



Los sistemas públicos de pensiones europeos. Aplicación del Análisis Envoltante de Datos para el estudio de su eficiencia.

Máster de Consultoría Económica y Análisis Aplicado

Autor: Fco Javier Borrego Caballero

Tutor/a: Amparo Mármol Conde

Universidad de Sevilla

5 de Septiembre de 2017



Este documento es el trabajo fin de máster presentado para optar al título de Máster en Consultoría Económica y Análisis Aplicado por Francisco Javier Borrego Caballero, siendo la tutora Amparo Mármol Conde.

VºBº de la tutora:

Alumno y tutor:

Amparo Mármol Conde

Francisco Javier Borrego Caballero

Sevilla, Septiembre 2017

Índice

Prólogo.....	9
1. Introducción.....	11
2. Sistema público de pensiones.	15
2.1. <i>Sistema público de pensiones. Objetivos y modalidades.</i>	15
2.2. <i>Sistema público de pensiones en la Unión Europea y España.</i>	22
2.2.1. <i>Estructura organizativa.</i>	22
2.2.2. <i>Financiación de los sistemas.</i>	25
2.2.3. <i>Estructura de las prestaciones.</i>	26
3. Análisis Envolvente de Datos.	31
3.1. <i>Eficiencia y Frontera de Posibilidades de Producción.</i>	32
3.2. <i>Características de los modelos DEA.</i>	34
3.3. <i>Formulación del modelo DEA-CCR.</i>	38
3.4. <i>Formulación del modelo DEA-BCC.</i>	43
3.5. <i>Significado de los pesos.</i>	47
4. Aplicación del Análisis Envolvente de Datos a los sistemas de pensiones europeos.....	49
4.1. <i>Selección de variables.</i>	49
4.2. <i>Resultados.</i>	54
5. Conclusiones.	69
6. Fuentes y referencias.....	71

Índice de tablas

Tabla nº 1. Ventajas e inconvenientes del sistema de reparto.....	20
Tabla nº2. Ventajas e inconvenientes del sistema de capitalización.....	20
Tabla nº 3. Sistemas de prestaciones sociales.....	23
Tabla nº4. Evolución del gasto social en porcentajes del PIB de los modelos sociales europeos.....	25
Tabla nº5. Cuantías medias mensuales por habitante en pensiones de jubilación a precios constantes (2005).....	27
Tabla nº 6. Características de los sistemas de pensiones de los países de la Unión Europea.....	29
Tabla nº 7. Ventajas y desventajas del Análisis Envolvente de Datos.....	37
Tabla nº8. Variables y su tipología.....	51
Tabla nº9. Estadísticos descriptivos de las variables seleccionadas.....	51
Tabla nº10. Análisis de correlaciones entre las variables.....	52
Tabla nº11. Valores originales de los indicadores.....	53
Tabla nº12. Valores nuevos de la proporción de jubilados frente al total y el índice de Gini.....	53
Tabla nº13. Aplicación del método DEA al caso sin restricciones con ambas orientaciones.....	55
Tabla nº14. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA sin restricciones.....	56
Tabla nº15. Aplicación del método DEA con restricciones en los pesos con ambas orientaciones.....	61
Tabla nº16. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA con restricciones. 1er caso.....	62
Tabla nº17. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA con restricciones. 2do caso.....	64
Tabla nº18. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA con restricciones. 3er caso.....	66
Tabla nº19. Valores de España con los que alcanzaría la eficiencia del modelo DEA caso 1 y 3.....	68

Índice de gráficas

Gráfico nº1. Conjuntos de Posibilidades de Producción para los casos descritos.....	33
Gráfico nº2. Orientación al input, output y input-output.....	35
Gráfico nº3. Rendimientos variables en el modelo DEA-BCC.....	44
Gráfico nº4. Correlación entre los dos inputs del modelo.....	52
Gráfico nº5. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 1er escenario.....	59
Gráfico nº6. Reparto de pesos para ambas orientaciones. 1er escenario.....	59
Gráfico nº7. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 1er caso.....	63
Gráfico nº8. Reparto de pesos de los inputs y outputs a cada unidad productiva 1er caso.....	63
Gráfico nº9. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 2do caso.....	65
Gráfico nº10. Reparto de pesos de los inputs y outputs a cada unidad productiva 2do caso.....	65
Gráfico nº11. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 3er caso.....	67
Gráfico nº12. Reparto de pesos de los inputs y outputs a cada unidad productiva 3er caso.....	67

Prólogo

El tema del sistema público de pensiones español es bastante controvertido y últimamente se habla mucho de ello. No se sabe bien, hasta qué punto este sistema, que se basa principalmente en el reparto de fondos, se está gestionando correctamente y tampoco se sabe si va a poder mantenerse antes de que llegue al colapso y haya que cambiar de un sistema de reparto a un sistema de capitalización que posibilite la continuidad de este servicio público.

El objetivo de este trabajo, es estudiar los sistemas de pensiones europeos y el español, para posteriormente comparar los resultados en el entorno europeo. Se realizará un estudio de la eficiencia relativa mediante el “Análisis Envolvente de Datos”. Para establecer qué países están atendiendo mejor o peor los objetivos asignativos y redistributivos de los sistemas públicos de pensiones. A día de hoy, ya existen bastantes estudios que revelan los numerosos problemas que dificultan el desarrollo de este servicio.

El trabajo se organizará en diferentes capítulos. El primer capítulo, recogerá una introducción sobre los precedentes del sistema público de pensiones español, así como una revisión de los trabajos más relevantes. En el segundo capítulo, se desarrollarán las cuestiones previas referentes a los sistemas de pensiones, cómo surgen, la necesidad de éstos, los fallos de mercado que justifican su carácter público, cuáles son sus objetivos, sus modalidades, su forma de financiación y su estructura organizativa en cuanto a las prestaciones. El tercer capítulo recogerá la información sobre la metodología que se utilizará para el análisis de eficiencia relativa, en este caso el Análisis Envolvente de Datos (DEA). En el cuarto capítulo, se aplicará la metodología explicada con el objeto de estudiar la eficiencia relativa de los sistemas de pensiones europeos. Y por último en el quinto y sexto capítulo, se exponen las conclusiones finales del trabajo y las fuentes bibliográficas utilizadas.

1. Introducción.

A lo largo de los últimos años, los países desarrollados han experimentado una serie de cambios demográficos (mayor esperanza de vida, envejecimiento poblacional...) que han afectado irremediablemente a la gestión de los sistemas de pensiones. Para explicar de forma correcta la evolución demográfica, es obligatorio citar a Malthus (1951) precursor de las teorías demográficas pioneras del siglo XIX. Ya por aquel entonces se identificaba un problema de crecimiento de la población que, si no se controlaba, generaría una serie de incidencias en el largo plazo. Sin embargo, ésta no es la principal causa por la que el sistema de pensiones pueda verse comprometido, también por el excesivo envejecimiento de la población. Las teorías del envejecimiento han ido desarrollándose a medida que se ha observado que las pirámides de población han ido evolucionando hacia una población más envejecida que joven, y éste es el principal problema que afecta al funcionamiento de los sistemas de pensiones español y europeos. Este tema es abordado por Puyol (1999) que realiza un análisis de la trayectoria demográfica española.

El envejecimiento de la población ha supuesto que se generen numerosas dudas sobre el futuro de la viabilidad de las pensiones públicas. Por ello, las instituciones se han visto en la necesidad de acometer reformas en los sistemas públicos de pensiones. En el caso español, la creación de lo que sería el actual sistema de pensiones se remonta al año 1908, momento en el cual se creó el Instituto Nacional de Previsión (INP). En la última década, este sistema ha sufrido tres reformas importantes, la primera en 2007, la segunda en 2011 y la última en 2013. Esta última reforma es la más profunda de los últimos veinte años, incluyendo tanto ajustes paramétricos (ampliación de la edad de jubilación, modificación del cálculo de la pensión...), como estructurales (las pensiones dependen de la evolución demográfica y la situación económica). Cabe destacar, que esta reforma entró en vigor en 2013, pero se está implementando de una manera progresiva y gradual que durará hasta 2027.

Hay investigadores que han tratado la viabilidad del sistema de pensiones español. Por ejemplo, Ayuso (2013) trata la sostenibilidad del mismo; Moreno (1997) hace un estudio sobre el sistema de pensiones junto con propuestas que mejoren su eficiencia y equidad; Flores (2015) realiza una recopilación de los datos sobre la evolución del sistema de pensiones español y sus reformas. Un artículo importante es el publicado por el Ministerio de Empleo y Seguridad Social Español elaborado por Ruiz y Fernández (2009) que en sus palabras dice *“Trataremos de evaluar la viabilidad del actual sistema de pensiones contributivas en España, mediante un análisis cuantitativo que contemple los factores determinantes del gasto y de las fuentes de financiación del sistema.”* Concluyendo con *“A pesar de las importantes medidas adoptadas... siguen existiendo problemas financieros en el sistema de pensiones de jubilación. En este sentido, España se enfrenta a un importante reto financiero, especialmente intenso por las previsiones demográficas, lo que obliga a adoptar medidas adicionales para garantizar la sostenibilidad financiera del sistema”*.

También hay trabajos muy relevantes en el estudio de las reformas y repercusiones del sistema de pensiones español. Entre ellos, el artículo de Jiménez (2007) tratando la sostenibilidad del sistema de pensiones en España mediante el envejecimiento, la inmigración y la productividad; Arellano (2010) realizando un estudio sobre la crisis económica y la sostenibilidad de las pensiones de jubilación y los sistemas de provisión privados. Otras fuentes de información importantes son los boletines oficiales referentes a las reformas del sistema de pensiones y los documentos de la Seguridad Social en materia de antecedentes, modelo actual y sistema de financiación.

En la actualidad, los sistemas públicos de pensiones europeos intentan adaptarse de la mejor manera posible para evitar las consecuencias que lleva consigo el problema del envejecimiento. Sin embargo, el envejecimiento es inevitable por lo que, llegada a una determinada edad, las personas pierden la capacidad para desempeñar correctamente su trabajo y por tanto para generar ingresos. Cuando se produce este cambio, y se empieza a depender de los ahorros generados en la vida laboral mediante planes de pensiones públicos o privados, la población ha de ir asumiendo ciertos cambios de carácter social y económico (Casey y Yamada, 2002). Es en este momento, en el que los flujos derivados de las pensiones constituyen la fuente principal de ingresos de los individuos cuya edad supera los 65 años, principalmente en la mayoría de los países de la Unión Europea. Cabe destacar, que las personas que superan esta edad, no pierden totalmente su capacidad de generar ingresos si no que es en esa edad cuando se empieza a depender de rentas ajenas al trabajo.

A medida que la edad va aumentando, la dependencia es mayor y por tanto los sistemas de pensiones se convierten en el principal instrumento para preservar el bienestar de este colectivo. Según la OCDE, a pesar de que en los últimos años están tomando mucha importancia los planes de pensiones privados, el principal factor que determina el nivel de bienestar económico de los jubilados sigue siendo el de las pensiones públicas.

La mayoría de los países desarrollados defienden el mantenimiento de los fondos de pensiones públicos puesto que es un instrumento redistributivo de la renta y por tanto del bienestar social. En la actualidad, dentro de los sistemas públicos de pensiones, existen dos grandes actuaciones, cada una con un objetivo diferente y mediante las cuales se distribuyen los fondos públicos. La primera actuación, que toma el carácter de seguro de rentas, genera pensiones contributivas cuyo objetivo principal es el asignativo o equidad individual. Los beneficiarios de estas pensiones, son aquellas personas que, durante toda su vida laboral, han contribuido económicamente a pagar las cotizaciones sociales. La segunda actuación, se dedica a las transferencias de asistencia social, generando pensiones no contributivas cuyo objetivo es el redistributivo o de equidad social. Los beneficiarios de ellas, son aquellos jubilados que no han cotizado o que han cotizado durante un periodo reducido.

Actualmente la preocupación de los distintos países ha conducido a que se desarrollen sistemas mixtos de pensiones, aquellos que mantengan tanto el modelo de corte profesional (asignativo), basado en el carácter contributivo que pretenda mantener el nivel de vida de los trabajadores ante determinadas contingencias, y los de corte universal (redistributivo), que pretenda cubrir las necesidades básicas de todos los individuos. Estos sistemas mixtos de pensiones, garantizan una cobertura tanto generalizada como específica para cada individuo. De este modo, cada país dará más importancia a cada objetivo en función de su política económica y sus restricciones presupuestarias.

El hecho de que los sistemas de pensiones se enfrenten a varios objetivos y que los resultados que se obtengan sean diversos, hace que la evaluación del impacto que tiene en el bienestar económico de la población envejecida, sea una cuestión compleja y merecedora de un análisis en profundidad. Existen varios métodos que permiten estudiar la situación de una actividad económica y valorar el grado de éxito de sus actuaciones. Los métodos más comunes son los análisis de eficiencia, que suelen aplicarse en numerosas investigaciones relacionadas con sectores económicos como el deporte, la sanidad, las matemáticas, el medio ambiente y también las pensiones. La dificultad principal de la aplicación de este tipo de metodología se encuentra en el cálculo de la frontera eficiente, que puede estimarse mediante dos tipos de aproximaciones diferentes, el paramétrico y el no paramétrico.

El enfoque paramétrico, utiliza técnicas de carácter estadístico, como el desarrollo de modelos econométricos. Tiene dos críticas fundamentales: la imposición de la forma de la frontera eficiente y la falta de flexibilidad de su procedimiento. En cambio, el enfoque no paramétrico, utiliza técnicas relacionadas principalmente con la programación matemática. No es necesario asumir una forma funcional específica de la frontera eficiente, lo que permite analizar la eficiencia sin conocer previamente una función de producción o costes. Los métodos más comunes son los denominados métodos Fronteras de Producción Estocástica y Análisis Envoltente de Datos (DEA). Éste último, permite realizar un análisis de eficiencia relativo de un conjunto de unidades productivas homogéneas, como pueden ser países, personas, empresas u organismos públicos. Realiza dos procesos de forma simultánea mediante el uso de los algoritmos de la programación lineal: la obtención de la frontera eficiente y la estimación de la ineficiencia. Además, destaca por su flexibilidad, su fácil aplicación y por una clara representación de los resultados, características que lo hacen el más adecuado para el estudio que se presentará en este trabajo.

Por ello, la presente investigación, emplea el Análisis Envoltente de Datos, con el objeto de comparar la eficiencia de los distintos sistemas de pensiones de la Unión Europea y ver en qué situación relativa se encuentra España. La flexibilidad del Análisis Envoltente de Datos permitirá introducir y ponderar aquellas particularidades presentes en cada país.

2. Sistema público de pensiones.

2.1. Sistema público de pensiones. Objetivos y modalidades.

Para abordar el análisis hay que definir qué se entiende por sistema público de pensiones. Acudiendo a la definición de Rofman y Luchetti (2006) *“Los sistemas de pensiones son programas de transferencias de rentas instituidos por el estado, cuyo objetivo es proporcionar seguridad de ingresos a la población...”*. Alemania fue el primer país que, a comienzos del siglo XVIII, diseñó lo que hoy en día se conoce como sistema público de pensiones. Tenía como objetivo preservar la continuidad de la obtención de rentas a la población ante circunstancias o razones que escapan de su control. Entre las razones más comunes nos encontramos con la jubilación, la incapacidad o la muerte. De este modo, el sistema público de pensiones evitaría que personas con cargas familiares o necesidades básicas fueran desprovistas de los ingresos necesarios para hacer frente a los gastos derivados de su vida diaria.

El instrumento principal que utilizan los estados para preservar estos ingresos son las denominadas pensiones públicas, que pueden ser de jubilación, incapacidad, invalidez, viudedad u orfandad. En concreto, las de jubilación, son una de las partidas económicas más importantes tanto en España como en el resto de países; de manera que, en 2016, España destinó un 38,5% del presupuesto público a este gasto. A pesar de su importancia, cada país destina el porcentaje de gasto público que se adapte mejor a sus necesidades y sus características.

Formalmente y siguiendo la referencia de Stiglitz (1988) las pensiones públicas tienen las siguientes características:

- Cualquier ciudadano puede acceder a sus beneficios, aunque es necesario haber realizado pagos periódicos al Sector Público. Esta serie de pagos necesarios son las denominadas cotizaciones, que se van realizando a lo largo de la vida laboral del individuo.
- Son obligatorias en cuanto a la participación de los empresarios y los trabajadores.

Una de las principales causas por las que el sistema de pensiones tiene carácter público es porque originalmente ninguna entidad privada tomó la iniciativa de satisfacer esta necesidad. En la actualidad, el sector privado también ofrece alternativas que complementan al sistema público de pensiones, sin dejar éste de ser obligatorio. Son numerosos autores los que defienden que sea la intervención pública la que se dedique a esta actividad, principalmente por razones redistributivas, Porto (1989) afirma que *“una de las justificaciones de la existencia de la intervención del Sector Público, y de una partida destinada a financiar las actuaciones que garanticen la seguridad económica de los ciudadanos, es la de preservar uno de los pilares de la Economía del Bienestar”*.

De todas formas, independientemente del grado de intensidad con el que el estado intervenga en la economía, es indudable que es necesaria su actuación para paliar los efectos y problemas que generan los fallos de mercado. Además, es bien sabido que, si los individuos planificaran de forma racional su futuro, la intervención pública no tendría sentido, ya que éstos ahorrarían de la mejor forma posible a lo largo de su vida laboral. No obstante, los individuos no planifican de forma racional su futuro, puesto que, las decisiones a largo plazo y con un nivel de incertidumbre elevado, conllevan comportamientos poco racionales por parte de la ciudadanía, provocando fallos en el mercado y por ende la justificada intervención del Sector Público en la economía.

Otros autores como Sánchez (2000) especifican más en el sentido de la justificación de la intervención del Sector Público en la economía sobre todo en el sistema de pensiones “*Las justificaciones actuales más solventes del Sector Público provienen de su análisis como organización. Desde este punto de vista, el Sector Público presenta tres características que lo diferencian sustancialmente de la otra organización que asigna recursos, el mercado:*

1. *La universalidad o pertenencia obligatoria...*
2. *La compulsión o capacidad de obligar y prohibir...*
3. *Su gestión por un gobierno emanado de un proceso electoral.”*

Los fallos de mercados identificados por la literatura económica justifican la participación del estado a través de la redefinición de las reglas de juego y/o del conjunto de acciones posibles de cada participante. En este sentido, la esencia de la regulación es la corrección explícita de prácticas imperfectas de competencia por instituciones gubernamentales como mecanismo principal para asegurar un buen desempeño del mercado (Kahn, 1991). Los fallos de mercado que justifican la existencia del sistema público de pensiones son:

- Información imperfecta y costosa. Ante la incertidumbre existente sobre el futuro de los individuos, resulta complicado y costoso planificar cual debería ser el ahorro suficiente para que este cubra su periodo de jubilación. Por ello, con el objeto de eliminar al máximo posible los costes de tiempo y de información, se le atribuye esta actividad a la administración pública.
- Externalidades. Puede darse el caso en el que algunos ciudadanos, por falta de previsión, no ahorren nada durante toda su vida laboral, esto daría lugar a situaciones de pobreza y miseria que obligarían al resto de la sociedad a realizar transferencias de renta en el futuro. Para evitar este tipo de externalidades negativas, interviene el Sector Público, ya que no sólo se benefician los propios perceptores de la pensión, si no la sociedad que hubiera que tenido que realizar las transferencias en ausencia del fondo de pensiones.
- Paternalismo. En el hipotético caso en el que los individuos planificaran sus ahorros de forma racional, habría casos de pobreza. Existen algunos individuos cuya tasa de sustitución intertemporal es muy baja, es decir prefieren más el consumo presente al futuro, o tienen aversión al riesgo muy reducida, provocando que cometan el error de subestimar sus necesidades en su vejez.

Las pensiones públicas tratan de mejorar el bienestar de este tipo de ciudadanos evitando que sus equivocaciones tengan un coste excesivamente alto en el futuro.

Por tanto, básicamente por evitar situaciones de pobreza en una etapa de alta edad, se justifica la obligatoriedad de participar en el sistema público de pensiones. Sin embargo, estas razones no son suficientes para justificar el que la provisión sea pública. Este objetivo podría lograrse, obligando a los individuos por ley a adquirir un plan de pensiones privado, como ocurre en el caso de los seguros de automóviles, de forma que todo el mundo tuviera una cobertura frente a las contingencias futuras. No obstante, dejando de lado las teorías de la economía pública, existen razones asignativas y redistributivas que justifican la necesidad de que las pensiones sean públicas:

- Existencia de riesgos sociales. Un riesgo social surge cuando se produce una contingencia que afecta a toda la población o a una parte sustancial de la misma, como pueden ser las guerras o las catástrofes naturales. Una empresa privada no puede cubrir este riesgo social, puesto que de producirse la contingencia tendría que pagar a todos y cada uno de los asegurados y probablemente la empresa quebraría. Por esta razón, las empresas privadas sólo cubren riesgos privados y no sociales. En cambio, el Sector Público además de ser el único capaz de cubrir estos riesgos sociales, tiene la obligación de absorber esta actividad, puesto que, de otra manera, este tipo de incidencias no serían cubiertas ni por la actividad pública ni por la privada y generarían efectos negativos de mayor envergadura. Las pensiones están sujetas a riesgos sociales derivados de la incertidumbre de los tipos de interés reales. Un descenso de los mismos genera un riesgo social afectando a la totalidad de los trabajadores, ya que la actividad privada no puede eliminar este riesgo.

