.C.) o como cuencos rellenos de fuego por Heráclito de Éfeso (c. 500 a.C.), y finalmente relegadas a

la última esfera del movimiento celeste. Aunque filósofos como Anaxágoras (c. 450 a.C.) y Aristarco de Samos (s. III a.C.) propusieran por vez primera que las estrellas son soles lejanos, estas ideas no tuvieron gran acogida, y habían caído en el olvido en la época en que el modelo de Ptolomeo (c. 140 d.C.) con la Tierra en el centro del universo, el Sol compartiendo el movimiento de los planetas, y las estrellas fijas en su lejana esfera celeste, empezara a dominar el pensamiento europeo durante siglos. Aún así, ya en la antigüedad el estudio de las estrellas visibles para el ojo humano llevó a ordenarlas y clasificarlas (acciones que abren camino al método científico), primero en constelaciones, después en catálogos de objetos individuales. De estos, el más justamente famoso es el elaborado por Hiparco de Nicea (194-120 a.C.), que midió las coordenadas eclípticas de unas 850 estrellas y descubrió gracias a ello la precesión de los equinoccios. En su honor, se ha dado su nombre a la misión *Hipparcos* (ESA 1997), cuyo satélite midió con gran precisión la posición, distancia y movimientos de más de cien mil estrellas; puesto que el uso de estos datos ha sido fundamental en este trabajo, hemos querido recordar al astrónomo griego (nacido, al igual que otros grandes pensadores y matemáticos, en las colonias de Asia Menor). Como fascinante curiosidad histórica, es difícil resistirse a mencionar que las constelaciones de su catálogo, perdido tras el incendio de la biblioteca de Alejandría, pueden haber sobrevivido talladas en el globo celeste que carga sobre sus hombros la estatua conocida como el Atlas Farnesio (Figura 1.1) que se conserva en el museo arqueológico de Nápoles (Schaefer 2005).

El Sol no recuperaría su posición central en el Sistema Solar hasta que Copérnico publicara *De Revolutionibus Orbium Coelestium* en 1543, año de su muerte. El paso conceptual que supuso dejar de considerar a la Tierra como el centro del universo a reconocer que tan sólo ocupa el lugar de un planeta más, llevó al filósofo Giordano Bruno a aplicar el mismo razonamiento al Sol, que no debía ser sino otro miembro del infinito número de estrellas y mundos; razonamiento que, como es sabido, lo llevó a arder en la hoguera en 1600. Pero poco a poco, junto con la definitiva aceptación del modelo Copernicano gracias a Galileo, Kepler y, por supuesto, Newton, la idea de que el Sol y las estrellas sólo difieren en que la enorme distancia a que se encuentran éstas hace que su brillo aparente sea mucho menor, fue también ganando peso.



Figura 1.1. Esfera celeste del Atlas Farnesio (siglo II), posible representación de las constelaciones del catálogo de Hiparco de Nicea

En el siglo XVII Huygens calculó –infraestimándola, pero aún así resultaba enorme para la época–la distancia a Sirio suponiendo que su brillo intrínseco era igual al del Sol; ya en 1610 Galileo había observado la Vía Láctea con su telescopio refractor y había descubierto que estaba formada por un gran número de estrellas que no pueden ser resueltas a simple vista. Por primera vez la ciencia se asomaba al estudio de esa mancha lechosa que recorre el cielo nocturno; empezaba el proceso de desentrañar la compleja estructura de nuestra Galaxia, cuyo dibujo aproximado no se obtendría hasta bien entrado el siglo XX, y que aún nos plantea numerosos interrogantes.

Llegado el siglo XVIII, las ideas de Thomas Wright y Emmanuel Kant (publicadas en 1755 en su *Historia general de la Naturaleza y teoría del Cielo*) dibujaron –si bien a partir de razonamientos más filosóficos que físicos– una Vía Láctea con forma de disco compuesto por un gran número de estrellas, cuyo gran tamaño implicaba un larguísimo periodo de rotación. Además, Kant propuso que las misteriosas *nebulosas elípticas* observadas por los telescopios de la época no eran sino *universos isla*, similares a la Vía Láctea, pero extraordinariamente lejanos.

Como contrapunto científico de las afortunadas deducciones de Kant, William Herschel (1785) realizó el primer estudio sistemático de la distribución estelar en nuestra Galaxia en un intento de determinar su estructura. Para ello, llevó a cabo una cuenta de estrellas hasta sucesivos límites de magnitud aparente en 683 regiones del cielo. Como no tenía medio de calcular sus distancias, trabajó con la hipótesis de que todas tenían el mismo brillo intrínseco, para así poder trabajar con distancias relativas (lo que le impediría estimar el tamaño absoluto de su mapa galáctico final). Supuso también que las estrellas se distribuían uniformemente en la Vía Láctea, y que todas estaban al alcance de la resolución de su telescopio, hasta el mismo borde del sistema. Sus resultados muestran a la Galaxia como una estructura aplanada, de una extensión cinco veces mayor que su anchura, en la que el Sol se encuentra cerca de su centro (Figura 1.2).

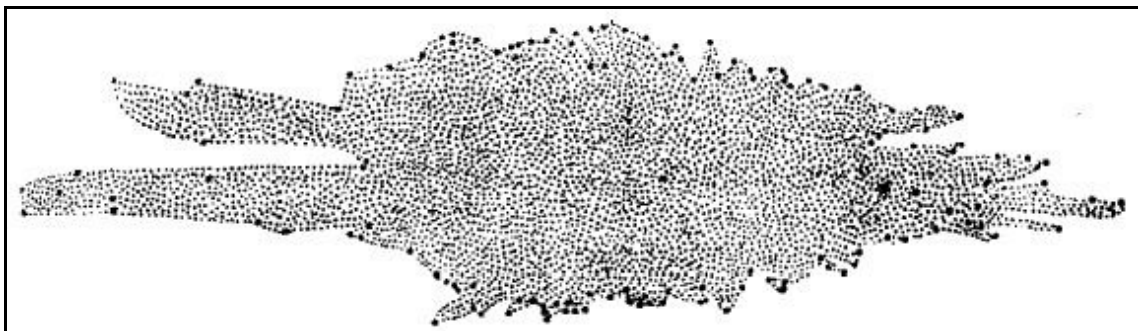


Figura 1.2. Mapa de la distribución estelar de la Vía Láctea según William Herschel (1785)

Por fin, en 1838, Friedrich Bessel publicó su estimación de la distancia de una estrella (61 Cygni) determinada mediante el cálculo de su paralaje trigonométrica (lo que no requería asumir ninguna hipótesis acerca de la naturaleza del objeto), batiendo por muy poco a Friedrich G.W. von Struve y Thomas Henderson, que trabajaban con Vega y Alfa Centauri, respectivamente. A partir de estos resultados se pudo calcular el brillo intrínseco de las estrellas y se comprobó que efectivamente era comparable al del Sol, despejando las dudas sobre la naturaleza de estos cuerpos celestes. Tres décadas después, William Huggins contribuiría a probar definitivamente esta teoría al iniciar el análisis de los espectros estelares.

Pese a estos avances, y a la incorporación fundamental de las técnicas fotográficas a la astronomía a finales del siglo XIX, hacia los años veinte del pasado siglo aún distaba mucho de estar resuelta la cuestión del tamaño y la estructura de la Vía Láctea, así como la cuestión de si las *nebulosas espirales* (como M51, cuya estructura fue observada por primera vez por Lord Rosse en 1845) eran o no otras galaxias similares a la nuestra. Dos teorías dominaban el pensamiento científico de la época. Una, debida a Jacobus Kapteyn (Kapteyn & van Rhijn 1920, Kapteyn 1922), partía del estudio en detalle de la distribución estelar y de los movimientos propios en grandes áreas del cielo. Sus resultados coincidían en buena parte con los de Herschel, situando al sol en el centro de una distribución aplanada, de una extensión cinco veces mayor que su anchura, y un diámetro de unos 17 kpc (que es aproximadamente la mitad del tamaño estimado hoy día). En este universo heliocéntrico, la densidad de estrellas decrecía uniformemente con la distancia, lo que llevó a Kapteyn a considerar la posibilidad de la existencia de un medio interestelar que absorbiera la luz de las estrellas. Desafortunadamente, buscó su origen en la dispersión Rayleigh por átomos de gas, en vez de en el polvo interestelar, que es la mayor fuente de oscurecimiento según sabemos ahora, por lo que erróneamente concluyó que el oscurecimiento producido por el medio interestelar era despreciable. La otra teoría, desarrollada por Harlow Shapley (Shapley 1918a, 1918b, 1919a, 1919b, 1919c), se basaba en el estudio de la distribución de cúmulos globulares en nuestra Galaxia, cuya concentración en la dirección de Sagitario (donde hoy sabemos que se encuentra el Centro Galáctico) llevó a su autor a proponer que el Sol se encontraba a unos 15 kpc del centro de la Vía Láctea, que debía tener unos 100 kpc de diámetro (el triple de la estimación actual), si bien en nuestra posición debía haber una concentración local de estrellas, que explicaría las observaciones de Kapteyn.

Ambas tesis fueron defendidas en 1920, en lo que se conoce como el Gran Debate, en dos charlas sobre la escala de distancias del Universo, a cargo de Heber D. Curtis a favor del universo de Kapteyn, y del propio Shapley sosteniendo su modelo (ver Trimble 1995 para un extenso resumen de los hechos y una interesante discusión del contexto histórico). Además de la estructura de la Vía Láctea, se discutió la naturaleza galáctica o extragaláctica de las nebulosas espirales, con Shapley a favor de la primera y Curtis apoyando la segunda. Por desgracia para Shapley, su confianza en las observaciones de Adriaan van Maanen, que estimaban un periodo de rotación demasiado corto para las mismas, en combinación con su sobredimensionada Vía Láctea, lo llevaron inevitablemente a esta errónea conclusión. Sin embargo, en apenas

dos años, Edwin Hubble (Hubble 1922) pondría fin a esta cuestión, al encontrar estrellas cefeidas –cuya relación periodo-luminosidad ya era conocida entonces– en M31 (la Nebulosa de Andrómeda) y estimar su distancia en unos 300 kpc. Finalmente, se demostraba que la Vía Láctea no era más que otra galaxia entre las tantas que pueblan el Universo, derribando el antropocentrismo persistente desde los comienzos de la astronomía.

Pronto seguirían estudios de la cinemática Galáctica, con el descubrimiento de la rotación diferencial por Bertil Linblad (Linblad 1927) y Jan Oort (Oort 1927, 1928); de la distribución de hidrógeno mediante la línea espectral de 21 cm por Ewan y Purcell en 1951; de la existencia de brazos espirales en la Vía Láctea a partir de regiones HII (Morgan et al. 1952) o a partir del hidrógeno atómico en 21 cm (Oort et al. 1958); y toda una pléyade de contribuciones que poco a poco irían configurando la visión que hoy día tenemos de la Vía Láctea.

1.2. Descubrimiento del Cinturón de Gould

Hacia mediados del siglo XIX el astrónomo John Herschel, hijo de William Herschel, descubrió a partir de sus observaciones en Sudáfrica que las estrellas más brillantes de la esfera celeste se situaban principalmente en dos círculos máximos, uno correspondiente al disco Galáctico definido por la Vía Láctea (la cual, tras sus campañas de observación de las *nebulosas elípticas*, concebía como un anillo de estrellas rodeando a un núcleo brillante, alejándose así del modelo propuesto por su padre en el siglo anterior), y otro inclinado unos 20° respecto a éste, definido principalmente por las constelaciones de Orión en su latitud galáctica más baja y por las de Escorpio y Centauro hacia latitudes más altas (Herschel 1847).

En el citado artículo podemos leer “...*que el Círculo Galáctico, o mediana de la Vía Láctea puede considerarse como cruzado por aquél de la zona de grandes estrellas que marcan la brillante constelación de Orión, las estrellas brillantes de Canis Maior, y casi todas las estrellas más conspicuas de Argo (ahora Carina, Puppis y Vela), la*

Cruz, el Centauro, Lupus y Escorpio. Un círculo máximo que pase por ϵ Orionis y α Crucis marcará el eje de la zona en cuestión, cuya inclinación respecto al Círculo Galáctico es por tanto de unos 20° ”.

Posteriormente a las observaciones de Herschel, Benjamín Gould (1874, 1879) confirmó desde Argentina los resultados del astrónomo británico, precisando que la inclinación de este círculo máximo era de 18° . Lo describió como un cúmulo aplanado y bifido de unas 500 estrellas, o como “...un cinturón o corriente de estrellas brillantes” que “parece abrazar los cielos formando casi un círculo máximo, que interseca la Vía Láctea cerca de los puntos de su máxima declinación y forma con ella un ángulo no lejano a los 20° ”. “Aparece”, continúa Gould, “como una corriente de estrellas especialmente conspicuas, que, empezando por Orión, [...], incluye las más brillantes de Canis Maior, Columba, Puppis, Carina, Cruz, Centauro, Lupus y la cabeza de Escorpio. En el hemisferio norte su curso no está tan claramente marcado, y es especialmente indistinto en Ofiuco y Hércules; pero su dirección general está indicada por las estrellas más brillantes de Tauro, Perseo, Casiopea, Cefeo, Cisne y Lira”. A partir de estos estudios la peculiar estructura pasó a ser conocida como el *Cinturón de Gould*.

Teniendo en cuenta que durante la segunda mitad del siglo XIX, como hemos visto en la Sección 1.1, la estructura de la Vía Láctea (y aún si ésta abarcaba o no el universo conocido), distaba mucho de estar resuelta, no es de extrañar que las primeras interpretaciones acerca de la naturaleza del Cinturón de Gould fuesen de lo más variopintas. Por ejemplo, Alexander (1852) lo considera como una eyección de uno de los cuatro brazos espirales que presenta su modelo de la Galaxia. Celoria (1877), por su parte, separa las estrellas en brillantes o cercanas y débiles o lejanas, sugiriendo que se distribuyen en dos anillos en torno al Sol, inclinados entre sí 19° ó 20° . Sutton (1891) considera que la Vía Láctea y el Cinturón de Gould son también anillos que tienen el mismo radio, siendo el segundo el principal sistema estelar. Easton (1900), uno de los primeros en desarrollar un modelo de Galaxia espiral, con su centro desplazado hacia el Cisne y cuyos brazos están inclinados entre sí unos 20° , sitúa a nuestro complejo estelar formando parte del exterior de uno de estos brazos.

Desde que a principios del siglo XX Hubble desvelara el reino de las nebulosas y la magnitud y extensión de la Vía Láctea se nos hicieran conocidas, los estudios acerca de la composición, extensión y naturaleza del Cinturón de Gould se han multiplicado – véase Stothers y Frogel (1974) para un estudio detallado del desarrollo histórico en el siglo XX–, aunque como veremos a lo largo de este trabajo, aún quedan muchas respuestas por conocer.

1.3. Estructura del Cinturón de Gould

1.3.1 Componente estelar

Ya se han mencionado algunos de los primeros intentos de caracterizar el Cinturón de Gould por los astrónomos del siglo XIX. Paralelo al avance de nuestro conocimiento sobre la Galaxia, fue desentrañándose poco a poco la estructura del Cinturón de Gould. Numerosos estudios confirmaron la existencia de un sistema local de estrellas de tipo espectral B conectado con el Cinturón (Shapley 1919b; Seares 1928, 1931), aunque el desconocimiento acerca de la verdadera naturaleza de la Vía Láctea aún conducía a caracterizar el Cinturón de Gould de formas muy diversas. Seares (1928) considera que es una especie de enorme nudo de 6 kpc de diámetro en un brazo espiral de la Galaxia; Shapley (1930) sugiere que el sistema local es una pequeña galaxia discoidal dentro de un denso cúmulo de galaxias; Bok (1937), que compila los resultados obtenidos a partir de la cuenta de estrellas durante la década de los 30, identifica al sistema local con un posible brazo espiral que se extiende desde el Cisne hasta Carina. Hasta que, finalmente, Nassau & Morgan (1951) hallaron evidencias de la estructura espiral de la Vía Láctea y a la vez descartaron que el Cinturón de Gould fuese un brazo espiral de la misma. Posteriores estudios estimaron la extensión del Cinturón de Gould, demostrando que se trataba de una estructura cuyo tamaño es del orden de 1 kpc, menor por tanto que los brazos espirales (Blaauw 1956, Eggen 1961, Clube 1967 –véase la Figura 1.3–, entre otros).

Estudios más detallados (Lesh 1968, Stothers & Frogel 1974, Westin 1985) de la distribución espacial de las estrellas que componen este sistema determinaron que se trata de una estructura aplanada e inclinada unos 18° - 20° aproximadamente respecto al disco Galáctico, compuesta de estrellas jóvenes –principalmente de tipos espectrales O y B– de la vecindad solar, a distancias no mayores de 1 kpc. Gran número de estas estrellas se agrupan en las asociaciones Ori OB1, Per OB2, Cen-Lup, Cen-Crux, Sco OB2 y Lac OB1.

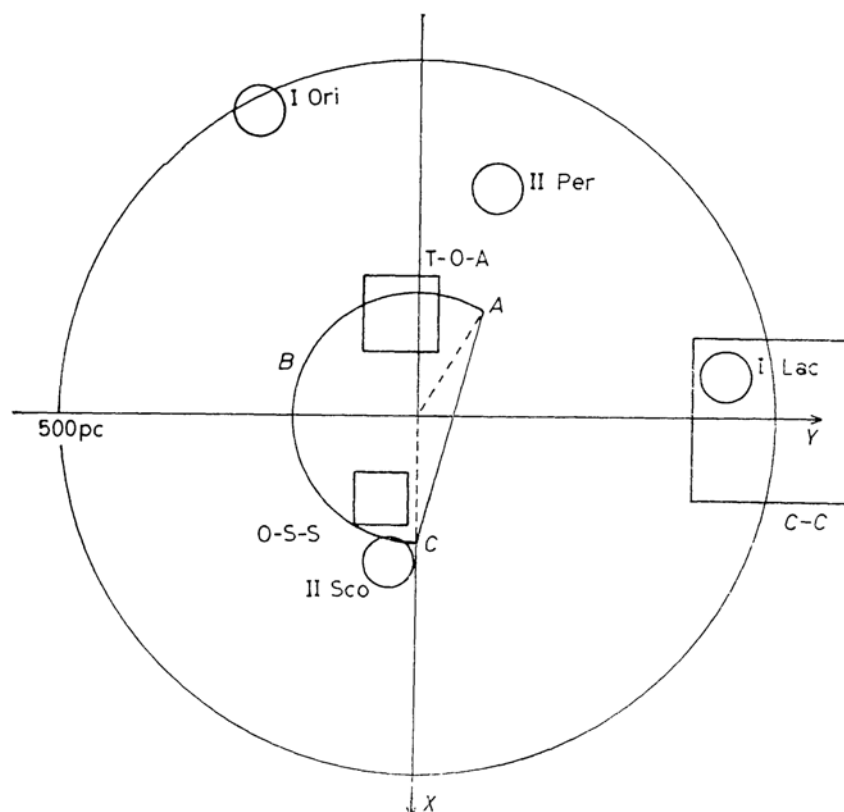


Figura 1.3. Esquema de la estructura del Cinturón de Gould sobre el plano Galáctico, según Clube (1967). La línea continua *ABC* encierra la mayoría de las estrellas *B* que conforman el Cinturón. Los círculos son los cúmulos jóvenes y los cuadrados los grandes complejos de polvo interestelar de la vecindad solar (*T-O-A*: Taurus-Orion-Auriga, *C-C*: Cassiopeia-Cepheus, *O-S-S*: Ophiuchus-Scorpius-Scutum).

Las estrellas jóvenes de pre-secuencia principal, como las T-Tauri, han sido observadas en rayos X alrededor de la región de Lupus, comprobándose que también se concentran en torno al Cinturón de Gould (Wichmann et al. 1997). Posteriores estudios de las fuentes de rayos X sugieren la posibilidad de que el Cinturón de Gould contenga

una componente estelar de tipos espectrales más tardíos, hasta los 80 millones de años de edad (Guilout et al. 1998). En general, las estimaciones sobre la edad de esta estructura que se pueden encontrar en la literatura científica oscilan entre los 20 y los 90 millones de años (ver Torra et al. 2000a para una discusión más detallada de la edad del Cinturón de Gould).

1.3.2. Medio interestelar

Es de esperar, según las teorías de formación estelar, que las estrellas jóvenes se encuentren cerca de los restos del medio interestelar del cual han nacido. Ya el propio John Herschel asociaba la nebulosa de Orión a esas estrellas brillantes inclinadas respecto a la Vía Láctea que había observado desde el Cabo de Buena Esperanza. No sería la única; estudios más detallados mostrarían que muchas nebulosas brillantes y oscuras se sitúan en las regiones del Cinturón. Por ejemplo, Hubble (1922) encontró que las nebulosas de reflexión (normalmente asociadas con las nubes oscuras de polvo) tienden a situarse en un sistema inclinado unos 20° respecto al disco Galáctico. Posteriores estudios de van den Bergh (1966) sobre las nebulosas de reflexión y de Sandqvist (1977) sobre las nubes oscuras, así como medidas más recientes de Gaustad & Van Buren (1993) en el infrarrojo, han confirmado que las nubes oscuras de polvo interestelar presentan una inclinación compatible con el Cinturón de Gould. Conviene reseñar también los trabajos de Tomita (1986, 1987, 1989) sobre la distribución del material responsable del oscurecimiento en varias regiones del Cinturón, así como el estudio de Taylor (Taylor et al. 1987) basado en la molécula de CO, que aprecian nuevamente la inclinación del sistema de nubes oscuras, las cuales se concentran en el Cinturón de Gould sobre todo a latitudes galácticas del orden de $|b| < 20^\circ$ (Figura 1.4). Taylor además encuentra que las nubes del Cinturón no están uniformemente distribuidas en el cielo, sino que tienden a formar agregados.

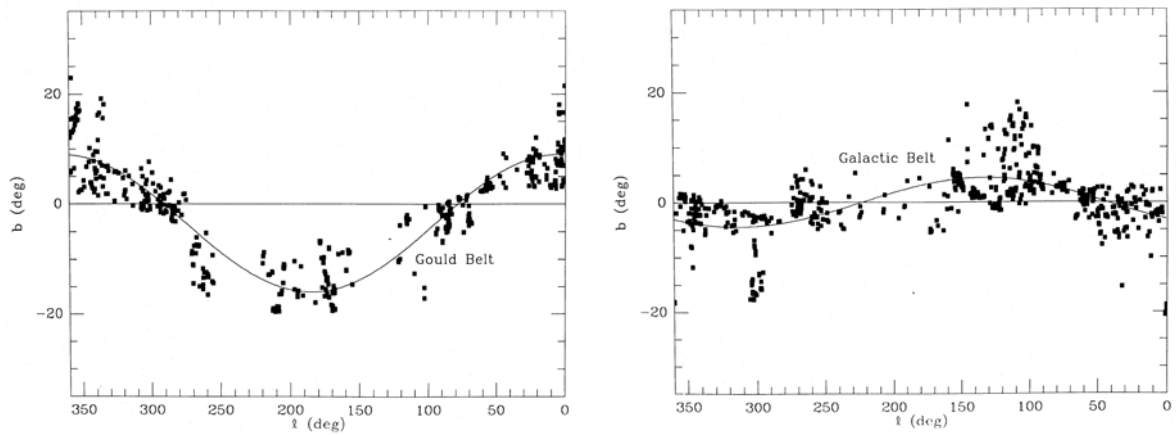


Figura 1.4. Dibujo de las nubes del Cinturón de Gould (izquierda) y del disco Galáctico (derecha) en longitud (l) y latitud (b) galácticas, y curvas de mejor ajuste. Extraído de Taylor et al. (1987).

Las observaciones de hidrógeno neutro en la vecindad solar han encontrado concentraciones de HI en el Cinturón de Gould a medianas y bajas latitudes galácticas. La estructura más interesante fue hallada por Lindblad (Lindblad 1967, Lindblad et al. 1973), una componente de pequeña velocidad de dispersión y con una amplia distribución en latitud, cuya densidad de columna, sin embargo, se mantiene constante a lo largo de la misma. Lindblad la llamó *feature A* y la interpretó como un anillo o cáscara de gas en expansión. Este modelo de anillo fue revisado y ampliado por Olano (1982) y por Elmegreen (1982). Su edad se ha estimado en unos 35 millones de años, si bien hay que tener en cuenta la incertidumbre que las inhomogeneidades iniciales y las perturbaciones introducen en el modelo.

También los complejos de grandes nubes de hidrógeno molecular aparecen asociados al *feature A* y al Cinturón de Gould. Tras el hallazgo de Lindblad, pronto se relacionaron grandes nubes moleculares cuya masa superaba las $10^5 M_{\odot}$ con las asociaciones de estrellas más prominentes del Cinturón, como Ori OB1 (Kutner et al. 1977), Per OB2 (Sancisi et al. 1974) y Sco OB2 (de Geus 1992). Posteriormente, un mapa completo de la distribución de la molécula de CO en el cielo (Dame et al. 1987) permitió inventariar casi todas las grandes nubes moleculares en la esfera del kpc en torno al Sol, confirmando que la emisión molecular sigue el patrón del Cinturón de Gould.

En general, el medio interestelar (hidrógeno atómico, nubes moleculares y nubes de polvo) en el Cinturón de Gould se extiende también a altas latitudes galácticas. Una extensa revisión de todas las fases del medio interestelar, así como su distribución en el entorno solar y en el Cinturón, puede encontrarse en Pöppel (1997), a cuyo exhaustivo compendio de los numerosos estudios sobre este tema me remito, para un análisis en detalle y como fuente de referencias bibliográficas.

1.3.3. Cinemática

Además de la distribución espacial de las estrellas y el medio interestelar de esta estructura, en la que destaca su llamativa inclinación respecto al plano Galáctico, su cinemática parece confirmar que el Cinturón de Gould es un verdadero subsistema local con entidad propia. En primer lugar, la componente estelar presenta un movimiento global de expansión; así se desprende de los estudios realizados por un buen número de autores, desde Bonneau (1964), Lesh (1968), Fricke & Tsioumis (1975) o Frogel & Stothers (1977) hasta Westin (1985) o Comerón et al. (1994). Como apuntábamos en la Sección 1.3.2, también hay evidencias de que la cáscara de gas asociada al Cinturón de Gould está en expansión, como han puesto de manifiesto los trabajos de Lindblad (1967), Olano (1982), Elmegreen (1982) y Moreno et al. (1999).

Esta expansión no ha podido ser satisfactoriamente explicada a partir de un único evento explosivo puntual, como demuestra Lesh (1968) a partir de la teoría de grupos en expansión de Blaauw (1952), pues no es posible encontrar una única edad de expansión que satisfaga los distintos gradientes de velocidad encontrados en el Cinturón de Gould, pese a que estos muestran evidencias claras de un fenómeno expansivo. La posibilidad de considerar varios centros de expansión para ajustar los resultados no resulta muy atractiva tampoco, a causa de la indefinición inicial que un modelo semejante acarrearía. Debido a la dificultad de explicar el comportamiento cinemático del Cinturón de Gould dentro del modelo de una Galaxia axisimétrica y estacionaria, así como de trazar su origen a partir de una expansión causada por algún evento explosivo, se ha intentado también interpretarlo a partir de los modelos de ondas de densidad galácticas generadas

por las perturbaciones de los brazos espirales en el potencial galáctico. Sin embargo, los trabajos de Westin (1985) y Comerón & Torra (1991) concluyen que esta teoría no ofrece una explicación satisfactoria de la cinemática del Cinturón de Gould.

Por otro lado, la edad del Cinturón de Gould (entre 20 y 90 millones de años, como decíamos en la Sección 1.3.1) es una fracción apreciable del periodo de oscilación vertical de las estrellas sobre el plano Galáctico bajo la influencia del potencial gravitacional de la Galaxia, por lo que la coherencia espacial del Cinturón debe ser correspondida también por una coherencia cinemática que evite la disolución de la estructura en el seno del plano Galáctico. Comerón (1999) encuentra que hay un movimiento global de oscilación del Cinturón de Gould en torno a un eje, que no coincide con la línea de nodos en la cual el sistema inclinado corta al plano Galáctico. Este movimiento vertical del Cinturón de Gould podría explicarse por la que hasta ahora es la hipótesis más aceptada sobre el origen de esta estructura: el choque contra el plano Galáctico de una nube de alta velocidad proveniente del halo (Weaver 1974, Gómez de Castro 1992, Comerón & Torra 1992, 1994).

Todo esto nos lleva a pensar que el Cinturón de Gould es en realidad el complejo de formación estelar más cercano a nosotros. Así, formaría parte de una jerarquía de tamaños en los procesos de formación estelar con coherencia espacial, dentro de la cual se agrupan normalmente las regiones de formación estelar en la Vía Láctea, fenómeno que se ha observado también en otras galaxias del Grupo Local (Efremov 1989, 1995; Efremov & Sitnik 1988), como ilustra la Figura 1.5. El Cinturón de Gould sería así una estructura de segundo nivel, subordinada al brazo local (conocido como *Orion-Cygnus spur*), y compuesta por condensaciones como Ori OB1, la cual representaría un tercer nivel en esta jerarquía de tamaños (Elmegreen et al. 2000).

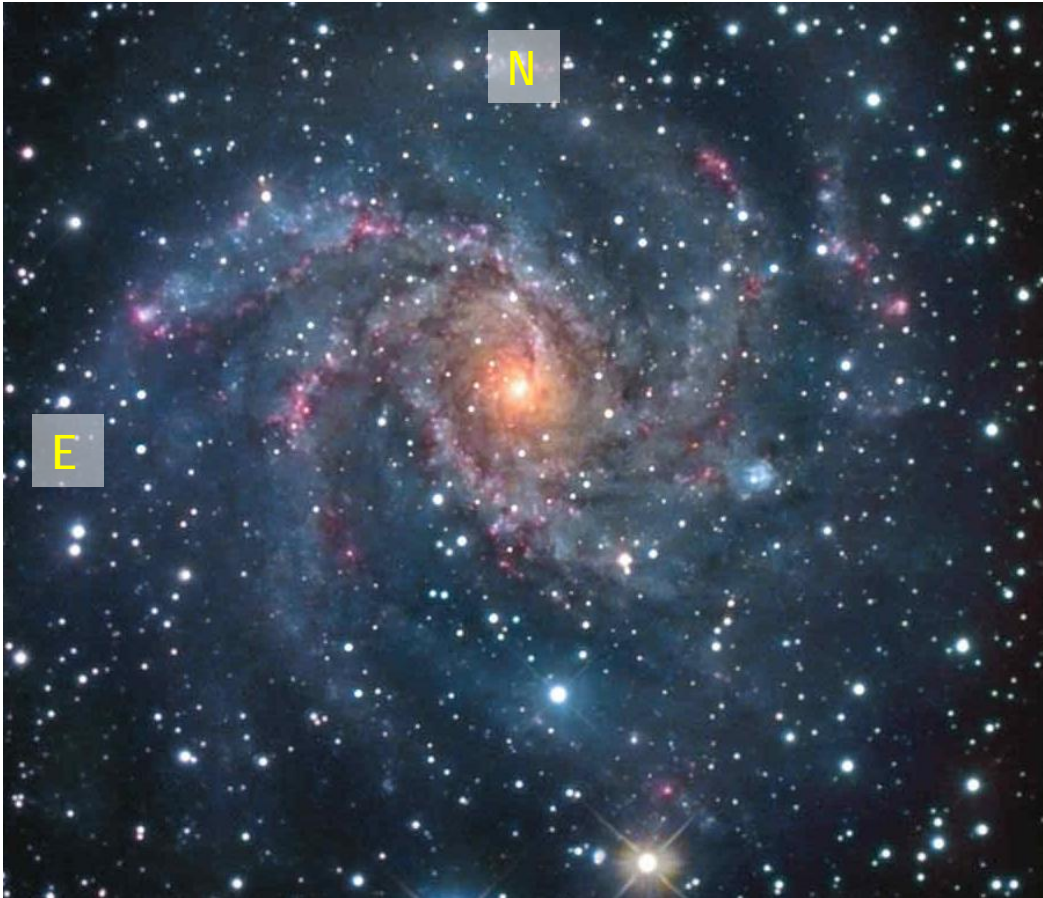


Figura 1.5. NGC 6946 o Galaxia de Fuegos Artificiales, en la que se observa la jerarquía espacial de los procesos de formación estelar. El Cinturón de Gould visto desde fuera de la Vía Láctea presentaría un aspecto parecido al de la estructura semicircular que aparece al suroeste del centro de la galaxia. Foto: R. Gendler.

1.4. Objetivos del trabajo

Si el Cinturón de Gould es el gran complejo local de formación estelar en el que nos encontramos inmersos, el estudio de sus propiedades globales podría contribuir a esclarecer los mecanismos que dan lugar a la estructuración de la formación estelar en la anteriormente mencionada jerarquía de tamaños.

En este trabajo nos proponemos reanalizar la distribución espacial y las propiedades cinemáticas de la componente estelar masiva del Cinturón de Gould a partir de una clasificación más rigurosa y precisa de sus miembros. Para ello, es necesario

desarrollar una técnica que permita separar las estrellas pertenecientes al Cinturón de Gould de las del disco Galáctico local; esta técnica debe estar basada únicamente en criterios de posición espacial, si queremos que la discriminación entre los dos sistemas nos proporcione un test cinemático de su estructura que pueda ser utilizado como piedra de toque para desvelar su naturaleza y origen. ¿Nos encontramos ante una entidad con auténtica realidad física, nacida de una misma nube molecular gigante, o por el contrario la disposición peculiar de esta estructura es el resultado de una serie de mecanismos de formación estelar inconexos, aglutinados por un potencial galáctico asimétrico?

Nuestro primer objetivo es, por tanto, el desarrollo de un método de discriminación espacial que, al mismo tiempo que separe las estrellas en miembros del Cinturón de Gould y del disco Galáctico local, estime los parámetros geométricos que caracterizan a ambos sistemas. Históricamente, se han propuesto diversas maneras de abordar el problema (las cuales revisaremos en la Sección 3.1), ligadas a las hipótesis sobre la distribución de la componente estelar en el espacio. En nuestro caso trabajaremos bajo la aproximación de que el Cinturón de Gould puede representarse como un disco, no necesariamente homogéneo. A partir de esta hipótesis construiremos un algoritmo de separación basado en la posición de las estrellas respecto al Sol, considerando un espacio tridimensional (lo que nos exigirá conocer sus distancias heliocéntricas).

Una vez puesto a punto el método de discriminación espacial, lo aplicaremos a una muestra de estrellas jóvenes de tipos espectrales O y B, con información espacial completa. Obtendremos así datos sobre la estructura del Cinturón de Gould, y también una buena estimación de los parámetros de nuestro modelo, que nos servirán para separar una segunda muestra de estrellas OB con medidas de sus velocidades. Esto nos permitirá analizar y comparar los comportamientos cinemáticos del Cinturón de Gould y del disco Galáctico local (de aquí en adelante, también referidos como CG y DGL, respectivamente), puesto que sus campos de velocidades habrían sido obtenidos solamente a partir de información sobre la posición espacial de las estrellas, como sistemas espacialmente independientes.

La memoria de la tesis ha sido organizada en seis capítulos. El Capítulo 1 corresponde a esta introducción. La confección de las dos muestras utilizadas a lo largo del trabajo se describe y discute en el Capítulo 2. En el Capítulo 3 se explica el desarrollo del modelo espacial y de su correspondiente algoritmo de clasificación y determinación de los parámetros del sistema. La aplicación de este modelo a la muestra espacial para el estudio estructural se realiza en Capítulo 4. Asimismo, el modelo aplicado a la muestra cinemática permite, en el Capítulo 5, el análisis de la cinemática de los dos sistemas en estudio; este análisis lleva a apuntar algunas claves acerca del posible origen del Cinturón de Gould, dentro del mismo capítulo. Finalmente, el Capítulo 6 resume el trabajo realizado y recoge las principales conclusiones de esta memoria.

2 Muestras de trabajo

Had I the heavens' embroidered cloths,
Enwrought with golden and silverlight,
The blue and the dim and the dark cloths
Of night and light and the half-light...

W.B. Yeats. *He wishes for the Cloths of Heaven*

2.1. Catálogos empleados en la construcción de las muestras

La fuente de la que hemos obtenido las muestras con que hemos realizado este trabajo es el catálogo de *Hipparcos* (ESA 1997), del cual se han extraído gran parte de los datos astrométricos de las estrellas que componen dichas muestras. Dado nuestro objetivo de estudiar el Cinturón de Gould en base a las posiciones y velocidades espaciales de su componente estelar, la razón de partir de este catálogo es evidente, pues es el primer catálogo de paralajes absolutas y movimientos propios para todo el cielo (118,218 estrellas). Además, la misión *Hipparcos* fue el primer experimento espacial dedicado completamente a la astrometría, y por ello los datos obtenidos en este campo son de una precisión sin precedentes para grandes bases de datos. La mediana de los errores estándares en la posición, la paralaje y el movimiento propio anual es de 0.7 a 0.9 miliarcos de segundo (*mas*) en la época del catálogo (J1991.25). Su magnitud límite es aproximadamente 12.4, y el catálogo es completo hasta las magnitudes 7.3 – 7.9, dependiendo de la latitud galáctica y el tipo espectral (Perryman et al. 1997).

Para el cálculo de la distancia heliocéntrica de las estrellas de nuestras muestras no podemos sin embargo emplear sistemáticamente la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* (π), puesto que su error relativo σ_π/π aumenta con dicha distancia (Figura 2.1). A partir de los 100 ó 200 pc, aproximadamente, son preferibles las distancias fotométricas, para las cuales la relación anterior es constante, y por ello hemos recurrido al catálogo de Hauck & Mermilliod (1998) de fotometría Strömrgren. Este catálogo, que contiene 63,313 estrellas, lleva a cabo una evaluación crítica de los diferentes valores de los datos compilados a partir de diversos autores para proporcionar el mejor valor medio de la magnitud visual aparente (V), así como de los índices de color $b-y$, m_1 , c_1 y β , que

permiten el cálculo de la distancia fotométrica. Sin embargo, como se explica más adelante, también será necesario recurrir a los datos fotométricos del propio catálogo de *Hipparcos* (V , $B-V$) y al tipo espectral para obtener distancias espectroscópicas adicionales con las que completar al menos una de las muestras.

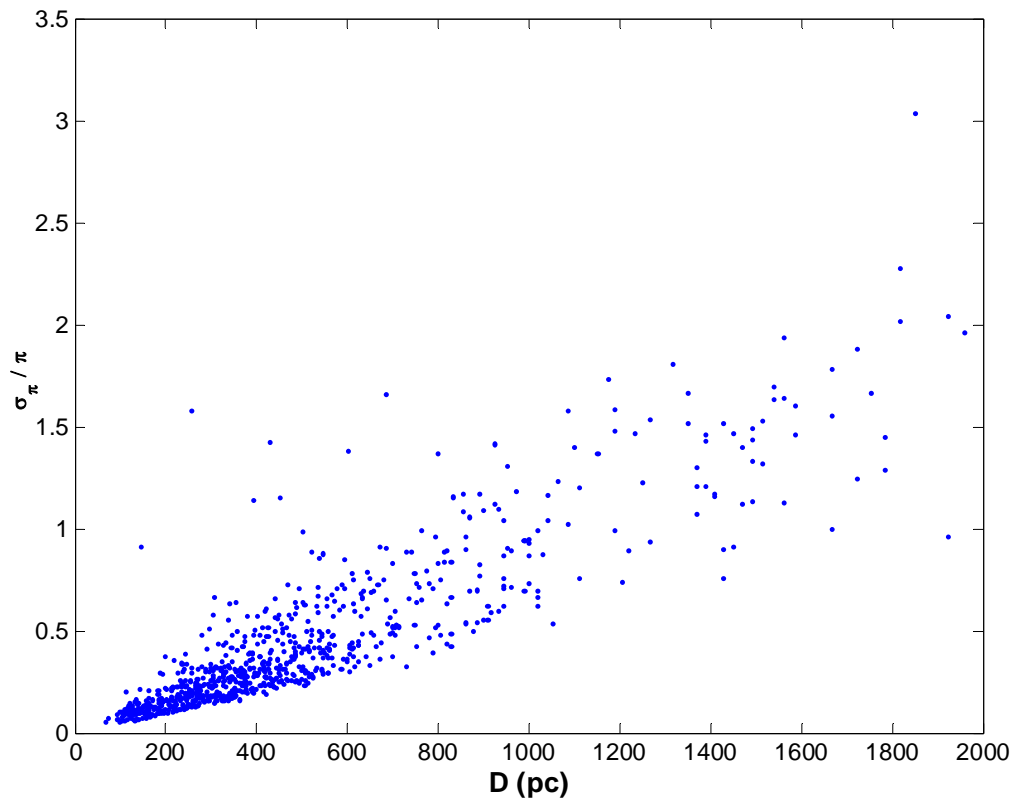


Figura 2.1. Error relativo de la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* frente a su correspondiente distancia trigonométrica ($D = \pi^{-1}$) para las estrellas de tipo espectral B del catálogo de *Hipparcos*.

Como gran parte de este trabajo se centra en el análisis de las velocidades espaciales, para su cálculo hemos necesitado, además de los movimientos propios del catálogo de *Hipparcos* y de la distancia heliocéntrica obtenida por diferentes métodos, una medida de la velocidad radial de nuestras estrellas. Desafortunadamente, la misión *Hipparcos* no realizó observaciones destinadas a determinar la velocidad radial (algo que la prometedora misión GAIA sí realizará en un futuro próximo), por lo tanto hemos necesitado de un tercer catálogo para completar nuestros datos. Éste es el *Catálogo general de velocidades radiales medias* de Barbier-Brossat (2000), que tiene velocidades medias para 36,145 estrellas. El catálogo de Barbier-Brossat complementa al catálogo WEB de velocidades radiales (Duflot et al. 1995), y añade nuevas estrellas y

datos a las ya existentes. Hemos tomado también valores adicionales de la velocidad radial del catálogo de Grenier et al. (1999), que realizaron medidas para 2,800 estrellas de tipos espectrales B2-F5 comprendidas en el catálogo de *Hipparcos*.

2.2. Confección de las muestras

De acuerdo con los objetivos fijados para este trabajo, ha sido necesario elaborar dos muestras complementarias de estrellas a partir de los catálogos arriba mencionados. La primera, a la que llamaremos *muestra espacial* de aquí en adelante, será empleada para obtener los parámetros estructurales del CG y del DGL mediante nuestro algoritmo de separación, que ajusta los planos en torno a los que suponemos que se distribuyen ambas estructuras. Por ello es importante que la posición y distancia de las estrellas de la muestra espacial sean lo más precisas posibles. Así pues, para calcular esta última hemos utilizado la paralaje absoluta de *Hipparcos* y la fotometría Strömrgren.

Una vez calculados los planos que definen el Cinturón de Gould y el disco Galáctico local mediante la muestra espacial, nuestro objetivo será buscar si hay diferencias en el comportamiento cinemático de ambas estructuras. Para ello es preciso disponer de una muestra que además de las posiciones de las estrellas incluya sus respectivas velocidades espaciales. La llamaremos, pues, *muestra cinemática*. Para calcular dichas velocidades espaciales necesitamos, además de la distancia, los movimientos propios y las velocidades radiales de dichas estrellas. Como esta última condición restringe de forma drástica el número de estrellas disponibles, hemos recurrido a la calibración de Schmidt-Kaler (1982) para tipos espectrales para ampliar dicho número, que de otra forma se hubiera reducido considerablemente respecto a la muestra espacial.

2.2.1. Consideraciones sobre el cálculo de distancias

Antes de describir el proceso de extracción de las muestras a partir de los diversos catálogos descritos anteriormente, consideramos que es útil y necesario detenernos en los problemas que conlleva el cálculo de distancias a partir de los datos de diferente especie que obtenemos de esos mismos catálogos.

