

2012



Elaboración y validación de un instrumento de observación para detectar dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético.

TESIS DOCTORAL

Antonio Coronado Hijón
Ldo. Fía. y Ciencias de la Educación
(sección Psicología)

Director: D. Jesús García Vidal

Departamento Métodos de Investigación y Diagnóstico en
Educación (MIDE)

Facultad de Ciencias de la Educación

Universidad de Sevilla





TESIS DOCTORAL

Elaboración y validación de un instrumento de observación para detectar dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético

ANTONIO CORONADO HIJÓN

LDO. FÍA. Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN (Sección Psicología)

Departamento Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación (MIDE)

Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Sevilla

2012



Departamento Métodos de Investigación y Diagnóstico en
Educación (MIDE)

Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de
Sevilla

Tesis doctoral:

**Elaboración y validación de un instrumento de
observación para detectar dificultades de aprendizaje
en el cálculo aritmético.**

Antonio Coronado Hijón

Ldo. Fía. y Ciencias de la Educación

(Sección Psicología)

Director: D. Jesús García Vidal

INDICE

1.	Introducción.	7
1.1.	Identificación y justificación del objeto del estudio	7
1.2.	Justificación del estudio del objeto: pertinencia o relevancia.	9
2.	Antecedentes.	12
2.1	Etapa inicial (1880, 1940).	14
2.2	Etapa de transición (1940, 1963).	17
2.3	Etapa de integración (entre 1963 y 1978).	20
2.4	Etapa contemporánea o de consolidación (desde 1978 hasta la actualidad)	23
3.	Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (DAM)	28
3.1	Discalculia.	28
3.2.	Etiología.	31
3.3.	Subtipos de DAM.	33
3.3.1.	Subtipo procedimental.	15
3.3.2.	Subtipo de memoria semántica.	34
3.3.3.	Subtipo viso-espacial.	35

4. Las dificultades en el aprendizaje del cálculo desde la perspectiva cognitiva.	37
4.1 Desde la Neuropsicología Cognitiva	37
4.2 Desde la Psicología Cognitiva	40
5. Los Aprendizajes Matemáticos y las dificultades encontradas en su adquisición.	42
5.1 Dificultades en la adquisición de las nociones y procesos numéricos básicos	43
5.2 Dificultades en la numeración y el cálculo.	44
5.2.1 La comprensión.	44
5.2.2 La escritura de los números y símbolos numéricos	45
5.2.3 Las operaciones.	46
5.2.3.1 Comprensión de las operaciones	46
5.2.3.2 La mecánica de las operaciones aritméticas.	47
5.2.3.2.1 Reglas algorítmicas	47
5.2.3.2.2 Tipos de errores.	48
5.3 Dificultades Específicas en la resolución de problemas matemáticos	51
6. Identificación y evaluación de las dificultades en el aprendizaje del cálculo.	52

7. Propósito de la investigación.	62
8. Elaboración y validación de una rejilla de observación para detectar dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético.	64
8.1 Objetivo General	64
8.2 Objetivos Específicos	64
8.3 Hipótesis.	65
8.4 Metodología y plan de trabajo	66
8.4.1 Participantes	66
8.4.2 Instrumento	67
8.4.3 Procedimiento	68
8.4.4 Diseño	68
8.4.4.1 Planificación del instrumento: Delimitación conceptual operativa	71
8.4.4.2 Revisión crítica de los ítems por un grupo de expertos.	74
8.4.4.3 Formato de presentación	83
8.4.4.4 Materiales del instrumento de Observación	85
8.4.4.4.1 Normas de aplicación.	85

8.4.4.4.2	Cuatro rejillas de observación sistematizada, presentada como sistema de categorías.	86
8.4.4.4.3	Formato de registro de respuestas y puntuación	91
8.4.5	Estudio piloto.	94
8.4.5.1	Estudio piloto cuantitativo.	95
8.4.5.1.1	Concordancia entre Observadores	96
8.4.5.2	Estudio piloto cualitativo.	98
8.4.5.2.1	Ejemplificación de dificultades tipo.	98
8.4.5.3	Análisis de resultados de la prueba piloto.	101
8.4.6	Estudio de campo	102
8.4.6.1	Validez de constructo.	103
8.4.6.2	Fiabilidad.	111
8.4.6.3	Concordancia entre observadores.	114
9.	Análisis de Resultados	116
10.	Discusión y conclusiones.	118
11.	Bibliografía.	123

1. Introducción.

Las matemáticas son uno de los conocimientos más antiguos y más valorados en la historia del género humano. Podemos buscar sus orígenes en las primeras civilizaciones. Culturas como la egipcia, griega, china y árabe aportaron importantes conocimientos a esta disciplina y desarrollaron complejos sistemas matemáticos.

No se comprendería por tanto, la civilización humana sin el conocimiento de las matemáticas. Su utilización funcional es necesaria para las personas que participamos de esta sociedad, como medio de comunicación y comprensión de multitud de fenómenos que nos rodean. Pero, como dice González- Pienda (1998), las matemáticas son a la vez que uno de los conocimientos más necesitados de las sociedades modernas, también uno de los más difíciles de aprender. Los niveles de fracaso en esta disciplina son bastante altos, especialmente en los últimos años de escolaridad obligatoria.

1.1. Identificación y justificación del objeto del estudio

En 1997, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) inició el Proyecto Internacional de Evaluación de Estudiantes (Programme for International Student Assessment) (PISA) con el objetivo de analizar la evolución de los resultados de los sistemas educativos, medidos a través de la valoración del rendimiento del alumnado de entre 15 y 16 años en competencias consideradas básicas, como son la lectora, la matemática y la científica.

El informe español PISA 2009, al igual que los que se han venido realizando, cada tres años, en ediciones anteriores, presenta una síntesis de algunos de los datos más relevantes, desde la perspectiva española, del Informe Internacional PISA 2009 elaborado por la OCDE y publicado en cinco volúmenes con el título *PISA 2009 Results* (OECD, 2010).

En el estudio español, publicado en diciembre de 2010 por el Instituto de Evaluación del Ministerio de Educación Español y en relación a las competencias adquiridas por el alumnado en Matemáticas, éstos obtienen 483 puntos, 13 por debajo de la media del resto de los países analizados. Los resultados españoles en competencia matemática 2009 son muy similares a los de ejercicios anteriores: 2000 (476), 2003 (485), 2006 (480) y 2009 (483).

El porcentaje de alumnado en los niveles más bajos de rendimiento (nivel menor que 1 y nivel 1) en competencia matemática es en el *Total OCDE* del 25% y en el *Promedio OCDE* el 22 %. España, Suecia, Francia, Austria, Estados Unidos, Portugal e Italia tienen entre un 21% y un 25% de alumnado en esos niveles, cifras en las que se sitúa el promedio y el total de OCDE.

Es evidente, que los datos obtenidos en evaluaciones nacionales e internacionales sobre la competencia matemática, muestran un porcentaje preocupante de alumnado con dificultades en el acceso al conocimiento y competencia matemática, convirtiéndose así en un reto y objetivo prioritario para la investigación, que ha de seguir inexcusablemente la dirección apuntada por las necesidades educativas planteadas.

1.2. Justificación del estudio del objeto: pertinencia o relevancia.

En los Estados Unidos de América, la “Ley de Educación para personas con Dificultades” (Individuals with Disabilities Education Improvement Act, IDEA, 2004, por su sigla en inglés), cambia radicalmente el enfoque en la identificación del alumnado con dificultades de aprendizaje (DA). Si anteriormente se prescribía a los profesionales para que utilizaran el modelo de discrepancia entre el cociente intelectual (CI) y el rendimiento escolar en la identificación, a partir de la promulgación de esta Ley se insta a utilizar lo que han denominado como, “Respuesta a la Intervención” (Response to Intervention, Rtl), un método alternativo basado en la evaluación educativa como procedimiento fundamental en la detección del alumnado en riesgo de fracaso escolar.

Cuando algún alumno presenta dificultades para aprender, se les considera “en riesgo” y se procede a proporcionarle una intervención de apoyo educativo adicional temprana con la que un importante número de alumnado consigue ponerse al corriente. En las escuelas que usan Rtl, los maestros brindan intervención tan pronto como el alumnado muestra indicios de tener dificultades.

Por regla general, la identificación de este alumnado se realiza durante el primer mes del curso escolar. Los profesionales pueden elegir diferentes estrategias para cumplir con esta tarea. Pueden observar el desempeño de todos los alumnos en las pruebas de rendimiento a lo largo del año anterior y

elegir un criterio como, por ejemplo, los puntajes inferiores al percentil 25 para designar el riesgo. Otra alternativa es evaluar, a todo el alumnado de un nivel determinado e identificar “en riesgo” a aquéllos que alcancen un puntaje inferior al mismo percentil (para una medición con referencia normativa) o por debajo de un parámetro de desempeño (para una medición con referencia de criterio). Este método es, a la vez, un medio de detección y de intervención temprana del alumnado que está en riesgo de fracasar en la escuela.

En España, la Ley Orgánica de Educación (*Ley Orgánica de Educación*, LOE; ley 2/2006, 3 de mayo, 2006), establece que *la detección* y valoración de las necesidades educativas de los niños con Dificultades de Aprendizaje, se realice *lo más temprano posible* por personal cualificado de los Equipos de Orientación Educativa y Psicopedagógica (EOEPs), así como por los maestros en la etapa de Educación Primaria, y profesorado de matemáticas en Educación Secundaria.

Para facilitar esta tarea es necesario que todos estos profesionales tengan acceso a instrumentos de observación y valoración de las dificultades de aprendizaje en las matemáticas (DAM), sencillos, válidos y fiables y que con un carácter e intención primordialmente criterial puedan dar orientaciones sobre el tipo de intervención remediadora más conveniente en cada caso (Blanco y Bermejo, 2008)

Hoy día, las técnicas mayormente utilizadas por los pedagogos y psicólogos de la educación, para evaluar las DAM suelen ser la entrevista (95,6%), con una proporción muy parecido respecto al uso de pruebas psicométricas (90%) y

en menor medida, el uso de evaluaciones referidas al criterio (62,2%) (Miranda y García, 2004).

Existen en la actualidad, a nuestra disposición, una serie de pruebas psicométricas destinadas a obtener información sobre los resultados o productos matemáticos de nuestros alumnos, valorando si éstos son adecuados a su edad y nivel escolar. Algunas de éstas son específicas de rendimiento matemático como las baterías EVAMAT (García Vidal, González, García, y Jiménez, 2009) y otras están incluidas en baterías más generales que evalúan aptitudes diferenciales de las que podemos citar: PMA (Thurstone, 1984), BADYG (Yuste, 1995), TEA 1, 2 y 3, (Thurstone, 1986, 1987, 1990), EVALÚA (García y González, 1998). WISC-IV (Wechsler, 2005), etc. Hay más subtest adicionales que pueden utilizarse para una valoración de los resultados en el cálculo matemático, aunque para llevar a cabo una evaluación completa del dominio matemático y de las dificultades que pueden presentarse necesitamos instrumentos o baterías de cálculo que sean válidas, sobre todo, para medir no solo los resultados sino además el proceso (Miranda C y Gil LI., 2002).

Con este objetivo más amplio se han hecho aportaciones y orientaciones psicopedagógicas sobre los aspectos fundamentales que deben estar recogidos en pruebas específicas de evaluación de dificultades en el cálculo (Vallés, 1993).

El presente estudio se enmarca dentro del contexto de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (DAM) y, más concretamente, en una de las

dificultades menos investigadas (Orrantía, 2000), las dificultades para operar con los números y calcular.

Desde el punto de vista de la intervención psicopedagógica resulta fundamental pues, dirigir nuestro objetivos de investigación, hacia una evaluación que nos informe acerca de los errores y problemas concretos de cada sujeto en el aprendizaje matemático, conocimientos que constituyen el prerrequisito básico para la puesta en marcha de programas de reeducación o remediación (González- Pienda y González- Pumariega, 1998; Blanco y Bermejo, 2008; Coronado, 2008, 2010).

Esta evaluación de los errores, será descriptiva y criterial, permitiendo por tanto, diseñar las medidas y respuestas curriculares y organizativas necesarias en la atención a las necesidades educativas específicas de apoyo educativo que presenta el alumnado, desarrollando así un planteamiento curricular específico y personalizado.

2. Antecedentes.

Hasta aproximadamente la década de los sesenta (1960) existían en los sistemas educativos de las sociedades de nuestro mundo, dos modalidades en la escolarización básica, a saber: la enseñanza normal y la educación especial. En la primera se escolarizaba al alumnado que no presentaba discapacidad física y sensorial, cognitiva o emocional, ya que para los alumnos con discapacidades permanentes (anteriormente se denominaban alumnos

retrasados, deficientes o incluso imbéciles o idiotas, en referencia a los discapacitados mentales) se disponía una modalidad aparte en la que se proveían unos servicios especiales para desarrollar unas programaciones curriculares de nivel inferior a los de la enseñanza normal y por tanto, también especiales.

En estas circunstancias, y desde el punto de vista del alumno, se podía estar escolarizado en la enseñanza normal o en la especial si presentaba alguna discapacidad “permanente”. Lo que no se contemplaba es que estuviera escolarizado en la educación ordinaria y presentara cualquier tipo de fracaso en el aprendizaje. En este caso, en la mayoría de las veces, la única opción disponible era el abandono o la expulsión del sistema educativo. Era, y así de literal se decía, el alumnado que “no servía para estudiar”. Dicho de otra manera, nos encontrábamos con tres tipos de aprendices: los que servían para aprender, los que no y, como tercera categoría, los deficientes.

Para los primeros y los últimos de esta topología, se disponía de las dos modalidades de escolarización referidas. Para los intermedios, como ya hemos comentado, su ubicación educativa era tan difícil como inexistente en la mayoría de los casos, ya que el sistema educativo se deshacía de ellos como lo más normal del mundo.

Es a partir de la década de los sesenta del siglo XX, cuando fruto del avance en el bienestar de las sociedades más desarrolladas se comienza a plantear y a legislar una enseñanza básica obligatoria para todos los ciudadanos. Este concepto de universalidad de la educación llevaba por tanto

implícito el dar respuesta educativa a todo tipo de alumnado hasta una determinada edad, la cual se ha ido ampliando desde los doce hasta los dieciséis actuales. De esa manera, ese grupo intermedio de alumnado que no era susceptible de educación especial, pero tampoco conseguía los objetivos educativos en la enseñanza normal, se presentaba como el mayor reto ante el objetivo de dotar a la ciudadanía de unos niveles básicos y obligatorios de formación y educación.

Contamos ya con un ingente número de estudios de revisión sobre la evolución histórica del campo de estudio de las dificultades de aprendizaje. Entre las más recientes podemos destacar las de; Mercer (1991), Kavale y Forness (1992), Hammill (1990, 1993), Myers y Hammill (1994), Wong (1996), Miranda (1986, 1994), Romero (1993), Suárez (1995), García Sánchez (1995, 1998), García Vidal y González (2001) y Aguilera Jiménez (2004) entre otros. Del análisis de estas revisiones podemos coincidir con Lerner, (1989) en que la mayoría divide en cuatro períodos la evolución del estudio de las dificultades de aprendizaje.

2.1 Etapa inicial (1880, 1940).

Esta fase, denominada también “de fundamentos”, (García Vidal y González, 2001) se caracteriza por el destacado desarrollo de las investigaciones básicas desde la medicina y la neurología sobre las funciones cerebrales, sus trastornos y repercusiones en el lenguaje y la conducta. Este

desarrollo se localiza en tres ámbitos: el de los trastornos del lenguaje hablado; los del lenguaje escrito y el referido a los trastornos perceptivos-motores. Como muestra de las principales aportaciones de esta etapa inicial pudieran señalarse:

En relación con las alteraciones en el lenguaje oral:

- En 1800 Francis J. Gall, (neurólogo austriaco), en investigaciones con adultos con afasia y lesiones cerebrales, comprueba la pérdida de la facultad de expresar ideas y sentimientos mediante el habla, aunque conservaban la inteligencia. Fruto de sus estudios es el establecimiento de la relación de algunas lesiones cerebrales con las alteraciones del lenguaje y la determinación de la localización cerebral de las capacidades mentales.
- Pierre Paul Broca, neurólogo francés (1824-1880), considerado el impulsor del estudio de la afasia, postuló que las dificultades en el lenguaje expresivo se debían a lesiones en la 3ra circunvolución frontal izquierda del cerebro (área de Broca).
- Carl Wernicke, médico alemán (1848-1904), continuó y profundizó en los estudios sobre la afasia, señalando en el año 1908 un área del lóbulo temporal (área de Wernicke) como la responsable directa de la comprensión verbal y en la asociación de sonidos.

En relación con las alteraciones en el lenguaje escrito:

- Hinshelwood (oftalmólogo inglés) amplió los estudios sobre la afasia a niños con problemas en la lectura, acuñando los términos “incapacidad específica para la lectura”, “ceguera verbal adquirida” y ceguera verbal congénita” (alexia). En el año 1917 propuso una teoría sobre la localización cerebral de las alteraciones en la lectura como alteraciones congénitas en las áreas cerebrales de la memoria visual para las palabras.
- Samuel T. Orton, (psiquiatra y profesor de la Universidad de Iowa) postuló que las dificultades lectoras eran causadas por un conflicto inter hemisférico debido a la ausencia de la dominancia cerebral (perspectiva funcional) que producía tartamudeo e inversión de sílabas y letras.

En cuanto a las alteraciones perceptivo-motoras:

- Kurt Goldstein, (médico alemán), estudio a soldados con lesión cerebral que presentaban alteraciones motoras, atencionales, perceptivas y emocionales.
- Heinz Werner y Alfred Strauss (psicólogo y neuropsiquiatra alemanes, respectivamente), estudiaron niños con daño cerebral y retraso mental que mostraban una sintomatología parecida a los soldados con lesión cerebral de Goldstein (síndrome de Strauss), caracterizada por: una supuesta lesión cerebral, extremada desatención, problemas perceptivos de discriminación figura-fondo e hiperactividad.

Fueron los primeros en utilizar el término de “lesión cerebral mínima” a las dificultades de aprendizaje de los escolares y delimitaron éstas en: problemas atencionales, hiperactividad y problemas perceptivo-motrices.

Desde la cuestión de la intervención remediadora, se propone en esta etapa un enfoque fundamentalmente instruccional a la rehabilitación de los problemas de aprendizaje.

2.2 Etapa de transición (1940, 1963).

Este segundo periodo se caracterizó por la transición desde el enfoque médico anterior a otros de origen más psicológico y educativo. Resultado de este giro investigador es la aparición de importantes pruebas diagnósticas sobre el desarrollo psicomotor, perceptivo-visual y del desarrollo del lenguaje, fundamentalmente desde E.E.U.U. y Canadá.

Esta etapa de transición del campo médico al psicoeducativo se concretó en el surgimiento de dos modelos:

- a) *el modelo centrado en el análisis de las tareas de aprendizaje.*
- b) *el modelo centrado en el sujeto y en el análisis de los procesos psicológicos básicos, en especial el perceptivo-motor y el psicolingüístico, y de otra parte;*

- a) El *modelo centrado en la tarea* aparece alrededor de 1940, en contraposición al modelo médico neurológico. Fundamentado en principios de la psicología conductista, las dificultades de aprendizaje se enmarcan dentro del propio proceso de aprendizaje y se entienden debidas a una educación inadecuada y a la falta de experiencia y práctica con la tarea de aprendizaje. El método de diagnóstico se basa en el “análisis de tareas” y en función del resultado de ésta se determinan los objetivos de aprendizaje en términos conductuales y una evaluación criterial de éstos, en lugar de la evaluación normalizada del modelo centrado en el sujeto.
- b) Del *modelo centrado en el sujeto y en el análisis de los procesos psicológicos básicos*, podemos destacar como autores más relevantes, a: Lehtinen, William Cruickshank, Kephart, Frostig, Getman y Barsch que basándose en los fundamentos teóricos y empíricos de Werner y Strauss continuaron las investigaciones desde un *enfoque perceptivo-motor*.

Los aportes fundamentales de esta perspectiva de estudio pueden resumirse en:

- William Cruickshank amplía los estudios perceptivos a sujetos con inteligencia conservada y dificultades de aprendizaje, encontrando las mismas alteraciones perceptivas que Werner y Strauss describieron en los niños con retraso mental. De estas observaciones postula la

hipótesis de que los aprendices con parálisis cerebral e inteligencia normal mostraban pobres relaciones figura-fondo debidas, a la desestructuración, al igual que los escolares con retraso mental.

- Kephart, siguiendo la línea de investigación de Cruickshank, propuso que los programas de recuperación para los escolares con dificultades de aprendizaje se centraran en la reeducación perceptivo-motriz, con una intervención en dificultades de aprendizaje de números y letras, mediante la reeducación de la orientación espacial del propio cuerpo.
- Marianne Frostig diseñó una prueba para evaluar los retrasos de la madurez perceptiva en el alumnado con dificultades de aprendizaje.

Desde el *modelo centrado en el sujeto* y en referencia al *enfoque psicolingüístico*, podemos destacar los estudios de Samuel Kirk, Helmer Myklebust y Miderd McGinnis, entre otros, los cuales cambian el interés investigador, más hacia los procesos de la comunicación alterados que a la localización de la lesión, como en momentos anteriores:

- Helmer Myklebust y Miderd McGinnis, destacaron desde mediados de los cincuenta por sus investigaciones sobre el aprendizaje y dificultades lectoras, contribuyendo a la identificación de los distintos subtipos de dislexia.
- Samuel Kirk, postuló que las dificultades de aprendizaje eran debidas a retrasos evolutivos en los procesos psicolingüísticos y para su diagnóstico, elaboró un test, el famoso ITPA (Illinois Test of

Psycholinguistic Abilities). Fue el impulsor del reconocimiento de las dificultades específicas de aprendizaje como entidad clínica.