- Riesgo de quiebra. Si una empresa aseguradora de pensiones se declara en situación de quiebra, el ahorrador perdería la totalidad del dinero invertido para su etapa de jubilación. En el Sector Público esta mala gestión también se puede presentar, pero el riesgo de quiebra no se contempla. La literatura económica ofrece diversas soluciones que pretenden evitar el riesgo de quiebra del sector privado, que va desde establecer un plan de inspección público que garantice en cualquier momento la solvencia financiera, establecimiento de consorcio privado formado por un conjunto de empresas privadas que se hiciera a cargo de las pensiones en caso de una mala gestión o que el último garante fuera el Sector Público. No obstante, como destaca Zubiri (1996), *“la historia nos enseña que ninguna de estas soluciones es suficiente para garantizar la solvencia financiera de la actividad privada, además de señalar que si el Sector Público tuviera que hacerse cargo de una mala gestión privada presentaría problemas de índole conceptual y práctico. En primer lugar, la empresa privada se caracteriza por una mayor eficiencia que el Sector Público. En segundo lugar, la garantía de una cobertura pública induciría a las empresas privadas a adaptar inversiones arriesgadas ya que el Sector Público siempre va a rescatarlas generando por ende un problema de riesgo moral”*.

- Selección adversa. Dado que las pensiones públicas tienen un alto grado de cobertura, si fueran gestionados por el sector privado, las primas individuales no sólo deberían de depender de la renta a sustituir en el futuro, sino también del riesgo de que el individuo pueda sufrir la contingencia.

Esto provoca que, a igual capital asegurado, aquellos puestos de trabajo en los que se corre un mayor riesgo tendrían que pagar una prima mayor que aquellos en los que su trabajo es menos arriesgado. Desde una concepción de equidad, ésto no sería aceptable y habría que establecer primas iguales para todos con el mismo capital asegurado, lo que implica una alteración de los criterios actuariales privados, convirtiéndose en un argumento de importante peso para la gestión pública de los sistemas de pensiones.

- Distintas prestaciones. Desde el punto de vista del pago de las pensiones, en el sector privado, las diferentes capacidades de renta de los individuos, darían lugar a diferentes pensiones. Así los individuos con capacidad baja recibirán pensiones mínimas. El Sector Público trata de eliminar estas diferencias en la medida en que otorga pensiones a unos y otros bajo un criterio redistributivo más equitativo.

- Costes. Las pensiones privadas tienen asociados costes de transacción y administración mayores que los públicos. El sector privado ofrece seguros casi personalizados en función de las características de los asegurados. Sin embargo, aunque esta diversidad parezca una alternativa mejor que la ofrecida por el Sector Público, esta diversidad tiene unos costes no despreciables. Por un lado, obliga a los individuos a gastar recursos y tiempo en el proceso de selección de alternativas más idóneas. Por otro lado, desde la empresa, los costes son mayores al tener que gestionar muchas pensiones, lo que redundaría en la rentabilidad del capital asegurado. En el Sector Público el tratamiento de las pensiones se realiza de forma uniforme lo que simplifica sobremanera su procedimiento.

Todas estas razones suelen considerarse como justificaciones suficientes para el establecimiento de un sistema de pensiones público. Ahora bien, es cierto que resulta más fácil encontrar razones suficientes para justificar la intervención pública, que determinar los criterios que deberían guiar el método de financiación y el diseño de las pensiones, sobre todo porque depende de los fines y objetivos que se pretendan conseguir con el sistema de pensiones.

En España, y en el resto de los países, los sistemas de pensiones públicos persiguen una serie de objetivos que pueden entrar en conflicto y por ello es necesario establecer de una forma clara la estructura de las prestaciones, el diseño institucional y los mejores instrumentos de financiación. En la actualidad, se persiguen dos objetivos básicamente contrapuestos:

- Asignativo. Cuya función trata de transferir capacidad adquisitiva individual de los periodos activos a los pasivos. Este objetivo hace referencia principalmente al grado en que las pensiones están relacionadas con las contribuciones pagadas por los individuos. Lo que en España se conocen como las pensiones contributivas.
- Redistributivo. Que pretende proporcionar a todas las personas una renta mínima en la vejez, con independencia de los pagos efectuados. Este objetivo hace referencia al bienestar o equidad social y las pensiones que cumplen este objetivo son las no contributivas.

Como estos objetivos se encuentran en una situación de conflicto, no podrán conseguirse de forma simultánea a través de una misma actuación pública. Por ello, para cumplir con los dos objetivos al menor coste se precisa del diseño de dos actuaciones diferentes. En la literatura, Sánchez (2014) recoge en su obra las dos alternativas que se derivan de esta problemática “*los modelos de Bismarck, basados en el carácter contributivo y tienden a procurar el mantenimiento del nivel de vida de los trabajadores ante las contingencias protegidas, y los modelos de Beveridge que se dirigen a la cobertura de necesidades básicas de todos los ciudadanos por derecho sin ningún tipo de condición...*”.

La evolución histórica de la mayoría de los sistemas públicos de pensiones de los países desarrollados ha conducido a la confluencia de los dos sistemas en uno mixto, en un intento de dar respuesta a los dos objetivos anteriores, proporcionar una cobertura generalizada y atender a las circunstancias específicas de cada individuo. Mientras que exista esta contraposición de objetivos, el diseño del sistema de pensiones será propenso a problemas asignativos y redistributivos.

La importancia que tiene el separar las dos vertientes que actualmente contemplan los sistemas públicos de pensiones, es, por tanto, indudable. En la medida que al fondo de pensiones se le atribuye un aspecto propiamente de seguro y que puede contemplarse como un mecanismo de asignación intertemporal de recursos de un individuo de su periodo activo al periodo de jubilación, parece deseable que su financiación se base en la estricta proporcionalidad entre beneficios a percibir, cuantía y perfil temporal de los pagos individualizados. El procurar recursos suficientes a personas mayores que no han tenido la posibilidad de sumarse al sistema, es algo que la mayoría de los ciudadanos aceptaría sin dudar.

Pero se trataría, en todo caso, de una actuación pública dedicada a las transferencias de seguro de rentas de quienes tienen mayor capacidad económica a quienes no alcanzan un nivel mínimo de subsistencia, a través de un sistema independiente y financiado por el sistema impositivo general. Técnicamente, las actuaciones públicas de transferencias de seguro de rentas pueden instrumentalizarse a través de dos sistemas clásicos, el de capitalización o el de reparto. Cabe destacar que se pueden articular otros sistemas denominados híbridos o mixtos y que son una mezcla de los dos anteriores.

1. *Sistema de reparto.* Las cotizaciones sociales que pagan los trabajadores activos se utilizan para pagar las pensiones de quienes están jubilados en el momento presente. Cuando estos trabajadores en activo se jubilen, sus pensiones se pagarán con las cotizaciones de quienes están trabajando en ese momento. España actualmente utiliza este sistema para el reparto de las pensiones públicas.

2. *Sistema de capitalización.* La gestión pública actúa de forma análoga a un fondo de pensiones privado. Es decir, las cotizaciones sociales que paga cada individuo se invierten en un activo con rentabilidad y llegada la edad de jubilación de los trabajadores recibirán una pensión que se pagaría con las cotizaciones que realizaron más los intereses generados. De esta forma cada persona se paga su pensión de jubilación.

Para mejorar el análisis, en la tabla nº1 y en la tabla nº2 se reúnen las principales ventajas e inconvenientes de los sistemas de pensiones explicados previamente, siguiendo a Fienco y Zambrano (2002) y a Vázquez (2004):

Sistema de reparto	
<i>Ventajas</i>	<i>Inconvenientes</i>
Permite pagar pensiones de jubilación desde el momento en el que se crea.	El individuo no cotiza para su propia pensión.
Las cantidades aportadas por los activos determinan las pensiones actuales.	Las cotizaciones y las prestaciones no están ligadas por un fondo de capital, ya que las pensiones actuales se financian con lo que se recauda de las cotizaciones.
Protege a las pensiones frente a la inflación, ya que los salarios reales se mantienen constantes.	Menores incentivos a ahorrar por parte de la ciudadanía si se prevé que el Estado pagará sus pensiones en el futuro.
Garantiza el cobro efectivo hasta el final de la vida del jubilado, y una vez fallecido, a personas que de acuerdo con su vínculo con el fallecido tiene derecho a una pensión.	Existencia de incentivos a retirarse del mercado laboral antes de tiempo si sabe que cobrará una pensión futura, y tiene cubierto el ingreso durante el período de retiro y el de cobro de jubilación.

*Tabla nº 1. Ventajas e inconvenientes del sistema de reparto.
Elaboración: Propia. Fuente: Fienco y Zambrano (2002) y Vázquez (2004).*

Sistema de capitalización	
<i>Ventajas</i>	<i>Inconvenientes</i>
El individuo cotiza para su propia pensión y además la cantidad del fondo recibido depende de lo que se aporta y capitaliza.	No corrige el efecto de la inflación porque el rendimiento que se obtiene es el tipo de interés real y no nominal.
El sistema tiene un rendimiento explícito por los fondos que es el tipo de interés aplicable.	No es solidario ni redistributivo.
Con el sistema de capitalización desaparecen los riesgos de la coyuntura entre activos y pasivos así como desaparecen la distribución entre generaciones.	Tiene elevados costes administrativos.
Los trabajadores perciben la cotización como una inversión y quieren cotizar más cuando pueden.	Genera incertidumbre sobre el montante de la pensión recibida.
Garantiza el cobro de la totalidad de la cantidad aportada más los intereses, si el aportante fallece, la familia percibirá el fondo.	No permite pagar pensiones de jubilación en el momento en el que se instaura en el sistema.

*Tabla nº2. Ventajas e inconvenientes del sistema de capitalización.
Elaboración: Propia. Fuente: Fienco y Zambrano (2002) y Vázquez (2004).*

Ambos sistemas se aplican actualmente. España es el caso de un país donde se aplica el sistema de reparto y Chile donde se aplica el sistema de capitalización. En la literatura, los autores justifican la aplicación de un sistema u otro en relación a qué sistema genera mayor tasa de rendimiento, en lugar de tener en cuenta otros factores como el de preservar la continuidad de los sistemas en el largo plazo. La aplicación, por tanto, de un sistema u otro conlleva implicaciones sociales, económicas y políticas que afectan al bienestar de los ciudadanos. Una valoración más exhaustiva de los sistemas debe realizarse teniendo en cuenta varias dimensiones como la posición ideológica de la sociedad, situación económica y demográfica, la aplicación práctica del sistema y los efectos económicos en variables macroeconómicas como el ahorro, la inversión y la oferta de trabajo.

2.2. Sistema público de pensiones en la Unión Europea y España.

Existen diferentes tipos o modalidades en las que se pueden materializar las pensiones. Estas pueden ser de jubilación, incapacidad, invalidez, viudedad u orfandad. Entre todas ellas, la más importante es la de jubilación, puesto que acapara la mayor cuantía de gasto público y necesita un mayor grado de cobertura para que nadie quede excluido de él.

Los sistemas de pensiones de la Unión Europea se caracterizan principalmente por su diversidad, esto es debido a que en primera instancia parece imposible identificar características comunes entre ellos. No obstante, existen rasgos comunes y diferenciales dentro de cada sistema aplicado en cada país, lo que posibilita su comparación.

Principalmente los estados miembros se parecen en los objetivos que se marcan, es decir, los riesgos que quieren cubrir, aunque estos se definan de forma diferente, y difieren en los detalles de la organización, su forma de financiarse, grados de cobertura poblacional y la estructura de las prestaciones, es decir, las condiciones para acceder, la cuantía, tasa de sustitución, etc.

2.2.1. Estructura organizativa.

Los países miembros de la Unión Europea pueden clasificar las pensiones de jubilación, en dos grupos: los universales que cubren a todos los residentes; y los de cotizaciones sociales que se basan en transferencias de rentas y cuyo acceso está condicionado a las contribuciones que se hayan realizado al sistema público de pensiones en periodo de activo. Por ejemplo, países como Finlandia, Dinamarca, Reino Unido y Suecia disponen de sistemas universales mientras que en el resto de los países de la unión predomina el sistema de cotizaciones sociales.

Sin embargo, esta clasificación en dos sistemas no debe tomarse de manera tajante, puesto que cada sistema es, en cierta medida, único y diferente. En principio, los sistemas universales incluyen también el sistema de cotizaciones sociales y en la mayor parte de los países existen prestaciones mínimas para todos aquellos que lleguen a la edad de jubilación sin una cobertura adecuada. Hay autores que también consideran otro tipo de características dentro de los sistemas de pensiones, como la financiación del mismo, las prestaciones que proporciona, la gestión que lleva a cabo y sobre todo el colectivo cubierto. Siguiendo a Martínez-Aldama (2013), el esquema básico de pensiones, representado en la tabla nº3, está basado en la teoría de los tres pilares del Código de Lovaina:

- Un primer nivel básico, que es universal y cubre a toda la población, haya o no aportado cotizaciones a una cobertura de prestaciones. Este principio de solidaridad social implica la necesidad de cubrir a toda la población con respecto a unas necesidades, con cargo a impuestos generales.
- El segundo nivel, llamado profesional, consistente en aportaciones de empresas, trabajadores y autónomos, que deriva en unas prestaciones a las personas que han desempeñado una actividad empresarial, laboral o profesional, por lo tanto, con carácter contributivo.

- Y el tercer nivel, libre, es el que cada persona, cubierta o no por el segundo nivel, puede crearse, individualmente, de acuerdo con sus necesidades.

Sistema público de pensiones				
Niveles	Colectivo cubierto	Financiación	Prestaciones	Gestión
Básico	-Universal	-Presupuesto del Estado	-Asistencia sanitaria -Ayuda familiar -Invalidez -Jubilación -Desempleo -Orfandad y viudedad	-Pública
Profesional	-Funcionarios y trabajadores	-Cotizaciones profesionales y aportaciones voluntarias con bonificaciones fiscales	-Prestaciones complementarias a las anteriores	-Pública o privada con supervisión pública.
Libre	-Profesionales libres -Autónomos -Pequeños industriales, agricultores y comerciantes -Funcionarios y trabajadores	-Aportaciones voluntarias, con bonificaciones fiscales	-Prestaciones privadas	-Privada (libre gestión)

*Tabla nº 3. Sistemas de prestaciones sociales
Elaboración: Propia. Fuente: Martínez-Aldama (2013).*

En los países escandinavos coexisten dos tipos de pensiones, las mínimas a las que todas las personas pueden acceder cuando se presente una contingencia, y las pensiones relacionadas con el empleo, es decir, las primeras están dotadas de cuantía uniforme y sólo es diferente, si existen cargas familiares; y las segundas son las que están relacionadas con los pagos realizados y el tiempo de permanencia. Cabe destacar que estas prestaciones son acumulativas.

Reino Unido tiene un sistema nacional de cobertura casi universal, aunque existen algunas excepciones para aquellos que están al margen o fuera del mercado de trabajo y los importes mínimos de las prestaciones son de menor cuantía que en los países nórdicos. En estos países la existencia de los dos sistemas no implica pensiones que puedan acumularse.

En los países donde predomina el sistema de cotizaciones sociales, todas las personas que no tengan derecho a una pensión de jubilación pueden acogerse a una pensión asistencial o no contributiva, siempre sujeta a prueba de medios y residencia. Sin embargo, en el caso de España, Italia, Portugal y Grecia, la cobertura no es total, no hay un programa de ingresos mínimos, por lo que el vacío de cobertura es mayor que en el resto de países de la Unión Europea.

Otro rasgo característico de los países de la Unión, es que además del seguro público esencial, existen sistemas de seguros complementarios obligatorios o voluntarios. En los países en los que existen sistemas obligatorios, éstos son complementarios al sistema público. En casi la mitad de países de la Unión Europea la pertenencia a sistemas complementarios es de carácter obligatorio (Sánchez 2014), en concreto en Finlandia y Suecia es obligatorio para todos los trabajadores, en Dinamarca y Reino Unido para los asalariados, en Francia para todos los asalariados y algunos trabajadores por cuenta propia y en Grecia para algunos asalariados y algunos trabajadores por cuenta propia.

En todos estos países las pensiones complementarias son administradas por órganos que se establecen por ley. En el caso de Reino Unido, se puede abandonar el sistema y acogerse a un sistema privado en sustitución del estatal. No obstante, en todos ellos están muy desarrollados los sistemas de seguros voluntarios. En Alemania, Luxemburgo, Bélgica, Austria, Italia, España y Portugal, los seguros complementarios son voluntarios y gestionados por la empresa privada, aunque están mucho menos desarrollados, exceptuando Alemania.

Por lo tanto, la organización de los sistemas de pensiones en los países de la Unión Europea está basada en tres pilares: El seguro público esencial, los seguros complementarios obligatorios y los seguros complementarios voluntarios.

Por lo que se refiere a la administración de los sistemas de pensiones, se pueden distinguir cuatro modelos de actuación diferentes (Frías, 2009).

- Modelo nórdico. Presenta un nivel de protección social alto y se caracteriza por la provisión universal basada en el principio de ciudadanía. La administración está descentralizada y son los agentes sociales los que participan en la gestión de las pensiones.
- Modelo continental. Tiene una proporción considerable de gastos orientados a las pensiones y se basa en el principio de seguridad y en un sistema de subsidios no condicionado a la empleabilidad. La administración está dividida en varios subsistemas para diferentes colectivos profesionales.
- Modelo anglosajón. Se caracteriza por un nivel menor de gastos que los anteriores y por dotar de subsidios en mayor medida hacia la población en edad de trabajar y en menor medida hacia las pensiones. El acceso a las mismas está condicionado por la empleabilidad. La responsabilidad total de las prestaciones económicas corresponde a un único departamento de la Administración.
- Modelo mediterráneo. Se caracteriza por ser un modelo social de gastos muy bajo, basado principalmente en pensiones y en gastos de asistencia social. Hay una mayor segmentación de los derechos de las personas que reciben subsidios y, además, su acceso está muy condicionado.

Todos los modelos sociales son diferentes entre sí, pero coinciden en que tienen como principales objetivos la reducción de la pobreza, la protección contra los posibles riesgos que se presenten en el mercado y recompensar aquellos trabajadores por participar en una actividad. Además de tener que cumplir en mayor o menor medida esta serie de objetivos, los modelos pueden valorarse mediante criterios asignativos y redistributivos.

Según la evidencia empírica, el cumplimiento de estos criterios se da de distinta manera en un modelo u otro. El modelo nórdico es el que presenta un mejor comportamiento tanto en el cumplimiento del objetivo asignativo como redistributivo, por el contrario, es el modelo mediterráneo el que presenta un grado de cumplimiento bastante bajo en cuanto a ambos objetivos.

En la tabla nº4 se muestra la evolución del gasto social en porcentajes del PIB de los países más representativos Unión Europea, así como la media de cada modelo social (Eurostat 2016).

Evolución del gasto social(% del PIB) de los modelos sociales europeos										
Modelo/Año	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
<i>Modelo Nórdico</i>	27	26,1	25,8	25,9	29,4	28,9	28,6	29	29,8	30,3
<i>Dinamarca</i>	29,5	28,4	29,1	28,9	32,8	32,7	32,3	32,2	33	33,5
<i>Finlandia</i>	25,6	25,4	24,5	25,1	29	29,3	28,9	30,1	31,1	31,9
<i>Noruega</i>	23,4	22,1	22,1	21,8	25,5	25,1	24,8	24,5	25	26
<i>Suecia</i>	29,5	28,6	27,4	27,7	30,1	28,6	28,2	29,3	30	29,6
<i>Modelo Continental</i>	27,3	26,7	26	26,8	29,4	28,9	28,4	28,8	29,2	29,3
<i>Alemania</i>	28,9	27,8	26,8	27,1	30,5	29,8	28,6	28,7	29	29,1
<i>Austria</i>	28,1	27,7	27,2	27,8	29,8	29,8	29	29,3	29,8	30
<i>Bélgica</i>	26,8	26,6	26,2	27,7	30	29,4	29,7	29,6	30,1	30,3
<i>Francia</i>	30,5	30,4	30,1	30,4	32,9	32,9	32,7	33,5	33,9	34,3
<i>Luxemburgo</i>	22,1	20,8	19,7	21,2	23,8	22,7	21,9	22,8	23,2	22,7
<i>Modelo Anglosajón</i>	25,3	25,3	24,8	25,9	28,8	29,1	29,1	29,2	28,4	27,4
<i>Reino Unido</i>	25,3	25,3	24,8	25,9	28,8	29,1	29,1	29,2	28,4	27,4
<i>Modelo Mediterráneo</i>	22,4	22,5	22,6	23,6	26	26,4	26,8	27,4	27,5	27,1
<i>España</i>	20,1	20	20,3	21,4	24,4	24,6	25,3	25,5	25,8	25,4
<i>Grecia</i>	20,4	20,6	21,3	22,8	25,1	26,2	27,7	28,2	26,7	26
<i>Italia</i>	25,3	25,6	25,7	26,7	28,8	28,9	28,5	29,3	29,8	30
<i>Portugal</i>	23,8	23,7	23	23,4	25,8	25,8	25,8	26,4	27,6	26,9

Tabla nº4. Evolución del gasto social en porcentajes del PIB de los modelos sociales europeos.
Elaboración: Propia. Fuente: Datos de www.Eurostat.com

2.2.2. Financiación de los sistemas.

Los sistemas de pensiones se financian mediante tres fuentes fundamentales: los trabajadores, los empresarios y el gobierno. Dependiendo de la importancia de cada uno de ellos, el sistema se diseñará de una manera o de otra. En los sistemas de protección universal, la fuente principal de financiación procede de los ingresos generales del Estado, mientras que, en los sistemas de cotizaciones sociales, la principal fuente son las cotizaciones aportadas por trabajadores y empresarios (Gil y Patxot 2002).