Como es bien sabido, el problema del cálculo de distancias de los objetos celestes es uno de los más importantes en astronomía y astrofísica, y su resolución es siempre compleja y puede presentar importantes sesgos. Nuestro caso no es una excepción, y minimizar estos errores, a la vez que obtener una estimación de la distancia heliocéntrica de un número suficiente de estrellas para que nuestros resultados sean significativos, exige serios compromisos, a veces no del todo satisfactorios.

Naturalmente, la primera y más lógica opción es buscar la determinación directa de la distancia a partir de la paralaje de la estrella. Éste fue uno de los principales objetivos de la misión *Hipparcos*, cuyos resultados encontramos en el catálogo en forma de paralajes absolutas para más de 100,000 estrellas, y que tiene un valor central del error o mediana de 0.97 mas para estrellas de magnitud $H_p \leq 9$, donde H_p es la magnitud en la banda propia de *Hipparcos* (Perryman et al. 1997, ESA 1997). Sin embargo, un problema intrínseco a la determinación de distancias por este método trigonométrico es que el error relativo en la paralaje (σ_π/π), como hemos señalado antes, crece con la distancia heliocéntrica, lo que nos obligará a recurrir a distancias fotométricas a partir de cierto margen de error en la paralaje trigonométrica.

Sin embargo, las distancias trigonométricas serán además fundamentales para comprobar la validez de nuestras otras estimaciones de distancias y para establecer el punto cero de éstas.

Viéndonos, pues, en la necesidad de estimar las distancias de nuestras estrellas a partir de observaciones fotométricas, dirigimos primero la mirada hacia el sistema fotométrico Strömberg (Strömberg 1966). Éste utiliza bandas de anchura intermedia –en contraste con las bandas anchas *UBV* del sistema de Johnson y Morgan (1953)–, de 180

a 300 Å. Las longitudes de onda media de las cuatro bandas utilizadas, u , v , b , y , son 3500, 4110, 4670 y 5470 Å, respectivamente. Además, se usa un índice, β , que mide la intensidad de la línea H_β . La estimación a partir la fotometría $uvby\beta$ aparece más fiable que la obtenida mediante un sistema de banda ancha, puesto que H_β es un indicador sensible a la luminosidad para las estrellas de tipo B, y la dispersión intrínseca en la calibración de la magnitud absoluta es aproximadamente tres veces menor que en la calibración a partir de la fotometría en el sistema de Johnson (Kaltcheva & Knude 1998).

Los índices fotométricos necesarios para la estimación de la magnitud absoluta y, por tanto, la distancia, los obtenemos del catálogo de Hauck y Mermilliod (1998). De él extraemos, para cualquier estrella de tipo espectral B en el catálogo de Hipparcos, los siguientes observables:

- V , la magnitud aparente en el sistema de Johnson, una medida de la magnitud y del sistema de Strömgren.
- $(b-y)$, un índice de color menos afectado por el *blanketing* que el índice $(B-V)$ en el sistema UBV , y por tanto buen indicador de la temperatura efectiva de la estrella.
- $m_1 = (v-b) - (b-y)$, una diferencia de color que da una medida del *line blanketing* en la zona de los 4100 Å, y que se puede relacionar con la metalicidad de la estrella para algunos tipos espectrales.
- $c_1 = (u-v) - (v-b)$, una diferencia de color que da una medida de la discontinuidad de Balmer.
- β , que como hemos dicho, mide la intensidad de la línea H_β .

Como este catálogo fotométrico no incluye el número de *Hipparcos* (HIP) como indicador, cruzamos ambos catálogos en base al indicador HD (número del catálogo de Henry Draper). Utilizamos a continuación la calibración $M_V(\beta)$ de Balona & Shobbrook (1984) para estimar la distancia.

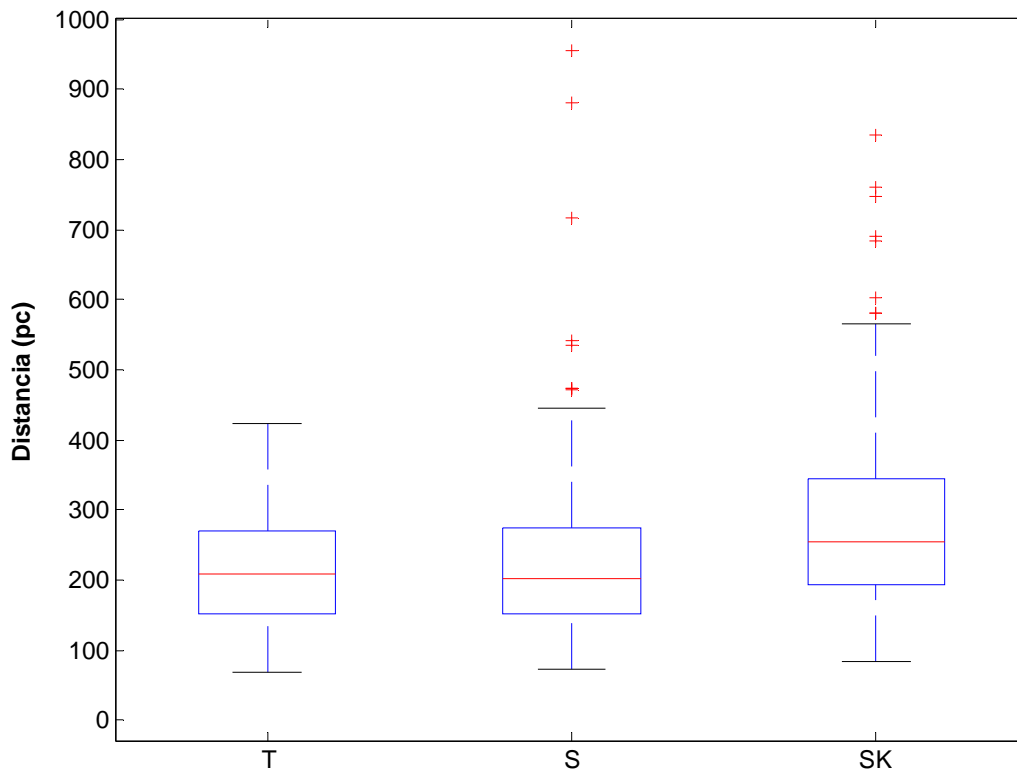


Figura 2.2. Comparación entre las distancias heliocéntricas estimadas a partir de la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* (T), la fotometría Strömberg (S) y la calibración de Schmidt-Kaler (1982) para tipos espectrales (SK). Las estrellas seleccionadas son aquellas de tipo espectral B de nuestra muestra cuyo error relativo en la paralaje es menor o igual a un 20%.

En la Figura 2.2 podemos ver los *boxplots* de las distancias heliocéntricas de las 243 estrellas de tipo espectral B presentes en nuestra muestra para las que se han podido calcular distancias a partir de fotometría Strömberg y cuyo error relativo en la paralaje es menor o igual a un 20%, en comparación con las distancias calculadas a partir de dicha paralaje trigonométrica. La diferencia entre ambas distribuciones, como puede verse en la figura, es pequeña. La mediana del cociente entre la distancia Strömberg y la distancia trigonométrica de cada estrella, para el total de la muestra, es 1.01; es decir, que globalmente difieren en apenas un 1%. Este resultado es apoyado por el estudio de Kaltcheva & Knude (1998), quienes no encuentran diferencia significativa entre las distancias trigonométricas de *Hipparcos* y las obtenidas a partir de fotometría *uvby* y H_{β} . Podemos, pues, considerar que ambas estimaciones nos llevan a resultados similares.

Como el número de estrellas para las que tenemos datos de fotometría Strömberg es relativamente pequeño, necesitaremos aún un tercer método de cálculo de distancias,

el cual empleará la magnitud visual aparente V en el sistema de Johnson, el tipo espectral y la clase de luminosidad, datos extraídos todos del catálogo de *Hipparcos*. A partir de la clasificación espectral de la estrella podemos, empleando la calibración de Schmidt-Kaler (1982), asignarle un valor de la magnitud absoluta, lo que, conociendo su magnitud aparente, nos proporciona la distancia heliocéntrica.

Si nos fijamos de nuevo en la Figura 2.2, podemos apreciar discrepancias entre esta estimación de distancias y las desarrolladas a partir de la fotometría Strömgren y de la paralaje trigonométrica. Especialmente preocupante es que las distancias a partir de la calibración de Schmidt-Kaler (1982) son sistemáticamente mayores en un 28% que las estimaciones obtenidas por los otros dos métodos. A una conclusión similar llega el estudio de Kaltcheva & Hilditch (2000); y más recientemente, Patriarchi et al. (2003), quienes discuten las posibles causas de este efecto. Nosotros no entraremos en el análisis de tales causas, pues ello requeriría de un estudio exclusivo dedicado a este tema; así pues, nos limitaremos en base a este resultado empírico a corregir la discrepancia llevando el origen de esta escala de distancias fotométrica a las escalas de *Hipparcos* y de la fotometría Strömgren.

2.2.1.1. Sesgo de Lutz-Kelker

Puesto que estamos utilizando la paralaje trigonométrica como referencia para nuestra escala de distancia, es necesario considerar que las distancias calculadas a partir de este método pueden estar afectadas de un sesgo sistemático, conocido como el sesgo de Lutz-Kelker. Cuando se selecciona una muestra de estrellas en base a un límite inferior de la paralaje observada favorecemos a las estrellas cuya estimación de la paralaje es mayor que la real, y por tanto la magnitud media de la muestra será también sistemáticamente mayor (Trumpler & Weaver 1953). Esto es debido a los errores de observación: algunas estrellas por debajo del límite adoptado –es decir, a mayor distancia– caerán dentro de la muestra debido a la dispersión, mientras que otras estrellas dentro del límite se dispersarán hacia fuera. Ocurre que, suponiendo una distribución uniforme de las estrellas en el espacio, habrá más estrellas en el exterior de la frontera que en el interior, y por tanto la dispersión será mayor hacia adentro del

volumen de la muestra. Por lo tanto la paralaje media observada será mayor que la paralaje media real.

Lutz y Kelker analizan este sesgo (Lutz & Kelker 1973) y descubren que se extiende a todas las paralajes observadas, independientemente del límite inferior descrito anteriormente. En cualquier frontera de cualquier volumen considerado, la paralaje es π . De las estrellas cuya paralaje observamos que es precisamente π , algunas tendrán una paralaje verdadera mayor y otras tendrán una paralaje verdadera menor. De nuevo, suponiendo que las estrellas se distribuyen uniformemente en el espacio, será mayor el número de estrellas cuya paralaje verdadera sea menor que π . Así, la paralaje media verdadera para estrellas cuya paralaje observada es π , es menor que π . Ya no es una cuestión del límite de la muestra, sino que afecta a todas las paralajes, y es fruto de los errores de observación y del hecho de que la densidad de estrellas aumenta hacia menores paralajes (es decir, mayores distancias). Lutz & Kelker (1973) demuestran que el error debido a este efecto depende para cada estrella exclusivamente de σ/π_0 , donde σ es la desviación estándar y π_0 , la paralaje observada.

En el caso de nuestras muestras, el corte en la paralaje lo haremos (cf. Secciones 2.2.2 y 2.2.3) para un error relativo en la misma igual o menor que un 10%. De este modo, el sesgo debido a la relación no lineal entre la paralaje y la distancia es despreciable (Arenou & Luri 1999). El sesgo de Lutz-Kelker correspondiente al truncamiento de la muestra basado en el error relativo de la paralaje es más difícil de evaluar, pues depende tanto de la población original como del tamaño de la muestra. Sin embargo, en nuestro caso, sólo 28 estrellas de la selección final tienen distancias estimadas a partir de la paralaje trigonométrica, lo que corresponde aproximadamente a un 5% de la muestra espacial. Por ello, aún cuando estas estrellas estén afectadas del sesgo de Lutz-Kelker, las muestras completas (espacial y cinemática) prácticamente no estarán contaminadas por este efecto. Por otro lado, Schröder et al. (2004) muestran que el truncamiento no introduce ningún sesgo si los errores relativos en la paralaje son inferiores al 15%. En conclusión, podemos asumir que el sesgo por truncamiento es despreciable para nuestra selección.

2.2.2. Muestra espacial

Esta muestra, como hemos apuntado anteriormente, servirá para evaluar los parámetros que definen el CG y el DGL según nuestro algoritmo de separación de los planos sobre los que suponemos que se distribuyen ambas estructuras. Es necesario, pues, seleccionar un conjunto de estrellas que *a priori* podamos confiar que en buena medida pertenezcan al CG, es decir, estrellas jóvenes, concretamente de tipos espectrales O y B.

De los tipos espectrales presentes en el catálogo de *Hipparcos* extraemos, pues, las estrellas de tipo espectral O hasta tipo espectral B6 y clases de luminosidad III, IV ó V. El corte en este tipo espectral es debido a que podemos establecer una cota superior de edad para las estrellas B6 de unos cien millones de años (véase la Sección 4.1), en consonancia con la edad estimada para el CG, que es inferior a los 90 millones de años (cf. Torra et al. 2000a, y referencias).

Es necesario señalar que los tipos espectrales listados en el catálogo de *Hipparcos* son una compilación a partir de diversas fuentes; por lo tanto, una falta de homogeneidad en la precisión del tipo espectral y/o de la clase de luminosidad puede estar presente en nuestros datos. Por desgracia, no hay estudios sistemáticos dedicados a analizar la fiabilidad de la información contenida en el catálogo. El trabajo más parecido a un análisis de esta clase es el llevado a cabo por Abt (2004), quien obtiene y clasifica los espectros de 584 estrellas pertenecientes al *A Supplement to the Bright Star Catalog*. La comparación entre esta clasificación y la del catálogo de *Hipparcos* arroja como resultado que el error estimado en la clasificación espectral de este último es de ± 1.2 subtipos, y que el 10% de las clases de luminosidad pueden estar equivocadas. Para la confección de esta muestra, sin embargo, la clasificación espectral será usada únicamente como una cota aproximada de las edades estelares. Por lo tanto, la incertidumbre inherente a los tipos espectrales de *Hipparcos* no afectará a los resultados del análisis espacial.

Puesto que esta muestra va a utilizarse para estimar los parámetros espaciales del CG, nos interesa que la posición de las estrellas sea lo más precisa posible, y para ello

hemos de ser especialmente cuidadosos con las distancias empleadas. Por tanto nos limitaremos a distancias obtenidas a partir de la paralaje trigonométrica del catálogo de *Hipparcos* y a las calculadas a partir de fotometría Strömngren. A las primeras les impondremos la condición de que el error relativo de la paralaje sea menor o igual que un 10%. Este límite de error corresponde típicamente en el catálogo de *Hipparcos* a estrellas con distancia menor de unos 100 pc, aproximadamente. Ampliamos nuestra muestra agregando estrellas con distancias determinadas a partir de la fotometría Strömngren del catálogo de Hauck y Mermilliod (1998), tal y como se describe en la Sección 2.2.1 dedicada al cálculo de distancias. Para una mayor precisión en el cálculo de la distancia fotométrica, las estrellas que presentan indicador bien de multiplicidad, bien de variabilidad en *Hipparcos* han sido eliminadas. La rotación estelar, sin embargo, no afecta a la calibración de Balona & Shobbrook (Crawford 1978, Kaltcheva & Knude 1998).

Así, la muestra se compone inicialmente de 693 estrellas con los siguientes datos:

- HIP, número identificador de *Hipparcos*.
- Paralaje trigonométrica de *Hipparcos* (*mas*).
- Error estándar de la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* (*mas*).
- Distancia calculada a partir de la fotometría Strömngren (pc).
- Ascensión recta de *Hipparcos* para la época J1991.25 en el ICRS (grados).
- Declinación de *Hipparcos* para la época J1991.25 en el ICRS (grados).
- Tipo espectral de *Hipparcos*.

Si el error relativo de la paralaje es menor o igual a un 10%, tomamos como distancia heliocéntrica de la estrella la obtenida directamente del cálculo trigonométrico a partir de esta misma paralaje. De lo contrario, escogemos la distancia fotométrica de Strömngren.

Una última restricción, una vez asignadas las distancias, es eliminar todas las estrellas a más de 1 kpc del Sol, puesto que el CG no se extiende más allá esta distancia respecto a nuestra posición en el disco Galáctico. Stothers y Frogel (1974) encuentran que el Cinturón se extiende hasta los 800 pc en la dirección de Orion y hasta los 300 pc

hacia Ophiuchus. Westin (1985) da un diámetro aproximado de unos 700 pc en la dirección del centro Galáctico y de unos 1200 pc en la dirección de rotación de la Galaxia. Así pues, descartadas las estrellas más allá del límite razonable de extensión del CG, la muestra se reduce a 553 estrellas.

En las Figuras 2.3, 2.4 y 2.5 podemos ver representada la distribución espacial de estas estrellas en coordenadas rectangulares Galácticas (X,Y,Z) , positivas en la dirección del centro Galáctico, en la dirección de rotación Galáctica, y en la dirección perpendicular al plano Galáctico de manera que el triedro sea directo, respectivamente. En la Figura 2.4, correspondiente al plano XZ , se aprecia claramente el CG inclinado respecto al plano Galáctico.

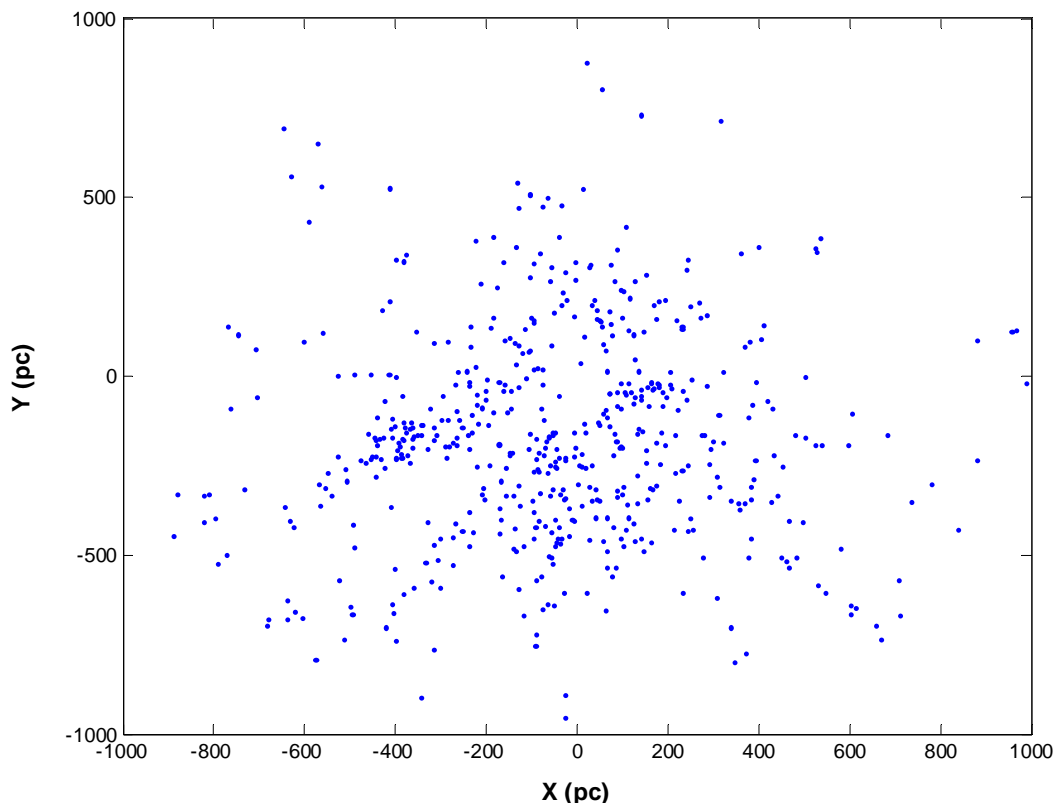


Figura 2.3. Proyección en el plano XY de la posición espacial de las 553 estrellas que componen la muestra espacial.

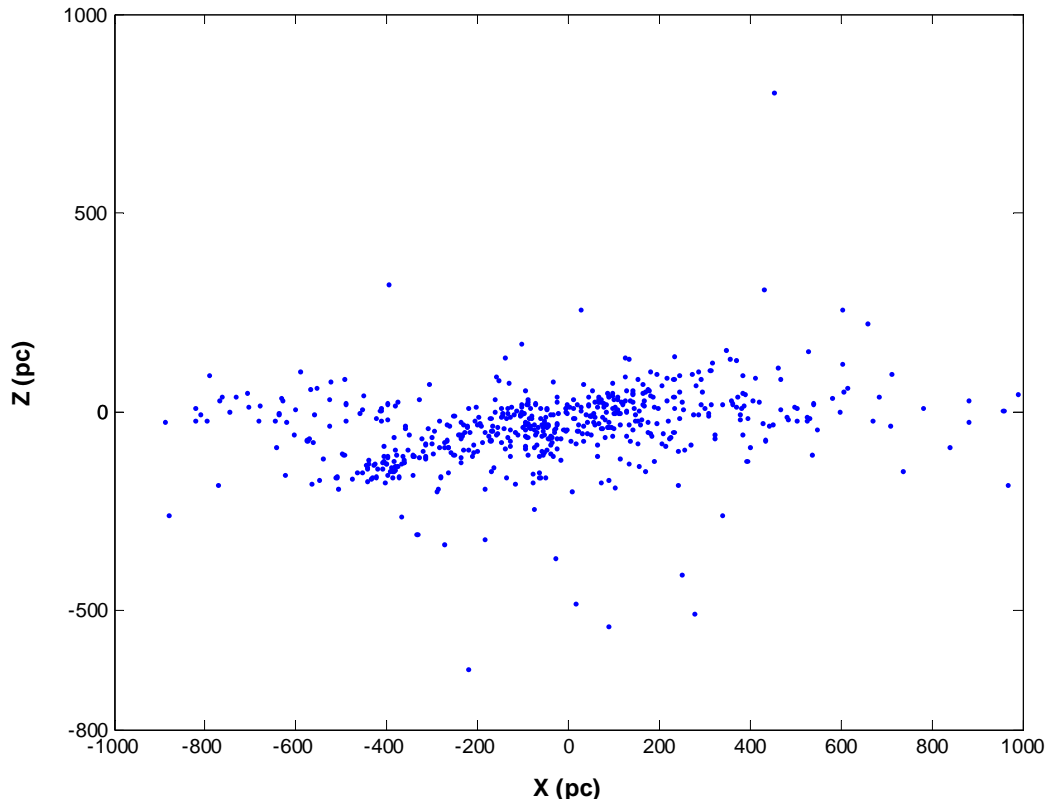


Figura 2.4. Proyección en el plano XZ de la posición espacial de las 553 estrellas que componen la muestra espacial.

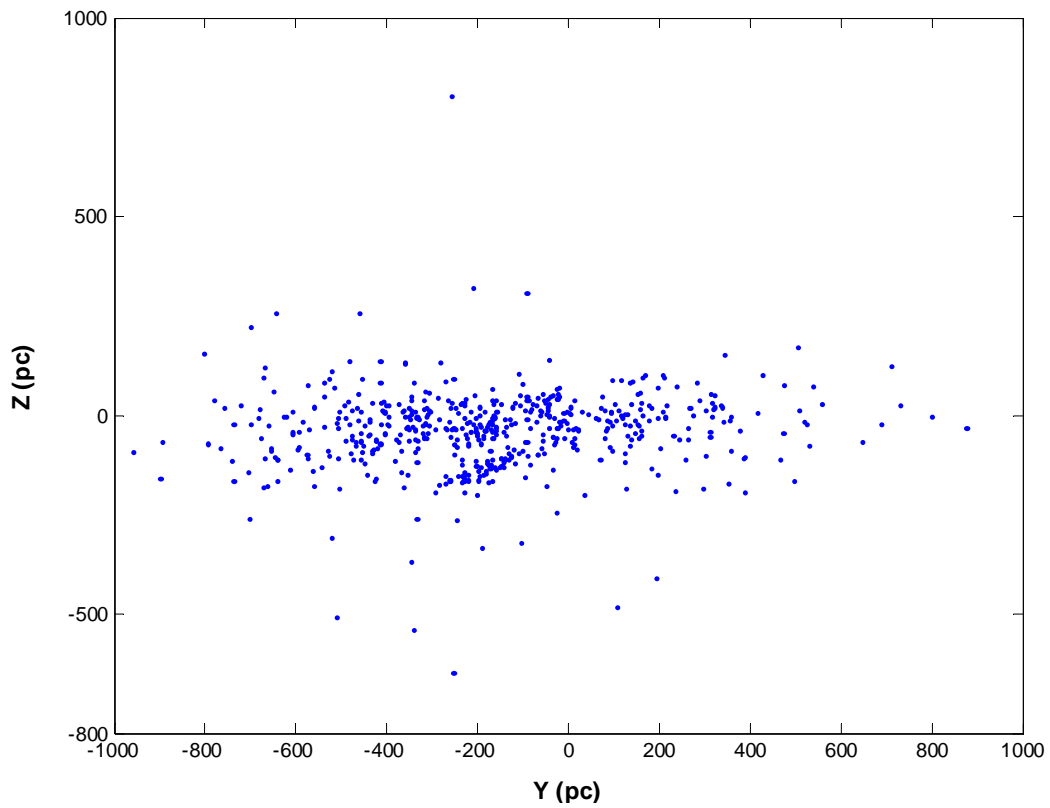


Figura 2.5. Proyección en el plano YZ de la posición espacial de las 553 estrellas que componen la muestra espacial.

2.2.3. Muestra cinemática

Una vez calculados los planos que definen el CG y el DGL mediante la muestra espacial, nuestro objetivo será buscar si hay diferencias en el comportamiento cinemático de ambas estructuras. Como hemos decidido realizar nuestro análisis en tres dimensiones, para ello es preciso disponer de una muestra que además de las posiciones de las estrellas incluya sus respectivas velocidades espaciales. Necesitamos, pues, complementar nuestros datos con medidas de los movimientos propios y de la velocidad radial. Los primeros, como ya apuntamos en la descripción de los catálogos empleados, los obtendremos del catálogo de *Hipparcos*, y tendrán por tanto una gran precisión. Las velocidades radiales, como también hemos dicho, procederán de los catálogos de Barbier-Brossat (2000) y de Grenier et al. (1999).

El principal problema que nos encontramos al construir esta muestra es el importante número de estrellas de nuestra muestra espacial que no disponen de una medida de la velocidad radial. Para evitar que la muestra cinemática se transforme en una versión drásticamente reducida de la muestra espacial, nos vemos obligados a incluir nuevas estrellas cuya distancia al Sol podamos determinar por otro método, aunque sea menos preciso que los dos empleados anteriormente. Este método, explicado en la Sección 2.2.1 referente al cálculo de distancias, es el basado en la magnitud visual aparente V y la calibración de Schmidt-Kaler (1982) a partir de los tipos espectrales.

Así pues, la muestra se compone inicialmente de 1156 estrellas con los siguientes datos:

- HIP, número identificador de *Hipparcos*.
- Paralaje trigonométrica de *Hipparcos* (*mas*).
- Error estándar de la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* (*mas*).
- Distancia calculada a partir de la fotometría Strömgren (pc), si hay datos disponibles.
- Distancia calculada a partir de la calibración de Schmidt-Kaler (pc).
- Ascensión recta de *Hipparcos* para la época J1991.25 en el ICRS (grados).
- Declinación de *Hipparcos* para la época J1991.25 en el ICRS (grados).

- Movimiento propio en ascensión recta, $\mu_\alpha \cos \delta$, de *Hipparcos* (mas año^{-1}).
- Error estándar del movimiento propio en ascensión recta de *Hipparcos* (mas año^{-1}).
- Movimiento propio en declinación, μ_δ , de *Hipparcos* (mas año^{-1}).
- Error estándar del movimiento propio en declinación de *Hipparcos* (mas año^{-1}).
- Velocidad radial (km s^{-1}) de Barbier-Brossat (2000).
- Calidad de la velocidad radial de Barbier-Brossat (2000).
- Velocidad radial (km s^{-1}) de Grenier et al. (1999).
- Error de la velocidad radial (km s^{-1}) de Grenier et al. (1999).
- Tipo espectral de *Hipparcos*.

Al igual que en el caso de la muestra espacial, si el error relativo de la paralaje es menor o igual al 10%, preferimos esta estimación de distancia a las otras. Si no es así, escogemos la distancia calculada a partir de la fotometría Strömgren. Si el campo correspondiente a esta última está vacío para la estrella en cuestión, la distancia asignada a la estrella es la obtenida mediante la calibración de Schmidt-Kaler (1982). También se ha preferido la velocidad radial de Barbier-Brossat (2000) sobre la estimada por Grenier et al. (1999), ya que el primero ofrece los valores medios de los diversos catálogos anteriores, por lo que los posibles sesgos observacionales quedan mejor compensados. Los datos de Grenier et al. (1999), se han seleccionado sólo en caso de no tener información sobre la velocidad radial y su calidad en el otro catálogo.

También como en el caso de la muestra espacial, imponemos el límite de 1 kpc para la distancia heliocéntrica, de modo que la muestra cinemática se reduce finalmente a 881 estrellas.

Nuevamente representamos la distribución espacial en coordenadas rectangulares Galácticas, ahora para esta nueva muestra (Figuras 2.6, 2.7 y 2.8). También en este caso se puede distinguir en el plano XZ (Figura 2.7) el CG, si bien apreciamos que la dispersión es mayor que para la muestra espacial.

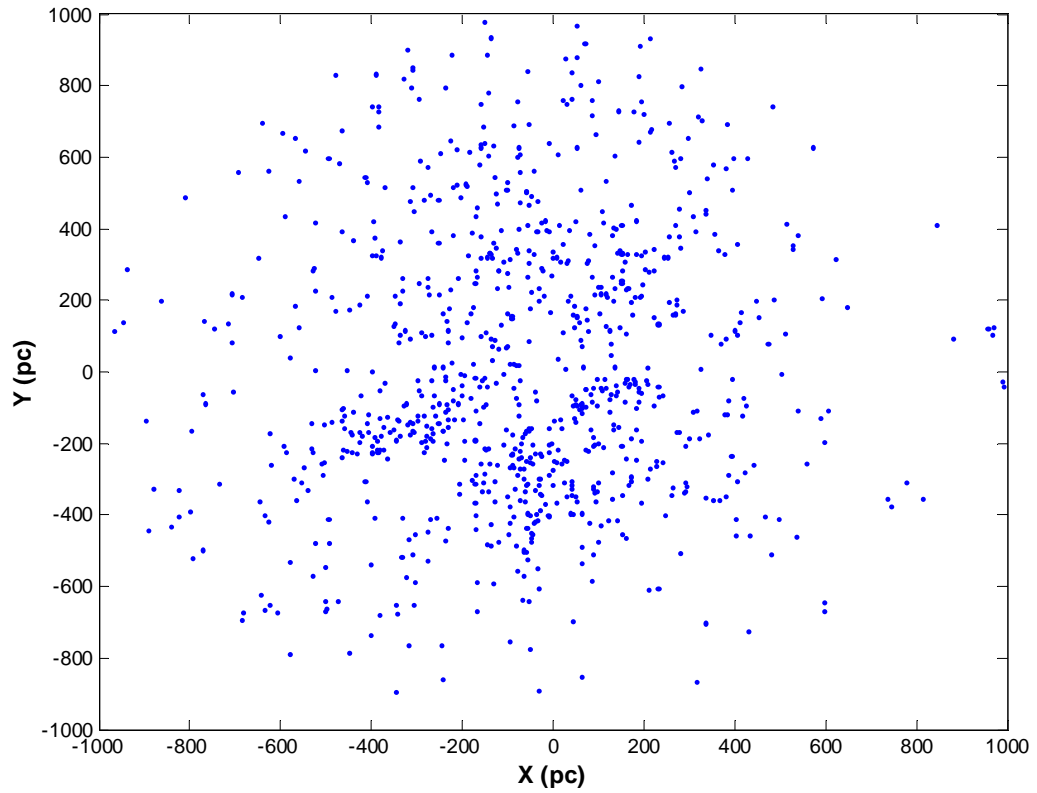


Figura 2.6. Proyección en el plano XY de la posición espacial de las 881 estrellas que componen la muestra cinemática.

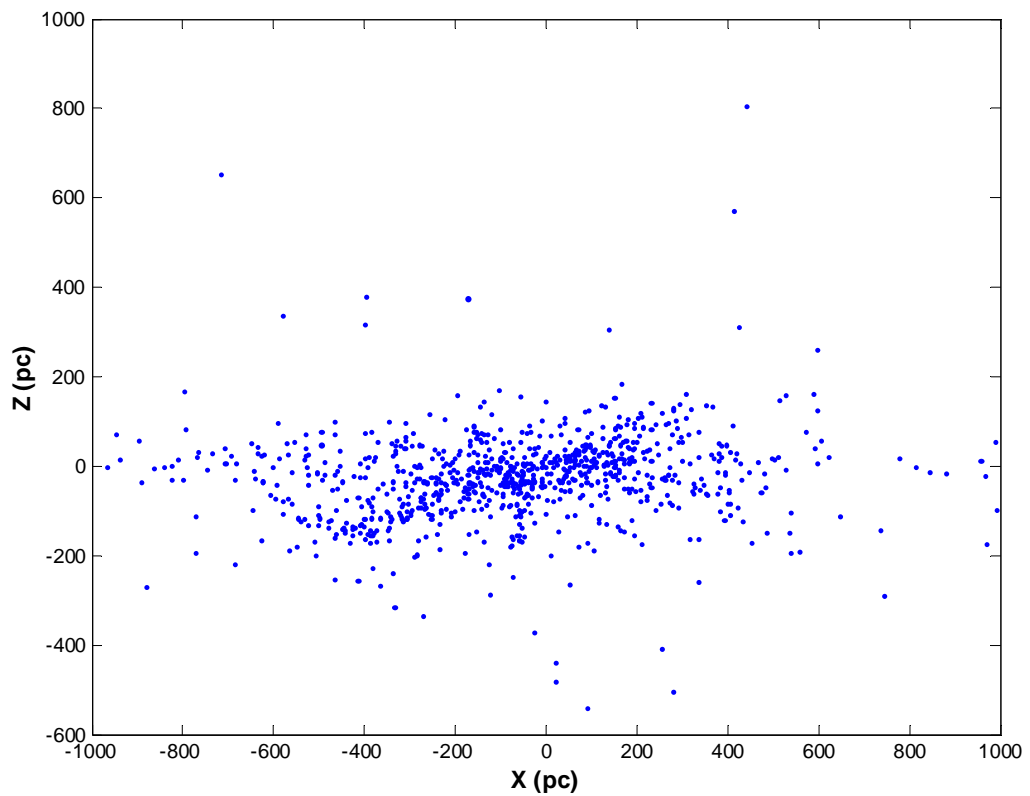


Figura 2.7. Proyección en el plano XZ de la posición espacial de las 881 estrellas que componen la muestra cinemática.

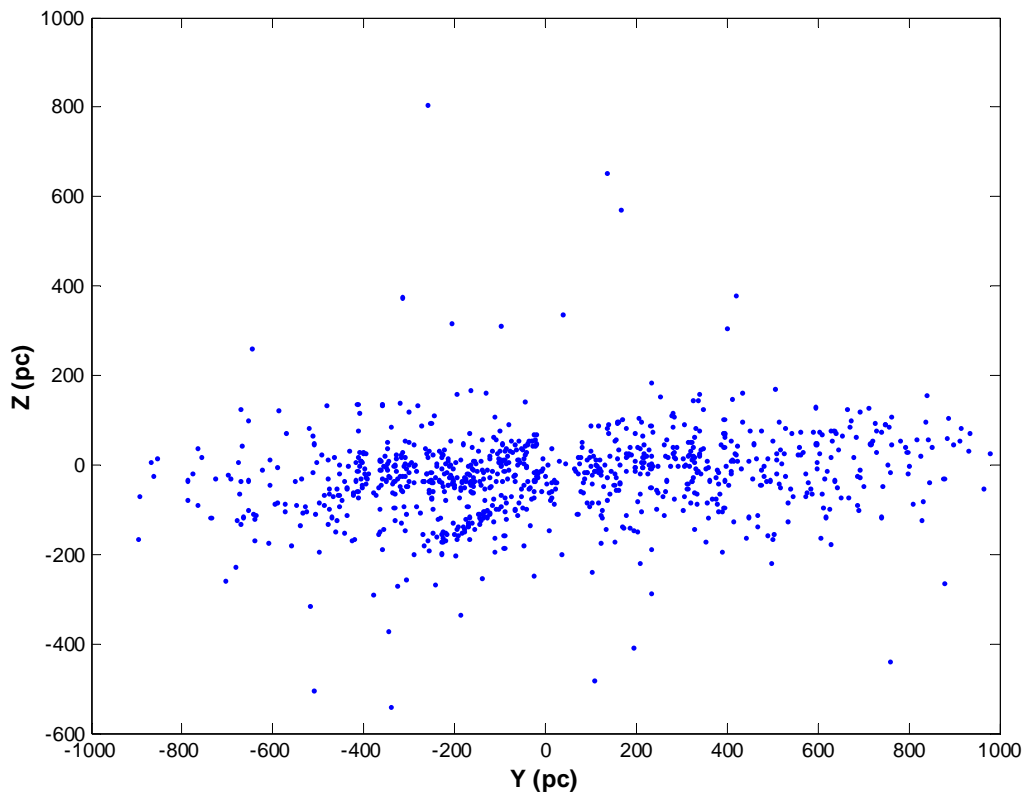


Figura 2.8. Proyección en el plano *YZ* de la posición espacial de las 881 estrellas que componen la muestra cinemática.

2.2.4. Completitud de las muestras

El catálogo de *Hipparcos* es completo como máximo hasta la magnitud 7.9. Es de esperar, sin embargo, que nuestras muestras, debido a las restricciones impuestas, presenten un grado de completitud menor. Los histogramas de la Figura 2.9 representan la distribución en magnitud visual aparente para ambas muestras en comparación con la totalidad de las estrellas clasificadas como de tipos espectrales O, B1, B2, B3, B4, B5 y B6 en el catálogo de *Hipparcos*. Con esta restricción por tipo espectral, la completitud se ve reducida hasta la magnitud 7.5, aproximadamente. La muestra cinemática, en cambio, ve reducida su completitud en una magnitud, hasta 6.5, si bien no decae bruscamente hasta 7.5. Esto es debido a la necesidad de trabajar con velocidades radiales, como se observa también en una de las muestras compiladas por Fernández (2005). En ese trabajo, el límite de completitud de una muestra de estrellas O y B de

Hipparcos decae de $V \sim 7.9$ a $V \sim 6$ al eliminar de la misma las estrellas para las que no hay datos de su velocidad radial.

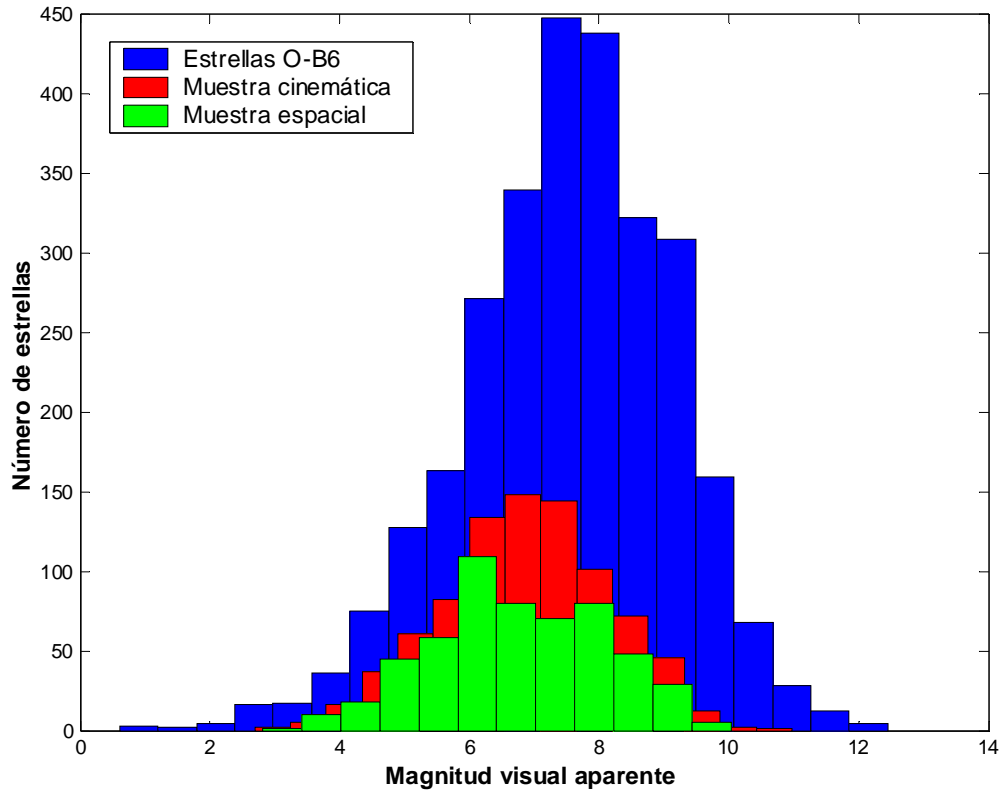


Figura 2.9. Histogramas de magnitudes visuales aparentes (V) para las muestras espacial y cinemática, en comparación con la totalidad de las estrellas de tipos espectrales O-B6 del catálogo de *Hipparcos*.

La muestra espacial apenas es completa hasta poco más de la magnitud 6. Esto era esperable, dadas las restricciones en el cálculo de distancias que sufre esta muestra. Decidimos sin embargo aceptar este sesgo a cambio de la mayor precisión posible en las posiciones de las estrellas, puesto que la muestra espacial habrá de servirnos para el cálculo de los parámetros que definen la estructura del CG según nuestro modelo, y por tanto nos interesa trabajar con estrellas cuya localización en el espacio esté afectada del menor error posible.

3 Modelo espacial

A vos, que no escogéis por la apariencia,
suerte siempre tan feliz y elección tan verdadera.

W. Shakespeare. *El mercader de Venecia*

3.1 Introducción: métodos de discriminación

El principal problema, en absoluto trivial, que se presenta a la hora de estudiar la componente estelar del Cinturón de Gould es separar las estrellas que pertenecen a esta estructura de aquellas pertenecientes al disco Galáctico local. Este problema ya ha sido abordado en numerosas ocasiones y se han propuesto métodos basados principalmente en dos hipótesis de partida íntimamente unidas a la concepción previa de los autores sobre la posible morfología estructural de este subsistema: a) El CG es realmente un cinturón, un toroide en términos geométricos, cuyo radio interno es mucho menor que su distancia media al Sol, y; b) la componente estelar, tanto del DGL como del CG, está mejor representada por un disco que por un toroide. Los métodos de clasificación también vienen influenciados por la naturaleza y número de las variables seleccionadas para realizar la discriminación. Dos coordenadas angulares (Comerón et al. 1994) o tres coordenadas espaciales (Stothers & Frogel 1974) han sido utilizadas con este fin. Pero además, el propio modelo de discriminación elegido ya lleva implícito un sesgo sobre el resultado final obtenido. No es lo mismo considerar dos círculos que se cortan en la esfera celeste, definidos por una alta densidad angular (número de estrellas por grado cuadrado), que postular dos distribuciones paramétricas de las variables espaciales.

En cualquier caso, es deseable que la mera detección del CG venga apoyada solamente sobre su estructura espacial. El estudio de otras variables físicas, tanto cinéticas como químicas o evolutivas, nos proporcionará información sobre si estamos ante un sistema estelar originado a partir de una serie de procesos de formación estelar, con un alta coherencia espacial, o simplemente nos enfrentamos a una agrupación estelar transitoria, cuyas componentes se formaron a partir de diferentes mecanismos de disparo sin ninguna conexión entre sí.

