

Proyecto Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

Divisores de Potencia

Autor: Antonio Ángel Barrera Lara

Tutor: Francisco José Morales Sánchez

Francisco García Benítez

Dep. de Ingeniería y Ciencia de los Materiales y
del Transporte

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Divisores de Potencia

Autor:

Antonio Ángel Barrera Lara

Tutor:

Francisco José Morales Sánchez

Francisco García Benítez

Dep. de Ingeniería y Ciencia de los Materiales y del Transporte

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Trabajo Fin de Grado: Divisores de Potencia

Autor: Antonio Ángel Barrera Lara

Tutor: Francisco José Morales Sánchez
Francisco García Benítez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

A mi familia.

A mis tutores.

Resumen

Este proyecto comienza con una breve introducción sobre la transmisión continua variable en la que se explica su modo de funcionamiento, así como una descripción de cada una de las partes de una PS-CVT.

Se ha realizado un estado de arte de la transmisión continua hasta llegar a lo que hoy conocemos como transmisión continua variable. Posteriormente, se clasifican y comparan distintos tipos de divisores de potencia, realizando una descripción de su funcionamiento, ventajas e inconvenientes, circulación de potencias, ...etc.

Una vez conocidos los diferentes tipos de configuraciones para una PS-CVT seleccionamos un vehículo del mercado y se realiza un estudio analítico para el diseño de una PS-CVT que cumpla las condiciones necesarias de dicho vehículo.

Para finalizar el trabajo se modela el sistema en Adams/View para comprobar que los resultados obtenidos analíticamente son correctos y coinciden con los del modelaje.

Abstract

This project begins with a brief introduction on the variable continuous transmission in which explains its operating mode, as well as a description of each of the parts of a PS-CVT.

A state of art of continuous transmission has been realized until we reach at what we know as variable continuous transmission now. Subsequently, different types of power dividers are classified and compared, making a description of their operation, advantages and disadvantages, power flow, ... etc.

Once the different types of configurations for a PS-CVT are known, we select a vehicle from the market and an analytical study is done to design a PS-CVT that fulfills the necessary conditions of the vehicle.

To finalize the work we model the system in Adams / View to verify that the results obtained analytically are correct and match the modeling.

Índice

1	Introducción	14
2	Componentes de una PS-CVT	16
	2.1. <i>Engranaje de relación fija</i>	16
	2.2. <i>Engranaje planetario</i>	16
	2.3. <i>CVT</i>	19
3	CVT dinámica inercial	21
	3.1. <i>Componentes y funcionamiento</i>	21
	3.1.1. Mecanismo de accionamiento	21
	3.1.2. Mecanismo de regulación inercial	22
	3.1.3. Mecanismo de rectificación	23
4	Estado de arte	24
	4.1. <i>Nacimiento de la CVT</i>	24
	4.2. <i>Evolución de la CVT</i>	29
5	Configuraciones PS-CVT	31
	5.1. <i>Configuración Tipo I</i>	31
	5.1.1. Configuración Tipo I en paralelo	32
	5.1.2. Configuración Tipo I en serie	32
	5.2. <i>Configuración Tipo II</i>	34
	5.2.1. Configuración Tipo II en paralelo	35
	5.2.2. Configuración Tipo II en serie	35
	5.3. <i>Configuración Tipo III</i>	37
	5.4. <i>Configuración Tipo I-II</i>	37
6	Cálculo analítico y modelado de la PS-CVT	40
	6.1. <i>Cálculo analítico de la PS-CVT</i>	40
	6.1.1. Cálculo de la CVT	43
	6.1.2. Cálculo del divisor de potencia	44
	6.1.3. Modificaciones y mejoras	46
	6.2. <i>Modelado de la PS-CVT</i>	46
	6.3. <i>Comparación del sistema analítico y modelado</i>	47
	6.4. <i>La CVT Dinámica Inercial como alternativa</i>	50
7	Ventajas e Inconvenientes	51
	7.1. <i>Ventajas de la PS-CVT</i>	51
	7.2. <i>Inconvenientes de la PS-CVT</i>	52
8	Conclusiones	53
9	Anexos	54
10	Bibliografía	62

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 6.1 – Resultado analítico del par resistivo a la salida de la transmisión.	42
Tabla 6.2 – Resultado analítico del par resistivo máximo a la salida de la transmisión.	42
Tabla 6.3 – Resultado analítico del par resistivo mínimo a la salida de la transmisión.	43
Tabla 9.1 – Resultado analítico del par resistivo máximo a la salida de la transmisión.	57

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Gráfica P-v y ω -v para cinco marchas fijas.	14
Figura 1.2 - Gráfica P-v y ω -v para cinco marchas fijas con máxima eficiencia.	15
Figura 1.3 - Gráfica P-v y ω -v para PS-CVT.	15
Figura 2.1 – Relación fija	16
Figura 2.2 – Engranaje planetario.	17
Figura 2.3 – Configuración I engranaje planetario.	18
Figura 2.4 – Configuración II engranaje planetario.	18
Figura 2.5 – Configuración III engranaje planetario.	19
Figura 2.6 – CVT.	19
Figura 2.7 – Funcionamiento CVT.	20
Figura 3.1 – Mecanismo de accionamiento.	21
Figura 3.2 – Mecanismo de regulación inercial.	22
Figura 3.3 – Modos de funcionamiento para una señal de entrada centrada en cero.	23
Figura 3.4 – Mecanismo de rectificación.	23
Figura 4.1 – Boceto CVT de Da Vinci.	24
Figura 4.2 – Benz Patent-Motorwagen.	25
Figura 4.3 – Réplica de motocicleta Reitwagen.	25
Figura 4.4 – Mecanismo de una CVT Toroidal.	26
Figura 4.5 – CVT Toroidal diseñada por Adiel Y. Dodge.	27
Figura 4.6 – Variomatic de Hub Van Dorne.	27
Figura 4.7 – DAF 600.	28
Figura 4.8 – Transmisión Variomatic de DAF.	28
Figura 4.9 – Volvo 340 con sistema CVT.	29
Figura 4.10 – Extroid CVT Toroidal de Nissan.	30
Figura 4.11 – XTronic CVT por correa de Nissan.	30
Figura 5.1 – Relación entre la potencia de la PS-CVT y la CVT de tipo I.	31
.	31

Figura 5.2 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo I en paralelo.	32
Figura 5.3 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo I en serie.	33
Figura 5.4 – Comparación de la eficiencia de una configuración de tipo I en serie y en paralelo.	33
Figura 5.5 – Relación entre la potencia de la PS-CVT y la CVT de tipo II.	34
Figura 5.6 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo II en paralelo.	35
Figura 5.7 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo II en serie.	36
Figura 5.8 – Curva de eficiencia para una configuración de tipo II en paralelo con $\tau_{IVT} < 0$ y $\tau_{IVT} > 0$.	36
Figura 5.9 – Esquema configuración de tipo III.	37
Figura 5.10 – Esquema configuración de tipo I-II.	38
Figura 5.11 – Relación entre la potencia normalizada y relación de transmisión de la PS-CVT de tipo I-II.	38
Figura 6.1 – Curva par motor para BMW Serie 1.	40
Figura 6.2 – Curva potencia motor para BMW Serie 1.	41
Figura 6.3 – Diagrama de flujo para la transmisión.	41
Figura 6.4 – Comparación de la relación entre potencias para dos rr_{CVT} diferentes.	44
Figura 6.5 – Relación entre potencias para la PS-CVT diseñada.	45
Figura 6.6 – Relación entre potencias para la PS-CVT según el valor de $\tau_{CVT max}$.	46
Figura 6.7 – Modelo PS-CVT en Adams.	47
Figura 6.8 – ω salida y ω entrada de la PS-CVT para $\tau_{CVT min}$.	48
Figura 6.9 – ω salida y ω entrada de la PS-CVT para $\tau_{CVT max}$.	48
Figura 6.10 – Potencia de la CVT para $\tau_{CVT min}$.	49
Figura 6.11 – Potencia de la PS-CVT para $\tau_{CVT min}$.	49
Figura 6.12 – Comparación analítica-experimental de la relación de potencias de la PS-CVT y la CVT.	50
Figura 9.1 – Dinámica longitudinal BMW Serie 1.	54
Figura 9.2 – Coeficiente de arrastre según el tipo de vehículo.	55
Figura 9.3 – Coeficiente de fricción según el tipo de neumático.	56
Figura 9.4 – Diferencial de un vehículo.	57
Figura 9.5 – Dimensiones frontales BMW Serie 1.	58
Figura 9.6 – Ficha técnica BMW Serie 1.	59
Figura 9.7 – Relación entre el par y la velocidad angular de la transmisión.	60
Figura 9.8 – Relación entre la potencia y la velocidad angular de la transmisión.	61

1 INTRODUCCIÓN

La transmisión es una de las partes más importantes de un vehículo ya que el motor tiene un rango de velocidades para la cual la potencia es adecuada muy limitado, es decir, tiene un rango de velocidades muy altos y un rango de potencias muy bajo, lo cual impediría mover el vehículo por sí solo. Es por este motivo por el que es tan importante una caja de cambios capaz de regular esta velocidad de giro y potencia para hacerla adecuada.

En este trabajo nos centraremos en los distintos tipos de PS-CVT (Power Split – Continuous Variable Transmission) que consisten en un divisor de potencia unido a una CVT como alternativa a las cajas de cambio con relaciones fijas a las que estamos acostumbrados. El divisor de potencia no es más que el conjunto de un engranaje planetario y un mecanismo de relación fija.

Gracias a este sistema podemos pasar de la relación de transmisión mínima a la máxima y viceversa de forma continua. Además, una de las características más importantes de la PS-CVT es que permite un funcionamiento del vehículo con la máxima eficiencia.

Para una caja de cambio de cinco marchas tendremos cinco curvas que relacionan la potencia y la velocidad del vehículo y otras cinco que relacionan la velocidad de giro del motor con la velocidad del vehículo.

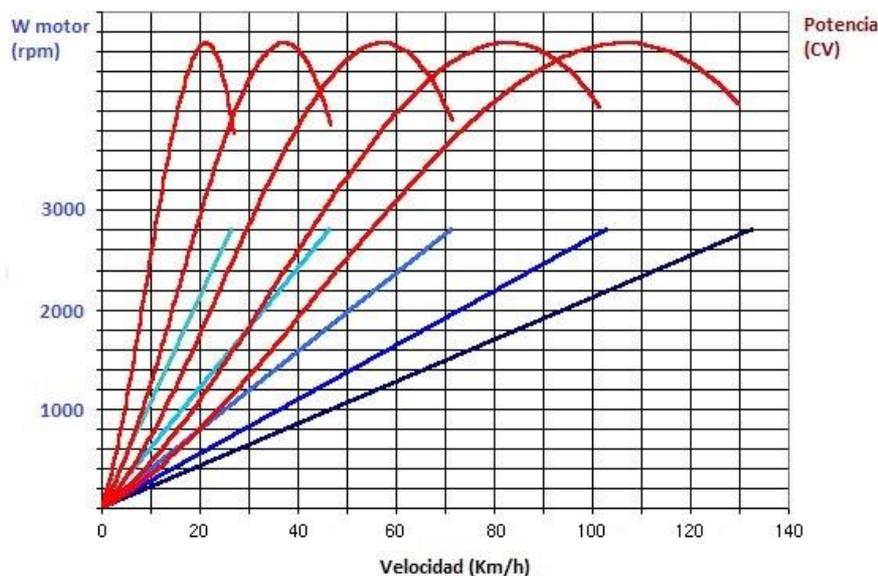


Figura 1.1 - Gráfica P-v y ω -v para cinco marchas fijas.

Teniendo en cuenta estas cinco curvas podemos obtener otra con la máxima eficiencia.

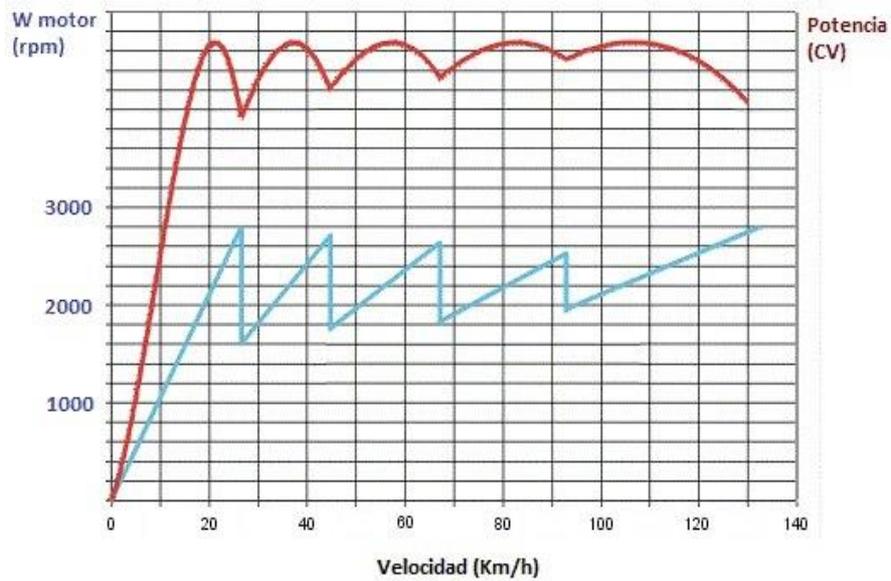


Figura 1.2 - Gráfica P-v y ω -v para cinco marchas fijas con máxima eficiencia.