No obstante, las cotizaciones sociales representan la fuente fundamental de financiación de las prestaciones y tienen como objetivo el mantenimiento de los ingresos. Además, las contingencias, que son las diferentes situaciones en las que se pueden encontrar las personas y dan derecho a pensión, están definidas de forma universal, lo que facilita el análisis comparativo de distintos países.

Los tipos de cotización varían tanto de un país a otro como de una contingencia a otra. Hay países como Reino Unido, Suecia, Finlandia, Bélgica, España y Portugal que, pese a pertenecer a modelos diferentes, no establecen diferencias entre contingencias y se aplica un tipo global a los ingresos. El resto de países aplican tipos distintos para cada contingencia.

Las cotizaciones fundamentalmente provienen de los trabajadores y empresarios, en proporciones que también pueden variar según el tipo de contingencia y grupo profesional al que pertenezca, existiendo por otro lado, normas específicas para funcionarios y regímenes especiales. Los tipos de contribución, generalmente, no se aplican al total de los sueldos o salarios, sino hasta un tope. En España, la base de cotización para todas las contingencias está constituida por la remuneración del trabajador, siempre y cuando, esté comprendida entre la base máxima y mínima. La mayoría de los países establecen este tipo de topes.

En los sistemas universales, la parte mayoritaria de la financiación procede de ingresos generales del Estado, aunque en países como Suecia, Reino Unido y Finlandia, una parte se financia mediante las contribuciones de los asegurados.

Cabe destacar que, prácticamente, casi todos los países de la Unión Europea aplican un sistema de reparto, aunque hay excepciones como Reino Unido y Suecia que se consideran mixtos.

2.2.3. Estructura de las prestaciones.

La estructura de las prestaciones es el aspecto que presenta una mayor variedad en los sistemas públicos de pensiones. Las pensiones de jubilación se analizarán teniendo en cuenta las variables fundamentales como las condiciones de acceso, la cuantía de la pensión y la tasa de sustitución.

Siguiendo a Arza (2009), la forma de calcular las prestaciones depende principalmente del tipo de sistema de pensiones que sigue cada país. En el sistema universal, las prestaciones principales son de cuantía fija, y en el sistema de cotizaciones sociales, están relacionadas con los ingresos o bases de cotización, como se ha mencionado anteriormente.

En Dinamarca, Suecia y Finlandia se paga una pensión mínima a todas las personas cuando alcanzan la edad de jubilación, además de la pensión por haber cotizado en su vida laboral. En Reino Unido, se paga una pensión de jubilación a todos aquellos que hayan cotizado y trabajado. En el resto de Europa, las prestaciones dependen fundamentalmente de los ingresos generales del Estado de modo que, algunos optan por establecer límites máximos y mínimos a la cuantía de la prestación como es el caso de España. Las condiciones de acceso más importantes a las prestaciones son la edad de jubilación y el periodo de cotización.

En cuanto a las primeras, no existe una edad de jubilación común para todos los países de la Unión Europea. En algunos casos como Italia o Reino Unido, se establecen edades diferentes para hombres y mujeres. En muchos países como España o Francia existe una edad legal en la que permiten la jubilación anticipada por diversas razones como el paro involuntario antes de la edad de retiro. Cabe destacar que la mayoría de países europeos tiene establecida la edad de jubilación en 65 años. En cuanto al periodo de cotización la mayor parte de los países determinan la pensión de jubilación en función del número de años de cotización, y se exige haber trabajado previamente para tener derecho a la misma. Exceptuando Francia y Bélgica, los demás países exigen un periodo mínimo, siendo España, Italia y Portugal aquellos países un periodo mínimo más alto. En el caso de Dinamarca y Suecia el periodo de cotización depende de los años de residencia.

Respecto a la cuantía de la pensión de jubilación, las pensiones contributivas basan la cuantía de la pensión en el número de años cotizados y la base de cotización. Sin embargo, no se puede establecer un perfil homogéneo por la gran diversidad de formas para calcular esta cuantía. En primer lugar, en algunos países se tienen en cuenta los ingresos de toda la vida laboral para calcular la pensión, en otros este cálculo se realiza sobre la base de los ingresos medios de un periodo determinado. Por otro lado, algunos países aplican un tipo básico sobre el ingreso medio con un incremento adicional por cada año de cobertura o por cada año en exceso del mínimo de años establecido. En cuanto a las limitaciones del tamaño de la pensión, la mayoría de los países europeos utilizan métodos para establecer topes, tanto a los mínimos de contribución, como a los beneficios obtenidos. En España, si se solicita la pensión de jubilación antes de que se haya cumplido el periodo de cotización máximo, se le aplican coeficientes reductores por cada año menos. En Alemania y Grecia la pensión de jubilación es compatible con la continuidad del trabajo. Cabe destacar que todos los países revalorizan las pensiones en relación a la inflación ya sea de forma automática o semiautomática. En la tabla nº5 se representan las cuantías medias mensuales por habitante de las pensiones de jubilación de los distintos países de la Unión Europea (Eurostat, 2016).

Gasto público en pensiones de jubilación a precios constantes (2005) en €							
País/año	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Bélgica	2.224	2.362	2.392	2.442	2.400	2.481	2.503
Dinamarca	2.890	2.990	3.050	3.119	3.191	3.307	3.519
Alemania	2.540	2.623	2.620	2.638	2.646	2.662	2.689
<i>España</i>	<i>1.219</i>	<i>1.294</i>	<i>1.332</i>	<i>1.347</i>	<i>1.371</i>	<i>1.447</i>	<i>1.544</i>
Francia	3.086	3.235	3.304	3.361	3.405	3.484	3.440
Italia	2.318	2.438	2.486	2.526	2.544	2.600	2.685
Luxemburgo	2.830	2.993	3.021	3.100	3.229	3.361	3.400
Austria	3.081	3.219	3.284	3.267	3.348	3.419	3.572
Portugal	1.375	1.491	1.521	1.553	1.515	1.665	1.707
Finlandia	2.300	2.507	2.636	2.712	2.859	3.026	3.278
Suecia	2.931	3.109	3.104	3.193	3.363	3.557	3.615
Reino Unido	3.021	3.164	3.182	3.178	3.311	3.326	3.368

Tabla nº 5. Cuantías medias mensuales por habitante en pensiones de jubilación a precios constantes (2005).

Elaboración: Propia. Fuente: Datos de www.Eurostat.com

Por último, la tasa de sustitución de ingresos, que también puede llamarse tasa de reemplazo, se define como el porcentaje de ingresos en la jubilación respecto a los ingresos previos como trabajadores en activo. En otras palabras, esta tasa nos dará una medida del poder adquisitivo que se pierde a la hora de sufrir el tránsito de activo a jubilado. Los factores que influyen son: los periodos de cotización inferiores al máximo exigido, existencia de regímenes especiales, anticipo de la edad de jubilación, existencia o no de cargas familiares y cuantía del salario. Cabe destacar que cuanto mayor sea este porcentaje mayor poder adquisitivo tendrá la persona que perciba la pensión.

En la tabla nº6 se muestra a modo de resumen la estructura de los sistemas de pensiones para diversos países de la unión europea actualizadas al año 2016 (OCDE. 2016).

Estructura de los sistemas de pensiones en los países de la Unión Europea para el año 2016

<i>País</i>	<i>Tipo de sistema</i>	<i>Sistema de Seguro complementario</i>	<i>Edad de Jubilación</i>	<i>Periodo de cotización</i>	<i>Tasa de sustitución*</i>
Alemania	Cotizaciones sociales	Voluntario	63 años	5 y 35 años ¹	50
Austria	Cotizaciones sociales	Voluntario	H:65 M:60 años	45 años cotizados	91,6
Bélgica	Cotizaciones sociales	Voluntario	65 años	45 años cotizados	60,9
Dinamarca	Universal	Obligatorio y Voluntario	65 años	40 años de residencia	66,4
<i>España</i>	<i>Cotizaciones sociales</i>	<i>Voluntario</i>	<i>65 años</i>	<i>36 años cotizados</i>	<i>89,5</i>
Finlandia	Universal	Obligatorio y Voluntario	65 años	80% de residencia entre los 15 y 65	63,5
Francia	Seguro Social	Obligatorio y Voluntario	65 años	42 años cotizados ²	67,7
Italia	Cotizaciones sociales	Voluntario	H:66 M:62 años	H:42 M:41 años y un mes	79,7
Luxemburgo	Cotizaciones sociales	Voluntario	65 años	40 años cotizados	88,6
Portugal	Cotizaciones sociales	Voluntario	65 años	40 años cotizados	89,5
Reino Unido	Universal	Obligatorio y Voluntario	H:65 M:60 años	30 años cotizados	28,5
Suecia	Universal	Obligatorio y Voluntario	65 años	40 años de residencia	55,8

*Tasa de sustitución neta para el año 2014. Datos de la OCDE

Tabla nº 6. Características de los sistemas de pensiones de los países de la Unión Europea
Elaboración: Propia. Fuente: Datos de la seguridad social y OCDE.

¹ La pensión de vejez de asegurados de larga duración en Alemania requiere una cotización mínima de 35 años, mientras que la pensión de vejez ordinaria sólo requiere 5 años de cotización.

² 150 trimestres para los asegurados nacidos en 1943 o antes

160 trimestres para los asegurados nacidos en 1948 o antes.

Para las generaciones siguientes, la duración del seguro aumenta en un trimestre por generación hasta 165 para los asegurados nacidos en 1953 y 1954, y 166 para los nacidos de 1955 a 1957. La duración de cotización exigida aumenta otro trimestre por tramo de 3 generaciones para llegar a 172 trimestres para los asegurados nacidos en 1973 y después.

3. Análisis Envolvente de Datos.

Las investigaciones realizadas sobre temas relacionados con la eficiencia en sectores como la producción, salud, deporte, medio ambiente, energía, matemáticas financieras, educación o incluso pensiones, emplean métodos de carácter paramétrico y no paramétrico. Entre los de carácter paramétrico se encuentran los desarrollos y modelos de econometría y entre los no paramétrico se encuentran aquellos relacionados con la programación matemática. Los más comunes son los denominados métodos de Fronteras de Producción Estocástica, cuyos autores más representativos son Afriat (1972), Richmond (1974), Aigner et al. (1977) y Tintner (1960); y Análisis Envolvente de Datos (DEA), que destacan autores como Charnes et al. (1978), Sengupta (1990) y Emrouznejad et al. (2008). A su vez, pueden emplearse también métodos estadísticos o no estadísticos para la estimación de la frontera eficiente que, en última instancia, puede ser especificada como estocástica (aleatoria) o determinista. Por otro lado, han surgido nuevas formas de entender el concepto de eficiencia a medida que fueron desarrollándose métodos para estimarla (Webster et al., 1998)

Evaluar la eficiencia mediante el método de Frontera de Producción Estocástica exige definir la función de producción que relacione los recursos empleados en el proceso transformación para obtener el output. Asimismo, para estimar la función frontera estocástica es necesario establecer cómo se distribuyen las unidades, lo cual no está exento de arbitrariedad. Frente a estos inconvenientes, el Análisis Envolvente de Datos, dado que es una técnica no-paramétrica, no supone ninguna forma funcional de la relación entre los inputs y los outputs, ni una distribución de la ineficiencia. Además, es capaz de manejar situaciones de múltiples inputs y outputs, expresados en distintas unidades. Son precisamente estas ventajas de DEA las que han favorecido su uso extensivo y, por ello, es el método que se usará en este trabajo para evaluar la eficiencia relativa de los sistemas de pensiones de los países europeos.

El Análisis Envolvente de Datos surge a partir de la tesis doctoral del autor Rhodes (1978), la cual puede considerarse como la continuación del trabajo elaborado por Farrell (1957). El DEA es una técnica de programación matemática que, a partir de una serie de observaciones, permite la construcción de una superficie envolvente denominada frontera eficiente. Todo esto se obtiene solamente a partir de los datos que se dispone del conjunto de unidades del grupo objeto de estudio. Las unidades o puntos que determinan esta superficie son denominadas combinaciones o unidades eficientes, denominándose las que no pertenecen a la misma, combinaciones o unidades ineficientes.

El primer trabajo oficial basado en DEA fue publicado en la revista *European Journal of Operational Research* de la mano de los autores Charnes, Cooper y Rhodes en el año 1978. El desarrollo de esta metodología, tanto en el ámbito teórico como en el de la aplicación empírica a problemas económicos fue un logro considerable que permitió el desarrollo de una multiplicidad de disciplinas.

Los primeros trabajos basados en esta técnica fueron aplicados para evaluar la eficiencia relativa de organizaciones sin ánimo de lucro. Con el tiempo, y dada su naturaleza interdisciplinar, su uso se fue extendiendo con gran rapidez para analizar el rendimiento de organizaciones lucrativas. Actualmente pueden encontrarse gran cantidad de trabajos de diversa índole en el que se usa esta metodología.

3.1. Eficiencia y Frontera de Posibilidades de Producción.

El concepto central en torno al cual gira la discusión en la metodología DEA es el de eficiencia. La eficiencia fue definida por Farell (1957), como la capacidad que tiene una entidad para obtener el máximo output a partir de un conjunto dado de input. Por tanto, evaluar la eficiencia (o ineficiencia) de un conjunto de unidades pasa, en primer lugar, por establecer el conjunto de posibilidades de producción que se consideran factibles. A partir de éste, estimar la frontera donde se sitúan las unidades eficientes.

- Frontera de posibilidades de producción

Siguiendo a Thanassoulis (2001), la medida de la eficiencia de una unidad productiva mediante la técnica DEA implica dos pasos básicos:

1. La construcción del conjunto de posibilidades de producción.
2. La estimación de la máxima expansión factible del output o de la máxima contracción de los inputs de la unidad productiva para seguir situada en el conjunto de posibilidades de producción.

El conjunto de posibilidades de producción se representa a partir de las combinaciones de input y output observadas, siendo necesario establecer ciertos supuestos. Se denotará por P al conjunto de posibilidades de producción, x como el vector de inputs e y como vector de outputs del proceso productivo.

Las propiedades básicas del conjunto de posibilidades de producción son:

1. Es posible no producir nada, $(0,0) \in P$.
2. Convexidad: si dos procesos productivos pertenecen al conjunto de posibilidades de producción, todas sus combinaciones lineales convexas también pertenecen a ese conjunto. Es decir, si $(x,y), (x',y') \in P, \alpha \in [0,1]$ entonces $\alpha(x,y) + (1 - \alpha)(x',y') \in P$.
3. Eliminación gratuita de inputs. Este supuesto establece que una combinación productiva es capaz de producir la misma cantidad de output utilizando una cantidad mayor de cualquier input. Es decir, es posible desechar el exceso de inputs a coste cero: si $(x,y) \in P, x' \geq x$ entonces $(x',y) \in P$. Otra interpretación que se deriva de esta característica establece que es posible mantener el nivel de producción, siempre que se produzca un incremento equiproporcional en la cantidad empleada de todos los inputs: si $(x,y) \in P$ entonces $(\alpha x,y) \in P, \alpha \geq 1$.
4. Eliminación gratuita de outputs. Este supuesto establece que es posible producir una cantidad menor de cualquier output utilizando las mismas cantidades de input. Si $(x,y) \in P, y' \leq y$ entonces $(x,y') \in P$.

Otra interpretación de esta propiedad establece que es posible reducir equiproportionalmente todos los outputs, utilizando el mismo vector de inputs. Si $(x, y) \in P$ entonces $(x, \alpha^{-1}y) \in P, \alpha \geq 1$.

Además, si se supone que las unidades productivas operan con rendimientos constantes de escala, es posible reescalar la actividad de cualquier proceso productivo perteneciente a P . Es decir, si $(x, y) \in P$ entonces $(\alpha x, \alpha y) \in P, \forall \alpha \geq 0$.

Considérese, a modo ilustrativo, un conjunto de unidades productivas, cada una de las cuales produce un único output (y) a partir de un único input (x). En esta situación resulta sencillo obtener un indicador de eficiencia para cada una de las n unidades productivas consideradas. La tradicional definición de eficiencia entiende ésta como el cociente entre el output y el input. Se puede realizar, a partir de las puntuaciones obtenidas, una clasificación de eficiencia. Así, la unidad productiva más eficiente será aquella cuyo cociente sea mayor. Evidentemente también se podrá comparar las unidades productivas y determinar la eficiencia relativa de éstas respecto de las calificadas como más eficientes.

Siguiendo con este razonamiento, si en lugar de un único output y un único input, el conjunto de n unidades productivas produjese dos outputs (y_1, y_2) a partir de un único input (x) o un único output (y) a partir de dos inputs (x_1, x_2). Bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala, se tendrían que considerar dos cocientes: $(\frac{y_1}{x}, \frac{y_2}{x})$ para la primera situación y: $(\frac{x_1}{y}, \frac{x_2}{y})$ para la segunda situación.

En el gráfico n°1 se representan gráficamente la situación de las unidades productivas.

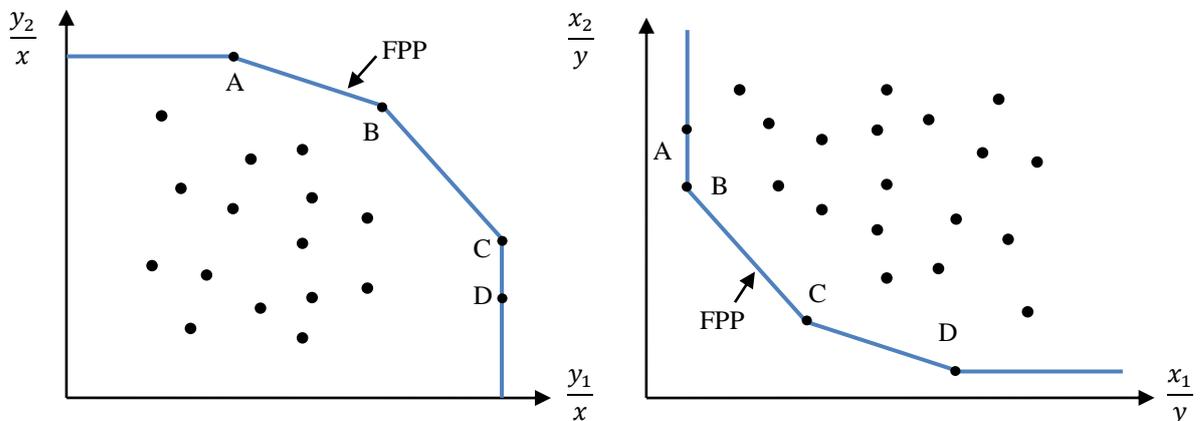


Gráfico n°1. Conjuntos de Posibilidades de Producción para los casos descritos.
Elaboración: Propia.

Los supuestos sobre el conjunto de posibilidades de producción determinan los conjuntos indicados. Las unidades productivas, que se sitúan en la frontera del conjunto de posibilidades de producción se han denotado con las letras A, B, C y D. La frontera que se forma a partir de la unión de éstas unidades dan a lugar a la frontera de posibilidades de producción (FPP). Además, no debe confundirse la FPP con la frontera eficiente. Ésta última, en el caso de la representación izquierda del gráfico n°1, vendrá determinada por las entidades A, B y C; y en la representación derecha por las entidades B, C y D. Como puede observarse, la frontera eficiente, en cualquier caso, envuelve a todos los datos. De hecho, estas unidades se califican como eficientes al estar en la frontera eficiente.

Los casos descritos anteriormente deben ser entendidos para tener en cuenta situaciones mucho más realistas puesto que, salvo muy raras excepciones, las unidades productivas previsiblemente producirán varios outputs a partir de varios inputs. En consecuencia, debe acudirse a métodos de programación matemática que permitan obtener la frontera eficiente.

La técnica del Análisis Envolvente de Datos (DEA) facilita la construcción de una superficie envolvente o frontera eficiente a partir de los datos disponibles del conjunto de unidades objeto de estudio, de forma que aquellas que determinan la envolvente, son denominadas unidades eficientes, y permite la evaluación de la eficiencia relativa de cada una de ellas.

3.2. Características de los modelos DEA.

Los modelos DEA pueden ser clasificados en función de:

1. La orientación del modelo: input orientado, output orientado o input-output orientado.
2. La tipología de los rendimientos a escala que caracterizan el proceso productivo, entendido como la forma en que los factores productivos o inputs son combinados para obtener un conjunto de productos o outputs, de tal forma que esa combinación de factores puede caracterizarse por la existencia de rendimientos a escala: constantes o variables a escala.
3. El tipo de medida de eficiencia que proporcionan: modelos radiales y no radiales.

En cuanto a la orientación que puede tomar el modelo, según Charnes et al. (1981), la técnica DEA puede ser llevada a cabo mediante dos diferentes:

1. Orientación input. Busca, dado un nivel de outputs fijo, la máxima reducción de los inputs mientras permanece en la frontera de posibilidades de producción. Una unidad no es eficiente si es posible disminuir cualquier input sin alterar sus outputs.
2. Orientación output. Busca, dado un nivel de inputs fijo, el máximo incremento de los outputs permaneciendo dentro de la frontera de posibilidades de producción. En este sentido una unidad no puede ser caracterizada como eficiente si es posible incrementar cualquier output sin incrementar ningún input y sin disminuir ningún otro output.

Una vez definidas las orientaciones, un punto será eficiente si, y sólo si, no es posible incrementar las cantidades de output manteniendo fija las cantidades de input utilizadas, ni es posible disminuir las cantidades de inputs empleadas sin alterar las cantidades de outputs obtenidas.

A continuación, se muestra en el gráfico n°2 las distintas orientaciones que puede tomar el modelo DEA, bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala y de un único input y un único output.