2.3 Etapa de integración (entre 1963 y 1978)

Esta etapa que se inicia con la aceptación clínica de las dificultades de aprendizaje como entidad nosológica en 1963, se ha venido en denominar etapa de integración debido al hecho de conglomerar, fruto de los estudios de las etapas anteriores, lo relacionado con los problemas del lenguaje oral, las dificultades del lenguaje escrito y los trastornos perceptivos motores como elementos claves en torno a los cuales se centra el interés investigador.

La preocupación surgida fundamentalmente del profesorado que veía que necesitaba más formación y mejores medios didácticos, se fue generalizando rápidamente a las familias de alumnado con dificultades en el aprendizaje. En Estados Unidos y Canadá, este colectivo de afectados de la comunidad escolar comienza a exigir a la Administración respuestas educativas diversificadas. Se organizan en asociaciones y buscan soluciones a este nuevo reto.

En abril de 1963, en la ciudad de Chicago, en unas jornadas sobre Educación, Samuel Kirk define la nueva categoría de “Dificultades de Aprendizaje” (en adelante DA) como: *“Un retraso, trastorno o desarrollo retrasado en uno o más procesos del habla, lenguaje, escritura, aritmética u otras áreas escolares resultantes de un handicap causado por una posible*

disfunción cerebral y/o alteración emocional o conductual. No es el resultado de retraso mental, privación sensorial o factores culturales e instruccionales” (Kirk, 1962, pág 73). Uno de los motivos del éxito del término fue el hecho de que surgiera como solución al debate que sostenían familias y educadores acerca del efecto estigmatizador de algunas etiquetas diagnósticas que venían usándose en escolares con problemas en su aprendizaje, tales como daño cerebral, disfunción cerebral mínima o problemas perceptivos (Aguilera, 2003).

A partir de este momento, el estudio de los trastornos de aprendizaje, se ve potenciado y desarrollado especialmente en el entorno norteamericano. Se funda la *Association for Children with Learning Disabilities (ACLD)* promovida por padres y madres de alumnado con dificultades de aprendizaje (DA), con el objetivo de desarrollar programas y servicios para responder a las necesidades educativas del alumnado que presentaba dificultades en su aprendizaje. Fruto de todos estos sucesos, se promulga en EEUU la Ley Pública 91-230 en la que se regula de manera específica la atención educativa del alumnado con DA.

Prueba de que las DA se instauran oficialmente como una categoría con peso específico dentro de la Educación Especial es la creación a partir de 1967 de un ingente número de revistas científicas que abordan monográficamente esta temática, tales como *Journal of Learning Disabilities (JLD)*, *Learning Disabilities Quarterly (LDQ)*, y *Learning Disabilities Research & Practice (LDR&P)*.

En Europa y hasta la década de los ochenta, esta nueva categoría no provoca ninguna implicación directa de los sistemas educativos, ya que al no

proveer de servicios psicopedagógicos a las escuelas normales, las dificultades de aprendizaje no pueden ser atendidas desde los centros escolares, quedando el diagnóstico y la intervención para los servicios y gabinetes privados de psicología escolar.

Para Hammill (1993), este período se caracterizó por cinco importantes cuestiones:

- El interés de familias de afectados por constituir asociaciones y organizaciones específicas del área.
- La solicitud y resultantes dotaciones económicas de las Administraciones a estas asociaciones, así como de una legislación y normativas promulgadas para proteger los derechos de los escolares con dificultades de aprendizaje.
- El desarrollo de programas y servicios educativos específicos amparados por la nueva legislación y dotaciones económicas.
- La constitución de nuevos grupos de estudio en este área, constituidos por equipos multidisciplinares de médicos, psicólogos, educadores, especialistas en patologías del lenguaje, investigadores, neuropsicólogos, etc
- El uso ecléctico de variedad de teorías, técnicas de evaluación y estrategias de intervención educativa, bajo un interés integrador basado en la funcionalidad de las intervenciones, más que en el rigor teórico.

2.4 Etapa contemporánea o de consolidación (desde 1978 hasta la actualidad)

En 1978 se produce un punto de inflexión en el viejo continente. El Departamento de Educación y Ciencia británico encargó al “Comité de investigación sobre la Educación de los niños y jóvenes deficientes”, presidido por Mary Warnock, el análisis de la situación de la Educación Especial en Inglaterra. La comisión aportó las concepciones generales que fundamentaban el acuñamiento de un nuevo término, a saber: las “Necesidades Educativas Especiales (NEE)” y consideró que hasta uno de cada cinco niños (20 %) pueden necesitar una ayuda educativa especial en algún momento de su escolaridad.

El informe Warnock recogió el concepto de *dificultades de aprendizaje en su sentido amplio* y sirvió de inspiración a la Ley de Educación Inglesa de 1981. En la sección 1ra. del texto legal inglés se dice: “... un niño tiene una necesidad educativa especial si tiene una dificultad de aprendizaje que reclama que se haga para él una provisión educativa especial”, “... un niño tiene una dificultad en el aprendizaje si tiene una dificultad para aprender significativamente mayor que los niños de su edad”. El mismo concepto se repite en la Ley de Educación inglesa de 1993.

Los principios fundamentales del informe Warnock (1978), que apoyaban el uso del nuevo término de necesidades educativas especiales (NEE) se puede resumir en:

- La educación es un derecho de todos los alumnos.

- Los fines de la educación son los mismos para todos. La Educación Especial (EE) consistirá en la respuesta a las necesidades educativas (NNEE) de un alumno para conseguir estos fines.

- La posibilidad de plantear NEE son comunes a todos los niños. Ya no existirán dos grupos de alumnos, los deficientes que reciben EE, y los no deficientes que reciben educación ordinaria. Si las NEE forman un continuo, también la EE debe entenderse como un continuo de prestación en el que se adapta el currículum ordinario, a corto o a largo plazo.

- En el diagnóstico no se impondrá una denominación de la deficiencia sino una explicación de la prestación requerida.

Este informe provocó un revulsivo en los sistemas educativos que quedó plasmado en nuevas leyes y decretos que recogían los principios anteriormente expuestos. Concretamente en España, se opta por un nuevo modelo de Educación Especial articulado en la Ley 13/82 de 7/4 sobre Integración Social del minusválido y en el Real Decreto 334/85 sobre Ordenación de la Educación Especial. Como resultado la categoría de las Dificultades de Aprendizaje (DA) se considera una subcategoría de otra más amplia e integradora como es la de Necesidades Educativas Especiales. Posteriormente en la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), aprobada el 3 de octubre de 1990 se establece un “único sistema de enseñanza”, se establecen unos fines educativos generales iguales para todos y se prescribe la adecuación de las enseñanzas a las características del alumnado con o sin necesidades educativas especiales (LOGSE, art. 2.5).

Este nuevo giro normativo, no sólo aporta una nueva visión educativa, sino que además regulan la implantación de una serie de recursos personales y materiales vertebradas a partir de aulas de apoyo en los centros de educación general, asesorado por equipos y departamento de orientación, para dar respuesta a las necesidades educativas especiales que pueda plantear cualquier alumno a lo largo de su escolaridad.

En esta etapa contemporánea, pues, se consolida el apoyo legislativo, el desarrollo e influencia de las asociaciones relacionadas con las dificultades de aprendizaje, así como el abordaje multiprofesional (Aguilera, 2003.). Desde el soporte teórico, cobra importancia el enfoque cognitivo de procesamiento de información (que desarrollaremos más adelante) bajo cuya luz se revisan las explicaciones etiológicas anteriores y se pone en cuestión la utilidad del criterio de discrepancia en el diagnóstico y detección (Siegel, 1992)

Tradicionalmente, en el contexto internacional, la identificación de niños con *dificultades específicas de aprendizaje (DEA)* se ha basado en la utilización del criterio de discrepancia CI-rendimiento, el cual refleja la existencia de un desajuste entre el potencial de aprendizaje del alumno y su rendimiento académico. Este criterio, aún vigente, se describe en el DSM IV-TR (American Psychiatric Association, 2002). En E.E.U.U se incorporó a la legislación que regula la educación especial en los distintos Estados para la identificación de la categoría de diagnóstico DEA (Frankenberg y Fronzaglio, 1991). Por tanto, para muchos profesionales, el concepto DEA ha llegado a ser sinónimo de discrepancia entre rendimiento escolar e inteligencia (Mather y Healey, 1990).

No obstante, actualmente, el uso de este criterio está generando una gran controversia (Siegel, 1988, 1992, 2003; Stanovich, 1991).

En España no ha existido tradición en el reconocimiento de una categoría de diagnóstico en el campo de la Educación Especial (EE) referida al término "Dificultades específicas de Aprendizaje" (Jiménez y Hernández-Valle, 1999), cuestión por la cual los profesionales no han utilizado en su práctica, el criterio de discrepancia CI- rendimiento. En el ámbito internacional son muchos los países que han adoptado la definición contemplada por el *National Joint Committee on Learning Disabilities* (NJCLD, 1994). Según esta definición propuesta por el NJCLD, "Dificultades específicas de Aprendizaje es un término general que hace referencia a un grupo heterogéneo de alteraciones que se manifiestan en dificultades en la adquisición y uso de habilidades de escucha, habla, lectura, escritura, razonamiento o habilidades matemáticas. Estas alteraciones son intrínsecas a los individuos y pueden tener lugar a lo largo de todo el ciclo vital. Problemas en conductas de auto-regulación, percepción social e interacción social pueden coexistir con las DEA, pero no constituyen en sí mismas una DEA. Aunque las DEA pueden coexistir con otro tipo de handicaps (v.gr., impedimentos sensoriales, retraso mental, trastornos emocionales) o con influencias extrínsecas (tales como diferencias culturales, instrucción inapropiada o insuficiente), no son resultado de aquellas condiciones o influencias (p.65)". Esta *concepción restringida o específica* del término de las DA, con una implementación internacional dominante, plantea una categoría diagnóstica específica de la educación especial referida a los problemas específicos que encuentran algunos alumnos en su aprendizaje y es

la recogida en los criterios diagnósticos de los dos principales sistemas diagnósticos internacionales: la CIE-10- Clasificación Estadística Internacional de Enfermedades y Problemas de Salud (OMS; 2001) y el DSM-IV-TR Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales Texto Revisado (APA, 2002).

Como hemos comentado anteriormente, desde la publicación de la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE), las DEA en España se han entendido desde una *concepción amplia* y dentro del término de Necesidades Educativas Especiales (NEE), donde se establece un continuo entre el extremo de las NEE permanentes y más graves (v.gr., sensoriales, motoras e intelectuales) y, el otro, las transitorias o más leves (García, 1995; Suárez, 1995). De esta manera, la identificación de las NEE en España, y también en otros países europeos como el Reino Unido (McLaughlin, et al, 2006), se ha realizado cuando el alumno no aprende en el contexto y recursos ordinarios del aula, observándose un desfase, entre ese alumno y sus compañeros, en los aprendizajes básicos; y ello independientemente de que esta dificultad sea debida a deficiencias sensoriales, mentales, motrices, socioambientales o étnicas.

Sin embargo, con la promulgación de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 Mayo, de Educación (LOE, 2006) se produce un cambio importante en esta cuestión, al incorporarse por primera vez en una normativa de ámbito nacional el término “Dificultades específicas de aprendizaje” (DEA), considerándolas, por

tanto, como una categoría específica de diagnóstico en la Educación Especial de acuerdo con la concepción restringida del término dominante en el ámbito científico internacional. En concreto, en el artículo 71.2 del Capítulo I del Alumnado con Necesidad Específica de Apoyo, se detalla que *“Corresponde a las Administraciones educativas asegurar los recursos necesarios para que los alumnos/as que requieran una atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, por dificultades específicas de aprendizaje (...), puedan alcanzar el máximo desarrollo posible de sus capacidades personales y, en todo caso, los objetivos establecidos con carácter general para todo el alumnado”*.

Este cambio de paradigma, impulsará con toda probabilidad un mayor desarrollo y utilización de medidas específicas de evaluación y tratamiento al alumnado con DA.

3. Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas: conceptos básicos

3.1 Discalculia.

Las Dificultades específicas de aprendizaje (DEA), han sido definidas como trastornos específicos del aprendizaje (TA) por el DSM-IV-TR Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales Texto Revisado (APA, 2000) y como Trastornos específicos del desarrollo del aprendizaje escolar, por

la CIE-10- Clasificación Estadística Internacional de Enfermedades y Problemas de Salud (OMS; 2001); ver tabla 1.

<p>CIE-10 (1995): Trastornos específicos del desarrollo del aprendizaje escolar</p> <ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> Trastorno específico de la lectura<input type="checkbox"/> Trastorno específico de la ortografía<input type="checkbox"/> Trastorno específico del cálculo<input type="checkbox"/> Trastorno mixto del desarrollo del aprendizaje escolar<input type="checkbox"/> Otros trastornos del desarrollo del aprendizaje escolar<input type="checkbox"/> Trastorno del desarrollo del aprendizaje escolar sin especificación <p>DSM-IV TR (2000): Trastornos específicos del aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"><input type="checkbox"/> Trastorno de la lectura<input type="checkbox"/> Trastorno del cálculo<input type="checkbox"/> Trastorno de la escritura<input type="checkbox"/> Trastorno de Aprendizaje no especificado

Tabla 1: clasificación de los trastornos de aprendizaje por el CIE-10 y el DSM-IV TR

En cuanto lo que a las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM) se refiere, pues, el término más utilizado para referirse a ellas es el de trastorno de cálculo, acalculia o discalculia, que etimológicamente significa un trastorno de la habilidad para calcular.

El primer caso del que tenemos referencias en la literatura científica, en el que la capacidad de cálculo estaba afectada, con conservación de la inteligencia, fue descrito y publicado en 1908 por Lewandowsky y Stadelman. Pero fue Henschen quien acuñó el término “acalculia” en el año 1919, para referirse a dificultades en las habilidades de cálculo asociadas con daños cerebrales. Dicho de otra manera, el término acalculia se refería a un trastorno adquirido de la habilidad de cálculo en adultos, consecuencia de lesiones cerebrales.

En 1926, H. Berger, creador del electroencefalograma, realizó la primera clasificación de las acalculias, diferenciándolas entre “primarias o puras”, es decir, no consecuentes a otras afecciones, y “secundarias” si resultaban de la disfunción de otras capacidades. En la acalculia primaria se observarían dificultades tan sólo en el ámbito de las matemáticas, mientras que en la secundaria, los trastornos en el aprendizaje de las matemáticas estarían asociadas con alteraciones en otras funciones como el lenguaje, la memoria o las habilidades, diferenciándose a su vez, la acalculia secundaria en, atáxica (relacionada con alexia y/o agrafia de número) y acalculia secundaria visoespacial (relacionada con alteraciones visoespaciales).

El término acalculia, por tanto, se ha venido usando habitualmente en la literatura para referirse a la pérdida de la habilidad de calcular adquirida, debida a lesiones estructurales, mientras que para las alteraciones en el aprendizaje de capacidades aritméticas se ha preferido la denominación de discalculia, de manera parecida al uso del término "dislexia" para las dificultades en el

aprendizaje de la lectura, frente a "alexia" para la pérdida adquirida de esta habilidad. Aunque el uso del término *discalculia*, desde la orientación neuropsicológica ha coexistido con la tesis de su relación con algún trastorno neurológico que no es posible identificar debido a su limitado alcance, diagnosticándose como «disfunción cerebral mínima» (tan mínima que es imposible observar y solo suponer) o, alternativamente, como “ retraso madurativo» de algunas funciones neuropsicológicas que supuestamente son prerrequisito de los aprendizajes aritméticos.

La realidad es que el término acalculia ha sido sustituido cada vez más por el de discalculia, diferenciando las que son de origen “adquirido”, resultado de un daño cerebral sobrevenido y que afecta a personas que no presentaban anteriormente trastornos y las llamadas “evolutivas” que aparecen a lo largo del desarrollo evolutivo y del proceso de aprendizaje, con características muy similares a las adquiridas.

Actualmente, es frecuente distinguir las discalculias en función de la secuencia evolutiva de los aprendizajes, adquiriendo de este modo el concepto de discalculia evolutiva su significado original (Miranda, Fortes y Gil, 2000)

3.2. Etiología.

Las evidencias sobre el origen genético de las DAM, proceden de dos líneas de investigación forjadas en los últimos años. De un lado, estudios sobre patrones de agregación familiar en la competencia matemática y en dificultades

específicas de aprendizaje como la discalculia, y de otro lado, investigaciones sobre la comorbilidad de las DAM con las dificultades de aprendizaje en la lectura, con una etiología genética demostrada.

Estudios demográficos han demostrado que la discalculia presenta una predisposición familiar, cuanto mayor es el grado de vinculación familiar. Datos extraídos de estos estudios son que: El 66% de las madres de niños con discalculia presentan el mismo trastorno de aprendizaje, el 44% de los padres, el 53% de los hermanos, y el 44% de los familiares de segundo grado. El riesgo de sufrir este tipo de dificultad de aprendizaje cuando uno de los hermanos presenta discalculia es mayor en niños cuyos hermanos tienen discalculia, proporción que es 10 veces mayor que la esperada en la población general (Shalev et al., 2001). Aún más, estudios realizados con gemelos (Alarcón, DeFries, Light y Pennington, 1997), en los que uno de ellos tenía un diagnóstico de discalculia, señalan que el 58% de los gemelos monozigóticos presentaba también este tipo de dificultades, mientras que el porcentaje para los dizigóticos fue 39% (concordancia entre hermanos de .73 y .56 respectivamente).

Y a la inversa, otra manera alternativa de confirmar la base genética de las DAM está basada en investigaciones sobre los buenos rendimientos matemáticos mostrados académicamente o profesionalmente compartidos familiarmente. Además, los estudios apuntan a que se trata de un efecto específico, no atribuible a la competencia cognitiva general (Wijsman et al., 2004).

En cuanto al segundo tipo de investigaciones referidas, la existencia de una base genéticamente determinada en las DAM puede también deducirse, indirectamente, de su correlación con las dislexias evolutivas cuyo origen hereditario ha sido extensamente investigado (Fisher, 2003; Morris, et al., 2000; Wood y Grigorenko, 2001). En concreto, las investigaciones indican que la correlación entre dislexia y DAM oscila entre .40 y .86 (Light y DeFries, 1995).

3.3. Subtipos de DAM.

Con el término DAM se engloban diversos tipos de dificultades de aprendizaje relacionadas con las matemáticas.

En los últimos años, David Geary ha ido elaborando una clasificación, con el objetivo de restar ambigüedad a este término y definir con mayor funcionalidad las características de estas DAM, estableciendo para ello tres subtipos: subtipo procedimental, subtipo basado en déficits en la memoria semántica, y subtipo basado en déficits en las habilidades viso-espaciales (Geary, 2003).

Esta clasificación constituye una actualizada síntesis de las conclusiones más relevantes que se han confirmado hasta el momento, de la investigación en DAM relativas a:

- 1) estudios sobre el rendimiento y el tipo de errores cometidos en tareas matemáticas.
- 2) las características neuropsicológicas del alumnado con DAM.

3) la investigación genética, los aspectos evolutivos con influencia en estas dificultades, y

4) su relación con las DAL.

3.3.1. Subtipo procedimental.

- *Características cognitivas y rendimiento en pruebas matemáticas.*

Uso frecuente de procedimientos evolutivamente inmaduros y comúnmente usados por alumnos sin DA más jóvenes.

Errores frecuentes en la implementación de procedimientos en tareas matemáticas.

Baja comprensión de conceptos subyacentes a la habilidad procedimental.

Dificultades para secuenciar los pasos en procedimientos más complejos.

- *Características neuropsicológicas.*

No se conocen, aunque algunas investigaciones sugieren una asociación con disfunción en el hemisferio cerebral izquierdo, y a veces una disfunción prefrontal.

- *Características genéticas.* Sin datos al respecto.
- *Aspectos evolutivos.*

Como su ejecución es parecida a la de alumnado más joven, y es frecuente una mejoría con el paso del tiempo, parece representar un retraso madurativo

- *Relación con la lectura.* Permanece sin aclarar.

3.3.2. Subtipo de memoria semántica.

- *Características cognitivas y rendimiento en pruebas matemáticas.*

Dificultades en la recuperación de la memoria de hechos matemáticos, como respuestas a problemas aritméticos sencillos. Incluso en los hechos matemáticos que se recuperan, se observa un alto porcentaje de errores. Este tipo de errores aritméticos en la recuperación de la memoria, están frecuentemente asociados a los números que contiene el problema (ej. responder $3+4 = 5$, ya que 5 es el número que sigue en la secuencia de conteo 3, 4...).

También se observan tiempos de reacción asistemáticos en la recuperación de los hechos matemáticos.

- *Características neuropsicológicas.*

Parece estar asociado a una disfunción en el hemisferio izquierdo, posiblemente en las regiones posteriores o prefrontales, según el tipo de errores. Posible afectación subcortical, especialmente en los ganglios basales.

- *Aspectos genéticos.* Parece ser un déficit heredable.
- *Aspectos evolutivos.*

Las características cognitivas son distintas de las de los niños de menor edad, y no suelen presentar cambios significativos con la edad, pudiéndose deducir un desarrollo madurativo diferente.

- *Relación con la lectura.*

Suele concurrir con dificultades en la lectura de origen fonético.

3.3.3. Subtipo viso-espacial.

- *Características cognitivas y rendimiento en pruebas matemáticas.*

Dificultades en la representación espacial que conllevan a su vez, dificultades para comprender la información representada espacialmente.

- *Características neuropsicológicas.*

Parece estar asociado con una disfunción en el hemisferio cerebral derecho, en concreto, con las regiones posteriores, aunque también puede haber implicación de la corteza parietal del hemisferio izquierdo.

- *Aspectos genéticos.*

Sin aclarar, aunque las características cognitivas son comunes en ciertas patologías genéticas (p.e. Síndrome de Turner).

- *Aspectos evolutivos.* Sin aclarar.
- *Relación con la lectura.*

No parece estar relacionado con dificultades del aprendizaje en la lectura.