En la literatura relacionada con este problema encontramos diferentes formas de abordarlo. La primera, y más intuitiva, consiste en, una vez determinada la posición de las estrellas en un sistema de coordenadas tridimensional –normalmente coordenadas rectangulares Galácticas (X, Y, Z)–, representar todas o algunas de las tres proyecciones posibles (es decir, Y frente a X , Z frente a X y Z frente a Y), para después escoger, según la posición aparente del CG en cada uno de los planos coordenados, criterios de distancias límites a partir de las cuales las estrellas ya pertenecen al DGL. Normalmente esto se traduce en definir una "caja" para cada proyección dentro de la cual se considera que todas las estrellas pertenecen al CG. Ejemplos de este procedimiento pueden verse en Westin (1985), Pellegatti-Franco (1983), Lindblad et al. (1997) y Moreno et al. (1999) entre otros. Sin duda tiene la ventaja de la sencillez y el inconveniente de que en la difusa zona central de intersección entre el CG y el DGL se están asignando al primero estrellas que pertenecen al segundo.

Un segundo método está basado en el análisis de máxima verosimilitud de la densidad de estrellas proyectada sobre la esfera celeste. Suponiendo que las estrellas del CG y del DGL se agrupan en torno a dos círculos máximos dentro de la proyección en latitud y longitud galácticas, la densidad estelar de ambas estructuras decrece como una función exponencial de la distancia angular a dichos círculos máximos. El análisis de estas distribuciones de la densidad estelar permite obtener los parámetros que definen Cinturón y Disco sin tener que asignar probabilidad de pertenencia individual para cada estrella. El grupo de la Universidad de Barcelona ha sido el gran impulsor de esta aproximación (Comerón et al. 1994, Torra et al. 1997, Fernández 2005).

Ambas formas de atacar el problema tienen en común que la clasificación está basada en criterios espaciales obtenidos a partir de proyecciones en dos dimensiones, pero se diferencian en que mientras la primera permite únicamente obtener una cruda aproximación a los miembros del CG, la segunda también proporciona algunos parámetros estructurales del mismo, tales como la longitud del nodo ascendente (Ω) y la inclinación con respecto al plano Galáctico (i), el espesor angular de ambos planos y la fracción de estrellas pertenecientes a cada grupo. Sin embargo, las premisas de este modelo limitan considerablemente los posibles escenarios espaciales del CG. Supuestos donde el Sol estuviera en una posición excéntrica respecto al CG, y su estructura

espacial en tres dimensiones estuviera mejor representada por un disco serían difíciles de ajustar por un modelo como el reseñado.

Suponiendo que conozcamos las distancias de las estrellas con una adecuada precisión, parece lógico aprovechar las posibilidades que brinda un análisis tridimensional, no sólo para un mayor aprovechamiento de la información sino también porque permitiría ampliar el número de posibles escenarios espaciales. Stothers & Frogel (1974) fueron los primeros en proponer esta aproximación al problema. Estos autores plantean un esquema espacial donde el CG y el DGL están representados por planos que se cruzan, alrededor de los cuáles las estrellas se distribuyen según una ley decreciente con la distancia al plano, y que ajustan por el método de mínimos cuadrados. La pertenencia individual de cada estrella a un plano u otro la asignan a partir de la distancia Z (de nuevo, considerando coordenadas rectangulares Galácticas) a cada uno de ellos, clasificando una estrella como miembro de una de las dos estructuras si, evidentemente, la coordenada Z de dicha estrella está más cerca del plano que define dicha estructura que del otro. Esto se implementa dentro de un método iterativo que recalcula la ecuación de los planos y reasigna las probabilidades de pertenencia de las estrellas hasta llegar a la convergencia. Tiene el inconveniente de que produce superficies artificialmente regulares en las caras de los planos enfrentadas entre sí y que no es demasiado fiable en la zona de intersección de ambos sistemas (defecto este último que comparte con los otros dos métodos descritos anteriormente).

El nuevo método de discriminación espacial en tres dimensiones que hemos desarrollado permite obtener a la vez una estimación de los planos medios que definen al CG y al DGL y de la probabilidad individual de que cada estrella pertenezca a una u otra estructura. Esencialmente, como hacen Stothers & Frogel (1974), obtenemos los planos medios a partir de un ajuste por mínimos cuadrados, pero en vez de trabajar simplemente con distancias a estos planos, definimos una distribución de densidad estelar paramétrica que nos permite trabajar con probabilidades de pertenencia.

Asimismo, introducimos por primera vez en el estudio de la distribución espacial del CG y del DGL el concepto de *outlier*, para aquellas estrellas cuya distancia a ambos sistemas sea lo suficientemente grande como para que su probabilidad de pertenencia a cualquiera de ellos sea muy baja. Tales *outliers* son descartados por nuestro método de

discriminación, puesto que el peso excesivo que su posición podría darles para la determinación de los planos medios introduciría un sesgo en la estimación de los mismos. La purga de estas estrellas en los límites de la distribución nos proporcionará resultados mucho más robustos que los obtenidos hasta la fecha por otros autores.

3.2 El modelo espacial

La principal simplificación que debemos suponer para construir nuestro modelo es que las estrellas que componen nuestras dos estructuras en estudio, el CG y el DGL, se concentran en dos planos donde las distancias d de sus miembros a los planos medios se distribuyen de acuerdo a una función de densidad de probabilidad (fdp) paramétrica. Trabajamos con dos tipos de fdp, exponencial y gaussiana:

$$\phi(d) = \frac{1}{h} e^{-\frac{d}{h}} \quad (3.1)$$

$$\phi(d) = \frac{1}{h} e^{-\left(\frac{d^2}{2h^2}\right)} \quad (3.2)$$

donde h es, respectivamente, la escala de altura o la semianchura de la distribución normal. Una fdp exponencial es muy cómoda a la hora del cálculo, y además es habitualmente usada para describir la distribución vertical de las estrellas en modelos de disco galáctico (cf. Bahcall & Soneira 1984, Gilmore 1984, Chen et al. 2001). Sin embargo, tiene la molesta característica de tener una derivada discontinua en el máximo. Por ello, hemos probado también una fdp que no presenta este problema, como es el caso de la gaussiana (cf. Maíz-Apellániz 2001).

Si empleamos coordenadas rectangulares galácticas centradas en el Sol, (X, Y, Z) , donde X es positiva en la dirección del centro Galáctico, Y en la dirección de rotación Galáctica y Z en la dirección perpendicular al plano Galáctico de modo que forme con las otras dos un triedro directo, los planos medios podemos expresarlos mediante la ecuación estándar para cualquier plano cartesiano:

$$a_1X + a_2Y + a_3Z + a_4 = 0 \quad (3.3)$$

De este modo la distancia de cualquier punto (x, y, z) al plano es simplemente:

$$d = \frac{|a_1x + a_2y + a_3z + a_4|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \quad (3.4)$$

Esta definición de los planos es la más útil en términos computacionales, pero una mejor comprensión geométrica la proporcionan los parámetros siguientes: la longitud galáctica del nodo ascendente Ω , el ángulo de inclinación i , y la distancia vertical al Sol Z_0 . La relación entre ambas series de parámetros que definen los planos es

$$\begin{aligned} a_1 &= \sin i \sin \Omega \\ a_2 &= -\sin i \cos \Omega \\ a_3 &= \cos i \\ a_4 &= -a_3 Z_0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

si normalizamos los coeficientes a_i de modo que $\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1$. Una representación visual de esta relación geométrica puede verse, para mayor claridad, en la Figura 3.1.

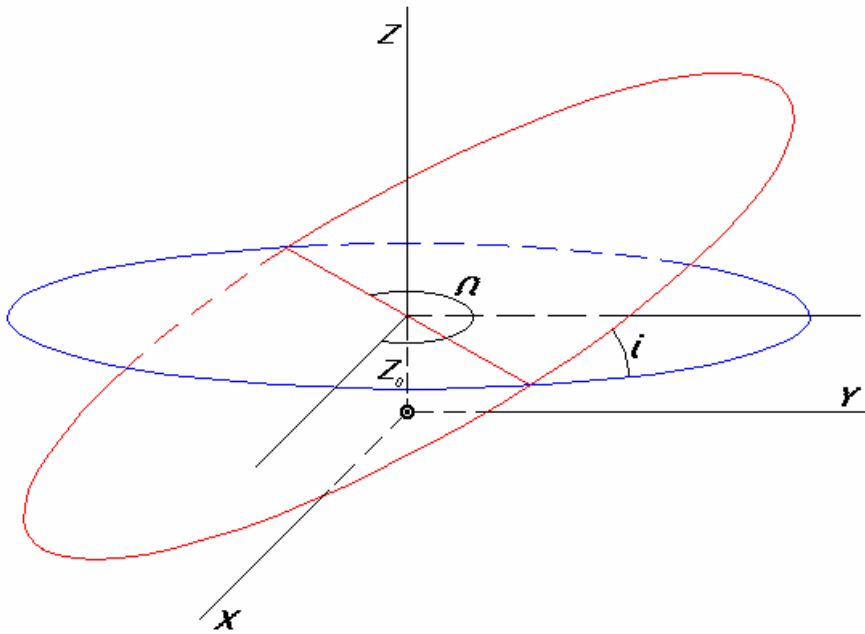


Figura 3.1. Representación esquemática del plano medio (en rojo) de cualquiera de las distribuciones estelares en estudio (CG ó DGL) y relación de sus parámetros geométricos con el sistema de coordenadas cartesianas galácticas.

3.2.1. Procedimiento estadístico

La clasificación de la muestra de estrellas se hará a partir de los principios básicos del análisis discriminante bayesiano, cuya descripción puede encontrarse en Cabrera-Caño & Alfaro (1990). Supongamos que tenemos muestras aleatorias de una población descrita por su fdp $f(K)$, siendo K un punto del espacio de medidas. Definimos $p(\omega_i)$ como la probabilidad *a priori* de que un objeto escogido aleatoriamente (es decir, una estrella) pertenezca a la clase ω_i (en nuestro caso, el CG o el DGL), y $f(K_j|\omega_i)$ como la fdp condicional de la clase ω_i . Como cada objeto sólo puede pertenecer a una única clase, y dado que:

$$f(K_j) = \sum_{i=1}^n p(\omega_i) f(K_j | \omega_i) \tag{3.6}$$

entonces el teorema de Bayes se escribe:

$$p(\omega_i | K_j) = \frac{f(K_j | \omega_i)p(\omega_i)}{f(K_j)} \quad (3.7)$$

donde $p(\omega_i | K_j)$ es la probabilidad de que un objeto pertenezca a la clase ω_i cuando su medida sea K_j , también conocida como probabilidad *a posteriori*.

En nuestro caso particular, si conocemos los parámetros de los planos podemos construir las fdp para el CG y para el DGL, ϕ_{CG} y ϕ_{DGL} , respectivamente (Ecuaciones 3.1 y 3.2). Si conocemos la probabilidad *a priori* de que una estrella pertenezca al CG, f_{CG} , y puesto que al tener sólo dos sistemas la probabilidad *a priori* de que una estrella pertenezca al DGL será $f_{DGL} = (1 - f_{CG})$, entonces el teorema de Bayes se reduce a

$$p_{CG} = \frac{f_{CG}\phi_{CG}}{f_{CG}\phi_{CG} + (1 - f_{CG})\phi_{DGL}} \quad (3.8)$$

donde p_{CG} es la probabilidad *a posteriori* de que una estrella pertenezca al CG. Podemos por tanto clasificar una estrella como perteneciente al CG si $p_{CG} > 0.5$ o como perteneciente al DGL si $p_{CG} \leq 0.5$ (lo que se conoce como *regla de decisión del mínimo error de Bayes*, que adopta esta forma particular al tratarse sólo de dos clases; podría también escribirse que una estrella pertenece al CG si $p_{CG} > p_{DGL}$).

Por tanto, si conociéramos los parámetros que definen los planos podríamos clasificar nuestras muestras de estrellas. Pero para conocerlos necesitamos estimarlos a partir de una muestra ya clasificada, de la cual no disponemos. La única solución es, pues, un procedimiento iterativo. Tomando unos valores iniciales, dentro de los límites razonables que encontramos en trabajos anteriores, para los parámetros de los planos del CG y el DGL, para f_{CG} y para las escalas de altura (o semianchuras, en el caso de trabajar con una fdp gaussiana) h_{CG} y h_{DGL} , realizamos una clasificación inicial de la muestra.

El algoritmo de estimación consta de los siguientes pasos:

- (i) Las escalas de altura o semianchuras h_{CG} y h_{DGL} como parámetros de las fdp exponenciales ϕ_{CG} y ϕ_{DGL} son estimadas simplemente como la media de la distancia de las estrellas al plano correspondiente.
- (ii) f_{CG} es estimada como la proporción de estrellas obtenidas como pertenecientes al CG respecto al número total de estrellas de la muestra.
- (iii) Los parámetros de los planos son obtenidos mediante un ajuste de los planos por mínimos cuadrados ortogonales. Si $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ es vector de posición de la estrella i , calculamos primero el vector de posición medio $\bar{\mathbf{r}}$ y la matriz de momentos \mathbf{M} :

$$\bar{\mathbf{r}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i \quad (3.9)$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i - \bar{\mathbf{r}})^T (\mathbf{r}_i - \bar{\mathbf{r}}) \quad (3.10)$$

donde N es el número de estrellas, es decir, el tamaño de la muestra clasificada. Resolvemos la ecuación de autovalores:

$$\det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (3.11)$$

y después resolvemos para el autovector \mathbf{u} :

$$(\mathbf{M} - \lambda_0 \mathbf{I}) \mathbf{u} = 0 \quad (3.12)$$

donde λ_0 es la menor de las raíces de la Ecuación 3.11.

Por tanto la ecuación del plano ajustada por mínimos cuadrados ortogonales puede escribirse:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}) = 0 \quad (3.13)$$

y a partir de los valores de los coeficientes a_i podemos calcular i , Ω y Z_0 según la relación expresada en la Ecuación 3.5.

Este algoritmo iterativo se anida por completo en una estructura de “bootstrap” para obtener así de forma simultánea una estimación del error de los parámetros. Es decir, el procedimiento se realiza una vez con los datos verdaderos –la muestra completa– y después se repite otras noventa y nueve veces con pseudo-muestras del mismo tamaño construidas a base de escoger estrellas aleatoriamente de la muestra original, permitiendo la repetición de elementos.

En la práctica, puesto que desconocemos los parámetros iniciales de los planos, introduciremos como primera aproximación los que podemos encontrar en la literatura, para después reintroducir como parámetros iniciales los obtenidos tras aplicar el algoritmo a la muestra. Una vez más, introducimos estos últimos como parámetros iniciales, comenzando así el proceso iterativo que típicamente converge en menos de diez pasos.

3.2.2. Detección y purga de *outliers*

Como adelantábamos al comienzo de este capítulo, un elemento esencial que introducimos por primera vez en el proceso de estimación de los parámetros que caracterizan la geometría del CG y el DGL es la detección de *outliers*. Es inevitable que toda muestra esté en mayor o menor grado contaminada por estrellas que no pertenezcan a ninguna de nuestras dos distribuciones, tal y como son modeladas por nuestra hipótesis de trabajo; es decir, que se alejen demasiado de ambos planos y que causen desviaciones en el cálculo de los parámetros que los describen. Que estén muy alejados tanto del CG como del DGL equivale a decir que estos *outliers* se encuentran

en zonas de baja densidad de probabilidad en el espacio de muestreo. Puesto que disponemos de las fdp ϕ_{CG} y ϕ_{DGL} , podemos calcular la densidad total en la posición de cada estrella de la muestra para nuestra clasificación inicial. Ésta es:

$$D = f_{CG}\phi_{CG} + (1 - f_{CG})\phi_{DGL} \quad (3.14)$$

Aquellas estrellas en cuya posición espacial la densidad es menor que un cierto umbral, que indica que se trata de una región lo suficientemente alejada de los planos medios como para considerar que las estrellas que se encuentran en ella no pertenecen a ninguna de las dos distribuciones, son eliminadas de la muestra antes de comenzar el proceso iterativo. Después de examinar nuestro sistema, hemos encontrado que un valor conservativo de corte, $D < 10^{-3}$, satisface nuestra exigencia de eliminar la mayor parte de los *outliers*. Si bien es cierto que este corte en densidad –y por tanto la purga de *outliers*– lleva implícita una decisión personal en cuanto al límite de densidad considerado como aceptable, debe tenerse en cuenta que el mismo concepto de *outlier* tiene un cierto carácter subjetivo, puesto que es un objeto matemático que no está definido de forma rigurosa. No es posible afirmar con certeza si un objeto es o no un *outlier*, y por ello debemos movernos en el ámbito de la suposición a la hora de decidir cómo eliminarlos.

En la Sección 3.1, en que analizamos la estabilidad del modelo, veremos con más detalle el proceso mediante el que purgamos la muestra, más refinado que el simple descarte de un cierto número de estrellas identificadas como *outliers* en la primera iteración, y estudiaremos el sesgo que la presencia de *outliers* puede introducir en nuestros algoritmo. De momento, quedémonos con la primera aproximación en que, eliminados los *outliers* de la muestra, procedemos a realizar la separación inicial entre CG y DGL. A partir de ahí comienza el proceso iterativo descrito anteriormente (Sección 3.2.1). Nótese que después de la primera iteración ya no se realiza la búsqueda y eliminación de *outliers*.

3.3. Análisis de la estabilidad del modelo

3.3.1. Creación de muestras simuladas

Antes de aplicar este modelo que hemos desarrollado a una muestra real de estrellas, debemos estudiar el comportamiento del algoritmo de separación de planos en un entorno que podamos controlar a nuestro antojo. Para ello construimos unas muestras simuladas, cuyos parámetros sean conocidos y por tanto podamos compararlos con los resultados obtenidos por el algoritmo.

Estas muestras simuladas corresponden en principio al sistema ideal en que se basa el modelo: dos nubes de puntos distribuidas en torno a dos planos medios entrecruzados, cuya distancia perpendicular a cada uno de estos planos medios responde a una fdp paramétrica. Si empleamos coordenadas rectangulares (X, Y, Z) para definir la posición de los puntos, la distribución en el plano XY es completamente aleatoria y homogénea, mientras que la altura Z sigue una fdp como las expresadas en las Ecuaciones 3.1 y 3.2.

Definidas así las dos distribuciones, giramos cada una de ellas un ángulo i –distinto para cada nube de puntos– en torno al eje X en sentido contrario a las agujas del reloj, y después un ángulo Ω –también distinto para cada distribución, evidentemente– en torno al eje Z , también en sentido contrario a las agujas del reloj. Estos ángulos los hemos definido en el modelo como la inclinación i y la longitud del nodo ascendente Ω de cada uno de los planos. Posteriormente desplazamos la totalidad de cada distribución la distancia vertical al origen de coordenadas Z_0 , que se corresponde con la distancia vertical al Sol de cada uno de los diferentes sistemas.

Asimismo, contaminamos la muestra simulada con un número apreciable (entre un 10% y un 20% de la muestra total) de *outliers* que no siguen ninguna de las dos distribuciones, sino que se extienden sobre las tres direcciones del espacio de forma completamente aleatoria y homogénea, con una densidad mucho menor que la de los otros dos sistemas. Únicamente hemos establecido un límite de altura en Z para que no

sobrepase demasiado la altura máxima de la distribución, puesto que no consideramos necesario forzar en exceso la presencia de *outliers* en los extremos de nuestro sistema para demostrar su influencia en la determinación de los resultados (si bien algunas estrellas de estas características estarán habitualmente presentes en muestras reales, como se observa en las Figuras 2.4 y 2.5).

Por último, establecemos un límite arbitrario de distancia al origen, de modo que ésta no sobrepase la cifra de 1000 (es decir, $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \leq 1000$), por analogía con los límites de distancia impuestos a las muestras reales.

3.3.2. Eliminación de *outliers*

Tenemos ahora las herramientas necesarias para estudiar cómo la presencia de *outliers* afecta a la estimación de los parámetros del modelo. En la Figura 3.2 representamos la proyección en el plano XZ de una muestra simulada de 453 estrellas, que ha sido ya purgada de *outliers* (puntos amarillos) y clasificada en CG y DGL (puntos rojos y azules, respectivamente). La fdp utilizada en este caso es de tipo exponencial. Observamos que su distribución espacial reproduce acertadamente la de la muestra real (Figura 2.4), exceptuando los *outliers* con un alto valor absoluto de Z que en nuestra muestra simulada no hemos incluido. Pese a ello, la diferencia entre una estimación que descarte los *outliers* y otra que trabaje sobre la muestra sin purgar es notoria. En la Tabla 3.1 presentamos los resultados obtenidos en ambos casos, en comparación con los parámetros a partir de los cuales se creó la muestra simulada.

	f_{CG}	h_{CG}	h_{DGL}	$i_{CG} (^{\circ})$	$i_{DGL} (^{\circ})$	$\Omega_{CG} (^{\circ})$	Z_0^{CG}	Z_0^{DGL}
Parámetros reales	0.5	30	30	17	0	285	-10	0
Estimación sin purgar <i>outliers</i>	0.35 (0.05)	25 (9)	74 (10)	17.7 (0.6)	2 (1)	283 (2)	-12 (5)	-18 (9)
Estimación purgando <i>outliers</i>	0.46 (0.03)	26 (2)	25 (2)	17.3 (0.3)	1 (1)	284 (1)	-11 (3)	-3 (2)

Tabla 3.1. Comparación entre la estimación de los parámetros del modelo para una muestra simulada (con fdp exponencial, siendo h la escala de altura) aplicando o no el algoritmo de eliminación de *outliers*. Los errores, obtenidos por técnicas de bootstrap, aparecen entre paréntesis.

Advertimos que la purga de *outliers* mejora sensiblemente los resultados. Si no se eliminan, el algoritmo tiende a sobreestimar gravemente el número de estrellas pertenecientes al DGL, así como su escala de altura. También sobreestima la inclinación del CG, debido a que los *outliers* situados en sus extremos y con alto valor absoluto de Z en cierto modo “tiran” hacia sí del plano medio (de no haber puesto un límite a la coordenada Z de los *outliers* simulados, el efecto hubiera sido mayor). También hay una clara sobreestimación (en valor absoluto) de la distancia Z_0 del DGL.

La eliminación de los *outliers* mejora de forma evidente la estimación de los parámetros de los planos, así como de la fracción de estrellas perteneciente al CG, que es prácticamente igual a la original, dentro del margen de error. Lo mismo ocurre con la inclinación del CG y con la distancia vertical al origen del DGL. Hay una ligera subestimación de la escala de altura de ambos sistemas, pero los valores son mucho más próximos a los verdaderos que en el caso anterior. Observamos también que los errores estimados mediante la técnica de bootstrap son mucho menores al descartar los *outliers*; dicha técnica es bastante sensible a los mismos, puesto que las pseudo-muestras con que trabaja son susceptibles de mayores variaciones si hay puntos extraños contaminando las distribuciones originales (recordemos que se construyen permitiendo la repetición de elementos).

Ésta es solo una de las innumerables configuraciones posibles de los *outliers* en una muestra. Indudablemente, es posible encontrar algunas en que la distribución

espacial de los *outliers* sea tal que no influyan en los resultados estimados mediante nuestro método de separación. Pero, por otra parte, sería también sencillo imaginar configuraciones en que *outliers* en posiciones más extremas contaminarían seriamente la distribución global de la muestra, con la consiguiente estimación sesgada de los parámetros de los planos. *A priori*, es imposible saber si una muestra real de estrellas está o no fuertemente contaminada por *outliers* que, como vemos, pueden tener un efecto muy importante en la clasificación y caracterización del CG y del DGL. Es, pues, absolutamente necesaria la identificación de los mismos, para obtener resultados más fiables y robustos, o de lo contrario unas pocas estrellas –en comparación con el total de la muestra– podrían producir resultados espurios sin que sospechemos siquiera que tal alteración exista. De esta forma obtenemos resultados bastante robustos, lo que consideramos fundamental en el estudio de una estructura como el CG, cuya distribución espacial no puede ser delimitada sin un cierto grado de incertidumbre.

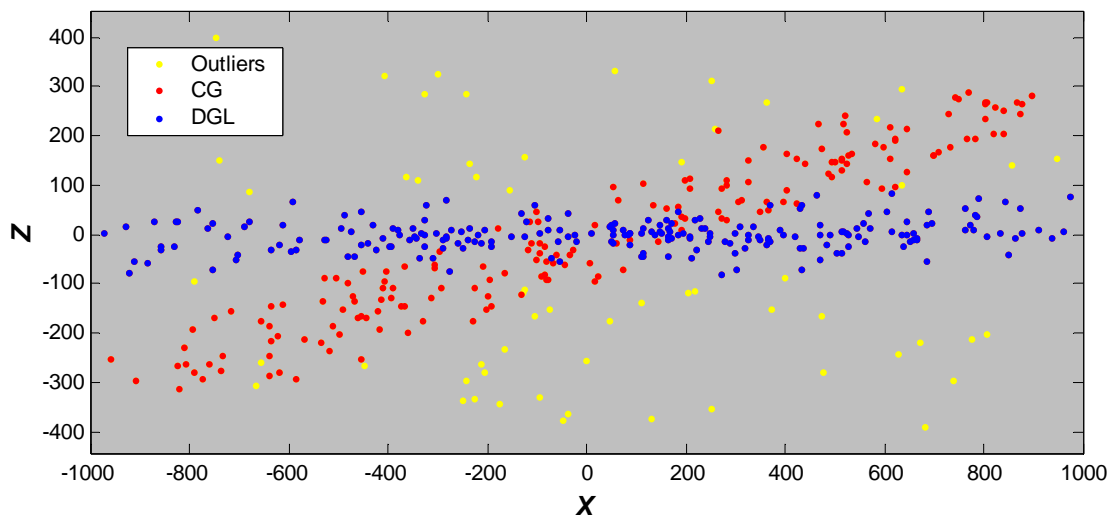


Figura 3.2. Proyección en el plano XZ de una muestra simulada a partir de una fdp exponencial y clasificada en miembros del CG y del DGL. Nótese cómo la purga de *outliers* elimina eficazmente las estrellas más alejadas de ambos sistemas.

3.3.3. Clasificación de una muestra simulada

Analizamos a continuación un ejemplo típico de la eficacia de nuestro modelo para discriminar entre las estrellas del CG y del DGL. En la Figura 3.3 podemos ver una muestra simulada a partir de una fdp exponencial, ya clasificada y libre de *outliers*. El número total de puntos o falsas estrellas que pertenecen a ambas distribuciones es de 757, de las cuales 378 pertenecen al DGL, lo que significa que la probabilidad *a priori* de pertenencia al CG es $f_{CG} = 0.5$. Los parámetros que definen los planos medios se detallan al pie de la figura, aunque en este caso no nos preocuparemos de los resultados que estima el modelo, sino que nos fijaremos únicamente en la capacidad de nuestro algoritmo para asignar las probabilidades de pertenencia. Comparando los datos iniciales con la salida del programa, tras alcanzar la convergencia al cabo de unas pocas iteraciones, obtenemos que sólo el 5% de las estrellas del DGL han sido incorrectamente clasificadas como pertenecientes al CG; a su vez, un 7.5% de miembros del CG han confundido al algoritmo, que los ha interpretado como componentes del DGL.

No sólo el número de puntos incorrectamente clasificados es pequeño, sino que, observando la Figura 3.3, advertimos que sólo se producen clasificaciones erróneas:

1. En la región de intersección de los planos, donde las probabilidades *a posteriori* de pertenencia al CG, evaluadas para las estrellas aquí situadas, son cercanas a 0.5.
2. En las zonas de baja densidad estelar de alguno de los dos sistemas (CG ó DGL), donde las probabilidades estimadas presentan una mayor incertidumbre. Ejemplos claros son las estrellas del DGL (círculos rojos) que en la Figura 3.3 se sitúan en el primer cuadrante, a $X > 400$ y $Z > 100$, y en el tercer cuadrante, a $X < -200$ y $Z < -100$.

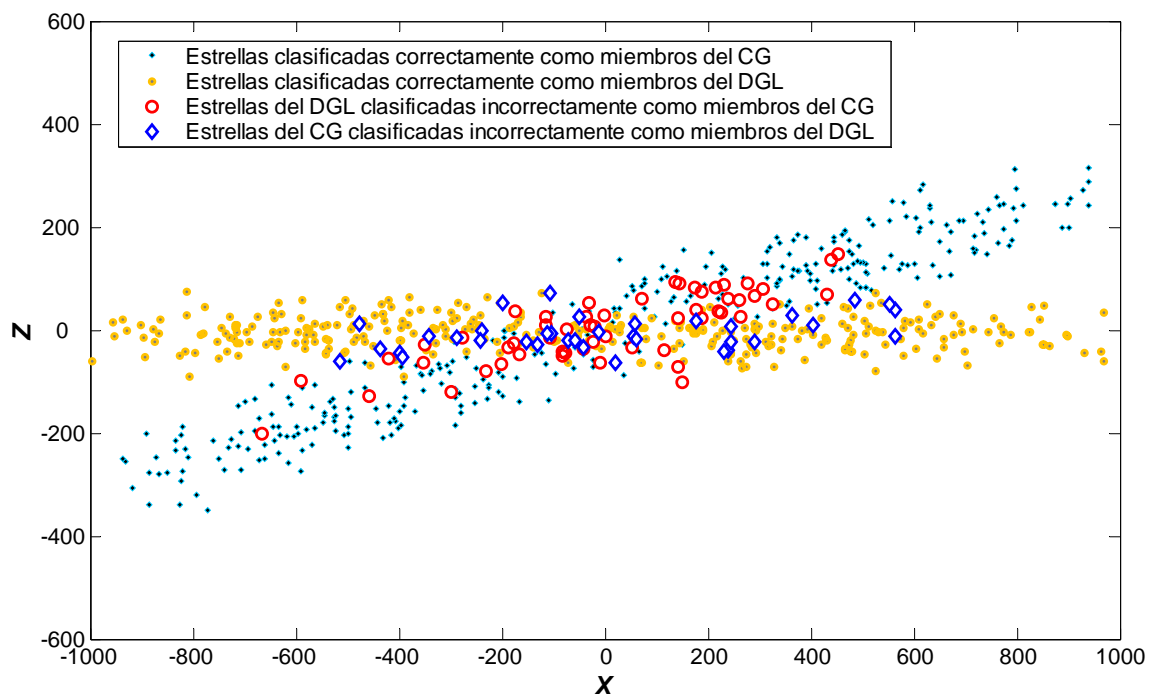


Figura 3.3. Ejemplo de clasificación de una muestra sintética ($i_{CG} = 17^\circ$, $\Omega_{CG} = 285^\circ$, $Z_0^{CG} = -10$) con una fdp exponencial. Para mayor claridad, prescindimos de representar los *outliers* en esta proyección.

Esta baja proporción de estrellas incorrectamente clasificadas es característica de nuestro modelo para otras muestras simuladas de distinta configuración espacial (o construidas mediante una fdp gaussiana), manteniéndose unos porcentajes elevados de estrellas cuya pertenencia se estima de forma correcta, al menos en el rango de parámetros geométricos analizados, todos ellos en la vecindad de los valores previamente obtenidos por otros autores.

3.3.4. Estimación de los parámetros del modelo para muestras simuladas y refinado de la eliminación de *outliers*.

Procedemos ahora a aplicar nuestro algoritmo de forma sistemática a un gran número de muestras simuladas. Esto nos permitirá evaluar la bondad del ajuste de los parámetros que caracterizan los planos medios, así como perfeccionar la técnica de eliminación de *outliers*. Para una mejor comprensión del comportamiento de nuestro modelo, estudiamos cada uno de los parámetros por separado. En todos los casos tratados en este punto las muestras simuladas (así como el algoritmo de estimación) trabajan con una fdp exponencial para la distancia perpendicular al plano medio de cada distribución.

Para comenzar, y así comprobar si la estimación de la inclinación del CG es fiable, establecemos dos planos, uno cuya inclinación y distancia vertical al origen son nulas (y por lo tanto, aunque demos un valor numérico concreto a su longitud del nodo ascendente a efectos de calculo, al ser la inclinación nula este parámetro queda indeterminado) y su escala de altura es $h = 30$; y otro cuya inclinación es $i = 17^\circ$, su longitud del nodo ascendente es $\Omega = 285^\circ$, su distancia vertical al origen es $Z_0 = -10$ y su escala de altura es también $h = 30$. El primer plano correspondería al DGL en analogía con las muestras reales; el segundo, al CG.

Construimos entonces diferentes muestras aleatorias a partir de los mismos valores de los parámetros (los indicados en el párrafo anterior); es decir, lo único que variará será el número y la distribución de los puntos o estrellas en el espacio, típicamente entre 700 y 800 pseudo-estrellas, pero los planos medios siempre quedarán definidos por idénticos valores de i , Ω , Z_0 , y h . Posteriormente, introducimos como parámetros iniciales los mismos que hemos utilizado para crear las dos distribuciones – es decir, los propios valores “reales”– excepto la inclinación del CG. Sabemos que su verdadero valor es $i_{CG} = 17^\circ$; ensayaremos pues con un valor inicial de la inclinación entre 14° y 20° (Figura 3.4). Para cada uno de los valores iniciales de i_{CG} propuestos construimos 100 muestras aleatorias con los valores reales fijos arriba indicados, y aplicamos a cada una de ellas nuestro algoritmo. Así, cada punto de la figura representa el valor medio de los resultados obtenidos para el respectivo valor inicial de la

inclinación del CG. En total, pues, se han construido 1300 muestras simuladas, 100 para cada uno de los 13 valores de prueba de i_{CG} correspondientes. Analizando los resultados, encontramos que:

- Para una precisión de 0.01° , la convergencia llega típicamente en unas diez iteraciones o menos.
- La incertidumbre media de la estimación de la inclinación es 0.2° en los trece ensayos con diferente inclinación inicial. Por tanto, considerando que esta cifra significativa es un orden de magnitud mayor que la de 0.01° mencionada en el punto anterior, la convergencia a efectos prácticos se alcanza en muy pocas iteraciones.
- Hay una cierta dependencia entre el valor inicial y el valor de convergencia. En la Figura 3.4 cada punto representa el valor medio de la inclinación estimada frente a la inclinación inicial para cien muestras distintas. Se observa que la estimación es buena si el valor inicial no se aleja más de uno o dos grados del valor real, pero tiende a sobreestimar la inclinación si la inicial es mayor que la real, y a subestimarla, si es menor. Además, este comportamiento no es simétrico, como se aprecia claramente en la figura: el algoritmo tiende más a subestimar que a sobreestimar.

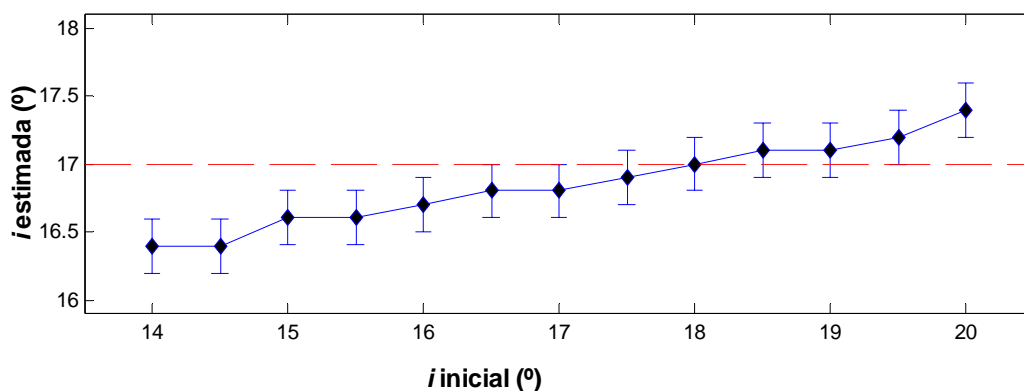


Figura 3.4. Estimación de la inclinación del CG para distintos valores iniciales del mismo parámetro. Cada punto representa la media de cien ensayos con muestras cuyo valor real de i es de 17° (representado por la línea roja discontinua).

Este comportamiento aparentemente extraño de nuestro modelo se debe al modo en que se eliminan *outliers* en el algoritmo iterativo. Cuando los planos medios son ajustados en cada nueva iteración, las estrellas que fueron eliminadas en la primera iteración siguen sin ser tenidas en cuenta, de forma que aquellas consideradas como *outliers* en la estimación inicial, no vuelven a participar en los cálculos. Esto ocasiona que, cuando los parámetros iniciales se alejan considerablemente de los reales, se eliminen estrellas situadas en zonas límite, estrellas que no se recuperarán en las siguientes iteraciones. Por ejemplo, si la inclinación inicial del CG es demasiado baja, el algoritmo tiene más dificultades en distinguirlo del DGL no inclinado (podría decirse que el DGL “tira” del CG hacia sí), y aparecen como *outliers* estrellas de latitudes altas –en valor absoluto– que sin embargo sí pertenecen a esa estructura, y que pueden ser determinantes para calcular su verdadera inclinación. En la Figura 3.4 puede verse este efecto en que, como se ha mencionado arriba, los resultados no son simétricos. Si el valor inicial es menor que el real, no es necesario que la diferencia entre ambos –en valor absoluto– sea tan grande como en el caso de que el valor inicial sea mayor que el real para que la estimación sea menos satisfactoria. Por ello, si los parámetros iniciales no son próximos a los reales, pueden darse o no desviaciones, y esto depende de la configuración de las estrellas en el espacio; es decir, depende de la muestra que se esté analizando. Cabe notar, sin embargo, que aún en el caso de tomar valores iniciales muy alejados del valor real, en uno u otro sentido, la amplitud del sesgo no es mayor de 1° , como se observa en la Figura 3.4.

Para eliminar esta dependencia del valor inicial y corregir esas desviaciones recurrimos a un nuevo bucle iterativo. Tomamos el valor de convergencia del parámetro calculado por el algoritmo y lo reintroducimos como parámetro inicial. De esta forma las estrellas que habían sido eliminadas como *outliers* vuelven a entrar en el cálculo, y puesto que el valor inicial es más cercano al real, la nueva estimación del parámetro es mejor que la anterior. Si esta nueva estimación la reintroducimos a su vez como parámetro inicial, obtenemos aún otra estimación, y así sucesivamente hasta alcanzar la convergencia. Ésta llega muy pronto, típicamente en dos o tres pasos. En la misma Figura 3.4 lo podemos comprobar: para una inclinación inicial de 14° , el algoritmo converge a 16.4° ; si se reintroduce 16.4° como valor inicial, converge a 16.8° ; si se repite el cálculo con esta inclinación inicial, de nuevo converge a 16.8° , siendo la incertidumbre de 0.2° . Es, pues, preferible este método a programar el algoritmo de

modo que calcule los planos medios en cada iteración considerando la muestra completa (es decir, reintroduciendo los *outliers* eliminados en la primera iteración), para que así sea más estable y alcance más fácilmente la convergencia.

Lo mismo ocurre para los demás parámetros de los planos. En el caso de la longitud del nodo ascendente del CG, Ω_{CG} , podemos proceder del mismo modo que con la inclinación. Para unos parámetros fijos de los planos, creados con idénticos valores a los descritos anteriormente, realizamos una serie de ensayos con distintos valores iniciales de Ω_{CG} y un centenar de muestras aleatorias para cada uno de los mismos. Los resultados pueden verse en la Figura 3.5; son muy parecidos a los encontrados para la inclinación. Al igual que para ésta, el algoritmo converge en muy pocos pasos, siendo en este caso la incertidumbre media de la estimación 1° en todos los ensayos. Sin embargo, ahora la figura es simétrica, a diferencia del caso anterior. Es decir, hay una pequeña sobreestimación de la longitud del nodo ascendente si el valor inicial de Ω_{CG} es mayor que el real, y una pequeña subestimación de la misma si dicho valor inicial es menor que el real, pero este sesgo comienza a notarse al mismo tiempo en ambos casos cuando el valor absoluto de la diferencia entre Ω_{CG} inicial y Ω_{CG} real comienza a crecer. Es lógico, puesto que no hay ahora, como había en el caso de la inclinación, otra estructura cuyas estrellas “tiren” del algoritmo hacia un ángulo dado; al ser la inclinación del DGL nula, su longitud del nodo ascendente queda indeterminada y no contamina la del CG, de modo que el cálculo es simétrico, como queda reflejado en la Figura 3.5. Y, al igual que ocurría antes, la amplitud del sesgo es pequeña, de 5° en un intervalo de valores iniciales de 30° .

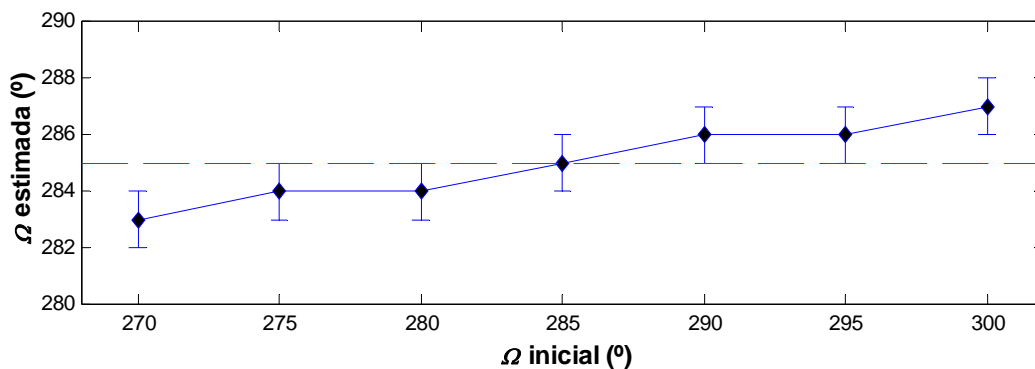


Figura 3.5. Estimación de la longitud del nodo ascendente del CG para distintos valores iniciales del mismo parámetro. Cada punto representa la media de cien ensayos con muestras cuyo valor real de Ω es de 285° (representado por la línea roja discontinua).

Si repetimos el proceso para estudiar el comportamiento del modelo a la hora de estimar la distancia vertical del CG al origen Z_0^{CG} , comprobamos que los resultados son muy parecidos a los de los dos casos anteriores. El algoritmo converge en unos pocos pasos y la incertidumbre media de las cien muestras para cada uno los ensayos con diferente Z_0^{CG} inicial es de dos unidades de distancia (que serían parsecs en el caso de muestras reales, pero que podrían ser cualesquiera en nuestras muestras simuladas). En la Figura 3.6 podemos observar que también hay, como para la inclinación y la longitud del nodo ascendente, una dependencia del valor estimado con el valor inicial de Z_0^{CG} , la cual puede corregirse también mediante el nuevo proceso iterativo descrito anteriormente. Lo más destacable de la gráfica es, sin embargo, que el algoritmo subestima –en valor absoluto– la distancia entre 2 y 4 unidades. Esto es debido a que, como en el caso de la inclinación, hay una contaminación de estrellas del DGL (cuyo plano medio pasa por el origen de coordenadas) que de nuevo “tiran” hacia sí del plano medio del CG calculado por el algoritmo, lo que produce además la misma asimetría que observábamos para la inclinación. Si bien la asimetría es corregible mediante el segundo proceso iterativo, la introducción de un pequeño sesgo parece inevitable, y debe ser tomada en cuenta al analizar los resultados que obtengamos para las muestras reales. Para ello, podemos realizar una medida sistemática de este sesgo y comprobar su comportamiento mediante nuevos ensayos.