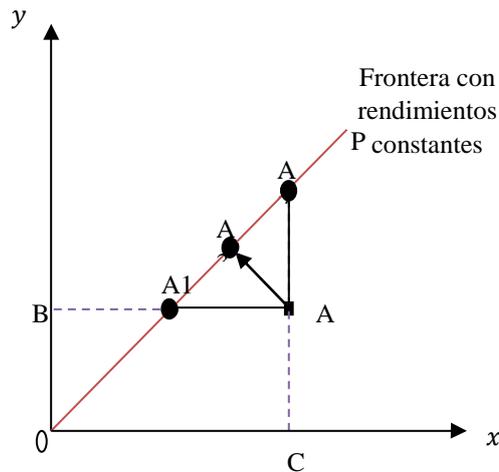


Gráfico n°2. Orientación al input, output y input-output.
Elaboración: Propia.

Se puede observar como la unidad A es ineficiente, y por eso se sitúa por debajo de la frontera eficiente. En el caso de la orientación input, para alcanzar la eficiencia, la unidad A debería situarse en el punto A1, para la orientación output, la unidad A debería situarse en el punto A2 y para la orientación input-output, la unidad A debería situarse en el punto A3. Desde el punto de vista de la orientación input, la unidad A podría reducir la cantidad de input y seguir produciendo la misma cantidad de output.

De igual manera, al considerar la evaluación de la eficiencia a través de la orientación output, el punto A sería calificado como ineficiente. Este punto podría, consumiendo la misma cantidad de input, producir una mayor cantidad de output. Bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala, las medidas de eficiencia tanto en la orientación input como output coinciden.

Además, en esta gráfica, cabe la posibilidad de considerar una tercera alternativa, correspondiente a la orientación input-output, en los que tanto inputs como outputs pueden variar, buscando simultáneamente una reducción de input y expansión de output equiproporcional y que dan lugar a otras medidas de eficiencia.

Otro aspecto importante para evaluar la eficiencia de un conjunto de unidades, es qué tipo de rendimiento de escala se le supone el proceso de producción. Los rendimientos de escala que indican los incrementos de la producción derivados del aumento de utilización de los factores pueden ser, constantes, crecientes o decrecientes:

1. Rendimientos de escala constantes. Se produce cuando el incremento porcentual del output es igual al incremento porcentual de los inputs.
2. Rendimientos de escala crecientes (Economías de escala). Se produce cuando el incremento porcentual del output es porcentualmente mayor al incremento porcentual de los inputs.
3. Rendimientos de escala decrecientes (Deseconomías de escala). Se produce cuando el incremento porcentual del output es menor que el incremento porcentual de los inputs.

En Charnes et al. (1994) se destacan como características importantes del Análisis Envolvente de Datos las siguientes:

1. *“Caracteriza cada una de las unidades mediante una única puntuación de eficiencia (relativa).”*
2. *“Al proyectar cada unidad ineficiente sobre la frontera eficiente destaca áreas de mejora para cada una de las unidades.”*
3. *“La no consideración por DEA de la aproximación alternativa e indirecta de especificar modelos estadísticos y hacer inferencias basadas en el análisis de residuos y coeficientes de los parámetros”.*

Además, estos autores resaltan otras peculiaridades del DEA extraídas de la interpretación de su estudio, como por ejemplo la posibilidad de ajustarse a variables exógenas e incorporar variables categóricas.

Otro aspecto a tener en cuenta de esta técnica es su capacidad de manejar situaciones con múltiples inputs y outputs (Restzloff-Roberts y Morey, 1993) expresados en distintas unidades de medida. Además, esta técnica al ser no paramétrica no supone la existencia de una forma funcional en cuanto a la relación entre inputs y outputs, ni supone una distribución de la ineficiencia (Banker et al., 1993). Es decir, la técnica DEA hace posible que los datos hablen por ellos mismos antes que en el idioma de una forma funcional.

Asimismo, estos métodos permiten determinar una frontera eficiente en cualquier tipo de escenario e identifica las unidades ineficientes de tal forma que cada una de ellas es comparada con otra eficiente o incluso combinaciones eficientes. Además, permite establecer un plan de objetivos eficientes para las unidades ineficientes.

Por otro lado, DEA considera las condiciones más favorables a la hora de evaluar la eficiencia relativa de una unidad en concreto (Kao, 1994), de manera que asigna una serie de pesos en los inputs y los outputs para cada unidad evaluada. Según Boussofiane et al. (1991), esta flexibilidad en la elección de los pesos supone tanto una ventaja como una desventaja. Como ventaja se justifica en que si una unidad resulta ser ineficiente incluso cuando se han incorporado los pesos más favorables en su medida de eficiencia, entonces el argumento de que los pesos no son apropiados no es justificable. También puede considerarse como desventaja porque una aplicación no juiciosa de pesos puede permitir calificar como eficiente a una unidad, aunque esto tenga más que ver con la elección de pesos que con las buenas prácticas de dicha unidad productiva.

Una de las mayores críticas recibidas por la técnica DEA, es que se trata de una aproximación determinista y no tiene en cuenta influencias sobre el proceso productivo de carácter aleatorio e imposibles de controlar (Ley, 1991) ni la incertidumbre (Restzloff-Roberts y Morey, 1993).

Así, la precisión de los resultados alcanzados, es decir, las puntuaciones de eficiencia relativa, dependerán de la exactitud de las medidas de los inputs y outputs considerados. Si la incertidumbre está presente, los resultados pueden ser erróneos y conducir a que una unidad aparezca, falsamente, como eficiente, es decir, la frontera puede cambiar de forma o posición mostrando unidades ineficientes cuando realmente no lo son.

Además, el DEA es sensible a la existencia de observaciones extremas y toda desviación respecto de la frontera es tratada como ineficiencia, lo que puede derivar en una sobreestimación de la misma (Doménech, 1992).

Por otra parte, mediante la aproximación DEA, un considerable número de unidades son caracterizadas como eficientes a menos que la suma del número de inputs y outputs sea pequeña en relación con el número de observaciones (Andersen y Petersen, 1993; Doyle y Green, 1991). Concretamente, tal y como apuntan Drake y Howcroft (1994), DEA probablemente trabaje mejor cuando el número de observaciones es aproximadamente el doble de la suma de los inputs y outputs. Por esta razón, los estudios con pequeñas muestras trabajan con un alto grado de agregación respecto de las categorías de los inputs y outputs. También, hay que tener presente que la omisión de un input u output importante puede redundar en resultados sesgados.

Finalmente, y como ya se ha destacado con anterioridad, la técnica DEA proporciona medidas de eficiencia relativas, es decir, como está haciendo las cosas de bien una determinada unidad en comparación con su conjunto de referencia. Esta técnica no ofrece una medida de eficiencia absoluta y no compara sus combinaciones con un máximo teórico, por lo que a pesar de las numerosas aplicaciones que tenga el modelo, los resultados están sujetos a interpretaciones que tendrán una mayor o menor fiabilidad.

En la tabla nº7 se recopilan las principales ventajas y desventajas del Análisis Envolverte de Datos.

Ventajas y desventajas del método DEA	
<i>Ventajas</i>	<i>Desventajas</i>
No es necesario especificar una forma funcional de producción o costos.	Es sensible a datos atípicos en la muestra.
Flexibilidad en el uso de información, se puede utilizar variables continuas y discretas cualquiera que sea la unidad de medida.	Se requiere información completa.
Por ser un análisis no paramétrico es menos susceptible a errores de especificación.	Se obtienen resultados puntuales de eficiencia, sin poder analizar su precisión.
Fácil de aplicar.	Este tipo de análisis funciona relativamente mal cuando el número de unidades productivas es bajo.
Evalúa presencia de economías de escala.	

Tabla nº 7. Ventajas y desventajas del Análisis Envolverte de Datos.

Elaboración: Propia.

3.3. Formulación del modelo DEA-CCR.

A continuación, se trata uno de los modelos básicos del Análisis Envolvente de Datos, el modelo CCR, propuesto por los autores Charnes, Cooper y Rhodes en el año 1978. Este modelo proporciona medidas de eficiencia radiales, con orientaciones tanto input como output y supone convexidad, fuerte eliminación gratuita de los inputs y outputs y rendimientos de escala constantes. El modelo DEA-CCR puede escribirse de tres maneras diferentes: fraccional, multiplicativa y envolvente. A continuación, se plantea el modelo DEA-CCR en forma fraccional.

- Modelo DEA-CCR en forma fraccional.

La eficiencia técnica se calcula como el cociente de la suma ponderada de los outputs y la suma ponderada de los inputs. De esta manera el modelo DEA-CCR orientado al input expresado en términos de cociente para evaluar la eficiencia relativa de una determinada unidad se formula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{u,v} h_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{s. a. } \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} &\leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ u_r, v_i &\geq 0, r = 1, 2, \dots, s; i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

Donde:

1. Se consideran n unidades productivas ($j=1, 2, \dots, n$), cada una de las cuales utiliza los mismos inputs (aunque en diferentes cantidades) para obtener los mismos outputs (en diferentes cantidades).
2. x_{ij} ($x_{ij} \geq 0$) representa las cantidades del input i ($i=1, 2, \dots, m$) consumidos por la j -ésima unidad.
3. x_{i0} representa la cantidad de input i consumido por la unidad que es evaluada.
4. y_{rj} ($y_{rj} \geq 0$) representa las cantidades observadas de output r ($r=1, 2, \dots, s$) producidos por la j -ésima unidad.
5. y_{r0} representa la cantidad de output obtenido por la unidad que es evaluada.
6. u_r ($r=1, 2, \dots, s$) y v_i ($i=1, 2, \dots, m$) representan los pesos de los outputs e inputs respectivamente.

Este modelo es un problema no lineal. Sus variables son los pesos u_r y v_i y busca obtener el conjunto óptimo de pesos u_r y v_i que maximicen la medida de eficiencia relativa h_0 , de la unidad evaluada, definida como el cociente entre la suma ponderada de outputs y la suma ponderada de inputs, sujeto a la restricción de que ninguna unidad pueda tener una puntuación de eficiencia mayor que uno usando estos mismos pesos. Cabe destacar que, los pesos resultantes, serán distintos cuando se evalúan diferentes unidades.

Si la solución óptima fuese $h_0^* = 1$ esto indicaría que la unidad que está siendo evaluada es eficiente con respecto a las otras. Si $h_0^* < 1$, la unidad será ineficiente. En este caso, las unidades que, con los mismos pesos u_r y v_i que son asignados a la unidad ineficiente evaluada, obtengan un cociente ponderado igual a uno se denominan pares. Estos pares constituyen el denominado conjunto de referencia eficiente de la unidad ineficiente, constituyendo así, la referencia para mejorar esta unidad.

Posteriormente, Charnes et al. (1979) sustituyeron la condición de no negatividad $u_r, v_i \geq 0$ del modelo fraccional por una condición de positividad estricta, es decir, $u_r, v_i \geq \varepsilon$, donde ε es un número muy pequeño, infinitesimal. El motivo no es otro que evitar que una unidad, pese a presentar $h_0^* = 1$, sea incorrectamente caracterizada como eficiente al obtener en la solución óptima algún peso u_r y/o v_i el valor cero siendo, consecuentemente, el correspondiente input y output obviado en la determinación de la eficiencia (El-Magary y Lahdelma, 1995; Miliotis, 1992). El modelo fraccional quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{u,v} h_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{s. a. } \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} &\leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ u_r, v_i &\geq \varepsilon \end{aligned}$$

Este modelo genera un número infinito de vectores de pesos óptimos. Es decir, si u_r^* , v_i^* son soluciones óptimas. Es decir, βu_r^* , βv_i^* también es óptimo para $\beta > 0$. No obstante, el valor de h_0^* es único.

- **Modelo DEA-CCR en forma multiplicativa.**

El modelo DEA-CCR orientado al input en forma de cociente puede ser linealizado siguiendo la transformación lineal propuesta por Charnes y Cooper (1962), que selecciona la solución (μ, δ) para que $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$. Realizando el siguiente cambio de variables (Charnes et al., 1978; Oral y Yolahan, 1990; Cook et al., 1992) se obtiene:

$$\begin{aligned} \mu_r &= t \cdot u_r \\ \delta_i &= t \cdot v_i \\ t &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \forall t &> 0 \end{aligned}$$

Sustituyendo en el modelo fraccional y normalizando el denominador de la función objetivo, se obtiene el siguiente problema lineal equivalente, denominado modelo en forma multiplicativa:

$$\begin{aligned}
Max_{\mu, \delta} w_0 &= \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} \\
s. a. \sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} &= 1 \\
\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} &\leq 0, j = 1, 2, \dots, n \\
\mu_r, \delta_i &\geq \varepsilon
\end{aligned}$$

El input ponderado ha sido normalizado a la unidad, es decir, $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$, y se conoce como la restricción de normalización.

La solución del problema, que debe ser resuelto nuevamente para cada una de las unidades que se consideran, determinará los valores óptimos de los pesos μ_r y δ_i , esto es, μ_r^* y δ_i^* . Debe tenerse en cuenta que cualquier múltiplo de estos valores óptimos será, también, óptimo. (Boussofiane et al., 1991).

Cualquier unidad será calificada como eficiente siempre que cumpla $w_0^* = 1$ y existe al menos un óptimo (μ^*, δ^*) con $\mu^* > 0$ y $\delta^* > 0$ (Cooper et al., 2000).

En el caso de que la unidad presenta, para los valores (μ^*, δ^*) , una puntuación de eficiencia con $w_0^* < 1$ existirá al menos una unidad que satisfaga la restricción $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} = \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij}$ para esos mismos (μ^*, δ^*) . El conjunto de aquellas unidades que satisfacen esta restricción, y que son por tanto eficientes, constituyen el denominado conjunto de referencia de la unidad evaluada siendo, “*la existencia de estas unidades eficientes las que fuerzan a la unidad correspondiente a ser ineficiente*” (Cooper et al., 2000).

El modelo multiplicativo también puede expresarse de forma matricial:

$$\begin{aligned}
Max_{\mu, \delta} w_0 &= \mu^T y_0 \\
s. a. \delta^T x_0 &= 1 \\
\mu^T Y - \delta^T X &\leq 0 \\
\mu^T, \delta^T &\geq I\varepsilon
\end{aligned}$$

Donde:

1. Y es una matriz de outputs de orden $(s \times n)$.

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sn} \end{pmatrix}$$

2. y_0 representa el vector output de la unidad evaluada.
3. X es una matriz de inputs de orden $(m \times n)$.

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

4. x_0 representa el vector inputs de la unidad evaluada.
5. μ es el vector $(s \times 1)$ de pesos outputs y δ es el vector $(m \times 1)$ de pesos inputs.

En DEA, se utilizan los términos input y output virtual. El primero hace referencia a la suma ponderada de los inputs, es decir, $(\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0})$, en tanto que el segundo, hace referencia a la suma ponderada de los outputs, $(\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0})$. De hecho, en la forma fraccional del modelo DEA-CCR en forma fraccional inicial, la medida de la eficiencia es el cociente entre el output e input virtual.

En la forma multiplicativa, el input virtual se encuentra normalizado a la unidad $(\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1)$, mientras que el output virtual es igual a la puntuación de eficiencia $(\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = w_0)$.

Para la unidad que se evalúa, “los valores de los inputs y outputs virtuales expresan información sobre la importancia que una unidad atribuye a determinados inputs y outputs al objeto de obtener su máxima puntuación de eficiencia” (Boussofiane, Dysson y Thanassoulis, 1991). En consecuencia, es posible determinar la importancia de cada input $(\delta_i^* x_{i0})$ con respecto del total $(\sum_{i=1}^m \delta_i^* x_{i0} = 1)$, así como, la contribución de cada output $(\mu_r^* y_{r0})$ a la puntuación de eficiencia $(\sum_{r=1}^s \mu_r^* y_{r0} = w_0)$.

Estos resultados proporcionan indicación de la medida en que las variables input y output han sido usadas en la determinación de la eficiencia, “jugando un papel como medida de la sensibilidad de las puntuaciones de eficiencia” (Cooper et al., 2000).

- **Modelo DEA-CCR en forma envolvente**

En todo programa lineal original (programa primal) existe otro programa lineal asociado, denominado programa dual, que puede ser utilizado para determinar la solución del problema primal.

Además, existe una variable dual por cada restricción primal y una restricción dual por cada variable primal. El modelo DEA-CCR orientado al input en su forma envolvente es el dual del modelo DEA-CCR en forma multiplicativa.

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{\theta, \lambda, s} \theta - \varepsilon(Is^+ + Is^-) \\ & \text{s. a. } \lambda X = \theta x_0 - s^- \\ & \lambda Y = y_0 + s^+ \\ & \lambda, s^+, s^- \geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

1. λ es el vector ($n \times 1$) de pesos o intensidades, $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$. Así λ_j es la intensidad de la unidad j .
2. θ denota la puntuación de eficiencia de la unidad que está siendo evaluada.

Nuevamente, el problema dado por el modelo anterior debe ser resuelto para cada una de las n unidades que son objeto de análisis.

En la mayor parte de las aplicaciones DEA, el modelo empleado en la evaluación de la eficiencia es el de la forma envolvente. El motivo es el siguiente; el programa lineal DEA-CCR primal orientado al input viene definido por un número de restricciones igual a $n+1$. Sin embargo, el problema lineal DEA-CCR dual orientado al input está sujeto a $s + m$ restricciones. Por tanto, como el número de unidades con las que se trabaja suele ser mucho mayor que el número total de inputs y outputs, esta es la razón por la que el modelo DEA-CCR dual es generalmente el modelo preferido para resolver problemas. (Coelli et al., 1998).

- **Modelo DEA-CCR orientado al output.**

Anteriormente se ha tratado el modelo DEA-CCR orientado al input. Sin embargo, se puede plantear el modelo equivalente pero orientado al output, para ello, prácticamente hay que invertir el cociente entre el output virtual o total y el input virtual o total. (Charnes et al., 1994). Además, según los autores Coelli, Prasada Rao y Battese (1998): *“Los modelos orientados al input y al output estiman la misma frontera eficiente y, por tanto, por definición, el mismo conjunto de unidades eficientes. Sólo las medidas de eficiencia asociadas a las unidades ineficientes pueden diferir entre los modelos.”* En definitiva, la orientación que se tome no debe afectar aparentemente a la interpretación final de los resultados

El modelo DEA-CCR orientado al output vendría dado:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{u,v} h_0 &= \frac{v^T x_0}{u^T y_0} \\ \text{s. a. } &\frac{v^T X}{u^T Y} \geq 1 \\ &u^T, v^T \geq I\varepsilon \end{aligned}$$

Este planteamiento se puede convertir fácilmente en un problema lineal, utilizando la transformación de Charnes y Cooper (1962), que se le conoce como modelo DEA-CCR orientado al output en forma multiplicativa.

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\mu,\delta} w_0 &= \delta^T x_0 \\ \text{s. a. } &\mu^T y_0 = 1 \\ &\delta^T X - \mu^T Y \geq 0 \\ &\mu^T, \delta^T \geq I\varepsilon \end{aligned}$$

Por otro lado, el problema dual asociado a este modelo, conocido como modelo DEA-CCR orientado al output envolvente se expresa:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\varphi, \lambda, s} z_0 &= \varphi + \varepsilon(Is^- + Is^+) \\ \text{s. a. } \lambda Y - s^+ &= \varphi y_0 \\ \lambda X + s^- &= x_0 \\ \lambda, s^-, s^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

Si se comparan los problemas de los modelos DEA-CCR orientado al input con el orientado al output se puede observar como la diferencia básica entre uno y otro radica en que, mientras que en el modelo orientado al input se pretende determinar la máxima reducción radial que debería producirse en los inputs de la unidad que se analiza, en el modelo orientado al output el objetivo es maximizar el aumento proporcional en los outputs que podría ser logrado por la unidad analizada, dado sus niveles de inputs.

3.4. *Formulación del modelo DEA-BCC.*

Mientras que el modelo DEA-CCR considera que las unidades operan con rendimientos constantes a escala, el modelo DEA-BCC relaja este principio, que en ocasiones resulta excesivamente restrictivo y por tanto irreal, permitiendo que la tipología de rendimiento a escala sea constante, creciente o decreciente. Este planteamiento es propuesto y desarrollado por Banker, Charnes y Cooper (1984). En este sentido, este modelo es una continuación o extensión del DEA-CCR. Por lo tanto, todos los contenidos explicados en uno, son aplicables al otro.

- *Modelo DEA-BCC en forma fraccional.*

La forma fraccional del modelo DEA-BCC orientado al input puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{u, v, k_0} h_0 &= \frac{u^T y_0 + k_0}{v^T x_0} \\ \text{s. a. } \frac{u^T X_j + k_0}{v^T Y_j} &\leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ u^T, v^T &\geq I\varepsilon \\ k_0 &\text{ no restringida} \end{aligned}$$

Comparando este modelo con el modelo DEA-CCR fraccional, se observa cómo la definición de la medida de eficiencia bajo el supuesto de rendimientos variables a escala, $h_0 = \frac{u^T y_0 + k_0}{v^T x_0}$, es similar a aquella que supone rendimientos constantes a escala. La diferencia entre una y otra medida radica en que en el segundo caso al valor del output ponderado se le suma un término constante, k_0 , mientras que en el supuesto de rendimientos constantes toma el valor cero. Este término constante es el valor del intercepto (k) en el eje output (y) de la proyección de cada segmento que define la frontera (Norman y Stoker, 1991), como puede verse en el gráfico n°3 para el caso de un solo input y un solo output.