La importancia de la clasificación de Geary, junto con los estudios paralelos de descripción del rendimiento de los estudiantes con dificultades del aprendizaje en matemáticas (EDAM) desarrollados por Jordan (Jordan, y Hanich, 2000; Jordan, Hanich y Kaplan, 2003) estriba en aportar una base útil para empezar a superar uno de los principales problemas del área: el estudio diferenciado del rendimiento de los EDAM en los tres grupos básicos de aprendizaje que siguen una secuencia evolutiva: (1) *nociones y procesos básicos*; (2) *numeración y cálculo*; y (3) *resolución de problemas*.

4. Las dificultades en el aprendizaje del cálculo desde la perspectiva cognitiva.

4.1 Desde la Neuropsicología Cognitiva

A partir de la década de los ochenta del siglo pasado, las investigaciones en el área de la Neuropsicología Cognitiva toman un especial protagonismo debido principalmente a dos modelos teóricos: un modelo cognitivo de tipo funcional, desarrollado por McCloskey y cols. (1986, 1990, 1992) y un modelo de código triple, propuesto por Dehaene y Cohen (1995).

Desde estos modelos se proponen sistemas de procesamiento numérico en función del tipo de tarea, del tipo de input y de output.

Modelo de McCloskey (McCloskey, 1992). Propone distintos componentes para la comprensión y producción de números arábigos y palabras. Un postulado básico de este modelo es que la comunicación entre los distintos módulos de *input* y *output* está basada en representaciones abstractas internas. Ésta es la diferencia principal de este modelo con la mayoría de los modelos posteriores, que postulan, además, la existencia de rutas asemánticas. Esta debilidad de la teoría basada en un escaso desarrollo del sistema de comprensión, en el que el significado tiene un carácter abstracto/cuantitativo, donde el procesamiento numérico se reduce a la comparación de magnitudes entre numerales. La evidencia empírica de este modelo la sustentaron sus autores en dos únicos estudios de caso aislado, ambos lesionados cerebrales. (McCloskey, Sokol y Goodman, 1986).

Modelo de código triple (Dehaene, 1992; Dehaene y Cohen, 1995). También denominado por sus autores “neuro-funcional”, fue desarrollado inicialmente como un modelo cognitivo conformado por tres sistemas de procesamiento y representación numérica, al que posteriormente añadieron referencias de las bases cerebrales de las representaciones.

La propuesta de este modelo es que:

(1) La información numérica se puede procesar en tres tipos de códigos: una representación *analógica de cantidades* análoga a las magnitudes; un formato verbal-auditivo, en el que los números se representan como cadenas de palabras; y una forma arábigo-visual, en la que los números se representan como cadenas de dígitos.

(2) Hay procesos que permiten que la información se traduzca directamente de uno a otro código, a modo de *transcodificación*.

(3) La elección de un código u otro está relacionada con el tipo de operación mental requerida en cada caso. Así, por poner un ejemplo, mientras que el código arábigo-visual se usa habitualmente para las operaciones aritméticas con números de varios dígitos, el código verbal-auditivo se usa para contar, y la representación analógica de cantidades se utiliza para comparaciones.

En los últimos años, los estudios y propuestas surgidos desde la perspectiva neuropsicológica han recibido un número ingente de críticas, de entre las que se suele destacar las siguientes:

- I. Se parte de una definición descriptiva, realizada en términos negativos (alumnado que *a pesar de* mostrar una inteligencia normal, *no* tener problemas emocionales, *ni* deficiencias sensoriales, tienen un bajo rendimiento escolar, identificado mediante las bajas puntuaciones en pruebas de rendimiento y por las calificaciones escolares) y se llega a una definición positiva, concibiendo las DAM como una "entidad", como algo que se "tiene" y que probablemente esté originado por alguna alteración neurológica.
- II. La relación que se establece entre dificultades matemáticas y los "signos neurológicos menores" no está científicamente demostrada ya que dicha relación se establece, mayormente, a partir de estudios correlacionales, con la debilidad científica que resultan las conclusiones derivadas exclusivamente de estudios de este tipo.
- III. La fundamentación teórica de estos estudios se basan en concepciones superficiales de las tareas matemáticas en vez de en una teoría fundamentada de la competencia matemática.
- IV. Las teorías están basadas en escasas investigaciones empíricas que adolecen de una importante debilidad metodológica.

En palabras de Rivière (1990) "conviene guardar una prudente reserva antes de trasladar el modelo de lesión o disfunción a los niños que encuentran difícil adquirir representaciones matemáticas o habilidades de cálculo en la escolaridad normal (a diferencia de los adultos con lesiones, que pierden las capacidades previamente adquiridas). Sin negar que pueda existir un grupo

reducido de ellos con algún trastorno neurológico subyacente, no hay pruebas para aceptar la idea de que éste se produce en todos los niños con dificultades específicas para el aprendizaje de las matemáticas".

4.2 Desde la Psicología Cognitiva

En este trabajo, se parte de la premisa que el enfoque de la psicología cognitiva, posiblemente sea la perspectiva científica que permita una mayor profundidad en el análisis de las dificultades de aprendizaje del cálculo aritmético (Rivière, 1990).

El cálculo es un componente esencial en la resolución de problemas aritméticos, y éste es uno de los contenidos más importantes de las Matemáticas, junto a la geometría, la medida o la probabilidad. Es por ello que un gran porcentaje de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con la aritmética, en la que el cálculo representa un papel esencial (Orrantía, 2000).

El estudio de las dificultades en el cálculo desde el punto de vista cognitivo parte del análisis de los mecanismos cognitivos que sustentan las competencias aritméticas y de cálculo, así como la manera en que se adquieren estos mecanismos a lo largo del curso evolutivo. Con esos datos se sustenta la explicación sobre la naturaleza de las dificultades, determinando que pueden hacer, o no, los niños en los distintos puntos de su secuencia evolutiva

El conocimiento de las operaciones básicas surge a partir de los aprendizajes informales y formales del conocimiento matemático. Las

investigaciones cognitivas que han estudiado el desarrollo de las habilidades para el cálculo han establecido que esta competencia requiere de la integración de una serie de esquemas “protocuantitativos” (Resnick, 1989; 1992) con la experiencia de contar (Gelman y Gallistel, 1978; Fuson, 1992).

Estas estrategias de conteo que utilizan inicialmente para sumar y restar, se van haciendo más complejas con el uso y la práctica, hasta interiorizarse en esquemas de memoria que posibilitarán posteriormente la “recuperación de hechos numéricos” (desde la memoria a largo plazo semántica) para la solución de operaciones de cálculo (Carpenter y Moser, 1984; de Corte y Verschaffel, 1987; Fuson, 1988, 1992).

Los estudios sobre el tipo de trastornos que muestran los niños con dificultades en el aprendizaje del cálculo, reflejan dos tipos de déficits funcionales básicos: déficits procedimentales y déficits en la recuperación de hechos (Geary, 1990, 1993; Geary, Brown y Samaranayake, 1991; Goldman, Pellegrino y Mertz, 1988; Kirby y Becker, 1988; Orrantía, 2000)

Los déficits procedimentales implican procedimientos aritméticos (estrategias de conteo) evolutivamente inmaduros, frecuentes errores de conteo verbal, así como una velocidad de conteo más lenta cuando ejecutan estrategias.

Los déficits en la recuperación de hechos conllevan una representación de hechos aritméticos en la memoria, atípica, así como una elevada proporción de fallos de recuperación y tiempos de respuesta en la recuperación bastantes aleatorios y asistemáticos.

Por lo tanto, el alumnado con dificultades en el aprendizaje del cálculo presenta déficits específicos en la recuperación de hechos desde la memoria, y estos déficits se muestran estables en el tiempo, por lo que pueden ser considerados como un aspecto diferencial respecto a los alumnos sin dificultades. Estos déficits están relacionados con capacidades como la velocidad de procesamiento y los recursos de la memoria de trabajo.

En cuanto al curso evolutivo, estos sujetos presentan un retraso evolutivo en los procedimientos de cálculo, tanto en las operaciones simples como en las multidígitos, seguramente motivado por una falta de conocimiento conceptual, aunque este aspecto necesita ser investigado directamente (Orrantia, 2000).

5. Los Aprendizajes Matemáticos y las dificultades encontradas en su adquisición.

Las clasificaciones más habituales suelen dividir los aprendizajes matemáticos en ocho grandes categorías (Fernández, Llopis y Pablo, 1991) (*numeración, cálculo, resolución de problemas, estimación, uso de instrumentos tecnológicos, fracciones y decimales, medida y geometría*). Debido a su imprescindible interrelación, esta división suele reducirse a tres grupos básicos de aprendizaje que siguen una secuencia evolutiva: (1) *nociones y procesos básicos*; (2) *numeración y cálculo*; y (3) *resolución de problemas*.

5.1. Dificultades en la adquisición de las nociones y procesos numéricos básicos

Desde los fundamentos de la psicología genética se nos indica que los conocimientos matemáticos espontáneos son el punto de partido de todos los aprendizajes matemáticos formales posteriores.

Miranda, Fortes y Gil (2000) señalan que las primeras dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas aparecen durante la adquisición de los conocimientos espontáneos y desde la perspectiva del curso evolutivo que sigue la adquisición de los conocimientos matemáticos, nos indican que ya a los cuatro años de edad podemos encontrar indicadores de riesgo de posibles dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Estos indicadores de riesgo son:

- *Relacionados con la tarea de contar:*
 - “No muestra ninguna intención de designar con una palabra, cada elemento de un conjunto por pequeño que éste sea, para contar.
 - Designa los elementos de un conjunto de una manera aleatoria, sin mostrar ningún empeño en llevar la cuenta de los objetos contados y sin contar.
 - No utiliza la regla del valor cardinal.
 - No comprende la regla de la cuenta cardinal.
 - Se muestra incapaz de separar hasta cinco objetos cuando se le pide.
 - Se muestra incapaz de realizar comparaciones entre números separados o entre números seguidos pequeños (del 1 al 5)”.

- *En razón al desarrollo del concepto de número:*
 - “Incapacidad para seguir un orden estable al asociar números a un grupo de objetos.
 - Dificultad en el uso sistemático de determinadas etiquetas numéricas.
 - Dificultades para agrupar conjuntos en función de un criterio dado.
 - Pensamiento erróneo basado en que al cambiar la ubicación de los objetos el número mismo variará”.

- *Relacionados con el aprendizaje de la suma:*
 - “Presenta dificultades en la designación automática de la relación entre un número dado y el que le sigue o el que le precede.
 - Resuelve automáticamente problemas del tipo $n + 1$, pero no de $1 + n$.”

5.2 Dificultades en la numeración y el cálculo.

Las dificultades relacionadas con las habilidades numéricas y el cálculo (González-Pienda, 1998) son:

5.2.1 La comprensión.

Son dificultades que tienen que ver, por un lado, con la memorización de los números y, sobre todo, en el proceso de asociación entre el número y los objetos reales.

En palabras de González-Pienda y Álvarez, (1998):

“A muchos niños les resulta difícil comprender que un número es algo más que una mera palabra que sirve para designar un elemento simple, como puede ser, por ejemplo, la palabra coche, sino que el número se refiere a un todo formado por unidades más pequeñas incluidas en él, y guardando una relación de orden con el resto de los números”.

Las dificultades de comprensión pueden aumentar a medida que se asciende en procesos cognitivos como la seriación y, sobre todo, con los números decimales. En este caso la dificultad estriba en comprender que cada 10 unidades conforman una unidad de orden superior.

5.2.2 La escritura de los números y símbolos numéricos

La expresión símbolos numéricos escritos abarca, además de los números propiamente dichos a los símbolos de las operaciones numéricas (+, -, x, /) y aquellos otros que simbolizan relaciones matemáticas esenciales (=, ≠, >, <).

Desde una secuencia evolutiva, se adquiere antes, el reconocimiento de estos símbolos y su nominación verbal que su escritura.

Además de las dificultades semejantes a las que encontramos en la escritura de letras y palabras, (escritura en espejo, inversiones, confusiones entre números semejantes, etc.), encontramos dificultades relacionadas con el hecho de que si la dirección de la escritura de números es, al igual que la de palabras de izquierda a derecha, el valor matemático posicional aumenta de derecha a izquierda y las operaciones se realizan en este orden.

Estos errores, que a veces forman parte del proceso natural de aprendizaje e iniciación de los alumnos en numeración y cálculo aritmético hasta los 8 o incluso 10 años, pueden persistir a partir de esas edades en sujetos con discalculia asociada a dificultades específicas de la lecto-escritura, así como en algunos alumnos hiperactivos e impulsivos .

5.2.3 Las operaciones.

En relación a dificultades en las operaciones, hay que distinguir entre *las dificultades con la comprensión del significado de las operaciones* y las reflejadas en lo que González-Pienda (1998) denomina, *la mecánica de las operaciones*.

5.2.3.1 Comprensión de las operaciones.

Esta dificultad tiene que ver con la comprensión de los propios conceptos de suma, resta, multiplicación, división, etc., asimiladas insuficientemente y en términos solamente algorítmicos, y por tanto, como procedimientos meramente mecánicos. En estos casos, los sujetos no establecen la relación necesaria entre los conceptos con las operaciones matemáticas a las que se refieren.

Son prerequisites básicos, pues, que el alumno tenga la competencia cognitiva de componer y descomponer los números menores al 10, y que

mediante acciones manipulativas, tenga asimilado el significado de los conceptos, “unir”, “añadir”, “quitar”, “sustraer”, “repartir”, etc.

5.2.3.2 La mecánica de las operaciones aritméticas.

Estas dificultades tienen un eminente carácter procedimental.

Es a partir de los aprendizajes informales y formales de contar, como los niños van construyendo los conceptos básicos de adición o suma, sustracción o resta, multiplicación y división, así como los algoritmos para su resolución. Por tanto, antes de aprender el cálculo escrito de las cuatro operaciones básicas, los niños deben asimilar los conceptos y los símbolos que las representan. Pero, el aprendizaje de la mecánica de las operaciones aritméticas o aprendizaje algorítmico, es decir, los procedimientos de cálculo incluidos en una secuencia establecida de pasos en operaciones con multidígitos, son imprescindibles para obtener el resultado correcto.

5.2.3.2.1 Reglas algorítmicas

González-Pienda (1998), nos recuerda que, en el aprendizaje de la mecánica de las operaciones, el discente tiene que aprender determinadas reglas referidas a:

- I. *La estructuración espacial.* La disposición de las cantidades en las distintas operaciones, siguen unas determinadas pautas. En los

algoritmos verticales de suma y resta, se han de colocar unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas, centenas con centenas, etc. Además, en el caso de la resta, se ha de colocar siempre arriba la cantidad mayor. En la multiplicación hay que ir desplazando las cantidades, en los productos parciales, una columna a la izquierda en cada fila. La división es la operación más complicada en cuanto a disposición espacial, debido a que en ella se combinan las demás operaciones en distintas direcciones.

II. *Los automatismos.* Requieren el conocimiento y memorización de “tablas” de hechos numéricos, en especial de las de multiplicar, así como tener adquiridas las reglas de estructuración espacial juntamente con el vocabulario oportuno.

5.2.3.2.2 Tipos de errores.

De los tipos de errores detectados por investigadores en la materia (Brown y Burton, 1978; Miranda, 1987; Maza, 1995, Miranda, Fortes y Gil, 2000; Orrantía, 2000) podemos enumerar una basta relación de estas posibles dificultades.

Suma:

- Errores en las combinaciones básicas.
- Contar para hallar la suma.
- Añadir el número que se lleva al final.

- Olvidarse de añadir el número que se lleva.
- Reiniciar la suma parcialmente hecha.
- Agregar irregularmente el número que se lleva.
- Escribir el número que se lleva.
- Equivocar el número que se lleva.
- Procedimientos irregulares.
- Agrupar números.

Resta:

- Errores en las combinaciones básicas.
- No prevenir la suma de diez a toda cifra del minuendo inferior a su correspondiente en el sustraendo disminuyendo en uno la inmediata de la izquierda.
- Contar para hallar la resta.
- Errores debidos a ceros en el minuendo.
- Nombrar los términos al revés.
- Restar el minuendo del sustraendo.
- Poner cero cuando la cifra del sustraendo es superior a su correspondiente en el minuendo.
- Sumar en vez de restar.
- Errores de lectura.
- Restar dos veces de la misma cifra del minuendo.

Un análisis cualitativo de los errores de la resta, muestra que el mayor porcentaje (80%) se produce por olvido de las llevadas, y el resto repartido en los errores característicos descritos en la literatura, como restar del mayor al menor sin considerar si es minuendo o sustraendo, errores de operación, y en menor medida $0 - N = N$ y sumar en vez de restar (Orrantia, 2000).

Multiplicación:

- Errores relacionados con “llevar”: errores al agregar el número que se lleva. “llevar” un número erróneamente, olvidarse de “llevar”, escribir el número que se “lleva”, errores al agregar el número que se lleva a cero, multiplicar el número que se lleva, agregar dos veces el número que se lleva y agregar un número cuando no se lleva.
- Errores relacionados con contar: contar para lograr el producto, repetir la tabla hasta llegar al número que se ha de multiplicar, multiplicar mediante sumas y escribir la tabla.
- Procedimientos defectuosos: escribir una fila de ceros cuando hay uno en el multiplicador, usar el multiplicando como multiplicador, errores debidos al cero en el multiplicador o en el multiplicando, omitir alguna cifra en el multiplicador o en el multiplicando, errores en la colocación de los productos parciales, confundir productos cuando el multiplicador tiene dos o más cifras, no multiplicar una cifra del multiplicando, omitir una cifra en el producto, dividir el multiplicador en dos o más números, repetir una cifra en el producto, empezar por la izquierda, multiplicar los productos parciales.

- Lapsus y otros: equivocarse el proceso, derivar combinaciones desconocidas de otras conocidas, errores de lectura o al escribir los productos, multiplicar dos veces la misma cifra, invertir las cifras de los productos.

División:

- Errores en las combinaciones básicas.
- Errores de resta.
- Errores de multiplicación.
- Hallar un resto superior al divisor.
- Hallar el cociente por sucesivas multiplicaciones.
- Olvidar el resto al seguir dividiendo.
- Omitir el cero en el cociente.
- Omitir una cifra del dividendo.
- Equivocarse el proceso.
- Contar para hallar el cociente.

5.3 Dificultades Específicas en la resolución de problemas matemáticos

En la solución de problemas, además del dominio de las cuatro operaciones de cálculo básicas, es necesario un aprendizaje específico de ciertas competencias de representación, reglas y tácticas generales y

específicas, así como de la capacidad de *traducir* de unas modalidades de representación a otras.

Además de todos estos requisitos matemáticos se requiere también de competencias de comprensión en instrucciones verbales y para establecer relaciones entre los conceptos y procedimientos implicados para llegar a la solución.

El cálculo es un componente esencial en la resolución de problemas aritméticos de tal importancia, que un gran porcentaje de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas tiene que ver con la aritmética, en la que el cálculo representa un papel esencial (Orrantia, 2000).

Puesto que el cálculo en lo referente a comprensión y mecánica de las cuatro operaciones básicas se muestra como la principal dificultad en el aprendizaje de las matemáticas (Santiuste y González- Pérez, 2005) y siguiendo la línea de investigación basada en la evaluación criterial de las DAM (Blanco y Bermejo, 2008), nos centraremos en este estudio en la detección de las dificultades de aprendizaje de la mecánica de las operaciones básicas.

6. Identificación y evaluación de las dificultades en el aprendizaje del cálculo.

Los criterios internacionales de diagnóstico de los Trastornos del Aprendizaje, recogidos por la American Psychiatric Association, en el Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales (DSM-IV TR, 2000),

presentan un sistema de clasificación que facilita unificar los criterios de detección e intervención: “se diagnostican trastornos del aprendizaje cuando el rendimiento del individuo en lectura, cálculo o expresión escrita es sustancialmente inferior al esperado por la edad, escolarización y nivel de inteligencia, según indican pruebas normalizadas administradas individualmente. Los problemas de aprendizaje interfieren significativamente en el rendimiento académico o en las actividades de la vida cotidiana que requieren lectura, cálculo o escritura. Para establecer que una discrepancia es significativa pueden utilizarse distintos recursos estadísticos. Suele definirse como sustancialmente inferior una discrepancia de más de 2 desviaciones típicas entre el rendimiento y cociente intelectual (CI). A veces se acepta una discrepancia menor entre rendimiento y CI, especialmente cuando el rendimiento de un individuo en un test de inteligencia puede haber sido mediatizado por la asociación de un trastorno del procesamiento, un trastorno mental, una enfermedad médica, o por las características étnicas o culturales del sujeto. Si se presenta un déficit sensorial, las dificultades de aprendizaje deben exceder de las habitualmente asociadas al déficit en cuestión. Los trastornos del aprendizaje pueden persistir a lo largo de la vida adulta”.

A diferencia de lo ocurrido en el estudio de otras áreas instrumentales básicas, son escasas las investigaciones sobre este tipo de dificultades, sobre todo, si se comparan con los numerosos estudios dedicados a las dificultades en la lectura (Jordan, Levine y Huttenlocher, 1995; Orrantía, 2000). Encontramos muy pocas investigaciones, especialmente dentro de nuestro

ámbito nacional, pero también allende nuestras fronteras, relacionados con estas dificultades de aprendizaje.

En cuanto a la prevalencia, los datos que disponemos se hallan en función de las pruebas utilizadas, los matices en las definiciones de las DAM así como los distintos criterios diagnósticos utilizados entre otros, han hecho variar las tasas de prevalencia en las DAM de unos estudios a otros, aceptándose un rango porcentual, que oscila entre el 3% y el 8% (Miranda, Fortés y Gil, 1998).

Los Criterios específicos recogidos en el DSM IV-TR (2000), para el diagnóstico del Trastorno del Cálculo son:

- A.** La capacidad para el cálculo, evaluada mediante pruebas normalizadas administrada individualmente, se sitúa de manera significativa por debajo de la esperada según la edad cronológica del sujeto, su cociente intelectual y la escolaridad propia de su edad.
- B.** El trastorno del Criterio A interfiere significativamente el rendimiento académico o las actividades de la vida cotidiana que necesitan de la capacidad para el cálculo.
- C.** Si hay un déficit sensorial las dificultades para el rendimiento en cálculo superan a las habitualmente asociadas a él.