En caso de una PS-CVT, al no tener un número determinado de relaciones de transmisión fijas podríamos maximizar la eficiencia del motor a cualquier velocidad, quedando:

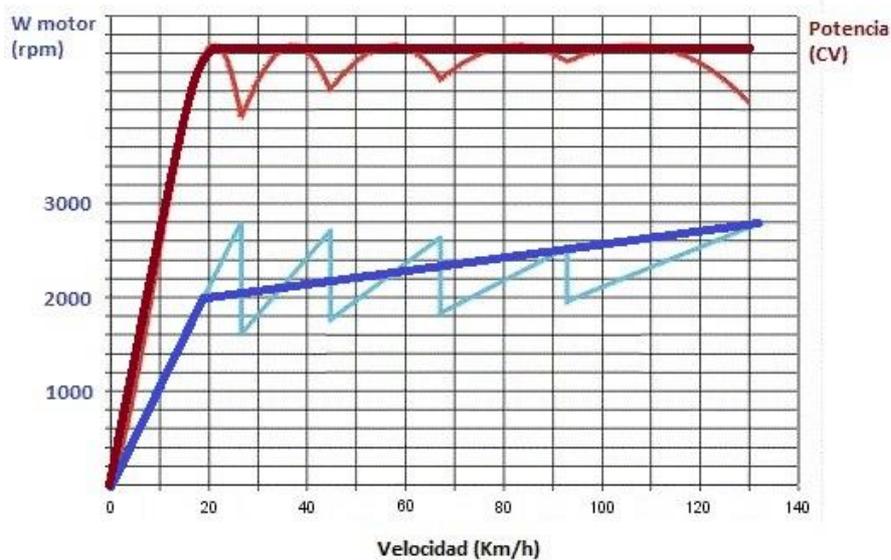


Figura 1.3 - Gráfica P-v y ω -v para PS-CVT.

Esto dará lugar a una reducción en el consumo de combustible y a una aceleración continua, aportando más estabilidad al vehículo y una mayor comodidad para el conductor.

2 COMPONENTES DE UNA PS-CVT

Como se ha dicho anteriormente, la PS-CVT consta de tres elementos principales:

- Mecanismo de relación fija
- Engranaje planetario
- CVT

A continuación, pasaremos a explicar con más detalle cada uno de ellos.

2.1 Mecanismo de relación fija

Consta de dos ruedas dentadas separadas una cierta distancia, pero unidas entre sí por una cadena o correa, dando lugar a una relación de transmisión fija entre dos ejes. Dicha relación dependerá del diámetro y el número de dientes de las dos ruedas dentadas, así como de la velocidad angular de los ejes que la sostienen.

$$\tau_{FR} = \frac{\omega_s}{\omega_e}$$



Figura 2.1 – Relación fija.

Gracias a este mecanismo podemos transmitir movimiento y potencia entre dos ejes a distancia, lo cual permite montarlo en paralelo con la CVT. Si se utiliza una correa, tenemos la ventaja de que el ruido es mucho menor.

El principal inconveniente de este tipo de elementos accionados por cadena o correa son las pérdidas mecánicas y la debilidad, ya que las continuas vibraciones pueden llegar a producir incluso la rotura de la misma.

2.2 Engranaje planetario

Un engranaje planetario o tren epicicloidal consta principalmente de una rueda dentada central que llamamos planeta, que engrana con otras ruedas llamadas satélites de forma simultánea y estas, a su vez, engranan con una corona exteriormente. Los satélites giran a la vez en sincronía gracias a una

pieza llamada portasatélites.

Al tratarse de un tren de engranajes la relación de transmisión, suponiendo que el eje de salida es el de la corona y el de entrada el del planeta, sería:

$$\tau_{PG} = \frac{\omega_C - \omega_{PS}}{\omega_P - \omega_{PS}}$$

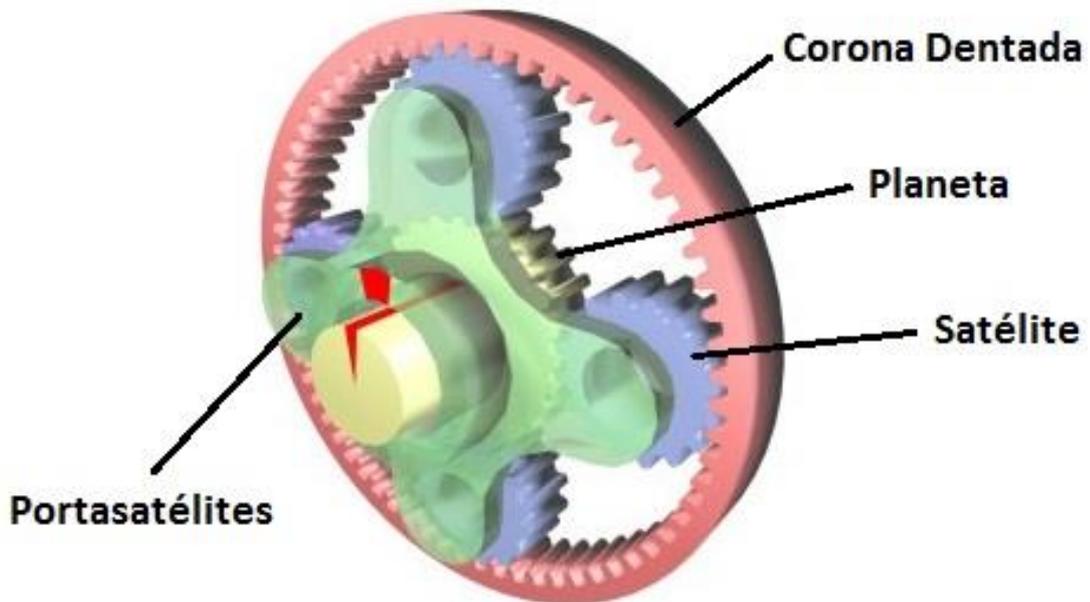


Figura 2.2 – Engranaje planetario.

Una vez conocidas las componentes del engranaje planetario pasaremos a explicar las distintas configuraciones que pueden darse en el mismo.

Configuración I:

La potencia entra por el portasatélites haciendo girar los satélites y estos transmiten la potencia tanto al planeta como a la corona que envían dicha potencia a sus respectivos ejes.

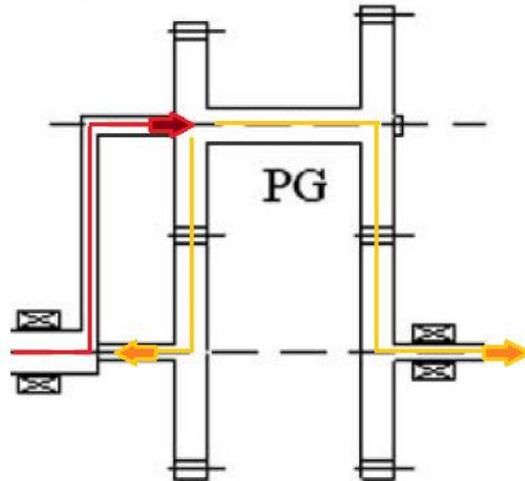


Figura 2.3 – Configuración I engranaje planetario, Ref [1] y propia.

Configuración II:

La potencia entra por el eje del planeta, que hace mover los satélites y estos, a su vez, mueven la corona de modo que la potencia sale por el portasatélites y el eje de la corona.

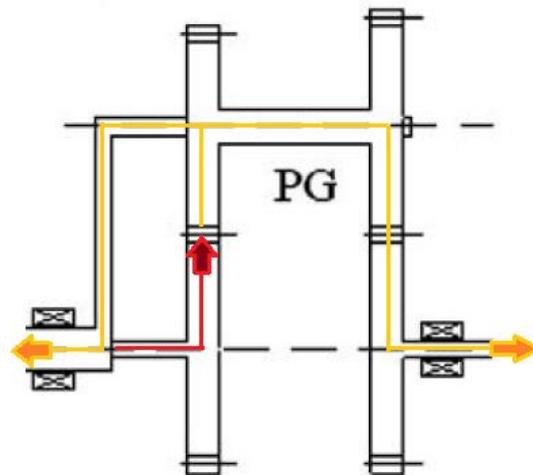


Figura 2.4 – Configuración II engranaje planetario, Ref [1] y propia.

Configuración III:

La potencia entra tanto por el eje del planeta como por el portasatélites, transmitiendo toda la potencia a la corona, y esta, al eje.

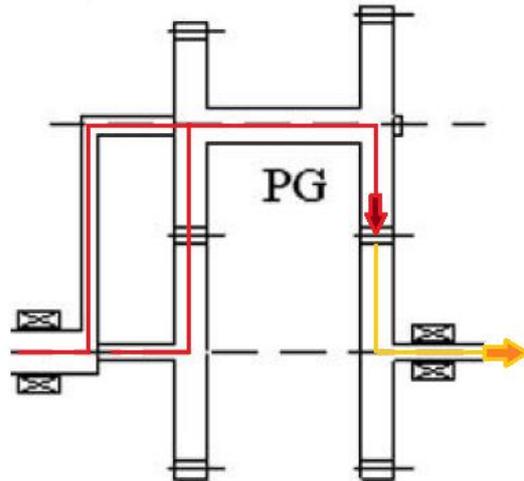


Figura 2.5 – Configuración III engranaje planetario, *Ref [1]* y propia.

2.3 Continuous Variable Transmission (CVT)

Es la pieza principal de la PS-CVT, gracias a ella podemos obtener una transmisión automática capaz de modificar la relación de cambio de forma continua a cualquier valor dentro de sus límites.

Un ejemplo de una de las CVT más comunes es la formada por un par de roldanas de forma cónica que son capaces de aumentar o disminuir su diámetro unidas por una cadena que transmite la potencia entre ambas roldanas. Al poder variar el diámetro de forma continua entre un valor mínimo y máximo permitidos es posible obtener cualquier relación de cambio contenida entre dos valores determinados por las características de la PS-CVT.

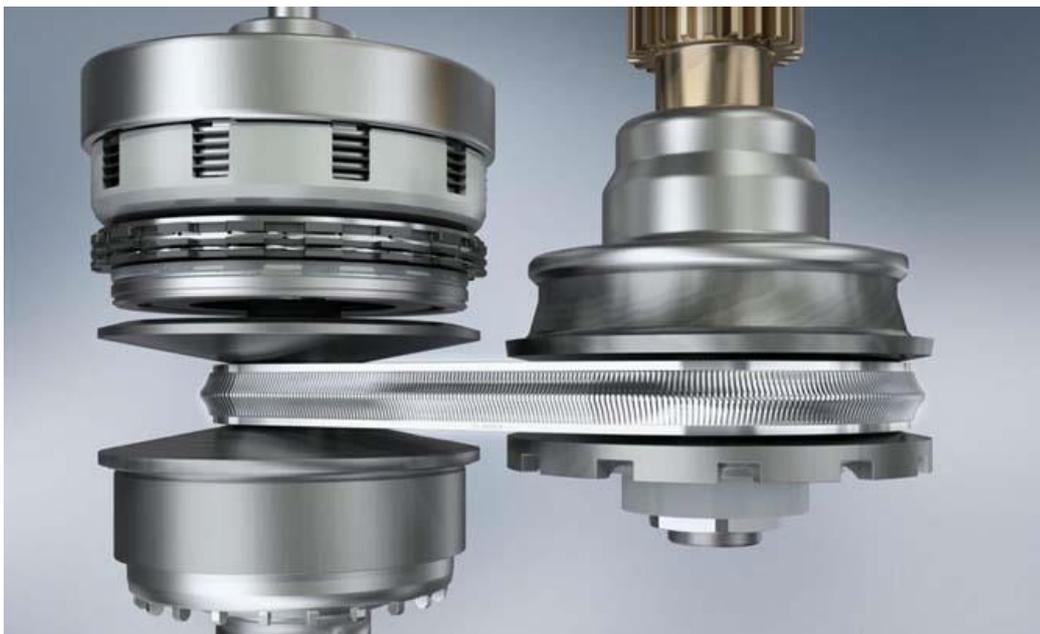


Figura 2.6 – CVT.

Para obtener la relación de transmisión de la CVT basta con conocer la velocidad angular de ambas roldanas:

$$\tau_{CVT} = \frac{\omega_s}{\omega_e}$$

Como el diámetro de las roldanas es variable, ello también da lugar a una variación continua de la velocidad angular de cada una.

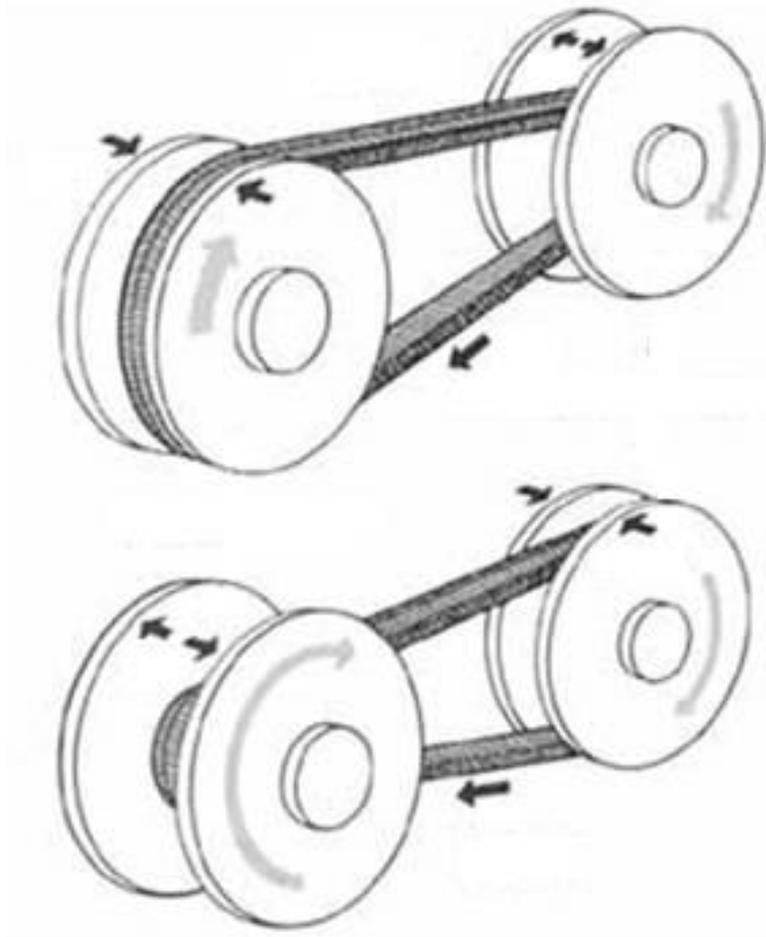


Figura 2.7 – Funcionamiento CVT.