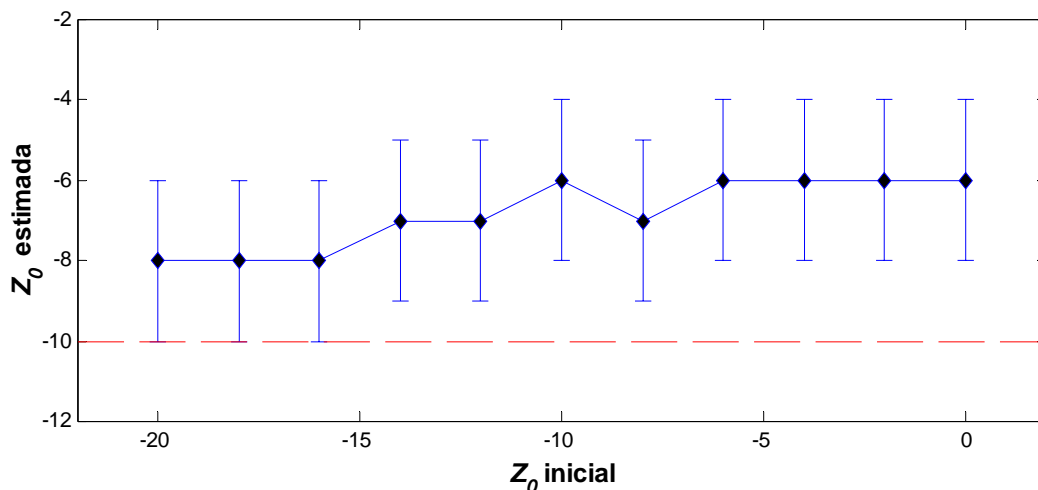


Figura 3.6. Estimación de la distancia vertical al Sol del CG para distintos valores iniciales del mismo parámetro. Cada punto representa la media de cien ensayos con muestras cuyo valor real de Z_0 es de -10 unidades (representado por la línea roja discontinua).

En efecto, si en vez de evaluar la bondad de la estimación para diferentes valores iniciales de Z_0^{CG} , construimos muestras con diferentes valores reales de este parámetro y obtenemos una estimación de los mismos mediante nuestro modelo, observamos que hay un sesgo sistemático que tiende a subestimar $|Z_0^{CG}|$. En la Figura 3.7 se representan los resultados de 1100 ensayos (cada punto es la media de cien de ellos con idéntico valor real de Z_0^{CG}), que pueden ajustarse a una recta divergente de la deseada identidad. Afortunadamente, el hecho de que el sesgo sea lineal nos permite corregirlo fácilmente, pues observamos que es siempre del orden de un 30%.

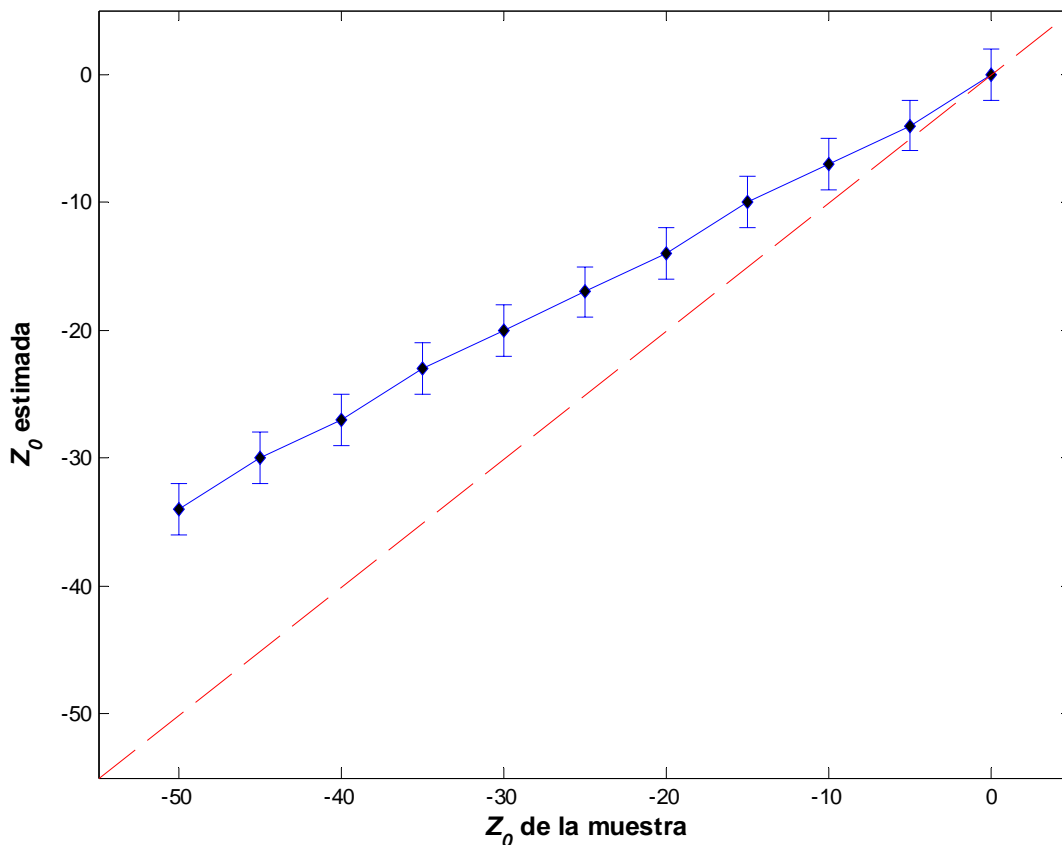


Figura 3.7. Estimación de la distancia vertical al Sol del CG para muestras con distintos valores reales del mismo parámetro. Cada punto representa la media de cien ensayos para el correspondiente valor real de Z_0 . La línea roja discontinua es la recta $y=x$.

En cambio, hemos comprobado mediante una serie sistemática de pruebas similares a las efectuadas para el CG, que en el caso del DGL no existe tal sesgo en la distancia vertical al sol, Z_0^{DGL} , o que al menos éste es despreciable en comparación con el propio error aleatorio de la estimación. La causa de ello es sin duda la pequeña o nula inclinación del DGL, que facilita al algoritmo establecer dicha distancia. Esto nos da

una pista de que el comportamiento de nuestro método de estimación de los planos es mucho más sensible a la geometría del problema que a la fdp empleada para describir la distribución de la distancia perpendicular de las estrellas a los planos medios. En efecto, hemos comprobado mediante la repetición de las pruebas utilizando muestras sintéticas con una fdp gaussiana (y asimismo, escogiendo una fdp normal en el algoritmo), que no hay prácticamente diferencia en la estimación de los parámetros (así como en los posibles sesgos) respecto al caso de una fdp exponencial. Por lo tanto, todo lo dicho hasta ahora, todo el análisis de la estabilidad de nuestro modelo, así como las correcciones pertinentes que toman en consideración los *outliers*, son aplicables independientemente de la fdp escogida.

Evidentemente, en el caso de las muestras reales –espacial y cinemática– habrá de buscarse la convergencia de todos los parámetros al mismo tiempo (i , Ω , Z_0 y h de ambos planos, así como f_{CG}), que en principio podría no llegar tan fácilmente como hemos visto para un parámetro en concreto. Sin embargo, se comprueba que también bastan unas diez iteraciones -o incluso menos- en primera aproximación, y tan sólo dos o tres son necesarias para que converja satisfactoriamente en el segundo proceso iterativo que elimina el sesgo producido por los *outliers*. Esto nos confirma la estabilidad del modelo.

En la Figura 3.8 representamos el diagrama de flujo del algoritmo final, en que se incluyen todos los pasos desde la introducción de la muestra hasta la convergencia final. Se tiene en cuenta también el nuevo bucle iterativo que introduce el refinado de la detección de *outliers*, que aparece inmediatamente después de la obtención de la primera clasificación de la muestra.

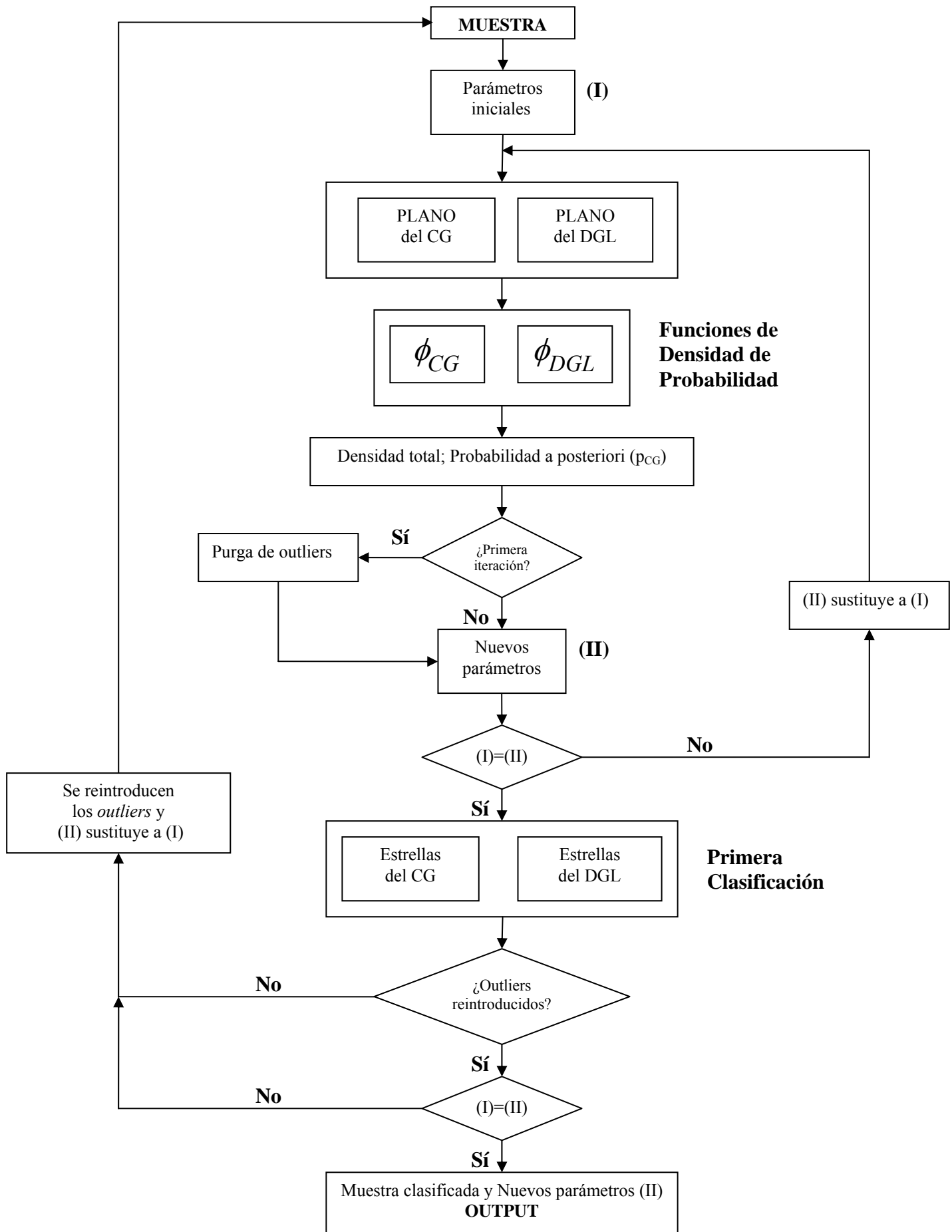


Figura 3.8. Diagrama de flujo del algoritmo de estimación de planos.

4 Análisis de la estructura espacial

Hizo figurar en él la tierra, el cielo y el mar,
el infatigable sol y la luna llena,
así como todos los astros que coronan el firmamento:
las Pléyades, las Híades y el poderío de Orión,
y la Osa, que también denominan con el nombre de Carro,
que gira allí mismo y acecha a Orión,
y que es la única que no participa de los baños en el Océano.

Homero. *Iliada*, Canto XVIII

4.1. Introducción

Una vez que hemos desarrollado nuestro modelo espacial y comprobado la eficacia del algoritmo, podemos analizar mediante él la distribución de las estrellas jóvenes en el entorno solar, buscando caracterizar el CG como estructura diferenciada del DGL. Para este estudio, aplicaremos el método de discriminación a la muestra espacial, descrita con detalle en la Sección 2.2.2.

Sin embargo, en vez de trabajar únicamente con la muestra completa, extraemos de ella otras cuatro muestras parciales. Basándonos en el tipo espectral, agrupamos primero aquellas estrellas de tipos O, B0, B1 y B2. La segunda muestra incluye todos los tipos espectrales desde O hasta B3. La tercera, desde O hasta B4; la cuarta, desde O hasta B5. La quinta muestra, al incluir además las estrellas de tipo espectral B6, es ya la muestra espacial completa. La razón de estudiar estas cinco muestras acumulativas es que el tipo espectral está relacionado con la edad, por lo que esperamos que a medida que la edad media de las muestras sea mayor (es decir, que se incluyan tipos espectrales más tardíos) se adviertan cambios en los parámetros estructurales del CG (Westin 1985; Torra et al. 2000a, 2000b).

Una estimación aproximada del límite de edad para un tipo espectral se puede encontrar en Surdin (2000). La edad de la estrella en años (T) puede expresarse mediante una simple fórmula:

$$T = 7.6 \cdot 10^9 M^{-3.7} (1 + 30Z) \left(\frac{0.23}{Y} \right)^{1.6} \quad (4.1)$$

donde M es la masa de la estrella en masas solares, Z su metalicidad, e Y la proporción de helio en su composición. Introduciendo valores típicos de las estrellas B en la vecindad solar para estos parámetros, y utilizando esta fórmula, llegamos a unas cotas máximas de edad para las cuatro muestras parciales y la muestra completa en estudio:

$$T_{B2} \leq 9 \cdot 10^6 \text{ años}$$

$$T_{B3} \leq 2 \cdot 10^7 \text{ años}$$

$$T_{B4} \leq 4 \cdot 10^7 \text{ años}$$

$$T_{B5} \leq 7 \cdot 10^7 \text{ años}$$

$$T_{B6} \leq 10^8 \text{ años}$$

Recordemos que la edad estimada para el CG es inferior a los 90 millones de años (véase Torra et al. 2000a para una compilación de referencias sobre el tema), lo que nos ha motivado a realizar el corte en el tipo espectral B6 en la muestra de estrellas. Es decir, nos quedamos con una muestra de estrellas masivas con edades inferiores a 100 millones de años.

4.2. Resultados estructurales

Aplicando nuestro método de discriminación a la muestra espacial (y considerando tanto la hipótesis de una fdp exponencial como la de una fdp gaussiana para describir la distribución estelar en la dirección perpendicular a los planos) llegamos a una clasificación de las estrellas que la componen, divididas en miembros del CG y del DGL. La convergencia se alcanza fácilmente para las cinco muestras de diferente rango de tipos espectrales, lo que nos indica que la distribución de las estrellas jóvenes y brillantes del entorno solar puede ser descrita satisfactoriamente por nuestro modelo, el cual –recordemos– asume la hipótesis de que los sistemas del CG y del DGL se asemejan a dos planos cruzados, estando el CG sensiblemente inclinado respecto al DGL. Veremos que, sin embargo, el CG presenta una estructura en densidad mucho

menos homogénea que el DGL, aunque la inclinación global del sistema se mantiene en toda la extensión del mismo, permitiendo así nuestra descripción general de la geometría del CG.

El resultado de aplicar nuestro modelo a las cinco muestras según el tipo espectral se encuentra resumido en la Tabla 4.1. En ella hemos plasmado los parámetros estructurales estimados por el algoritmo para el CG y el DGL; es decir, la inclinación (i), la longitud del nodo ascendente (Ω), la distancia vertical al Sol (Z_0) y, según se utilice una fdp exponencial o gaussiana, la escala de altura o la semianchura (h), respectivamente. Asimismo, se da también el porcentaje de estrellas pertenecientes al CG de cada muestra (f_{CG}). Entre paréntesis se facilita una estimación del error de estos parámetros, obtenida por técnicas de bootstrap, como se explicó en la Sección 3.2. N representa el número de estrellas de cada muestra, mientras que N' es el número de estrellas que quedan tras eliminar las que consideramos como *outliers* en la iteración final. Y por último, n es precisamente el número de iteraciones necesarias para eliminar estos *outliers* satisfactoriamente; es decir, el segundo bucle iterativo del algoritmo, que retoma el cálculo de los parámetros reintroduciendo los *outliers* que habían sido eliminados. Éste es muy pequeño en todos los casos, la convergencia llega en un máximo de cinco iteraciones. Nótese que, salvo en el caso de la muestra de O hasta B2, se han utilizado como parámetros iniciales los parámetros obtenidos como resultado de la muestra inmediatamente anterior, para facilitar dicha convergencia.

En la misma tabla hemos reflejado por separado las soluciones correspondientes a una fdp exponencial y a una fdp gaussiana. Algunos de los parámetros de los planos estimados en nuestro modelo son prácticamente idénticos –dentro de los límites de error– independientemente de la fdp utilizada. Por ejemplo, tal es el caso de la longitud del nodo ascendente para el CG, Ω_{CG} ; o de la proporción de estrellas pertenecientes al CG, f_{CG} , para la submuestra de tipos más tempranos (O-B2). Sin embargo, hay diferencias notorias entre muchos de los parámetros, según la fdp sea exponencial o normal. Fijémonos ante todo en el número de *outliers* ($N-N'$) y en f_{CG} a medida que nos movemos hacia submuestras de tipos más tardíos. Observamos cómo en el caso de una fdp gaussiana, el número de *outliers* crece mucho más rápidamente que en el caso de una fdp exponencial, llegando estos a ser aproximadamente un 20% de la muestra completa O-B6. Es decir, casi un centenar de estrellas tienen una muy baja probabilidad

de pertenecer tanto al CG como al DGL cuando modelamos su distribución con la altura mediante una fdp gaussiana. La proporción en cambio se reduce a casi un 10% si la fdp considerada es de tipo exponencial. Tal comportamiento tiene su reflejo en f_{CG} , que es en general mucho menor (salvo en la submuestra O-B2) para la estimación mediante una fdp gaussiana.

Es decir, el CG queda más afectado por la eliminación de *outliers* que el DGL, perdiéndose un importante número de sus posibles miembros al ser identificados como *outliers* de la fdp normal. Esto implica que la muestra (y en particular, el CG) está mejor descrita por una fdp exponencial que por una gaussiana. No quiere ello decir que tal afirmación sea extrapolable al sistema completo del CG, simplemente debemos considerar que la fdp exponencial es el mejor ajuste para la muestra con la cual estamos trabajando. Suponemos que la variación de la completitud de la muestra con la distancia al Sol podría estar modulando la distribución real de la misma hacia una fdp exponencial, razón por la cual el número de *outliers* disminuye cuando aplicamos un modelo de este tipo. Por consiguiente, pese a no poder aventurar hipótesis de carácter general sobre la distribución estelar en la dirección perpendicular al plano del CG, a partir de ahora trabajaremos siempre utilizando una fdp exponencial en nuestro modelo. Todos los resultados expuestos de aquí en adelante, así como las discusiones a que den lugar, quedan pues referidos a esta elección de la Ecuación 3.1 para el algoritmo de discriminación, salvo que se indique expresamente lo contrario.

	N	N'	n	f_{CG}	h_{CG} (pc)	h_{DGL} (pc)	i_{CG} (°)	i_{DGL} (°)	Ω_{CG} (°)	Ω_{DGL} (°)	Z_0^{CG} (pc)	Z_0^{DGL} (pc)
<i>Soluciones para una fdp exponencial</i>												
O-B2	181	162	3	0.53 (0.06)	27 (4)	34 (3)	16 (2)	2	273 (7)	354 (165)	-14 (8)	-10 (8)
O-B3	301	267	2	0.54 (0.05)	27 (3)	34 (2)	14 (1)	2 (1)	278 (5)	352 (152)	-19 (10)	-10 (8)
O-B4	341	303	3	0.54 (0.05)	27 (3)	35 (2)	14 (1)	2 (1)	281 (5)	354 (154)	-17 (9)	-17 (7)
O-B5	484	433	1	0.54 (0.05)	27 (3)	35 (2)	14 (1)	1 (1)	284 (3)	356 (156)	-13 (5)	-17 (5)
O-B6	553	498	1	0.54 (0.05)	27 (3)	34 (2)	14 (1)	1 (1)	284 (3)	355 (149)	-13 (6)	-16 (5)
<i>Soluciones para una fdp gaussiana</i>												
O-B2	181	144	3	0.54 (0.06)	18 (3)	23 (3)	17 (1)	1 (1)	277 (5)	346 (147)	-4 (5)	-10 (5)
O-B3	301	247	5	0.49 (0.05)	18 (2)	27 (2)	16 (1)	1 (1)	280 (3)	342 (126)	-6 (5)	-12 (4)
O-B4	341	279	2	0.48 (0.06)	18 (2)	28 (2)	16 (1)	1 (1)	280 (4)	342 (116)	-7 (3)	-14 (4)
O-B5	484	396	4	0.40 (0.04)	15 (1)	30 (2)	17 (0.4)	1 (1)	282 (2)	327 (78)	-8 (3)	-15 (3)
O-B6	553	454	4	0.37 (0.03)	13 (1)	30 (2)	17 (0.3)	1 (1)	284 (2)	321 (58)	-5 (3)	-16 (3)

Tabla 4.1. Estimación de los parámetros del modelo (empleando en el algoritmo bien una fdp exponencial, bien una fdp gaussiana) para cinco muestras acumulativas con distinto rango de tipo espectral. N es el número de estrellas de la muestra, N' es el número de estrellas restante tras la purga de *outliers* y n es el número de iteraciones necesarias para refinar la detección de *outliers*. Los errores calculados mediante técnicas de bootstrap aparecen entre paréntesis.

4.2.1. Parámetros fundamentales del Cinturón de Gould

Observamos que el valor obtenido para la inclinación del CG (su parámetro característico más significativo) oscila entre $14^\circ \pm 1^\circ$ y $17^\circ \pm 1^\circ$ dependiendo del modelo de distribución en altura utilizado.

Los valores estimados para el modelo gaussiano convergen, dentro de los errores, en un ángulo de $i_{CG} = 17^\circ \pm 1^\circ$ para todas las submuestras. Si utilizamos el modelo exponencial encontramos una estimación de $i_{CG} = 14^\circ \pm 1^\circ$ para todas las muestras, salvo para la de tipos más tempranos (O-B2), que es de $16^\circ \pm 2^\circ$. En general son valores inferiores a los estimados con el modelo gaussiano, y menores también que los que habitualmente encontramos en la literatura. Sin embargo, es interesante compararlos con los valores encontrados por Westin (1985) para muestras con diferentes edades. Los resultados obtenidos por este autor se resumen en la Tabla 4.2.

T (años)	i_{CG} (°)	Ω_{CG} (°)
$< 2 \cdot 10^7$	18.9 ± 1.1	273.2 ± 3.1
$< 3 \cdot 10^7$	18.1 ± 0.9	270.9 ± 4.3
$(3-6) \cdot 10^7$	14.3 ± 2.0	286.2 ± 5.7

Tabla 4.2. Parámetros estructurales del CG (inclinación, i_{CG} , y longitud del nodo ascendente, Ω_{CG}) encontrados por Westin (1985) a partir de muestras de diferentes edades (T).

Westin estima un valor de la inclinación mayor para las muestras más jóvenes, al igual que nosotros hemos obtenido una inclinación dos grados superior a las demás para la muestra de tipos más tempranos, que en principio puede identificarse como la de menor edad. La inclinación que encuentra Westin (18°) es mayor que la obtenida para la muestra O-B2, pero su estimación para la muestra de estrellas más viejas ($14^\circ.3$) es similar a la que hemos obtenido con nuestro modelo para todas las muestras que incluyen tipos más tardíos, 14° en todos los casos.

Por otra parte, Torra et al. (2000a, 2000b), utilizando una muestra de estrellas de tipos espectrales O y B extraídas del catálogo de *Hipparcos* y con distancias y edades estimadas a partir de fotometría Strömgen, encuentran que la inclinación del CG varía

entre 16° (para estrellas comprendidas en un intervalo de edades entre $3 \cdot 10^7$ y $6 \cdot 10^7$ años) y 22° (para muestras de edad menor que $3 \cdot 10^7$ años o mayor que $9 \cdot 10^7$ años). Es interesante hacer notar que el trabajo de Stothers & Frogel (1974), anterior a los dos aquí mencionados, con muestras clasificadas por tipo espectral, arroja unos resultados de $i_{CG} = 18^\circ \pm 0.4^\circ$ para los tipos O-B5 y de $i_{CG} = 19^\circ \pm 1^\circ$ para los tipos O-B2.5; sin embargo, para el rango comprendido entre B3 y B5, el CG presenta una inclinación menor ($i_{CG} = 16^\circ \pm 1^\circ$), más parecida a nuestra estimación.

El otro parámetro fundamental que define el plano del CG, la longitud del nodo ascendente Ω_{CG} encontrada por Westin (Tabla 4.2), concuerda perfectamente con los valores que hallamos en la literatura. Al comparar con nuestros resultados, vemos que el valor de la muestra más temprana (O-B2) coincide con los valores obtenidos por Westin para las muestras más jóvenes, y que la longitud del nodo ascendente para los tipos más tardíos es similar a la que el autor encuentra para las estrellas más viejas de su estudio.

Del mismo modo, Comerón et al. (1994), utilizando estrellas de tipos O y B de la propuesta científica para la misión *Hipparcos* de M.O Mennessier y A.E. Gómez (*Young stars: irregularities of the velocity field and spiral structure*, Turon et al. 1992), estiman una longitud $\Omega = 284^\circ.5$. Torra et al. (1997), también a partir de estrellas O y B de la misma compilación, encuentran que $\Omega = 278^\circ - 290^\circ$. Asimismo, en los artículos arriba citados (Torra et al. 2000a, 2000b), el valor calculado de la longitud del nodo ascendente es $\Omega_{CG} = 275^\circ - 295^\circ$.

Aunque en general hay acuerdo entre las estimaciones obtenidas por diferentes autores de los parámetros que definen la geometría del CG, dentro de un rango más o menos restringido de valores, también es cierto que en ocasiones éste puede ser bastante amplio. Tal es el caso del más característico de ellos, la inclinación, que como hemos visto varía entre 14° y 22° , según un estudio u otro. Indudablemente, la diferencia entre los métodos de estimación, así como de la edad, tipo espectral o límites de distancia establecidos para las diferentes muestras de trabajo, pueden alterar sensiblemente los resultados. Pero no es aventurado pensar que éstas no sean las únicas causas de tales discrepancias, sino que la presencia de *outliers* en las propias muestras puede estar detrás de ellas. Como hemos visto en la Sección 3.3, es perfectamente posible que el peso de unas pocas estrellas con baja probabilidad de pertenencia a la distribución altere

sensiblemente la estimación, llevando a valores poco realistas de los parámetros. Puesto que los límites del CG constituyen una región difusa cuyas fronteras no pueden ser completamente definidas, consideramos que a menos que la muestra sea purgada de *outliers* no es posible caracterizar su distribución espacial con suficiente confianza como para describir su geometría a través de los parámetros habitualmente usados para tal fin (la inclinación, longitud del nodo ascendente, etc).

Recapitulando, después de un estudio en profundidad teniendo en cuenta diferentes modelos estocásticos, la eliminación de *outliers* y una geometría más dúctil que la utilizada por otros autores, de nuestro análisis deducimos que el Cinturón de Gould, definido por las estrellas OB, muestra una inclinación respecto al plano Galáctico de entre 14° y 17° , y que este último valor representa una cota superior de este parámetro.

4.2.2. Otros parámetros

Otro resultado estimado mediante nuestro algoritmo es la distancia del Sol al plano Galáctico, que oscila entre los 10 ± 8 pc y 17 ± 5 ó 17 ± 7 pc. Es el parámetro más afectado de error –después de la no bien definida longitud del nodo ascendente del DGL–, como habíamos previsto en las simulaciones con que sometimos a prueba el modelo (aunque, como decíamos en la Sección 3.3.4, a diferencia de la distancia del Sol al plano del CG, no presenta un sesgo apreciable); sin embargo, los valores obtenidos son compatibles con los encontrados por Humpreys & Larsen (1995) a partir de cuentas de estrellas del Palomar Sky Survey ($Z_\odot = 20.5 \pm 3.5$ pc), por Hammersley et al. (1995) a partir de mapas en $2.2 \mu\text{m}$ y $3.5 \mu\text{m}$ del instrumento DIRBE del satélite COBE y del Two-Micron Galactic Survey ($Z_\odot = 15.5 \pm 3$ pc), o por Cohen (1995) a partir datos del satélite IRAS (IRAS Point Source Catalog) en $12 \mu\text{m}$ y $25 \mu\text{m}$ ($Z_\odot = 15.5 \pm 0.7$ pc).

Comparaciones más cercanas a nuestro trabajo pueden ser establecidas entre la muestra parcial O-B5 y el análisis realizado por Stothers & Frogel (1974) sobre una muestra de los mismos tipos espectrales. Escogiendo también un modelo con escala de altura exponencial para los planos, hallan valores compatibles con los nuestros

($Z_{\odot} = 24 \pm 3$ pc). Si bien en la esfera de radio 200 pc alrededor del Sol estiman que la escala de altura del DGL es $h_{\text{DGL}} = 45 \pm 18$ pc, los resultados para el CG ($h_{\text{CG}} = 27 \pm 4$ pc y $h_{\text{CG}} = 27 \pm 1$ pc, para distancias heliocéntricas menores que 200 pc y 800 pc, respectivamente) están en perfecto acuerdo con nuestros resultados. Un estudio más reciente sobre la población estelar O-B5 del disco Galáctico (Maíz-Apellániz 2001), utilizando un modelo gaussiano muy elaborado, concluye que $Z_{\odot} = 25.2 \pm 2.0$ pc y $h_{\text{DGL}} = 62.8 \pm 6.4$ pc. Asimismo, trabajando con un modelo del Disco isoterma y auto-gravitatorio, encuentra que $Z_{\odot} = 24.2 \pm 2.1$ pc y $h_{\text{DGL}} = 34.2 \pm 3.2$ pc; este último valor es casi idéntico al que obtenemos para nuestra muestra parcial O-B5 mediante un modelo exponencial, $h_{\text{DGL}} = 35 \pm 2$ pc. Queremos destacar también que los resultados estimados para nuestra muestra parcial más temprana, O-B2, son similares a los obtenidos por Reed (1997, 2000) para un Disco O-B2 a partir de un modelo también exponencial ($Z_{\odot} = 9.5 \pm 3.5$ pc; $h_{\text{DGL}} = 45 \pm 20$).

Encontramos también una pequeña inclinación para el DGL de entre 1° y 2° (con una incertidumbre de 1° en ambos casos, lo que indica que no es un valor muy significativo), que es algo mayor que la obtenida por Hammersley et al. (1995), $0^{\circ}.40 \pm 0^{\circ}.03$. Esta inclinación podría representar el reflejo del alabeo Galáctico en la vecindad solar (Momany et al. 2006). El valor estimado por nuestro modelo es sin embargo lo suficientemente pequeño como para que la longitud del nodo ascendente del plano del DGL quede indeterminada, de ahí la incertidumbre en torno a 150° - 160° para Ω_{DGL} , un valor alto que era esperable siendo la inclinación muy próxima a cero.

Para ilustrar los resultados obtenidos mediante nuestro método de discriminación, hemos representado en la Figura 4.1 la separación entre los planos del CG (en rojo) y el DGL (en azul) que resulta de aplicar el algoritmo a la muestra O-B2 (izquierda) y a la muestra completa (derecha). De las tres proyecciones posibles en coordenadas rectangulares Galácticas, la que mejor muestra la diferencia entre ambas estructuras es la proyección sobre los ejes X y Z , puesto que estamos viendo el CG casi de perfil, especialmente en el caso O-B2, cuya línea de nodos ($\Omega = 273^{\circ}$) prácticamente coincide con el eje Y , perpendicular a la figura; por ello se aprecia claramente la inclinación del CG respecto al DGL. También es interesante destacar la estructura irregular del CG en el plano XY , con regiones muy densas y un aspecto filamentoso, en contraste con el DGL, mucho más homogéneo.

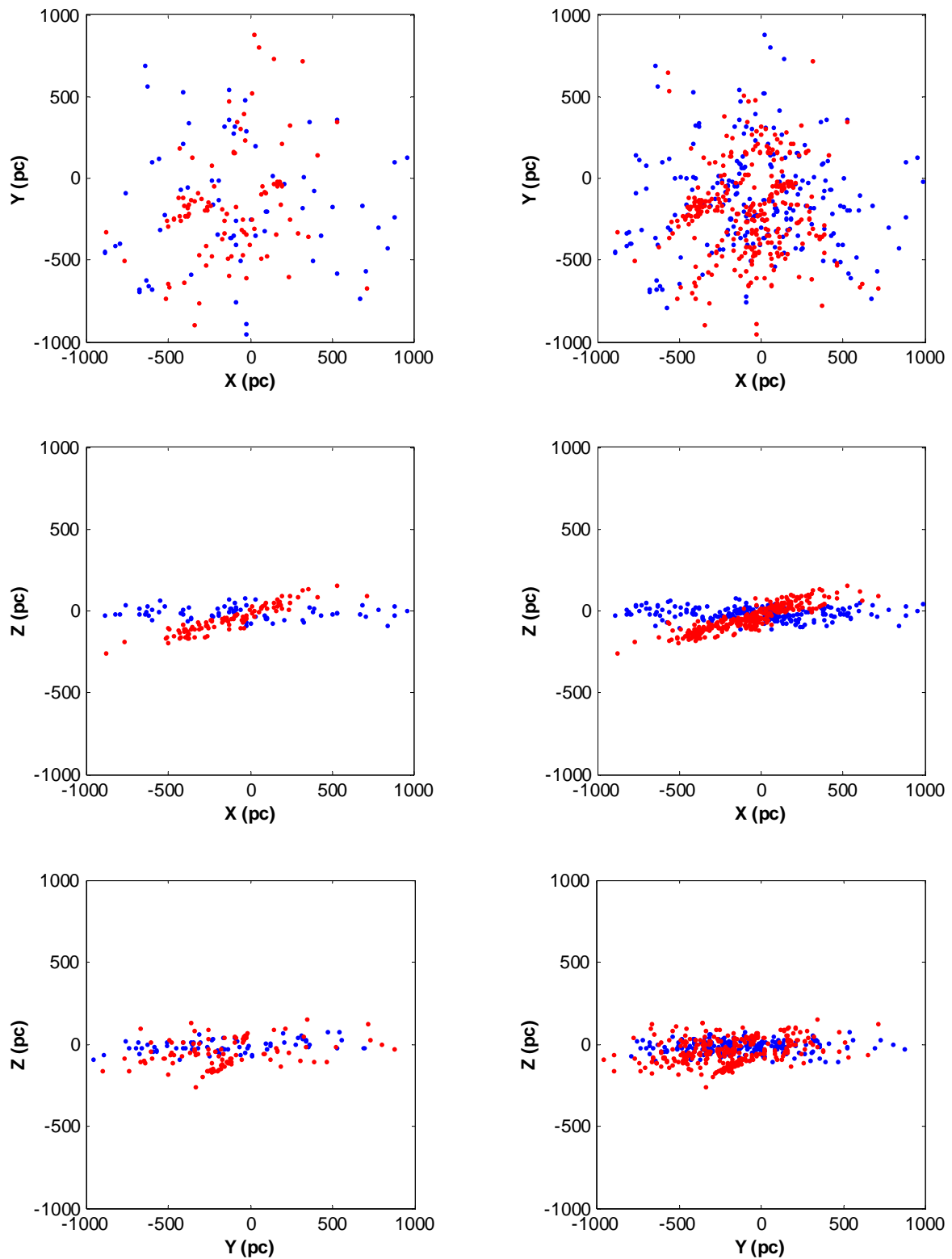


Figura 4.1. Distribución espacial de las estrellas del CG (en rojo) y del DGL (en azul) para los tipos espectrales O-B2 (izquierda) y O-B6 (derecha).

Esto último se aprecia de forma mucho más evidente si dibujamos la densidad – estimada mediante un kernel gaussiano– de estrellas del CG y del DGL, para la muestra completa O-B6 (Figura 4.2). En el caso del primero se observan claramente picos de densidad que se corresponden con las regiones de Orion –en el tercer cuadrante– y de Scorpius –en el cuarto cuadrante–, donde sabemos que hay importantes asociaciones de estrellas OB que pertenecen al CG. En el segundo caso, para el DGL, la distribución es aproximadamente isótropa, aunque decreciente con la distancia.

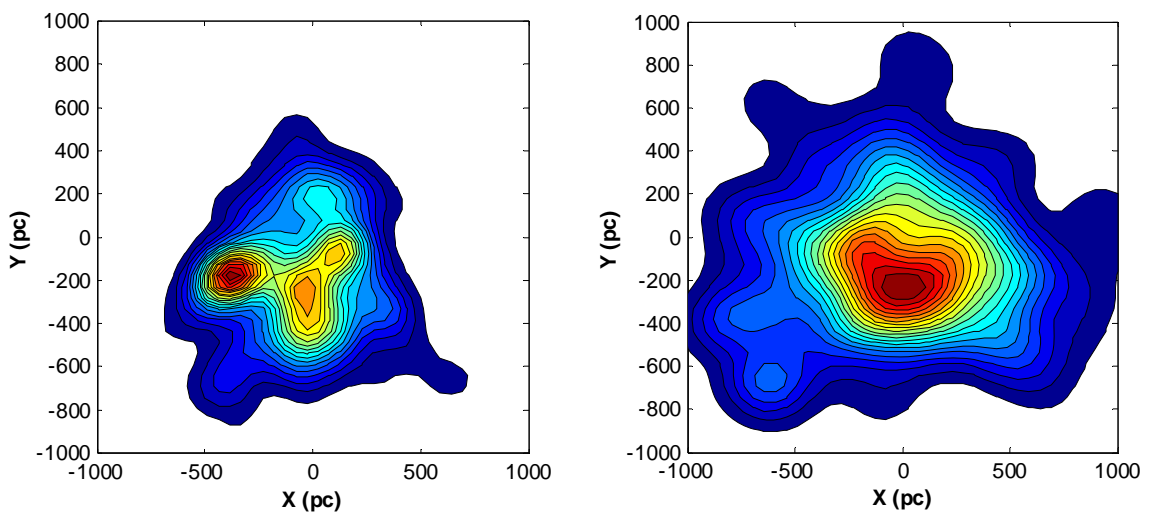


Figura 4.2. Densidad espacial de las estrellas O-B6 del CG (izquierda) y del DGL (derecha).

4.3. Corrección de completitud

Decíamos, observando el panel derecho de la Figura 4.2, que la distribución espacial del DGL es tal que la densidad estelar decrece a medida que nos alejamos del Sol. Pero no es ésta la distribución que esperaríamos encontrar en esta región de la vecindad solar. Si asumimos que en la escala del kpc en la que estamos trabajando el DGL debería presentar una densidad estelar homogénea, se hace evidente que lo que vemos en la figura es debido a la incompletitud de la muestra. Entonces, bajo esta hipótesis, podemos usar la densidad bidimensional del DGL como medida de la incompletitud del campo estelar en nuestra región de trabajo. Este mapa de densidad

puede ser visto como una especie de “flat field” utilizado como corrección de completitud para mejorar el análisis estructural del CG.

Debemos hacer notar, sin embargo, que los patrones de extinción debidos al medio interestelar pueden estar jugando un papel importante en la modulación de la distribución de densidad observada. Mientras que el efecto de la distancia en la incompletitud de la muestra se refleja indistintamente en la corrección de densidad tanto para el CG como para el DGL, los patrones de extinción pueden experimentar variaciones de un sistema a otro. Por ello, esta corrección de tipo “flat field” debe ser considerada como una primera aproximación al problema de la incompletitud, y no como su solución definitiva. Sin embargo, las propiedades generales de la distribución de polvo interestelar en la vecindad solar (véase Pöppel 1997 para una discusión detallada) apoyan la validez de nuestra aproximación.

Un primer ensayo de esta técnica consiste en estimar un mapa de densidad relativa, que obtenemos de dividir la densidad del CG por la del DGL, poniendo a esta última un umbral bajo el cual no efectuamos tal división, con objeto de evitar máximos espurios. Esta primera aproximación es ya de por sí bastante eficaz, puesto que pone de relieve las estructuras propias del CG, que aparecerán como picos de densidad en las zonas en que el número de estrellas que pertenecen a éste sea muy superior al número de estrellas de campo, independientemente de la densidad de estrellas de la muestra en dichas regiones. Así eliminamos los máximos de densidad que son fruto únicamente de un muestreo irregular y que comparten tanto CG como DGL.

En la Figura 4.3 podemos observar el resultado de calcular esta densidad relativa. Si la comparamos con la densidad del CG de la Figura 4.2 (panel izquierdo), notamos algunas diferencias muy significativas. La principal es que el pico de densidad en $X = 0$ se desplaza en el eje Y hacia valores más negativos, alejándose del origen de coordenadas. Como decíamos antes, el sesgo de distancias de la muestra hace que el campo sea más denso en el origen, en la posición del Sol; este efecto se atenúa sin embargo en el caso de la densidad relativa del CG respecto al DGL. Así, el pico de densidad se ha desplazado del origen hacia la región de Vela. Además, aparece un nuevo máximo en el tercer cuadrante apuntando en la dirección $l \sim 240^\circ$. En cambio, los

picos correspondientes a las regiones de Orion y Scorpius no han sufrido apenas alteración en su posición.

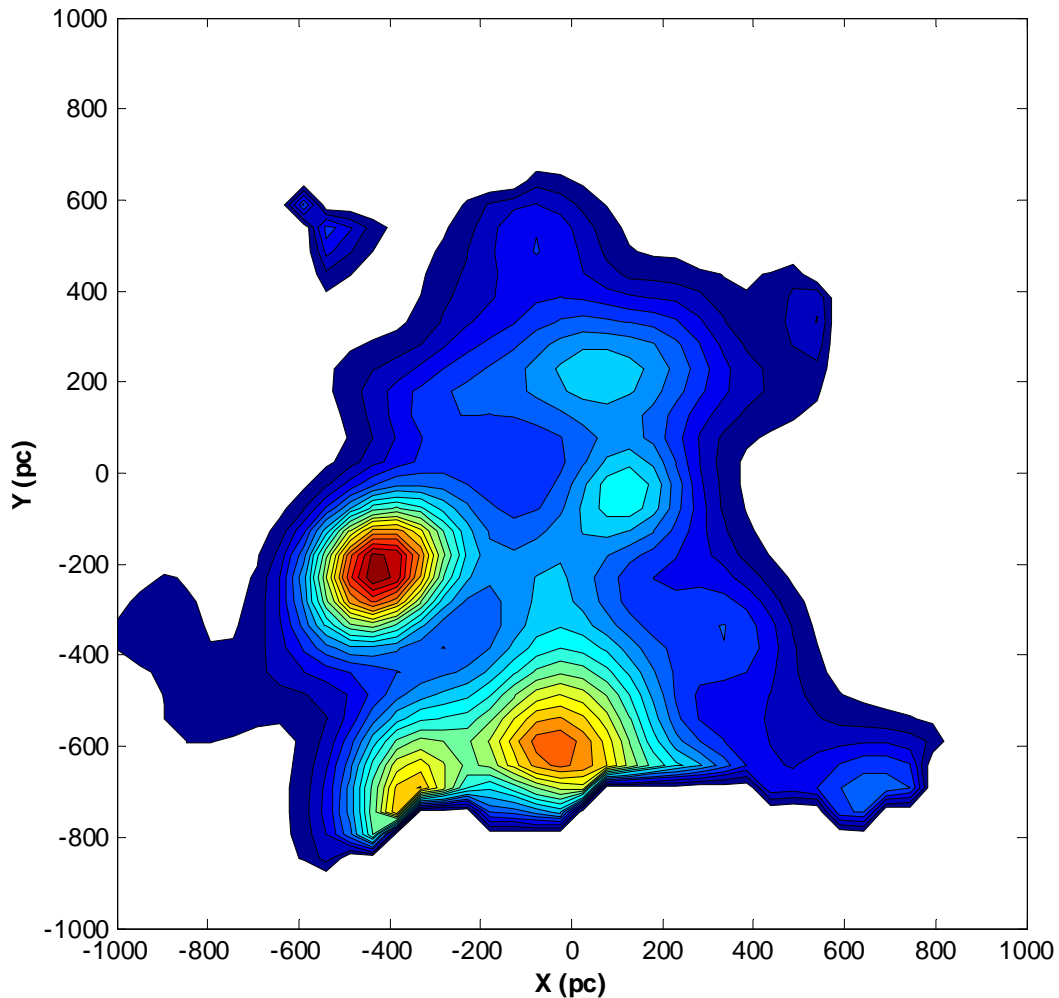


Figura 4.3. Densidad relativa del CG respecto al DGL.