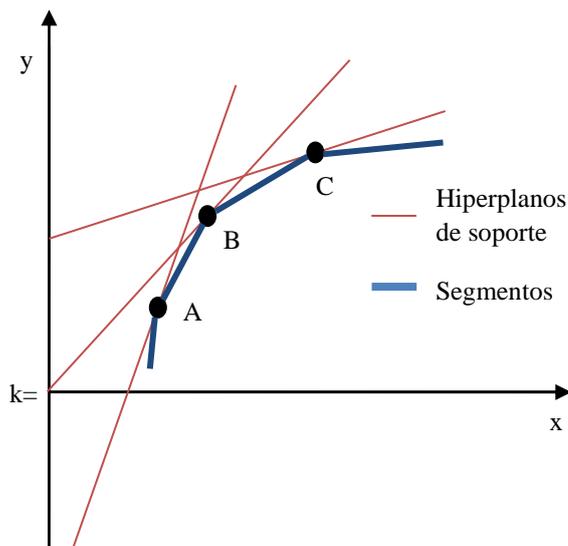


Gráfico n°3. Rendimientos variables en el modelo DEA-BCC
 Elaboración: Propia.

Por tanto, la formulación general de la medida de eficiencia es:

$$\frac{\text{Suma ponderada de outputs} + \text{constante } k}{\text{Suma ponderada de inputs}}$$

En el que:

- Si $k_0^* > 0$ para la unidad evaluada, prevalecen rendimientos crecientes de escala.
- Si $k_0^* = 0$ para la unidad evaluada, prevalecen rendimientos constantes de escala.
- Si $k_0^* < 0$ para la unidad evaluada, prevalecen rendimientos decrecientes de escala.

En resumen, los rendimientos de escala pueden ser estudiados usando DEA en la función del signo de la constante k .

- **Modelo DEA-BCC en forma multiplicativa.**

La forma multiplicativa del modelo se puede calcular aplicando la transformación realizada por Charnes y Cooper (1962), expresándose de la siguiente forma:

$$\text{Max}_{\mu, \delta, k} w_0 = \mu^T y_0 + k_0$$

$$\text{s. a. } \delta^T x_0 = 1$$

$$\mu^T Y + k_0 \leq \delta^T X$$

$$\mu^T, \delta^T \geq I\varepsilon$$

$$k_0 \text{ no restringida}$$

El objetivo principal del modelo DEA-BCC orientado al input es encontrar aquel hiperplano que, permaneciendo sobre o por encima de todas las unidades, minimice la distancia horizontal desde el hiperplano a la unidad cualquiera (Charnes et al., 1994).

Observando el anterior modelo, podemos deducir que puede haber tramos en los que existirán rendimientos constantes de escala. De este hecho se puede deducir que, el modelo DEA-CCR es un caso particular del modelo DEA-BCC. Si evaluamos una unidad cualquiera será calificada de eficiente siempre que $w_0^* = 1$ y existe al menos un óptimo (μ^*, δ^*) con un $\mu^* > 0$ y $\delta^* > 0$. El valor k_0^* es usado para identificar el tipo de rendimiento de escala que opera localmente cuando evaluamos una unidad. También, a partir de los valores óptimos de los pesos o multiplicadores de inputs y outputs, es posible determinar los porcentajes de distribución input/output.

- ***Modelo DEA-BCC en forma envolvente.***

El problema dual, al que se refiere como forma envolvente, del modelo anterior, expresado como un único modelo a resolver en un proceso de dos etapas, puede desarrollarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\varphi, \lambda, s^+, s^-} z_0 &= \varphi - \varepsilon(Is^+ + Is^-) \\ \text{s. a. } \lambda Y &= y_0 + s^+ \\ \lambda X &= \varphi x_0 - s^- \\ I\lambda &= 1 \\ \lambda, s^+, s^- &\geq 0 \end{aligned}$$

Este modelo presenta, a diferencia del modelo DEA-CCR en forma envolvente, la denominada restricción de convexidad: $\sum_{j=1}^n I\lambda = 1$, que está asociada con la variable k (Ali y Seiford, 1993). Es decir, mientras que en los modelos DEA-CCR el punto de proyección (\hat{x}_0, \hat{y}_0) es una combinación lineal de unidades eficientes que permanecen sobre una cara de la envolvente eficiente, en los modelos DEA-BCC dicho punto de proyección es una combinación lineal convexa.

La unidad evaluada será calificada como eficiente, según la definición de Pareto, si y sólo si en la solución óptima $\theta^* = 1$ y las variables de holguras son todas nulas, es decir, $s^{+*} = 0$ y $s^{-*} = 0$.

- ***Modelo DEA-BCC orientado al output.***

El modelo DEA-BCC orientado al output tiene la función de medir la eficiencia técnica de una unidad desde el punto de vista de la maximización de los outputs, dado el nivel de inputs y bajo el supuesto de rendimiento variables de escala. Un cambio de orientación del modelo prácticamente equivale a invertir el cociente entre el output total y el input total. Por tanto, el modelo DEA-BCC orientado al output en forma de cociente, expresado matricialmente, vendría dado por el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
\text{Min}_{u,v,k} h_0 &= \frac{v^T x_0 + k_0}{u^T y_0} \\
\text{s. a. } \frac{v^T X_j + k_0}{u^T Y_j} &\geq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\
u^T, v^T &\geq I\varepsilon \\
k_0 &\text{ no restringida}
\end{aligned}$$

De manera similar y linealizando el anterior modelo se obtiene la forma multiplicativa.

$$\begin{aligned}
\text{Min}_{\mu,v} w_0 &= \delta^T x_0 + k_0 \\
\text{s. a. } \mu^T y_0 &= 1 \\
\delta^T X + k_0 &\geq \mu^T Y \\
\mu^T, \delta^T &\geq I\varepsilon \\
k_0 &\text{ no restringida}
\end{aligned}$$

La medida de la eficiencia de una unidad cualquiera vendrá dada por la expresión $1/w_0^*$, de tal forma que ésta será eficiente si $w_0^* = 1$.

Como sucedía con el modelo DEA-BCC orientado al input, el signo que tome k en la solución óptima indicará el tipo de rendimiento de escala que prevalece para una unidad que se encuentre en, o sea proyectada sobre, la frontera eficiente. Sin embargo, a diferencia del modelo en forma fraccional orientado al input y output el término constante se encuentra asociado con el valor input y su signo está invertido, de forma que si:

- Si $k_0^* > 0$ para la unidad evaluada, prevalecen rendimientos crecientes de escala.
- Si $k_0^* = 0$ para la unidad evaluada, prevalecen rendimientos constantes de escala.
- Si $k_0^* < 0$ para la unidad evaluada, prevalecen rendimientos decrecientes de escala.

Por último, el modelo DEA-BCC orientado al output en su forma envolvente, es el problema dual del modelo DEA-BCC orientado al input y viene dado por:

$$\begin{aligned}
\text{Max}_{\varphi, \lambda, s^+, s^-} z_0 &= \varphi + \varepsilon(Is^+ + Is^-) \\
\text{s. a. } \lambda Y &= \varphi y_0 + s^+ \\
\lambda X &= x_0 - s^- \\
I\lambda &= 1 \\
\lambda, s^+, s^- &\geq 0
\end{aligned}$$

3.5. Significado de los pesos.

Una de las ventajas por la que destaca esta metodología, es por su gran flexibilidad. Esta flexibilidad permite que el ámbito de aplicación del DEA sea bastante amplio, posibilitando realizar un análisis comparativo entre distintos grupos de unidades homogéneas. Además, la posibilidad de aplicar restricciones de pesos proporciona información sobre las variables. Por otro lado, el DEA no precisa de la asignación de los pesos a priori, si no que asigna aquella ponderación con la que las unidades alcancen su mayor eficiencia relativa, de manera que no exige que todas las unidades concedan la misma importancia a la misma variable.

No obstante, esta flexibilidad puede resultar un inconveniente, dando lugar a valoraciones de eficiencia basadas sólo en determinadas variables. Además, puede darse el caso de que, en el proceso de evaluación de eficiencia, la ponderación de algunas de las variables sea nula provocando no estén contempladas en el proceso. Ello podría implicar que variables trascendentales para el análisis pasaran desapercibidas.

Una forma de delimitar este inconveniente, es introducir restricciones sobre los posibles pesos. Si los conjuntos de información sobre los pesos son poliédricos, vienen descritos mediante relaciones lineales entre ellos. Por ejemplo, si la importancia relativa de tres inputs, está ordenada, se tendría $u_1 \geq u_2$, $u_2 \geq u_3$. Si el primer input es al menos tan importante como todos los demás sería: $u_1 \geq u_j, j = 1, 2 \dots m$

Mediante la introducción de restricciones sobre los posibles pesos, la eficiencia relativa de las unidades queda limitada, de manera que muchas de ellas dejan de ser eficientes bajo determinadas composiciones de pesos.

4. Aplicación del Análisis Envolvente de Datos a los sistemas de pensiones europeos.

La mayoría de los sistemas de pensiones europeos están diseñados para perseguir unos objetivos muy parecidos, como cubrir determinados riesgos, formas de financiación y grados de cobertura de la población.

Los sistemas públicos de pensiones han ido evolucionando principalmente a un sistema mixto de pensiones que se ha adaptado de mejor manera a las necesidades de la población y a los cambios demográficos. Estos sistemas tratan de cumplir principalmente dos objetivos, conseguir tasas de sustitución cada vez más elevadas, para mantener el flujo de ingresos de la población envejecida que ha cotizado, e incrementar el efecto redistributivo del reparto de las pensiones generando menores desigualdades económicas. No obstante, dada la heterogeneidad de los sistemas de pensiones de los distintos países, incluso considerando los aspectos comunes, es evidente que el bienestar económico que pueda generar cada uno variará de un país a otro.

A continuación, se aplicará el Análisis Envolvente de Datos para estudiar la eficiencia relativa de los sistemas de pensiones de los países de la Unión Europea.

4.1. Selección de variables.

El proceso de selección de variables es uno de los problemas más significativos a la hora de estimar el comportamiento productivo de cualquier unidad a través de la metodología DEA. Este hecho, se debe a que los resultados obtenidos con esta técnica pueden ser muy sensibles a las especificaciones que se dan en los modelos empíricos. Una de las alternativas para evitar este problema es seleccionar las variables más representativas al estudio. Para ello, toda la información estadística y la fiabilidad de los datos tienen que ser lo más precisa posible.

De acuerdo con los criterios de aplicación del análisis de eficiencia a través del método DEA, hay que determinar el grupo de unidades productivas que van a ser objeto de estudio para posteriormente comparar sus índices de eficiencia relativa en un periodo de tiempo dado. En el presente estudio estas unidades productivas las conforman doce países de la Unión Europea que representan cada modelo social vigente en la unión.

Siguiendo el marco teórico descrito en relación a la eficiencia de los sistemas de pensiones de los distintos países, se han utilizado cuatro variables o indicadores para aplicar la metodología DEA:

- Gasto público en pensiones en relación al PIB. Este gasto representa el gasto total en pensiones públicas que realiza el Sector Público de un país a lo largo de un año.

- Índice de Gini. Es uno de los índices más considerados y utilizados en los estudios de desigualdad. Una explicación de ello es su relación con el concepto de concentración de renta. Su escala habitual se comprende entre 0-1, donde 0 representa la total la igualdad y 1 la total desigualdad.
- Tasa de sustitución. Está compuesta por la proporción de ingresos que una persona recibe al jubilarse en comparación con la cantidad que obtenía estando en activo. A mayor tasa, menor es la pérdida de poder adquisitivo en el momento de jubilación.
- Porcentaje de población jubilada en relación a la total. Como variable explicativa de la estructura de la población, la proporción de jubilados frente al total se postula como una de las más importantes a la hora de tratar el sistema público de pensiones.

Estas variables destacan por su estrecha relación económica con los sistemas de pensiones. Sin embargo, hay que identificar cuáles de éstas van a representarse como inputs y como outputs.

En primer lugar, las variables que representen recursos necesarios para el correcto funcionamiento de los sistemas de pensiones serán consideradas como inputs; mientras que, los outputs, serán representados por aquellas variables que tengan una relación directa con los resultados. Los indicadores más adecuados que determinan tanto la cuantía de las pensiones como el destino de las mismas pueden verse reflejadas en la proporción de población jubilada frente a la total y el gasto público en pensiones en relación al PIB, siendo éste último el más representativo e importante. Por ello mismo, estas variables serán consideradas como los inputs del modelo.

Por otro lado, la tasa de sustitución y el índice de Gini, se caracterizan por su fuerte relación con los objetivos de los sistemas públicos de pensiones. La tasa de sustitución hace referencia al objetivo asignativo, ya que mide la pérdida de poder adquisitivo de una persona que pasa de activo a jubilado. Este objetivo se trata mediante las pensiones contributivas, que se refleja mediante el nivel de tasa de sustitución efectivo de un país. El índice de Gini trata el objetivo redistributivo, ya que mide el grado de bienestar o equidad social de la población. Las pensiones no contributivas o asistenciales, que tratan este objetivo, reflejan el grado de mejora del mismo mediante el índice de Gini. Por tanto, estas variables conformarán los outputs del modelo, dado que cuanto mejor sea el valor de estas variables mejor será el cumplimiento del objetivo asignativo y redistributivo.

Otro de los aspectos a tratar antes de aplicar la metodología DEA, es determinar la orientación del modelo. Indistintamente se puede utilizar la orientación input si se quiere establecer cuáles serían los recursos a emplear dado unos outputs fijos, o la orientación output, si se quiere determinar cuáles deberían de ser los resultados a obtener dado un nivel de inputs fijo. En este estudio se aplicará ambas orientaciones con el objeto de obtener la mayor información posible sobre las posibilidades de mejora de la calidad de los sistemas públicos de pensiones. Asimismo, como inicialmente no se hacen supuestos sobre los rendimientos a escala que presentan los sistemas públicos de pensiones de los distintos países, el modelo empleado será el BCC, ya que este relaja el principio de que las unidades operen con rendimiento constantes a escala, como ocurre con el modelo CCR.

Cabe destacar que se han escogido datos del año 2014 tanto por la calidad de sus cifras, como de su disponibilidad. A día de hoy, cada modelo opera de la misma manera que en el año de referencia, lo que asegura que los resultados se interpreten de forma coherente con la actualidad. Por otro lado, no se han producido cambios significativos en cuanto a estructura de pensiones se refiere, ni transformaciones en la tipología de las mismas. Entre todos los países que conforman la Unión Europea, se han escogido aquellos que representan cada uno de los modelos sociales vigentes: Alemania, Austria, Bélgica, Dinamarca, España, Finlandia, Francia, Italia, Luxemburgo, Portugal, Reino Unido, y Suecia.

En la tabla nº8 se recogen las variables a utilizar en el modelo, así como, su consideración como input u output y una breve descripción de cada uno.

Variable	Tipo	Descripción
Gasto público en pensiones en relación al PIB	Input	Proporción del PIB destinado al gasto público en pensiones.
Proporción de jubilados frente a la población total	Input	Porcentaje de personas en jubilación en relación a la población total.
Índice de Gini	Output	Indicador de la desigualdad de un país o territorio.
Tasa de sustitución	Output	Proporción de ingresos recibidos en jubilación en relación a cuando estaba trabajando.

*Tabla nº8. Variables y su tipología.
Elaboración: Propia.*

En la tabla nº9, se muestran los principales estadísticos descriptivos de las variables del modelo.

Variable/Estadístico	Media	Desviación típica	Máximo	Mínimo
Gasto público en pensiones en relación al PIB (%)	13,5	2,11	16,5	9,3
Proporción de jubilados frente a la población total (%)	18,90	2,01	21,4	14,1
Índice de Gini	29,50	3,28	34,70	25,40
Tasa de sustitución (%)	69,31	19,37	91,60	28,50

*Tabla nº9. Estadísticos descriptivos de las variables seleccionadas.
Elaboración: Propia.*

En la tabla nº10 se muestran los valores de las correlaciones entre los indicadores estudiados.

Análisis de correlaciones	Gasto en pensiones en relación al PIB	Proporción de jubilados frente a la población total	Índice de Gini	Tasa de sustitución
Gasto en pensiones en relación al PIB	1			
Proporción de jubilados frente a la población total	0,53	1		
Índice de Gini	0,32	0,36	1	
Tasa de sustitución	0,37	-0,28	0,26	1

Tabla n°10. Análisis de correlaciones entre las variables.

Elaboración: Propia.

Como se puede observar, los coeficientes de correlación de las variables no alcanzan valores que presenten evidencias de que exista una fuerte correlación en la combinación de cada una de ellas. Sería lógico que las variables como el gasto en pensiones en relación al PIB y la proporción de jubilados frente a la población total tengan cierto grado de correlación, sin embargo, aunque alcanzan el valor más elevado en relación a los demás coeficientes, no presentan una correlación intensa que muestren cierta dependencia entre ellas. Por otro lado, la correlación media entre los indicadores es de 0,35.

A modo de ejemplo, se muestra en el gráfico n°4, la relación gráfica entre el gasto en pensiones en relación al PIB frente a la proporción de jubilados en relación a la población total, así como su coeficiente de correlación.

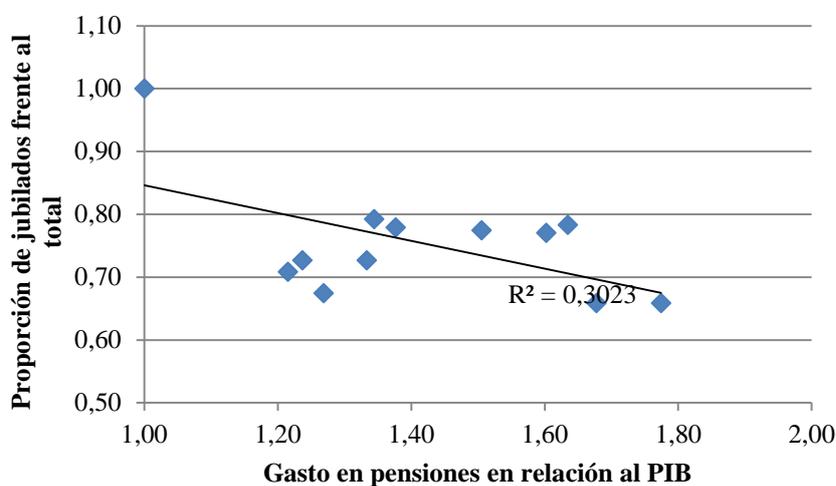


Gráfico n°4. Correlación entre los dos inputs del modelo.

Elaboración: Propia.

Para evitar los posibles problemas derivados de la interpretación de las variables y la aplicación de la metodología, hay que explicar el signo que toman las variables. En cuanto a los inputs, cuanto menor sea el gasto público en pensiones en relación al PIB y mayor sea la proporción de jubilados frente al total dado unos outputs fijos, mayor será la puntuación de eficiencia que obtendrá el sistema de pensiones.

En cuanto a los outputs, cuando menor sea el índice de Gini y mayor la tasa de sustitución dado unos inputs fijos, mayor puntuación de eficiencia obtendrá el sistema de pensiones. Para evitar problemas en la escala de las variables para la aplicación de la metodología la proporción de jubilados frente al total se normalizarán sus valores y para el índice de Gini se tomará el inverso de sus valores.

En las tablas nº11 y nº12, se muestran los valores originales e inversos de los indicadores.

País/Indicador	Gasto en pensiones en relación al PIB (%)	Proporción de jubilados frente a la población total (%)	Índice de Gini	Tasa de sustitución (%)
Alemania	11,8	20,9	0,31	50
Austria	14,9	18,3	0,28	91,6
Bélgica	12,5	17,8	0,26	60,9
Dinamarca	14	18,2	0,28	66,4
España	12,8	18,1	0,35	89,5
Finlandia	12,4	19,4	0,26	63,5
Francia	15,2	18	0,29	67,7
Italia	16,5	21,4	0,32	79,7
Luxemburgo	9,3	14,1	0,29	88,6
Portugal	15,6	21,4	0,35	89,5
Reino Unido	11,3	19,9	0,32	28,5
Suecia	11,5	19,4	0,25	55,8

Tabla nº11. Valores originales de los indicadores.

Elaboración: Propia. Fuente: Datos de www.eurostat.com

País/Indicador	Proporción de jubilados frente al total	Índice de Gini
Alemania	0,68	3,23
Austria	0,77	3,57
Bélgica	0,79	3,85
Dinamarca	0,77	3,57
España	0,77	2,86
Finlandia	0,73	3,85
Francia	0,79	3,45
Italia	0,66	3,13
Luxemburgo	1,00	3,45
Portugal	0,66	2,86
Reino Unido	0,70	3,13
Suecia	0,73	4,00

Tabla nº12. Valores nuevos de la proporción de jubilados frente al total y el índice de Gini.

Elaboración: Propia.

4.2. Resultados.

Una vez elegidas las unidades productivas a estudiar y las variables que se han considerado significativas en el estudio de la eficiencia de cada una de ellas, a continuación, se presenta la aplicación del Análisis Envoltente de Datos. El software utilizado para la aplicación de la metodología DEA toma el nombre de Efficiency Measurement System (EMS). Este software, se postula como uno de los más versátiles y completos para la aplicación del DEA, permitiendo aplicar el modelo DEA-CCR o DEA-BCC indistintamente y en ambas orientaciones (input u output). Además, posibilita la introducción de restricciones en los pesos, lo que permite introducir información adicional sobre la importancia de los inputs y/o de los outputs.

Para aplicar la técnica DEA se utilizará el modelo BCC. La razón por la que se utiliza éste, y no el CCR, recae sobre el hecho de que el modelo BCC relaja el principio de que las unidades operen con rendimiento constantes a escala. De esta manera, se eliminan los inconvenientes propios del modelo CCR, permitiendo que la tipología del rendimiento sea creciente, decreciente o constante. Cabe destacar que todos los resultados obtenidos bajo la aplicación de esta metodología son relativos, lo que quiere decir que no se obtienen medidas absolutas de eficiencia con la que determinar si el funcionamiento de una unidad productiva es eficiente por sí misma.