En la figura 2.7 podemos ver que si las dos caras de la roldana se acercan se produce un aumento del diámetro de la misma y si se separan ocurre lo contrario, el diámetro disminuye. De modo que controlando la separación de las caras de cada roldana podemos controlar la relación de transmisión de la CVT.

3 CVT DINÁMICA INERCIAL

Hasta ahora hemos visto la transmisión variable continua por correa, que es una CVT de tipo cinemática, a continuación, pasaremos a explicar el modelo de CVT dinámica inercial que también podríamos utilizar en nuestro modelo de PS-CVT.

La principal diferencia entre ambos tipos es que en la CVT actuamos sobre un elemento para obtener un cambio progresivo de la relación de transmisión, debiéndose actuar de nuevo sobre dicho elemento para volver a modificarla, mientras que en una CVT dinámica la relación de transmisión también depende de las condiciones externas como la velocidad del eje de entrada o el par resistente en el eje de salida.

El sistema de transmisión que se expone a continuación constituye por sí mismo un regulador de par de tipo inercial oscilante.

3.1 Componentes y funcionamiento

La CVT dinámica inercial consta de tres partes:

- Mecanismo de accionamiento
- Mecanismo de regulación inercial
- Mecanismo de rectificación

A continuación, pasaremos a explicar en detalle cada una.

3.1.1 Mecanismo de accionamiento

El principal problema que nos encontramos al utilizar una CVT de tipo dinámica inercial es que necesita un movimiento a la entrada del mecanismo de regulación de tipo oscilante y el motor nos ofrece una velocidad angular en un único sentido, por este motivo es necesario un mecanismo que cambie la velocidad angular del motor a otra de tipo oscilante, para ello utilizamos un mecanismo de manivela-biela-balancín.

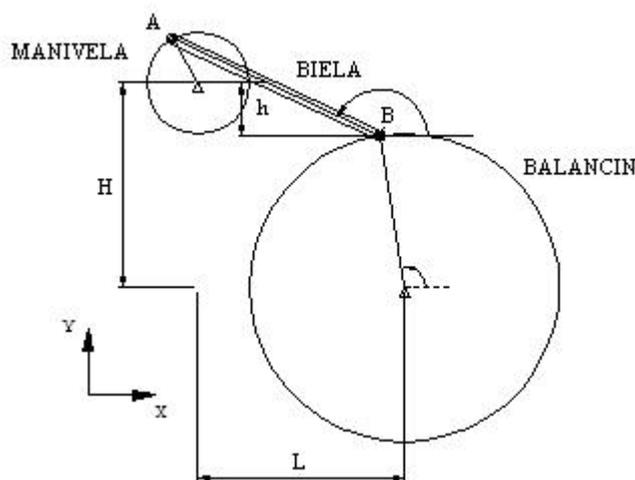


Figura 3.1 – Mecanismo de accionamiento.

Como podemos ver en la figura 3.1, el movimiento giratorio entra por el eje de la manivela, que es la rueda más pequeña. Esta transmite el movimiento al balancín gracias a la biela, que está conectada a ambas ruedas, y el balancín conecta, a su vez, con el mecanismo de regulación inercial. Como la rueda del balancín es mayor que la de la manivela ello impide que pueda dar una vuelta completa, obligando al eje a girar de forma oscilatoria, que es lo que queremos.

3.1.2 Mecanismo de regulación inercial

Es el elemento principal de la CVT dinámica inercial, se encarga de regular la señal de la velocidad angular en el eje de entrada para obtener otra distinta a la salida.

Dicho mecanismo no es más que un reductor epicicloidal invertido o tren epicicloidal ya que multiplica la velocidad del eje de entrada, con la característica especial de tener una corona con una adición de masa, lo cual hace que dicho elemento se comporte como un mecanismo inercial de regulación de potencia.

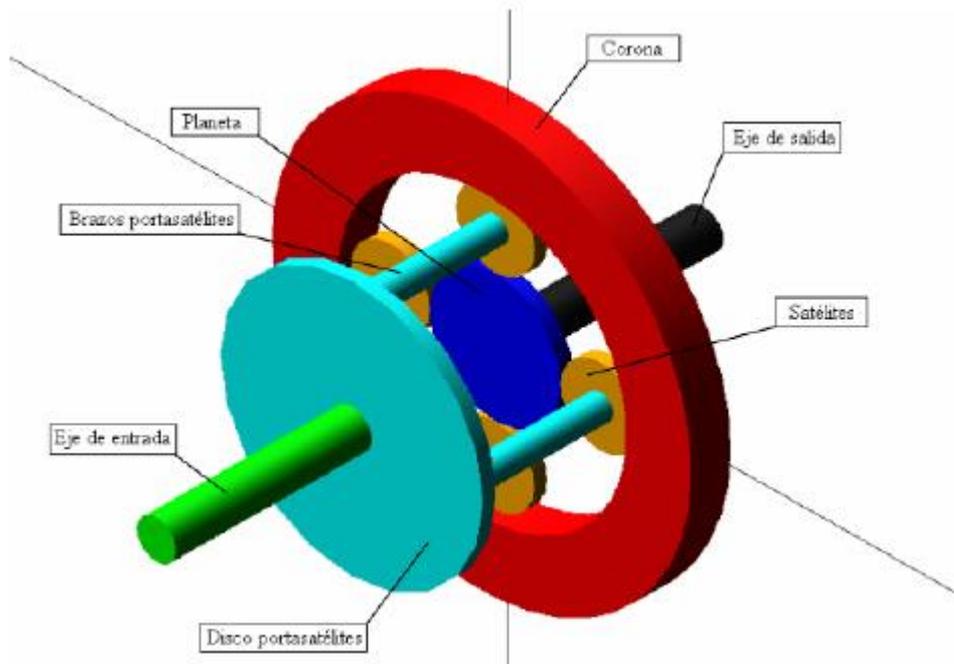


Figura 3.2 – Mecanismo de regulación inercial.

El funcionamiento de este mecanismo se basa en tres pasos consecutivos que se repiten continuamente.

- Primer modo de funcionamiento: El motor transmite potencia que entra por el portasatélites y este transmite el movimiento a la corona, que acumula potencia de forma inercial acelerándose hasta que fija su velocidad de giro. El planeta permanece bloqueado mientras se acelera la corona con lo que se genera un par en el eje de salida que va disminuyendo conforme la aceleración de la corona y del portasatélites disminuye.
- Segundo modo de funcionamiento: La corona empieza a decelerarse y de esta forma cede potencia tanto al planeta, que a su vez la cede al eje de salida, como al portasatélites, que vuelve a acelerarse.
- Tercer modo de funcionamiento: Este es el modo que aporta más potencia al eje de salida puesto que la corona sigue cediendo potencia al planeta y, a su vez, el motor vuelve a acelerar al portasatélites que cede toda la potencia al planeta también.

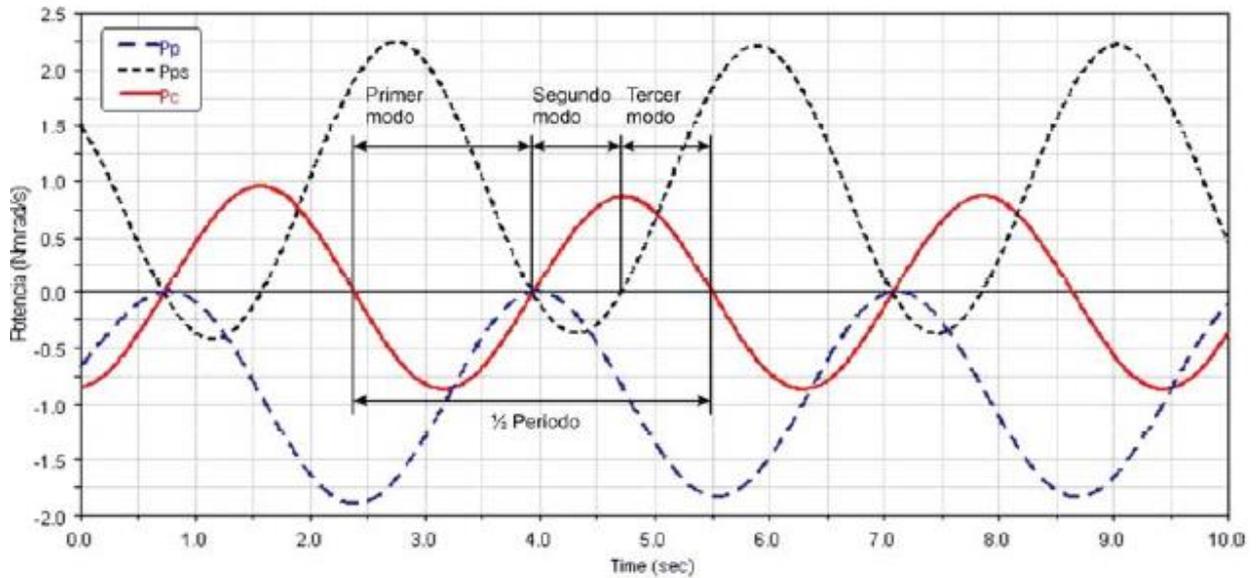


Figura 3.3 – Modos de funcionamiento para una señal de entrada centrada en cero.

3.1.3 Mecanismo de rectificación de movimientos

La salida de la CVT dinámica inercial que irá acoplada en la PS-CVT debe tener una salida con velocidad angular en un único sentido, para ello utilizaremos un mecanismo de rectificación basado en ruedas libres que transmiten el movimiento en un único sentido.

Utilizando un par de ruedas libres en sentidos opuestos en el eje de salida y una rueda inversora en una de ellas es posible aprovechar el movimiento oscilatorio que sale del tren epicicloidial en ambos sentidos.

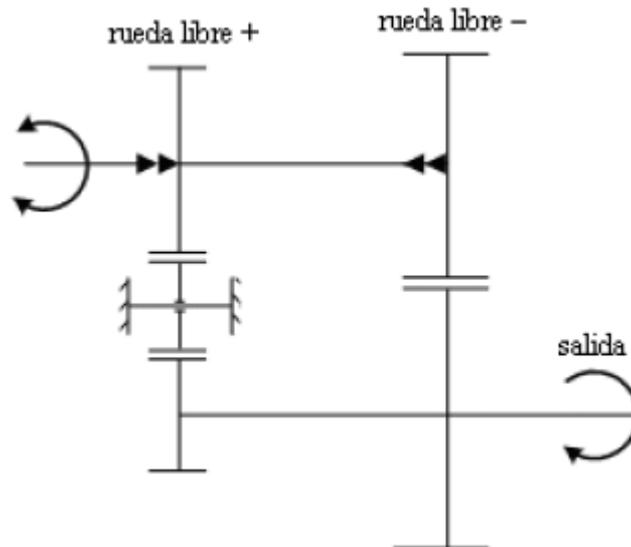


Figura 3.4 – Mecanismo de rectificación.

Gracias a este mecanismo volvemos a tener una velocidad de giro en un solo sentido a la salida de la CVT dinámica inercial.

4 ESTADO DE ARTE

4.1 Nacimiento de la CVT

El concepto de transmisión continua variable tal y como lo conocemos hoy en día nos insta a pensar que es algo nuevo y novedoso, sin embargo, el primer boceto de una transmisión de este tipo fue realizado por Leonardo Da Vinci en el año 1490. Es cierto que la intención de Da Vinci no era utilizar este mecanismo en vehículos, aun así, la idea ya fue conceptualizada en el siglo XV.

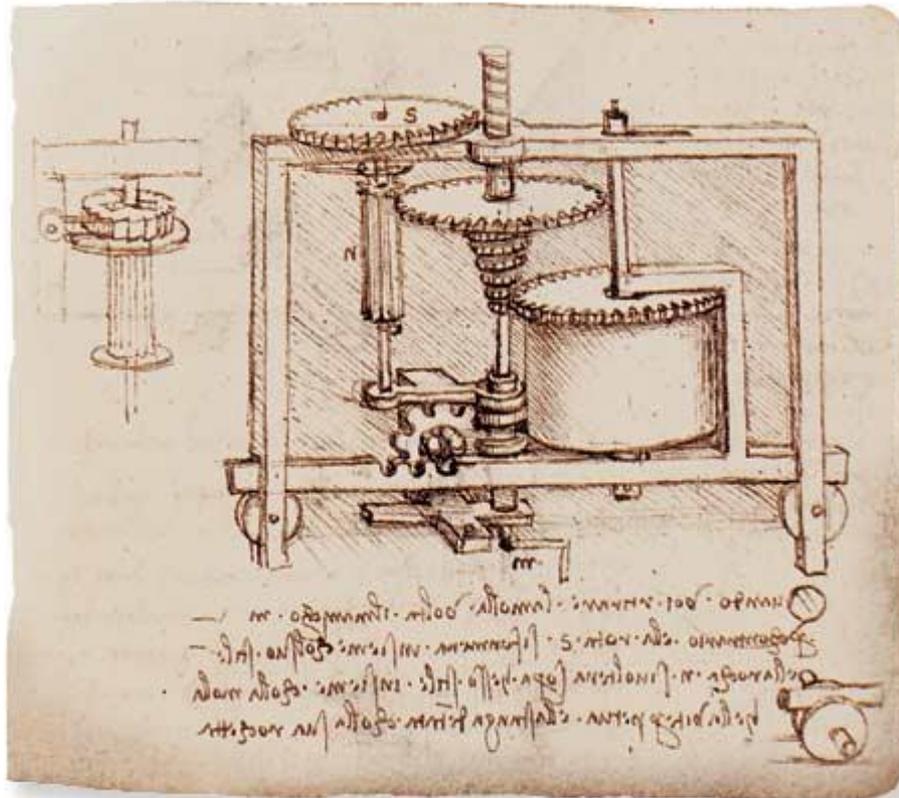


Figura 4.1 – Boceto CVT de Da Vinci.