Habiendo comprobado así que es razonable utilizar nuestra estimación del DGL como una medida del factor de completitud en la región en estudio, podemos dar un paso más e incorporar esta información a nuestro modelo, para estudiar si su inclusión llevara a resultados diferentes para los parámetros espaciales. En otras palabras, intentamos evaluar el sesgo introducido en la estimación de los parámetros por la falta de completitud de la muestra.

Así pues, modificamos el modelo para que en la estimación de los planos los pesos de las estrellas –que originalmente eran sus probabilidades de pertenencia al

plano correspondiente– vayan modulados por una *función de completitud* que simplemente consiste en la inversa de la densidad de estrellas del campo (es decir, multiplicamos el peso original de cada estrella por la inversa de la densidad de estrellas del DGL evaluada en su posición en el plano XY , calculada mediante un kernel gaussiano). Esta modificación, como es lógico, se anida dentro del propio algoritmo iterativo del programa de forma que la estimación de la densidad del campo se evalúa de nuevo con cada iteración, buscando, al igual que antes, la convergencia.

En el fondo, lo que estamos haciendo es compensar la falta de completitud de la muestra mediante un método que estima los resultados tomando como referencia la propia disponibilidad de datos. Al comparar el CG, no con un Disco ideal y homogéneo, sino con el Disco que tenemos, aun afectado de incompletitud, estamos reduciendo el impacto de ese sesgo de distancias en nuestra estimación.

Los resultados que se obtienen para la muestra completa son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 f_{CG} &= 0.58 \pm 0.06 \\
 h_{CG} &= 31 \pm 4 \text{ pc} \\
 h_{DGL} &= 34 \pm 5 \text{ pc} \\
 Z_0^{CG} &= -15 \pm 12 \text{ pc} \\
 Z_0^{DGL} &= -12 \pm 12 \text{ pc} \\
 i_{CG} &= 14^\circ \pm 1^\circ \\
 \Omega_{CG} &= 287^\circ \pm 6^\circ \\
 i_{DGL} &= 2^\circ \pm 2^\circ \\
 \Omega_{DGL} &= 352^\circ \pm 28^\circ
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Vemos que, dentro del margen de error, se obtienen unos valores de los parámetros que definen los planos similares a los que teníamos antes. Asimismo, las densidades de estrellas en el plano XY para el CG y el DGL (Figura 4.4) son prácticamente idénticas a las anteriores (Figura 4.2). Sin embargo, es interesante observar que al calcular de nuevo la densidad relativa (Figura 4.5), si bien se conservan las estructuras anteriores, el máximo no identificado del primer cuadrante en la Figura 4.3 se ha desplazado hacia el segundo cuadrante y en la dirección de Y positiva,

aproximándose a la posición espacial de las asociaciones OB de Cepheus (según de Zeeuw et al. 1999, como veremos más adelante).

Esta similitud entre los valores de los parámetros estimados al aplicar la corrección de completitud y los obtenidos anteriormente (Tabla 4.1) es un indicador de la fiabilidad de los resultados pese a la falta de completitud de la muestra, lo cual reafirma la validez de nuestro modelo y nos anima a proseguir el trabajo, afrontando el análisis cinemático de las estrellas en estudio. Nótese que ésta es la primera vez que una corrección de completitud ha sido implementada para compensar las inevitables deficiencias de las muestras de estrellas construidas para estudiar la distribución espacial del CG. No sólo es importante para confirmar la bondad de nuestras estimaciones, sino que también, como veremos a continuación, otorga una interesante perspectiva sobre la distribución de agregados estelares en el plano XY del CG y su correspondencia con las asociaciones OB de la vecindad solar previamente catalogadas.

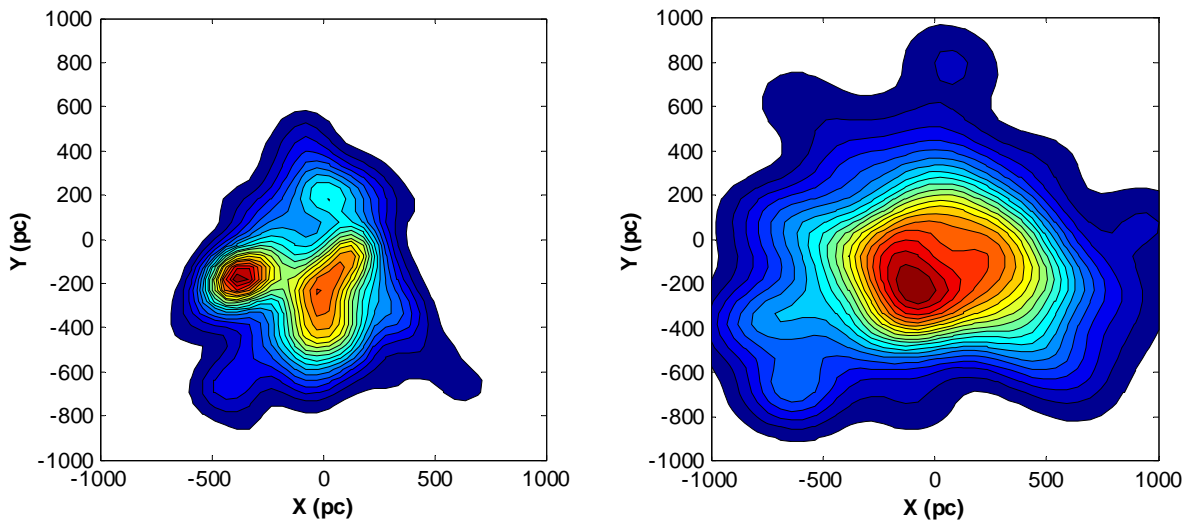


Figura 4.4. Densidad espacial de las estrellas O-B6 del CG (izquierda) y del DGL (derecha) después de aplicar la corrección de completitud al algoritmo.

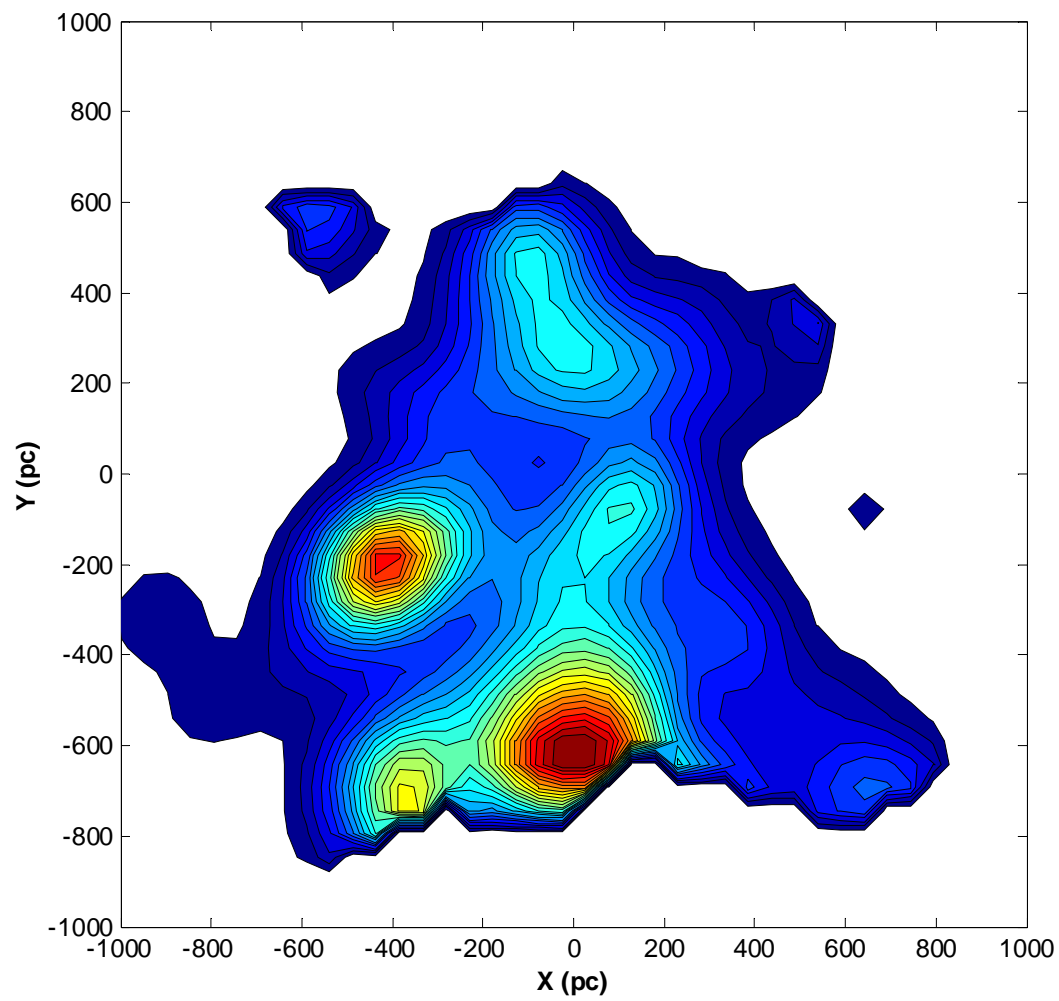


Figura 4.5. Densidad relativa del CG respecto al DGL después de aplicar la corrección de completitud al algoritmo.

4.4. Comparación de la densidad estelar del Cinturón de Gould con las asociaciones OB de la vecindad solar

Desde el trabajo de Blaauw (1965), se sabe que las asociaciones jóvenes de Sco-Cen, Per OB2 y Ori OB1 son parte del CG, mientras que su campo estelar más disperso pudo haberse originado por la disgregación de grupos más antiguos (Pöppel 1997). De hecho, estos tres grupos se encuentran bien adentro del radio típico del CG, cuando la mayoría de las asociaciones OB a menos de 1 kpc de distancia del Sol parecen estar fuera de los límites clásicos del CG. Veremos cómo nuestra corrección de completitud cuestiona este escenario.

Podemos encontrar en de Zeeuw et al. (1999) un estudio de estas asociaciones basado en las medidas de *Hipparcos* de la posición, movimientos propios y paralaje de las estrellas OB cercanas al sol. En la Tabla 4.3 resumimos las estimaciones de la distancia y el tamaño aproximado de las asociaciones OB, según estos autores.

Nombre	D (pc)	R (pc)
<i>US</i>	145	16
<i>UCL</i>	140	32
<i>LCC</i>	118	24
<i>Vel OB2</i>	410	35
<i>TR 10</i>	366	22
<i>Col 121</i>	592	56
<i>Per OB2</i>	318	22
α <i>Per</i>	177	8
<i>Lac OB1</i>	368	32
<i>Cep OB2</i>	615	54
<i>Cep OB6</i>	270	19
<i>Ori OB1</i>	420	56

Tabla 4.3. Distancia (D) y radio aproximado (R) de las asociaciones OB según la estimación de de Zeeuw et al. (1999).

Si con estos datos dibujamos las asociaciones OB sobre nuestro mapa de densidad de estrellas en el CG observamos (Figura 4.6) algunas coincidencias entre los máximos de densidad y dichas asociaciones. El caso más llamativo es el del pico más pronunciado, en el tercer cuadrante, que se encuentra en la posición de Ori OB1, asociación que sin embargo han estimado provisionalmente siguiendo el criterio de

Brown et al. (1994), puesto que el movimiento relativo de Ori OB1 (fundamentalmente en la dirección radial respecto del Sol) no permite a de Zeeuw et al. (1999) aplicar su procedimiento de selección. También se observa que la zona de máxima densidad entre el segundo y cuarto cuadrante engloba las regiones de Vela y Scorpius-Centaurus-Lupus-Crux, subdivididas por de Zeeuw et al. (1999) siguiendo el criterio de Blaauw (1960, 1964) en los subgrupos Scorpius Superior (*Upper Scorpius*, US), Centaurus Superior-Lupus (*Upper Centaurus Lupus*, UCL) y Centaurus Inferior-Crux (*Lower Centaurus Crux*, LCC). El máximo de densidad, en torno a los 200 pc del origen en la dirección contraria a la de rotación de la Galaxia ($-Y$), se aleja sin embargo de la posición exacta de estas asociaciones. Pero, como ya hemos visto, este máximo un efecto de selección, fruto de nuestra falta de completitud que reduce el número de estrellas a medida que nos alejamos del Sol. Si volvemos a representar las asociaciones OB, pero esta vez sobre el mapa de densidad relativa del CG respecto al DGL, obtenemos (Figura 4.7) una buena coincidencia del máximo del cuarto cuadrante con el grupo Scorpius-Centaurus-Lupus-Crux.

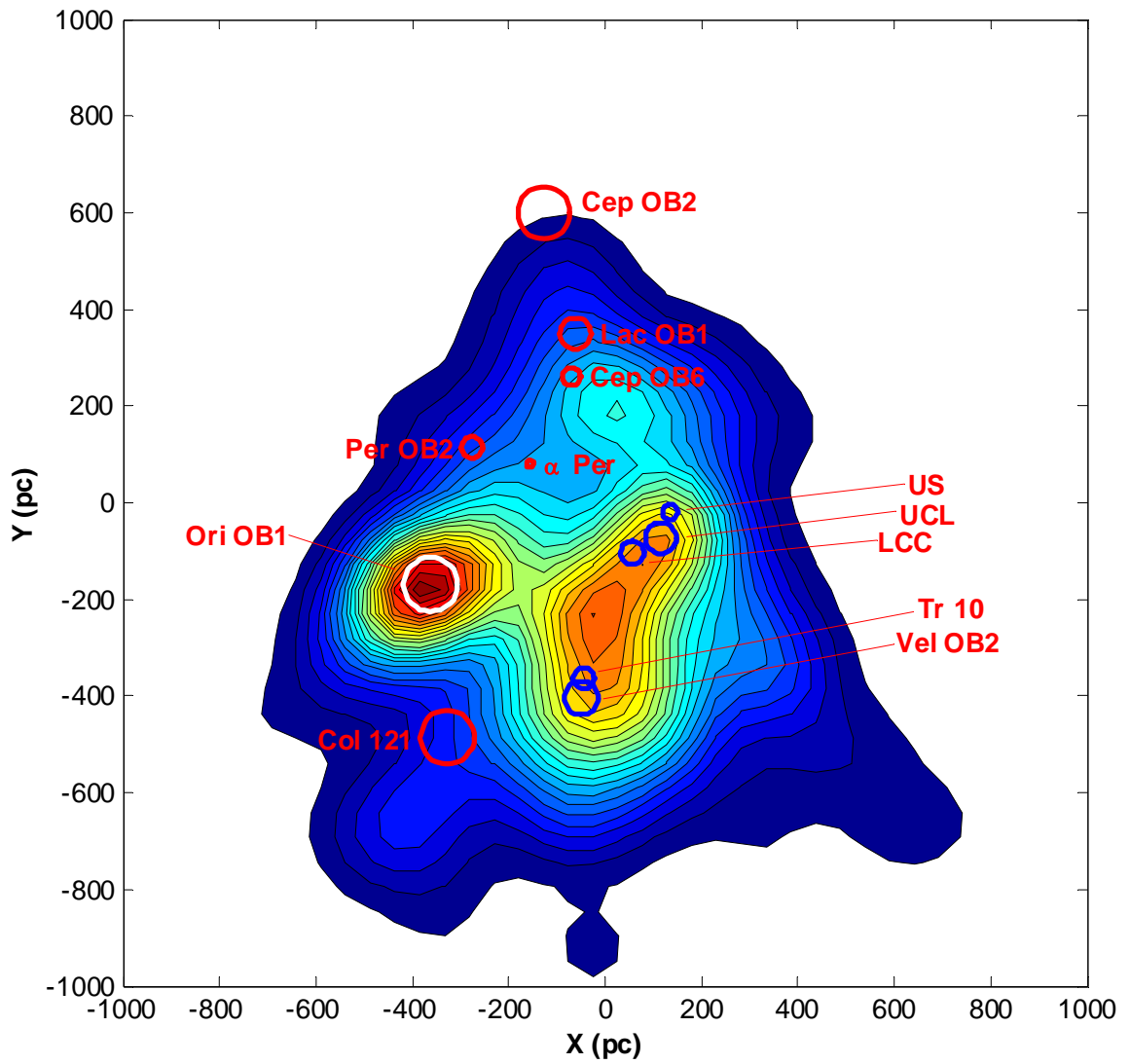


Figura 4.6. Proyección de las asociaciones OB estimadas por de Zeeuw et al. (1998) sobre la densidad estelar del CG.

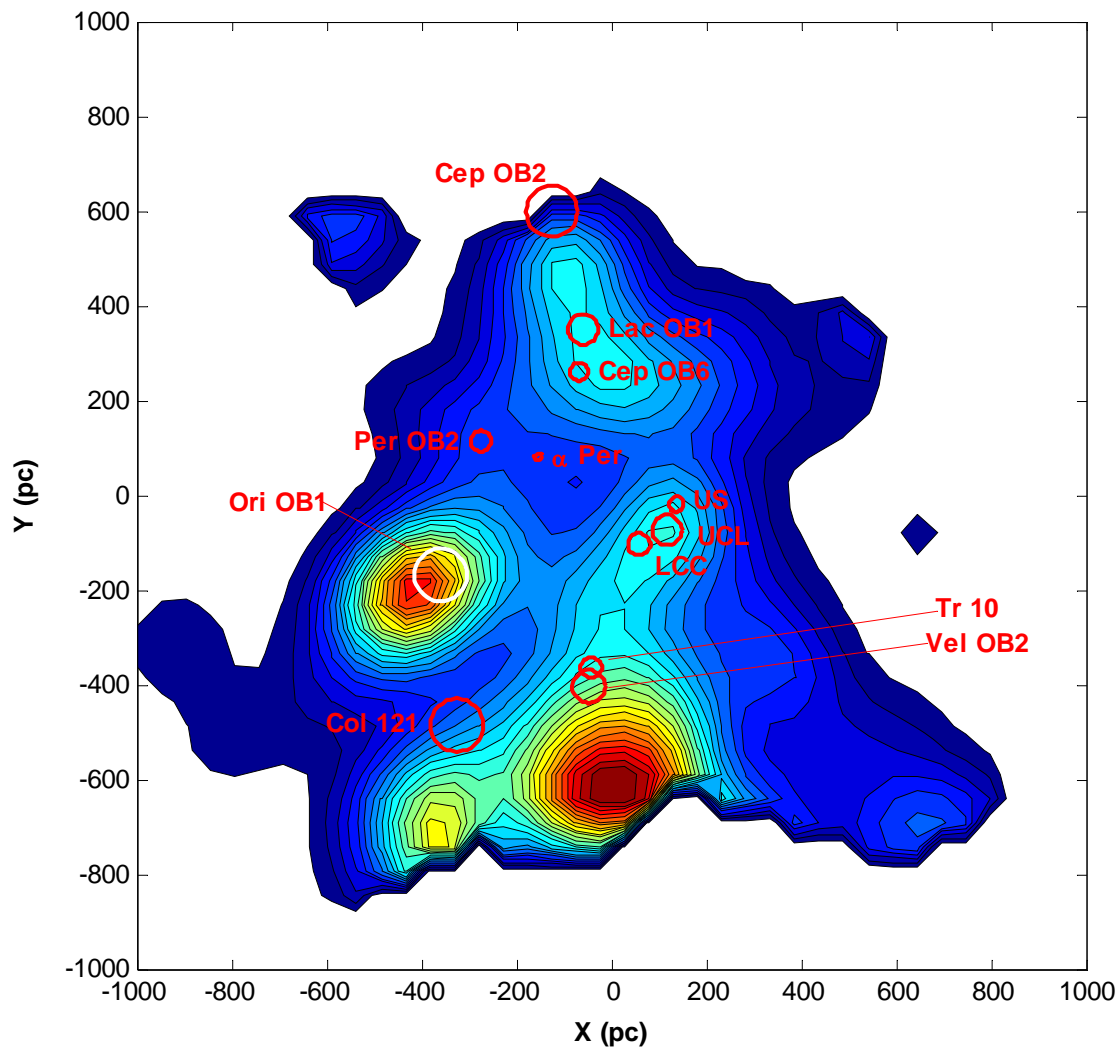


Figura 4.7. Proyección de las asociaciones OB estimadas por de Zeeuw et al. (1998) sobre la densidad estelar del CG relativa al DGL.

Nótese que el desplazamiento hacia Y negativas del máximo entre el tercer y cuarto cuadrantes lo aleja sin embargo de la posición de Vela OB2 y Trumpler 10. No es algo que deba preocuparnos, puesto que los miembros de *Hipparcos* que pertenecen a ambos son en su mayoría estrellas de tipos B medio y tardío de la secuencia principal (Kaltcheva & Hilditch 2000), mientras que nuestra muestra no recoge estrellas de tipo más tardío que B6, por lo que serían de difícil detección en estos mapas de densidad. Conviene tener presente, sin embargo, que la región de Vela abarca un gran rango de distancias en la dirección de nuestro máximo (entre 300 pc y 2.5 kpc para Kaltcheva & Hilditch 2000, entre $l = 260^\circ$ y $l = 270^\circ$), por lo que no se puede descartar que sus miembros contribuyan a la muestra que estamos estudiando.

Otras diferencias son la superposición ahora del máximo del segundo cuadrante con la región de Cepheus y Lacerta, y el desplazamiento del pico correspondiente a Orion, que deja de coincidir exactamente con Ori OB1. Pero debemos tener cuidado, ya que hemos utilizado una estimación de distancias diferente a la de de Zeeuw et al. (1999), quien emplea la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* para el estudio de las asociaciones OB. Ésta apenas está presente en nuestra muestra, puesto que es poco fiable para distancias más allá de unos 200 pc, motivo por el cual nos hemos valido de la fotometría Stromgrën para el cálculo de distancias. Es por ello que las estimaciones de de Zeeuw para las estructuras de la vecindad solar deben ser revisadas e interpretadas en el contexto de otros datos cuando las distancias empiezan a ser comparables al límite recomendado para las paralajes de *Hipparcos* (Burningham et al. 2003). Conviene, pues, comparar las figuras con la posición de las asociaciones pre-*Hipparcos*, obtenidas mediante estimaciones fotométricas más parecidas a las nuestras.

4.4.1. Asociaciones pre-*Hipparcos*

El propio artículo de de Zeeuw et al. (1999) nos remite a la lista oficial de la IAU (Ruprecht 1966) que proporciona una relación de las asociaciones pre-*Hipparcos*. Tomando además de Blaauw (1946) las referencias necesarias para Sco OB2_1, OB2_3, OB2_4 y OB2_5, de Feinstein (1967) las de Collinder 121 y de MacConnell (1968) las de Cep OB4, tenemos la Tabla 4.4.

Si ahora representamos las asociaciones dadas por la Tabla 4.4 sobre las densidades absoluta y relativa de estrellas en el CG, obtenemos las Figuras 4.8 y 4.9. En ellas observamos cómo de nuevo el grupo de Scorpius coincide con el máximo que surge al corregir la falta de completitud de la muestra, tal y como ocurría para las asociaciones estimadas por de Zeeuw et al. (1999). Es lógico, ya que las distancias estimadas mediante la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* son del mismo orden que las obtenidas por otros métodos, al encontrarnos dentro del rango de los 200 pc.

Nombre	D (pc)	l^- (°)	l^+ (°)	b^- (°)	b^+ (°)
<i>Sco OB2_1</i>	170	330	3	-19	7
<i>Sco OB2_2</i>	160	337	3	7	32
<i>Sco OB2_3</i>	170	313	337	5	31
<i>Sco OB2_4</i>	160	292	313	-10	16
<i>Sco OB2_5</i>	170	273	292	-20	5
<i>Col 121</i>	630	222	244	-15	-3
<i>Ori OB1</i>	500	197	215	-26	-12
<i>Mon OB1</i>	715	201	205	-3	3
<i>Per OB2</i>	400	156	164	-22	-13
α <i>Per</i>	170	140	155	-11	-3
<i>Cam OB1</i>	900	130	153	-3	8
<i>Cep OB2</i>	700	96	108	-1	12
<i>Cep OB3</i>	960	108	113	1	7
<i>Cep OB4</i>	845	116	120	3	7
<i>Lac OB1</i>	600	94	107	-19	-7
<i>Sct OB2</i>	730	20	26	-3	2
<i>Cyg OB7</i>	740	84	96	-5	9

Tabla 4.4. Distancia (D) y límites en longitud (l) y latitud (b) galáctica de las asociaciones OB según las estimaciones pre-*Hipparcos*.

En cambio, en el caso de Ori OB1, la coincidencia con un máximo de densidad es ahora aún más precisa. También el CG parece ganar en extensión como si quisiera alcanzar la las región de Cepheus y Sct OB1, y un nuevo máximo aparece en la antes vacía zona de Cam OB1. En general, la corrección de completitud tiende a ampliar las fronteras del CG más allá de lo que en principio habíamos estimado.

Por lo tanto, tras la corrección por medio del “flat field” del mapa de densidad del CG, observamos cómo aparecen nuevos máximos y cómo el sistema parece consolidarse hacia regiones más lejanas que sus límites originalmente establecidos. Dentro de la incertidumbre propia de la estimación de distancias de las asociaciones OB, dichos máximos en la densidad estelar pueden ser relacionados con asociaciones bien conocidas y catalogadas. No sólo las asociaciones clásicas como Ori OB1 o Sco-Cen forman parte del CG, sino que Cam OB1, Lac OB1, Col 121 y agrupaciones en la región de Vela son probables candidatos a pertenecer al CG, extendiendo así el sistema a mayores distancias en la dirección de la línea de nodos, en buen acuerdo con la propuesta de Westin (1985).

Posiblemente la inclusión de estos grupos de la región de Vela (en torno a $X = 0$, $Y \sim -600$ pc) como probables miembros del CG pueda resultar sorprendente. Nos preguntamos si pudiera ser un efecto de la corrección de “flat field” producido por la presencia de diferentes patrones de enrojecimiento en el CG y el DGL. Sin embargo, observamos que Vela se sitúa muy cercana a la línea de nodos en la que el CG y el DGL coexisten. Por lo tanto, es probable que la distribución de polvo en esta región sea compartida por ambos sistemas, y por ello, no sea responsable de la aparición de este máximo.

Por otra parte, la asociación identificada como Col 121 por Feinstein (1967) y de Zeeuw et al. (1999) ha sido recientemente revisada por Burningham et al. (2003), quienes encuentran que no parece estar relacionada con el cúmulo abierto Cr 121 originalmente descubierto por Collinder (1931) y confirmado por Eggen (1981) y Kaltcheva (2000) a una distancia de aproximadamente 1 kpc. Tras el análisis de una población de estrellas pre-secuencia principal de baja masa, que se encuentra en la misma dirección que Cr 121, Burningham et al. (2003) prefieren retener para éste –cuya distancia estiman a 1050 pc del Sol– la denominación de Collinder 121, y adjudicar a la asociación OB más cercana el nombre de CMa OB2, siguiendo el criterio de Eggen (1981).

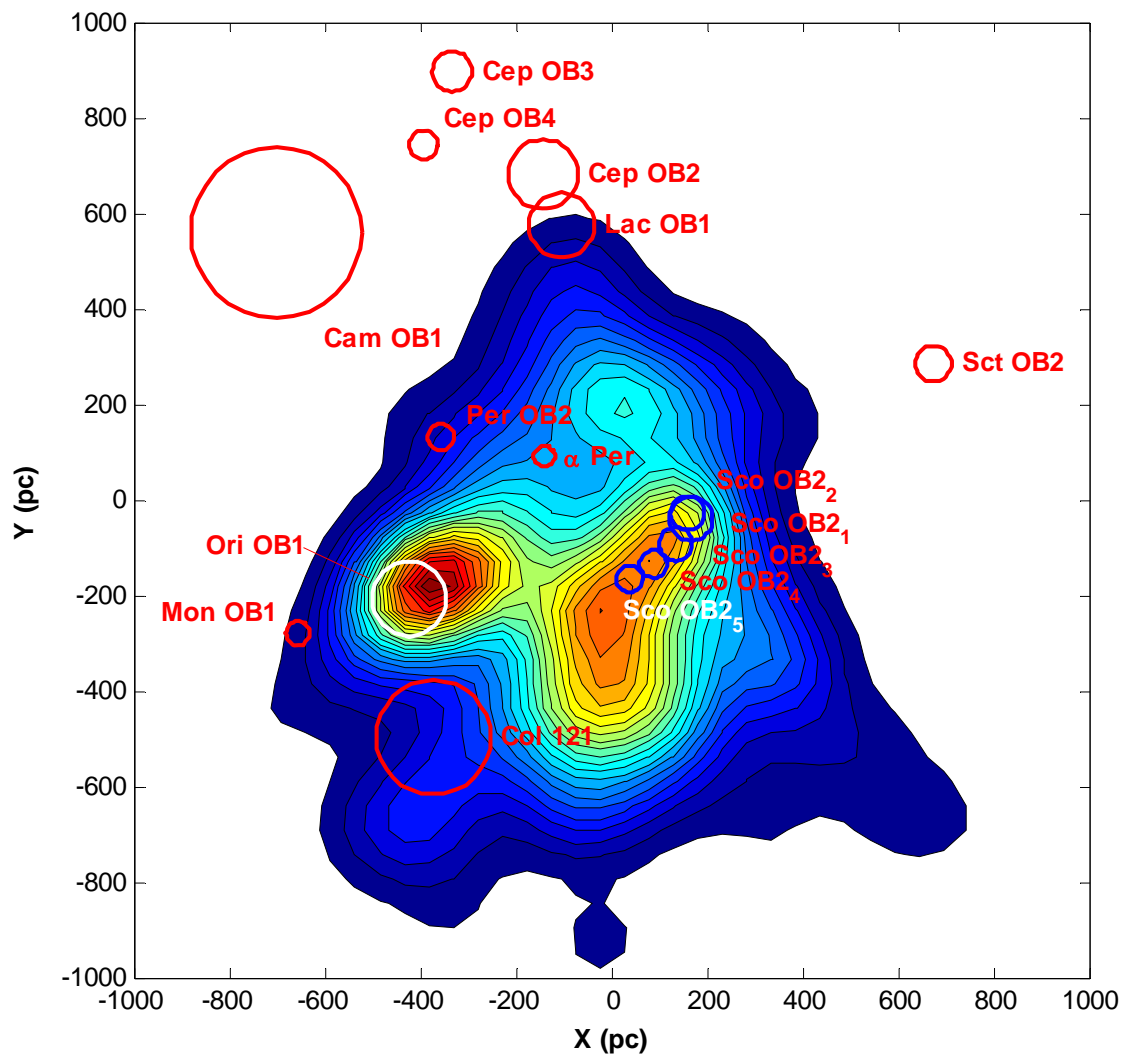


Figura 4.8. Proyección de las asociaciones OB pre-*Hipparcos* sobre la densidad estelar del CG.

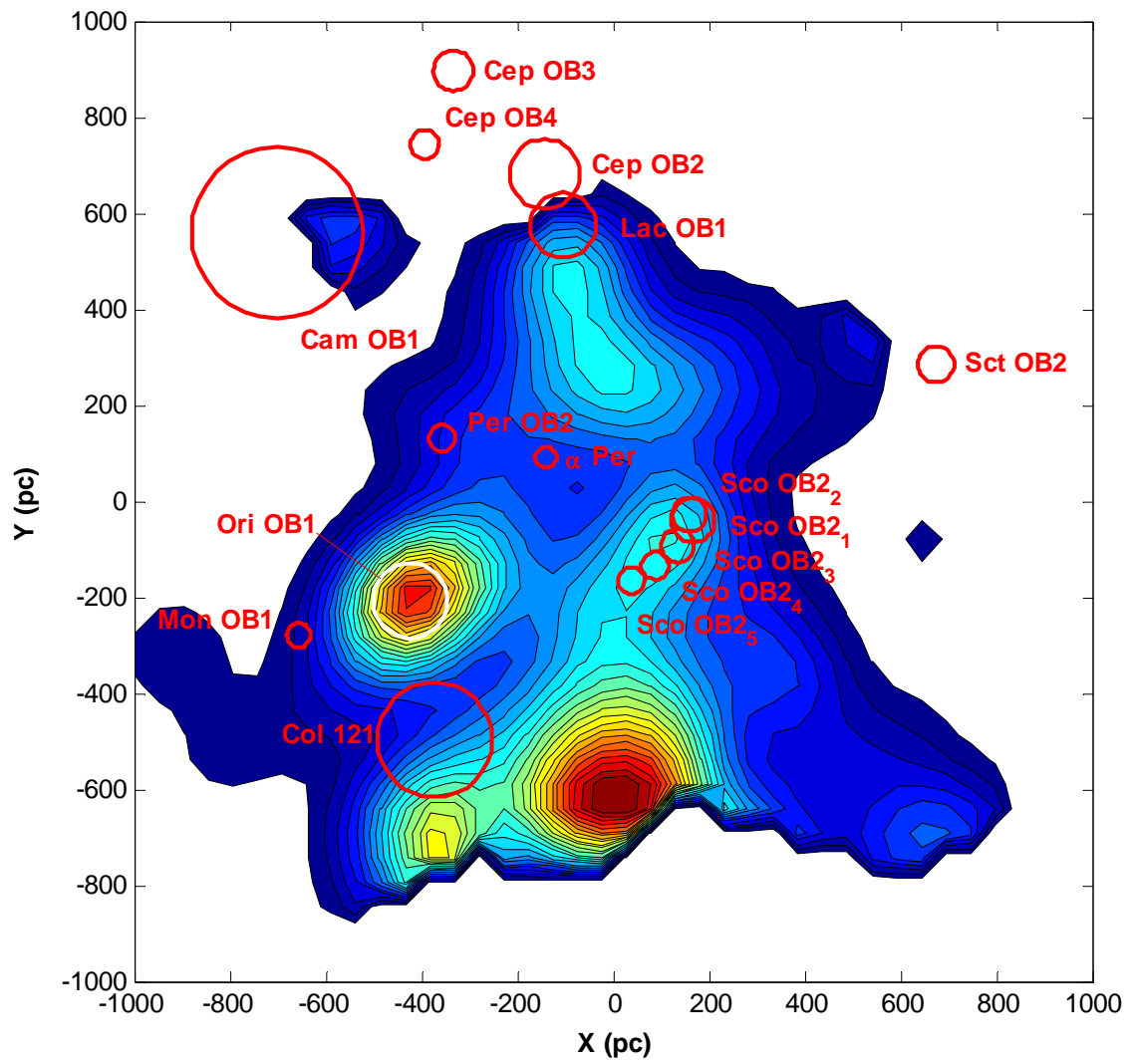


Figura 4.9. Proyección de las asociaciones OB pre-Hipparcos sobre la densidad estelar del CG relativa al DGL.

5 Análisis de la estructura cinemática

Por lo tanto, mientras mis ojos no sean apartados
de aquel espectáculo del que son insaciables,
mientras me sea posible observar el sol y la luna,
mientras aplicarme a los demás astros,
mientras investigar sus ortos y ocasos
así como sus intervalos y las causas
de moverse ora más rápida ora más lentamente,
mientras contemplar por la noche tantas estrellas titilantes,
unas inmóviles, otras que no salen al vasto espacio
sino que cumplen sus órbitas siguiendo siempre su propia huella,
[...] mientras esté con esa compañía y, en la medida
que al hombre le es lícito, me mezcle con los seres celestes,
[...] ¿qué me importa qué holle?

Séneca. *Consolación a Helvia*

5.1. Introducción

Hemos visto en el capítulo anterior que la distribución espacial de las estrellas jóvenes y masivas del entorno solar se caracteriza por la presencia de dos sistemas diferenciados, el DGL y el CG. Habiendo podido ajustar un modelo que describe ambas estructuras en base a unos parámetros geométricos, tenemos ahora la posibilidad de utilizar la estimación que hemos obtenido de dichos parámetros para discriminar las estrellas de nuestra muestra cinemática y examinar su distribución de velocidades, con objeto de estudiar si la separación espacial se refleja también en el comportamiento cinemático del CG y del DGL.

Para ello, primero determinaremos las velocidades espaciales de la muestra a partir de las medidas de movimientos propios y velocidad radial (Sección 5.2). Una vez calculadas, analizaremos la distribución de velocidades de las estrellas, buscando identificar los máximos locales del campo con los grupos móviles conocidos de la vecindad solar (Sección 5.3.2). Realizaremos entonces la separación entre miembros del CG y del DGL en base a la posición espacial de las estrellas y obtendremos sus respectivos campos de velocidades, lo que nos permitirá estudiar si estos grupos

móviles están asociados a alguno de los dos sistemas en particular, o si por el contrario están presentes en ambos (Sección 5.3.3).

Profundizaremos en el análisis de la diferencia cinemática entre CG y DGL a partir del estudio de las velocidades residuales de la muestra, que estimaremos (Sección 5.4.1) corrigiendo las velocidades espaciales de movimiento solar y rotación diferencial. La comparación entre ambos grupos mediante tests estadísticos para dos muestras (Sección 5.4.3), y el análisis comparativo de los ejes principales de los diferentes elipsoides de velocidades, serán las herramientas que usaremos para estudiar ambas distribuciones de velocidades (Secciones 5.4.4 y 5.4.5).

Para terminar con el estudio comparativo, volveremos sobre los movimientos propios y la velocidad radial originales para realizar una estimación básica de las constantes de Oort, tanto de la muestra completa como del CG y del DGL por separado (Sección 5.5). Esto nos aportará información adicional sobre la cinemática del entorno solar.

Seguidamente, aprovechando la información a nuestra disposición sobre la estructura del CG y las medidas de la velocidad, analizaremos la distribución de la velocidad perpendicular al plano del CG en busca de posibles gradientes (Sección 5.6).

Por último, intentaremos extraer algunas conclusiones generales a partir del análisis cinemático llevado a cabo a lo largo de este capítulo, y veremos si la cinemática puede o no responder a cuestiones sobre el origen del CG (Sección 5.7).

5.2. Determinación de las velocidades espaciales

Partiendo de nuestra muestra cinemática (Sección 2.2.3) determinamos para cada estrella las componentes de su velocidad en coordenadas Galácticas, U , V y W , a partir de su distancia, movimiento propio y velocidad radial. La transformación (cf. Johnson & Soderblom 1987) es un simple producto de matrices

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} V_R \\ k\mu_\alpha r \\ k\mu_\delta r \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

donde V_R es la velocidad radial de la estrella en km s^{-1} , r es su distancia en pc y μ_α , μ_δ son los movimientos propios en ascensión recta y declinación, respectivamente, en as año^{-1} . $k = 4.74057$ es el equivalente en km s^{-1} de una unidad astronómica en un año trópico. La matriz \mathbf{B} se puede escribir como $\mathbf{B} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{A}$,

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} +\cos \mathcal{G}_0 & +\text{sen } \mathcal{G}_0 & 0 \\ +\text{sen } \mathcal{G}_0 & -\cos \mathcal{G}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\text{sen } \delta_{PNG} & 0 & +\cos \delta_{PNG} \\ 0 & -1 & 0 \\ +\cos \delta_{PNG} & 0 & +\text{sen } \delta_{PNG} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +\cos \alpha_{PNG} & +\text{sen } \alpha_{PNG} & 0 \\ +\text{sen } \alpha_{PNG} & -\cos \alpha_{PNG} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} +\cos \alpha \cos \delta & -\text{sen } \alpha & -\cos \alpha \text{sen } \delta \\ +\text{sen } \alpha \cos \delta & +\cos \alpha & -\text{sen } \alpha \text{sen } \delta \\ +\text{sen } \delta & 0 & +\cos \delta \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

donde $\alpha_{PNG} = 12^{\text{h}}51^{\text{m}}26^{\text{s}}.2755$ y $\delta_{PNG} = 27^{\circ}7'41''.704$ son las coordenadas ecuatoriales del polo norte Galáctico en el sistema J2000.0 (Murray 1989), $\theta_0 = 123^{\circ}$ es la longitud galáctica del Polo Norte Celeste y α y δ son las coordenadas ecuatoriales de la estrella. De este modo U , V y W forman un triedro directo, siendo positivas en la dirección del centro Galáctico, de la rotación Galáctica y del polo norte Galáctico.

Siguiendo con los cálculos de Johnson & Soderblom (1987) podemos estimar la incertidumbre de las componentes de la velocidad mediante la determinación de sus varianzas. Puesto que los movimientos propios provienen del catálogo de *Hipparcos*, y

las velocidades radiales y distancias (obtenidas a partir de fotometría, salvo para unas pocas estrellas cercanas al Sol en que hemos usado la paralaje trigonométrica de *Hipparcos*) provienen de fuentes diversas (véase el Capítulo 2), podemos considerar, a estos efectos, que no hay correlación entre ellas, por lo que la ecuación para la varianza es de la siguiente forma:

$$\sigma_{F(x,y,z)}^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 \quad (5.3)$$

Suponiendo que las matrices \mathbf{T} y \mathbf{A} no introducen error en las velocidades, que sólo contribuyen V_R , μ_α , μ_δ y r , y aplicando entonces esta fórmula a la Ecuación 5.1 obtenemos:

$$\begin{pmatrix} \sigma_U^2 \\ \sigma_V^2 \\ \sigma_W^2 \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \sigma_{V_R}^2 \\ (kr)^2 \sigma_{\mu_\alpha}^2 + (k\mu_\alpha)^2 \sigma_r^2 \\ (kr)^2 \sigma_{\mu_\delta}^2 + (k\mu_\delta)^2 \sigma_r^2 \end{pmatrix} + 2\mu_\alpha\mu_\delta k^2 \sigma_r^2 \begin{pmatrix} b_{12} \cdot b_{13} \\ b_{22} \cdot b_{23} \\ b_{32} \cdot b_{33} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

donde los elementos de la matriz \mathbf{C} son los cuadrados de los elementos de \mathbf{B} , es decir, $c_{ij} = b_{ij}^2$ para todo i, j .

El error en la distancia r dependerá de si su estimación ha sido a partir de la paralaje trigonométrica de *Hipparcos* o de datos fotométricos. En el primer caso, asignamos directamente el error dado por el catálogo de *Hipparcos* que, tal y como se han construido las muestras, es menor al 10% de la distancia. En el segundo caso, es posible estimar el error en distancia a partir de la desviación estándar en magnitud absoluta de la estrella. Consideremos la relación, conocida como módulo de distancia, entre la magnitud absoluta (M) y la distancia heliocéntrica (r) de una estrella:

$$m - M = 5 - 5 \log r + A_V \quad (5.5)$$

donde m es la magnitud visual aparente, y $A_V = 4.27 E(b-y)$ la absorción interestelar. Puesto que los errores observacionales de ambas son despreciables frente al error en magnitud absoluta, a partir de esta ecuación derivamos el error en distancia:

$$\sigma_r = 0.2 \ln 10 r \sigma_M \quad (5.6)$$

Para las estrellas con distancia fotométrica –ya sea estimada a partir del sistema de Strömgren, ya a partir de la magnitud visual de Johnson y la calibración de Schmidt-Kaler para tipos espectrales (cf. Sección 2.2.1)– tomaremos como cota superior del error en magnitud absoluta $\sigma_M = 0.45$ (cf. Balona & Shobbrook 1987, Schmidt-Kaler 1982), lo que equivale a un error relativo en la distancia del 21%.