Además, la aplicación de esta metodología proporciona numerosos datos a destacar. En primer lugar, ofrece la puntuación o porcentaje de eficiencia relativa que alcanza cada país o unidad productiva. La máxima eficiencia se alcanza con el cien por cien, (que equivale a la unidad en modelos teóricos) tanto para la orientación input como para la orientación output. En cuanto a las unidades ineficientes, si el modelo está orientado al input, toman valores inferiores al cien por cien y valores superiores al cien por cien si el modelo está orientado al output. Asimismo, para los países o unidades ineficientes también se obtienen sus unidades o países de referencia y con qué combinación de los mismos alcanzarían la máxima puntuación; esta información la proporcionan los benchmarks que son las unidades virtuales a las que deberían de aspirar las unidades ineficientes. Para las unidades eficientes, también se obtienen los pesos con los que se alcanza la puntuación de eficiencia y el número de veces que actúan como unidades de referencia. A continuación, se presentan los resultados obtenidos bajo dos escenarios, el primero sin restricciones en los pesos y el segundo con diferentes restricciones de pesos.

Modelo BCC-Input y output orientado sin restricciones en los pesos.

En el primer escenario se presentan los resultados de la aplicación del procedimiento sin restricciones en los pesos y en las dos orientaciones (input y output). Al no aplicar ninguna restricción de pesos al modelo, los resultados se mostrarán mucho más flexibles. A priori, se espera que, el número de países que muestren una puntuación de eficiencia relativa elevada, sea alto. Los resultados de la aplicación del método para este caso con orientaciones input y output se muestran en la tabla nº13 y las unidades de referencia de la orientación input y output en la tabla nº14.

Al aplicar el modelo BCC sin ningún tipo de restricciones en los pesos, los resultados confirman que, el número de países que resultan ser eficientes, es alto. De hecho, ocho de los doce países alcanzan el nivel de máxima eficiencia relativa. Estos países son Austria, España, Finlandia, Luxemburgo, Portugal, Reino Unido y Suecia. En cuanto a las características más importantes de estos países, se puede observar que:

País/Indicador	Puntuación orientación input	Reparto de pesos con el que alcanzan su puntuación orientación input				Puntuación orientación output	Reparto de pesos con el que alcanzan su puntuación orientación output			
		G	P	I	T		G	P	I	T
<i>Alemania</i>	<i>100,00%</i>	<i>32%</i>	<i>68%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>100,00%</i>	<i>15%</i>	<i>85%</i>	<i>3%</i>	<i>97%</i>
<i>Austria</i>	<i>100,00%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>70%</i>	<i>30%</i>	<i>100,00%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>54%</i>	<i>46%</i>
<i>Bélgica</i>	<i>93,82%</i>	<i>42%</i>	<i>58%</i>	<i>51%</i>	<i>49%</i>	<i>101,94%</i>	<i>62%</i>	<i>38%</i>	<i>84%</i>	<i>16%</i>
<i>Dinamarca</i>	<i>91,39%</i>	<i>42%</i>	<i>58%</i>	<i>71%</i>	<i>29%</i>	<i>106,93%</i>	<i>39%</i>	<i>61%</i>	<i>82%</i>	<i>18%</i>
<i>España</i>	<i>100,00%</i>	<i>49%</i>	<i>51%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>100,00%</i>	<i>47%</i>	<i>53%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>
<i>Finlandia</i>	<i>99,99%</i>	<i>9%</i>	<i>91%</i>	<i>72%</i>	<i>28%</i>	<i>100,01%</i>	<i>9%</i>	<i>91%</i>	<i>72%</i>	<i>28%</i>
<i>Francia</i>	<i>88,09%</i>	<i>13%</i>	<i>87%</i>	<i>76%</i>	<i>24%</i>	<i>109,55%</i>	<i>51%</i>	<i>49%</i>	<i>81%</i>	<i>19%</i>
<i>Italia</i>	<i>100,00%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>10%</i>	<i>90%</i>	<i>100,00%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>	<i>110%</i>
<i>Luxemburgo</i>	<i>100,00%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>	<i>44%</i>	<i>56%</i>	<i>100,00%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>	<i>31%</i>	<i>69%</i>
<i>Portugal</i>	<i>100,00%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>	<i>100,00%</i>	<i>7%</i>	<i>93%</i>	<i>0%</i>	<i>100%</i>
<i>Reino Unido</i>	<i>100,00%</i>	<i>68%</i>	<i>32%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>	<i>100,00%</i>	<i>68%</i>	<i>32%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>
<i>Suecia</i>	<i>100,00%</i>	<i>96%</i>	<i>4%</i>	<i>100%</i>	<i>0%</i>	<i>100,00%</i>	<i>63%</i>	<i>37%</i>	<i>98%</i>	<i>2%</i>

Tabla nº13. Aplicación del método DEA al caso sin restricciones con ambas orientaciones.

Elaboración: Propia.

- Austria se caracteriza por tener un índice de Gini y una tasa de sustitución destacables. En cuanto al modelo orientado al input, el reparto de pesos se configura de manera que, el 100% del peso de los inputs, recae sobre la proporción de jubilados frente al total y, más del 70% del peso de los outputs, en el índice de Gini. El reparto de pesos para el modelo orientado al output es análogo al orientado al input exceptuando que el reparto de los outputs se encuentra equilibrado. Por otro lado, en el caso de la orientación input, Austria actúa como país de referencia de Bélgica y Finlandia. En el modelo orientado al output Austria es país de referencia de Bélgica, Dinamarca Finlandia y Francia.
- España, Italia y Portugal también son países que han alcanzado la máxima puntuación de eficiencia relativa. En este caso, el reparto de pesos de los países y ambas orientaciones es diferente. Para España, el reparto de pesos de los inputs está equilibrado, mientras que el de los outputs recae fundamentalmente sobre la tasa de sustitución, en ambas orientaciones. En el caso de Italia y Portugal, en ambas orientaciones el reparto de pesos de sus inputs recae únicamente en la proporción de jubilados frente al total, mientras que el de los outputs recae sobre la tasa de sustitución.

Por otro lado, España se muestra como país de referencia de Bélgica y Dinamarca para la orientación input, mientras que para la orientación output no actúa como país de referencia. Asimismo, Portugal se muestra como unidad de referencia de Dinamarca, Finlandia y Francia en la orientación input. Si el modelo está orientado al output Portugal es país de referencia únicamente de Finlandia.

Nº	País/Indicador	Nº de países de los que es referencia y combinación de Inputs para alcanzar la eficiencia				Nº de países de los que es referencia y combinación de Outputs para alcanzar la eficiencia			
1	<i>Alemania</i>	2				0			
2	<i>Austria</i>	2				4			
3	Bélgica	2 (0,02)	5 (0,12)	9 (0,01)	12 (0,85)	2 (0,18)	12 (0,82)		
4	Dinamarca	1 (0,07)	5 (0,02)	10 (0,30)	12 (0,60)	2 (0,42)	12 (0,58)		
5	<i>España</i>	2				0			
6	Finlandia	2 (0,15)	8 (0,05)	10 (0,04)	12 (0,77)	2 (0,15)	8 (0,05)	10 (0,04)	12 (0,77)
7	Francia	1 (0,14)	8 (0,14)	10 (0,28)	12 (0,44)	2 (0,51)	12 (0,49)		
8	<i>Italia</i>	2				1			
9	<i>Luxemburgo</i>	1				0			
10	<i>Portugal</i>	3				1			
11	<i>Reino Unido</i>	0				0			
12	<i>Suecia</i>	4				4			

Tabla nº14. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA sin restricciones.

Elaboración: Propia.

- Suecia es un país que pertenece al modelo nórdico y tanto sus inputs como outputs utilizados y obtenidos son muy parecidos a los de Finlandia (que alcanza una puntuación de 99,99%). No obstante, Suecia tiene un gasto público en pensiones en relación al PIB ligeramente inferior que Finlandia, lo que provoca que Suecia alcance la máxima puntuación de eficiencia y Finlandia no. En cuanto a los outputs, Suecia se caracteriza por tener un Estado del Bienestar muy desarrollado, que se refleja en el reparto de pesos de estas variables, en los que casi el cien por cien recae sobre el índice de Gini, tanto en la orientación input como output. Asimismo, Suecia se muestra como unidad de referencia de Bélgica, Dinamarca, Finlandia y Francia tanto en la orientación input como output.
- Luxemburgo es un país que alcanza también la máxima puntuación por los valores de sus variables. El gasto público destinado a pensiones en relación al PIB es bastante bajo (9,3%) aunque la proporción de jubilados frente a la población total asciende al (14,1%). Además, tiene unos valores en cuanto a índice de Gini y tasa de sustitución muy favorables y por encima de otros países de la Unión Europea.

En cuanto al reparto de pesos de los inputs, tanto en una orientación como en otra, el peso recae en el gasto público en pensiones en relación al PIB. Por el lado de los outputs, en el modelo orientado al input el peso recae de forma equilibrada en ambas variables, en cambio, en el modelo orientado al output el peso recae mayormente sobre la tasa de sustitución. A su vez, Luxemburgo actúa como país de referencia de Alemania en ambas orientaciones del modelo.

- Alemania y Reino Unido alcanzan la puntuación de máxima eficiencia. El reparto de pesos de cada país es muy diferente. En ambas orientaciones, mientras que en Alemania recae el mayor peso de los inputs en la proporción de jubilados frente al total y el de los outputs en la tasa de sustitución, para Reino Unido recae la mayor parte del peso en el gasto público en pensiones en relación al PIB y en el índice de Gini. Reino Unido no actúa como país de referencia de otra unidad mientras que Alemania es unidad de referencia para Dinamarca y Francia en la orientación input.

Como se ha observado, la metodología también proporciona las unidades o países de referencia para aquellas unidades ineficientes, así como, la combinación de unidades eficientes con la que obtendrían la puntuación de eficiencia. Estas unidades son Bélgica, Dinamarca, Finlandia y Francia y hay que estudiarlas desde el punto de vista de la orientación del modelo. Esto se debe a que, la puntuación de eficiencia que alcanzan, será diferente dependiendo si el modelo es input u output orientado. Las características más importantes que se pueden derivar de las unidades ineficientes:

En cuanto al modelo orientado al input:

- Francia es el país cuya eficiencia relativa es la más baja de los países estudiados. Este país tiene un gasto público en pensiones en relación al PIB elevado y una proporción de jubilados frente al total un tanto baja. Además, su índice de Gini y su tasa de sustitución son inferiores a los de los demás. Por otro lado, las unidades de referencia de Francia son: Alemania Italia Portugal y Suecia.
- En cuanto a Bélgica y Dinamarca tienen una proporción de jubilados frente al total por debajo de la media (aproximadamente 18% ambos). Asimismo, los valores alcanzados respecto a la tasa de sustitución también son muy bajos en términos relativos (en torno al 60%). En cuanto a los países de referencia de Bélgica se encuentran Austria, España, Luxemburgo y Suecia. En cuanto a Dinamarca sus países de referencia son Alemania, España, Portugal y Suecia.
- Finlandia es el país más cercano a conseguir la eficiencia (99,99%). Este país tiene un gasto público en pensiones en relación al PIB y una proporción de jubilados frente al total en torno a la media. Sin embargo, su tasa de sustitución se encuentra lejos de la media de los países estudiados y es el indicador que le impide alcanzar la máxima puntuación. En cuanto a los países de referencia de Bélgica se encuentran Austria, Italia, Portugal y Suecia.

En cuanto al modelo orientado al output:

- Francia no tiene valores muy favorables en cuanto a sus outputs. Por ello, su puntuación de eficiencia sigue siendo la más baja de los países estudiados. Esto se debe a que, su sistema de pensiones, tiene debilidades tanto en los inputs como en los outputs. Los países de referencia de Francia son Austria y Suecia. Con la combinación inputs que muestra para alcanzar la eficiencia, Francia debería obtener un 26,52% en el índice de Gini y un 74,05% en la tasa de sustitución para poder formar parte de los países que alcanzan la máxima puntuación de eficiencia.
- Bélgica y Dinamarca son países que tienen un índice de Gini favorable, sin embargo, su tasa de sustitución está muy por debajo de los demás. Nuevamente, estas variables impiden que estos países alcancen la puntuación de eficiencia. Por otro lado, Austria y Suecia son las unidades de referencia tanto de Bélgica como de Dinamarca. No obstante, dada la combinación de inputs de ambos países, Bélgica debería alcanzar un 25,79% en el índice de Gini y un 62,24% en la tasa de sustitución para alcanzar la eficiencia mientras que, Dinamarca debería alcanzar 26,32% en el índice de Gini y un 70,8% en la tasa de sustitución.
- Nuevamente, Finlandia es el país más cercano a la frontera eficiente. A pesar de sus valores en cuanto a los inputs, su tasa de sustitución es relativamente baja. En este caso, las unidades de referencia de Finlandia son Austria, Italia, Portugal y Suecia.

En este primer escenario, donde no se aplicaban restricciones adicionales en los pesos, se han podido observar interesantes resultados. Ocho de los doce países han obtenido la puntuación máxima de eficiencia, lo cual puede considerarse un número elevado dado los diferentes sistemas de pensiones que conforman este grupo. La composición de los pesos de cada país ha reflejado los puntos débiles y fuertes de cada sistema de pensiones. Países como Austria España, Portugal y Luxemburgo tienen una tasa de sustitución muy elevada, al contrario que Francia. Además, Alemania, Italia, Portugal y Reino Unido son los países con menor proporción de jubilados frente a la población total, al contrario que Bélgica y Francia. Suecia es el país con mayor redistribución en la renta y menor gasto público destinado a las pensiones en relación al PIB, al contrario que Francia. Las diferentes características de cada país han supuesto una gran diferencia a la hora de obtener la máxima puntuación de eficiencia relativa. En el caso de los países ineficientes, han obtenido una puntuación diferente dependiendo de la orientación del modelo.

En el gráfico nº5 se muestra la puntuación de eficiencia para la orientación inputs de los países estudiados y en gráfico nº6 el reparto de pesos de las unidades eficientes e ineficientes tanto para el modelo orientado al input como para el output.

Estas particularidades determinan la eficiencia o ineficiencia de los distintos sistemas de pensiones, así como, el reparto de los pesos en cada una de las variables para alcanzar su máxima puntuación. Las críticas es que algunos países alcanzan los niveles de eficiencia máxima dándole todo el peso a algunos inputs u outputs e ignorando otros. No obstante, la flexibilidad de esta técnica permite introducir restricciones adicionales en los pesos y reflejar diferentes situaciones de importancia de las variables. Por ello, a continuación, se muestra la aplicación del modelo DEA-BCC orientado al input y al output para distintos casos de restricciones en los pesos.

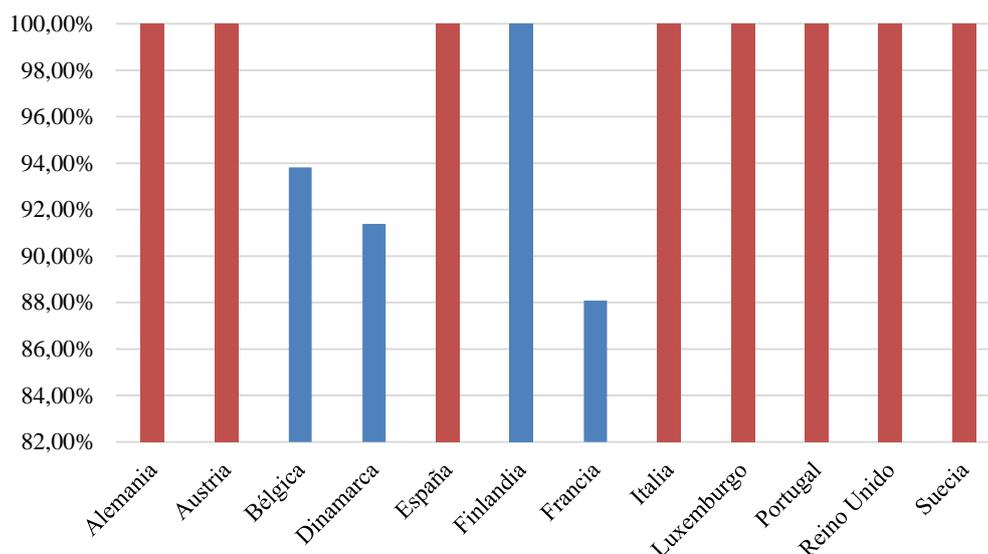


Gráfico n°5. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 1er escenario. Elaboración: Propia.

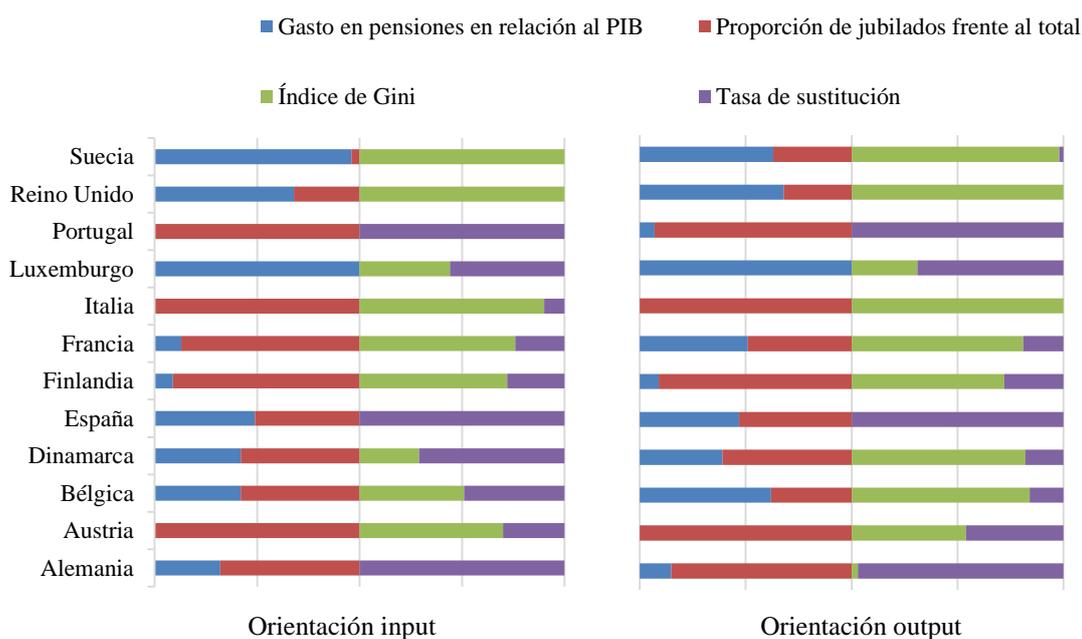


Gráfico n°6. Reparto de pesos para ambas orientaciones. 1er escenario. Elaboración: Propia.

Modelo BCC-Input y output orientado con restricciones en los pesos.

En el segundo escenario, se presentan los resultados de tres casos diferentes de restricciones en los pesos y en ambas orientaciones. En el primer caso se considera que, en cuanto a los inputs, una unidad porcentual del gasto público en relación al PIB es al menos tan importante como una unidad porcentual del número de jubilados frente al total y que, en cuanto a los outputs, una unidad porcentual del índice de Gini es al menos tan importante como una unidad porcentual que la tasa de sustitución.

La expresión matemática de las restricciones en los pesos vendría dada por la siguiente expresión.

$$u_{1i} \geq u_{2i}, v_{1i} \geq v_{2i}$$

En el segundo caso se considera que, en cuanto a los inputs, una unidad porcentual del número de jubilados frente al totales al menos tan importante como una unidad porcentual del gasto público en pensiones y que, en cuanto a los outputs, una unidad porcentual del índice de Gini es al menos tan importante como una unidad porcentual que la tasa de sustitución. La expresión matemática de las restricciones en los pesos vendría dada por la siguiente expresión.

$$u_{1i} \leq u_{2i}, v_{1i} \geq v_{2i}$$

En el tercer caso se considera que, en cuanto a los inputs, una unidad porcentual del gasto público en relación al PIB es al menos tan importante como una unidad porcentual del número de jubilados frente al total y que, en cuanto a los outputs, una unidad porcentual de la tasa de sustitución es al menos tan importante como una unidad porcentual que el índice de Gini. La expresión matemática de las restricciones en los pesos vendría dada por la siguiente expresión.

$$u_{1i} \geq u_{2i}, v_{1i} \leq v_{2i}$$

Donde u_i representa el vector de pesos correspondiente a los inputs del país i y v_i el de los outputs.

Las restricciones en los pesos permiten introducir información adicional sobre la importancia de las variables de estudio. Esto provoca que cada país, tendrá que adaptarse a las limitaciones propias de las restricciones para poder alcanzar la puntuación de eficiencia. Lo interesante de esto, reside en estudiar cómo cambian las puntuaciones que alcanzan las unidades productivas y ver cuáles dejan de ser eficientes. Al establecer diferentes casos de restricciones en los pesos, las unidades productivas tendrán menos flexibilidad para poder alcanzar el nivel de eficiencia relativa. De hecho, es probable que el número de países que sean eficientes sea inferior al escenario anterior. Los resultados de cada caso con orientaciones input y output se muestran en la tabla nº15.

Aplicando el modelo DEA-BCC con restricciones en los pesos, los resultados obtenidos varían con respecto a los del escenario anterior. En el primer caso, las unidades que alcanzan la máxima puntuación de eficiencia son: Austria, Finlandia, Luxemburgo y Suecia; en el segundo caso: Austria, Bélgica, Finlandia, Luxemburgo y Suecia; y en el tercer caso: Austria y Luxemburgo. El resto de países se postulan como los países que no alcanzan el cien por cien de eficiencia relativa en ningún supuesto. Cabe destacar que, los países que eran ineficientes en el escenario anterior, ahora también lo son y tienen una puntuación inferior en todos los casos.