En un principio no se le dio demasiada importancia ni utilidad a este sistema hasta que, en el año 1879, Milton Othello Reeves, que trabajaba en un aserradero en Columbus, se dio cuenta de que los trabajadores no eran capaces de controlar la velocidad de las poleas que alimentaban las sierras, dando lugar a un gran desperdicio de material. Tras varios meses de estudio y experimentación invento un sistema de transmisión variable continua para controlar la velocidad.

No fue hasta principios del año 1886 cuando apareció la primera patente en Europa de una CVT basada en la fricción por correa con aplicación para un vehículo. En enero de 1886 el ingeniero alemán Karl Friedrich Benz solicitó una patente para el que es considerado el primer vehículo automotor de combustión interna de la historia, el *Benz Patent-Motorwagen*, que tenía una transmisión por correa.

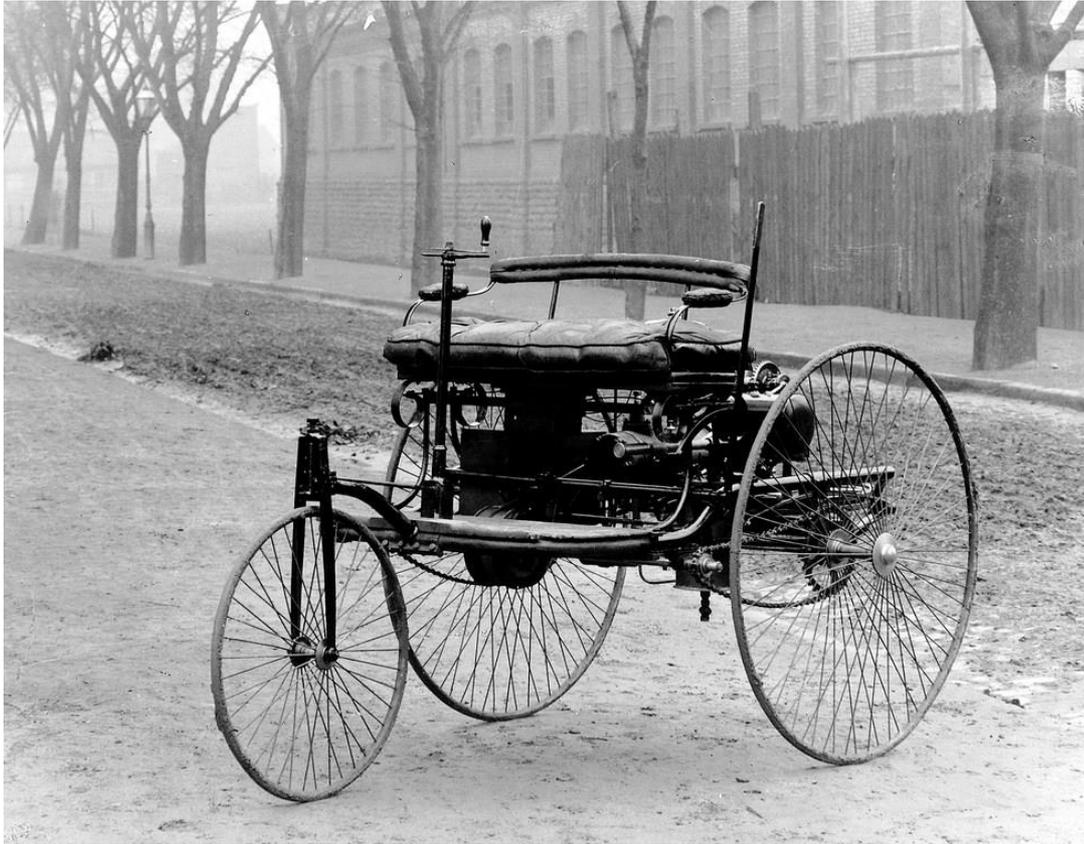


Figura 4.2 – Benz Patent-Motorwagen.

En el año 1885 Gottlieb Daimler y Wilhelm Maybach construyeron la que es reconocida como la primera motocicleta conocida como *Daimler Petroleum Reitwagen*, que también tenía una transmisión por correa.

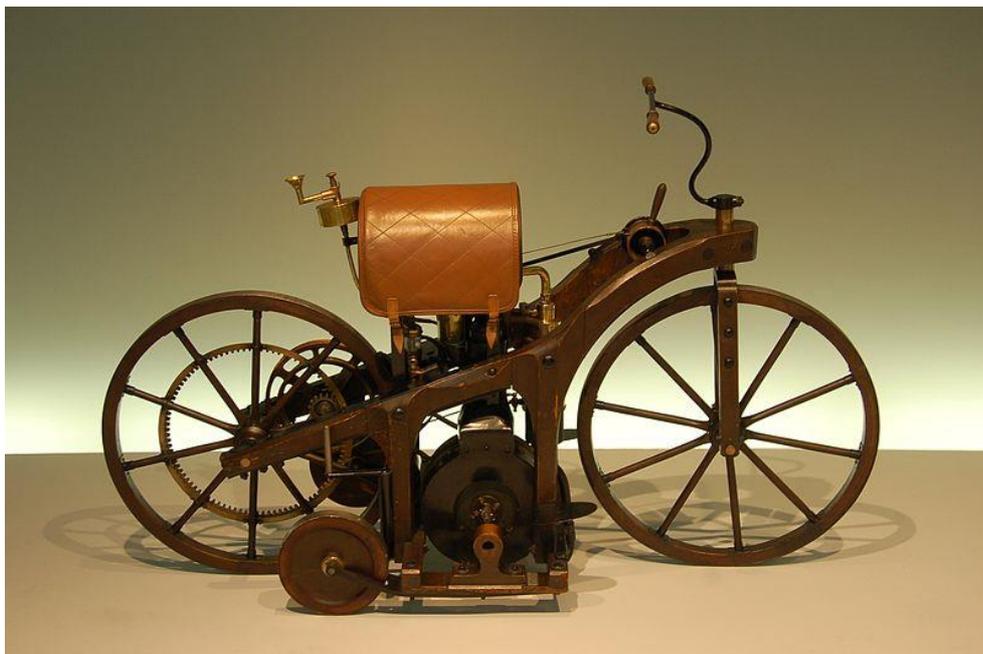


Figura 4.3 – Réplica de motocicleta *Reitwagen*.

Años más tarde, Karl Benz y Gottlieb Daimler fundarían *Daimler-Benz* que daría lugar al nombre de Mercedes-Benz en sus futuros automóviles, tal y como lo conocemos actualmente.

En el año 1935 el inventor Adiel Y. Dodge, presenta en Estados Unidos la patente de una CVT de tipo toroidal por fricción, figura 4.5. Este tipo de CVT tenía un mecanismo muy diferente de lo que se conocía hasta ahora como tal.

Este tipo de transmisión está compuesta por dos discos concéntricos enfrentados que forman una cavidad toroidal. En dicha cavidad se hacen girar dos ruedas con un determinado ángulo que transmiten el giro a los discos y dependiendo de dicho ángulo se obtiene una relación de transmisión diferente. En la figura 4.4 podemos hacernos a la idea de dicho funcionamiento.

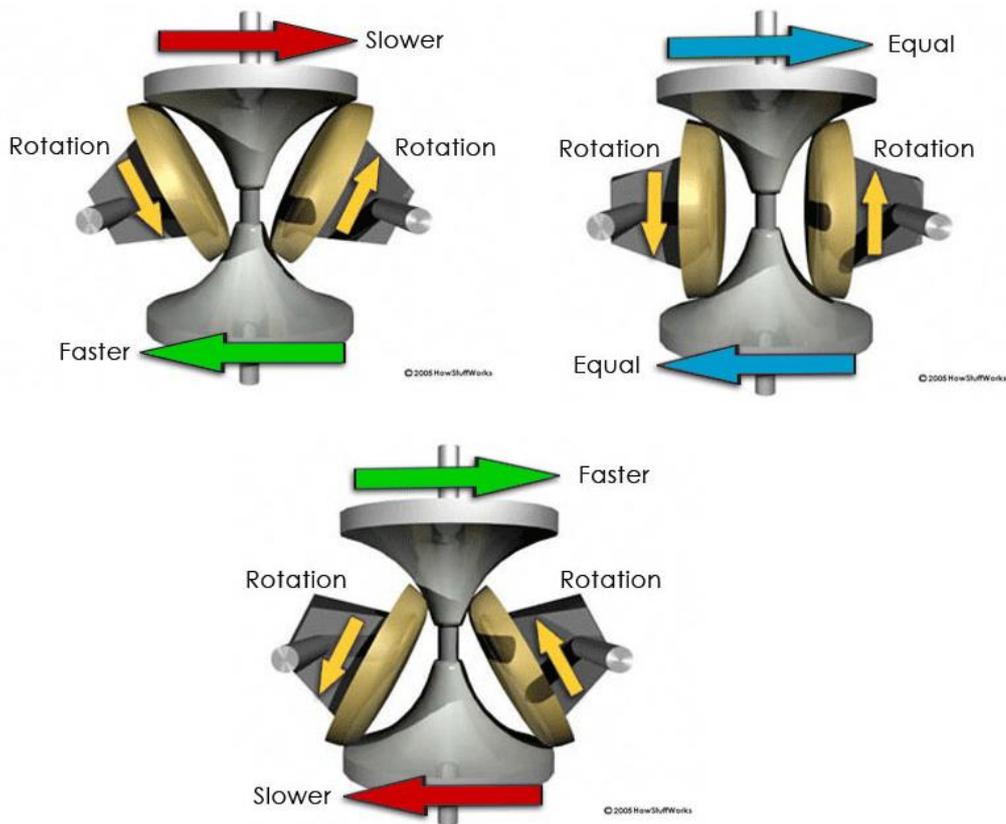


Figura 4.4 – Mecanismo de una CVT Toroidal.

Es en este modelo de CVT cuando realmente se puede hablar de una transmisión continua y variable ya que, a diferencia de los modelos citados anteriormente, esta transmisión hace posible una variación continua en la relación de transmisión casi infinita entre un valor máximo y mínimo permitidos por el propio sistema.

July 4, 1939.

A. Y. DODGE

2,164,504

VARIABLE SPEED TRANSMISSION

Filed July 5, 1935

5 Sheets-Sheet 4

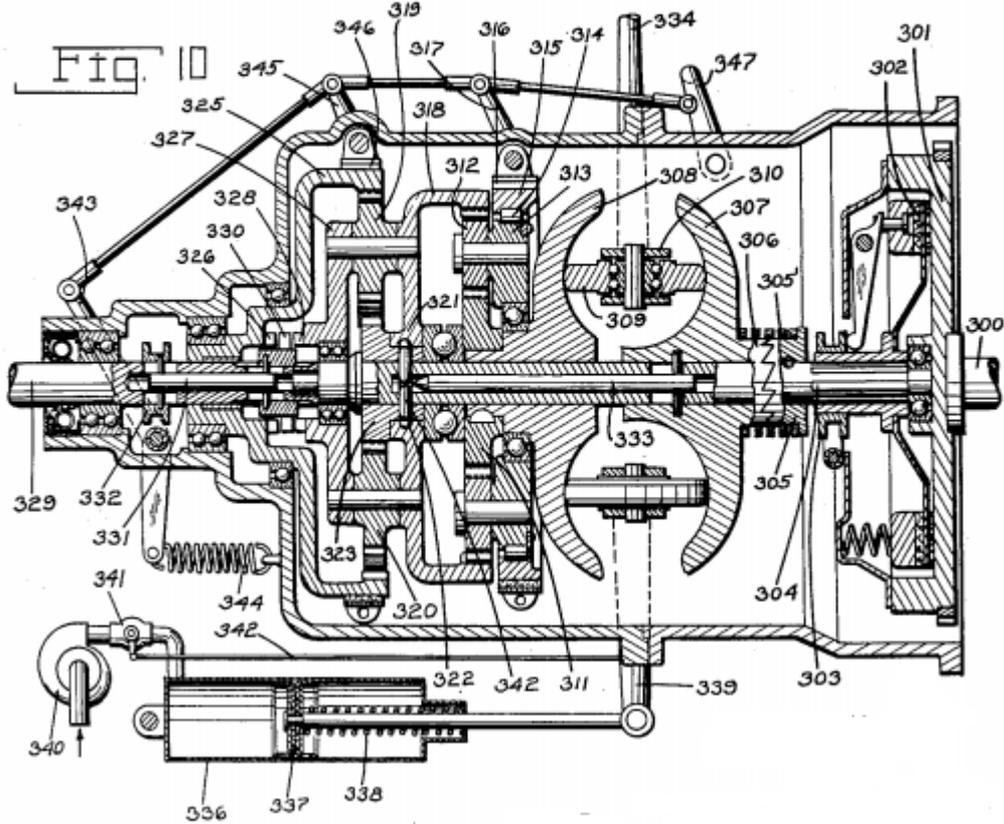


Figura 4.5 – CVT Toroidal diseñada por Adiel Y. Dodge.

Finalmente, en los años cincuenta se produjo la gran revolución de la transmisión continua variable cuando el holandés Hub Van Dorne diseña y construye la transmisión continua variable por correa, también conocida por el nombre *Variomatic*, la cual ha ido evolucionando hasta el día de hoy imponiéndose como el tipo de CVT más utilizado.

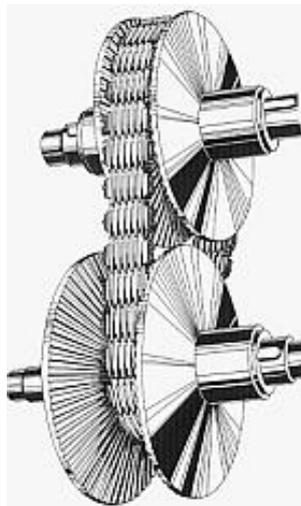


Figura 4.6 – Variomatic de Hub Van Dorne.

No solo fue quien inventó la primera CVT por correa, sino que además de ello fue el primero en

introducirla en un coche, el DAF 600, que empezó a ser producido en 1958. Esta cadena de producción fue la primera en la cual la transmisión continua variable tuvo éxito.