Las desviaciones estándar para los movimientos propios proceden del propio catálogo de *Hipparcos*; los errores medios de la muestra cinemática (881 estrellas) son 0.74 y 0.63 $mas \text{ año}^{-1}$ para los movimientos en ascensión recta y declinación, respectivamente. Estos valores medios no cambian al clasificar la muestra utilizando nuestro procedimiento de separación de planos, que elimina los *outliers* espaciales, pese a que 105 estrellas son descartadas. Lo mismo sucede al eliminar *outliers* cinemáticos mediante el algoritmo OUTKER (Cabrera-Caño & Alfaro 1985, cf. Sección 5.4.2): aunque el número de estrellas con que trabajamos se reduce de 776 a 752, los valores medios son similares a los de la muestra inicial: 0.73 y 0.62 $mas \text{ año}^{-1}$.

La mayor fuente de error será indudablemente la velocidad radial, cuya desviación estándar proviene de los catálogos de Barbier-Brossat (Barbier-Brossat & Figon 2000) y de Grenier (Grenier et al. 1999). En el caso del primero, no siempre hay disponible una estimación numérica del error, por lo que hemos utilizado las cotas asignadas a las diferentes calidades de velocidad radial de cada estrella, según Barbier-Brossat (1989). En caso de no disponer tampoco de información sobre la calidad, se ha tomado el valor de la velocidad radial y su error estimados por Grenier et al. (1999), en caso de estar catalogados. El valor medio del error en velocidad radial para la muestra cinemática de 881 estrellas es 4.3 $km \text{ s}^{-1}$, valor que se mantiene al clasificar la muestra y eliminar *outliers* espaciales. Si, como en el caso de los movimientos propios, eliminamos también los *outliers* cinemáticos, el valor medio del error para las 752 estrellas restantes es 4.1 $km \text{ s}^{-1}$.

A partir de estos errores y de la Ecuación 5.4 podemos calcular el error en las tres componentes de la velocidad espacial para cada estrella individual. Para la muestra

clasificada y libre de *outliers* espaciales, las desviaciones estándar medias en U , V y W son 3.7, 4.2 y 2.3 km s^{-1} , respectivamente. Si eliminamos *outliers* cinemáticos, los errores de la muestra de 752 estrellas son $\bar{\sigma}_U = 3.5$, $\bar{\sigma}_V = 3.9$, $\bar{\sigma}_W = 2.2 \text{ km s}^{-1}$. Podemos comparar estos valores con los obtenidos por Torra et al. (2000a) para una muestra de estrellas O y B del catálogo de *Hipparcos*. En este artículo, para una distancia heliocéntrica comprendida entre 100 y 600 pc, los errores observacionales se dan en función del intervalo de edad de la sub-muestra considerada; así, para el rango de 0 a 30 millones de años, $\bar{\sigma}_U = 3.5$, $\bar{\sigma}_V = 3.0$, $\bar{\sigma}_W = 2.3 \text{ km s}^{-1}$, mientras que de 30 a 60 millones de años encuentran que $\bar{\sigma}_U = 3.1$, $\bar{\sigma}_V = 3.4$, $\bar{\sigma}_W = 1.8 \text{ km s}^{-1}$. Por su parte, Fernández (2005) obtiene para una compilación similar de estrellas O y B de *Hipparcos* los siguientes errores medios de las velocidades espaciales: $\bar{\sigma}_U = 3.7$, $\bar{\sigma}_V = 3.8$, $\bar{\sigma}_W = 2.9 \text{ km s}^{-1}$. Trabajamos, pues, con una muestra cuya incertidumbre en la estimación de velocidad es similar a la manejada en trabajos anteriores con muestras de *Hipparcos*. En la Figura 5.1 podemos ver los histogramas de las distribuciones de las tres componentes de la velocidad espacial y sus respectivos errores. La desviación respecto al origen de U , V y W es un reflejo del movimiento solar más el retraso de la componente V con la edad; los valores medios en torno a los cuales están centradas las tres componentes son $\bar{U} = -8.5 \text{ km s}^{-1}$, $\bar{V} = -13.3 \text{ km s}^{-1}$ y $\bar{W} = -6.4 \text{ km s}^{-1}$. Asimismo, en la Figura 5.2 se representa la distribución de velocidades como diagramas de densidad para los tres planos coordenados.

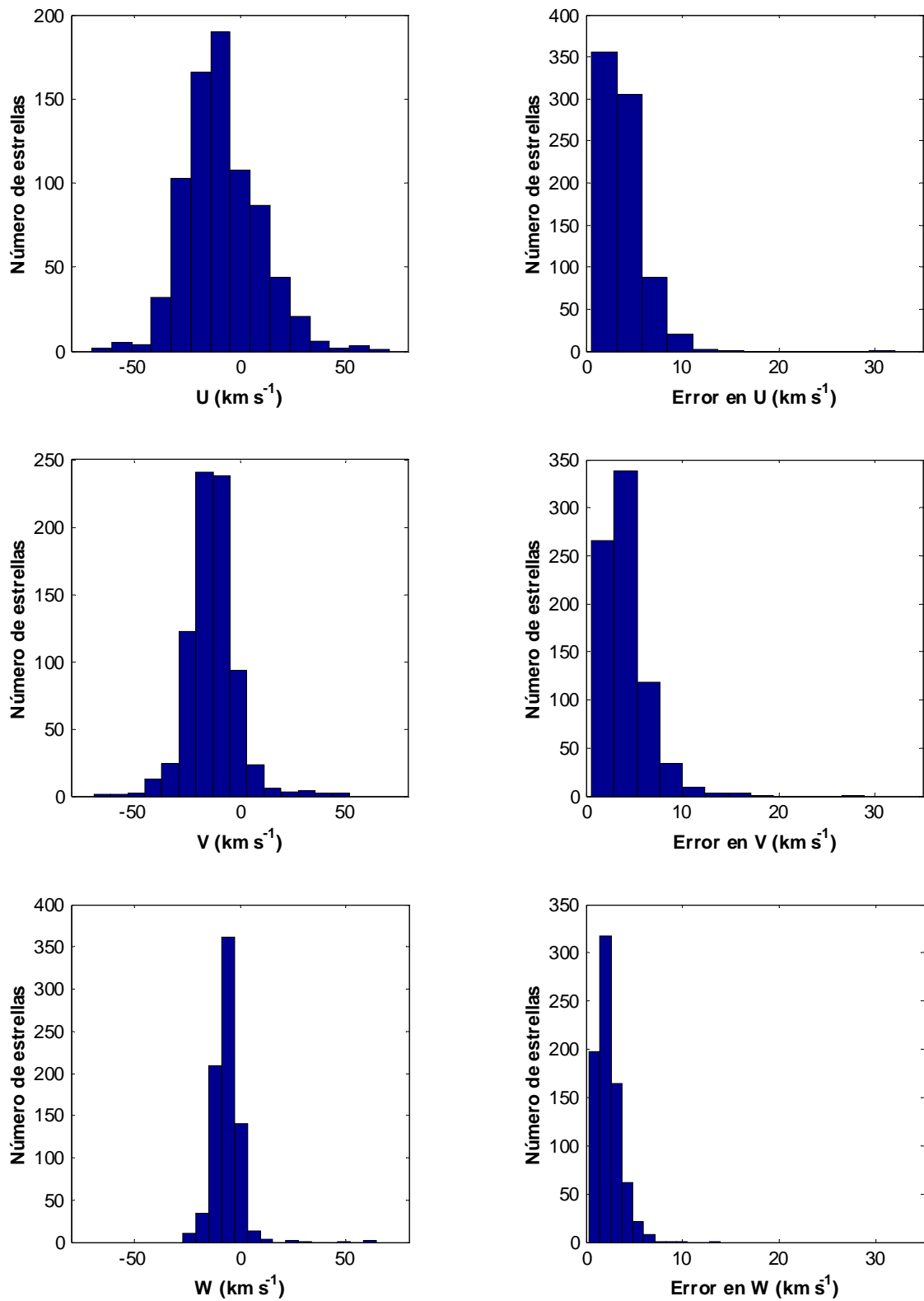


Figura 5.1. Histogramas de las tres componentes de velocidad U , V y W (izquierda) y sus correspondientes errores (derecha) para la muestra cinemática.

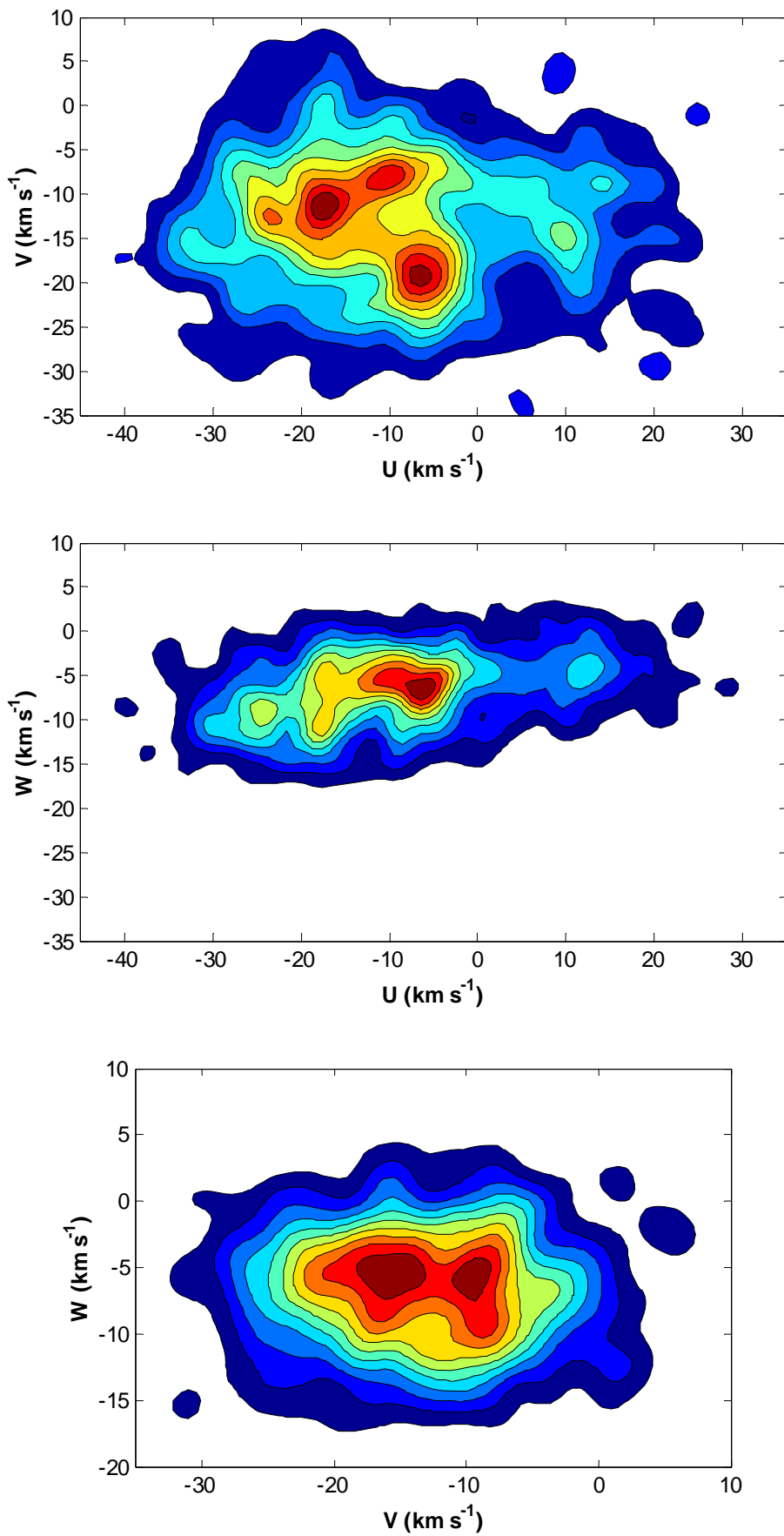


Figura 5.2. Mapas de densidad del campo de velocidades para la muestra cinemática.

5.3 Grupos móviles

5.3.1. Introducción

En la Figura 5.2 podemos observar que el campo de velocidades viene dominado por una serie de máximos o picos de densidad. Los más importantes probablemente son el reflejo en el espacio de velocidades de ciertos *grupos móviles* de la vecindad solar. El concepto de grupo móvil fue desarrollado por Olin Eggen en una serie de artículos publicados a lo largo de varias décadas (cf. Eggen 1960, 1965, 1994, 1996). La descripción clásica de un grupo móvil es la de un grupo de estrellas que comparte un movimiento común (es decir, ocupan una región pequeña en el espacio de velocidades), puesto que arrastran la firma cinemática de su lugar de nacimiento. De acuerdo con el modelo tradicional, las estrellas se forman a partir de una misma nube parental en una región determinada, creando un cúmulo con una edad, posición y velocidad bien definidas, siendo los movimientos aleatorios de las estrellas que componen el mismo relativamente pequeños. Posteriormente, el cúmulo tiende a disolverse a causa de, por un lado, la rotación Galáctica (que lo estira en la dirección de rotación hasta formar una especie de tubo), y por otro, de los procesos de *calentamiento* del Disco, que aumentan la dispersión de velocidades de las estrellas debido a diversos mecanismos de aceleración gravitacional (como por ejemplo el encuentro con nubes moleculares gigantes). Si nuestro Sol cayera dentro de uno de estos tubos, las estrellas del sistema se distribuirían por todo el cielo, pero aún así podríamos reconocer el grupo móvil gracias a sus similares velocidades espaciales.

Otra definición de grupo móvil establece una relación con los supercúmulos. Un supercúmulo es un conjunto de estrellas no ligadas gravitacionalmente, que pueden ocupar grandes regiones de la Galaxia, pero que comparten una misma cinemática. Un grupo móvil sería simplemente la parte del supercúmulo que observamos desde la Tierra (cf. Eggen 1994). Las hipótesis sobre el origen de los supercúmulos pueden resumirse en las siguientes (cf. Asiain et al 1999, y referencias):

1. La evaporación de un cúmulo abierto, mediante los mecanismos descritos anteriormente.
2. La disolución de aglomeraciones estelares de mayor tamaño, como complejos estelares o fragmentos de brazos espirales; es decir, el supercúmulo sería una yuxtaposición de la evaporación de cúmulos abiertos y asociaciones disueltas, que comparten el mismo origen y movimiento.
3. La existencia de órbitas periódicas estables en las que quedan atrapadas las estrellas (trampas dinámicas).

La existencia de los grupos móviles ha sido objeto de controversia desde que Eggen la propusiera. Sin embargo, era conocido ya entonces que en el entorno solar hay grupos de estrellas jóvenes que comparten movimiento con ciertos cúmulos abiertos. Los casos más notorios son el supercúmulo de las Híades (asociado al cúmulo de las Híades) y el supercúmulo de Sirio (asociado con el cúmulo de Canis Major), así como el grupo móvil de las Pléyades, asociado con un cierto número de cúmulos y asociaciones jóvenes, como las Pléyades o Scorpius-Centaurus, entre otros. La realidad de estos grupos móviles ha sido recientemente confirmada en diversos trabajos que han utilizado la gran precisión de los datos astrométricos (especialmente las medidas de movimientos propios) de *Hipparcos* para estudiar la estructura del espacio de velocidades en la vecindad solar (cf. Skuljan 1997, Dehnen 1998, Torra et al. 2000a). Además, estos trabajos revelan que al observar con mayor resolución el espacio de velocidades, surgen nuevas estructuras más finas que pueden relacionarse en algunos casos con cúmulos abiertos o asociaciones ya conocidos.

Por otra parte, estos grupos móviles, aunque en general están constituidos por estrellas de tipos espectrales tempranos, pueden tener también una componente significativa de estrellas jóvenes de tipos más tardíos (Montes et al. 2001). Además, en algunos casos se ha detectado una mezcla de poblaciones de diferentes edades que pertenecen al mismo grupo móvil (Dehnen 1998), lo que cuestiona los modelos tradicionales de creación de los supercúmulos. Algunos autores proponen que estos son el resultado de la superposición de varios cúmulos con diferentes edades (Chereul et al. 1998); otros exploran las posibilidades de que un potencial Galáctico inhomogéneo haya dado lugar a los agregados en el espacio de velocidades (cf. De Simone 2004, Famaey et al. 2005, Quillen & Minchev 2005).

5.3.2. Análisis de la muestra cinemática completa

En nuestro caso, en el campo de velocidades UV de la Figura 5.2 destacan al menos tres posibles grupos móviles. El primero y el más pronunciado se sitúa en torno a $(U, V, W) = (-6.5, -19, -7) \text{ km s}^{-1}$, y está asociado al grupo grupo móvil de las Pléyades, aunque se desvíe apreciablemente del valor dado por Eggen (1996) en su estudio de las corrientes estelares, $(U, V) = (-11.6, -20.7, -10.4) \text{ km s}^{-1}$. Por su parte, Dehnen (1998), a partir de muestras de estrellas del catálogo de *Hipparcos*, identifica el grupo de las Pléyades en torno a $(U, V, W) = (-12, -22, -7) \text{ km s}^{-1}$. Otra estimación es la de Chen et al. (1997) a partir de estrellas de tipos espectrales B, A y F del *Hipparcos Input Catalogue* (Turon et al. 1992) con distancias obtenidas a partir de fotometría Strömgren, $(U, V, W) = (-10, -19, -8.1) \text{ km s}^{-1}$. Debemos tener en cuenta que el grupo móvil aparece siempre como un máximo de densidad en el espacio de velocidades que tiene una cierta anchura –la desviación estándar dada por Chen et al. (1997) para las tres componentes (U, V, W) es de $(7.9, 8.6, 5.8) \text{ km s}^{-1}$ –, por lo que pese a las discrepancias en la componente U del máximo central podemos afirmar que es el grupo de las Pléyades el que vemos en nuestra figura.

El segundo pico más prominente en el campo de la Figura 5.2 es el que se distribuye alrededor de $(U, V, W) = (-17, -11, -5) \text{ km s}^{-1}$. Podemos identificarlo con el grupo móvil relacionado con el supercúmulo IC 2391, que para Eggen (1996) se sitúa en torno a $(U, V, W) = (-20.8, -15.9, -8.3) \text{ km s}^{-1}$, mientras que Chen et al. (1997) localizan el máximo en $(U, V, W) = (-15.9, -13.1, -4.5) \text{ km s}^{-1}$, siendo la desviación estándar $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (4.1, 6.2, 3.0) \text{ km s}^{-1}$.

El tercer máximo, aproximadamente en $(U, V) = (-11, -8.5) \text{ km s}^{-1}$, es más difuso y más difícil de identificar. Figueras et al. (1997), en su estudio de los grupos móviles para estrellas B5-F5 del catálogo de *Hipparcos*, no encuentran ninguna asociación estelar ni ningún cúmulo con que relacionar la estructura que obtienen centrada en $(U, V, W) = (-10, -6, -8) \text{ km s}^{-1}$, muy cercana a la nuestra. Aunque Sabas (1997) y Dehnen (1998) asocian las estructuras encontradas en $(U, V, W) = (-12.5, -6.2, -8.3) \text{ km s}^{-1}$ y $(U, V, W) = (-10, -5, -8) \text{ km s}^{-1}$, respectivamente, al cúmulo abierto Coma Berenices, Asiain et al. (1999) ponen en duda tal posibilidad, puesto que las

componentes de velocidad del cúmulo Coma Berenices son $(-1.8, -8.2, -0.7)$ km s⁻¹. Prefieren los autores, como identificación más probable para la estructura que ellos encuentran en esa misma región del campo de velocidades, la asociación Cassiopeia-Taurus, $(U, V) = (-9.9, -6.1)$ km s⁻¹, siguiendo el criterio de Comerón (1992). Esta asociación tiene una edad entre 50 millones de años –siendo ésta la probable edad de expansión estimada por Blaauw (1956) a partir de una muestra de tipo espectral B5 ó más temprano– y 90 ± 10 millones de años, según la estimación de Stauffer et al. (1999) a partir de la abundancia de litio en la superficie de las estrellas. En su detallado estudio de las asociaciones OB de la vecindad solar, de Zeeuw et al. (1999) encuentran una relación física entre el grupo de Cas-Tau y el cúmulo α Persei. La edad de este cúmulo, según el punto de desvío de su secuencia principal, es de unos 50 millones de años (Meynet et al. 1993); por lo tanto, la edad de α Persei y de Cas-Tau podrían ser la misma (cf. Brown 2002).

5.3.3. Clasificación de la muestra cinemática

Con objeto de estudiar cómo contribuyen estos grupos móviles a los dos sistemas cuyo análisis estamos llevando a cabo, clasificamos las estrellas de la muestra cinemática en miembros del CG y del DGL. En el Capítulo 4, dedicado a desentrañar la estructura de la vecindad solar en la escala del kpc, habíamos obtenido los parámetros que caracterizaban al CG y al DGL en nuestra aproximación de dos planos cruzados con escala de altura exponencial. Ahora consideraremos dicha estimación –obtenida a partir de la muestra espacial, recordemos que construida a partir de distancias estelares lo más precisas posibles– como definitiva (Ecuación 4.2). Quiere esto decir que simplemente aplicaremos el algoritmo a la muestra cinemática sin realizar ninguna iteración, prescindiendo así de recalcular los parámetros.

De este modo, la separación espacial de la muestra cinemática es inmediata, y podemos fijar enseguida nuestra atención en los campos de velocidades resultantes para el CG y el DGL. Las tres proyecciones posibles de los mismos, en base a las componentes (U, V, W) , se representan en la Figura 5.3. Resulta claro que se observan notables diferencias entre ambos sistemas.

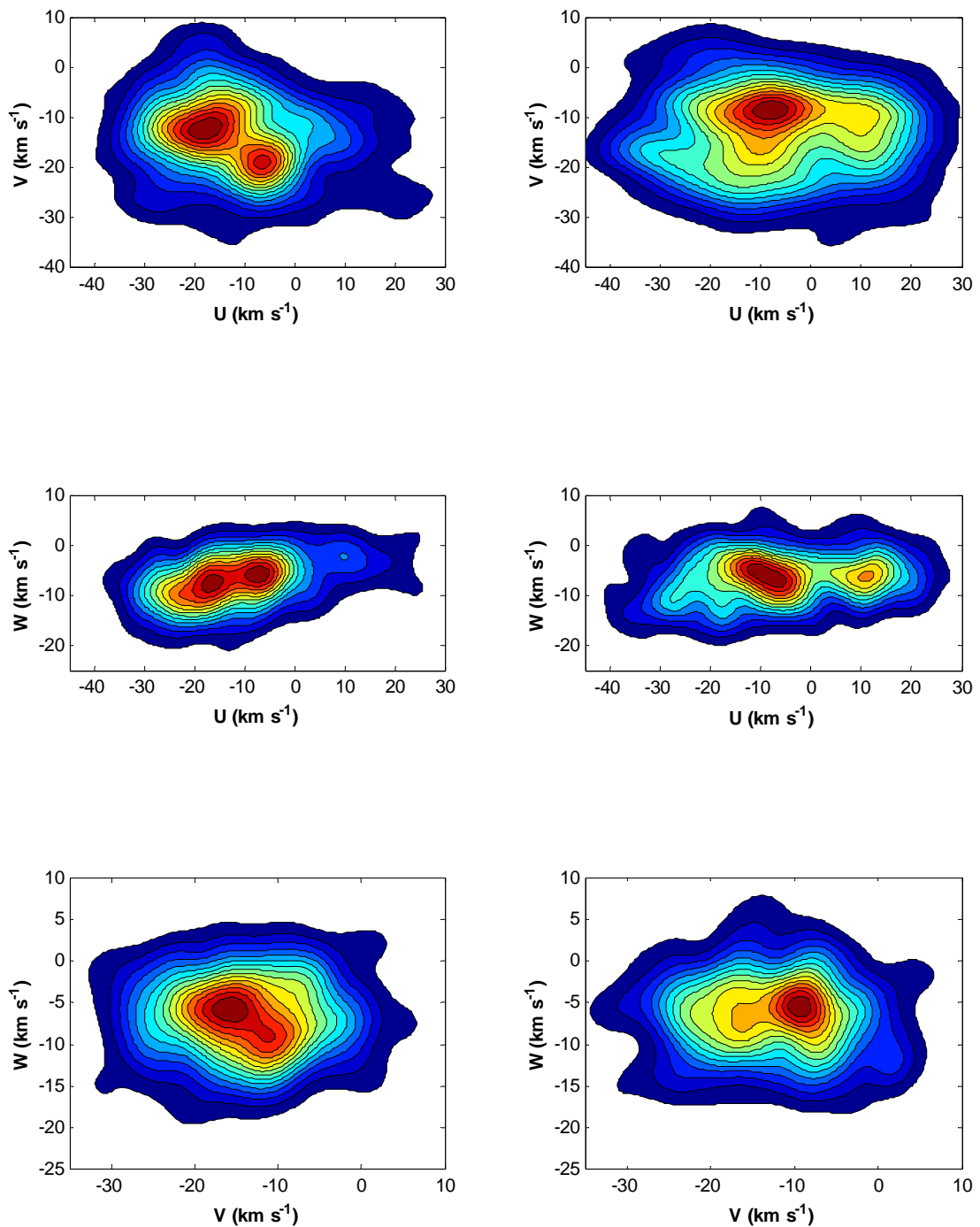


Figura 5.3. Mapas de densidad del campo de velocidades para el CG (izquierda) y el DGL (derecha).

La más notoria es que en el plano UV (paneles superiores) los tres grupos móviles de la muestra completa se reparten de forma claramente diferenciada entre el CG y el DGL. La pertenencia a uno u otro sistema queda muy bien definida en la figura, ya que de los tres picos de densidad, dos aparecen sólo en el CG y el tercero, sólo en el DGL.

El grupo móvil asociado al cúmulo IC 2391 está ausente del campo de velocidades del DGL, y en cambio es el más pronunciado en del CG, por lo que su pertenencia a esta estructura es evidente. Se trata de un cúmulo joven, de unos 30 millones de años (Stauffer et al. 1997), que Piskunov et al. (2006) en su reciente estudio sobre la población de cúmulos abiertos del disco Galáctico señalan como perteneciente al CG. En efecto, a partir de un análisis de sus velocidades tangenciales, concluyen que su probabilidad cinemática de pertenencia al CG es de un 73%. Es destacable que en este trabajo hemos llegado a la misma conclusión a partir de un proceso basado únicamente en la posición espacial de las estrellas y, por tanto, completamente independiente del citado estudio.

Destaca también en el CG el grupo de las Pléyades (Figura 5.3, panel superior izquierdo), algo menos prominente que en el campo UV de la muestra completa (Figura 5.2, panel superior). Es posible que en parte algunas estrellas del campo de velocidades del DGL estuviesen contribuyendo originariamente a este pico de densidad, pues vemos que las líneas de contorno tienden hacia esos valores de U y V en el panel superior derecho de la Figura 5.3. Sin embargo, su pertenencia al CG se infiere claramente de la figura, que además se ve confirmada por los campos de velocidades en el plano UW (Figura 5.3, paneles centrales), donde sólo en el CG se llega a resolver el máximo de densidad correspondiente. Esto no es sorprendente, ya que el grupo móvil de las Pléyades está espacialmente relacionado con las estrellas de la asociación Scorpius-Centaurus, una de las principales componentes del CG (cf. Moreno et al. 1999).

Es interesante reseñar que una población de estrellas jóvenes de tipos espectrales tardíos ha sido asociada tanto a las Pléyades como a IC 2391 por Montes et al. (2001). En este artículo, estos grupos móviles son descritos como centrados alrededor de $(U, V, W) = (-11.6, -21, -11.4) \text{ km s}^{-1}$ y $(U, V, W) = (-20.6, -15.7, -9.1) \text{ km s}^{-1}$, respectivamente, con una dispersión de aproximadamente unos 8 km s^{-1} alrededor de sus posiciones centrales. En relación con esto, así como el hecho de que clasifiquemos a estos grupos móviles como miembros del CG, debemos señalar que ya Guillout et al. (1998), estudiando las fuentes de rayos X en el ROSAT All-Sky Survey, habían encontrado una componente de estrellas jóvenes (30-80 millones de años) de baja masa asociada al CG.

El tercer grupo móvil, que habíamos relacionado con la asociación Cassiopeia-Taurus, desaparece por completo en el CG (Figura 5.3, panel superior izquierdo). Su contribución es evidente en el DGL (Figura 5.3, panel superior derecho); sin embargo, no descartamos que una parte importante de las estrellas que componen el nuevo pico de densidad, más extendido en el espacio UV que el de la muestra completa, sean simples miembros del campo que no pertenecen al grupo móvil.

En cambio, en el espacio UW del DGL (Figura 5.3, panel central derecho) destaca ahora un máximo que tiene una correspondencia en el diagrama UV con una débil protuberancia en torno a $U = 11 \text{ km s}^{-1}$. También se hallaba presente, si bien era muy poco prominente, en la densidad del campo de velocidades de la muestra cinemática completa (Figura 5.2). No hemos encontrado una contrapartida exacta para este posible grupo móvil entre las estructuras más conocidas de la vecindad solar, pero este valor de U positivo induce a pensar que pueda estar relacionado con el supercúmulo de Sirio (cf. Eggen 1996, Dehnen 1998, Asiain et al. 1999).

5.4. Análisis de las velocidades residuales

5.4.1. Cálculo de las velocidades residuales.

Hasta ahora hemos trabajado con velocidades heliocéntricas; es decir, medidas respecto al Sol, cuya posición en las gráficas 5.2 y 5.3 coincide con el origen de coordenadas. Pero la velocidad de una estrella respecto del Sol podemos separarla en varias componentes (Mihalas & Binney 1981, Binney & Merrifield 1998). Definimos el sistema local de reposo (SLR) como la velocidad de una partícula ficticia que se mueva en una órbita cerrada del plano Galáctico que pase por la posición del Sol (dicha órbita sería circular en caso de considerar que la Vía Láctea es axisimétrica, lo que es conocido como el modelo de Oort-Lindblad). La velocidad del Sol respecto del SLR se conoce como velocidad peculiar del Sol. De forma análoga, para cualquier estrella podemos definir su sistema de reposo (SR) como la velocidad correspondiente a la órbita cerrada que pase por la posición de la estrella. De este modo, la velocidad de la estrella respecto del Sol es la suma de su velocidad peculiar respecto de su SR, de la velocidad peculiar del Sol respecto del SLR y de la diferencia entre las velocidades del SR y del SLR.

En el punto anterior, al analizar la presencia de grupos móviles en ambos sistemas, hemos visto que los campos de velocidades del CG y del DGL son en principio muy diferentes. Pero si queremos profundizar en nuestro estudio comparativo de los mismos, nos interesa trabajar con velocidades residuales, en las que no se vean reflejados los efectos sistemáticos de la cinemática Galáctica (contenidos en la velocidad relativa del SR respecto del SLR), como es el caso de la rotación. También eliminaremos la contribución de la velocidad peculiar del Sol, para la que tomamos la estimación proporcionada por Delhaye (1965): $U_{\odot} = 9 \text{ km s}^{-1}$, $V_{\odot} = 12 \text{ km s}^{-1}$ y $W_{\odot} = 7 \text{ km s}^{-1}$. Recientes trabajos (Dehnen 1998, Méndez et al. 2000) han recalculado la velocidad peculiar del Sol para estrellas de edad cero, sugiriendo un valor de V_{\odot} próximo a 5 km s^{-1} , notablemente inferior al estimado por Delhaye. Aquí hemos decidido utilizar la corrección de Delhaye por razones históricas y porque parece ser

más representativa del centroide de velocidades de nuestra muestra, que como hemos comentado anteriormente contiene una mezcla de diferentes edades. Sustrayendo estos valores de las componentes de la velocidad heliocéntrica de una estrella, su velocidad queda referida al SLR. Queda, sin embargo, por evaluar la contribución de la rotación diferencial de la Vía Láctea, no despreciable en la escala de distancias en que estamos trabajando.

En efecto, aunque en ocasiones el estudio de la cinemática en la vecindad solar considere despreciable el efecto de la rotación diferencial de nuestra Galaxia, si trabajamos como en nuestro caso dentro de una esfera de varios cientos de parsecs alrededor del Sol, en general la velocidad de rotación respecto al centro Galáctico del SR de una estrella será lo suficientemente diferenciable de la velocidad de rotación del SLR como para tener en cuenta este efecto. La modelización tradicional del campo de velocidades se conoce como el modelo de Ogorodnikov-Milne (Ogorodnikov 1932, Milne 1935), según el cual la velocidad del SR de una estrella respecto del Sol, \mathbf{v}_{SR} , se puede desarrollar en serie de Taylor de la forma

$$\mathbf{v}_{SR} = -\mathbf{v}_{\odot} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{r} + O(r^2) \quad (5.7)$$

donde \mathbf{v}_{\odot} es la velocidad peculiar del Sol, \mathbf{r} es la posición de la estrella respecto del Sol y

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\delta U}{\delta X} & \frac{\delta U}{\delta Y} \\ \frac{\delta V}{\delta X} & \frac{\delta V}{\delta Y} \end{pmatrix}_{r=0} \quad (5.8)$$

Utilizando la notación habitual para estas derivadas parciales en función de las constantes de Oort A , B , K y C , la expresión 5.7 se puede expandir de la forma:

$$\begin{pmatrix} U_{SR} \\ V_{SR} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} U_{\odot} \\ V_{\odot} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K+C & A-B \\ A+B & K-C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + O(X^2 + Y^2) \quad (5.9)$$

En la aproximación axisimétrica o modelo de Oort se desprecian los gradientes de velocidad a lo largo de sus correspondientes ejes, por lo que evidentemente $K = C = 0$. De esta forma, trabajaremos a partir de ahora con las velocidades peculiares de las estrellas, que obtendremos de sustraer v_{SR} a las velocidades calculadas a partir de los movimientos propios y la velocidad radial mediante la transformación de Soderblom (Ecuación 5.1). A efectos de cálculo, el valor escogido para las constantes de Oort A y B es el estándar de la IAU estimado por Kerr & Lynden-Bell (1986):

$$\begin{aligned} A &= 14.4 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \\ B &= -12.0 \pm 2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \end{aligned} \tag{5.10}$$

5.4.2. Detección de *outliers*

Al igual que se eliminan los *outliers* espaciales para la estimación de los planos que definen el CG y el DGL (Capítulo 3), debemos tener en cuenta los posibles *outliers* del campo de velocidades que introducirían un sesgo en los resultados de no ser eliminados. Como decíamos en la Sección 3.2.2, el concepto de *outlier* no está definido de forma matemática rigurosa, y por ello la decisión de considerar a un elemento como *outlier* conlleva un cierto grado de subjetividad. Una posibilidad sencilla sería establecer un límite superior para el módulo de velocidad de las estrellas, pero en aras de una mayor precisión en la delicada distribución de velocidades hemos utilizado el algoritmo OUTKER (Cabrera-Caño & Alfaro 1985), que es un método que no asume *a priori* ningún modelo de distribución de probabilidad para los datos de muestra.

Si aceptamos que un *outlier* es un objeto que aparece en una región de baja densidad de probabilidad del espacio de muestreo, y suponemos que conocemos la función de probabilidad de densidad $f(x)$, podemos entonces calcular la probabilidad de que un objeto, para un determinado valor de la densidad o menor, aparezca en una muestra de tamaño n . Esta probabilidad la usamos para decidir si el objeto es o no un *outlier*. La función de probabilidad de densidad la estimamos directamente a partir de la muestra, utilizando un estimador kernel gaussiano (cf. Hand 1981) de la forma

$$\hat{f}(U, V, W) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma^3} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(U_i - U_j)^2 + (V_i - V_j)^2 + (W_i - W_j)^2}{\sigma^3} \right\} \quad (5.11)$$

donde el parámetro σ se obtiene por el método de máxima verosimilitud; es decir, minimizando la expresión

$$\sum_{i=1}^n \log[\hat{f}(U_i, V_i, W_i)] \quad (5.12)$$

De esta forma se obtienen los valores de la probabilidad $p_i = \hat{f}(U_i, V_i, W_i)$. Se puede considerar que la muestra dependiente de tres variables se ha reducido a una muestra de una única variable donde los *outliers* tienen un valor pequeño de p_i .

Sea P_i la probabilidad de obtener un valor de $f(x) \leq p_i$, ésta puede escribirse como

$$P_i(p_i) = \int_{S_i} f(U_i, V_i, W_i) dU dV dW \quad (5.13)$$

donde S_i es la región del espacio de velocidades donde $f(U_i, V_i, W_i) \leq p_i$. Debido a la complejidad de evaluar esta integral, recurrimos otra vez a un kernel gaussiano para estimar la función de densidad de probabilidad p_i a partir de la muestra, siendo entonces la estimación $\hat{p}(p)$:

$$\hat{p}(p) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}H} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(p - p_j)^2}{H^2} \right\} \quad (5.14)$$

P_j se puede entonces aproximar como:

$$P_j = \int_0^{p_j} \hat{p}(p) dp \quad (5.15)$$

de donde calculamos la probabilidad de obtener, en una muestra de tamaño n , un objeto con $f(U_i, V_i, W_i) \leq p_i$, probabilidad que es $\{1 - (1 - P)^n\}$. La probabilidad complementaria $(1 - P)^n$ se puede considerar como la probabilidad de que la estrella sea un *outlier*; de este modo podemos decidir si eliminarla o no escogiendo un umbral para la

probabilidad. Hemos usado el valor conservativo de un 10%, a partir del cual la estrella es identificada como *outlier* y descartada de la muestra.

5.4.3. Clasificación de la muestra cinemática

Trabajar ahora con velocidades residuales no modifica la clasificación de la muestra cinemática. Puesto que los criterios de separación son puramente espaciales, la discriminación entre CG y DGL es la misma que en la Sección 5.3.3, donde analizábamos las velocidades heliocéntricas y sin corregir de rotación diferencial. Es decir, la estimación de los planos sigue siendo la obtenida a partir de la muestra espacial, y sin necesidad de iterar, asignamos mediante nuestro algoritmo las probabilidades de pertenencia en función de la posición espacial de las estrellas.

La única diferencia con el caso anterior es que ahora eliminamos los *outliers* cinemáticos mediante el procedimiento descrito en la Sección 5.4.2, utilizando el algoritmo OUTKER. En total, el número de *outliers* cinemáticos detectados es de 24, por lo que de 776 estrellas hemos conservado 752, tal y como adelantábamos al analizar la construcción de la muestra (Sección 2.2.3).

Estamos ya en condiciones de analizar las velocidades residuales. En la Figura 5.4 se representan los histogramas de la distribución de cada una de las componentes de la velocidad espacial para el CG y el DGL. Podemos comparar estas distribuciones mediante el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras. El test de Kolmogorov-Smirnov para una muestra da una estimación de lo bien que se ajusta una muestra empírica a una cierta distribución estadística (ya sea la distribución normal, u otra). Para ello se calcula la función de densidad acumulativa (FDA) de los datos empíricos y se comparan con la función de densidad acumulativa de la distribución. Dicha función empírica, para una serie de datos $x_i, i=1\dots N$, se define como $E_N = n(i)/N$, donde $n(i)$ es el número de datos menores que x_i , ordenados estos de menor a mayor. Se trata, pues, de una función escalonada que crece un valor $1/N$ con cada punto. La máxima diferencia entre esta función empírica y la función de distribución acumulativa F_N con que deseamos comparar nuestros datos nos da una estimación de lo bien que la

distribución teórica describe la muestra sometida a análisis. Este valor máximo se conoce como el estadístico D , siendo $D = \max_{1 < i < N} |F(x_i) - \frac{i}{N}|$, y la hipótesis de que los datos observados siguen la forma de la distribución propuesta es rechazada si D es mayor que un cierto valor crítico tabulado.

El test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras es una variación sobre el anterior. Simplemente, en vez de comparar una función de distribución empírica con una analítica, se comparan dos funciones de distribución empíricas E_1 y E_2 . Es decir, el estadístico D es en este caso es $D = |E_1(i) - E_2(i)|$. Así definido, el test para dos muestras es robusto, no paramétrico, y no asume ninguna distribución para los datos, lo cual está en consonancia con nuestro objetivo de analizar la cinemática del CG y del DGL introduciendo el menor número de hipótesis posibles sobre su comportamiento.

Al aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov a las muestras correspondientes al CG y al DGL, los resultados indican que la hipótesis de que ambas distribuciones de velocidad son la misma debe ser rechazada para un nivel significativo del 5% en los casos de U y V . Para W , sin embargo, la hipótesis no puede ser rechazada. En las Figuras 5.5, 5.6 y 5.7 se representan las funciones de densidad acumulativa (FDA) para U , V y W , respectivamente. Los estadísticos del test $D(U) = 0.12$ y $D(V) = 0.11$ se aprecian a simple vista como la distancia vertical entre la FDA del CG y la FDA del DGL en las propias gráficas, estando cerca de 10 km s^{-1} para U y de 2 km s^{-1} para V . El estadístico $D(W) = 0.06$ es más difícil de apreciar, pero se encontraría cerca de $W = -1 \text{ km s}^{-1}$. Obsérvese que en todos los casos la forma de las FDA es la de una distribución normal.

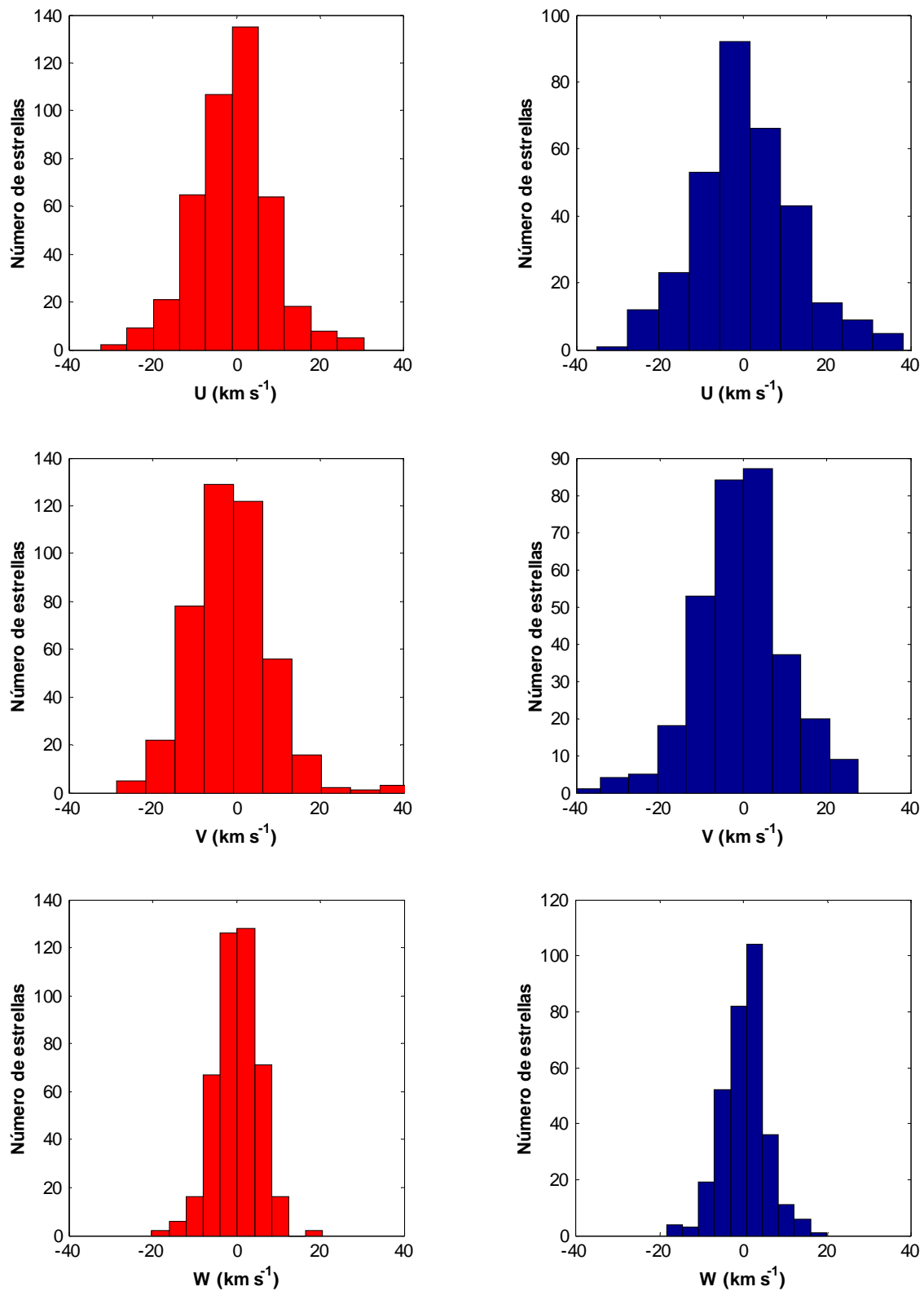


Figura 5.4. Histogramas de las tres componentes de velocidad U , V y W para el CG (izquierda, en rojo) y el DGL (derecha, en azul).