Una cuestión, de la definición anterior, merece ser comentada especialmente: el criterio de discrepancia CI - rendimiento. Este requisito diagnóstico está sustentado en una serie de principios (Siegel,1989; Toth y

Siegel, 1994): 1) los tests de inteligencia son útiles para medir la capacidad intelectual, 2) la DA se origina por algún tipo de deficiencia cognitiva, que no afecta al CI, 3) la puntuación CI tiene capacidad para predecir el nivel de rendimiento académico, y 4) los sujetos con DA definidos en función del criterio de discrepancia son significativamente diferentes de los que presentan un bajo rendimiento escolar y tienen bajas puntuaciones en su CI.

Este criterio diagnóstico basado en la discrepancia hace algún tiempo que ha dejado de ser predominante.

Rusell y Ginsburg (1984) compararon en un estudio, la actuación de un grupo de niños con dificultades para las matemáticas con otro grupo “normal” del mismo curso (4º P), y un tercero igualmente “normal” de un curso inferior. La conclusión fue que los niños con dificultades en matemáticas manifiestan una “normalidad cognitiva esencial”, aunque presenten cierta inmadurez en el conocimiento matemático, falta de atención y pobre ejecución de las estrategias adecuadas.

Una importante revisión de este criterio es la publicada en 1989 por la revista *Journal of Learning Disabilities*. En el primer artículo de esta revista Siegel (1989) pone en tela de juicio los diferentes supuestos enunciados en el párrafo anterior.

Posteriormente, el mismo Siegel (1992) en una amplia revisión de investigaciones, cuyo objetivo era averiguar si existían diferencias en los procesos cognitivos entre sujetos con DA en la lectura con distinto CI, no encontró diferencias estadísticas significativas. Toth y Siegel (1994) en una

revisión de 21 estudios en los que se compararon a sujetos de bajo rendimiento en lectura con lectores disléxicos hallaron muy pocas diferencias en las distintas tareas cognitivas y de lectura. En las actividades propiamente relacionadas con la lectura no se encontraron diferencias entre la actuación de los disléxicos y de los lectores retrasados. Jiménez y García (2000) no encontraron diferencias significativas entre alumnos con bajo rendimiento en aritmética y sujetos discalcúlicos, llegando a la conclusión de que el criterio basado en la discrepancia CI- rendimiento no es relevante para diferenciar ambos grupos de sujetos con dificultades aritméticas.

El grupo investigador “Dificultades de aprendizaje, Psicolingüística y Nuevas Tecnologías” de la Universidad de La Laguna ha realizado distintas investigaciones para analizar la relevancia de este constructo en la identificación de las DA y los resultados han demostrado su falta de validez. En lo relativo al ámbito de la lectura se ha demostrado que las diferencias de acceso al léxico entre normolectores y disléxicos no están mediatizadas por la influencia de la inteligencia (Jiménez y Rodrigo, 1994; Rodrigo y Jiménez, 1996, 1999). Igualmente, en el ámbito de la aritmética se ha evidenciado que el perfil cognitivo de alumnado con y sin discrepancia CI-rendimiento es muy similar (Jiménez y García, 1999; Jiménez y García, 2002). Y por último, el alumnado que muestra bajo rendimiento en lectura con un nivel alto y bajo de CI consiguen mejoras similares mediante la instrucción asistida a través de ordenador (Jiménez, et al, 2003). Finalmente, una investigación reciente evaluó si los procesos cognitivos básicos en lectura (i.e., percepción del habla, conciencia fonológica, velocidad de nombrado, memoria de trabajo,

procesamiento ortográfico, y procesamiento sintáctico) eran distintas en función del CI tanto en normolectores como disléxicos. La conclusión final fue que con independencia del CI, existían diferencias significativas entre ambos grupos (Jiménez, Siegel, O'Shanahan y Ford, 2008).

En el DSM IV-TR (2000) se han suavizado los criterios diagnósticos de exclusión de los trastornos de aprendizaje. Comparado con las ediciones anteriores, el DSM IV permite que dichos trastornos se diagnostiquen simultáneamente con problemas de deterioro sensorial, motor, neurológico e intelectual, pero solamente si el resto de los trastornos no explican de modo satisfactorio la discrepancia entre el rendimiento académico del niño y su nivel intelectual general (House, A.E. 2003).

En España, a partir de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 Mayo, de Educación (LOE) se incorpora por primera vez en una normativa de ámbito nacional el término "Dificultades específicas de aprendizaje" (DEA) en el Título II (Capítulo I), aludiendo a los problemas específicos que experimentan algunos alumnos en su aprendizaje, asumiendo la concepción restringida del término dominante en el ámbito científico internacional y reconociendo las necesidades educativas de este alumnado y el deber de asegurar los recursos necesarios personales para el apoyo y refuerzo educativo a sus dificultades para aprender.

En el artículo 71.punto 2 , de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (Boletín Oficial del Estado nº 106 de 4 de mayo de 2006), dice textualmente: "Corresponde a las Administraciones educativas asegurar los recursos necesarios para que los alumnos y alumnas que requieran una

atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, *por dificultades específicas de aprendizaje*, por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo, o por condiciones personales o de historia escolar, puedan alcanzar el máximo desarrollo posible de sus capacidades personales y, en todo caso, los objetivos establecidos con carácter general para todo el alumnado”. En el punto 3 del mismo artículo continúa: “La atención integral al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo se iniciará desde el mismo momento en que *dicha necesidad sea identificada* y se regirá por los principios de normalización e inclusión.”

El reciente reconocimiento de las DEA en la normativa española unido a los datos de la investigación empírica que han demostrado la irrelevancia del CI en la definición de las DEA, abre la puerta a que en nuestro país se considere los criterios de identificación de las DEA, prioritariamente sobre la base de modelos basados en la respuesta a la intervención. Esto conlleva la evaluación y detección temprana sobre los resultados del alumnado que presenta suficientes muestras de dificultades en sus aprendizajes, para diseñar prontamente un programa de intervención personalizado y basado en la evaluación de dichas dificultades (Denton, Fletcher, Anthony, y Francis, 2006; Linan-Thompson, Vaughn, Prater, y Cirino, 2006; Coronado, 2008, 2010)

Contrariamente, con la aplicación del criterio de discrepancia CI-rendimiento un importante porcentaje de niños son ubicados en aulas de educación especial cuando podían recibir la atención necesaria dentro de su aula ordinaria. Además, este modelo de discrepancia ha provocado también,

que una elevada proporción de alumnado que realmente necesitan recibir apoyo educativo, no sean identificados de manera apropiada (Jiménez, J.E., et al., 2009)

La evaluación de esa discrepancia se valora en la actualidad, básicamente mediante la aplicación individual de tests estandarizados de inteligencia y de rendimiento en cálculo aritmético. Pero, el uso de los tests estandarizados implícito en los criterios de diagnóstico analizados no representa por tanto, la opinión más extendida y recogida en las investigaciones (Ortiz González, 2004), basada más bien en estilos de evaluación variados que contemplen pruebas de diagnóstico criterial, pruebas basadas en contenidos curriculares, análisis de los errores mediante observación y escalas en la evaluación de las DA.

La opción de detección criterial ha sido recogida recientemente en la Ley norteamericana IDEA 2004, en la que se recoge el modelo de detección e intervención, “Respuesta a la Intervención” (RTI). La base de este modelo es que: el alumnado que realmente presenta dificultad para aprender es aquél en el que su respuesta a la instrucción medida bajo evidencia empírica, es inferior en comparación a sus compañeros (Berninger y Abbott, 1994; Fuchs y Fuchs, 2006).

En Estados Unidos, la ley IDEA - The Individuals with Disabilities Education Act (2004), aun manteniendo la conceptualización de las DA que no varía de anteriores legislaciones, sí varía considerablemente los estatutos que regulan el proceso de identificación , asumiendo el criterio al que ya nos hemos

referido, como criterio de respuesta a la intervención. De tal manera, se determina en esta normativa, la no obligación del uso del CI para la identificación del alumnado con DA, y se permite la utilización de modelos de identificación de las DA que incluyan como criterio la respuesta a la intervención (IDEA, 2004).

En esta línea, posteriormente en el año 2006, la Oficina de Educación Especial y Servicios de Rehabilitación del Departamento de Educación en Estados Unidos (Office of Special Education and Rehabilitative Services - OSERS, 2006) publicó en la regulación federal que desarrolla la normativa legislada para la identificación de alumnado con DA, que:

- Se puede exigir a las diferentes administraciones educativas, la no utilización del criterio de discrepancia para determinar si el alumnado tiene o no DA.
- Es conveniente la utilización de un procedimiento que determine si los sujetos responden a una intervención fundamentada científicamente.
- Y por último, se pueden permitir otros procedimientos alternativos de identificación contrastados y validados en los resultados de la investigación.

En esta dirección y para explicar la metodología seguida en el análisis de las dificultades que presenta el alumnado podemos servirnos del trabajo de los profesionales del Departamento Educativo Heartland de Iowa (Heartland Educational Agency) que desarrollaron un modelo de cuatro niveles para “proporcionar asistencia educativa oportunamente” (Grimes, 2002). A lo largo

de este proceso, “la información sobre la respuesta del alumno a la intervención es el factor principal” (Grimes, 2002). Los maestros deben comparar el nivel de desempeño del alumno y el ritmo del aprendizaje con lo que se espera del alumnado de su clase. El desempeño del alumno comparado dentro del aula, más que una prueba de rendimiento, es lo que determina la respuesta de intervención.

La Tabla 2 tomada de Juan E. Jiménez et al. (2009), muestra las principales características que definen el modelo basado en la discrepancia CI- rendimiento frente al modelo de respuesta a la intervención (RTI).

Dimensión	Modelo tradicional	Modelo RTI
Criterio de identificación de las DEA	Discrepancia CI-rendimiento y factores de exclusión	Diferencia de rendimiento en comparación a sus compañeros, baja tasa de progreso a pesar de la intervención, factores de exclusión
Tipo de prueba	Inteligencia y rendimiento	Medidas de habilidades específicas necesarias para el éxito escolar
Tipo de comparación	Normativo	Grupal, criterial
Frecuencia de evaluación	Puntual	Continúa
Naturaleza de la evaluación	Orientada a constructos que tienen una relación indirecta o general con el éxito escolar (v.gr., CI, discrepancia,etc.)	Habilidades más específicas relacionadas con el dominio curricular. Más enfocada a lo que hace el alumno
Momento de la evaluación	Cuando el alumno presenta dificultad en aprender	Se previene identificando al alumno con riesgo de presentar DEA.
Relación entre instrumento de evaluación y el currículum	Básica	Directa
Relación entre evaluación e intervención	Es difícil demostrar la relación entre evaluación e instrucción efectiva	Existe relación directa entre evaluación e intervención

Tabla 2. Modelo tradicional vs. Modelo RTI

Como ya hemos comentado, son escasas las investigaciones sobre las DAM, en especial si se comparan con el ingente número de estudios dedicados a las dificultades en la lectura (Jordan, Levine y Huttenlocher, 1995).

Desde el modelo cognitivo, no se tiene como interés principal de estudio ni la etiología de las DAM ni siquiera los resultados o rendimientos matemáticos. El objetivo de la investigación es el análisis de los errores sistemáticos que cometen los alumnos ya que, como afirmaba Rivière (1990), en muchas ocasiones son las únicas vías por las que podemos observar el funcionamiento cognitivo de los alumnos. Como señalan González- Pienda y González- Pumariega (1998), para la aclaración de estos mecanismos, el diagnóstico y la evaluación deben dirigirse hacia las dificultades del sujeto, utilizando instrumentos de observación y valoración, válidos y fiables, que permitan identificar y valorar el papel que ocupan en las dificultades concretas de aprendizaje.

Fernández, Llopis y Pablo (1991) identifican ocho áreas de dificultad en las DAM: numeración, cálculo, álgebra, resolución de problemas, geometría, gráficas, fracciones y uso del lenguaje matemático. De todas ellas, el cálculo en cuanto a comprensión y mecánica de las cuatro operaciones básicas es la principal dificultad en el aprendizaje de las matemáticas (Santiuste y González-Pérez, 2005).

7. Propósito de la investigación.

La investigación que a continuación se detalla, se encuadra dentro del contexto del estudio de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

(DAM), y específicamente en la detección de las dificultades específicas de aprendizaje en el cálculo (DAC).

La dificultad para operar con los números y calcular, aún siendo el principal problema en el aprendizaje de las matemáticas (Santiuste y González-Pérez, 2005), es aún una de las dificultades menos investigadas (Orrantia, 2000) y, por tanto, más necesitada de estudio.

La tendencia actual en la valoración de estas dificultades que podemos observar en normativas educativas como la Española, (*Ley Orgánica de Educación*, LOE; ley 2/2006, 3 de mayo, 2006), o como la de los Estados Unidos de América, (*The Individuals with Disabilities Education Act*, IDEA, 2004) y (*Office of Special Education and Rehabilitative Services - OSERS*, 2006), establece que *la detección* y valoración de las necesidades educativas de los niños con dificultades de aprendizaje, se realice lo más temprano posible.

Para esta valoración, no se exige ya como requisito imprescindible, incluso ni recomendable, la exclusividad diagnóstica del criterio de discrepancia y se recomienda la utilización de otros procedimientos alternativos de identificación criterial, contrastados y validados en los resultados de la investigación (OSERS, 2006)..

En este contexto se justifica la elaboración y validación de una rejilla de observación para detectar dificultades específicas, básicamente procedimentales, en el aprendizaje del cálculo aritmético.

8. Elaboración y validación de una rejilla de observación para detectar dificultades específicas de aprendizaje en el cálculo aritmético.

8.1 Objetivo General

Elaboración de un instrumento de valoración y registro observacional para detectar dificultades específicas de aprendizaje en el cálculo de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

8.2 Objetivos Específicos

- Criterio: La evaluación que se pretende con la RODAC es de tipo criterial, debido a que la valoración se hace conforme a un criterio: *las dificultades de aprendizaje en el cálculo matemático (DAC) más comunes, propuestas y especificadas por especialistas en la materia* (Miranda, 1987; Maza, 1995; González-Pienda 1998; Miranda, Fortes y Gil, 2000; Orrantia, 2000). Basándose en éstas, se adaptarán y reformularán buscando una generalidad y funcionalidad integradora en la detección.
- Validez de contenido del instrumento diseñado: se realizará solicitando la *opinión de un grupo de expertos en matemáticas*, acerca del grado en que las manifestaciones relevantes de las

dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético están incluidas en los ítems de observación propuestos

- Validez de constructo se medirá mediante el análisis factorial.
- La fiabilidad del instrumento.
- Generalidad: el instrumento recogerá *ítems de observación referidos a categorías de DAM referidas al cálculo de las cuatro operaciones aritméticas básicas* (suma, resta, multiplicación y división) por lo que pueden ser aplicables por separado y a la vez que el alumno va adquiriendo estas estrategias aritméticas, o conjuntamente como prueba inicial a partir del tercer ciclo de Primaria hasta 3º de la ESO, prácticamente.
- Generalizable: diseñado *para aplicarse conjuntamente con alguna prueba de rendimiento estandarizada o con las pruebas de evaluación inicial* que los maestros y profesores elaboran a comienzo de curso. El requisito fundamental para esta conjunción es que los alumnos realicen las operaciones aritméticas necesarias escritas en papel y que se entreguen éstas al final de la prueba.
- Funcionalidad: se pretende diseñar un *instrumento sencillo que facilite su utilización tanto a psicólogos, pedagogos, psicopedagogos, así como a maestros y profesores.*

8.3 Hipótesis.

La utilización de *la rejilla de observación* de las dificultades de aprendizaje en el cálculo matemático (RODAC), diseñada con los

requerimientos científicos de la observación sistematizada, *permitirá detectar los principales errores y dificultades con unos niveles estadísticamente aceptables de validez y fiabilidad.*

8.4 Metodología y plan de trabajo

8.4.1 Participantes

Prueba piloto:

Dos observadores (elegidos al azar entre estudiantes del último curso de Pedagogía) para la primera prueba piloto, que evaluaron con el instrumento RODAC las producciones matemáticas de una muestra de conveniencia de 17 alumnos de 1º de ESO que presentan bajos resultados en matemáticas, escolarizados en el IES Joaquín Turina de Sevilla.

Estudio de campo:

Ocho observadores elegidos al azar (entre psicólogos alumnos del Curso de Adaptación Psicopedagógica (CAP) de la Universidad de Sevilla y alumnado de 3º y 5º de la Facultad de Pedagogía de la Universidad de Sevilla) para el estudio de campo, que evaluaron con el instrumento RODAC, las producciones de una prueba inicial, elaborada por el departamento de matemáticas, realizada por 48 alumnos de los dos cursos de 1º de ESO del IES Joaquín Turina de Sevilla y las producciones de una prueba de matemáticas realizada por 46 alumnos de dos cursos de 4º de Primaria del CEIP

“Hermanos Machado” de Sevilla, haciendo un total de 94 sujetos y 1.880 respuestas observadas (20 ítems por cada sujeto).

8.4.2 Instrumento

El instrumento de observación objetivo de este trabajo se enmarca dentro de la *observación sistematizada* (Anguera, 1988), en la que el observador tiene determinado previamente las categorías a observar, los datos acerca de lo que interesa registrar se fijan con antelación y es una observación cuantificable. De esta manera se facilita considerablemente la observación y se posibilita que distintos observadores presten atención a las mismas realizaciones y, por tanto, sus observaciones puedan ser, además de cuantificables, directamente comparables (Padilla, 2002).

La finalidad de este instrumento está recogida en las siguientes cuestiones:

- Qué se va a medir: las dificultades específicas de aprendizaje en el cálculo de las operaciones aritméticas básicas, en alumnado de Educación Primaria y Educación Secundaria.
- A quién va dirigida: Los destinatarios son profesorado de matemáticas, pedagogos, psicopedagogos y psicólogos de la educación.
- Para qué se va a medir: la inferencia que se desea hacer es detectar y valorar una situación actual referida a los errores específicos que comete un sujeto en el cálculo de las operaciones aritméticas básicas. Se trata de un instrumento, no normativo, diseñado para un

diagnóstico orientador y formativo, previo a la intervención, basado en el análisis de los errores específicos que comete el sujeto en las áreas definidas, para posibilitar una remediación contextualizada.

8.4.3 Procedimiento

La observación es una estrategia, además de adecuada y útil en los procesos evaluativos y diagnósticos, también en la investigación educativa en general (Padilla, 2002).

Esta observación, como una técnica científica, reúne las siguientes características (Anguera 1982):

- o Está en función de un objetivo preformulado de diagnóstico o investigación.
- o Está planificada sistemáticamente.
- o Está controlada y relacionada con proposiciones más generales.
- o Está supeditada a comprobaciones de validez y fiabilidad.

8.4.4 Diseño

Metodología observacional sistematizada (Anguera, 1988), en la que, como hemos comentado, se determinan con antelación las categorías a observar, las producciones o conductas que interesa registrar se definen previamente y se cuantifican en la medida final. Esta metodología facilita notablemente la observación y posibilita las cuantificaciones así como las

comparaciones entre distintos observadores sobre las mismas realizaciones o productos a medir.

Anguera (1990), define la metodología observacional como “un procedimiento encaminado a articular una percepción deliberada de la realidad manifiesta con su adecuada interpretación captando su significado, de forma que mediante un registro objetivo, sistemático y específico de la conducta generada de forma espontánea en un determinado contexto, y una vez que se ha sometido a una adecuada codificación y análisis, nos proporcione resultados válidos dentro de un marco específico de conocimiento”.

La propuesta de esta investigación se enmarca, por tanto, dentro de lo que podemos considerar ya una tradición consistente en combinar la perspectiva metodológica cualitativa y la cuantitativa, en el desarrollo de la metodología observacional (Bakeman y Gottman, 1986; Anguera, 2010), definen la observación sistemática como una forma particular de cuantificar la conducta.

La observación científica de las manifestaciones específicas, una vez definido el objeto específico se inicia con el registro, volcando la realidad sobre algún soporte determinado, y utilizando algún sistema de puntuación. Este escaneado de la realidad sólo puede realizarse desde una vertiente procedimental de carácter cualitativo (Anguera, 2006).

La utilización de un instrumento de registro, es una técnica no intrusiva que se puede realizar sobre distintos materiales o producciones matemáticas con un valor claramente contextual, así como poder analizar un importante número de unidades de información relevante (Anguera, 1986).

Todo registro, por ceñirse al objetivo previamente delimitado, implica una selección de las conductas consideradas relevantes, y en base a sus características, a la técnica de registro elegida y a los recursos de que se dispone, deberá escogerse un sistema que facilite su simplificación y almacenamiento. Es con un procedimiento o metodología cuantitativa como se traducen las observaciones realizadas desde la metodología cualitativa en cifras o valores numéricos que proceden de conteo, recuento o medida.

El procedimiento lógico de la metodología observacional posibilita y aconseja la utilización secuenciada de las dos perspectivas, de manera que iniciamos el estudio con una metodología principalmente cualitativa, para posteriormente plasmarse en un tipo de registro o rejilla de observación y terminar finalmente con un predominio de la perspectiva cuantitativa (Anguera, 2004; Anguera e Izquierdo, 2006).

Podemos afirmar, con Anguera (2004), que la metodología observacional es la que mejor se adapta a la complementariedad entre lo cualitativo y lo cuantitativo, ya que, siempre necesitará la elaboración de un instrumento ad hoc a partir del cual se realizará un registro (metodología cualitativa), el cual deberá someterse a una valoración y análisis adecuado (metodología cuantitativa).

En numerosos estudios se ha comprobado la eficacia de esta complementariedad (Arias y Anguera, 2004, 2005; Jonsson, Anguera, Blanco-Villaseñor, Losada, Hernández-Mendo, Ardá, Camerino y Castellano, 2006), y coincidimos con Anguera (2010), en que el marco metodológico que lo permite

de mejor manera es el de la metodología observacional, gracias precisamente a las especificidades que la caracterizan.