Figura 4.7 – DAF 600.

Esta CVT estaba formada por dos roldanas cónicas que recibían la potencia del árbol de transmisión, otras dos roldanas cónicas encargadas de transmitir el movimiento al eje de las ruedas y una correa en V, que es la encargada de transmitir la potencia de una polea a otra.

Como podemos ver en la figura 4.8, para variar la velocidad aumentamos o disminuimos la distancia de separación entre cada una de las dos roldanas, de esta forma aumentamos o disminuimos el diámetro de ambas poleas para cambiar la relación de transmisión.



Figura 4.8 – Transmisión *Variomatic* de DAF.

En los años siguientes este tipo de CVT ha ido mejorándose poco a poco hasta llegar a la que se usa en la actualidad.

4.2 Evolución de la CVT

Una vez visto como fueron apareciendo los primeros modelos de CVT, veremos cómo ha ido evolucionando este sistema de transmisión con el paso de los años hasta llegar a lo que conocemos actualmente.

Tras el éxito de la patente de Van Dorne esta fue transferida a la compañía *Van Doorne Transmissie B.V.* y en 1975 fue vendida a la compañía de automóviles *Volvo* que introdujo el sistema en el *Volvo 340* que en los próximos años vio un decrecimiento en las ventas debido a que el peso de los coches era cada vez mayor.

Al sacar un coche con cinco puertas el peso se vio incrementado lo suficiente como para cambiar el sistema a otro de engranajes con transmisión manual.



Figura 4.9 – Volvo 340 con sistema CVT.

En 1987 *Subaru* lanzó el primer modelo de un coche con CVT que era controlado de forma electrónica (ECVT) y un año más tarde diseñaron una correa metálica que solucionaba el problema del peso de los coches, cada vez más pesados, al poder aportar mayor potencia y rigidez. En un principio la producción con correa metálica estaba limitada 500 unidades al mes, que era la producción máxima que eran capaces de administrar *Subaru* y *Van Doorne Transmissie B.V.*, pero al año siguiente aumentó a 3.000, siendo la primera producción de coches con ECVT en los Estados Unidos.

En 1987 apareció también en Europa los primeros coches con correa metálica tras varios años de trabajo de Ford, Fiat y Van Dorne en conjunto. Los primeros coches europeos con esta nueva CVT fueron el *Fiat Punto* y el *Ford Fiesta*.

En los años 90 Nissan diseñó su propia CVT con un convertidor de par, lo que le permitió aumentar el par en sus coches. Esta transmisión era de tipo toroidal y se conoce por el nombre *Extroid*. Esta modificación supuso un gran paso adelante para la CVT de tipo toroidal.

Por otro lado, *Honda* introdujo su propia versión con el *Honda Civic VTi* que también contaba con una caja de engranajes que aumentaba el par transmitido y un convertidor de par para disminuir el efecto del *creep*.

En el año 1995 la compañía *Van Doorne Transmissie B.V.* fue adquirida por *Bosch* y en el año 2000 fue Audi quien introdujo por primera vez el sistema CVT en coches de gama media-alta ya que anteriormente las relaciones de transmisión que ofrecían era más reducida. El modelo lanzado por Audi fue bautizado como Multitronic, haciendo referencia a la capacidad de múltiples relaciones de transmisión (a diferencia de las anteriores) que era capaz de utilizar este modelo.

Posteriormente a *Audi* fueron apareciendo distintos modelos y marcas de CVT en *Mercedes*, *BMW*, *Fiat*, *Ford*, *Nissan*...etc, mejorando cada vez más este sistema aumentando el par y el rango de relaciones de transmisión hasta llegar al sistema actual donde, como podemos ver en las siguientes imágenes, la evolución del sistema a lo largo de los últimos años es bastante considerable.

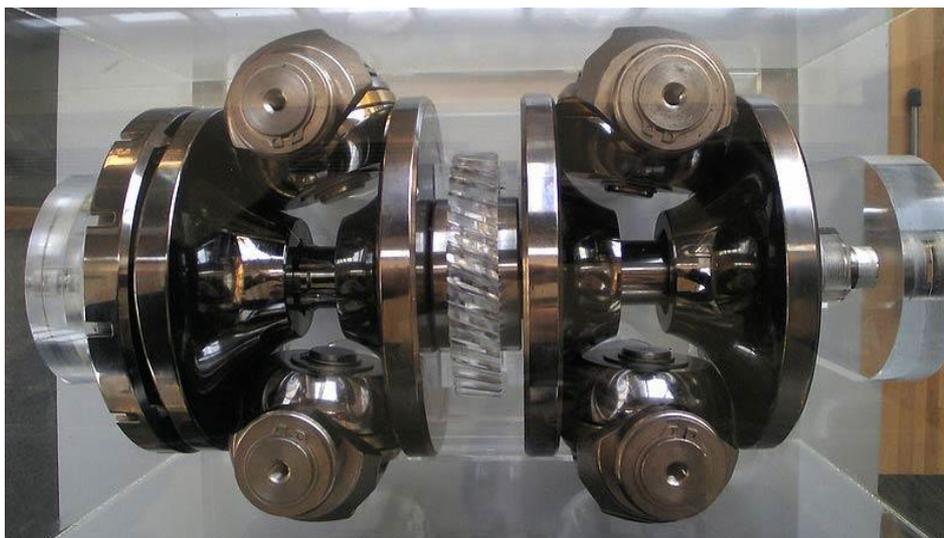


Figura 4.10 – Extroid CVT Toroidal de Nissan.



Figura 4.11 – XTronic CVT por correa de Nissan.

5 CONFIGURACIONES PS-CVT

Como ya hemos visto anteriormente, la PS-CVT consta de tres elementos. Dependiendo de cómo situemos dichos elementos y según el sentido del flujo de potencia que pasa a través de ellos podemos distinguir dos configuraciones diferentes.

5.1 Configuración Tipo I

El objetivo principal para el diseño de una PS-CVT es hacer pasar la menor potencia posible por la CVT ya que es donde se concentrarán las pérdidas de la transmisión. Para esta configuración, la relación entre la potencia que aporta la PS-CVT y la CVT viene dada por la siguiente fórmula.

$$P_{PS-CVT} = P_{CVT} \frac{\tau_{PS-CVT}}{rr_{CVT} \tau_{PS-CVT_{max}} - \tau_{PS-CVT_{min}} - \tau_{PS-CVT}}$$

Donde la relación de la CVT viene dada por:

$$rr_{CVT} = \frac{\tau_{CVT_{max}}}{\tau_{CVT_{min}}}$$

Asumiendo, por ejemplo, que $rr_{CVT} = 5$ y que la relación de transmisión de la PS-CVT va de cero a uno, representando la relación de potencias obtenemos la siguiente gráfica.

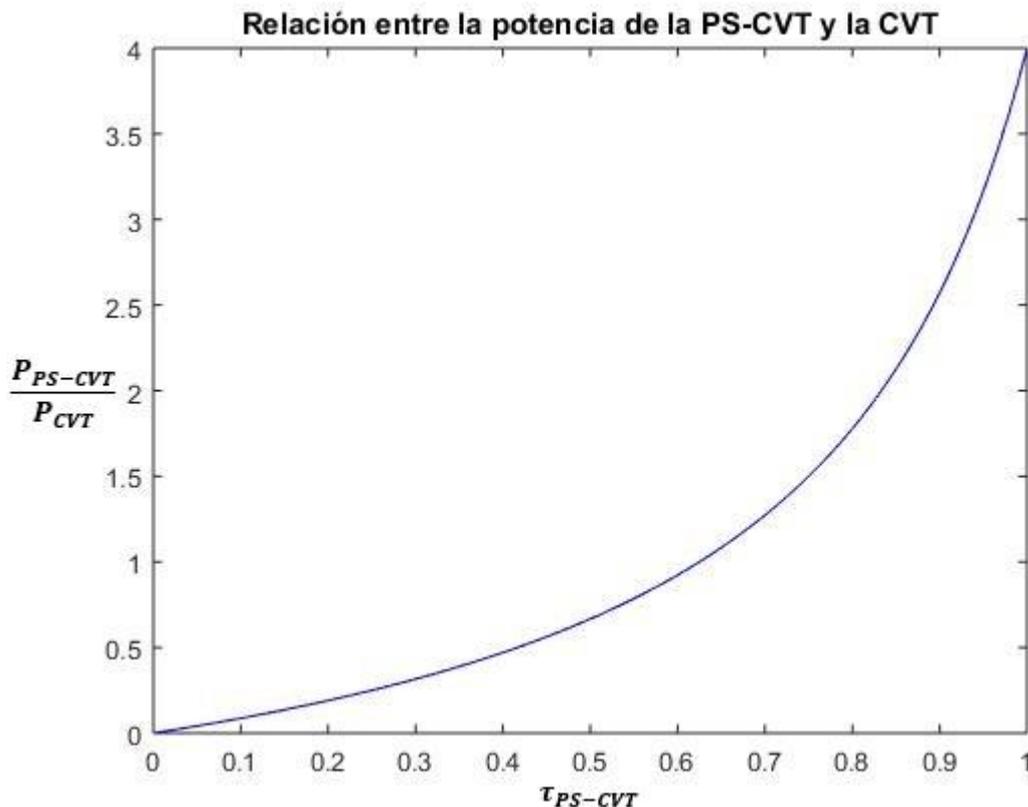


Figura 5.1 – Relación entre la potencia de la PS-CVT y la CVT de tipo I.

Como podemos ver, la potencia transmitida por la PS-CVT alcanza la misma potencia que la CVT para una relación de transmisión aproximadamente de valor 0.67, que vendría a ser la segunda-tercera marcha de un coche. Para relaciones más altas vemos que la potencia de la PS-CVT puede llegar a triplicar la que aporta la CVT con solo una relación uno a uno (cuarta marcha), lo cual deja evidencia de la mejora de la PS-CVT

respecto al uso de una CVT.

Dentro de esta configuración tenemos dos conexiones diferentes, en paralelo o en serie. Las diferencias entre una u otra disposición vendrán dadas principalmente por las siguientes características:

- Circulación del flujo de potencia.
- Proporcionalidad entre la relación de transmisión de la CVT y la PS-CVT.
- Eficiencia.

5.1.1 Configuración Tipo I en paralelo

Utilizando esta conexión la potencia entra por el mecanismo de relación fija y llega hasta el engranaje planetario que distribuye la potencia por un lado hacia la CVT y por el otro a la salida de la transmisión. La potencia que va hacia la CVT es recirculada nuevamente. Además, como podemos ver, el eje del motor está en **paralelo** con el eje de la salida de la transmisión.

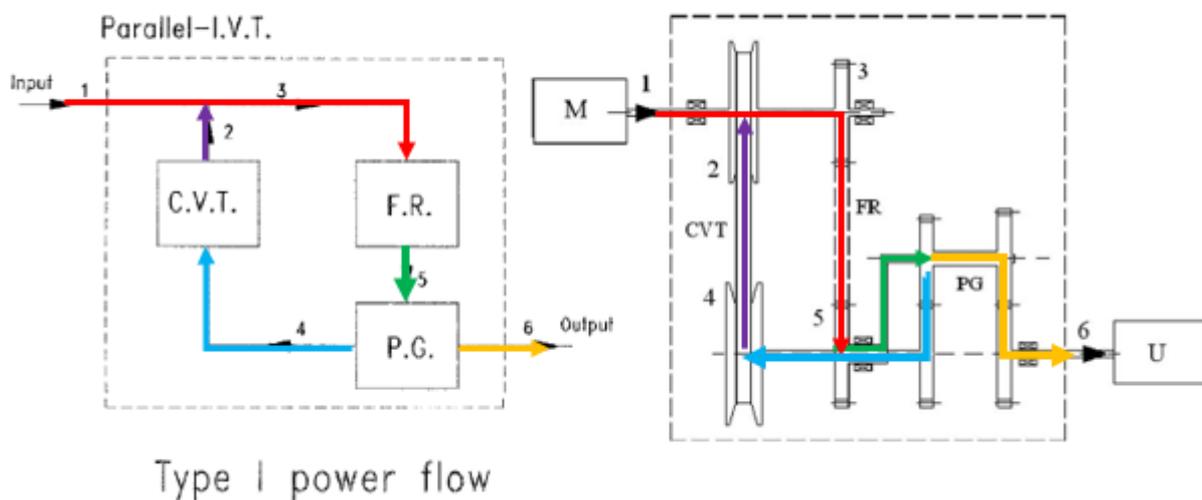


Figura 5.2 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo I en paralelo, Ref [1] y propia.

En la figura 5.2 podemos ver representada con flechas la dirección del flujo de potencia de la PS-CVT.

Otra característica a destacar es que la **proporcionalidad** entre la relación de la CVT y la PS-CVT es **directa**, es decir, a medida que aumenta la relación de transmisión en la CVT también lo hará la de la PS-CVT y viceversa.

5.1.2 Configuración Tipo I en serie

En esta configuración la potencia entra por el planetario, que distribuye la potencia por un lado hacia la relación fija y por otro a la salida de la transmisión. La potencia que va hacia la relación fija pasa a la CVT y es recirculada nuevamente. Además, como podemos ver, el eje del motor está en **serie** con el de la salida de la transmisión.