Por tanto, pese a que en la componente vertical de la velocidad espacial, W , el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras no encuentre diferencia significativa entre ambos sistemas, sí podemos asegurar con un alto grado de confianza que en conjunto la distribución de velocidades del CG es diferente de la distribución de velocidades del DGL.

Otra prueba de la diferencia, aún más significativa, podemos encontrarla estudiando de nuevo ambos sistemas mediante otro test para dos muestras. El test de Cramer (cf. Baringhaus & Franz 2004) usa como estadístico la diferencia de la suma de todas las distancias euclidianas entre las variables aleatorias de ambas muestras. Al igual que el de Kolmogorov-Smirnov, no asume ninguna distribución para los datos y es no paramétrico. Pero en este caso, utilizamos una variante multidimensional que nos permite el análisis conjunto, bien del espacio de velocidades, bien del espacio de fases completo.

Es decir, hemos aplicado el test de Cramer al espacio de fases (X, Y, Z, U, V, W) para el CG y el DGL, y hemos encontrado que en este espacio de seis dimensiones la hipótesis de que ambos sistemas provienen de una misma distribución es rechazada con un 99% de confianza. Igualmente, para el subespacio de velocidades (U, V, W) , el test de Cramer en tres dimensiones arroja idéntico resultado: ambas distribuciones son distintas, con un 99% de confianza.

Se confirma entonces que el CG y el DGL son dos sistemas estelares distintos que muestran una clara separación en el espacio de fases. Es importante destacar que se ha llegado a este resultado sin hacer ninguna hipótesis sobre las mencionadas distribuciones de velocidad, y que la separación de la muestra de estrellas ha sido realizada mediante criterios puramente espaciales, lo que sin embargo ha llevado a la obtención de dos sistemas cinemáticamente diferenciados.

Una consecuencia inmediata de la presencia de dos sistemas de diferente comportamiento cinemático en la vecindad solar es que la posición y la velocidad no pueden considerarse independientes. Así pues, el análisis basado únicamente en movimientos propios no implica necesariamente la no introducción de un sesgo, al no ser la posición y la cinemática estadísticamente independientes.

Podemos apreciar de forma más visual e intuitiva la diferencia entre la cinemática del CG y la del DGL en la Figura 5.8, en la cual se representan los diagramas de densidad de la velocidad residual para ambos sistemas. Se observa que ni la forma ni la orientación son iguales, lo que sugiere que también los elipsoides de velocidades serán distintos.

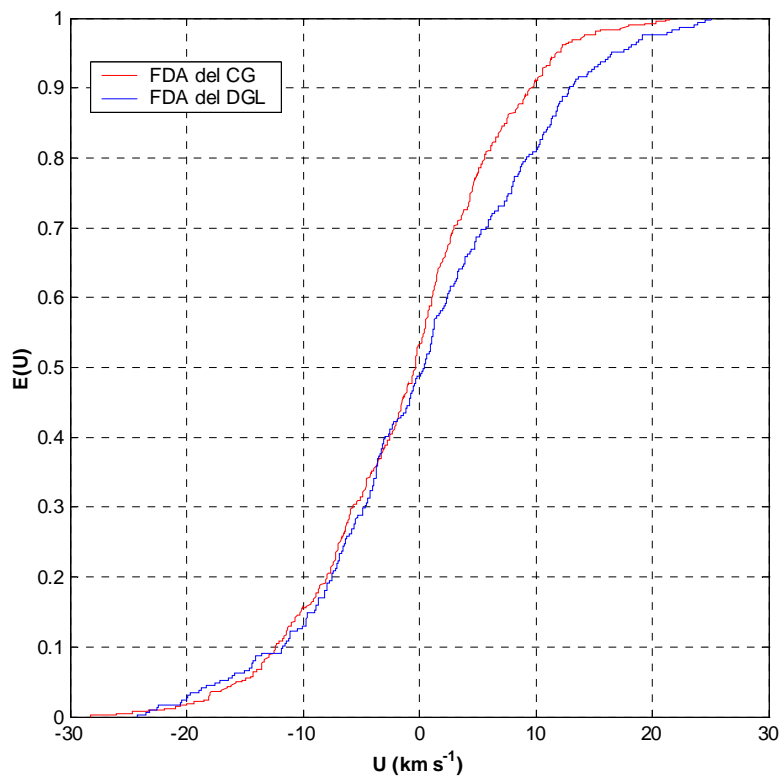


Figura 5.5. Funciones de densidad acumulativa (FDA) para la componente de velocidad U del CG (en rojo) y del DGL (en azul). Véase el texto para una explicación del parámetro E .

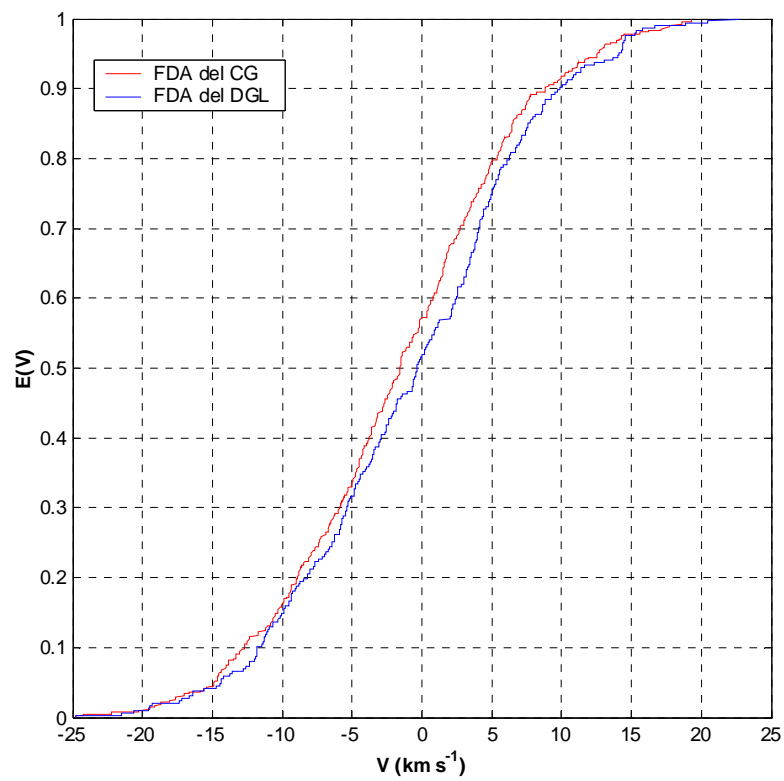


Figura 5.6. Funciones de densidad acumulativa (FDA) para la componente de velocidad V del CG (en rojo) y del DGL (en azul). Véase el texto para una explicación del parámetro E .

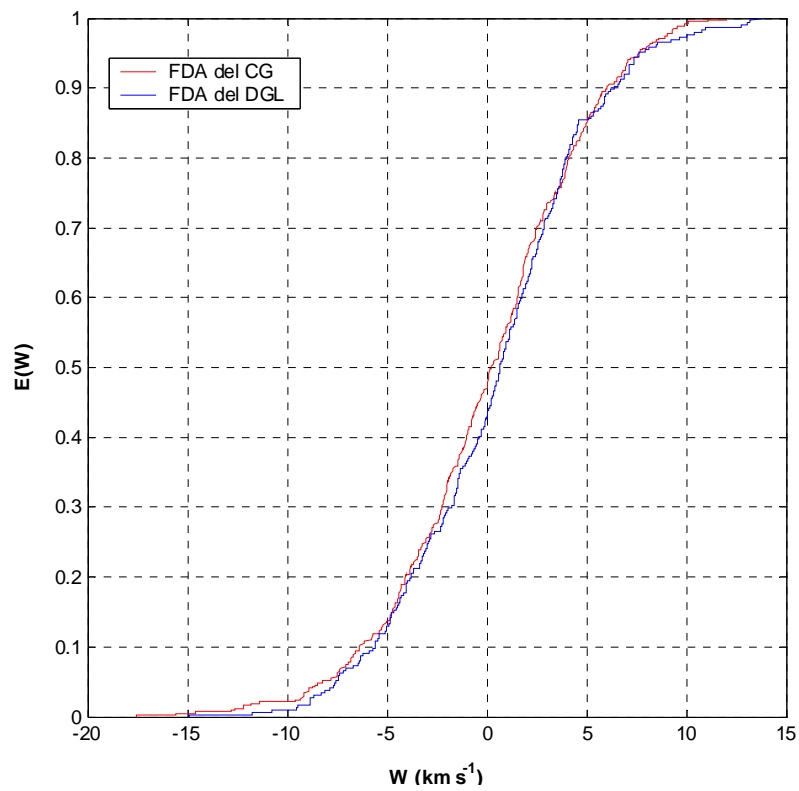


Figura 5.7. Funciones de densidad acumulativa (FDA) para la componente de velocidad W del CG (en rojo) y del DGL (en azul). Véase el texto para una explicación del parámetro E .

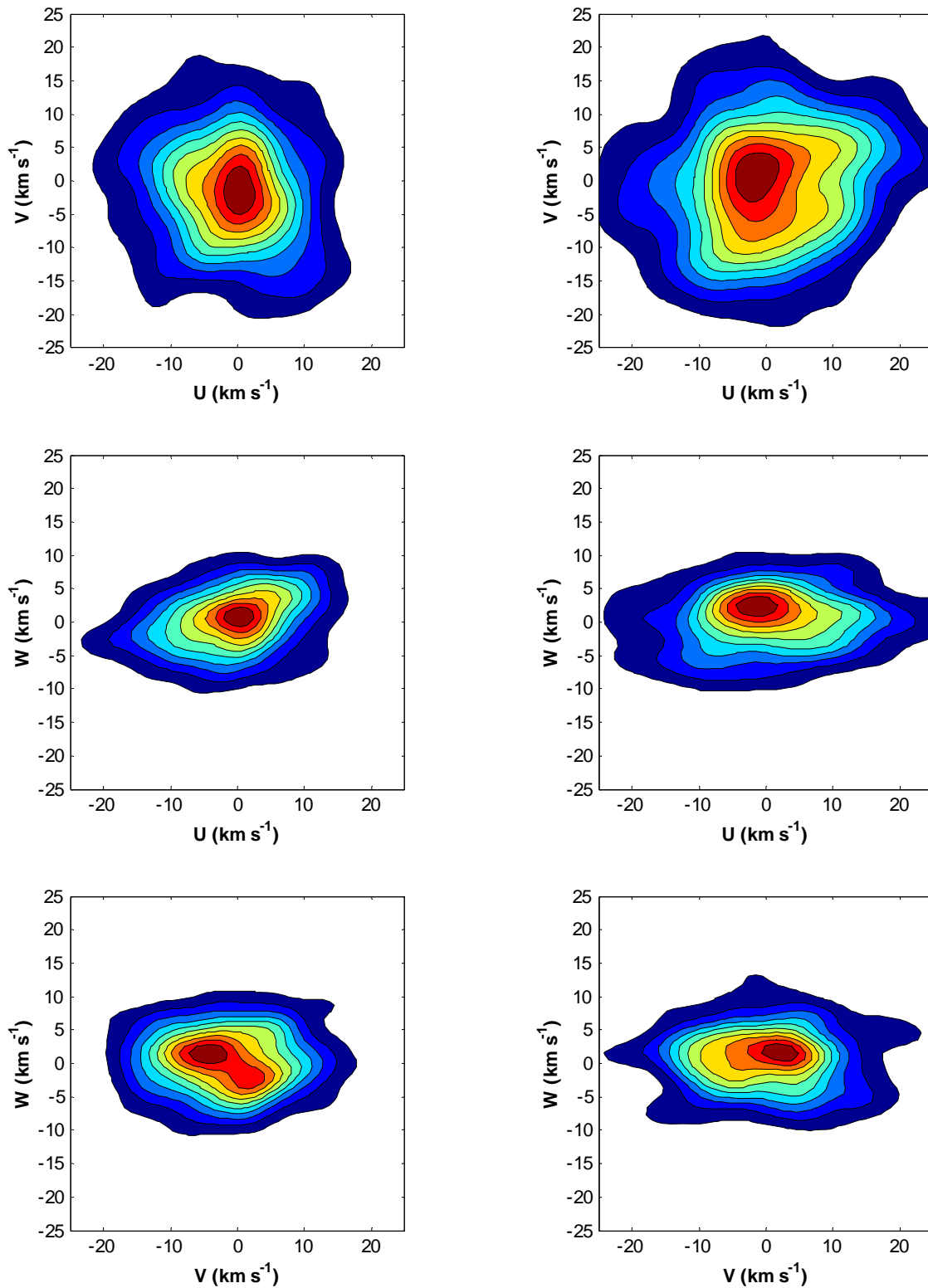


Figura 5.8. Mapas de densidad del campo de velocidades residuales para el CG (izquierda) y el DGL (derecha).

5.4.4. Elipsoide de velocidades

Damos a continuación una breve descripción de esta forma habitual de caracterizar la dispersión de velocidades residuales de las estrellas del disco Galáctico. Un desarrollo más completo puede verse en los textos de Mihalas & Binney (1981) y de Binney & Merrifield (1998).

Es conocido, a partir de las observaciones, que las velocidades residuales de las estrellas del disco Galáctico respecto al SLR presentan prácticamente una distribución aleatoria gaussiana para sus tres componentes U , V y W , si bien la dispersión es diferente para cada una de ellas. El caso concreto de la muestra con la que estamos trabajando no es una excepción, como vemos en la Figura 5.4. En 1907, Schwarzschild propuso describir este comportamiento mediante una función de distribución cuyas propiedades reflejasen la forma gaussiana de cada componente y a la vez sus diferentes dispersiones. Esta función es la siguiente:

$$n(U', V', W') d^3 \mathbf{v} = \frac{\nu}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{U'} \sigma_{V'} \sigma_{W'}} \exp \left[- \left(\frac{U'^2}{2\sigma_{U'}^2} + \frac{V'^2}{2\sigma_{V'}^2} + \frac{W'^2}{2\sigma_{W'}^2} \right) \right] d^3 \mathbf{v} \quad (5.16)$$

donde $n(U', V', W')$ es el número de estrellas por unidad de volumen con velocidades en el rango $(U', U' + dU')$, $(V', V' + dV')$ y $(W', W' + dW')$; $d^3 \mathbf{v} = dU' dV' dW'$; ν es la densidad espacial de estrellas o número total de estrellas (de cualquier velocidad) por unidad de volumen; y $\sigma_{U'}$, $\sigma_{V'}$, y $\sigma_{W'}$ son las dispersiones de velocidad observadas en los ejes U' , V' y W' ; es decir:

$$\sigma_{U'} = \langle U'^2 \rangle^{1/2} = \left[\nu^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dW' \int_{-\infty}^{\infty} dV' \int_{-\infty}^{\infty} dU' n(U', V', W') U'^2 \right]^{1/2} \quad (5.17)$$

E igualmente para $\sigma_{V'}$ y $\sigma_{W'}$. Debido a la expresión en la exponencial, y por analogía con

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (5.18)$$

que es la ecuación de un elipsoide de ejes a , b y c , a la función de distribución 5.16 se la conoce como *elipsoide de velocidades*. En principio, las dispersiones de velocidad de dicho elipsoide se calcularían simplemente a partir de la ecuación 5.17, promediando sobre los cuadrados de las velocidades. Pero esto sólo sería cierto si los ejes principales del elipsoide coincidieran con el sistema de referencia en el cual estamos resolviendo las tres componentes de la velocidad espacial, es decir (U, V, W) correspondientes a los ejes (X, Y, Z) tal y como los hemos definido en las Secciones 5.2 y 2.2.2, respectivamente. Por ello, es necesaria una rotación para poder expresar las componentes de velocidad sobre los ejes principales del elipsoide en términos de las componentes en nuestro sistema de referencia:

$$\begin{pmatrix} U' \\ V' \\ W' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

donde (l_1, m_1, n_1) son los cosenos directores del eje U' en el sistema (U, V, W) , así como (l_2, m_2, n_2) y (l_3, m_3, n_3) son los de V' y W' , respectivamente. Sustituyendo 5.19 en 5.16 obtenemos una expresión general para la función de distribución de velocidades:

$$\begin{aligned} n(U', V', W') d^3 \mathbf{v} &= \\ &= \frac{v}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{U'} \sigma_{V'} \sigma_{W'}} \exp \left[-(\alpha U^2 + \beta V^2 + \gamma W^2 + \delta UV + \varepsilon UW + \zeta VW) \right] d^3 \mathbf{v} \quad (5.20) \end{aligned}$$

donde los coeficientes α, \dots, ζ —que han de obtenerse a partir de las observaciones—dependen de las dispersiones de velocidad $\sigma_{U'}$, $\sigma_{V'}$, y $\sigma_{W'}$ y de los cosenos directores l_1, \dots, n_3 . Las expresiones que definen α, \dots, ζ , junto con el requerimiento de que los ejes (U', V', W') sean ortonormales, son suficientes para determinar los doce parámetros $\sigma_{U'}$, $\sigma_{V'}$, $\sigma_{W'}$, l_1, \dots, n_3 .

En la práctica, el cálculo numérico del elipsoide de velocidades se ha realizado mediante una transformación de Jacobi de la matriz simétrica de momentos

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i^2 - \langle U \rangle^2 & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i V_i - \langle U \rangle \langle V \rangle & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i W_i - \langle U \rangle \langle W \rangle \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i U_i - \langle V \rangle \langle U \rangle & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i^2 - \langle V \rangle^2 & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i W_i - \langle V \rangle \langle W \rangle \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i U_i - \langle W \rangle \langle U \rangle & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i V_i - \langle W \rangle \langle V \rangle & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i^2 - \langle W \rangle^2 \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

donde el sumatorio en N se extiende a todas las estrellas de la muestra, y los valores medios de las componentes de la velocidad son:

$$\begin{aligned} \langle U \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i \\ \langle V \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i \\ \langle W \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i \end{aligned} \quad (5.22)$$

La transformación de Jacobi nos proporciona los autovectores y autovalores que conforman los ejes principales del elipsoide de velocidades. Además, anidando la rutina en una estructura de bootstrap, como ya hiciéramos para el algoritmo de separación de planos (cf. Sección 3.2.1), estimamos unos errores para las dispersiones y los ángulos que definen los ejes principales del elipsoide.

En la Tabla 5.1 presentamos los resultados de la estimación del elipsoide de velocidades tanto como para la muestra cinemática completa, como para los dos sistemas estelares que obtenemos al separar el CG del DGL. Se comprueba una vez más que el comportamiento cinemático de estas dos estructuras, obtenidas por un método exclusivamente basado en la posición espacial de las estrellas, es notoriamente diferente. El parámetro más significativo es la longitud galáctica del eje principal —el de mayor dispersión— del elipsoide, muy diferente según se trate del CG o del DGL. Este parámetro se conoce como *longitud del vértex*.

	Eje	σ (km s ⁻¹)	l (°)	b (°)
Muestra Cinemática Completa	U'	10.7 (0.4)	-5 (29)	6 (4)
	V'	10.2 (0.4)	85 (29)	-2 (4)
	W'	6.9 (0.6)	153 (115)	84 (3)
Cinturón de Gould	U'	9.8 (0.3)	-47 (22)	-10 (8)
	V'	8.9 (0.3)	43 (22)	1 (12)
	W'	7.1 (0.8)	141 (92)	80 (12)
Disco Galáctico Local	U'	12.2 (0.6)	18 (11)	-2 (4)
	V'	10.2 (0.5)	-72 (11)	0 (5)
	W'	7 (1)	27 (66)	88 (5)

Tabla 5.1. Elipsoides de velocidades para los sistemas en estudio, caracterizados por la dispersión de velocidad (σ) y por la longitud y latitud galácticas (l y b , respectivamente) de sus ejes principales. Los errores, entre paréntesis, han sido calculados mediante técnicas de bootstrap.

5.4.5. Desviación del vértex

Idealmente, en una galaxia axisimétrica como la del modelo de Oort-Lindblad, que esté en un estado estacionario y donde las estrellas se distribuyan aleatoriamente, por razones de simetría la longitud del vértex debería ser cero; es decir, el eje principal del elipsoide debería apuntar en la dirección del centro Galáctico. Esto se confirma mediante las ecuaciones de la dinámica galáctica, puesto que se demuestra que la distribución de Schwarzschild (Ecuación 5.16) es una solución de la ecuación de Boltzmann en ausencia de colisiones bajo la hipótesis de órbitas epicíclicas (cf. Binney & Tremaine 1987 §7.5). Sin embargo, las observaciones contradicen lo predicho por el modelo, y sobre todo las estrellas jóvenes presentan una importante desviación del vértex (Mihalas & Binney 1981), que en el caso de los tipos espectrales O y B es negativa, del orden de -50° , según el valor clásico dado por Delhaye (1965) y Ogorodnikov (1965). También Filin (1957) encuentra para una muestra de estrellas de B0 a B5 un valor de la longitud del vértex $l_v = -50^\circ$. Por su parte, Tsioumis & Fricke (1979), a partir de una compilación de estrellas O y B realizada por Lesh (1968, 1972) y para una distancia heliocéntrica entre 70 y 450 pc, estiman la desviación del vértex en

torno a -40° , o incluso mayor ($l_v \sim -65^\circ$) para los tipos más tempranos O-B2.5. Asimismo, Moreno et al. (1999), trabajando con una muestra de estrellas O-B5.5 de la secuencia principal, extraídas del catálogo de *Hipparcos*, hallan una desviación del vértex muy negativa ($l_v \sim -64^\circ$), que sin embargo cambia de orientación ($l_v = 22^\circ$) al eliminar el grupo móvil de las Pléyades. Esta desviación positiva ($l_v \sim 20^\circ$) para las estrellas jóvenes la encuentran también Dehnen & Binney (1998) a partir de una selección de estrellas de la secuencia principal de *Hipparcos*, clasificadas a partir de sus índices de color $B-V$.

La causa de esta desviación del vértex no ha sido aún satisfactoriamente explicada por las diversas teorías desarrolladas a tal efecto. Éstas pueden clasificarse esencialmente en dos grupos, que Rocha-Pinto et al. (2004) denominan escenario *congénito* y escenario *perturbativo*. El primero engloba las teorías que proponen que la desviación del vértex es un reflejo de las condiciones iniciales del sistema; el segundo busca las causas en las perturbaciones que dan lugar a componentes no axisimétricas del potencial gravitacional Galáctico. Algunos escenarios congénitos propuestos son la evolución natural de la distribución estelar original como un brazo espiral (Wooley 1970, Yuan 1971), el lanzamiento de estrellas recién formadas en los brazos espirales con velocidad post-choque (Hilton & Bash 1982) o emergiendo de una cáscara en expansión (Moreno et al. 1999). Entre los escenarios perturbativos, el más extendido es el estudio de la influencia de los brazos espirales sobre el potencial Galáctico (cf. Mayor 1970, 1972; Kuijken & Tremaine 1991, 1994).

Una tercera posibilidad, ya sugerida por Mihalas & Binney (1981 §7.1), para explicar la desviación del vértex es la existencia de grupos móviles en el campo de velocidades Galáctico. La enorme mejora que en los últimos años han experimentado las técnicas observacionales han permitido estudiar con mayor resolución el espacio de velocidades, demostrando que éste no es homogéneo, sino que se halla salpicado de estructuras a pequeña escala (Dehnen 1998, Skuljan et al. 1999), apreciables en la Figura 5.2 para el caso de nuestra muestra. Estas agrupaciones estructurales en el espacio de fases aumentan el peso de los términos cruzados o covarianzas de la matriz de momentos \mathbf{M} (Ecuación 5.21), por lo que su influencia en el cálculo de la longitud del vértex es muy importante. Así, Dehnen & Binney (1998) atribuyen la desviación (positiva, en su caso) del vértex tanto a la presencia de grupos móviles como a las

posibles perturbaciones del potencial axisimétrico por los brazos espirales o por una barra central. También Moreno et al. (1999) exploran la contribución de los grupos móviles a la desviación (negativa) del vértex.

Los resultados (Tabla 5.1) obtenidos mediante nuestro estudio de la cinemática en el entorno solar señalan inequívocamente al CG como principal causante de la desviación negativa del vértex para las estrellas jóvenes. La desviación negativa inicial de la muestra ($l_v = -5^\circ$) deja paso, al separar las estrellas del CG y del DGL, a dos sistemas con diferente comportamiento cinemático. Mientras que todo el peso de la desviación negativa ($l_v = -47^\circ$) recae sobre el CG, el DGL presenta una desviación del vértex positiva ($l_v = 18^\circ$). Naturalmente, es discutible el análisis cinemático de las estrellas jóvenes –especialmente las pertenecientes al CG– en base a la distribución de Schwarzschild, puesto que el sistema, dominado por la presencia de grupos móviles, dista mucho de ser homogéneo y estacionario, siendo la velocidad de las estrellas fuertemente dependiente de su posición espacial. Sin embargo, aunque el elipsoide de velocidades no represente estrictamente una realidad física para el CG, esto no invalida el resultado encontrado, es decir, la contribución fundamental de esta estructura a la desviación negativa del vértex para las estrellas de tipos espectrales O y B, que tantas especulaciones e hipótesis ha generado en la literatura sobre la cinemática del entorno solar.

La aparente discrepancia entre el valor del vértex determinado por diferentes autores tiene su explicación en las diferencias de las muestras elegidas. Aquellas muestras con una alta proporción de miembros del CG presentarán desviaciones del vértex con valores muy negativos. En cambio, otras muestras de estrellas de la vecindad solar donde el CG esté muy poco representado, darán lugar a distribuciones cinemáticas con valores de l_v positivos e inferiores a 20° .

Otro resultado que llama nuestra atención es la inclinación de unos 10° del elipsoide de velocidades del CG respecto al plano definido por los ejes U y V . Mientras que el eje menor (W') del elipsoide correspondiente al DGL apenas se desvía 2° de la vertical, la inclinación del elipsoide del CG recuerda a la propia inclinación de esta estructura respecto al plano Galáctico, que para nuestra muestra es, recordemos, de 14° . Sería aventurado, si hemos de tener en cuenta las ya mencionadas dificultades para

representar el campo de velocidades del CG mediante la distribución de Schwarzschild, dar una interpretación física a esta coincidencia, pero probablemente haya que buscar las causas en su propia estructura, como nucleación de al menos dos grupos móviles, y en la propia historia de formación del CG.

5.5. Constantes de Oort

Aunque en principio la muestra cinemática no ha sido compilada con la intención de calcular las constantes de Oort, es interesante realizar una estimación básica de las mismas, así como de la velocidad peculiar del Sol, a partir de nuestros datos, ya que nos aportarán información adicional sobre los sistemas en estudio. Nos limitaremos a la aproximación axisimétrica del modelo de Oort, sin considerar términos de segundo orden, y por tanto calculando solamente A , B y K . Así, las ecuaciones de condición (Smart 1968, Clube 1972, Frogel & Stothers 1977) para la velocidad radial y las velocidades tangenciales en función de la longitud y latitud galácticas son:

$$v_r = u_0 \cos l \cos b + v_0 \sin l \cos b + w_0 \sin b + A r \sin 2l \cos^2 b + K \quad (5.23)$$

$$v_l = -u_0 \sin l + v_0 \cos l + A r \cos 2l \cos b + B r \cos b \quad (5.24)$$

$$v_b = -u_0 \cos l \sin b - v_0 \sin l \sin b + w_0 \cos b - A r \sin 2l \cos b \sin b \quad (5.25)$$

donde v_r es la velocidad radial; $v_l = 4.74057 \cdot \mu_l \cdot r$ y $v_b = 4.74057 \cdot \mu_b \cdot r$ son las velocidades tangenciales en longitud y latitud galáctica (siendo μ_l y μ_b los respectivos movimientos propios y r la distancia heliocéntrica); $(u_0, v_0, w_0) = -(U_\odot, V_\odot, W_\odot)$. El término K en la Ecuación 5.23 fue introducido por Campbell (1910, 1911) al observar que la velocidad radial media –eliminada la componente solar– no era nula, como cabría esperar de una distribución aleatoria de los residuos, sino que se obtenían valores significativos, distintos según el tipo espectral de la muestra. K puede interpretarse como un término que refleja una expansión del sistema, o bien los movimientos de dispersión de los grupos móviles, o incluso errores sistemáticos en la determinación de las velocidades radiales.

A partir de las ecuaciones de condición podemos estimar las constantes de Oort y la velocidad peculiar del Sol. De la relación para la velocidad radial (Ecuación 5.23) obtenemos unos valores de A , K y de (u_0, v_0, w_0) resolviendo un sistema de n ecuaciones (siendo n el número de estrellas de la muestra) y cinco incógnitas; a partir de las expresiones 5.24 y 5.25 para las velocidades tangenciales (es decir, para los movimientos propios), tenemos un sistema de $2n$ ecuaciones y cinco incógnitas A , B y (u_0, v_0, w_0) . En ambos casos se trata de un sistema sobredimensionado que resolvemos por el método de mínimos cuadrados.

En principio, sólo tendría sentido calcular las constantes de Oort para el DGL, eliminando el CG de la muestra, puesto que –como hemos visto al analizar los elipsoides de velocidades– su distribución de velocidades se desvía mucho de la hipótesis axisimétrica. Aún así, para establecer una comparación y observar los efectos que la presencia de esta estructura introduce en la cinemática del DGL, hemos resuelto el sistema de ecuaciones tanto para la muestra completa, como para el CG y el DGL por separado. Los resultados se presentan en la Tabla 5.2.

		U_{\odot} (km s^{-1})	V_{\odot} (km s^{-1})	W_{\odot} (km s^{-1})	A ($\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$)	B ($\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$)
Movimientos Propios	MCC	10.4 (0.8)	13.3 (0.6)	6.5 (0.3)	15 (1)	-18 (1)
	CG	10.5 (0.9)	13.7 (0.8)	7.5 (0.5)	9 (2)	-19 (2)
	DGL	9.3 (1)	12.6 (0.8)	6.3 (0.3)	16 (2)	-16 (1)
						K (km s^{-1})
Velocidad Radial	MCC	8.4 (0.8)	14.8 (0.5)	11 (2)	13 (2)	-0.5 (0.4)
	CG	10 (2)	15 (1)	7 (4)	9 (2)	0.6 (0.5)
	DGL	9 (1)	15 (1)	10 (6)	16 (2)	-2 (1)

Tabla 5.2. Estimación de las constantes de Oort y del movimiento solar para la muestra cinemática completa (MCC) y nuestros dos sistemas en estudio (CG y DGL). En la parte superior se presentan las soluciones para las dos ecuaciones de condición en movimientos propios, y en la parte inferior, las soluciones para la ecuación en velocidad radial. Los errores, calculados nuevamente mediante técnicas de bootstrap, se dan entre paréntesis.

En general, el movimiento solar coincide bastante bien con el valor de Delhaye (1965) utilizado habitualmente como estándar, $(U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot}) = (9, 12, 7) \text{ km s}^{-1}$, especialmente el obtenido para el DGL a partir de los movimientos propios, $(U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot}) = (9.3 \pm 1, 12.6 \pm 0.8, 6.3 \pm 0.3) \text{ km s}^{-1}$. Las constantes de Oort estimadas, sin embargo, se desvían apreciablemente del valor aceptado por la IAU, $A = 14.4 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $B = -12.0 \pm 2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (Kerr & Lynden-Bell 1986). Para el DGL, a partir de los movimientos propios, obtenemos que $A = -B = 16 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, lo que corresponde a una curva de rotación plana. En efecto, en coordenadas polares (R, φ) , con el Sol en la posición $(R_0, 0)$, las constantes de Oort se pueden escribir, para la hipótesis axisimétrica en que el gradiente de velocidad radial es nulo, como (Chandrasekhar 1942, Olling & Dehnen 2003):

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{\varphi}}{R} - \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial R} \right)_{R=R_0} \quad (5.26)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(-\frac{v_{\varphi}}{R} - \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial R} \right)_{R=R_0} \quad (5.27)$$

Sumando (5.26) y (5.27), el gradiente de velocidad angular respecto del radio es:

$$\frac{\partial v_{\varphi}}{\partial R} = -(A + B) \quad (5.28)$$

A mide la cizalladura azimutal del campo de velocidades, mientras que B representa su vorticidad. Si $A = 0$, B es la constante de rotación del movimiento de un sólido rígido; el caso kepleriano de la masa concentrada en torno al centro Galáctico lleva a una relación tal que $A = -3B$. En el caso de que $A = -B$, el gradiente expresado por la Ecuación 5.28 es cero, y por tanto la velocidad angular no varía con el radio; es decir, la curva de rotación es plana.

No es sorprendente la discrepancia encontrada con los valores de la IAU para las constantes de Oort, puesto que estos corresponden a una media sobre los resultados obtenidos por cerca de una veintena de autores a partir de otras tantas muestras de estrellas o cúmulos de diversos tipos espectrales. Es más interesante comparar con un

estudio como el de Frogel & Stothers (1974), quienes, a partir de una muestra de estrellas O-B5, también separan las estructuras del DGL y del CG, y a partir de un valor fijo de $A = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, estiman el valor de B para ambos sistemas, así como para la combinación de los dos. Encuentran, para la muestra completa, que $B = -15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (es decir, una curva de rotación plana), mientras que para el DGL $B \approx -12 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y para el CG $B \approx -19 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Este último coincide con el obtenido en nuestro caso, $B = -19 \pm 2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, aunque el valor estimado para el DGL es sensiblemente menor que el encontrado por estos autores. Sin embargo, al igual que ellos, podemos concluir que la presencia del CG afecta a los resultados calculados para la cinemática global de las estrellas de la vecindad solar, tanto en el caso de B como en el de A , para la que observamos cómo el valor de $9 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (obtenido a partir tanto de los movimientos propios como de las velocidades radiales) conduce a subestimar el de la muestra cinemática completa.

Por otra parte, el término K es en general inferior al obtenido por Frogel & Stothers (1974), incluso considerando sólo su valor absoluto. Se ha comprobado además que al resolver el sistema de ecuaciones prescindiendo de él, los resultados no varían de forma apreciable, por lo que no consideramos prudente afirmar nada sobre los posibles movimientos de expansión del sistema a partir de estos resultados.

Tsioumis & Fricke (1979), trabajando con una muestra de estrellas O-B8 entre 70 y 450 pc, encuentran que $B \approx -12 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, mientras que A varía considerablemente entre 2 y $14 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ según haya sido estimada a partir de los movimientos propios o de la velocidad radial, respectivamente. Esta discrepancia la atribuyen a la contribución de las estrellas más jóvenes, O-B2.5, para las que también encuentran un valor de B anormalmente bajo, $B \approx -26 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, y un extraño valor de A negativo, $A \approx -16 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Aunque atribuyen estas anomalías a que el CG no puede ser descrito mediante el modelo axisimétrico de Oort-Lindblad, nuestros resultados, al igual que los de Frogel & Stothers (1974), son mucho más estables y permiten comparar – dentro de las evidentes limitaciones– lo obtenido para CG y DGL.

El detallado estudio de las irregularidades locales en la cinemática de las estrellas jóvenes por Torra et al. (2000a), a partir de una muestra de tipos espectrales O y B de *Hipparcos*, revela que para distancias menores de 600 pc y distintos grupos de edades

por debajo de los 90 millones de años (es decir, para una muestra con una alta presencia de miembros del CG), el valor de B es mucho más negativo que el esperado para el DGL ($B = -13.6 \pm 2.0 - B = -20.7 \pm 1.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). En cambio, el valor de A es bastante pequeño ($A = 10.5 \pm 2.1 - A = 5.7 \pm 1.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). Ambos parámetros resultan perfectamente compatibles con nuestra estimación de $(A, B) = (9 \pm 2, -19 \pm 2) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para el CG.

También los valores de A que hemos estimado para el DGL y la MCC, entre 13 y $16 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, son compatibles con los obtenidos a partir de muestras de estrellas OB por Feast & Shuttleworth (1965), $A = 14.3 \pm 0.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$; Petri & Petrie (1968), $A = 15.1 \pm 0.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$; y Balona & Feast (1974), $A = 16.8 \pm 0.6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Unos resultados más recientes son los de Uemura et al. (2000), que para una muestra de estrellas O-B5 de *Hipparcos*, resolviendo el modelo completo de Ogorodnikov-Milne sin considerar la hipótesis axisimétrica, encuentran que $A = 14.0 \pm 0.7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $B = -15.8 \pm 0.7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$; los de Zhu (2000), quien, a partir de estrellas O-B5 con movimientos propios de *Hipparcos*, encuentra que $A = 16 \pm 1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $B = -15.6 \pm 0.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$; o los de Olling & Dehnen (2003), que para estrellas jóvenes de la Secuencia Principal estiman $(A, B) = (9.6, -11.6) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, mientras que para gigantes rojas, en las que evidentemente no hay contribución del CG, hallan una curva de rotación del Disco prácticamente plana: $(A, B) = (15.9, -16.9) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$.

A partir de los valores de las constantes de Oort obtenidos para el DGL en base a los movimientos propios (Tabla 5.2), es inmediato calcular la velocidad angular de rotación de la Galaxia en la posición del Sol como:

$$\Omega_{\odot} = A - B = 32 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

Si consideramos que la distancia del Sol al centro Galáctico es la proporcionada por la IAU (Kerr & Lynden-Bell 1986), $R_{\odot} = 8.5 \text{ kpc}$, entonces la velocidad circular de rotación es:

$$\Theta_{\odot} = \Omega_{\odot} R_{\odot} = 272 \text{ km s}^{-1}$$

Este valor es mayor que el recomendado por la IAU, $\Theta_{\odot} = 220 \text{ km s}^{-1}$. Sin embargo, recientes estudios han encontrado también valores similares de la velocidad circular. Por ejemplo, Miyamoto & Zhu (1998), analizando los movimientos propios de *Hipparcos* de una muestra de estrellas O-B5 de la que eliminan las pertenecientes al CG, estiman que $\Theta_{\odot} = 268.7 \pm 11.9 \text{ km s}^{-1}$. Asimismo, Zhu (2000), partiendo también de una muestra de estrellas O-B5 de *Hipparcos* no contaminada por el CG, obtiene a partir de los movimientos propios un valor de la velocidad circular de $\Theta_{\odot} = 269 \pm 12 \text{ km s}^{-1}$. Uemura et al. (2000) examinan una muestra de estrellas O-B5 con datos de movimientos propios de *Hipparcos* y velocidades radiales medidas desde tierra, y –resolviendo el modelo de de Ogorodnikov-Milne completo– encuentran que $\Theta_{\odot} = 255.52 \pm 8.33 \text{ km s}^{-1}$. También Branham (2002) resuelve el sistema completo, trabajando con una muestra de estrellas O-B5 con movimientos propios de *Hipparcos* y velocidades radiales de diversos catálogos, y llega a una estimación de $\Theta_{\odot} = 258.7 \pm 34.29 \text{ km s}^{-1}$.

Todos estos estudios tienen en común que, al igual que el nuestro, obtienen las medidas de movimientos propios del catálogo de *Hipparcos*. Por ello, es interesante fijarse en el estudio de Méndez et al. (2000), que llega a un resultado muy parecido a partir de los movimientos propios del catálogo Southern Proper Motion (Platais et al. 1998). Trabajando con 31,000 estrellas seleccionadas aleatoriamente de este catálogo, y empleando un modelo conjunto para la cuenta de estrellas y la cinemática, llegan a la conclusión de que el mejor ajuste para la velocidad del SLR es de 270 km s^{-1} . Este valor está en perfecta consonancia con nuestro resultado, y ha sido obtenido a partir de unas medidas de los movimientos propios independientes de las de *Hipparcos*.

5.6. Movimientos verticales del Cinturón de Gould

No se encuentran en la literatura muchos estudios sobre los movimientos del CG en la dirección perpendicular al plano Galáctico, probablemente debido a que es difícil detectar sus patrones, enmascarados en la compleja cinemática del sistema. El más destacado es el trabajo de Comerón (1999), que, a partir de una muestra de estrellas O-B2.5 de *Hipparcos*, encuentra por métodos analíticos un eje de oscilación vertical que no coincide con la línea de nodos o intersección del CG y del DGL. El gradiente de velocidad perpendicular estimado es $6.5 \pm 1.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Por otra parte, Perrot & Grenier (2003), al estudiar la evolución del gas interestelar en el CG, encuentran que el sistema tiene la forma de una elipse que precesa y cuya inclinación respecto al disco Galáctico tiende a disminuir con el tiempo, prediciendo que en unos 10 ó 15 millones de años ésta podría llegar a ser nula.

Puesto que la separación de la muestra cinemática nos permite seleccionar las estrellas del CG, para las que hemos calculado ya la velocidad espacial, es interesante analizar de modo empírico, sin hacer ninguna suposición sobre el comportamiento cinemático del sistema, ni ajustar modelo alguno, los movimientos verticales del CG en toda su extensión. Es más, puesto que esta estructura está inclinada, la componente W de la velocidad espacial heliocéntrica se vería proyectada en el plano definido por el propio CG, lo que podría suavizar los posibles gradientes. Por ello, ya que el algoritmo de separación de planos nos ha proporcionado una estimación de los parámetros que lo describen, podemos redefinir los ejes de trabajo para que la velocidad estudiada sea perpendicular al plano del CG. Esto se consigue simplemente mediante dos giros de ángulos $i = 14^\circ$ y $\Omega = 287^\circ$; es decir, corrigiendo la inclinación y la longitud del nodo ascendente del CG hasta ver la estructura de frente. De esta forma, los ejes (X, Y, Z) en la dirección del centro Galáctico, de rotación y perpendicular al disco Galáctico, respectivamente, se transforman mediante este doble giro en coordenadas en la dirección de la línea de nodos (X'), perpendicular al plano del CG (Z') y normal a estas dos para formar un triedro directo (Y').

Una vez hecho esto, cartografiamos la velocidad perpendicular al CG (W') en el propio plano del sistema ($X'Y'$) mediante técnicas de *kriging* (Alfaro et al. 1991).

Esencialmente, el *kriging* es una interpolación en una rejilla irregular, que aplicada a nuestro caso equivaldría a considerar la variable W' como una prospección –la elección de esta palabra no es casual, pues esta técnica es habitual en problemas de geofísica– del campo de velocidad perpendicular al plano definido por el CG, $X'Y'$. Esencialmente, para cartografiar una función real $z(\mathbf{r})$ sobre una región P de \mathcal{R}^2 , a partir de una muestra discreta $\mathcal{S} \equiv (\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)$, el problema consiste en calcular una una aproximación válida z^* para z en puntos que no pertenezcan a la muestra \mathcal{S} , y a la vez dar alguna medida del error ε a que conduce esta aproximación, como por ejemplo $|z^*(\mathbf{r}) - z(\mathbf{r})| < \varepsilon$. Esto permite la construcción de un mapa de contorno de la función z sobre la región en estudio.