8.4.4.1 Planificación del instrumento: Delimitación conceptual operativa

- a) El objetivo general a observar, como ya se ha comentado, son dificultades o errores en el cálculo de las operaciones aritméticas básicas.
- b) La fuente de información utilizada para delimitar inicialmente el contenido se ha basado en una revisión de la literatura científica publicada respecto a las dificultades más frecuentes de aprendizaje en el cálculo matemático (DAC), propuestas y especificadas por especialistas en la materia (Brown y Burton, 1978; Miranda, 1987; Maza, 1995, Miranda, Fortes y Gil, 2000; Orrantia, 2000). De éstas se han seleccionado las más importantes y frecuentes manifestaciones de DAC y se han redefinido otras buscando una mayor generalidad, aún manteniendo las condiciones de ser mutuamente excluyentes y exhaustivas (Padilla, 2002).
- c) El objetivo general se subdivide en *categorías referidas a las dificultades en el cálculo* de las cuatro operaciones aritméticas

básicas: la suma (+), la resta (-), la multiplicación (*) y la división (/).

d) Resultado de los anteriores aspectos, se definen como *indicadores conductuales* de la presencia de las dificultades mencionadas, las siguientes:

- En la SUMA:

(S1) Comprende la noción y el mecanismo pero no la automatización de la operación

(S2) Presenta dificultad para sumar mentalmente, necesitando de alguna ayuda para realizarla, como contar con los dedos, dibujar palitos, etc...

(S3) Coloca erróneamente las cantidades

(S4) En cada columna pone el resultado completo. No comprende el concepto de "llevar".

(S5) Empiezan las operaciones por la izquierda.

- RESTA:

(R1) Presenta dificultad en cuanto a la posición espacial de las cantidades. Resta simplemente, la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición (arriba o abajo)

(R2) No sabe dónde añadir las "llevadas", si al minuendo o al sustraendo

(R3) Coloca erróneamente las cantidades

(R4) Empieza las operaciones por la izquierda.

- MULTIPLICACIÓN:

- (M1) Errores en la memorización de las tablas.
- (M2) Dificultad en el cálculo mental de la multiplicación
- (M3) Errores con la cifra cero
- (M4) Errores en las llevadas
- (M5) Confusión con múltiplos de uno de los factores
- (M6) Confusión con otra operación.
- (M7) El resultado de la operación anterior interfiere el recuerdo de la multiplicación solicitada.

- DIVISIÓN:

- (D1) Dificultades al operar con el dividendo.
- (D2) En el divisor les es muy difícil trabajar con más de una cifra y es frecuente que sólo lo realice con una.
- (D3) Errores con la cifra cero.
- (D4) Errores al bajar las cifras.

8.4.4.2 Revisión crítica de los ítems por un grupo de expertos.

El objetivo de esta revisión es analizar la *validez de contenido* del instrumento solicitando la opinión de un grupo de expertos sobre el grado en que las manifestaciones relevantes están recogidas en el mismo (Pérez Juste, 1989; Clark y Watson, 1995; Wilson, 2005).

Para ello se calculó la media de las estimaciones que los expertos han hecho de cada ítem. Con esto se obtiene la relevancia del ítem y se seleccionan aquellos que tengan mayor puntuación y eliminan los que, a juicio de los expertos tengan poca relevancia.

Una vez pues, redactados los ítems del instrumento de observación, y previo a la prueba piloto, éstos fueron revisados por seis expertos. Cuatro de ellos, profesorado de Educación Secundaria con un mínimo de diez años de experiencia docente, licenciados en Matemáticas y especialistas en esa disciplina. Dos maestras especialistas en pedagogía terapéutica (educación especial), con un mínimo de cinco años de experiencia docente. Ninguno de los expertos de revisión participó en la previa elección de los ítems de observación.

La relevancia se estimó en función del grado en que los descriptores de dificultades de aprendizaje enunciados, reúnen una serie de condiciones convenientes (Padilla, 2002), a saber:

- Objetivas: que lo explicitado en cada ítem se refiera a hechos observables directamente de la ejecución aritmética de los sujetos.

- Claras: que se puedan comprender e incluso memorizar fácilmente por quien observa y evalúa estas dificultades en los alumnos.
- Completas: que recojan una descripción suficientemente completa de la dificultad para que pueda ser discriminante para el observador entre ésta y otras dificultades relacionadas.
- Mutuamente excluyentes: que las dificultades expresadas no se solapen con otras recogidas para la observación.
- Exhaustivas: en cuanto que las dificultades que se describen recojan las más importantes manifestaciones de éstas.
- Homogéneas: puesto que son descripciones operativas de un mismo fenómeno (las dificultades de aprendizajes en el cálculo de las cuatro operaciones básicas) deben guardar una relación lógica tanto con la variable categorizada como con cada una de las demás.

Las primeras tres cuestiones (objetivas, claras y completas) se estimarán para cada uno de los ítems recogidos (ver formato en tabla 3.) en las cuatro categorías (S, R, M y D) mientras que las cuestiones referidas a la exclusión conceptual, exhaustividad y la homogeneidad se referirán al total de los ítems recogidos y referidos a las distintas categorías (S, R, M, D) de las operaciones aritméticas básicas.

Elaboración y validación de un instrumento de observación para detectar DAC

Suma (S)		Nada algo bastante mucho perfectamente				
		S1 Comprende la noción y el mecanismo pero no la automatización de la operación	Objetiva	1	2	3
	Clara	1	2	3	4	5
	Completa	1	2	3	4	5
	S2. Presenta dificultad para sumar mentalmente, necesitando de alguna ayuda para realizarla, como contar con los dedos, dibujar palitos, etc	Nada algo bastante mucho perfectamente				
	Objetiva	1	2	3	4	5
	Clara	1	2	3	4	5
	Completa	1	2	3	4	5
	S3. Coloca erróneamente las cantidades	Nada algo bastante mucho perfectamente				
	Objetiva	1	2	3	4	5
	Clara	1	2	3	4	5
	Completa	1	2	3	4	5
	S4. En cada columna pone el resultado completo. No comprende el concepto de "llevar".	Nada algo bastante mucho perfectamente				
	Objetiva	1	2	3	4	5
	Clara	1	2	3	4	5
	Completa	1	2	3	4	5
	S5. Empiezan las operaciones por la izquierda.	Nada algo bastante mucho perfectamente				
	Objetiva	1	2	3	4	5
	Clara	1	2	3	4	5
	Completa	1	2	3	4	5

Tabla .3 Formato para revisión de ítems por expertos.

También se les indicó en las instrucciones escritas que si consideraban que faltaba alguna manifestación importante de discalculia en las operaciones

básicas, podían recogerla en los recuadros finales de cada categoría que aparecen en blanco.

Se siguió la siguiente escala de estimación tipo Likert para realizar el estudio de **validación de contenido** (Hambleton ,1980);

	Nada	algo	bastante	mucho	perfectamente
Objetiva	1	2	3	4	5
Clara	1	2	3	4	5
Completa	1	2	3	4	5

Se les explicitó por escrito que la manera de aplicar este instrumento diagnóstico es observando las operaciones aritméticas del alumno y anotándolas en cada lista, clasificándolas de esta manera en función del tipo de error cometido. En las operaciones de suma y resta sólo habrá de observarse los errores característicos de estas operaciones recogidas en las listas correspondientes, mientras que en la multiplicación será preciso tener en cuenta, además, los de la suma y en la división, errores típicos de las cuatro operaciones elementales, por lo que podremos anotarlos en cualquiera de las listas correspondientes a cada una de las operaciones aritméticas básicas.

Y finalmente se les pedía que hicieran una *estimación global*, de las dificultades recogidas en el instrumento, en cuanto a:

	Nada	algo	bastante	mucho	perfectamente
Mutuamente excluyentes	1	2	3	4	5
Exhaustivas	1	2	3	4	5
Homogéneas	1	2	3	4	5

Siguiendo las recomendaciones de Hambleton (1980), se calculó la Media de los valores asignados por cada uno de los expertos a cada ítem para realizar el estudio de **validación de contenido** analizando el grado en que los ítems que componen la rejilla de observación y diagnóstico (RODAC) son una muestra relevante y representativa del constructo sobre el que se van a efectuar las inferencias.

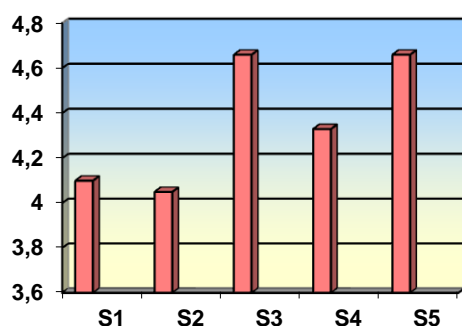
Los resultados de las Medias estadísticas, sobre un valor máximo de 5, fueron:

SUMA (Gráfico 1)

S1	Objetiva	3	S2	Objetiva	4,66
	Clara	4,66		Clara	3,5
	Completa	4,66		Completa	4
Media total:		4,10	Media total:		4,05
S3	Objetiva	4,66	S4	Objetiva	4,33
	Clara	4,66		Clara	4,33
	Completa	4,66		Completa	4,33
Media total:		4,66	Media total:		4,33

S5	Objetiva	4,66
	Clara	4,66
	Completa	4,66
Media total:		4,66

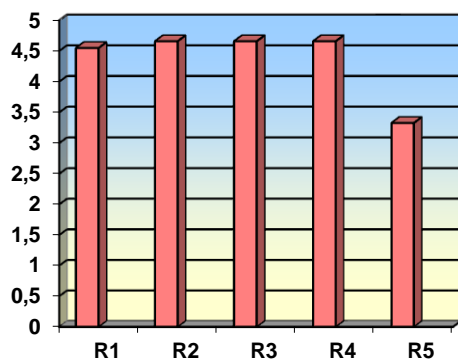
Gráfico 1. Resultados de valoración expertos ítems de suma



RESTA (Gráfico 2)

R1	Objetiva	4,33	R2	Objetiva	4
	Clara	4,66		Clara	4,66
	Completa	4,66		Completa	4,66
Media total:		4,55	Media total:		4,44
R3	Objetiva	4,66	R4	Objetiva	4,66
	Clara	4,66		Clara	4,66
	Completa	4,66		Completa	4,66
Media total:		4,66	Media total:		4,66
R5	Objetiva	3,66			
	Clara	3			
	Completa	3,33			
Media total:		3,33			

Gráfico 2. Resultados de valoración expertos ítems de resta

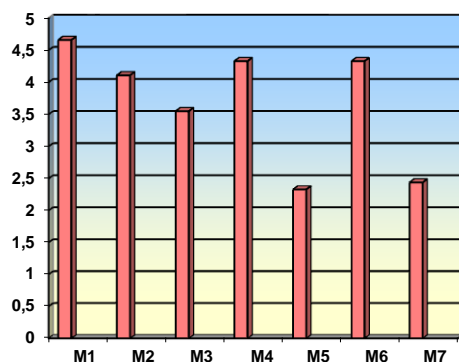


MULTIPLICACIÓN (Gráfico 3)

M1	Objetiva	4	M2	Objetiva	4
	Clara	4,66		Clara	4,33
	Completa	4,66		Completa	4
Media total:		4,44	Media total:		4,11
M3	Objetiva	3,66	M4	Objetiva	4,33
	Clara	4		Clara	4,33
	Completa	3		Completa	4,33
Media total:		3,55	Media total:		4,33
M5	Objetiva	2,33	M6	Objetiva	4,33
	Clara	2,33		Clara	4,33
	Completa	2,33		Completa	4,33
Media total:		2,33	Media total:		4,33

M7	Objetiva	2,33
	Clara	2,33
	Completa	2,66
Media total:		2,44

Gráfico 3. Resultados de valoración expertos ítems de multiplicación

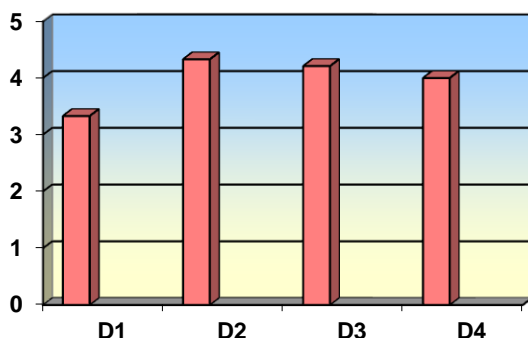


DIVISIÓN (Gráfico 4)

D1	Objetiva	3,33	D2	Objetiva	4,33
	Clara	3,33		Clara	4,33
	Completa	3,33		Completa	4,33
Media total:		3,33	Media total:		4,33

D3	Objetiva	4,33	D4	Objetiva	4
	Clara	4,66		Clara	4
	Completa	3,66		Completa	4
Media total:		4,21	Media total:		4

Gráfico 4. Resultados de valoración expertos ítems de división



Los resultados de la estimación global del instrumento de diagnóstico (Gráfico

5) por parte de los expertos fue:

Mutuamente excluyentes	3,66
Exhaustivas	4,66
Homogéneas	4,33
Media total:	4,21 sobre 5

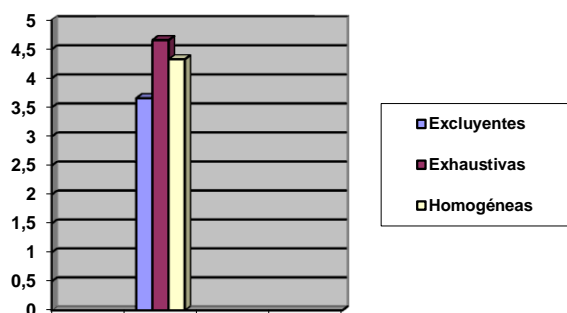


Gráfico 5. Resultados de valoración global del instrumento de observación.

La estimación global del instrumento de diagnóstico fue valorado con 4,21 entre “mucho” y “bastante”.

Una vez revisados los ítems en función de esta valoración de los expertos y de sus aportaciones, se eliminaron algunos ítems que no estaban por encima

del punto medio de la escala Likert y se reformularon otros buscando una mayor generalidad y funcionalidad para la observación, quedando la redacción final de la rejilla tal como aparece en el siguiente apartado.

8.4.4.3 Formato de presentación y especificaciones.

En formato papel se presenta una rejilla para la observación de las dificultades de aprendizaje en el cálculo matemático (DAC). Su funcionamiento consiste básicamente en dedicar atención a la ocurrencia de los errores de cálculo definidos con antelación, registrando su aparición, frecuencia, etc. El tipo de registro elegido en este trabajo es precisamente, el más ampliamente utilizado en educación: el *sistema de categorías*.

Está compuesto por cuatro rejillas de observación de las que tenemos que destacar, siguiendo los consejos de Fdez. Ballesteros (1999) las siguientes cuestiones:

- Las unidades de observación son las estrategias que usa el sujeto para resolver las operaciones aritméticas de cálculo.
- Se van a registrar de manera cualitativa y, dentro de cada categoría, cuantitativamente.
- La técnica de observación es una rejilla de doble entrada en la que aparece de una parte un catálogo de errores comunes en discalculia (subdivididos en cuatro rejillas referentes a las categorías de suma, resta,

multiplicación y división) y la reseña de la prueba de matemática en la que se han mostrado.

- Los destinatarios son profesorado de matemáticas, pedagogos, psicopedagogos y psicólogos de la educación.
- Está prevista para la observación de sujeto a sujeto, es decir individual.
- Las situaciones donde se ha de observar son aquellas operaciones aritméticas de cálculo realizadas para cualquier prueba objetiva inicial de evaluación o en una prueba de rendimiento matemático estandarizada. La única condición es que el niño realice las operaciones en un papel, haciendo referencia al algoritmo relacionado.
- Aunque su espacio óptimo de aplicación está entre 4º de Primaria y 3º de ESO, puede ser utilizado por partes (sólo la rejilla de la suma o la suma y la resta) en cursos inferiores.
- El tiempo de duración de la observación va a estar más en referencia a la prueba en la que se aplique la rejilla (RODAC) que al instrumento mismo.

8.4.4.4 Materiales del instrumento de observación

8.4.4.4.1 Normas de aplicación.

Para aplicar la RODAC ya hemos comentado que se necesitan unas producciones de cálculo escrito del sujeto a evaluar, que pueden corresponder como también hemos comentado, a una prueba de evaluación inicial de curso o a una prueba de rendimiento estandarizada. La única condición “sine qua non” es que se haya solicitado previamente al sujeto a evaluar, que escriba en papel las operaciones necesarias para llegar a los resultados que se soliciten en la prueba correspondiente.

Previamente, se corrige la prueba y se señala los algoritmos que están bien resueltos y que por tanto no precisan una observación adicional. Después de la evaluación curricular del sujeto en las tareas presentadas, en las que se deberá incluir una valoración sobre las tareas que ha realizado bien, las que ha realizado incorrectamente e incluso las que no ha realizado, se utilizará la rejilla de observación RODAC, para detectar los errores y las dificultades de aprendizaje del cálculo que presenta específicamente el sujeto, en las tareas que ha realizado incorrectamente. Para ello, se sigue el orden de realización de la prueba de matemáticas y se observa operación por operación los errores presentados, para anotarlos en las distintas rejillas (S,R,M,D) y en los distintos sub apartados según se corresponda con el fallo observado y buscando el eje de coordenadas, coincidiendo con el ítem evaluado (Sub pruebas 1,2,3,4,5).

En las operaciones de suma y resta sólo habrá de observarse los errores característicos de estas operaciones recogidas en las listas correspondientes, mientras que en la multiplicación será preciso tener en cuenta además los de la suma y en la división, errores típicos de las cuatro operaciones elementales, por lo que podremos anotarlos en cualquiera de las listas correspondientes a cada una de las operaciones aritméticas básicas, reflejando en el eje vertical la sub prueba a que corresponde. Es decir que si el alumno ha realizado una sub prueba, por ejemplo la 3, que contempla las cuatro operaciones básicas y suponiendo, a efectos de comprender mejor la operatoria, que ha cometido errores en las cuatro operaciones, se deberán anotar la ocurrencia de estos fallos en las cuatro rejillas (S;R;M;D) y en el eje vertical correspondiente a la sub prueba 3 referida.

**8.4.4.4.2 Cuatro rejillas de observación sistematizada,
presentada como sistema de categorías:**

- (S). Rejilla para la evaluación de la suma. Ver en Tabla 4.
- (R). Rejilla para la evaluación de la resta. Ver en Tabla 5
- (M). Rejilla para la evaluación de la multiplicación. En Tabla 6.
- (D). Rejilla para la evaluación de la división Ver en Tabla 7.

Rejilla para la evaluación de DAC de la suma (S)

Suma (S)		Subpruebas								PP
		1	2	3	4	5	6	7	8	
	(S1) Contar para hallar la suma (con los dedos, palitos, etc....)									
	(S2) Coloca erróneamente las cantidades									
	(S3) Errores en las llevadas									
	(S4) Empiezan las operaciones por la izquierda.									
	PT (S)									
									PM (S)	

Tabla 4. Rejilla para la evaluación de la suma

Rejilla para la evaluación de la resta (R)

Resta (R)		Subpruebas								PP
		1	2	3	4	5	6	7	8	
	(R1) Resta la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición (arriba o abajo)									
	(R2) Errores en las "llevadas"									
	(R3) Coloca erróneamente las cantidades									
	(R4) Empieza las operaciones por la izquierda.									
	(R5) Confunde y alterna suma y resta en una sola operación.									
	(R6) Errores con la cifra cero									
	PT (R)									
									PM (R)	

Tabla 5. Rejilla para la evaluación de la resta

Rejilla para la evaluación de la multiplicación (M)

Multiplicación (M)		Subpruebas								PP	
		1	2	3	4	5	6	7	8		
	(M1) Errores en la memorización de las tablas.										
	(M2) Dificultad en el cálculo mental de la multiplicación										
	(M3) Errores con la cifra cero										
	(M4) Errores con las "llevadas"										
	(M5) Errores al colocar el primer resultado de la multiplicación por la segunda cifra.										
	(M6) Confusión con otra operación.										
	PT (M)										
										PM (R)	

Tabla 6. Rejilla para la evaluación de la multiplicación

Rejilla para la evaluación de la división (D)

División (D)		Subpruebas								PP
		1	2	3	4	5	6	7	8	
	(D1) Dificultades al operar con el dividendo.									
	(D2) En el divisor le es muy difícil trabajar con más de una cifra y es frecuente que sólo lo realice con una.									
	(D3) Errores con la cifra cero									
	(D4) Errores al bajar las cifras.									
	PT (D)									
									PM (D)	

Tabla 7. Rejilla para la evaluación de la división.

8.4.4.3 Formato de registro de respuestas y puntuación

En cada sub apartado de las distintas rejillas (Tabla 8) se recogerá las veces que se muestre ese error, siendo válido para ese registro cualquier signo como: +, x, o, l, etc.

En las casillas finales de la derecha de cada sub apartado se recogerán las puntuaciones parciales referentes a cada error. La suma de las distintas puntuaciones parciales (PP) de cada rejilla (S, R, M, D) se muestran en una puntuación total (PT) que se recoge en el ángulo inferior derecho.

	Sub pruebas					PP	
	1	2	3	4	5		
Resta (R)	(R1) Resta la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición (arriba o abajo)						0
	(R2) Errores en las "llevadas".	x					1
	(R3) Coloca erróneamente las cantidades	x					1
	(R4) Empieza las operaciones por la izquierda.						0
	(R5) Confunde y alterna suma y resta en una sola operación.				xxx x		4
	(R6) Errores con la cifra cero				xx		2
	PT(D)	2	0	0	5	2	8
	PM(D)						1,3

Tabla 8. Formato de registro de respuestas.

Si las sub pruebas del test de rendimiento o de la prueba inicial de matemática a la que se aplique la evaluación, están ordenadas en orden de creciente dificultad (por ej: sumas, restas, multiplicación, división, etc...) como suele ser lo más frecuente, la puntuación total PT de cada subprueba nos puede indicar cuántas de las operaciones básicas (suma y multiplicación y resta y división) comparten los errores de cálculo aritmético mostrados por el sujeto.