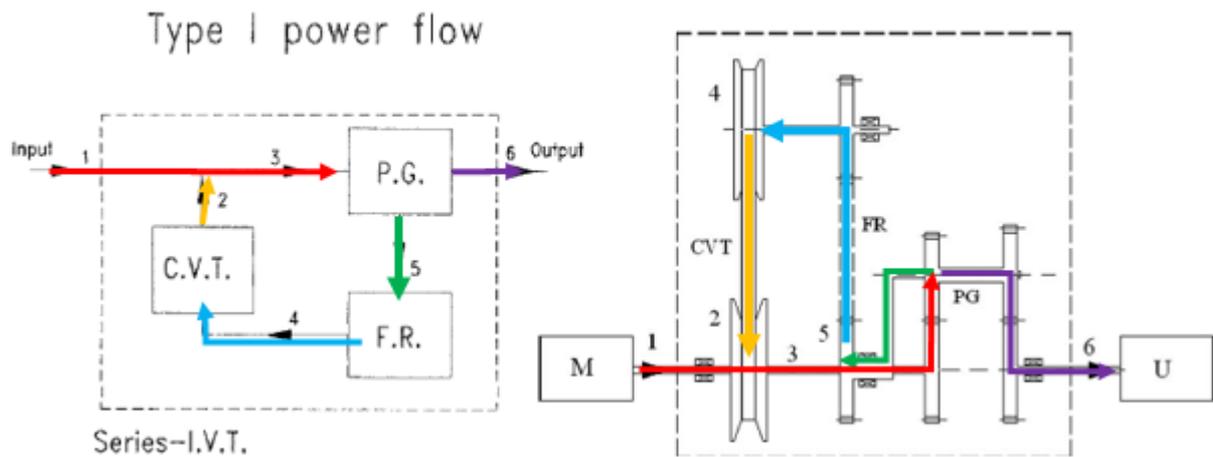


Figura 5.3 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo I en serie, Ref [1] y propia.

En la figura 5.3 podemos ver representada con flechas la dirección del flujo de potencia de la PS-CVT.

A diferencia de la configuración en paralelo, la proporcionalidad entre la relación de la CVT y la PS-CVT es **inversa**, es decir, a medida que aumenta la relación de transmisión en la CVT disminuirá la de la PS-CVT y viceversa.

Hasta ahora se han evaluado características geométricas de ambas conexiones, lo cual no nos permite decantarnos por una u otra conexión más allá de la posición que necesitamos que tengan los ejes de entrada y salida.

Si evaluamos la eficiencia de ambas conexiones llegamos a la conclusión de que utilizar una conexión en serie es mejor que utilizar una en paralelo para una configuración tipo I. En la figura 5.4 podemos ver una comparación del rendimiento de ambas conexiones donde se puede apreciar claramente una mayor eficiencia al conectar la entrada en serie con la salida.

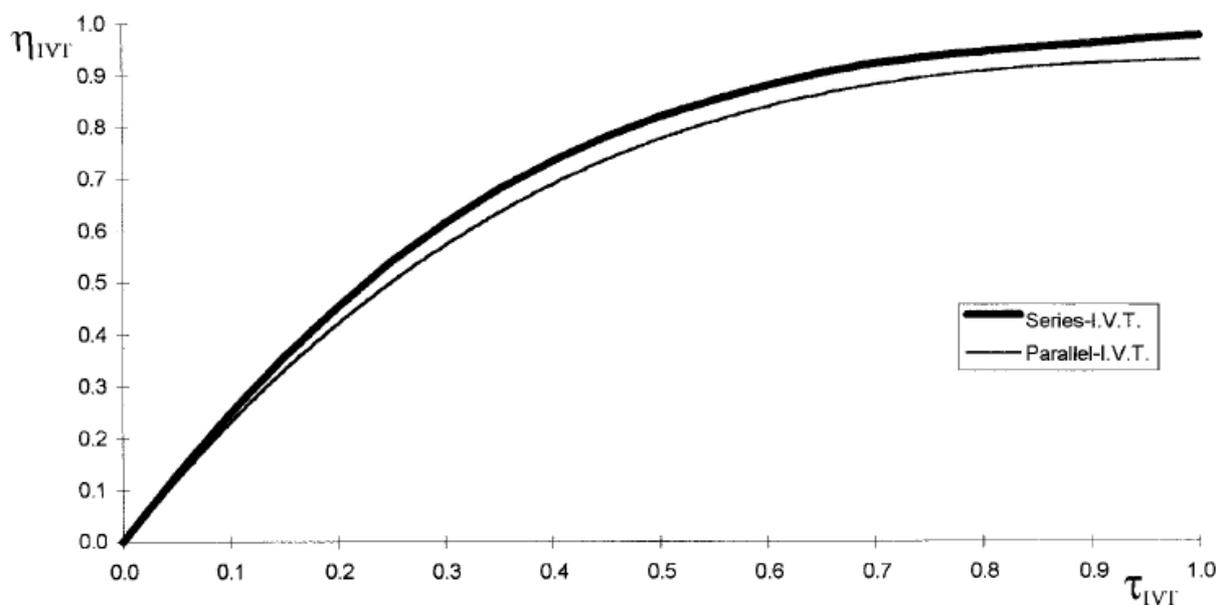


Figura 5.4 – Comparación de la eficiencia de una configuración de tipo I en serie y en paralelo, Ref [25].

Por tanto, en caso de utilizar una configuración tipo I, lo mejor es diseñar la PS-CVT con una conexión en serie.

5.2 Configuración Tipo II

Teniendo en cuenta que la dirección del flujo de potencia para esta configuración es justo al contrario que la de tipo I podemos hacernos a la idea de que el resultado al calcular la relación de potencias será el opuesto.

Para esta configuración, la relación entre la potencia que aporta la PS-CVT y la CVT viene dada por la siguiente fórmula.

$$p_{PS-CVT} = p_{CVT} \frac{\tau_{PS-CVT}}{\tau_{PS-CVT} - \frac{r r_{CVT} \tau_{PS-CVT_{min}} - \tau_{PS-CVT_{max}}}{r r_{CVT} - 1}}$$

Partiendo de los mismos valores utilizados en la representación del tipo I, para este caso obtenemos el siguiente resultado.

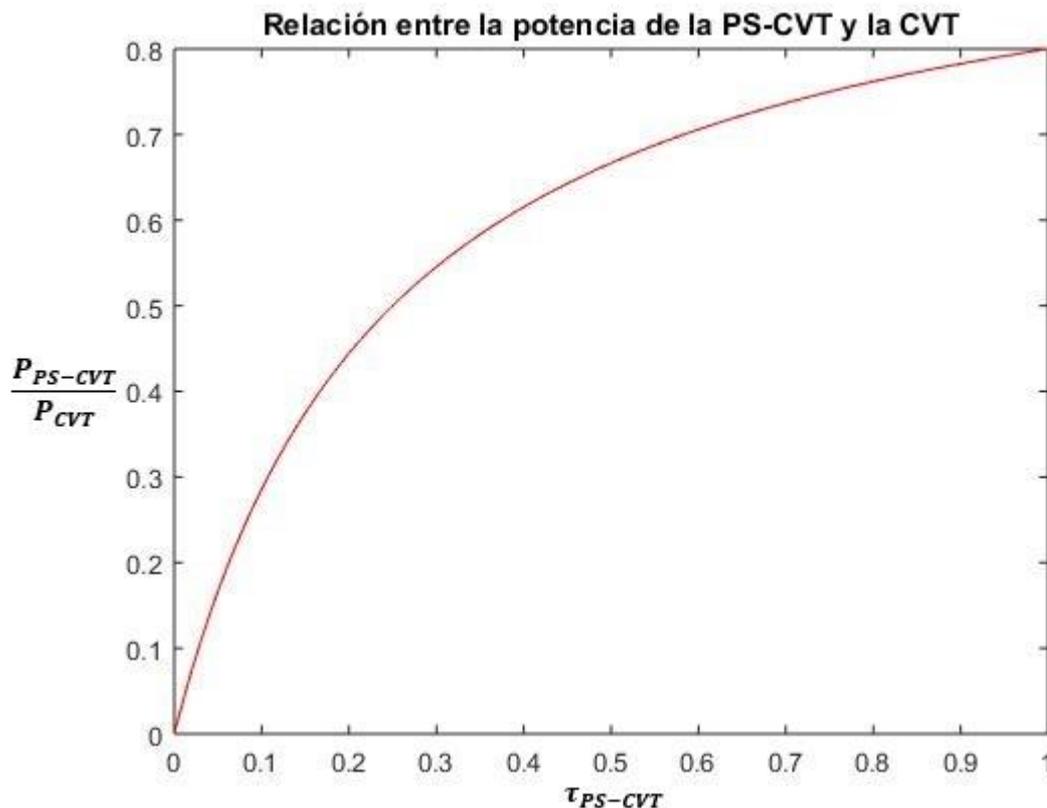


Figura 5.5 – Relación entre la potencia de la PS-CVT y la CVT de tipo II.

Como cabía esperar, en la figura 5.5 podemos ver claramente que la configuración tipo II no es ni mucho menos la mejor de las opciones puesto que la potencia de la PS-CVT no llega en ningún momento a igualar la potencia de la CVT. Esto es porque la mayor parte de la potencia circula por la CVT, dejando la recirculación para la relación fija y, como ya se ha dicho anteriormente, la CVT es el elemento con más pérdidas y menos eficiencia de los tres que constituyen la PS-CVT. Por este motivo, esta configuración tipo II no es, ni mucho menos, la más adecuada para utilizar en nuestro diseño.

A pesar de ello es cierto que, en comparación con la configuración de tipo I, la tipo II es algo mejor para relaciones de transmisión muy bajas.

Al igual que en la configuración de tipo I tenemos dos conexiones diferentes, en paralelo o en serie. Las diferencias entre una u otra disposición vendrán dadas también por las siguientes características:

- Circulación del flujo de potencia.
- Proporcionalidad entre la relación de transmisión de la CVT y la PS-CVT.
- Eficiencia.

5.2.1 Configuración Tipo II en paralelo

Utilizando esta conexión la potencia entra directamente por la CVT y llega hasta el engranaje planetario que distribuye la potencia por un lado hacia la relación fija y por el otro a la salida de la transmisión. La potencia que va hacia la relación fija es recirculada. Además, como podemos ver, el eje del motor está en **paralelo** con el eje de la salida de la transmisión.

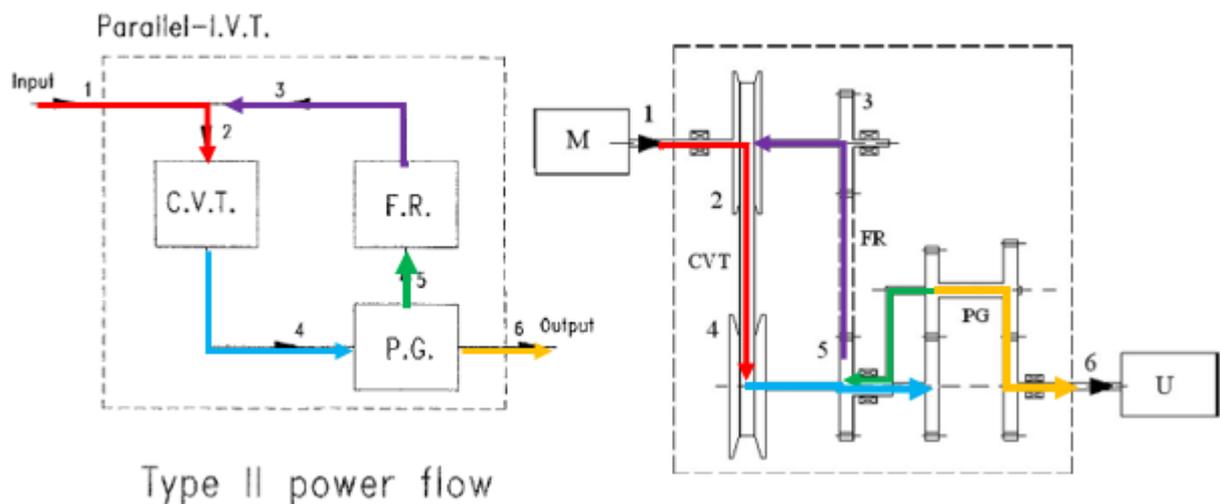


Figura 5.6 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo II en paralelo, Ref [1] y propia.

En la figura 5.6 podemos ver representada con flechas la dirección del flujo de potencia de la PS-CVT.

Otra característica a destacar es que la **proporcionalidad** entre la relación de la CVT y la PS-CVT es **directa**, es decir, a medida que aumenta la relación de transmisión en la CVT también lo hará la de la PS-CVT y viceversa.

5.2.2 Configuración Tipo II en serie

En este caso la potencia entra también por la CVT y pasa por la relación fija hasta llegar al planetario que se encarga de distribuir la potencia en dos ramas, por un lado hacia la salida de la transmisión y por otro vuelve a hacerla recircular enviándola de nuevo a la CVT. El eje del motor está en **serie** con el de la salida de la transmisión.

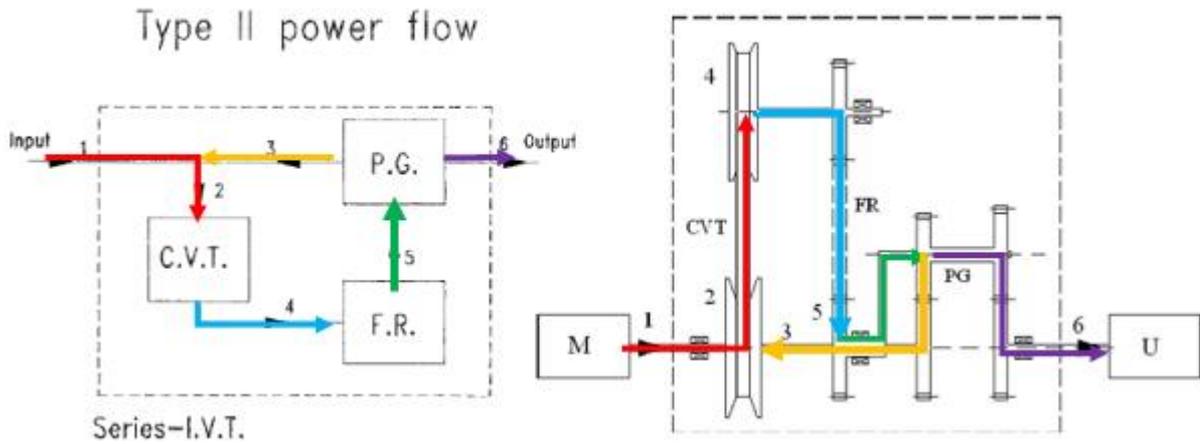


Figura 5.7 – Esquemas de flujo de potencia de configuración de tipo II en serie, Ref [1] y propia.