Diversos métodos de interpolación, bajo la hipótesis de la continuidad y diferenciabilidad de $z(\mathbf{r})$, permiten resolver el problema. Pero esas hipótesis son ciertamente bastante fuertes para el caso que nos ocupa, y por ello es preferible no tener que trabajar aceptando a priori que W' las cumple. Esto es lo que nos ha llevado a escoger la técnica de *kriging*, que lleva el método de la cartografía automática al dominio de la teoría de procesos aleatorios, y que nos permite obtener una representación de la velocidad en toda la extensión del CG sin establecer hipótesis sobre su comportamiento. Esto se consigue suponiendo que $z(\mathbf{r})$ es uno más de los muchos resultados posibles de un proceso aleatorio $z(\mathbf{r}, \omega)$, donde ω pertenece al espacio de sucesos Ω . En general, la función de distribución de un proceso aleatorio es $F(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \mathbb{P}[z(\mathbf{r}_1) < \alpha_1, \dots, z(\mathbf{r}_n) < \alpha_n]$, donde \mathbb{P} designa la “probabilidad de que”.

Por tanto, la función de distribución condicional para un valor de z en cualquier \mathbf{r} que no esté contenido en el muestreo \mathcal{S} es $\varphi(\alpha) = \mathbb{P}[z(\mathbf{r}) < \alpha \mid z(\mathbf{r}_1) = z_1, \dots, z(\mathbf{r}_n) = z_n]$. La aproximación $z^*(\mathbf{r})$ buscada puede entonces escogerse como la media de $\varphi(\alpha)$, cuya desviación estándar dará una medida del error estadístico. Sin embargo, al no conocer las propiedades estocásticas del proceso aleatorio, ni poder obtener la función de distribución F a partir de una muestra finita, se opta por buscar directamente unos estimadores lineales de la media condicional y de la desviación estándar, en vez de construir la función $\varphi(\alpha)$. Estos estimadores son una media pesada de los valores experimentales, donde el peso depende de la distancia del punto \mathbf{r} a los puntos \mathbf{r}_α de la muestra \mathcal{S} , a través de las propiedades de correlación del proceso.

Una explicación detallada de la teoría y metodología del *kriging* puede encontrarse en Alfaro et al. (1991); nosotros hemos manejado aquí un algoritmo de *kriging* universal, el cual nos permite incluir posibles tendencias lineales de la función $z(\mathbf{r})$ en el estudio y, mediante un proceso de validación cruzada, estimar los errores para las diferentes tendencias y modelos de covarianza. Finalmente, hemos escogido el que presenta el mínimo error, que coincide con la solución del *kriging* ordinario (es decir, sin tendencia) con un modelo de covarianza llamado de “pepita” por su importancia en temas relacionados con la extracción de mineral (cf. Delfiner 1976).

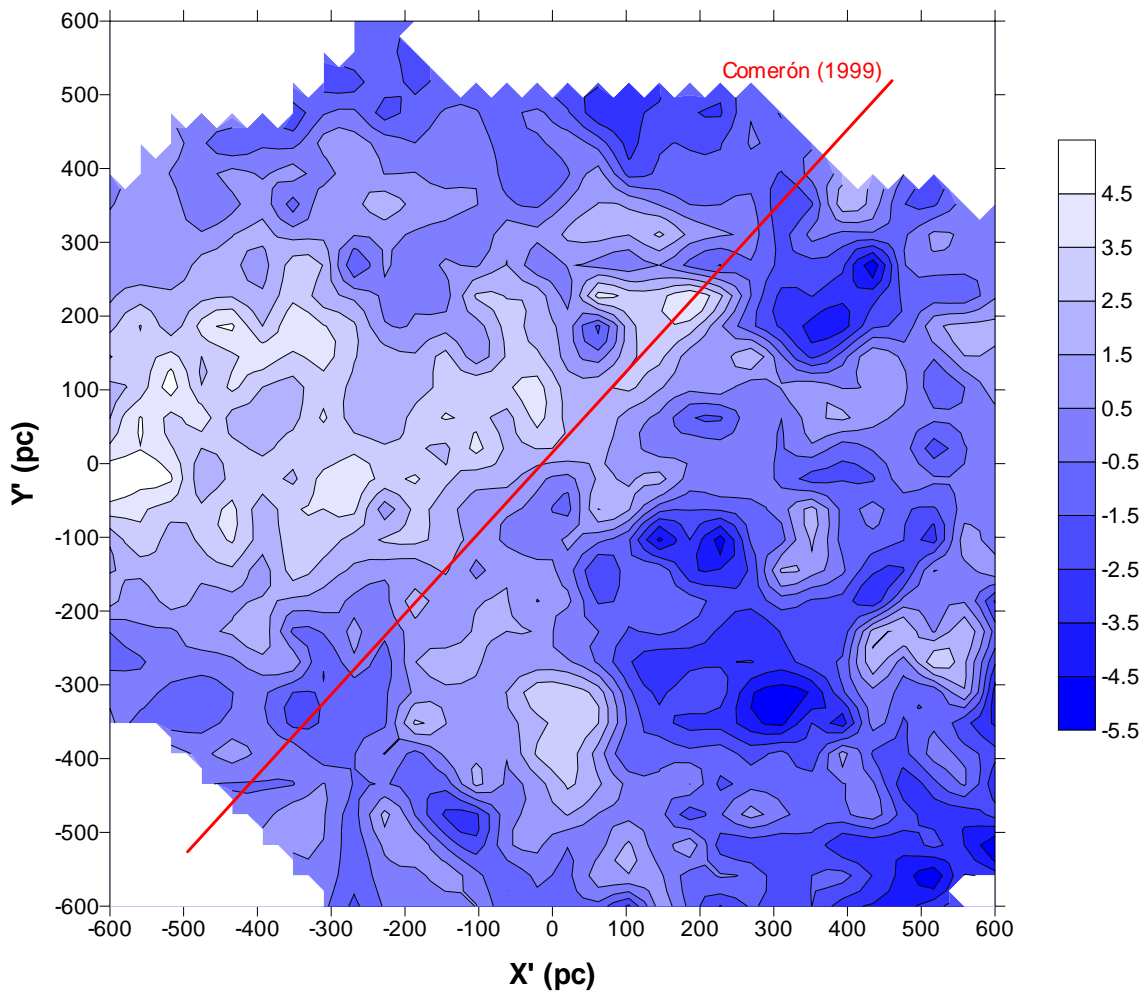


Figura 5.9. Densidad de velocidad perpendicular al CG (km s^{-1}). La línea roja representa el eje de oscilación vertical hallado por Comerón (1999).

El mapa resultante, para el que la desviación estándar es constante en toda su extensión e igual a 3.5 km s^{-1} , puede verse en la Figura 5.9. Se observa, independientemente de las estructuras más o menos puntuales que emergen como picos

de densidad, que la velocidad perpendicular (W') es fundamentalmente negativa en el cuarto cuadrante, mientras que en la región a caballo entre el segundo y tercer cuadrante es ante todo positiva, lo que da lugar a un gradiente de entre 5 y 10 km s⁻¹ kpc⁻¹. El orden de magnitud coincide con el encontrado por Comerón (1999), cuyo eje de oscilación vertical (proyectado sobre el nuevo sistema de referencia propio del CG) ha sido pintado sobre la figura. Pese a que éste fue estimado mediante un análisis muy diferente al que nos ha llevado a obtener nuestro mapa de velocidades, separa de forma notoria las regiones de W' negativa y positiva.

Por lo tanto, al igual que Comerón (1999), apreciamos un gradiente de la velocidad vertical cuya línea nodal no coincide con la línea de nodos del CG (X'), aunque no podamos definir su posición exacta a partir de la figura. El ángulo que forma el eje de oscilación instantánea calculado por Comerón con la línea de nodos (que él estima en torno a los 285°, un valor prácticamente igual al nuestro de 287°) es de $52^\circ \pm 20^\circ$; esta discrepancia es importante para describir la dinámica interna del CG, pues los modelos que intentan describir el origen de esta estructura han de dar cuenta de ella. Gracias a esta característica, Comerón descarta en su estudio la posibilidad de que el CG se haya formado a partir sólo de un fenómeno de expansión, ya sea a partir de un punto o de una línea, y deduce que el mejor modelo para describir el sistema es aquel en que las estrellas rotan inicialmente alrededor de un eje perpendicular al plano del CG, y después se mueven independientemente siguiendo sus órbitas epicíclicas. El escenario más simple, aquel de una nube molecular gigante con una rotación inicial, que va disgregándose en el tiempo, parece poco probable dado que la mayor parte de las nubes moleculares observadas hoy día tienen sus ejes de rotación alineados en la dirección perpendicular al plano Galáctico (Blitz 1993), lo que no explicaría la inclinación del CG. Un mecanismo de formación propuesto para dar cuenta tanto de la rotación como de la inclinación es el impacto de una nube de alta velocidad con el disco Galáctico (Comerón & Torra 1992, 1994).

5.7. Notas para una discusión sobre el origen del Cinturón de Gould

Conviene, llegados a este punto, recapitular un poco sobre el trabajo realizado y los resultados obtenidos. En el capítulo anterior habíamos visto cómo para el disco Galáctico joven (de una edad inferior a los cien millones de años) encontramos dos sistemas diferenciados espacialmente. Estudiar las propiedades del DGL sin tener en cuenta la presencia del CG no es posible, como hemos comprobado en el estudio de las velocidades: la diferencia cinemática entre ambos sistemas ha sido sobradamente establecida en el presente capítulo.

Sin embargo, aún no hemos formulado la pregunta que de forma implícita nos acompaña desde el comienzo de este trabajo: ¿podemos, a partir del análisis realizado, sacar alguna conclusión sobre el origen del CG? ¿Tiene éste un origen monoparental a través de una serie de procesos con alta coherencia espacial, o es tan sólo una instantánea de diversos grupos móviles?

La coherencia espacial del CG, expresada sobre todo por la fuerte inclinación de la estructura espacial que lo define, ha sido siempre un argumento a favor del origen monoparental. Dos de nuestros resultados parecen avalar esta hipótesis:

1. La diferencia estadística, tanto en el espacio de fases como en el subespacio de velocidades, entre el CG y el DGL. Dicha diferencia parecería apoyar la singularidad del CG como un sistema físico bien definido en el espacio de fases.
2. El análisis de los movimientos en la dirección perpendicular al plano del CG revela una pauta que parece apoyar el eje de giro propuesto por Comerón (1999). En ese trabajo se demuestra que un sistema físico monoparental nacido del choque de una nube de alta velocidad con el plano Galáctico podría haber sobrevivido, mostrando todavía hoy una coherencia espacial.

Por otra parte, el estudio de los grupos móviles (Sección 5.3) apunta en otra dirección. Hemos visto que el CG podría ser descrito por la conjunción de dos grupos móviles: IC 2391 y las Pléyades. Su pertenencia al CG se ve confirmada por el trabajo de Piskunov et al. (2006), que discriminan entre CG y DGL con criterios cinemáticos. Este punto de vista traslada el problema del origen del CG al estudio del origen de los grupos móviles. De esta forma lo que estamos observando ahora como el CG no sería mas que una conjunción temporal en el espacio fase de dos grupos móviles que no han tenido necesariamente que tener un origen común.

Este argumento en contra del origen monoparental, basado en la presencia de grupos móviles, es fortalecido por los modelos de calentamiento del Disco mediante ondas espirales (De Simone et al. 2004). En este artículo, los autores discuten la posibilidad de que la teoría tradicional (cf. Eggen 1996) de que los grupos móviles surgen a partir de una formación estelar irregular en un potencial suave debe ser revisada en favor de la hipótesis opuesta. Es decir, que los grupos móviles se originan principalmente a partir de una formación estelar homogénea en un potencial irregular. De este modo, las estrellas de un grupo móvil ya no tendrían que haber nacido necesariamente en un lugar y tiempo comunes para ser después dispersadas, como propone la teoría de Eggen. Por tanto, tampoco deben tener necesariamente la misma edad y metalicidad, lo que parece venir apoyado por las observaciones.

Debemos así concluir que el estudio efectuado en este trabajo proporciona una nueva perspectiva del comportamiento cinemático de la vecindad solar, donde se diferencian claramente dos sistemas físicos distintos que singularizan el entorno solar. Mientras que el CG es un sistema local con dimensiones equivalentes a la de la muestra analizada, la componente del disco es representativa de un sistema mucho más amplio que abarca la casi totalidad de la componente brillante de la Vía Láctea: el disco estelar Galáctico. Si queremos conocer las propiedades cinemáticas de este sistema en la vecindad solar, para comparar, extrapolar o predecir su comportamiento en otra región del Disco, debemos estar seguros de que estamos trabajando con una muestra representativa del sistema y que hemos eliminado, en lo posible, la contaminación por el CG.

Por otro lado, esta separación también proporciona una visión diferente del CG; la desviación del vértex, la inclinación del eje menor del elipsoide de velocidades, la relevancia de los grupos móviles en la descripción de las velocidades residuales, etc., proporcionan nuevas pistas acerca de la naturaleza y origen de este sistema, aunque su imbricación en un escenario de formación que explique la variada fenomenología observada esté aún por determinar.

Desde una perspectiva de futuro el origen del GB podría dilucidarse a través del análisis dinámico de los grupos móviles que lo forman, lo que conlleva un mejor conocimiento del potencial Galáctico y sus asimetrías. De esta forma podríamos analizar las trayectorias de los grupos móviles en el pasado y comprobar si su origen proviene de una misma nube protoestelar o si sólo son un encuentro fortuito y transitorio del resultado de dos trampas dinámicas.

6 Resumen y conclusiones

Sé que no la sabré, pero me esperan
Los eventuales dones de la busca,
No el fruto sabiamente inalcanzable.
Lo mismo sentirán quienes indagan
Los astros o la serie de los números...

J.L. Borges. *A Islandia*

6.1. Sobre el método de clasificación y las muestras

A la hora de abordar el estudio de la componente estelar del disco Galáctico joven en la vecindad solar, es necesario tener en cuenta que dos sistemas estelares dominan la estructura del mismo en la escala de 1 kpc: el disco Galáctico local y el Cinturón de Gould. Este último es un sistema compuesto por estrellas jóvenes masivas (así como por materia interestelar asociada y, según recientes estudios, por una componente de estrellas jóvenes de baja masa) cuya principal característica es su pronunciada inclinación global respecto al DGL. Es fundamental comprender la estructura y la cinemática del CG si queremos desentrañar los procesos que han dado origen al complejo panorama del entorno solar en los últimos cien millones de años.

El problema fundamental que este tipo de estudios ha de resolver es separar las estrellas que pertenecen al CG del campo estelar del DGL. En la literatura encontramos numerosos ejemplos y formas de abordarlo; hemos querido ir más allá de estos métodos y refinar todo lo posible el proceso. Para ello:

- Hemos desarrollado un nuevo método tridimensional de clasificación espacial para discriminar y estimar la estructura del CG y del DGL, trabajando con probabilidades de pertenencia individuales para las estrellas. Nuestro modelo, aunque basado en la hipótesis de que CG y DGL son dos sistemas que se concentran sobre dos planos medios que se entrecruzan (con una distribución paramétrica de la altura perpendicular a los mismos), permite una mayor variedad de configuraciones espaciales que otras técnicas de clasificación encontradas en la literatura.

- Hemos introducido por primera vez en el estudio de la distribución espacial el concepto de *outlier*. Las estrellas cuya probabilidad de pertenencia a los dos planos –es decir, a la muestra– sea muy baja, deben ser eliminadas; de lo contrario, su peso en la determinación de los parámetros del modelo podría ser excesivo y llevaría a estimaciones sesgadas. La purga de *outliers* permite obtener resultados mucho más robustos y fiables, algo esencial para el estudio del CG, cuya distribución espacial no puede ser delimitada sin un cierto grado de incertidumbre.
- Hemos construido una serie de muestras sintéticas que han servido para comprobar la alta eficacia de nuestro método de clasificación, así como la importancia que la eliminación de *outliers* reviste para la correcta estimación de los parámetros que caracterizan el modelo.
- Hemos construido dos muestras de estrellas OB a distancias menores de 1 kpc del Sol, procedentes del catálogo de *Hipparcos*. La primera, o *muestra espacial*, utiliza distancias fotométricas muy precisas para poder estudiar a través de ella la distribución espacial del CG y del DGL. La segunda, o *muestra cinemática*, busca aprovechar la alta precisión de los movimientos propios de *Hipparcos* para el análisis cinemático de la vecindad solar.

6.2. Sobre el estudio de la distribución espacial

Al aplicar nuestro método de clasificación a la muestra espacial, hemos caracterizado la distribución espacial de las estrellas jóvenes en el entorno solar, y como resultado obtenemos que ésta viene dominada por dos sistemas diferentes: el disco Galáctico local y la estructura inclinada respecto a éste que conocemos como el Cinturón de Gould. Nuestra hipótesis estructural de dos discos entrecruzados con una distribución paramétrica en altura resulta, pues, efectiva para el estudio de ambos sistemas. A lo largo de este estudio:

- Hemos dividido la muestra espacial en varias submuestras acumulativas con diferente rango de tipos espectrales, que nos han proporcionado información para distintas cotas de edad. Aunque el CG (al que pertenecen el 54% de las estrellas de la muestra) presenta una distribución muy poco homogénea a lo largo de su plano medio, hemos podido estimar satisfactoriamente los parámetros geométricos de nuestro modelo, que concuerdan bien con los obtenidos por otros autores. Los más relevantes son:
 - ▶ La inclinación del CG, que varía entre 14° y 17° , dependiendo de los tipos espectrales que abarque la muestra. Otros autores estiman valores parecidos, pero en general hay variaciones en un amplio rango entre 14° y 22° según los métodos empleados y las características de la muestra analizada. Sin embargo, teniendo en cuenta que la determinación de la inclinación puede estar profundamente afectada por la presencia de *outliers* espaciales, pensamos que estos contribuyen en gran medida a las discrepancias encontradas en la literatura para el valor de i_{CG} . Es por tanto necesaria la purga de *outliers* para poder caracterizar de forma robusta la geometría del CG.
 - ▶ La longitud del nodo ascendente del CG, que varía entre 273° y 284° . El valor más pequeño obtenido corresponde a la muestra de tipos espectrales más tempranos O-B2, y coincide perfectamente con las estimaciones de otros autores para sus muestras más jóvenes (por ejemplo, véase la Tabla 4.2). Para las muestras de tipos más tardíos, hasta la muestra completa O-B6, los valores de Ω_{CG} coinciden muy bien con los obtenidos en otros trabajos para muestras algo menos jóvenes.
 - ▶ Las escalas de altura del CG y del DGL, que para una fdp exponencial (que es la que mejor se ajusta a nuestra muestra concreta) son de un orden de magnitud similar. En cualquier caso, se observa que h_{CG} (27 pc) es siempre menor que h_{DGL} (34-35 pc).

- ▶ La distancia del Sol al plano Galáctico, que oscila entre los 10 pc y los 17 pc. Pese a que los errores en su estimación son los mayores a que da lugar nuestro modelo, los resultados obtenidos son compatibles con los hallados por otros autores.

- Hemos desarrollado por primera vez una corrección de completitud que permite mejorar el análisis estructural del CG. Esta corrección utiliza la densidad estelar bidimensional del DGL como una medida del patrón espacial de incompletitud del campo de estrellas en la muestra de trabajo. Como resultado de aplicar la corrección de completitud, observamos importantes cambios en la distribución espacial del CG en el plano XY , en la que falsas subestructuras son eliminadas, mientras que las verdaderas destacan aún más, y otras nuevas aparecen, algunas de las cuales podrían estar relacionadas con asociaciones OB cercanas al Sol. Sin embargo, la nueva estimación de los parámetros geométricos que definen el sistema no presenta diferencias significativas en comparación con la estimación anterior. Por ello, se demuestra que la estimación global de los parámetros que describen nuestro modelo del CG no se ve afectada por la disminución de la densidad estelar con la distancia; esta robustez de los resultados es fundamental, si tenemos en cuenta la dificultad de construir muestras completas para el entorno solar.

- Hemos comparado la densidad estelar del CG en el plano XY con la distribución en el espacio de las asociaciones OB de la vecindad solar. Las estructuras que surgen en el mapa de densidad como máximos locales pueden relacionarse con varias de esas asociaciones (sobre todo, en el mapa de densidad que se obtiene tras la corrección de completitud, véase la Figura 4.9). No sólo los miembros clásicos del CG como Orion o Scorpius-Centaurus se pueden identificar claramente como parte del mismo, sino que aparecen otros candidatos como Cam OB1, Lac OB1, Col 121 y agrupaciones en la región de Vela, que extienden el CG a distancias mayores de las consideradas tradicionalmente en la literatura.

6.3. Sobre el análisis cinemático

Hemos aplicado nuestro método de discriminación a la muestra cinemática y, basándonos por tanto en criterios puramente espaciales, hemos clasificado esta selección de estrellas O-B6 de *Hipparcos*. Como resultado, hemos encontrado que la cinemática global del CG es esencialmente distinta de la del DGL, confirmando así que el CG es un sistema estelar claramente diferenciado del campo estelar del DGL en el espacio de fases. El proceso seguido, a lo largo del cual hemos ido analizando en detalle la cinemática del entorno solar, ha sido el siguiente:

- A partir de los movimientos propios de *Hipparcos* y de las velocidades radiales de otros catálogos, hemos calculado para la muestra cinemática las velocidades espaciales de las estrellas y sus correspondientes errores. Seguidamente, la hemos purgado de *outliers* tanto espaciales como cinemáticos. Los errores en la estimación de la velocidad son similares a los obtenidos por otros autores que trabajan con muestras de *Hipparcos*.
- El análisis en detalle de la densidad del campo de velocidades revela que éste viene dominado por una serie de máximos locales o grupos móviles asociados a estructuras conocidas del entorno solar. Los más destacados son el grupo móvil de las Pléyades, el asociado al supercúmulo IC 2391 y un tercero que podría estar relacionado con la asociación Cas-Tau. Al clasificar la muestra obtenemos que los dos primeros pertenecen al CG, mientras que el tercero sólo se observa en el DGL. Este resultado, al que se ha llegado a partir de un análisis únicamente espacial, concuerda con lo que sabemos de estos grupos móviles y sus contrapartidas espaciales: las Pléyades están relacionadas con la asociación de Sco-Cen, que es una de las principales componentes del CG, y el cúmulo IC 2391, de acuerdo con el análisis cinemático de Piskunov et al. (2006), es un muy probable miembro del CG.

- Para profundizar en el estudio comparativo de los campos de velocidades del CG y del DGL, nos hemos visto en la necesidad de trabajar con velocidades residuales, no afectadas por los movimientos sistemáticos propios de la cinemática galáctica. Para ello, hemos eliminado de las velocidades espaciales las contribuciones del movimiento peculiar del Sol y de la rotación diferencial galáctica.
- El análisis de las distribuciones de velocidades residuales del CG y del DGL mediante tests no paramétricos para dos muestras revela que no es posible que ambas provengan de una misma distribución. Por lo tanto, estamos ante dos sistemas cinemáticamente diferenciados, conclusión a la que hemos llegado a partir de una clasificación del CG y del DGL que sigue criterios puramente espaciales. Una consecuencia de esto es que en la vecindad solar, la posición y la velocidad de una estrella no son independientes.
- Los elipsoides de velocidades obtenidos a partir de las velocidades residuales confirman también las diferencias entre la cinemática del CG y del DGL. Encontramos que el problema clásico de la desviación negativa del vértex para las estrellas jóvenes de la vecindad solar es causado por la presencia del CG. Una vez que este sistema estelar es eliminado de la muestra, el efecto desaparece y la desviación del vértex del DGL pasa a ser positiva.
- A partir de los movimientos propios y de la velocidad radial (heliocéntricos y sin corregir de rotación diferencial), hemos estimado el movimiento solar y las constantes de Oort. Observamos cómo el CG introduce perturbaciones en la determinación de estos parámetros que describen la cinemática del disco Galáctico. Una vez que la contribución del CG ha sido eliminada, el movimiento solar coincide bien con el valor clásico de Delhaye (1965) para una muestra de tipos espectrales muy similares a los nuestros. Asimismo, la curva de rotación del DGL joven, ya libre de la contaminación del CG, es plana. La velocidad angular de rotación en la posición del Sol es de 272 km s^{-1} , un valor mayor que el sugerido por la IAU, que sin embargo coincide con los obtenidos recientemente por varios autores.

- Mediante técnicas de *kriging* hemos podido dibujar un mapa de la velocidad perpendicular al plano medio del CG. Se aprecia en el mismo un gradiente de la velocidad vertical que no coincide con la línea de nodos en la que el CG y el DGL se entrecruzan. La magnitud de este gradiente, de entre 5 y 10 km s⁻¹ kpc⁻¹, coincide con la del encontrado por Comerón (1999), quien además estima un eje de oscilación vertical compatible con nuestro resultado.

6.4. Últimas consideraciones

Como decíamos al final del Capítulo 5 (Sección 5.7), aunque se confirma que la estructura y la cinemática del Cinturón de Gould lo describen como una distribución bien definida en el espacio de fases, claramente diferenciado del disco Galáctico, no es posible afirmar a tenor de nuestros resultados que provenga de una única nube monoparental. Ciertamente, la posible existencia de un eje global de giro del CG apoyaría esta teoría, pero otros resultados apuntan en diferente dirección. En efecto, el papel crucial que juegan los grupos móviles en el CG, hasta el punto de definir la cinemática del sistema, cuestiona seriamente el origen monoparental del CG. Los recientes estudios sobre las irregularidades del potencial Galáctico abren nuevas vías para entender la formación de estos grupos móviles, que se distancian del modelo clásico de Eggen para dibujar un escenario donde impera la multiplicidad de orígenes (espaciales y temporales).

Así, en este trabajo se ha querido profundizar en la descripción de uno de los sistemas que dominan la cinemática de la vecindad solar en la escala del kiloparsec, contribuyendo con ello a desentrañar la compleja estructura en el espacio de fases del disco Galáctico. El estudio realizado del campo de velocidades del CG abre nuevos caminos para la caracterización de este sistema y sus posibles escenarios de formación.

7 Bibliografía

- Abt h.A., 2004, ApJS, 155, 175
- Alexander S., 1852, AJ, 2, 101
- Alfaro E.J., Cabrera-Caño, J., Delgado A.J., 1991, ApJ, 378, 106
- Arenou F., Luri X., 1999, ASPC, 167, 13
- Asiain R., Figueras F., Torra J., Chen B., 1999, A&A, 341, 427
- Bahcall J.N., Soneira R.M., 1984, ApJS, 55, 67
- Balona L.A., Feast M.N., 1974, MNRAS, 167, 621
- Balona L.A., Shobbrook R.R., 1987, MNRAS, 211, 375
- Barbier-Brossat M., 1989, A&AS, 80, 67
- Barbier-Brossat M., Figon P., 2000, A&AS, 142, 217
- Baringhaus L., Franz C., 2004, JMVA, 88, 190
- Binney J., Merrifield M., 1998, Galactic Astronomy, Princeton University Press, Princeton, NJ
- Binney J., Tremaine S., 1987, Galactic Dynamics, Princeton University Press, Princeton, NJ
- Blaauw A., 1946, PGro, 52, 1
- Blaauw A., 1952, BAN, 11, 414
- Blaauw A., 1956, ApJ, 123, 408
- Blaauw A., 1960, en Present Problems Concerning the Structure and Evolution of the Galactic System, ed. J.H. Oort & H.G. Quik, The Hague: Nuffic, 1
- Blaauw A., 1964, ARA&A, 2, 213
- Blaauw A., 1965, Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap., 74, No.
- Blitz L., 1993, en Protostars and Planets III, eds. E.H. Levy & J.I. Lunine, University of Arizona Press

- Bok B.J., 1937, *The Distribution of Stars in Space*, University of Chicago Press, Chicago
- Bonneau M., 1964, *JO*, 47, 251
- Branham R.L., Jr., 2002, *ApJ*, 570, 190
- Brown A.G.A., 2002, *ASPC*, 285, 150
- Brown A.G.A., de Geus E.J., de Zeeuw P.T., 1994, *A&A*, 289, 101
- Burningham B., Naylor T., Jeffries R. D., Devey C. R., 2003, *MNRAS*, 346, 1143
- Cabrera-Caño J., Alfaro E.J., 1985, *A&A*, 150, 298
- Cabrera-Caño J., Alfaro E.J., 1990, *A&A*, 235, 94
- Campbell W.W., 1910, *LicOB*, 6, 101
- Campbell W.W., 1911, *PASP*, 23, 85
- Celoria G., 1877, *Pubbl. Reale Oss. Brera Milano*, 13, 42
- Chandrasekhar S., 1942, *Principles of Stellar Dynamics*, University of Chicago Press, Chicago
- Chen B., Asiain R., Figueras F., Torra, J., 1997, *A&A*, 318, 29
- Chen B., Stoughton C., Smith J.A., Uomoto A., Pier J.R., Yanny B., Ivezić Ž., York D.G., Anderson J.E., Annis J., Brinkmann J., Csabai I., Fukugita M., Hindsley R., Lupton R., Munn J.A., 2001, *ApJ*, 553, 184
- Chereul E., Creze M., Bienayme O., 1998, *A&A*, 340, 384
- Clube S.V.M., 1967, *MNRAS*, 137, 189
- Clube S.V.M., 1972, *MNRAS*, 159, 289
- Cohen, Martin, 1995, *ApJ*, 444, 874
- Collinder P., 1931, *Annals of the Observatory of Lund*, 2, 1
- Comerón F., 1992, *Tesis de Doctorado*, Universitat de Barcelona
- Comerón F., 1999, *A&A*, 351, 506
- Comerón F., Torra J., 1991, *A&A*, 241, 57

- Comerón F., Torra J., 1992, A&A, 261, 94
- Comerón F., Torra J., 1994, A&A, 281, 35
- Comerón F., Torra J., Gómez A.E., 1994, A&A, 286, 789
- Crawford D.L., 1978, AJ, 83, 48
- Dame T.M., Ungerechts H., Cohen R.S., de Geus E.J., Grenier I.A., May J., Murphy D.C., Nyman L.A., Thaddeus P., 1987 ApJ, 322, 706
- de Geus E.J., 1992, A&A, 262, 258
- De Simone R., Wu X., Tremaine S., 2004, MNRAS, 350, 627
- de Zeeuw P.T., Hoogerwerf R., de Bruijne J.H.J., Brown A.G.A., Blaauw A., 1999, AJ, 117, 354
- Dehnen W., 1998, AJ, 115, 2384
- Dehnen W., Binney J., 1998, MNRAS, 298, 387
- Delfiner T., 1976, en *Advanced Geostatistics in the Mining Industry*, ed M. Guarascio (Dordrecht: Reidel)
- Delhaye J., 1965, en *Galactic Structure*, A. Blaauw & M. Schmidt, University of Chicago Press, Chicago
- Duflocq M., Figon P., Meyssonier M., 1995, A&AS, 114, 269
- Easton C., 1900, ApJ, 12, 136
- Efremov Y.N., 1989, *Star Formation Origins in Galaxies*, (Moscú: Nauka)
- Efremov Y.N., 1995, AJ, 110, 2757
- Efremov Y.N., Sitnik T.G., 1988, *Sov. Astr. Lett.*, 14, 347
- Eggen O.J., 1961, *R. Obs. Bull. No. 41*
- Eggen O.J., 1965, en *Galactic Structure*, eds. A. Blaauw & M. Schmidt, University of Chicago Press, Chicago, p. 111
- Eggen O.J., 1981, ApJ, 247, 507
- Eggen O.J., 1994, en *Galactic and Solar System Optical Astronomy*, eds. L.V. Morrison & G. Gilmore, Cambridge University Press, p. 191
- Eggen O.J., 1996, AJ, 112, 1595

- Elmegreen B.G., 1982, en *Submillimeter Wave Astronomy*, ed. J.E. Beckman & J.P. Phillips, p. 3
- Elmegreen B.G., Efremov Y., Pudritz R.E., Zinnecker H., 2000, en *Protostars and Planets IV*, eds. V. Mannings, A.P. Boss, S.S. Russell, Tucson: University of Arizona Press
- ESA, 1997, *The Hipparcos and Tycho Catalogues*, ESA SP-1200
- Famaey B., Jorissen A., Luri X., Mayor M., Udry S., Dejonghe H., Turon C., 2005, *A&A*, 430, 165
- Feast M.W., Shuttleworth M., 1965, *MNRAS*, 130, 245
- Feinstein A., 1967, *ApJ*, 149, 107
- Fernández D., 2005, Tesis de Doctorado, Universitat de Barcelona
- Figueras F., Gómez A.E., Asiain R., Chen B., Comeron F., Grenier S., Lebreton Y., Moreno M., Sabas V., Torra J., 1997, en *Hipparcos Venice '97*, ed. B. Battrock (ESA SP-402) (Noordwijk: ESA), 519
- Filin A.Ia., 1957, *Soviet Astron.*, 1, 517
- Fricke W., Tsioumis A., 1975, *A&A*, 42, 449
- Frogel J.A., Stothers R., 1977, *AJ*, 82, 890
- Gaustad J.E., Van Buren D., 1993, *PASP*, 105, 1127
- Gilmore G., 1984, *MNRAS*, 207, 223
- Gómez de Castro A.I., 1992, en *Evolution of Interstellar Matter and Dynamics of Galaxies*, eds. J. Palous, W.B. Burton, P.O. Lindblad, Cambridge University Press
- Gould B.A., 1874, *Proc. Amer. Assoc. for Adv. Science*, p. 115
- Gould B.A., 1879, *Uranometría Argentina, Result. Obs. Nac. Argentino*, I, p. 354
- Grenier S., Baylac M.-O., Rolland L., Burnage R., Arenou F., Briot D., Delmas F., Duflo M., Genty V., Gómez A.E., Halbwachs J.-L., Marouard M., Oblak E., Sellier A., 1999, *A&AS*, 137, 451
- Guillout P., Sterzik M. F., Schmitt J.H.M.M., Motch C., Neuhaeuser R., 1998, *A&A*, 337, 113

- Hammersley P.L., Garzon F., Mahoney T., Calbet X., 1995, MNRAS, 273, 206
- Hand D.J., 1981, Discrimination and Classification, John Wiley and Sons, Chichester
- Hauck B., Mermilliod M., 1998, A&AS, 129, 431
- Herschel W., 1785, Phil. Trans., 75, 213
- Herschel J.F.W., 1847, Results of Astron. Observations made during the years 1834-1838 at the Cape of Good Hope, London
- Hilton J.L., Bash F., 1982, ApJ, 255, 217
- Hubble E.P., 1922, ApJ, 56, 162
- Humpreys R.M., Larsen J.A., 1995, AJ, 110, 2183
- Johnson D.R.H., Soderblom D.R., 1987, AJ, 93, 864
- Johnson H.L., Morgan W.W., 1953, ApJ, 117, 313
- Kaltcheva N. T., 2000, MNRAS, 318, 1023
- Kaltcheva N. T., Hilditch R. W., 2000, MNRAS, 312, 753
- Kaltcheva N., Knude J., 1998, A&A, 337, 178
- Kapteyn J.C., 1922, ApJ, 55, 302
- Kapteyn J.C., van Rhijn P.J., 1920, ApJ, 51, 23
- Kerr F.J., Lynden-Bell D., 1986, MNRAS, 221, 1023
- Kuijken K., Tremaine S., 1991, en Dynamics of Disk Galaxies, ed. B. Sundelius, Göteborg, Sweden
- Kuijken K., Tremaine S., 1994, ApJ, 421, 178
- Kutner M.L., Tucker K.D., Chin G., Thaddeus P., 1977, ApJ, 215, 521
- Lesh R.J., 1968, ApJS, 17, 371
- Lesh R.J., 1972, A&AS, 5, 129
- Linblad B., 1927, MNRAS, 87, 553
- Lindblad P.O., 1967, BAN, 19, 34

- Lindblad P.O., 1973,
- Lindblad P.O., Grape K., Sandqvist A., Schober J., 1973, *A&A*, 24, 309
- Lindblad P.O., Palouš J., Lodén K., Lindegren L., 1997, en *Hipparcos Venice '97*, ed. B. Battick (ESA SP-402) (Noordwijk: ESA), 507
- Lutz T.E., Kelker D.H., 1973, *PASP*, 85, 573
- MacConnell D.J., 1968, *ApJS*, 16, 275
- Maíz-Apellániz J., 2001, *AJ*, 121, 2737
- Mayor M., 1970, *A&A*, 6, 60
- Mayor M., 1972, *A&A*, 18, 97
- Méndez R.A., Platais I., Girard T.M., Kozhurina-Platais V., van Altena W.F., 2000, *AJ*, 119, 813
- Meynet G., Mermilliod J.-C., Maeder A., 1993, *A&AS*, 98, 477
- Mihalas D., Binney J., 1981. *Galactic Astronomy: Structure and Kinematics*, W. H. Freeman and Co., San Francisco, CA
- Milne E.A., 1935, *MNRAS*, 95, 560
- Miyamoto M., Zhu Z., 1998, *AJ*, 115, 1483
- Momany Y., Zaggia S., Gilmore G., Piotto G., Carraro G., Bedin L.R., De Angeli F., 2006, *astro-ph/0603385*
- Moreno E., Alfaro E.J., Franco J., 1999, *ApJ*, 522, 276
- Morgan W.W., Sharpless S., Osterbrock D., 1952, *AJ*, 57, 3
- Murray C.A., 1989, *A&A*, 218, 325
- Nassau J.J., Morgan W.W., 1951, *Publ. Michigan Obs.*, 10, 43
- Ogorodnikov K., 1932, *Z. Astrophys.*, 4, 190
- Ogorodnikov K., 1965, *Dynamics of Stellar Systems*, Pergamon Press, Oxford
- Olano C.A., 1982, *A&A*, 112, 195
- Olling R.P., Dehnen W., 2003, *ApJ*, 599, 275
- Oort J.H., 1927, *BAN*, 3, 275

- Oort J.H., 1928, BAN, 4, 269
- Oort J. H., Kerr F. J., Westerhout G., 1958, MNRAS, 118, 379
- Patriarchi P., Morbidelli L., Perinotto M., 2003, A&A, 410, 905
- Pellegatti Franco G. A., 1983, Ap&SS, 96, 195
- Perrot C. A., Grenier I.A., 2003, A&A, 404, 519
- Perryman M.A.C. et al., 1997, A&A, 323, L49
- Petri R.M., Petrie J.K., 1968, PDAO, 13, 253
- Piskunov A. E., Kharchenko N. V., Röser S., Schilbach E., Scholz R.-D., 2006, A&A, 445, 545
- Platais I., Girard T.M., Kozhurina-Platais V., van Altena W.F., López C.E., Méndez R.A., Ma W-Z, Yang T-G, MacGillivray H.T., Yentis D.J., 1998, AJ, 116, 2556
- Pöppel W., 1997, FCPH, 18, 1
- Quillen A. C., Minchev Ivan, 2005, AJ, 130, 576
- Reed B.C., 1997, PASP, 109, 1145
- Reed B.C., 2000, AJ, 120, 314
- Rocha-Pinto H. J., Flynn C., Scalo J., Hänninen J., Maciel W. J., Hensler, G., 2004, A&A, 423, 517
- Ruprecht J., 1966, IAU Trans., 12B, 348
- Sabas V., 1997, Tesis de Doctorado, Observatoire de Paris
- Sancisi R., Goss W.M., Anderson C., Johansson L.E.B., Winnberg A., 1974, A&A, 35, 445
- Sandqvist Aa., 1977, A&A, 57, 467
- Schaefer B.E., 2005, JHA, 36, 167
- Schmidt-Kaler Th., 1982, Landolt-Bornstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, Vol 2, p. 19, ed. Hellwege K.H., Springer-Verlag, Berlin

- Schröder S. E., Kaper L., Lamers H. J. G. L. M., Brown A. G. A., 2004, *A&A*, 428, 149
- Schwarzschild K., 1907, *Göttingen Nachr.*, p. 614
- Seares F.H., 1928, *ApJ*, 67, 123
- Seares F.H., 1931, *ApJ*, 74, 312
- Shapley H., 1918a, *PASP*, 30, 42
- Shapley H., 1918b, *ApJ*, 48, 154
- Shapley H., 1919a, *ApJ*, 50, 107
- Shapley H., 1919b, *ApJ*, 49, 311
- Shapley H., 1919c, *ApJ*, 49, 249
- Shapley H., 1930, *Star Clusters*, McGraw-Hill, New York
- Skuljan J., Hearnshaw J.B., Cottrell P.L., 1997, en *Hipparcos Venice '97*, ed. B. Battick (ESA SP-402) (Noordwijk: ESA), 525
- Skuljan J., Hearnshaw J.B., Cottrell P.L., 1999, *MNRAS*, 308, 731
- Smart W.M., 1968, *Stellar Kinematics*, Wiley, New York
- Stauffer J.R., Hartmann L.W., Prosser C.F., Randich S., Balachandran S., Patten B.M., Simon T., Giampapa M., 1997, *AJ*, 113, 740
- Stauffer J.R., Barrado y Navascués D., Bouvier J., Morrison H.L., Harding P., Luhman K.L., Stanke T., McCaughrean M., Terndrup D.M., Allen L., Assouad P., 1999, *ApJ*, 527, 219
- Stothers R., Frogel J.A., 1974, *AJ*, 79, 456
- Strömgren B., 1966, *ARA&A*, 4, 433
- Surdin V.G., 2000, *Formación Estelar*, Editorial URSS
- Sutton J.R., 1891, *Knowledge*, 14, 123
- Taylor D.K., Dickman R.L., Scoville N.Z., 1987, *ApJ*, 315, 104
- Tomita Y., 1986, *Ap&SS*, 118, 409
- Tomita Y., 1987, *IAU Symp.*, 115, 51

- Tomita Y., 1989, 17 mapas sin publicar
- Torra J., Gómez A.E., Figueras F., Comerón F., Grenier S., Mennessier M.O., Mestres M., Fernández D., 1997, en *Hipparcos Venice '97*, ed. B. Battrock (ESA SP-402) (Noordwijk: ESA), 513
- Torra J., Fernández D., Figueras F., 2000a, *A&A*, 359, 82
- Torra J., Fernández D., Figueras F., Comerón, F., 2000b, *Ap&SS*, 272, 109
- Trimble W., 1995, *PASP*, 107, 1133
- Trumpler R.J., Weaver H.F., 1953, *Statistical Astronomy*, ed. Berkeley: University of California Press, p. 369
- Tsioumis A., Fricke W., 1979, *A&A*, 75, 1
- Turon C., et al., 1992, *The Hipparcos Input Catalogue*, ESA SP-1136
- Uemura M., Ohashi H., Hayakawa T., Ishida E., Kato T., Hirata R., 2000, *PASJ*, 52, 143
- van den Bergh S., 1966, *AJ*, 71, 990
- Weaver H., 1974, en *Highlights of Astronomy*, ed. G. Contopoulos, D. Reidel Publ. Co.
- Westin T.N.G., 1985, *A&AS*, 60, 99
- Wichmann R., Sterzik M., Krautter J., Metanomski A., Voges W., 1997, *A&A*, 326, 211
- Wooley R., 1970, en *The Spiral Structure of Our Galaxy*, ed. W. Becker & G.I. Kontopoulos (Dordrecht: Reidel)
- Yuan C., 1971, *AJ*, 76, 664
- Zhu, Z., 2000, *PASJ*, 52, 1133