Para establecer la equiparación de puntuaciones globales entre las distintas rejillas de evaluación se utiliza el **método de la media**, que pretende básicamente, establecer una correspondencia entre las puntuaciones de las rejillas referidas a cada una de las cuatro operaciones aritméticas básicas. Por tanto, de esa puntuación total se hallará la puntuación media correspondiente, dividiendo la puntuación total por el número de ítems $PM = PT / n \text{ ítems}$. En este caso del ejemplo, sería $PM (R) = 8 : 6 = 1,3$

Cada una de las cuatro puntuaciones medias (PM) se registra en un gráfico (tabla 9), de manera que podremos observar un perfil de dificultades referido a cada alumno.

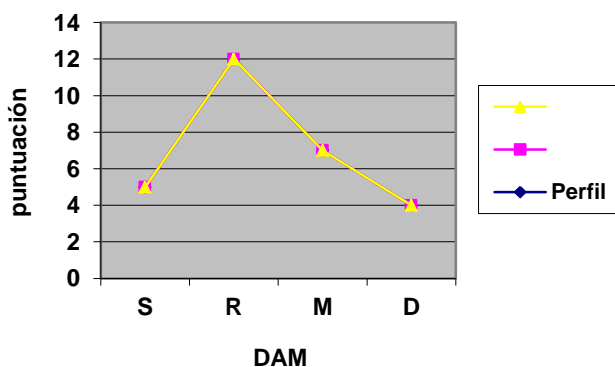


Tabla 9. Perfil de las dificultades de cálculo del alumno en las cuatro operaciones básicas.
 $s = pm (s)$ $r = pm (r)$ $m = pm (m)$ $d = pm (d)$

A su vez la suma de las cuatro puntuaciones medias de cada alumno denominada puntuación final (PF= PM (S) + PM (R)+ PM (M) + PM (D)) se puede situar en otro gráfico (tabla 10) con las puntuaciones de los demás compañeros de clase para tener una referencia formativa contextualizada, de los errores del alumnado de un mismo grupo clase. En el eje de abscisa se sitúa la puntuación final en DAM de cada alumno, siendo ésta el sumatorio de las puntuaciones medias correspondientes.

En resumen, la puntuación final (PF) nos da una valoración formativa contextualizada al compararla con el resto de compañeros. La puntuaciones medias (PM) nos muestran un perfil de las dificultades del sujeto en las operaciones de cálculo básicas, y las puntuaciones parciales (PP) son el punto de partida y referencia para cualquier programa de intervención y remediación de estas dificultades (DAM).

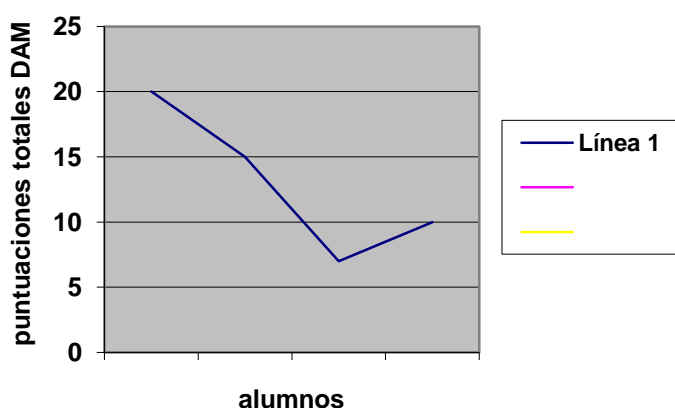


Tabla 10. Perfil de la clase en relación a las dificultades de aprendizaje del cálculo.

8.4.5 Estudio piloto

Para estimar el funcionamiento general del instrumento (RODAC), así como para proponer posibles mejoras, se realiza una prueba piloto de tipo cualitativa y cuantitativa (Wilson, 2005), en la que tras pasar un examen de matemáticas correspondiente al nivel de final de 6 de Primaria a un grupo de 17 alumnos de 1º de ESO, se pidió a dos observadoras (estudiantes del último curso de Pedagogía) que, utilizaran las rejillas RODAC para observar y detectar las dificultades en el cálculo de las operaciones básicas que presentaba el alumnado referido.

El examen de matemáticas constaba de 40 ítems referidos a ejercicios aritméticos de cálculo, cada uno con una única respuesta correcta que el alumno debe rellenar en el espacio correspondiente. Los ejercicios están ordenados siguiendo un criterio de complejidad, de más fácil a más difícil.

Se administró colectivamente a niños de entre 12 y 13 años que cursaban 1º de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO).

El profesor de matemáticas había corregido y señalado, en todos los exámenes, las preguntas que estaban bien resueltas y que por tanto no tenían que observar y valorar. Se les indicó a los dos jueces que no tenían que hacer ninguna corrección en los exámenes del alumnado y se les proporcionó las instrucciones del instrumento RODAC para que valoraran las dificultades encontradas en cada alumno.

Con las puntuaciones de las dos observadoras, se aplicó *el Coeficiente Kappa de Cohen* (Cohen, 1960; Fleiss y col., 1969) para estimar la fiabilidad interjueces.

8.4.5.1 Estudio piloto cuantitativo.

A partir de los datos obtenidos de cada uno de los observadores en la prueba piloto y, para facilitar las conclusiones estadísticas, se ha determinado una puntuación única para cada sujeto del estudio. Con este objetivo, se ha realizado un sumatorio de las puntuaciones medias (tabla 11) de cada sujeto en las diferentes operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) resultando así una puntuación global de la prueba.

Sujetos	Puntuaciones	
	Observador A	Observador B
1	0.66	0.65
2	0.83	1.16
3	0.33	0.33
4	0.65	0.88
5	0.65	1.16
6	0.33	0.65
7	0.66	0.66
8	0.91	1.16
9	0.66	0.99
10	0.49	0.33
11	0.83	1.33
12	0.16	0
13	0.16	0.66
14	0.49	0.99
15	0.5	0.66
16	0.16	0.33
17	0	0.5

Tabla 11. Puntuaciones medias

Con el objetivo de calcular el índice Kappa” para determinar la fiabilidad interjueces, se ha establecido un punto de corte en dichas puntuaciones, el cual fija el valor mínimo requerido para considerar las dificultades de aprendizaje de los sujetos como “significativas” o “no significativas” Tablas 12 y 13).

Se ha tomado como referente para calcular el punto de corte, un “método basado en el rendimiento de los evaluados” (Crocker y Algina 1986), hallando la media de las puntuaciones de cada observador y, posteriormente, la media entre ambas puntuaciones resultantes.

8.4.5.1.1 Concordancia entre observadores.

Para obtener el “punto de corte” calculando la media de las puntuaciones que cada observador ha asignado a las producciones de los sujetos, se ha obtenido los siguientes resultados:

Observador A - Media $8,47 : 17 = 0,49$

Observador B - Media $12,44 : 17 = 0,73$

La media de los observadoras A y B son: $0,49 + 0,73 / 2 = 1,22 / 2 = 0,6$

Índice kappa (Media) Punto de corte: 0,6

		OBSERVADOR B		TOTAL
		No significativas	Significativas	
OBSERVADOR A	No significativas	5	4	9
	Significativas	0	8	8
TOTAL		5	12	17

Tabla 12. Contingencia OBS_A * OBS_B

	OBS_B		Total
	,00	1,00	
OBS_A ,00	5	4	9
1,00	0	8	8
Total	5	12	17

Tabla 13. Contingencia OBS_A * OBS_B

Medidas simétricas

	Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Medida de acuerdo Kappa	,541	,178	2,509	,012
N de casos válidos	17			

a. Asumiendo la hipótesis alternativa.

b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.

Tabla 14. Medida de acuerdo Kappa

Los datos estadísticos obtenidos con programa informático SPSS (Versión 18.0), tal como se muestra en la tabla 14, indican un coeficiente de Kappa de 0,54. Según Landis y Koch (1977), el grado de acuerdo entre observadores que corresponde (tabla 15) en función de este índice kappa, es moderado.

kappa	grado de acuerdo
< 0	sin acuerdo
0 - 0,2	insignificante
0,2 - 0,4	bajo
0,4 - 0,6	moderado
0,6 - 0,8	bueno
0,8 - 1	muy bueno

Tabla 15. Landis y Koch

8.4.5.2 Estudio piloto cualitativo.

A partir de la discusión y debate a partir de esta primera comprobación del funcionamiento sobre los diferentes aspectos relacionados con el instrumento de medida, se estimó conveniente incluir una ejemplificación “tipo” junto con una descripción más detallada de cada una de las distintas dificultades que se señalan en el instrumento, como objetivo de observación (Brown y Burton, 1978; Miranda, 1987; Maza, 1995, Miranda, Fortes y Gil, 2000; Orrantía, 2000).

8.4.5.2.1 Ejemplificación de dificultades tipo.

SUMA

DENOMINACIÓN DEL ERROR	EJEMPLO	DESCRIPCIÓN
Contar para hallar la suma (con los dedos, palitos, etc....)	$\begin{array}{r} 111 \\ 7843 \\ + 179 \\ \hline 8022 \end{array}$	El niño no realiza mentalmente la operación, por lo que debe contar con los dedos, dibujar palitos, etc. o para hallar el resultado
Coloca erróneamente las cantidades	$\begin{array}{r} 255 \\ + 56 \\ \hline 815 \end{array}$	Coloca las cantidades de forma errónea, por lo que el resultado es incorrecto
Errores en las “llevadas”	$\begin{array}{r l} 656 & 656 \\ + 362 & + 362 \\ \hline 9118 & 918 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> - En lugar de llevarse la cantidad de la suma, coloca directamente el resultado obtenido - Se le olvida sumar la llevada a la cifra siguiente
Empiezan las operaciones por la izquierda	$\begin{array}{r} 484 \\ + 56 \\ \hline 4311 \end{array}$	Comienza la operación por la izquierda en lugar de hacerlo por la derecha

RESTA

DENOMINACIÓN DEL ERROR	EJEMPLO	DESCRIPCIÓN
Resta la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición (arriba o abajo)	$\begin{array}{r} 732 \\ - 574 \\ \hline 242 \end{array}$	El alumno resta la cifra mayor de la menor, sin tener en cuenta la posición de la cifra
Errores en las "llevadas"	$\begin{array}{r} 736 \\ - 294 \\ \hline 642 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> - No sabe donde suma la llevada, si en el minuendo o en el sustraendo - Se le olvida sumar la llevada a la cifra siguiente
Coloca erróneamente las cantidades	$\begin{array}{r} 879 \\ - 53 \\ \hline 349 \end{array}$	Coloca las cantidades de forma errónea, por lo que el resultado es incorrecto
Empiezan las operaciones por la izquierda	$\begin{array}{r} 6454 \\ - 1203 \\ \hline 5251 \end{array}$	Comienza la operación por la izquierda en lugar de hacerlo por la derecha
Confunde y alterna suma y resta en una sola operación	$\begin{array}{r} 484 \\ - 58 \\ \hline 542 \end{array}$	En lugar de realizar la resta el niño suma las cifras
Errores con la cifra cero	$\begin{array}{r l} 103 & 28078 \\ - 45 & - 9604 \\ \hline 158 & 19674 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> - Si se tiene que llevar de una columna cuyo número es superior a cero, el niño lo hace correctamente, pero no añade uno al sustraendo siguiente - Cuando en la cifra inferior aparece un cero el alumno coloca la cifra inferior como resultado

MULTIPLICACIÓN

DENOMINACIÓN DEL ERROR	EJEMPLO	DESCRIPCIÓN
Errores en la memorización de las tablas	$\begin{array}{r} 738 \\ \times 2 \\ \hline 1576 \end{array}$ $\begin{array}{r} 25090 \overline{)92} \\ \underline{669} \\ 950 \\ \underline{52} \end{array}$	El niño no recuerda las tablas por lo que deja el resultado en blanco o da un número incorrecto
Dificultad en el cálculo mental de la multiplicación	$\begin{array}{r} 408 \\ \times 3 \\ \hline 12 \overline{)4} \end{array}$	Olvidarse de contar un número.
Errores en la cifra cero	$\begin{array}{r} 408 \\ \times 3 \\ \hline 1254 \end{array}$	Al multiplicar por la cifra de arriba, si encontramos un cero, en lugar de poner cero como resultado, pone el valor del multiplicando
Errores en las "llevadas"	$\begin{array}{r} 738 \\ \times 8 \\ \hline 5644 \end{array}$	El niño olvida sumar la llevada a la siguiente cifra
Errores al colocar el primer resultado de la multiplicación por la segunda cifra	$\begin{array}{r} 18450 \\ \times 68 \\ \hline 117600 \\ + 108700 \\ \hline 226300 \end{array}$	En lugar de colocar la segunda multiplicación en la segunda cifra el alumno la coloca en otro lugar
Confusión con otra operación	$\begin{array}{r} 1237 \\ \times 23 \\ \hline 3711 \\ + 2474 \\ \hline 78971 \end{array}$	Entre las distintas operaciones que se realizan en una multiplicación el alumno confunde una de ellas

DIVISIÓN

DENOMINACIÓN DEL ERROR	EJEMPLO	DESCRIPCIÓN
Dificultades al operar con el dividendo	$\begin{array}{r} \widehat{24} \overline{)2} \\ \underline{6} \end{array}$	En lugar de coger la cifra necesaria opera con una mayor o menor cantidad de ellas
En el divisor les es muy difícil trabajar con más de una cifra y es frecuente que sólo realice con una	$\begin{array}{r} \widehat{644} \overline{)24} \\ \underline{04} \\ \underline{04} \\ \end{array}$	El alumno solo divide con la primera cifra del divisor sin importarle la segunda
Errores con la cifra cero	$\begin{array}{r} \widehat{294} \overline{)20} \\ \underline{084} \\ \end{array}$	Al multiplicar el cociente con una cifra del divisor cero el niño pone el número del cociente
Errores al bajar las cifras	$\begin{array}{r} \widehat{658} \overline{)6} \\ \underline{058} \\ \end{array}$	Al bajar la siguiente cifra del dividendo se equivoca y baja más de una cifra o no baja ninguna y da por finalizada la operación

8.4.5.3. Análisis de Resultados de la prueba piloto.

Como ya se comentó en la presentación, el objetivo del estudio piloto, ha sido el de elaborar y validar un instrumento de registro observacional para detectar las dificultades de aprendizaje en el cálculo de las cuatro operaciones aritméticas básicas.

El estudio de la validez de contenido ha reflejado que los ítems que componen la rejilla de observación y diagnóstico (RODAC) son una muestra relevante y representativa de las dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético, presentando los descriptores de DA enunciados, las ventajas de ser: (1) Objetivos, (2) Claros y (3) Completos.

También se ha demostrado que en relación a la globalidad del instrumento y a las distintas categorías, el instrumento se muestra bastante: (1)

Homogéneo, (2) Exhaustivo y con una buena (3) Exclusión conceptual entre los indicadores presentados (Padilla, 2002).

La fiabilidad interjueces, se ha realizado estimando el Coeficiente Kappa de Cohen para dos observadores, y el grado de acuerdo encontrado ha sido “moderado”.

8.4.6. Estudio de campo

La prueba experimental tuvo como objetivo constatar los dos requisitos fundamentales que han de cumplir las técnicas e instrumentos de diagnóstico y evaluación educativa, para asegurar la calidad de los datos que nos proporcionan: la validez y la fiabilidad.

El estudio experimental se llevó a cabo sobre los resultados, por una lado, de las observaciones de ocho jueces-observadores elegidos al azar (estudiantes del 5º curso de Pedagogía o Psicopedagogía de la Universidad de Sevilla), que valoraron con el instrumento RODAC la ocurrencia de DAC en las producciones de una prueba inicial (elaborada por el departamento de matemáticas) realizada por 48 alumnos de los dos cursos de 1º de ESO del IES Joaquín Turina de Sevilla y las observaciones de otros ocho jueces observadores de las producciones de una prueba de matemáticas realizada por 46 alumnos de dos cursos de 4º de Primaria del CEIP “Hermanos Machado” de Sevilla, haciendo un total de 94 sujetos y 1.880 respuestas observadas (20 ítems por cada sujeto).

Para el tamaño de la muestra se tuvo en cuenta el criterio mínimo de que estuviera alrededor de unos 100 sujetos (Kline, 1986, 1994), aunque al considerar como sujetos cada una de las respuestas observadas en éstos, el número de 1.880 alcanza criterios más exigentes como el recomendado por Nunnally (1978) y Thorndike, (1982) de utilizar una muestra alrededor de 10 veces mayor que el número de variables o ítems.

Para establecer los distintos cálculos estadísticos se ha utilizado el programa informático SPSS (Versión 18.0).

Aunque el instrumento RODAC, permite observar la frecuencia de cada dificultad de aprendizaje del cálculo aritmético (DAC), de cara al estudio estadístico y para el mejor tratamiento de los datos (en especial el del análisis del índice de concordancia entre observadores), se ha tenido en cuenta tan solo si el observador ha constatado (valor 2), o no (valor 1), la ocurrencia de la dificultad de aprendizaje.

En lo relativo al análisis factorial, se tomaron como valores las medias aritméticas de las valoraciones de los jueces, sobre cada ítem para cada sujeto.

8.4.6.1 Validez de constructo.

La validez de constructo, que determina en qué medida un instrumento mide el constructo que pretende medir, es considerada como prueba mayor que engloba a las de criterio y de contenido, considerándose estas últimas como evidencia de la validez del constructo (Padilla, 2002).

Hay varias formas de objetivar esta validez, una de las más habituales es el análisis factorial con el que se confirma la estructura que se asigna a un instrumento de observación y evaluación.

El análisis factorial es una técnica de reducción de datos de gran utilidad para encontrar grupos homogéneos de variables partiendo de un conjunto numeroso de variables. El análisis factorial, por tanto, es una técnica de reducción de la dimensionalidad de los datos. Su propósito final es encontrar el número mínimo de dimensiones con el que se puede explicar el máximo de información contenida en los datos. Cuando recogemos un importante número de variables de manera simultánea, como es el caso de la rejilla de observación, estamos interesados en averiguar si los ítems o unidades de observación, se agrupan de alguna forma característica.

Aplicando un análisis factorial a las valoraciones de los tipos de errores detectados por los observadores (jueces), podemos encontrar grupos de variables con significado común y conseguir de esta manera reducir el número de dimensiones necesarias para explicar las respuestas de los sujetos.

El tipo de análisis utilizado más frecuentemente es el Análisis Factorial Exploratorio, el cual es un procedimiento para generar teorías más que para confirmarlas. En las ciencias sociales no es fácil determinar con precisión el valor de las correlaciones con cada factor por lo que el Análisis Factorial Confirmatorio no es siempre útil (Kline, 1994:11). Por ello, lo más habitual es utilizar el análisis exploratorio.

Cuando las variables (ítems) son muchas (unas 20, o incluso menos; Nunnally (1978:418-419) recomienda el análisis de Componentes Principales,

el cual plantea que es posible explicar el 100 % de la varianza observada y, por ello, todas las comunalidades iniciales son iguales a la unidad (valor de la varianza de una variable en puntuaciones típicas).

Comunalidades

	Inicial	Extracción
S1	1,000	,581
S2	1,000	,752
S3	1,000	,680
S4	1,000	,773
R1	1,000	,604
R2	1,000	,585
R3	1,000	,752
R4	1,000	,767
R5	1,000	,761
R6	1,000	,438
M1	1,000	,648
M2	1,000	,565
M3	1,000	,611
M4	1,000	,596
M5	1,000	,720
M6	1,000	,722
D1	1,000	,664
D2	1,000	,480
D3	1,000	,761
D4	1,000	,580

Tabla 16. Método de extracción:
Comunalidades (Total grupos)

En la tabla 16 se muestran las *comunalidades* asignadas inicialmente a las variables, así como las comunalidades reproducidas por la solución factorial

(extracción) para el total de valoraciones y observaciones realizadas por los dos grupos de observadores en sus respectivos grupos de alumnado asignado.

Podemos considerar que existe una estructura factorial clara cuando los ítems que definen un factor tienen pesos de .50 o más en este factor (Nunnally y Bernstein, 1994:535).

En este estudio, las comunalidades están todas por encima de .50, salvo una que con una puntuación de .480 se sitúa muy cercana a este valor, por lo que podemos valorar que *todas las variables están bien representadas y de manera bastante equilibrada y homogénea en el espacio de los factores.*

Para determinar la estructura factorial necesaria, usamos el método de Kaiser que utilizar el programa estadístico SPSS y señala los factores con autovalores mayores que 1.

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	3,239	16,196	16,196	3,239	16,196	16,196
2	1,957	9,785	25,981	1,957	9,785	25,981
3	1,497	7,487	33,468	1,497	7,487	33,468
4	1,448	7,238	40,706	1,448	7,238	40,706
5	1,361	6,807	47,513	1,361	6,807	47,513
6	1,299	6,495	54,008	1,299	6,495	54,008
7	1,178	5,891	59,899	1,178	5,891	59,899
8	1,059	5,294	65,194	1,059	5,294	65,194

9	,976	4,880	70,074		
10	,851	4,256	74,330		
11	,810	4,049	78,379		
12	,758	3,792	82,171		
13	,746	3,729	85,899		
14	,630	3,152	89,052		
15	,555	2,777	91,828		
16	,508	2,539	94,368		
17	,380	1,901	96,269		
18	,321	1,604	97,873		
19	,270	1,349	99,221		
20	,156	,779	100,000		

Tabla 17. Varianza total explicada

En la tabla 17 vemos el porcentaje de varianza explicada de cada componente y los componentes que se han extraído.

En un estudio de revisión realizado por Henson y Roberts (2006) sobre 60 estudios de análisis factoriales, observaron que, en todas estas investigaciones, la proporción *media* de varianza explicada por los factores era del 52.03 %.