En la figura 5.7 podemos ver representada con flechas la dirección del flujo de potencia de la PS-CVT.

A diferencia de la configuración en paralelo, la proporcionalidad entre la relación de la CVT y la PS-CVT es **inversa**, es decir, a medida que aumenta la relación de transmisión en la CVT disminuirá la de la PS-CVT y viceversa.

En cuanto a la eficiencia podemos ver en la figura 5.8 como es la curva que relaciona el rendimiento con la τ_{IVT} .

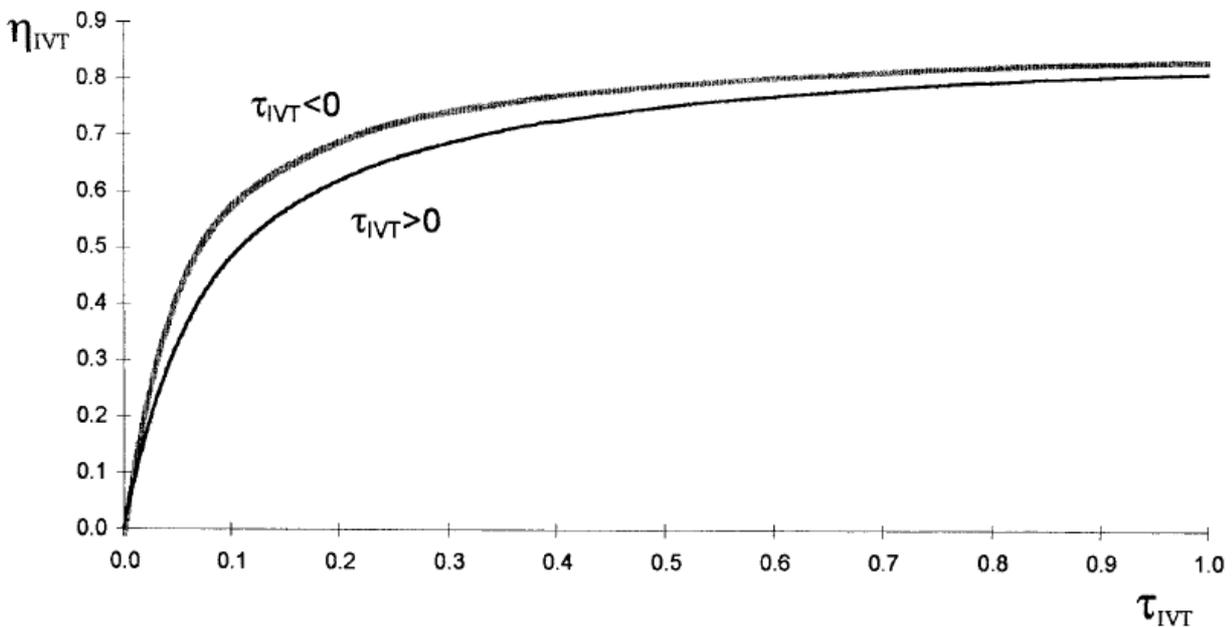


Figura 5.8 – Curva de eficiencia para una configuración de tipo II en paralelo con $\tau_{IVT} < 0$ y $\tau_{IVT} > 0$, Ref [25].

Como más adelante veremos, se utilizará una configuración de tipo I en serie para diseñar la PS-CVT, así que no entraremos en más detalles sobre esta configuración de tipo II. Solo destacar que, a diferencia de la configuración de tipo I, en este caso la opción más eficiente es utilizar una conexión en paralelo, como se explica

en el artículo de Mangialardi, L. y Mantriota, G. de la referencia [25] de este documento.

5.3 Configuración Tipo III

Esta configuración es la única de las tres que no tiene una potencia de recirculación, quedando el esquema como se ve en la figura 5.9.

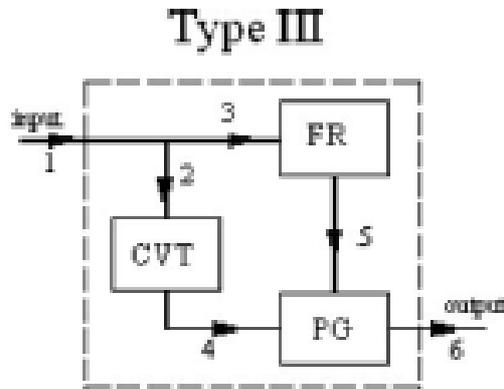


Figura 5.9 – Esquema configuración de tipo III, Ref [1].

Teniendo en cuenta los resultados de las dos configuraciones anteriores y sabiendo que cuanto menor sea la potencia que pasa por la CVT mejor será la eficiencia de la PS-CVT el objetivo para esta configuración es hacer que pase la menor potencia posible por la rama de la CVT y que pase la mayor parte de la potencia que llega desde el motor por la rama de la relación fija.

Efectivamente, este tipo de PS-CVT es la mejor opción de las tres en términos de eficiencia, sin embargo, tiene un gran defecto que imposibilita su uso en vehículos, el rango de relaciones de transmisión que utilizamos para la CVT tiene que ser mayor que el de la PS-CVT.

En el artículo de Mangialardi, L. y Mantriota, G. de la referencia [25] de este documento se demuestra que las dos únicas configuraciones posibles en la PS-CVT son la tipo I y la tipo II, por lo tanto, al ser evidente la imposibilidad de utilizar esta última configuración en nuestro trabajo no entraremos en más detalle sobre sus características.

5.4 Configuración Tipo I-II

Teniendo en cuenta las ventajas de la configuración de tipo I para relaciones de transmisión altas y las de tipo II para las bajas, una buena opción sería encontrar la forma de utilizar ambas a la vez cuando más nos interese una u otra.

Esta opción es perfectamente realizable añadiendo una segunda relación fija al otro lado de la CVT, de modo que podremos pasar de una configuración de tipo II a la tipo I utilizando embragues entre la CVT y las dos relaciones fijas, que se moverán hacia un lado u otro para obtener la configuración deseada con una circulación de potencias adecuada.

tipo II a tipo I cuando sea necesario y viceversa.

Por lo tanto, aunque en eficiencia esta configuración es mejor, el coste adicional que ello supone no la hace tan rentable como parece. Además, hay que tener en cuenta que la mejora se produce a relaciones de transmisión bajas no superiores a 0,6 o 0,7, es decir, si hiciéramos una comparación con una caja de 6 marchas, esta relación se correspondería con la segunda y la tercera marcha del vehículo y, teniendo en cuenta que normalmente el vehículo va a circular a una relación de transmisión más alta, definitivamente esta opción tampoco parece la mejor.

Así pues, teniendo en cuenta las opciones que tenemos, la mejor de todas para el vehículo en el que instalaremos la PS-CVT es la **configuración de tipo I con una conexión en serie**.

6 CÁLCULO ANALÍTICO Y MODELADO DE LA PS-CVT

A continuación, se explicarán los pasos seguidos para el diseño de la PS-CVT. Para ello nos apoyaremos en el programa comercial de sistemas multicuerpo *Adams*, que nos ayudará a crear un modelo de nuestra transmisión para realizar las simulaciones necesarias y comparar los resultados obtenidos analíticamente.

6.1 Cálculo analítico de la PS-CVT

Para el cálculo analítico es necesario tener la curva del par motor del BMW Serie 1, sin embargo, la página oficial de la casa no ofrece esta información así que se ha hecho una aproximación teniendo en cuenta la información de la ficha técnica que encontraremos en el Anexo I de este documento, que nos ofrece el par y potencia máximos.

Teniendo en cuenta estos datos es fácil crear una curva aproximada para realizar los cálculos analíticos de nuestro coche.

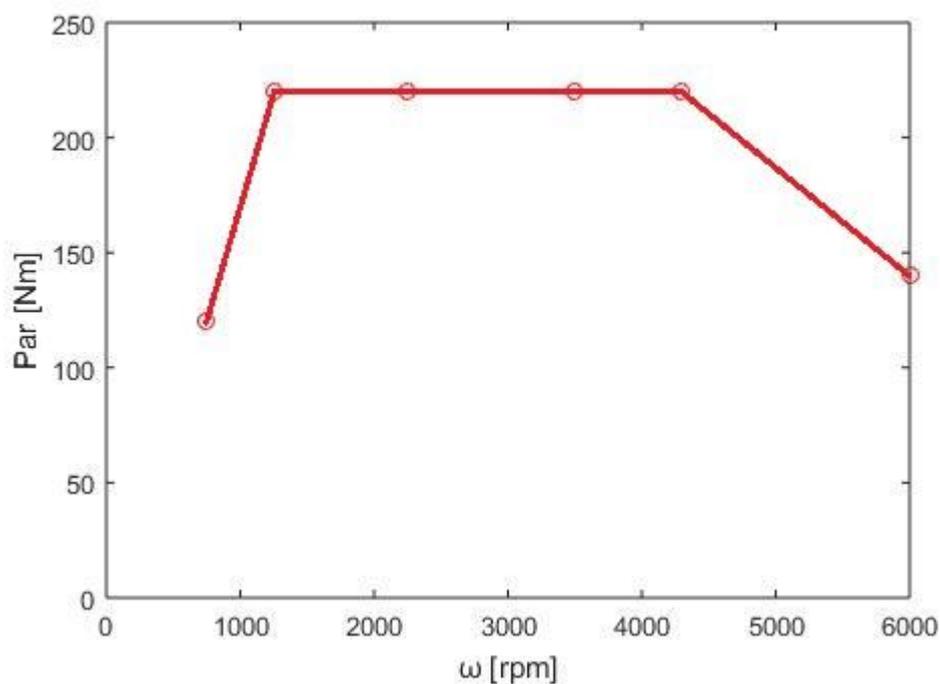


Figura 6.1 – Curva par motor para BMW Serie 1.

La curva de potencia motor podemos obtenerla simplemente multiplicando la curva de par por la velocidad angular.

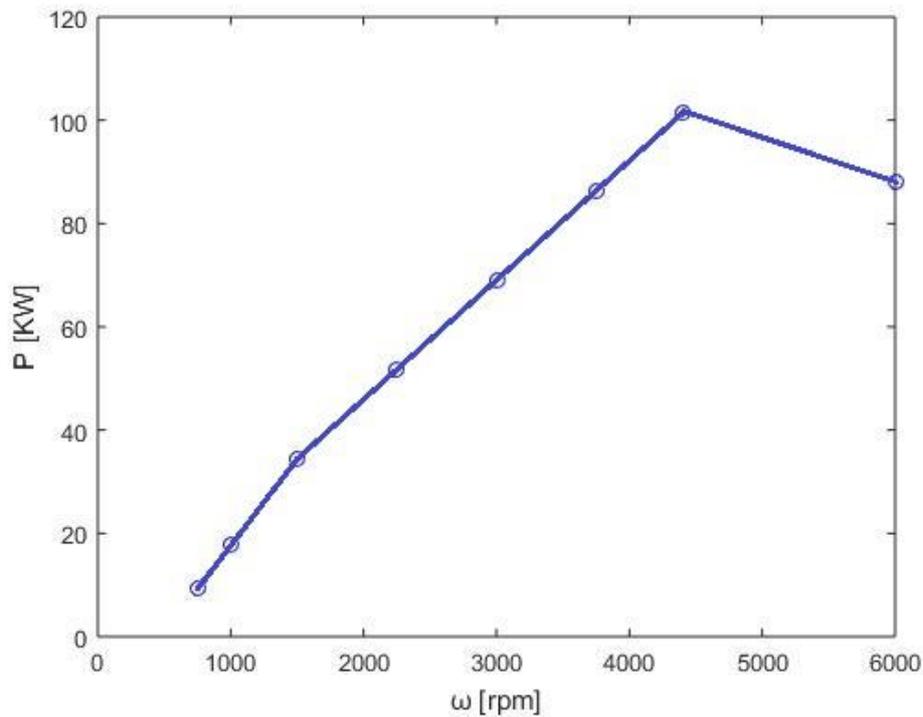


Figura 6.2 – Curva potencia motor para BMW Serie 1.

Teniendo la curva del par motor podemos obtener las relaciones de transmisión que necesita el vehículo dependiendo de las condiciones que utilizemos en el cálculo de la dinámica longitudinal.

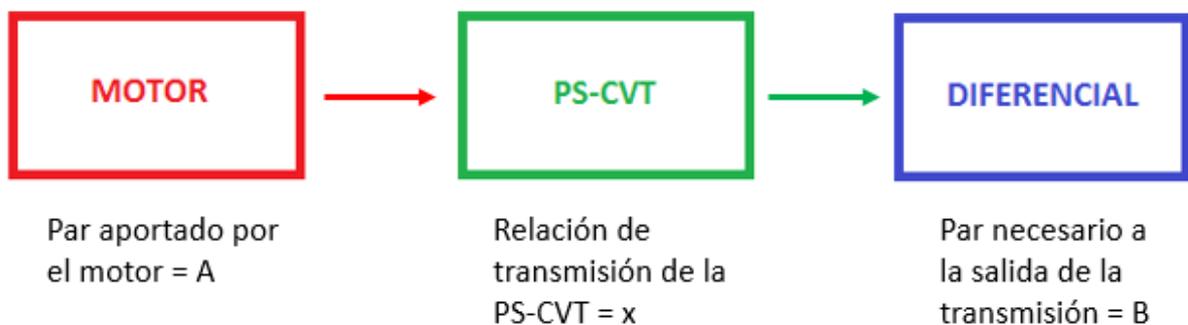


Figura 6.3 – Diagrama de flujo para la transmisión.

Para obtener la relación de transmisión de la PS-CVT en cada caso, basta con dividir el par motor entre el par necesario a la salida de la transmisión.

$$\tau_{PS-CVT} = \frac{\text{Par motor } (\omega)}{\text{Par salida } (\omega)} = \frac{A}{B}$$

Por lo tanto, dependiendo de la velocidad ω y las condiciones a superar por el vehículo obtendremos una relación de transmisión mínima necesaria para que el vehículo pueda moverse sin problemas y vencer las fuerzas que se oponen a su movimiento.