En términos generales pueden observarse las siguientes características:

- Austria y Luxemburgo son los países que alcanzan la puntuación de eficiencia en todos los casos. Ambos países destacan por tener unos valores en sus variables muy favorables con respecto al resto. Asimismo, han podido adaptarse a todas las restricciones propuestas, lo que refleja una fortaleza considerable en sus sistemas públicos de pensiones.

País/ Puntuación	Puntuación orientación input			Puntuación orientación output		
	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
Alemania	79,09%	100,00%	79,09%	121,78%	100,00%	175,53%
Austria	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Bélgica	87,27%	93,82%	74,63%	101,94%	101,94%	144,91%
Dinamarca	70,06%	91,39%	66,67%	106,93%	106,93%	135,30%
España	77,21%	100,00%	85,93%	101,77%	100,00%	101,09%
Finlandia	88,00%	99,99%	75,26%	101,25%	100,01%	139,23%
Francia	61,43%	88,09%	61,43%	109,55%	109,55%	133,76%
Italia	56,63%	100,00%	56,63%	114,26%	100,00%	114,90%
Luxemburgo	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Portugal	63,44%	100,00%	70,60%	103,04%	100,00%	102,35%
Reino Unido	82,56%	100,00%	82,56%	126,17%	100,00%	294,52%
Suecia	100,00%	100,00%	81,12%	100,00%	100,00%	155,97%

Tabla n°15. Aplicación del método DEA con restricciones en los pesos con ambas orientaciones.

Elaboración: Propia

- El resto de países eficientes, han mostrado en al menos una ocasión, debilidades que le impiden alcanzar la puntuación de eficiencia. Suecia, no ha podido alcanzar la puntuación de eficiencia cuando se establece la importancia a la tasa al primer input y segundo output, mientras que Alemania, España, Italia, Portugal y Reino Unido sólo han sido eficientes cuando se establece la importancia al segundo input y primer output. Esto refleja que, no todos los países que en principio se mostraban eficientes, tienen una flexibilidad en sus variables que les permita poder alcanzar la máxima puntuación.
- En cuanto a los países ineficientes, Francia es el país que menos puntuación ha alcanzado en los modelos orientados al input y al output. En el escenario anterior, Francia ya mostró ser ineficiente por tener unos valores en sus variables relativamente inferiores a los demás países. En concreto, Francia se caracteriza por tener el gasto público en pensiones con respecto al PIB muy elevado con respecto al resto de países. En cuanto a la orientación output, en los dos primeros casos es Francia el país con peor puntuación relativa. Sin embargo, para el tercer caso, es Bélgica el país con peor eficiencia relativa de los países que son siempre ineficientes. Francia alcanza unos valores cuanto a índice de Gini y tasa de sustitución muy mejorables. En cambio, Bélgica es el segundo país con menor tasa de sustitución, después de Reino Unido. Cabe destacar que, para el tercer caso planteado, la puntuación de eficiencia de las unidades ineficientes, ha descendido de manera considerable tanto en el modelo orientado al input, de manera que ninguno alcanza más del 86%.
- En cuanto a España, las puntuaciones que alcanza en los modelos orientados al input y al output no son muy elevadas y sólo se muestra eficiente cuando se establece la importancia al segundo input y primer output. No obstante, en los modelos orientados al output, España se encuentra muy cerca de alcanzar la puntuación de eficiencia. Esto se debe a que este país posee una tasa de sustitución muy elevada con respecto a las demás unidades productivas. Lo que le impide alcanzar la puntuación de eficiencia en el primer y tercer caso, es que España tiene un índice de Gini muy desfavorable.

Por otro lado, los benchmarks de cada caso también proporcionan información sobre el comportamiento de las unidades productivas. En la tabla nº16 se muestran las unidades de referencia del primer caso en ambas orientaciones y se puede destacar que:

- Austria, Luxemburgo y Suecia son los que alcanzan la mayor puntuación de eficiencia relativa. Austria actúa fundamentalmente como unidad de referencia si el modelo está orientado al output, al igual que Suecia. Por otro lado, Luxemburgo es el país que más veces actúa como unidad de referencia cuando el modelo está orientado al input.
- En cuanto a los países ineficientes, Italia, Francia y Portugal tienen la menor puntuación en el modelo orientado al input (56%, 61% y 63%). Luxemburgo es el país de referencia tanto de Francia como de Italia. De hecho, con la combinación de outputs que tienen deberían alcanzar los valores de los inputs de Luxemburgo para alcanzar la puntuación de eficiencia. Para Portugal, sus países de referencia son tanto Austria como Luxemburgo. Por otro lado, Alemania y Reino Unido son los países con peor puntuación para el modelo orientado al output. Alemania tiene como unidad de referencia a Luxemburgo al igual que Reino Unido. Los valores de los inputs con los que alcanzaría la eficiencia, dado la combinación de sus outputs, serían los mismos que los de Luxemburgo. En el caso de España, es tanto Austria como Luxemburgo las unidades de referencia para el modelo orientado al input y al output. En el modelo orientado al input, España tendría que obtener un 9,86% en el primer input y un 14,52% en el segundo para alcanzar la puntuación de eficiencia. En el caso del modelo orientado al output, España tendría que obtener un 28,5% en el índice de Gini y un 88,96% en la tasa de sustitución para alcanzar la máxima puntuación.

Nº	País/Indicador	Países de referencia y combinación de Inputs para alcanzar la eficiencia	Países de referencia y combinación de Outputs para alcanzar la eficiencia
1	Alemania	9 (1,00)	2 (0,11) 9 (0,04) 12 (0,85)
2	<i>Austria</i>	2	8
3	Bélgica	9 (0,27) 12 (0,73)	2 (0,18) 12 (0,82)
4	Dinamarca	9 (0,78) 12 (0,22)	2 (0,42) 12 (0,58)
5	España	2 (0,10) 9 (0,90)	2 (0,62) 9 (0,38)
6	Finlandia	9 (0,27) 12 (0,73)	2 (0,24) 12 (0,76)
7	Francia	9 (1,00)	2 (0,51) 12 (0,49)
8	Italia	9 (1,00)	2 (0,99) 12 (0,01)
9	<i>Luxemburgo</i>	9	3
10	Portugal	2 (0,10) 9 (0,90)	2 (1,00)
11	Reino Unido	9 (1,00)	9 (0,09) 12 (0,91)
12	<i>Suecia</i>	3	7

Tabla nº16. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA con restricciones. 1er caso.
Elaboración: Propia.

En el gráfico n°7 se muestra la puntuación de eficiencia para la orientación inputs de los países estudiados.

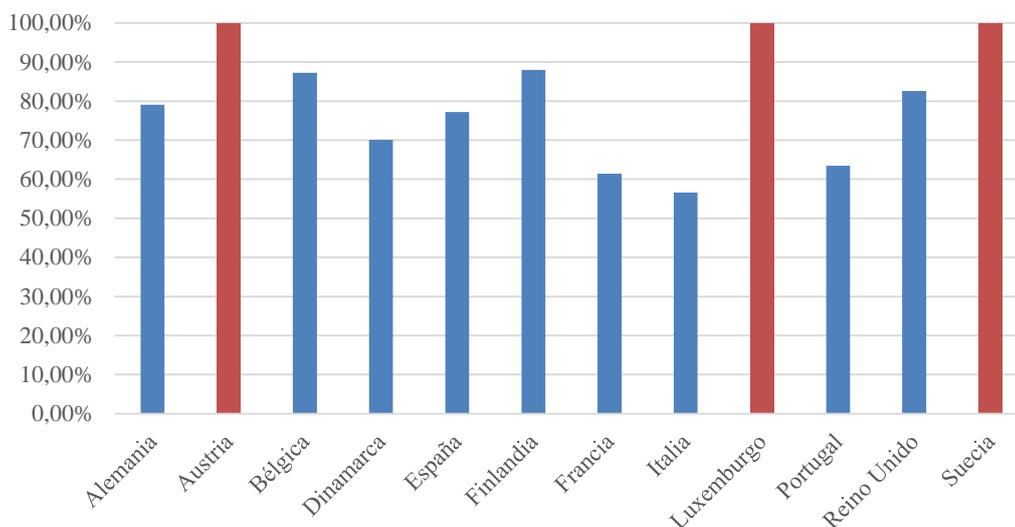


Gráfico n°7. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 1er caso. Elaboración: Propia.

Con el objeto de no reiterar la explicación del reparto de los pesos que toma cada unidad productiva en cada variable, en el gráfico n°8 muestra el reparto de pesos de los inputs y outputs, en ambas orientaciones, a cada unidad productiva para el primer caso.

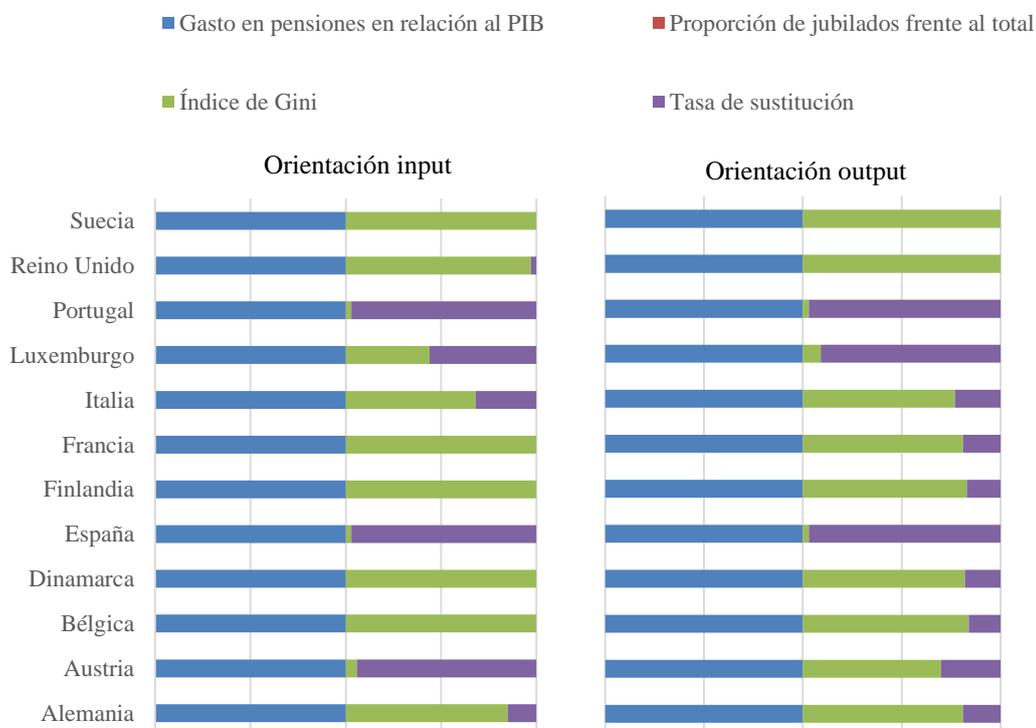


Gráfico n°8. Reparto de pesos de los inputs y outputs a cada unidad productiva 1er caso. Elaboración: Propia.

En el segundo caso, se observan unos resultados casi idénticos a los obtenidos en la aplicación del modelo sin restricciones en los pesos. Las puntuaciones obtenidas tanto en la orientación input como en la orientación output son las mismas. La única diferencia importante entre un caso y otro, es el reparto de los pesos y los valores derivados del benchmark. En la tabla nº17 se muestran las unidades de referencia del segundo caso en ambas orientaciones del modelo y se puede destacar:

- Los países eficientes, como en el modelo sin restricciones, son: Alemania, Austria, España, Finlandia, Italia, Luxemburgo, Portugal, Reino Unido y Suecia. Esta vez, son Portugal y Suecia los países que más veces actúan como referencia en la orientación input, mientras que, en el modelo orientado al output, son Austria y Suecia. En cuanto a España, este actúa como país de referencia para Bélgica y Dinamarca y únicamente para el modelo orientado al input.
- En cuanto a las unidades ineficientes, se pueden destacar las mismas características que las mostradas en el modelo sin restricciones. El país más ineficiente sigue siendo Francia tanto en la orientación input como en la output. Además sus países de referencia para la orientación input son Alemania, Italia, Luxemburgo y Suecia. Dada su combinación de outputs, debería alcanzar un 13,4% en el primer input y un 20,45% en el segundo. Para el modelo orientado al output, sus unidades de referencia son Austria y Suecia y para alcanzar la puntuación de eficiencia debería obtener un 26,5 en el índice de Gini y un 74,05% en la tasa de sustitución.

Nº	País/Indicador	Países de referencia y combinación de Inputs para alcanzar la eficiencia	Países de referencia y combinación de Outputs para alcanzar la eficiencia
1	<i>Alemania</i>	2	0
2	<i>Austria</i>	2	4
3	Bélgica	2 (0,02) 5 (0,12) 9 (0,01) 12 (0,85)	2 (0,18) 12 (0,82)
4	Dinamarca	1 (0,07) 5 (0,02) 10 (0,30) 12 (0,60)	2 (0,42) 12 (0,58)
5	<i>España</i>	2	0
6	Finlandia	2 (0,15) 8 (0,05) 10 (0,04) 12 (0,77)	2 (0,15) 8 (0,05) 10 (0,04) 12 (0,77)
7	Francia	1 (0,14) 8 (0,14) 10 (0,28) 12 (0,44)	2 (0,51) 12 (0,49)
8	<i>Italia</i>	2	1
9	<i>Luxemburgo</i>	1	0
10	<i>Portugal</i>	3	1
11	<i>Reino Unido</i>	0	0
12	<i>Suecia</i>	4	4

Tabla nº17. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA con restricciones. 2do caso.

Elaboración: Propia.

En el gráfico n°9 se muestra la puntuación de eficiencia para la orientación inputs de los países estudiados para este caso y en gráfico n°10 el reparto de pesos de las unidades eficientes e ineficientes en ambas orientaciones.

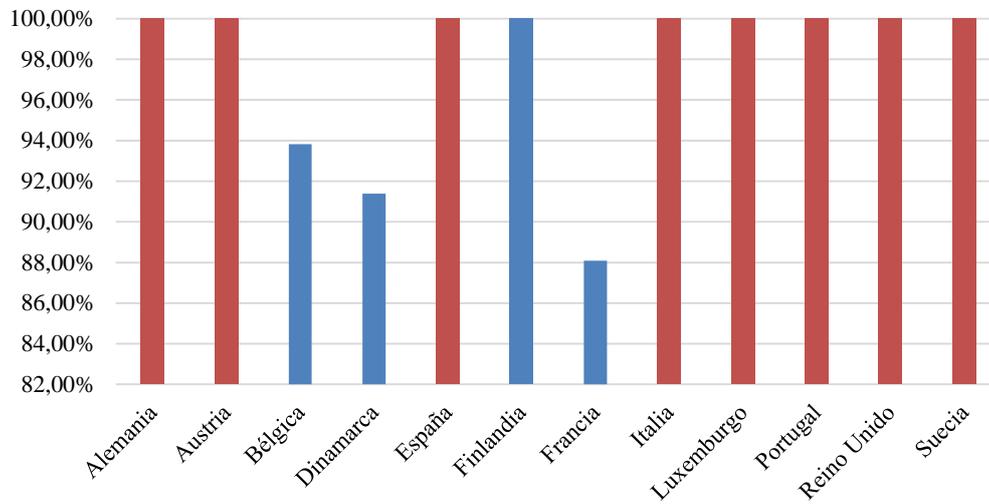


Gráfico n°9. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 2do caso. Elaboración: Propia.

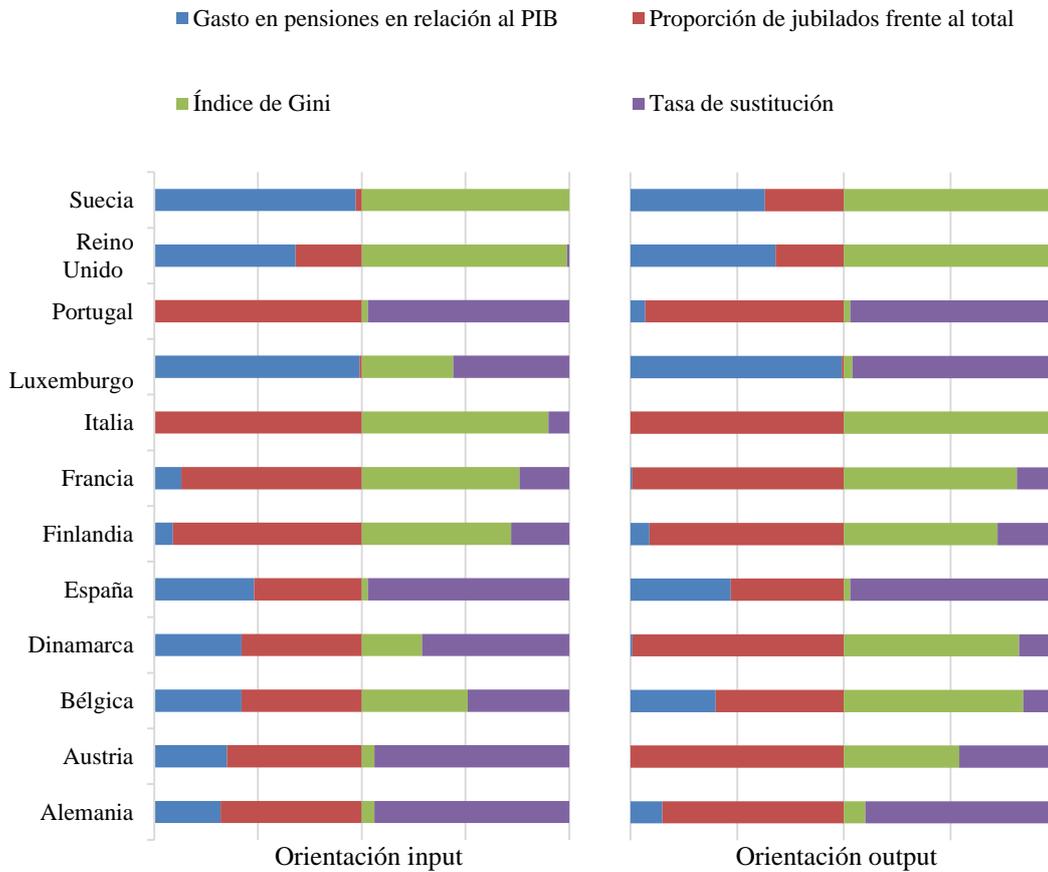


Gráfico n°10. Reparto de pesos de los inputs y outputs a cada unidad productiva 2do caso. Elaboración: Propia.

En el tercer y, último caso, puede observarse que los resultados obtenidos no se parecen a los mostrados en los casos anteriores, ya que el número de unidades eficientes se ha reducido considerablemente. En la tabla nº18 se muestran las unidades de referencia del tercer caso en ambas orientaciones del modelo.

- Austria y Luxemburgo siguen siendo los países que alcanzan la puntuación máxima de eficiencia. Este hecho refleja la flexibilidad que tienen ambos sistemas de pensiones públicos para adaptarse a los casos que se han propuesto, sin perder nivel de eficiencia. Por otro lado, Luxemburgo sigue siendo el país que más se toma como referencia en el modelo orientado al input y, Austria para el modelo orientado al output.
- En este caso, el país ineficiente con peor puntuación en el modelo orientado al input sigue siendo Italia con gran diferencia (56%), mientras que Reino Unido tiene la peor puntuación en el modelo orientado al output (294%). Tanto para Italia como para Reino Unido el país de referencia para el modelo orientado al input es Luxemburgo. En el modelo orientado al output, la unidad de referencia de Italia es Austria, mientras que para Reino Unido es Austria y Luxemburgo. En cuanto a España, Austria y Luxemburgo son sus países de referencia en ambas orientaciones, y en el modelo orientado al input debería alcanzar un 11% y un 15,36% en sus inputs para alcanzar el nivel de eficiencia, mientras que para el modelo orientado al output debería obtener un 28,01% y 90,46% en sus outputs para alcanzar la máxima puntuación de eficiencia relativa.

Nº	País/Indicador	Países de referencia y combinación de Inputs para alcanzar la eficiencia	Países de referencia y combinación de Inputs para alcanzar la eficiencia
1	Alemania	9 (1,00)	2 (0,44) 9 (0,56)
2	<i>Austria</i>	2	10
3	Bélgica	9 (1,00)	2 (0,57) 9 (0,43)
4	Dinamarca	9 (1,00)	2 (0,84) 9 (0,16)
5	España	2 (0,30) 9 (0,70)	2 (0,62) 9 (0,38)
6	Finlandia	9 (1,00)	2 (0,55) 9 (0,45)
7	Francia	9 (1,00)	2 (1,00)
8	Italia	9 (1,00)	2 (1,00)
9	<i>Luxemburgo</i>	10	7
10	Portugal	2 (0,30) 9 (0,70)	2 (1,00)
11	Reino Unido	9 (1,00)	2 (0,35) 9 (0,65)
12	Suecia	9 (1,00)	2 (0,39) 9 (0,61)

Tabla nº18. Unidades de referencia de la aplicación del modelo DEA con restricciones. 3er caso.
Elaboración: Propia.

En el gráfico nº11 se muestra la puntuación de eficiencia para la orientación inputs de los países estudiados para este caso y en gráfico nº12 el reparto de pesos de las unidades eficientes e ineficientes en ambas orientaciones.