En nuestro caso y del total del fenómeno que estamos estudiando, los datos de varianza encontrados se sitúan por encima de esta media ya que, concretamente, el 65,194 % de la varianza total es explicada por 8

componentes principales o ítems, correspondientes a dificultades de aprendizaje en el cálculo de la suma y la resta, distribuidas sus varianzas de tal manera o peso:

- El componente 1 de la suma: “contar para hallar la suma”, explica el constructo en un 16,196 %.
- El componente 2 de la suma : “colocar erróneamente las cantidades en la suma”, en un 9,785 %.
- El componente 3 de la suma: “errores en las llevadas de la suma”, en un 7,487 %.
- El componente 4 de la suma: “empezar las operaciones de suma por la izquierda”, un 7,238 %.
- El componente 5, (1 de la resta) : “restar la cifra mayor de la menor sin tener en cuenta su posición (arriba o abajo)”, un 6,807 %
- El componente 6, (2 de la resta) : “errores en las “llevadas” de la resta”, tiene un porcentaje de explicación del 6,495 %.
- El componente 7, (3 de la resta) : “colocar erróneamente las cantidades” en la resta, explica un 5,891 %.
- El componente 8, (4 de la resta), : “empezar las operaciones de resta por la izquierda”, explica el constructo en un 5,294 %.

En un análisis más detallado (Tabla 18 y 19), en el que desglosamos los datos de observación en los dos grupos de alumnado estudiados (4ºP y 1º ESO), se nos muestran de la siguiente manera:

Tabla 18. Varianza total explicada grupo 4ºP

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	3,622	18,110	18,110	3,622	18,110	18,110
2	1,981	9,905	28,015	1,981	9,905	28,015
3	1,838	9,190	37,205	1,838	9,190	37,205
4	1,713	8,565	45,770	1,713	8,565	45,770
5	1,620	8,102	53,872	1,620	8,102	53,872
6	1,317	6,586	60,458	1,317	6,586	60,458
7	1,117	5,587	66,045	1,117	5,587	66,045
8	1,060	5,299	71,344	1,060	5,299	71,344
9	1,054	5,271	76,616	1,054	5,271	76,616
10	,880	4,398	81,013			
11	,772	3,861	84,874			
12	,665	3,324	88,199			
13	,570	2,850	91,049			
14	,408	2,040	93,088			
15	,376	1,879	94,967			
16	,355	1,775	96,743			
17	,231	1,155	97,898			
18	,187	,934	98,832			
19	,148	,742	99,573			
20	,085	,427	100,000			

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

Tabla 19. Varianza total explicada grupo 1ºESO

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	2,986	14,928	14,928	2,986	14,928	14,928
2	2,635	13,173	28,101	2,635	13,173	28,101
3	2,077	10,383	38,484	2,077	10,383	38,484
4	1,741	8,707	47,192	1,741	8,707	47,192
5	1,493	7,463	54,654	1,493	7,463	54,654
6	1,350	6,752	61,406	1,350	6,752	61,406
7	1,255	6,275	67,681	1,255	6,275	67,681
8	1,116	5,580	73,261	1,116	5,580	73,261
9	,882	4,412	77,673			
10	,864	4,321	81,994			
11	,713	3,567	85,562			
12	,587	2,934	88,495			
13	,534	2,670	91,165			
14	,511	2,553	93,718			
15	,341	1,707	95,424			
16	,296	1,479	96,904			
17	,214	1,070	97,973			
18	,204	1,020	98,993			
19	,157	,784	99,777			
20	,045	,223	100,000			

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

En los datos de observación obtenidos con el grupo de alumnado de 4ºP, aunque con una diferencia poco significativa, se nos muestra una estructura factorial más consolidada (76,616) que en el grupo de 1º ESO (73,261). En ese grupo de 4ºP se incluye además un componente más en esa estructura factorial, relativo al ítem 5 de la resta: “confunde y alterna suma y resta en una sola operación”.

8.4.6.2 Fiabilidad

De acuerdo a George y Mallery (1995), la fiabilidad se constata en el hecho de que el instrumento de medición refleje los mismos resultados cada vez que sea administrado a la misma persona y en las mismas circunstancias. Así pues, los instrumentos de observación empleados en las ciencias sociales se pueden considerar fiables si, se obtienen resultados similares con independencia de quién los administre.

La fiabilidad se define de esta manera, como la constancia o estabilidad de los datos que proporciona un instrumento de observación o medida (Bisquerra, 1987). Los coeficientes de fiabilidad son interpretados como una correlación, considerándose que valores superiores a 0,75 indican alta fiabilidad.

Hay varios métodos para evaluar la fiabilidad. En este trabajo, *de cara a la valoración de la fiabilidad de las medidas se ha utilizado el alfa de Cronbach*, que es el indicador más ampliamente utilizado para este tipo de análisis.

El resultado, que se muestra a continuación (tabla 20) , en relación a este indicador es de 0,890 para el total de los datos de los dos grupos.

Total grupos

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	1880	100,0
	Excluidos ^a	0	,0
	Total	1880	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,890	8

Tabla 20. Fiabilidad Total.

Según George y Mallery (1995), el *alfa* de Cronbach; en el intervalo 0,8-0,9 se puede calificar como de *un nivel de fiabilidad bueno*.

Este mismo nivel de fiabilidad bueno encontrado en el total de las observaciones se observa cuando desglosamos los datos para el grupo de 4ºP con un índice de 0'904 (Tabla 21) y de 0'865 para 1ºESO (Tabla 22).

En el grupo de 4º Primaria

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	920	100,0
	Excluidos ^a	0	,0
	Total	920	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,904	8

Tabla 21. Fiabilidad grupo 4ºP

En el grupo de 1ºESO

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
Casos	Válidos	960	100,0
	Excluidos ^a	0	,0
	Total	960	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,865	8

Tabla 22. Fiabilidad grupo 1ºESO

8.4.6.3 Concordancia entre observadores.

Para estimar el grado de concordancia entre dos evaluadores Cohen (1960) propuso una fórmula, conocida como kappa de Cohen. Más tarde, Fleiss (1969), la generalizó para el caso de más de dos evaluadores.

El cálculo se ha realizado en el programa estadístico SPSS (Versión 18.0), implementando una nueva sintaxis para el cálculo del Kappa de Fleiss debido a que, el Kappa de Cohen, que era el ofrecido por el programa estadístico, sólo nos permite comparar la fiabilidad entre dos observadores.

Debido a que el programa estadístico no permite valorar más de 1000 respuestas para calcular en el cálculo del Kappa, se ha tomado, por una parte, las respuestas observadas para el grupo de alumnado de 4º de Primaria, compuesto por 46 sujetos. A cada uno de ellos se le ha observado 20 ítems, y la respuesta de observación de 8 jueces, han conformado un total de 920 respuestas (20 ítems x 46 sujetos).

Los resultados obtenidos para el total de estas 920 respuestas observadas por ocho jueces ha sido de 0'536.

Estimated Kappa, Asymptotic Standard Error, and Test of Null Hypothesis of 0 Population Value

Kappa	ASE	Z-Value	P-Value
<u>,53630561</u>	<u>,02022437</u>	<u>26,51779016</u>	<u>,00000000</u>

De otra parte se ha calculado la concordancia entre observadores con el Kappa de Fleiss para el grupo de alumnado de 1º de la E.S.O., compuesto por 48 sujetos. A cada uno de ellos se le ha observado 20 ítems, y la respuesta de

observación de 8 jueces, han conformado un total de 960 respuestas (20 ítems por 48 sujetos). En este grupo tanto el alumnado como los observadores son distintos al grupo de 4º de Primaria.

Estimated Kappa, Asymptotic Standard Error, and Test of Null Hypothesis of 0 Population Value

Kappa	ASE	Z-Value	P-Value
,44297795	,02783833	15,91251697	,00000000

Como vemos en la tabla, el resultado para este grupo es 0,44.

El índice Kappa de Fleiss nos muestra para las observaciones o valoraciones realizadas por los dos grupos de observadores sobre las producciones cada uno de los grupos de alumnado, un grado de concordancia que se sitúa en un nivel moderado, en ambos casos.

kappa	grado de acuerdo
< 0	sin acuerdo
0 - 0,2	insignificante
0,2 - 0,4	bajo
0,4 - 0,6	moderado
0,6 - 0,8	bueno
0,8 - 1	muy bueno

. Landis y Koch (1977)

9. Análisis de Resultados.

La validez de contenido referida a la capacidad del instrumento para recoger el contenido y el alcance del constructo y de la dimensión, ha estado basada en esta investigación, en la fundamentación teórica y las evidencias empíricas que sostienen el instrumento de observación utilizado. Más concretamente, en este trabajo la validez de contenido se sustenta en el riguroso procedimiento que se ha seguido en el desarrollo de los ítems de observación recogidas en la rejilla. Así, la revisión de la literatura científica publicada respecto a las dificultades más frecuentes de aprendizaje en el cálculo matemático, propuestas y especificadas por especialistas en la materia (Brown y Burton, 1978; Miranda, 1987; Maza, 1995, Miranda, Fortes y Gil, 2000; Orrantia, 2000), así como la posterior estimación y validación *de contenido* del instrumento, solicitando la opinión de un grupo de expertos sobre el grado en que las manifestaciones relevantes están recogidas en el mismo, sirven de garantía para dicha validez de contenido (Pérez Juste, 1989; Clark y Watson, 1995; Wilson, 2005).

El estudio de la validez de contenido ha reflejado que los ítems que componen la rejilla de observación y diagnóstico (RODAC) son una muestra relevante y representativa de las dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético, presentando los descriptores de DA enunciados, las ventajas de ser: (1) Objetivos, (2) Claros y (3) Completos.

También se ha demostrado que en relación a la globalidad del instrumento y a las distintas categorías, el instrumento se muestra bastante: (1)

Homogéneo, (2) Exhaustivo y con una buena (3) Exclusión conceptual entre los indicadores presentados (Padilla, 2002).

En cuanto a la validez de constructo, que determina en qué medida un instrumento mide el constructo que pretende medir y, por tanto, considerada como prueba mayor que engloba a las de criterio y de contenido, (Padilla, 2002), los datos obtenidos aplicando un análisis factorial a las valoraciones de los tipos de errores detectados por los observadores o jueces, indican una estructura factorial clara donde todas las variables están bien representadas y de manera bastante equilibrada y homogénea en el espacio de los factores.

El 65,194 % de la varianza total es explicada por 8 componentes principales, correspondientes a dificultades de aprendizaje en el cálculo de la suma y la resta.

Esta estructura factorial puede ser debida a que los componentes de suma y resta son los que más aportan al constructo de dificultades de aprendizaje en el cálculo, porque se refieren a las operaciones básicas (suma y resta) que están implicadas también en los procedimientos de multiplicación y división, y que por tanto, pueden observarse en las cuatro operaciones básicas de cálculo. De tal manera podríamos denominar a esta estructura factorial como el *núcleo de componentes procedimentales del cálculo aritmético*.

En lo relativo a la fiabilidad, entendida como constancia o estabilidad de los datos que proporciona la rejilla de observación, los resultados obtenidos con el estadístico Alfa de Cronbach, sitúan al instrumento en un nivel de fiabilidad bueno (George y Mallery, 1995).

El grado de concordancia o Kappa de Cohen (1960), conseguido entre los dos evaluadores de la prueba piloto, así como el obtenido para las observaciones o valoraciones realizadas por los dos grupos de observadores (8+8), sobre las producciones de los distintos grupos de alumnado (4ºP, 1ºESO) del estudio de campo, realizado mediante el índice Kappa de Fleiss (1969), se sitúa en un nivel moderado.

10. Discusión y conclusiones

Los datos mostrados por evaluaciones nacionales e internacionales (OECD, 2010) sobre la competencia matemática, reflejan un preocupante porcentaje de alumnado con dificultades en el acceso al conocimiento y competencia matemática. Un gran porcentaje de esas dificultades de aprendizaje tiene que ver con la aritmética, en la que el cálculo representa un papel esencial (Orrantía, 2000).

Estudios realizados sobre la variabilidad de trastornos que muestra el alumnado con dificultades en el aprendizaje del cálculo, reflejan dos tipos de déficits funcionales básicos: déficits procedimentales y déficits en la recuperación de hechos (Geary, 1990, 1993; Geary, Brown y Samaranayake, 1991; Goldman, Pellegrino y Mertz, 1988; Kirby y Becker, 1988; Orrantía, 2000)

Desde el modelo cognitivo, el interés principal de estudio no son los resultados o rendimientos matemáticos, sino más bien el análisis de los errores sistemáticos que cometen los sujetos (Rivière, 1990).

Coincidimos con González- Pienda y González- Pumariega (1998), en que para el estudio de los mecanismos subyacentes, el diagnóstico y la evaluación deben dirigirse hacia las dificultades mostradas, mediante instrumentos de observación y valoración, válidos y fiables, que permitan identificar y valorar su relevancia en las dificultades para el aprendizaje.

El reciente reconocimiento de las dificultades específicas de aprendizaje (DEA), como tal, en la normativa española (LOE, 2006), sumado a los datos de investigaciones empíricas que vienen demostrando la irrelevancia del CI, posibilita nuevas perspectivas en los criterios de identificación de las DEA, basados fundamentalmente en la respuesta curricular de los sujetos. Este enfoque, se plasma en la evaluación y detección temprana de los resultados del alumnado que presenta suficientes muestras de dificultades en sus aprendizajes, para diseñar prontamente, programas de intervención criteriales basados en la evaluación de dichas dificultades (Denton, Fletcher, Anthony, y Francis, 2006; Linan-Thompson, Vaughn, Prater, y Cirino, 2006; Coronado, 2008, 2010)

El uso exclusivo de los tests estandarizados de rendimiento, no representa en la actualidad, la opinión más extendida recogida en las investigaciones (Ortiz González, 2004), la cual está basada más bien en estilos de evaluación variados que contemplan además, pruebas de diagnóstico criterial, pruebas basadas en contenidos curriculares y análisis de los errores mediante observación y escalas en la evaluación de las DA.

En este contexto, se sitúa esta investigación que ha confirmado la hipótesis inicial de que la *rejilla de observación* de las dificultades de

aprendizaje en el cálculo matemático (RODAC), diseñada con los requerimientos científicos de la observación sistematizada, en la que se determinan con antelación las categorías a observar, las producciones o conductas que interesa registrar se definen previamente y se cuantifican en la medida final (Anguera, 1988), permite detectar los principales errores y dificultades con unos niveles estadísticamente aceptables de validez y fiabilidad.

Esta investigación se enmarca, en la ya tradicional combinación de los enfoques metodológicos cualitativo y cuantitativo, en el desarrollo de la metodología observacional (Bakeman y Gottman, 1986; Anguera, 2010) que consiguen de esta forma, conceptualizar la observación sistemática como una manera particular de cuantificar la conducta.

La rejilla de observación RODAC, es un instrumento que puede utilizarse complementariamente a otras pruebas criterioles y/o normativas y tiene las ventajas de su fácil utilización y aplicación a tareas en contextos naturales, ejercicios de clase, exámenes, etc., por lo que su uso es generalizable no solo a personal especializado en diagnóstico psicopedagógico sino además, al profesorado de matemáticas. Estas cualidades hacen de este instrumento de observación un material idóneo para un tipo de diagnóstico ligado a la evaluación continua y por tanto, al alumnado en riesgo y a la prevención.

Además, este instrumento de evaluación permite realizar un perfil del sujeto en cuanto a las DAC mostradas en las cuatro categorías de las operaciones aritméticas básicas, así como un perfil del grupo clase en el que está el alumno.

Del estudio de la validez de contenido ha resultado que los ítems que componen la rejilla de observación y diagnóstico (RODAC) pueden considerarse como una muestra relevante y representativa de las dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético, presentando los descriptores de DA enunciados, las ventajas de ser: (1) Objetivos, (2) Claros y (3) Completos.

También se ha demostrado que en relación a la globalidad del instrumento y a las distintas categorías, el instrumento se muestra bastante: (1) Homogéneo, (2) Exhaustivo y con una buena (3) Exclusión conceptual entre los indicadores presentados (Padilla, 2002).

El estadístico Alfa de Cronbach nos revela una estructura factorial clara en la que todas las variables están bien representadas y de manera bastante equilibrada y homogénea en el espacio de los factores, donde parece que los componentes referidos a las dificultades en el aprendizaje de la suma y de la resta son el núcleo básico de lo que se denomina genéricamente como dificultades en el aprendizaje del cálculo (DAC).

El estudio de la concordancia entre observadores, estimado con los estadísticos Kappa de Cohen (1960) y de Fleiss (1969) y dentro de la valoración realizada por Landis y Koch (1977), se sitúa en un nivel moderado.

La comprobación de la validez y fiabilidad se complementa con las instrucciones para el uso de la rejilla de observación (RODAC) que a modo de manual y gracias a su sencillez de uso puede ser utilizado además de por personal técnico como los profesionales de la pedagogía y la psicología, por docentes de matemáticas pertenecientes a los niveles de la enseñanza

obligatoria, en la detección y evaluación temprana de las dificultades de aprendizaje procedimentales del cálculo aritmético.

Del resultado de esta investigación se desprenden además, líneas de investigación promisorias.

Los datos obtenidos con el grupo de alumnado de 4ºP, aun no siendo significativamente diferentes, muestran mejores resultados de validez y fiabilidad que los obtenidos con el grupo de 1º ESO. La explicación puede estar en que en el nivel curricular de 4ºP es más frecuente la ocurrencia de errores y dificultades en el aprendizaje del cálculo aritmético y por tanto sea el nivel más indicado para su detección, como ya se ha hecho en otros estudios (Russell y Ginsburg, 1984)

Asimismo, los datos del análisis factorial destacando los ítems de dificultades de aprendizaje en la suma y la resta como los que mejores explican el constructo de dificultades en el aprendizaje del cálculo (DAC) tiene importantes implicaciones educativas en cuanto a la conveniencia de intervenir primariamente en la reeducación de estas dificultades en el cálculo de la suma y la resta por su clara incidencia en las cuatro operaciones básicas del cálculo aritmético, lo cual abre una promisoría dirección de investigación que ha de ser contrastada con nuevos estudios.

11. Bibliografía

- Aguilera, A. (Coord), (2003). *Introducción a las dificultades de aprendizaje*, Madrid. McGraw Hill.
- Alarcón, M., DeFries, J.C., Light, J.G., y Pennington, B.F. (1997). A twin study of mathematics disability, *Journal of Learning Disabilities*, 30, 617-623.
- Álvarez, J.J. (1986). Investigación cuantitativa: ¿Una falsa disyuntiva? En T.D. Cook y Ch. S. Reichardt (Eds.): *Métodos cuantitativos y cualitativos en investigación educativa* (pp. 9-23). Madrid: Morata.
- American Psychiatric Association (APA) (2000). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders DSM-IV-TR*. Washington, DC: APA. (Trad. Esp. en Barcelona, Masson 2002).
- Anguera, M.T. (1982). *Metodología de la observación en las ciencias humanas*. Madrid. Cátedra.
- Anguera, M.T. (1988). *Observación en la escuela*. Barcelona. Graó.
- Anguera, M.T. (1990). Metodología observacional. En J. Arnay, M.T. Anguera y J. Gómez (Eds.): *Metodología de la investigación en ciencias del comportamiento* (pp. 123-236). Murcia. Universidad de Murcia.
- Anguera, M.T. (2004). Posición de la metodología observacional en el debate entre las opciones metodológicas cualitativa y cuantitativa. ¿Enfrentamiento, complementariedad, integración? *Psicología em Revista* (Belo Horizonte, Brasil), 10 (15), 13-27.

- Anguera, M.T. (2010). Posibilidades y relevancia de la observación sistemática por el profesional de la psicología. *Papeles del Psicólogo*, Vol. 31 (1) , 122-130.
- Anguera, M.T. e Izquierdo, C. (2006). Methodological approaches in human communication. From complexity of situation to data analysis. In G. Riva, M.T. Anguera, B.K. Wiederhold y F. Mantovani (Coord.), *From Communication to Presence. Cognition, Emotions and Culture towards the Ultimate Communicative Experience* (pp. 203-222). Amsterdam: IOS Press.
- Arias, E. y Anguera, M.T. (2004). Detección de patrones de conducta comunicativa en un grupo terapéutico de adolescentes. *Acción Psicológica*, 3 (3), 199-206.
- Arias, E. y Anguera, M.T. (2005). Análisis de la comunicación en un grupo terapéutico de adolescentes: estudio diacrónico. *Revista de Psicopatología y Salud Mental del Niño y del Adolescente*, M1, 25-36.
- Ashlock, R.B. (1976). *Error patterns in computacion*. Columbus. OH. Merrill
- Bakeman, R. & Gottman, J.M. (1986). *Observing interaction. An introduction to sequential analysis*, Cambridge: Cambridge University Press,
- Barbero G, M^a I (Coord.)(2003). *Psicometría*. Madrid. UNED.
- Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático en los niños*. Madrid: Visor

- Berninger, V.W., y Abbott, R.D. (1994). Redefining learning disabilities: Moving beyond aptitude-achievement discrepancies to failure to respond to validated treatment protocols. En G.R. Lyon (Ed.), *Frames of reference for the assessment of learning disabilities: New views on measurement issues* (pp. 163-183). Baltimore: Paul H. Brookes.
- Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas*. Barcelona: Paidós Educador.
- Blanco, M. y Bermejo, V. (2008). ¿Nos permite la evaluación criterial por ciclos la detección precoz de las dificultades de aprendizaje en matemáticas?. En J. A. González-Pienda y J.C. Núñez (Coords.), *Psicología y Educación: Un lugar de encuentro* (pp. 1943-1948). Oviedo: Ediuno.
- Boehm, Ann E. (1988). *Test Boehm de conceptos básicos: manual*. Madrid: Tea.
- Bos, C.S. y Richardson, V. (1994). Qualitative research and learning disabilities. En S. Vaughn y C. Bos (Eds.): *Research issues in learning Disabilities. Theory, methodology, assessment and ethics* (pp. 178- 201). Nueva York: Springer- Verlag.
- Brown, R. y Burton, R. (1978). Diagnostic models for procedural in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192
- Brown, J.S. y VanLehn, K (1980). Towards a generative theory of “bugs” in procedural skills. *Cognitive Science*, 4, 379- 426
- Bruning, R.H., Schraw, G.J., y Ronning, R.R., (1999). *Cognitive Psychology and Instruction, Third Edition by Roger H. Bruning*: Pearson

Eucation. Ed cast: *Psicología cognitiva e instrucción. Versión de Celina González* (2002). Madrid: Alianza Editorial.

- Campo Adrián., M. E. del (2002). *Dificultades de aprendizaje e Intervención psicopedagógica. Teoría y Práctica*. Madrid. Sanz y Torres
- Carmine, D (1997).Instructional designin mathematics for students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 30, 2, 130- 141.
- Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1982). The development of adition and substraction problem- solving skills. En T.R. Carpenter, J.M. Moser y T.A. Romberg (ed) *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp 42- 68) Mahwah, Nueva Jersey. Erlbaum
- Clark, I. A., y Watson, D. (1995). Constructing Validity: basic issues in objective scale development. *Psychological Assessment* 7, 309- 319.
- Cohen, J.A. (1960).A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and psychological Measurement*, 20, 37-46
- Cornoldi, C., Rigoni, F., Tressoldi, P.E. y Vio,C (1999). Imagery Déficits in nonverbal learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*,vol. 32 (1), 48-57.
- Coronado, A. (2008). Dificultades de aprendizaje de las matemáticas: conceptos básicos y diagnóstico. *Revista de Humanidades nº 15*.
- Coronado, A. (2010). Evaluación criterial de las dificultades de aprendizaje en el cálculo. Un análisis de caso en evaluación inicial en la ESO. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 54, 88- 102.
- Crocker, L., Algina, J. (1986). *Introduction to classicaland modern test theory*. New York Holt,. Rinehart &Winston.

- Cuomo, N. (1992/1994). *La integración escolar. ¿Dificultades de aprendizaje o dificultades de enseñanza?* (Ed. original, *Handicaps "gravi" a scuola. Interrogiamo l'esperienza*, 1992). Madrid: Aprendizaje-Visor.
- De Corte, E. y Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders strategies for solving addition and subtraction word problem. *Journal for research in Mathematics education*, 18, 363-381.
- Deaño, M. (2000). *Cómo prevenir las dificultades del cálculo*. Archidona: Aljibe.
- Decreto 105/1992 de 9 de junio (BOJA nº 56 de 20 de junio de 1992)
- Defior Citoler, S. (2000): *Las dificultades de aprendizaje: un enfoque cognitivo. Lectura, escritura matemáticas*. Archidona: Aljibe.
- Dehaene, S. y Cohen, L. (1991) Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*; 29:1045-1074.
- Dehaene, S. y Cohen, L. (1995) Towards an anatomical and functional model of Number Processing. *Mathematical Cognition*; 1: 83-120.
- Dehaene, S; Dehaene-Lamberts, G y Cohen, L. (1998) Abstracts representations of numbers in the animal and human brain. *Trends of Neuroscience*; 21; 355-361.
- Dehaene, S.; Piazza, M.; Pinel, P. y Cohen, L. (2003) Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*; 20: 487-506.

- Denton, C. A., Fletcher, J. M., Anthony, J. L. y Francis, D. (2006). An evaluation of intensive interventions for students with persistent reading difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 39, 447-466.
- Deshler, D., Ellis, E. S. y Lenz, H.K. (1996). *Teaching adolescents with learning disabilities: strategies and methods*. Love Publishing Company: Denver, Colorado.
- EVALÚA. Baterías de Test Psicopedagógicos. Madrid: Instituto de Orientación Psicológica EOS
- Fernández Ballesteros, R. (1999) (Reedición) Introducción a la Evaluación Psicológica vol. 1. Madrid : Pirámide.
- Fernández Baroja, M. F.; Llopis- Paret, A. M. y Pablo de Riesgo, C. (1991). *Matemáticas básicas: dificultades de aprendizaje y recuperación*. Madrid: Santillana
- Fisher, S.E. (2003). Isolation of the genetic factors underlying speech and language disorders. En R. Plomin, J.C. DeFries, I.W. Craig, y P.McGuffin (Eds.), *Behavioral Genetics in the Postgenomic Era* (pp.205-226). Washington D.C: APA Books.
- Fleiss, J.L.; Cohen, J. Y Everitt, B.S.(1969). Large sample standard errors of kappa and weighted kappa. *Psychological bulletin*, 72, 232-327
- Frankenberg, W., y Fronzaglio, K.(1991). A review of states'criteria and procedures for identifying children with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 24, 495-500.
- Fuchs, D., y Fuchs, L.S. (2006). Introduction to response to intervention: What, why, and how valid is it? *Reading Research Quarterly*, 41, 93-99.

- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York. Springer-Verlag.
- Fuson, K C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En D.A. Grouws (ed) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp 243 275) Nueva York: Macmillan
- García, J. (1995). *Manual de dificultades de aprendizaje. Lenguaje, lecto-escritura y matemáticas*. Madrid: Narcea.
- García Sánchez, J., (2001). *Dificultades de aprendizaje e intervención Psicopedagógica*. Barcelona: Ariel.
- García, J y González, D. (1998). *Batería psicopedagógica Evalúa- 6*. Madrid: EOS
- García, J., González, D., García, B. y Jiménez, A (2009). EVAMAT. Evaluación de la Competencia Matemática. Manuales 0,1, 2, 3, y 4. Madrid: EOS
- Galloway, CH (1976). *Psychology for learning and teaching*. Nueva Cork: McGraw Hill
- Gelman, R. y Gallistel, C. R. (1978). *The Child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49, 363-383.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345-362.

- Geary, D. C., Brown, S. C. y Samaranayake, V. A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27, 787-797.
- Geary, D. C. (2003). Learning Disabilities in Arithmetic: problem solving differences and cognitive deficits. En H.L. Swanson, K. R. Harris, y S. Graham (Eds.). *Handbook of Learning Disabilities*, (pp. 199-212). Nueva York: Guilford Press.
- Goldman S. R., Pellegrino, J.W. y Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: Strategy changes in learning disabled students. *Cognition and Instruction*, 5, 223-265.
- González-Pienda, J. A. y González- Pumariega, S., Evaluación e intervención en las dificultades de aprendizaje de las matemáticas. En González Pienda, J. A. y Nuñez Pérez, J.C. (1998). *Dificultades de Aprendizaje Escolar*. Madrid: Pirámide
- Grimes, J. (2002). *Responsiveness to interventions: The next step in special education identification, service and exiting decision making*. Paper presented at Office of Special Education Programs LD Summit Conference, Washington, DC.
- Hambleton, R.K. (1980). True score validity and standard setting methods. En R.A. Berk (Ed.): *Criterion referenced measurement: the state of the art*. Baltimore: Johns Hopkins University Press.
- Henson, R. K. and Kyle, R. J. (2006). Use of Exploratory Factor Analysis in Published Research: Common Errors and Some Comment on

Improved Practice. *Educational and Psychological Measurement*, 66: 393-416

- House, A.E. (2003). *DSM-IV. El diagnóstico en la edad escolar*. Madrid: Alianza Editorial
- Individuals with Disabilities Education Improvement Act of 2004 (IDEA), Pub. L. 108-466.
- Instituto de Evaluación (2010.) PISA 2009. Ministerio de Educación. Secretaría de Estado de Educación y Formación Profesional. Madrid. Disponible en: <http://www.educacion.es/horizontales/prensa/notas/2010/12/informe-pisa.html>. Consultado en diciembre de 2010.
- Jiménez, J.E, Artiles, C., Rodríguez, C., Naranjo, F., González, D., Crespo, P., Hernández, A., y Alfonso, M. (2009) Dificultades específicas de aprendizaje: mirando hacia el futuro. *Revista Electrónica de Dificultades de Aprendizaje*, Número 1, Volumen 1
- Jiménez, J.E., y García, A.I. (1999). Is IQ-achievement discrepancy relevant in the definition of arithmetic learning disabilities? *Learning Disability Quarterly*, 22, 291-301.
- Jiménez, J.E. y García, A (2000). "Is IQ-achievement discrepancy relevant in the definition of arithmetic learning disabilities?" *Learning Disabilities Quarterly*, 23.
- Jiménez, J.E., y García, A.I. (2002). Strategy choice in solving arithmetic word problems: Are there differences between students with learning

disabilities, G-V poor performance and typical achievement students?

Learning Disability Quarterly, 25, 113-122.

- Jiménez, J.E., y Hernández-Valle, I. (1999). A Spanish perspective on learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 32, 267-275 (trad. castellano en *EduPsykhé*, 2002, 1, 275-293).
- Jiménez, J.E., Ortiz, M.R., Rodrigo, M., Hernández-Valle, I., Ramírez, G., Estévez, A., et al. (2003). Do the effects of computer-assisted practice differ for reading-disabled children with or without IQ-achievement discrepancy? *Journal of Learning Disabilities*, 36, 4–47.
- Jiménez, J.E., y O'Shanahan, I. (2008). Enseñanza de la lectura: de la teoría y la investigación a la práctica educativa. *Revista Iberoamericana de Educación*, 45, 5-25.
- Jiménez, J.E., y Rodrigo, M. (1994). Is it true that the differences in reading performance between students with and without LD cannot be explained by IQ? *Journal of Learning Disabilities*, 27, 155-163.
- Jones, E. D., Wilson, R. y bhojwani, S (1997). Mathematics instruction for secondary students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 2, 151- 163
- Jonsson, G.K., Anguera, M.T., Blanco-Villaseñor, A., Losada, J.L., Hernández-Mendo, A., Ardá, T., Camerino, O. y Castellano, J. (2006). Hidden patterns of play interaction in soccer using SOF-CODER. *Behavior Research Methods*, 38 (3), 372-381.

- Jordan, N., Levine, S., y Huttenlocher, J. (1995). Calculation habilitéis in young Children with different patters of cognitive functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 28, 53- 64
- Jordan, N.C., y Hanich, L.B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with differents forms of LD. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 567-578.
- Jordan, N.C., Hanich, L.B., Kaplan, D. (2003). Arithmetic Fac. mastery in young children: a longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103-119.
- Kirby, J. R. y Becker, L.D. (1988). Cognitive components of learning problems in arithmetic. *Remedial and Special Education*, 9, 7-16.
- Kirk, S.A., y Bateman, B. (1962/63). Diagnosis and remediation of learning disabilities. *Exceptional Children*, 29, 73-78.
- Kline, P. (1986). *A Handbook of Test Construction*. New York: Methuen.
- Kline, P. (1994). *An Easy Guide to Factor Analysis*. Newbury Park: Sage.
- Labinowicz, E. (1995). *Introducción a Piaget*. EEUU: Iberoamericana.
- Lacasa, P. & Guzmán, S. (1997). ¿Dónde situar las dificultades de aprendizaje? Transformar las aulas para superarlas. *Cultura y Educación*, 8, 27-48.
- Landis, J.R., Koch, G.G. (1977) The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics* 33, 159-174
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (Boletín Oficial del Estado nº 106 de 4 de mayo de 2006).

- Light, J.G., y De Fries, J.C. (1995). Comorbidity of reading and mathematics disabilities: Genetic and environmental etiologies. *Journal of Learning Disabilities*, 28, 96-106.
- Linan-Thompson, S., Vaughn, S., y Cirino, P.T. (2006). The response to intervention of English language learners at-risk for reading problems. *Journal of Learning Disabilities*, 39, 390-398.
- Marshall, R.M., Schafer, V.A., O'Donnell, L., Elliot, J y Handwerk, M.L. (1999). Arithmetic disabilities and ADD subtypes: implications for DSM-IV. *Journal of Learning Disabilities*, vol. 32 (3), 239- 247
- Maza, C (1995). *Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona: Paidós
- McLaughlin, M.J., Dyson, A., Nagle, K., Thurlow, M., Rouse, M., Hardman, M., et al. (2006). Cross-cultural perspectives on the classification of children with disabilities. *The Journal of Special Education*, 40, 46-58.
- National Joint Committee on Learning Disabilities (1994). *Collective perspectives on issues affecting learning disabilities*. Austin, TX: PRO-ED.
- Mather, N., y Healey, R. (1990). Desequilibrium aptitude-achievement discrepancy as the imperial criterion for learning disabilities. *Learning disabilities: A multidisciplinary Journal*, 1, 40-48
- Meichenbaum y Goodman (1971). Training impulsive children to talk to themselves: a means of developing self-control. *Journal of Abnormal Psychology*, 77, 115- 126

- Mercer, C.D.(1983). *Students with learning disabilities*. Columbus, OH: Charles E. Merrill.
- Miranda, A (1987). *Dificultades de aprendizaje en la lectura, escritura y cálculo*. Valencia: Promolibro
- Miranda-Casas, A. y García-Castellar, R. (2004). Mathematics Education and Learning Disabilities in Spain. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 62-73.
- Miranda, A., Vidal-Abarca, E. y Soriano M. (2000). *Evaluación e intervención psicoeducativa en Dificultades de Aprendizaje*. Madrid: Pirámide
- Miranda, A Y Gil LLario (2002). Las dificultades de aprendizaje en el cálculo. En M^a Elena del Campo (Ed), *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica*. Vol 2. Madrid. Sanz y Torres
- Miranda, A., Fortes, C. y Gil, M.D.(2000) *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Málaga: Aljibe
- Monedero, C. (1984). *Dificultades de aprendizaje escolar*. Madrid: Pirámide
- Morris, D.W., Robinson, L., Turic, D., Duke, M., Webb, V., Milham, C., Hopkin, E., Pound, K., Fernando, S., Easton, M., Hamshere, M., Williams, N., McGuffin, P., Owen, M.J., O'Donovan, M.C., Williams, J. (2000). Family-based association mapping provides evidence for reading disability on chromosome 15q. *Human Molecular Genetics*, 9, 843-848.
- McCloskey, M.; Sokol, S. M. y Goodman, R. A. (1986) Cognitive processes in verbal- number production: Inferences from the

- performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology*, 115: 307-330.
- McCloskey, M.; Sokol, S. M.; Goodman, R. A.; Schulman, R. A. y Caramazza, A. (1990) Cognitive representations and processes in number production: Evidence from cases of acquired dyscalculia. En A. Caramazza (Ed) *Cognitive Neuropsychology and Neurolinguistics: Advances in Models of cognitive function and impairment*. Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale. Pp 1-32.
 - McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44, 107-157.
 - National Joint Committee on Learning Disabilities. (1994). *Collective perspectives on issues affecting learning disabilities*. Austin, TX: Pro-ed.
 - Nunnally, C. (1978). *Psychometric Theory*. New York: McGraw-Hill.
 - Nunnally, C. and Bernstein, H. (1994). *Psychometric Theory*, third edition. New York: McGraw-Hill.
 - OECD (2010). *PISA 2009 Results*. Paris: OECD.
 - Organización Mundial de la Salud. Clasificación estadística internacional de enfermedades y problemas relacionados con la salud. – 10a. revisión. v. 3. Lista tabular. Washington, D.C.:OPS; 1995. (Publicación científica 554)
 - Organización Mundial de la Salud (2001). *Clasificación multiaxial de los trastornos psiquiátricos en niños y adolescentes. Clasificación de la CIE-10 de los Trastornos Mentales y del comportamiento en niños y adolescentes*. Madrid: Médica Panamericana.

- Orrantía , J (2000). Las dificultades en al aprendizaje del cálculo desde el punto de vista cognitivo. Premios nacionales de investigación e innovación educativa, Nº. 1, pags. 75-102
- Ortiz, M.R., (2004). *Manual de Dificultades de Aprendizaje*. Madrid.: Pirámide.
- Padilla, Mª T. (2002). *Técnicas e instrumentos para el diagnóstico y la evaluación educativa*. Madrid: Ed. CCS
- Pérez Juste, R(1989). Los datos para la evaluación. En Pérez Juste, R y J.M. García Ramos, *Diagnóstico, evaluación y toma de decisiones* (pp. 73-193). Madrid: Rialp
- Piaget, J. (1985). *Psicología de la inteligencia*. Buenos Aires: Psique.
- Resnick, L.B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (comps.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale. Nueva Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, 136- 155
- Resnick, L.B. (1983). A developmental theory of number understanding. En H. Ginsburg (comp.). *The developmental of mathematical thinking*. Nueva York: Academic Press. 109-151
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical Knowledge. *American Psychologist*, 44, 162-169.
- Resnick, L. B. (1992). From protocuantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. En G. Leinhardt, R. Putnam y R. A. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*. Hillsdale, NJ.: LEA.

- Rivière. Á. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: Una perspectiva cognitiva. En A. Marchesi, C. Coll y J. Palacios (Comp.), *Desarrollo psicológico y educación III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar* (pp. 155- 182). Madrid: Alianza
- Rodrigo, M., y Jiménez, J.E. (1996). ¿Influyen las diferencias de CI en el acceso al léxico en lectores retrasados y lectores normales? *Revista de Psicología de la Educación*, 20, 5-19.
- Rodrigo, M., y Jiménez, J.E. (1999). IQ vs phonological recoding skill in explaining differences between reading disabled and normal readers in word recognition: Evidence from a naming task. *Reading & Writing: An Interdisciplinary Journal*, 12, 129-142.
- Rusell, R. y Ginsburg, H. (1984). Cognitive analysis of children's mathematics difficulties. *Cognition and Instruction*, 1, 217-244.
- Santiuste, V. y González- Pérez, J. (2005). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica*. Madrid: Editorial CCS
- Shalev, R.S., Auerbach, J. y Gross- Tsur, V. (1995) Developmental Dyscalculia behavioral and attentional aspects: a research note. *J. of Child Psychology and Psychiatry*, vol. 36 n^o7, 1261-1268
- Shimabukuro, S.M., Prater, M.A., Jenkins, A. y Edelen- Smith, (1999). The effects of self- monitoring of academic performance on students with learning disabilities and ADD/ADHD. *Education and Treatment of Children*. Vol 22 (4), 397- 414

- Siegel, L.S. (1988). Evidence that IQ scores are irrelevant to the definition and analysis of reading disability. *Canadian Journal of Psychology*, 42, 202-215.
- Siegel, L.S. (1989). "IQ is irrelevant to the definition of learning disabilities". *Journal of Learning Disabilities*, 22: 469- 478
- Siegel, L.S. (1992). An evaluation of the discrepancy definition of dyslexia. *Journal of Learning Disabilities*, 25, 618-629.
- Siegel, L.S. (2003). Basic cognitive processes and reading disabilities. In H.L. Swanson, K.R. Harris & S. Graham (Eds.). *Handbook of learning disabilities*, (pp.158-181). New York, NY: Guilford Press.
- Stanovich, K.E. (1991). Conceptual and empirical problems with discrepancy definitions of reading disability. *Learning Disability Quarterly*, 14, 269-280.
- Shalev, R.S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi, N., Frielander, Y., Gross-Tsur, V. (2001) Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, 34, 59-65.
- Slavin, R.E. (1987). Cooperative learning and cooperative school. *Educational Leadership*, 45 (3), 7-13
- Suárez, A. (1995). *Dificultades en el aprendizaje. Un modelo de diagnóstico e intervención*. Madrid: Santillana.
- Tejedor, F.J.(1986). La estadística y los diferentes paradigmas de investigación educativa. *Educar*, 10: 79-101
- Thorndike, R.L. (1982). *Applied Psychometrics*, Boston: Houghton-Mifflin.

- Thurstone, LL. y Thurstone, Th (1984). *PMA*. Madrid: TEA Ediciones
- Thurstone, LL. y Thurstone, Th (1986, 1987, 1990). *TEA 1, 2 y 3*. Madrid: TEA Ediciones
- Torgesen, J.K.(1990). Studies of children with learning disabilities who perform poorly on memory span tasks. En , J.K Torgesen (Ed.), *Cognitive and behavioral characteristics of children with learning disabilities*. Austin, TX: PRO-ED.
- Toth G. y Siegel, L.S (1994). "A critical evaluation of the IQ-achievement discrepancy based definition of dyslexia". En K.P. Van den Bos, L.S. Siegel, D. J. Bakker y d. L. Share (Eds.). *Current directions in dyslexia research* (pp.. 45-70). Lisse, Swets y Zeitlinger.
- Vallés, A. (1993). *Dificultades de aprendizaje y actividades de refuerzo educativo*. Valencia: Promolibro.
- Van Lehn, K. (1983). On the representation of procedures in repair theory. En H. Ginsburg (comp.). *The developmental of mathematical thinking*. Nueva York: Academic Press. 197-252
- VVAA. (1998). Integración escolar. Tema del mes. Cuadernos de Pedagogía, Mayo/1998 (269),
- Warnock, M (1978). "Special Educational Needs. Report of the Committee of Enquiry into the Education of the Handicapped Children and Young People", HMSO, Londres, Existe una versión resumida, en castellano, de este informe en el número 130 de la Revista Siglo Cero del año 1990, pp. 12-24

- Warnock, M. (1987). "Encuentro sobre NEE», *Revista de Educación*, número extra (1987), Madrid, pp. 45-73.
- Wechsler, D (2005). *WISC IV. Test de inteligencia para niños. Manual Técnico*. Madrid: TEA Ediciones.
- Wijisman, E.M., Robinson, N.M., Ainsworth, K.H., Rosenthal, E.A., Holzman, T., Raskind, W.H. (2004). Familial aggregation patterns in mathematical ability. *Behavior Genetics*, 34, 51-62.
- Wilson, M. (2005). *Constructing measures: an item response modeling approach*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wood, F.B., Grigorenko, E.L. (2001). Emerging issues in the genetics of dyslexia: A methodological preview. *Journal of Learning Disabilities*, 34, 503-511.
- Woods, D.J. (1986). Aspects of teaching and learning. En M. Richards y P. Light (Eds.). *Children of social worlds*. Cambridge: Polity Press.
- World Health Organization. The International Classification of Diseases, vol 10: Classification of Mental and Behavioral Disorders. Geneva: World Health Organization, 1993.
- Young, R.M. y O'Shea, T. (1981). Errors in children's subtraction. *Cognitive Science*, 5, 153-177
- Yuste, C (1985). *BADYG C*. Madrid: CEPE