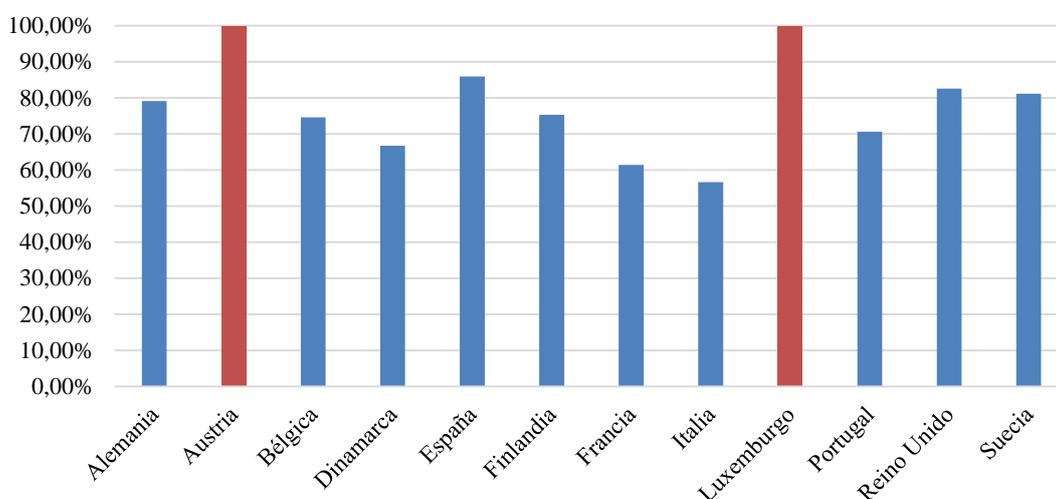


Gráfico nº11. Puntuación obtenida por cada unidad productiva para la orientación input. 3er caso. Elaboración: Propia.

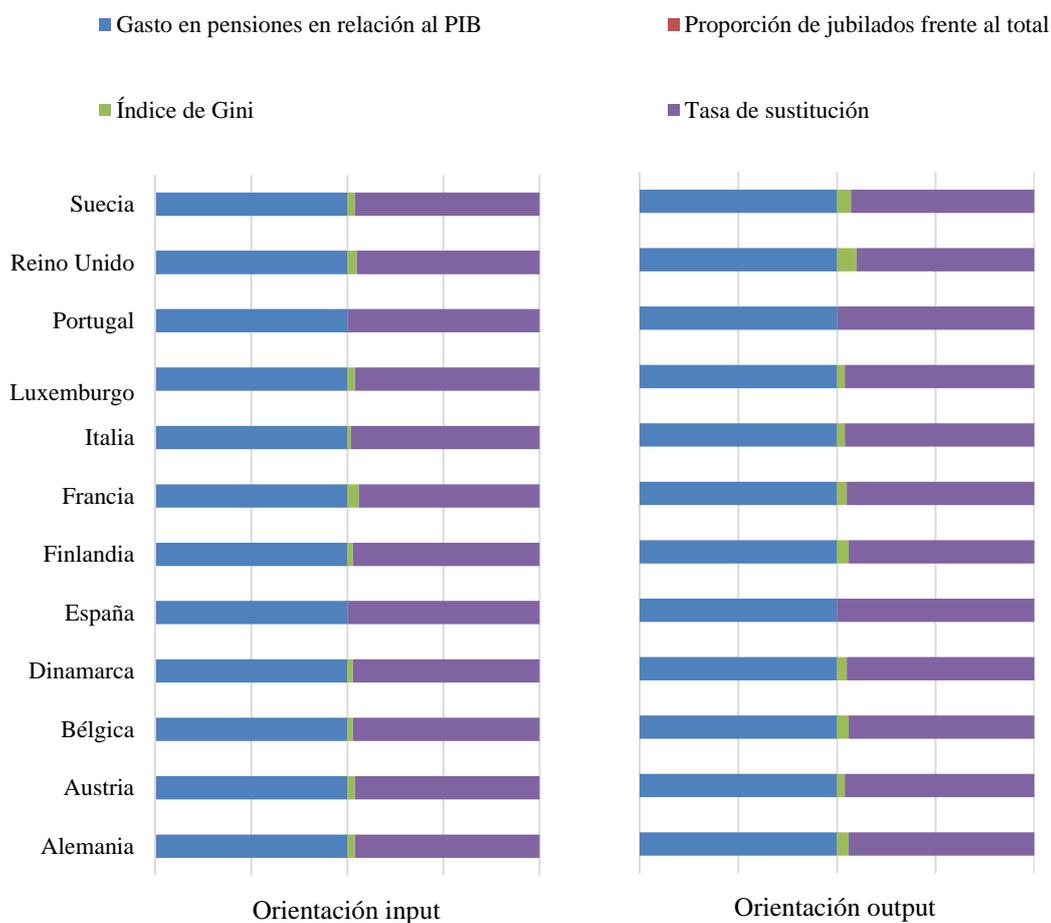


Gráfico nº12. Reparto de pesos de los inputs y outputs a cada unidad productiva 3er caso. Elaboración: Propia.

Asimismo, la tabla nº19 muestra los valores de las variables que debería alcanzar España en los dos casos que no se mostraba eficiente para alcanzar la máxima puntuación en ambas orientaciones.

Valores de España con los que alcanzaría la eficiencia				
Modelo/ Variables	<i>Gasto público en pensiones en relación al PIB</i>	<i>Proporción de jubilados frente a la población total</i>	<i>Índice de Gini</i>	<i>Tasa de sustitución</i>
Primer caso				
Orientación Input	9,86%	14,52%	34,7%	89,5%
Orientación Output	12,8%	18,1%	28,5%	88,96%
Tercer caso				
Orientación Input	11%	15,36%	34,7%	89,5%
Orientación Output	12,8%	18,1%	28,01%	90,46%

*Tabla nº19. Valores de España con los que alcanzaría la eficiencia del modelo DEA caso 1 y 3.
Elaboración: Propia.*

5. Conclusiones.

Los sistemas públicos de pensiones se han convertido en uno de los elementos fundamentales de los estados del bienestar. La reducción de la mortalidad y el aumento de la esperanza de vida han aumentado la preocupación sobre la calidad de vida de la población envejecida. Asimismo, la expansión económica y el desarrollo de la economía social ha permitido que este colectivo disfrute de unos niveles de salud y bienestar económicos hasta ahora nunca vistos. Los sistemas públicos de pensiones persiguen múltiples objetivos que, ante una restricción presupuestaria limitada, entran en conflicto, y cada país opta por hacer más o menos hincapié en cada uno de ellos.

La mayoría de las investigaciones relacionadas con estudios de sistemas de pensiones, centran su atención en el nivel de gasto público que se invierten en ellos. Sin embargo, no hay que olvidar el elevado efecto redistributivo que generan sobre la población. La principal dificultad para estudiar los sistemas públicos de pensiones reside en elegir un método matemático que permita relacionar sus variables más representativas. Las variables que se han elegido en este estudio han sido: el gasto público en pensiones en relación al PIB, la proporción de jubilados frente al total, el índice de Gini y la tasa de sustitución. Además, se ha optado por un método de estudio que utiliza la eficiencia relativa como principio básico, el Análisis Envolvente de Datos.

A través de este trabajo, se ha podido mostrar la utilidad del Análisis Envolvente de Datos en la estimación de la eficiencia relativa de unidades productivas con diversidad de inputs y outputs, evitando los inconvenientes de los análisis de productividad parcial que utilizan otros métodos. Concretamente, se ha podido medir la eficiencia relativa de los sistemas públicos de pensiones de los países europeos, con especial interés el comportamiento del sistema de pensiones español frente a los demás, y se han aportado los datos sobre los niveles de eficiencia relativa que alcanzan cada uno de ellos.

La técnica DEA, se ha adaptado a las necesidades de este trabajo y permitiendo plantear diferentes casos en los que se proporciona información adicional sobre la importancia de las variables. Esto ha proporcionado diferentes resultados sobre el comportamiento de los sistemas de pensiones en cada situación. Asimismo, los resultados han mostrado que una parte de los sistemas de pensiones estudiados tienen como punto fuerte la tasa de sustitución (como Austria, España, Luxemburgo y Portugal), mientras que otra parte tiene como punto fuerte el índice de Gini (Suecia). Aunque existen diferencias entre países, algunos priorizan la reducción de las desigualdades de la población y otros aseguran la percepción de rentas en el futuro.

Por otro lado, también se ha podido comprobar cuáles eran aquellos países que se califican como eficientes. Principalmente, los sistemas de pensiones que no han dejado de formar parte de la frontera eficiente, independientemente de la importancia relativa de las variables, han sido Austria y Luxemburgo. Sin embargo, no sólo estos países han logrado alcanzar la máxima puntuación de eficiencia relativa, sino que también lo han conseguido Alemania, España, Italia, Portugal, Reino Unido y Suecia, en algunos casos.

En el caso de Luxemburgo, lo que le ha permitido ser uno de los países más eficientes es el bajo gasto público en relación al PIB que destina a las pensiones y unos valores de sus outputs competentes. Así como Luxemburgo ha mostrado tener una ventaja relativa en sus variables, Austria destaca por tener un índice de Gini y tasa de sustitución muy favorables, siendo el país que mayor tasa de sustitución tiene de los países estudiados.

No obstante, a pesar de que en todos los casos propuestos hayan sido eficientes, Austria y Luxemburgo tienen que mantener los valores de sus variables en el largo plazo. Esto implica diseñar medidas que logren paliar los efectos futuros y mantenga la continuidad de sus sistemas de pensiones. Asimismo, países como Italia, Francia, Reino Unido y Portugal, son países que en alguna ocasión han alcanzado una puntuación relativa muy baja. Francia, tiene unos valores muy desfavorables en sus inputs y esto ha provocado que siempre fuese uno de los países con peor eficiencia. Por otro lado, Italia y Portugal han mostrado tener una gran desventaja competitiva en cuanto a sus inputs, ya que poseen los valores más desfavorables de los países estudiados.

Por último, se puede concluir este análisis con que, aunque España haya presentado ciertas ventajas relativas en algunas variables, es un país con serias deficiencias a solucionar. Por ello, este estudio demuestra que aunque España tenga irregularidades en su sistema de pensiones público, es capaz de comportarse como un país que logra alcanzar la eficiencia y por tanto no se encuentra en una situación tan desfavorable. Aun así, para preservar su continuidad y sostenibilidad, España tiene que seguir tomando medidas que mejoren su eficiencia y su calidad.

6. Fuentes y referencias.

- Afriat, S. (1972): "Efficiency Estimation of Production Functions". *International Economics Review*, vol. 13, no 3, p. 568-98.
- Aigner, D. J., Lovell, C.A.K. y Schmidt, P. (1977): "Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Models". *Journal of Econometrics*, vol. 6, no 1, p. 21-37.
- Aigner, D.J. y Chu, S.F. (1968): "On Estimating the Industry Production Function". *American Economic Review*, vol. 58, no 4, p. 826-839.
- Ali, A. I. y Seiford, L.M. (1993): "Computational Accuracy and Infinitesimals in Data Envelopment Analysis". *Information Systems and Operational Research*, vol. 31, no 4, p. 290-297.
- Ali, A. I. y Seiford, L.M. (1993): "The Mathematical Programming Approach to Efficiency Analysis" en Harold O. Fried, C.A. Knox Lovell y Shelton S. Schmidt, editors. *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. Oxford. Oxford University Press, p. 120-159.
- Andersen, P. y Petersen, N.C. (1993): "A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis". *Management Science*, vol. 39, no 10, p. 1261-1264.
- Arellano, A. (2010). "Crisis económica y sostenibilidad las pensiones de jubilación y los sistemas de provisión privados". *Ministerio de Trabajo e Inmigración*.
- Arza, C. (2009). "El sistema español de pensiones en el contexto Europeo: estructura institucional, reformas e impactos sociales". *La Situación Social en España. III, Barcelona, Biblioteca Nueva*.
- Ayuso, M., Guillén, M y Valero, D. (2013). "Sostenibilidad del sistema de pensiones en España desde la perspectiva de la equidad y la eficiencia". *Presupuesto y Gasto Público*, vol. 71, no 2013, p. 193-204.
- Banker, R. D.; Gadh, V.M. y Gorr, W.L. (1993): "A Monte Carlo Comparison of Two Production Frontier Estimation Methods: Corrected Ordinary Least Squares and Data Envelopment Analysis". *European Journal of Operational Research*, vol. 67, no 3, p. 332-343.
- Banker, R.D., Charnes, A. y Cooper, W.W. (1984): "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis". *Management Science*, vol. 30, no 9, p. 1078-1092.
- Boussofiane, A., Dyson, R.G. y Thanassoulis, E. (1991): "Applied Data Envelopment Analysis". *European Journal of Operational Research*, vol. 52, no 1, p. 1-15.

- Casey, B., Yamada, A. (2002): "Getting Older, Getting Poorer?: A Study of the Earnings, Pensions, Assets and Living Arrangements of Older People in Nine Countries". *OECD Labour Market and Social Policy Occasional Papers*.
- Charnes, A., Cooper, W.W. y Rhodes, E. (1979): "Short Communication: Measuring the Efficiency of Decision Making Units". *European Journal of Operational Research*, vol. 2, no 6, p. 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W.W., y Rhodes, E. (1978). "Measuring the efficiency of decision making units". *European journal of operational research*, vol. 3, no 4, p. 339.
- Charnes, A., Cooper, W.W., y Rhodes, E. (1981): "Evaluating program and managerial efficiency. An application of data envelopment analysis to program follow through". *Management Science*, vol. 27, no 6, p. 668-697.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Lewin, A.Y. y Seiford, L.M. (1994): "Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications". *Kluwer Academic Publishers, Boston*.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Seiford, L. y Stutz, J. (1982): "A Multiplicative Model for Efficiency Analysis". *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 16, no 5, p. 223-224.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Seiford, L. y Stutz, J. (1983): "Invariant Multiplicative efficiency and Piecewise Cobb-Douglas Envelopments". *Operations Research Letters*, vol. 2, no 3, p. 101-103.
- Charnes, A., y Cooper, W.W. (1962): "Programming with Linear Fractional Functionals", *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 9, no 3- 4, p. 181-186.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., y Battese, G. E. (1998). "An introduction to efficiency and productivity analysis". *Springer Science & Business Media*.
- Cook, W.D., Johnston, D.A. y McCutcheon, D. (1992): "Implementations of Robotics: Identifying Efficient Implementors". *Omega*, vol. 20, no 2, p. 227-239.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M. y Tone, K. (2000): "Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software". *Kluwer Academic Publishers, Boston*.
- Doménech, R. (1992): "Medidas no Paramétricas de Eficiencia en el Sector Bancario Español". *Revista Española de Economía*, vol. 9, no 2, p. 171-196.
- Doyle, J.R. y Green, R.H. (1991): "Comparing Products Using Data Envelopment Analysis". *Omega*, vol. 19, no 6, p. 631-638.
- Drake, L., y Howcroft, B. (1994). "Relative efficiency in the branch network of a UK bank: an empirical study". *Omega*, vol. 22, no 1, p. 83-90.
- El-Mahgary, S. y Lahdelma, R. (1995): "Data Envelopment Analysis: Visualizing the Results". *European Journal of Operational Research*, vol. 83, no 3, p. 700-710.
- Emrouznejad, A., Parker, B.R. y Tavares, G. (2008): "Evaluation of Research in Efficiency and Productivity: A Survey and Analysis of the First 30 Years of

- Scholarly Literature in DEA”, *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 42, no 3, p. 151-157.
- Farrell, M.J. (1957): “The Measurement of Productive Efficiency”, *Journal of the Royal Statistics Society*, vol. 120, no 3, p. 253-290.
 - Fienco, M. y Zambrano, Y. (2002). “Fondos de pensiones análisis de una propuesta de un sistema de pensiones mixto en el Ecuador”. *ESCUELA POLITÉCNICA DEL LITORAL, Guayaquil, Ecuador*.
 - Flores, B. (2015). “El sistema español de pensiones: evolución y reforma”. *Repositorio documental Universidad de Valladolid*.
 - Frías, P. (2009). “Estado De Bienestar Y Los Cuatro Modelos Europeos”. *Metodología de Encuestas*, vol. 31, no 9, p. 81-101.
 - Friedman, B.M. (2005). “The moral consequences of economic growth”. *Society*, vol. 43, no 2, p. 15-22.
 - Gil, J., y Patxot, C. (2002). “Reformas de la financiación del sistema de pensiones”. *Revista de Economía Aplicada*, vol. 10, no 28, p. 63-85.
 - Jiménez-Ridruejo, Z. (2007). “La sostenibilidad del sistema de pensiones en España: envejecimiento, inmigración y productividad “. *Documentos de la Seguridad Social*.
 - Kahn, L.M. (1991). “Customer discrimination and affirmative action”. *Economic Inquiry*, vol. 29, no 3, p. 555-571.
 - Kao, C. (1994): “Efficiency improvement in data envelopment analysis”. *European Journal of Operational Research*, vol. 73, no 3, p. 487-494.
 - Ley, E. (1991): “Eficiencia Productiva: Un Estudio Aplicado al Sector Hospitalario”. *Investigaciones Económicas (Segunda Época)*, vol. 15, no 1, p. 71-88.
 - Malthus, T.R. (1951). “Ensayo sobre el principio de la población”. *Review ordinary press*.
 - Martínez-Aldama, A. (2013). “Sistemas de pensiones: Experiencia internacional”. *Fundación de Estudios Financieros*.
 - Miliotis, P. (1992): “Data Envelopment Analysis Applied to Electricity Distribution Districts”. *Journal of the Operational Research Society*, vol. 43, no 5, p. 549-555.
 - Moreno, M.C. (1997). “Análisis económico del sistema de pensiones públicas”. *Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*.
 - Nishimizu, M. y Page, J.M. (1982): “Total Factor Productivity Growth, Technical Progress and Technical Efficiency Change: Dimensions of Productivity Change in Yugoslavia, 1965-78”. *Economic Journal*, vol. 92, no 368, p. 920-936.
 - Norman, M. y Stoker, B. (1991). “Data envelopment analysis: the assessment of performance”. *John Wiley & Sons, Inc*.
 - OCDE (2001): “Maintaining the Economic Well-Being of Older People: Challenges for Retirement Income Policies”. *OECD Observer: Policy Brief*.
 - OCDE (2009): “Pensions at a Glance 2009: Retirement-Income Systems in OCDE Countries”. *OCDE Observer: Policy Brief*.

- Oral, M. y Yolalan, R. (1990): "An empirical study on measuring operating efficiency and profitability of bank branch". *European Journal of Operational Research*, vol. 46, no 3, p. 282-294.
- Porto, A. (1989). "Economía del bienestar: teoría y política económica. Económica". *Revista Económica*, vol. 35, p. 15-19.
- Puyol, R. (1999). "Dinámica de la población en España: cambios demográficos en el último cuarto del siglo XX". *Síntesis*.
- Restzloff-Roberts, D. L. y Morey, R.C. (1993): "A goal-programming method of stochastic allocative data envelopment analysis". *European Journal of Operational Research*, vol. 71, no 3, p. 379-397.
- Rhodes, E.L. (1978). "Data envelopment analysis and approaches for measuring the efficiency of decision-making units with an application to program follow-through in us education". *Ph.D. dissertation, School of Urban; Public Affairs, Carnegie-Mellon University*.
- Richmond, J. (1974): "Estimating the efficiency of production". *International Economic Review*, vol. 15, no 2, p. 515-521.
- Rofman, R. y Luchetti, L. (2006). "Sistemas de pensiones en América Latina: Conceptos y mediciones de cobertura". *World Bank Discussion Paper*, no 0616.
- Ruiz, O. y Fernández, M. (2009). "Análisis prospectivo de los factores condicionantes del sistema de pensiones español". *Informes de la Seguridad Social Española*.
- Sánchez, A. (2014). "Derecho a la Seguridad Social". *Enciclopedia Jurídica de la Universidad Nacional Autónoma de México*.
- Sánchez, E. (2000). "El Sector Público en economías de mercado: ¿Qué hemos aprendido a fines del siglo XX?". *Papeles y memorias de la Real Academia de Ciencias Morales y Políticas*.
- Sengupta, J.K. (1990): "Transformations in Stochastic DEA Models". *Journal of Econometrics*, vol. 46, no 1-2, p. 109-123.
- Sengupta, J.K. (1998). "Testing allocative efficiency by data envelopment analysis". *Applied Economics Letters*, vol. 5, no 11, p. 689-692.
- Stiglitz, J.E. (1988). "La Economía del Sector Público". *A. Bosch, Barcelona*.
- Thanassoulis, E. (2001). "Introduction to the theory and application of data envelopment analysis". *Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*.
- Timmer, C.P. (1971): "Using a Probabilistic Frontier Production Function to Measure Technical Efficiency". *Journal of Political Economy*, vol. 79, no 4, p. 776-794.
- Tintner, G. (1960): "A Note on Stochastic Linear Programming". *Econometrica*, vol.1, p. 490-495.
- Vázquez, A. (2004). "Las reformas de los Sistemas de Pensiones en Europa". *Revista del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales*, no 54, p. 35-52.
- Webster, R., Kennedy, S. K., y Johnson, L. (1998). "Comparing techniques for measuring the efficiency and productivity of Australian private hospitals". *Australian Bureau of Statistics*.

- Zubiri, A.U. (1996). “La acción exterior del nacionalismo vasco, 1890-1939: Historia, pensamiento y relaciones internacionales”. *Instituto Vasco de Administración Pública*, p. 169-172.

Bases de datos y páginas WEB

- DialNet. <https://dialnet.unirioja.es/>
- EconPapers. <http://econpapers.repec.org/>
- Eurostat. <http://ec.europa.eu/eurostat>
- Google Académico. <https://scholar.google.es/>
- Instituto Nacional Estadística. <http://www.ine.es/>
- OCDE. <http://www.oecd.org/>
- ProQuestDissetations&Theses. <http://www.proquest.com>
- Seguridad Social Española. http://www.seg-social.es/Internet_1/index.htm
- EMS. <http://www.holger-scheel.de/ems/>