Para obtener τ_{PS-CVT} se ha calculado el par a la salida de la transmisión con diferentes condiciones para el vehículo. En la siguiente tabla podemos ver las condiciones en velocidad, aceleración, rpm, pendiente a subir por el vehículo y el par necesario calculado en cada caso a la salida de la transmisión. En el Anexo I se explica como se obtiene cada término de la tabla.

v media [Km/h]	Pendiente [°]	Δv [Km/h]	Δt [s]	a [m/s ²]	ω trans. media [rpm]	M Res. Trans. [Nm]
10	5,7106	De 0 a 20	1,5	3,7037	400,7997	596,1072
35	2,2906	De 20 a 50	3,5	2,3809	1402,8	365,7825
50	0	De 0 a 100	8,5	3,2679	2000	433,3438
100	2,2906	0	0	0	4008	114,7965
120	0	0	0	0	4809,6	88,1857
140	0	0	0	0	5611	114,0681
160	0	De 140 a 180	10	1,1111	6412,8	281,4429
180	0	0	0	0	7214,4	177,7783

Tabla 6.1 – Resultado analítico del par resistivo a la salida de la transmisión.

A partir de los valores máximo y mínimo de la tabla podemos obtener los valores máximo y mínimo de la transmisión como se ha indicado anteriormente.

Para el cálculo de la relación mínima hemos utilizado la primera línea de la tabla, que se corresponde con el arranque del vehículo, es decir, baja velocidad y un par elevado.

v media [Km/h]	Pendiente [°]	Δv [Km/h]	Δt [s]	a [m/s ²]	ω trans. media [rpm]	M Res. Trans. [Nm]
10	5,7106	De 0 a 20	1,5	3,7037	400,7997	596,1072

Tabla 6.2 – Resultado analítico del par resistivo máximo a la salida de la transmisión.

$$\tau_{PS-CVT\ min} = \frac{220}{596,1072} = 0.3691$$

Del mismo modo, para la relación máxima hemos utilizado la quinta línea de la tabla, que se corresponde con unas condiciones favorables para el vehículo al no tener aceleración ni pendiente la carretera, para tener un caso un poco más desfavorable, se ha calculado el mismo para una pequeña pendiente de 0.5 grados, obteniendo los siguientes resultados:

v media [Km/h]	Pendiente [°]	Δv [Km/h]	Δt [s]	a [m/s ²]	ω trans. media [rpm]	M Res. Trans. [Nm]
120	0	0	0	0	4809,6	88,1857
120	0,5	0	0	0	4809,6	98,7799

Tabla 6.3 – Resultado analítico del par resistivo mínimo a la salida de la transmisión.

Para la relación máxima utilizaremos el par medio obtenido en los dos casos anteriores, quedando entonces:

$$\tau_{PS-CVT \max} = \frac{220}{93.4778} = 2.3535$$

De modo que queda la relación de la PS-CVT definida. Redondeando hacia abajo la relación mínima y hacia arriba la relación máxima queda:

$$\tau_{PS-CVT \min} = 0.36$$

$$\tau_{PS-CVT \max} = 2.36$$

Con estos valores será necesario utilizar un embrague ya que la relación mínima es de 0.36. Para que el embrague no sea necesario implementarlo vamos a utilizar una $\tau_{PS-CVT \min} = 0$, quedando finalmente:

$\tau_{PS-CVT \min} = 0$ $\tau_{PS-CVT \max} = 2.36$
--

Una vez tenemos la relación de transmisión de la PS-CVT tenemos que escoger una CVT y calcular las relaciones de transmisión del divisor de potencia formado por la relación fija y el engranaje planetario.

De ahora en adelante todos los cálculos que se realicen serán teniendo en cuenta que se ha elegido una PS-CVT con una configuración de tipo I y conexión en serie.

6.1.1 Cálculo de la CVT

Para escoger la CVT adecuada tenemos que tener en cuenta dos aspectos imprescindibles:

- El valor $rr_{CVT} = \frac{\tau_{CVT \max}}{\tau_{CVT \min}}$ debe ser el máximo posible.
- El rango de la CVT debe ser tal que la τ_{FR} sea aproximadamente igual a la unidad.

El rango es igual a la diferencia entre la relación máxima y mínima.

La relación entre la potencia que circula por la PS-CVT y la CVT es la siguiente:

$$p_{PS-CVT} = p_{CVT} \frac{\tau_{PS-CVT}}{\frac{rr_{CVT} \tau_{PS-CVT \max} - \tau_{PS-CVT \min}}{rr_{CVT} - 1} - \tau_{PS-CVT}}$$

Donde la relación de la CVT viene dada por:

$$rr_{CVT} = \frac{\tau_{CVT \max}}{\tau_{CVT \min}}$$

De la primera ecuación podemos ver que para maximizar la relación entre las potencias de circulación tenemos que maximizar el valor de rr_{CVT} .

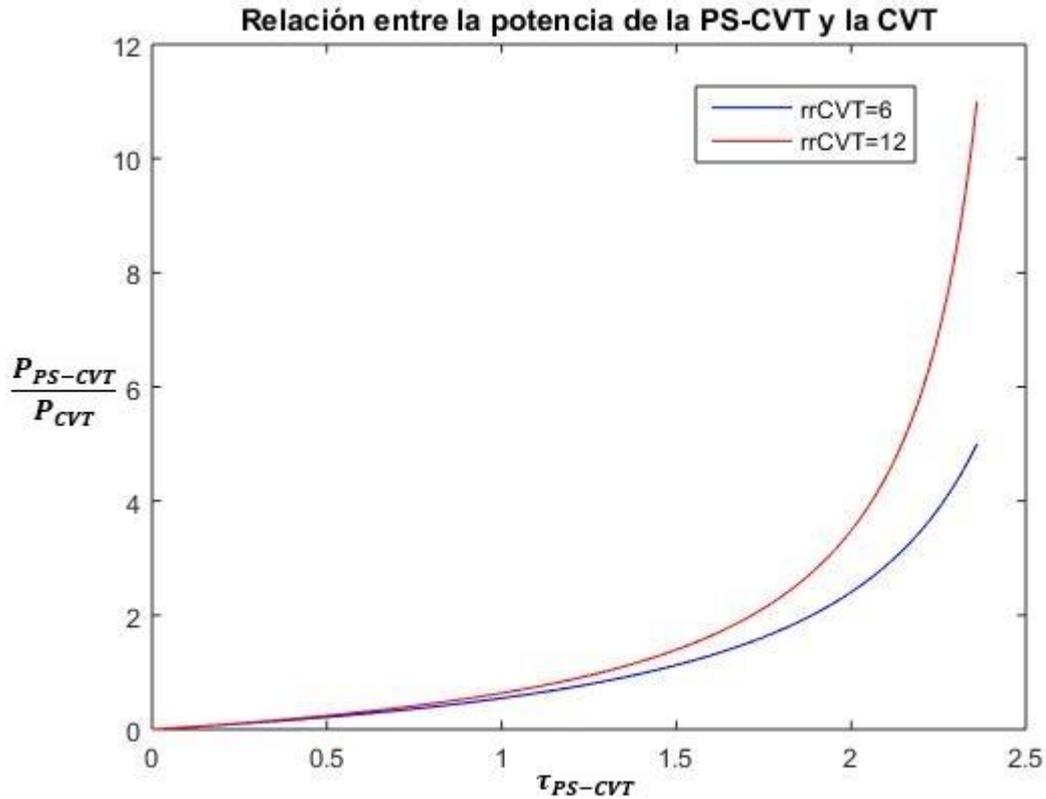


Figura 6.4 – Comparación de la relación entre potencias para dos rr_{CVT} diferentes.

En la figura 6.4 podemos ver claramente que, para un mismo sistema, cuanto mayor sea la rr_{CVT} mayor será la relación entre potencias, de modo que el flujo de potencia que pasa por la CVT será menor, haciendo al sistema tener menos pérdidas haciendo pasar menos potencia por la CVT.

6.1.2 Cálculo del divisor de potencia

El segundo aspecto a tener en cuenta al escoger una CVT nos limita el rango de relaciones de transmisión de la CVT, lo que a su vez limita el valor de rr_{CVT} .

Para que el sistema no tenga unas dimensiones demasiado grandes el rango de la CVT debe ser tal que la τ_{FR} no sea mucho mayor o inferior a la unidad puesto que en tal caso tendríamos una PS-CVT demasiado grande.

Para obtener un rango para la CVT adecuado resolveremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\tau_{PS-CVT \max} = \tau_{PG} + (1 - \tau_{PG})(\tau_{CVT \min} \tau_{FR})$$

$$\tau_{PS-CVT \min} = \tau_{PG} + (1 - \tau_{PG})(\tau_{CVT \max} \tau_{FR})$$

Si utilizamos los valores de $\tau_{PS-CVT \max}$ y $\tau_{PS-CVT \min}$ calculados y damos valores a $\tau_{CVT \max}$ y $\tau_{CVT \min}$ podemos llegar a las siguientes conclusiones:

- Cuando menor sea el rango de la CVT, mayor será el valor de τ_{FR} y de τ_{PG} .
- Cuando mayor sea el rango de la CVT, menor será el valor de τ_{FR} y de τ_{PG} .

Teniendo en cuenta esto, realizando unas iteraciones en MATLAB podemos obtener fácilmente un rango de la CVT tal que τ_{FR} sea prácticamente la unidad. Esto ocurre para un rango de la CVT menor que el de la PS-CVT.

Tras varias iteraciones se obtiene que para conseguir una $\tau_{FR} = 1$ el rango de la CVT debe ser $\tau_{CVT \min} = 0.25$ y $\tau_{CVT \max} = 1.5515$.

Para la CVT vamos a redondear los valores máximo y mínimo a:

$$\tau_{CVT \min} = 0.25$$

$$\tau_{CVT \max} = 1.5$$

De modo que al calcular el valor de rr_{CVT} obtengamos un número entero.

Con estos valores de τ_{IVT} y τ_{CVT} se obtienen los siguientes resultados para la PS-CVT:

$\tau_{PS-CVT \min} = 0$
$\tau_{PS-CVT \max} = 2,36$
$\tau_{CVT \min} = 0,25$
$\tau_{CVT \max} = 1,5$
$\tau_{FR} = 1,0306$
$\tau_{PG} = 2,8320$

Para estas relaciones de transmisión la relación entre la potencia que circula por la PS-CVT y la CVT la podemos ver a continuación en la figura 6.5.

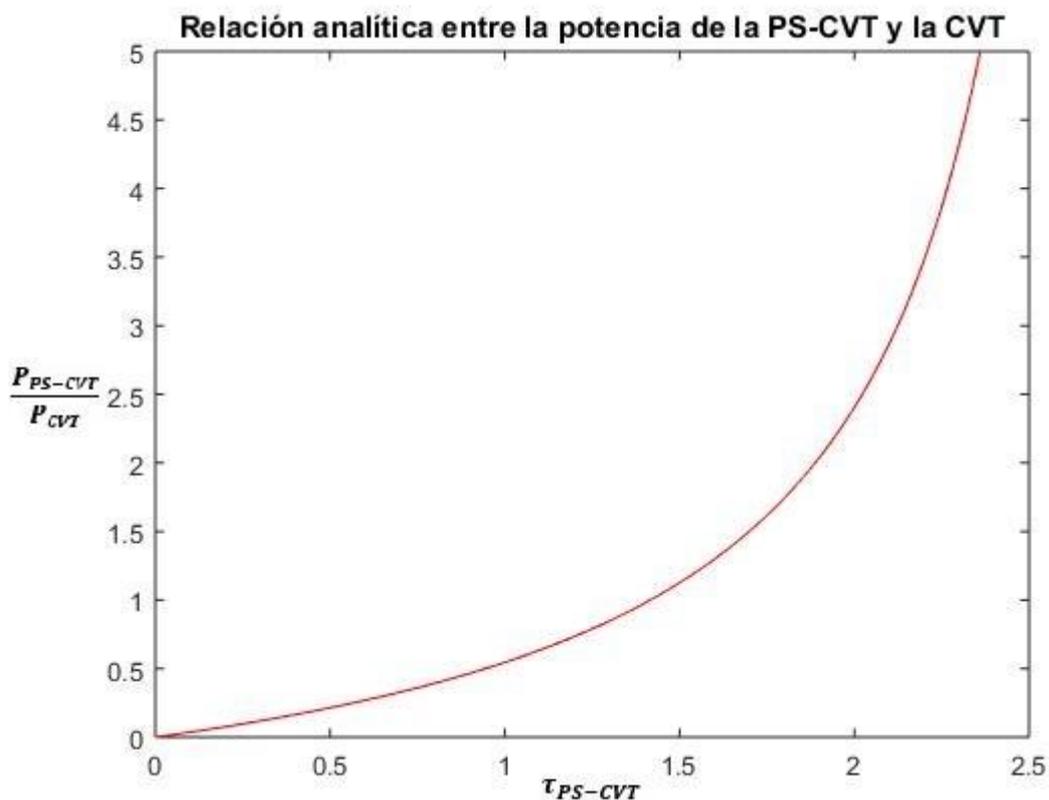


Figura 6.5 – Relación entre potencias para la PS-CVT diseñada.

Como se puede ver en la gráfica, la relación entre ambas potencias obtenida para la PS-CVT es muy buena, lo que da lugar a una alta eficiencia.

6.1.3 Modificaciones y mejoras

Como se ha explicado anteriormente, para el cálculo del divisor de potencia se ha utilizado como criterio de

cálculo que la relación fija sea aproximadamente igual a la unidad para no aumentar demasiado el tamaño de la caja de la transmisión. Ello no quita que podamos variar estos valores para conseguir una transmisión más eficiente.

A medida que aumentamos el rango de la CVT la eficiencia se hace más notable y la relación de transmisión del mecanismo de relación fija se hace cada vez menor, lo cual supone un aumento en peso, tamaño y costes.

En la fig. 6.6 se han representado las curvas que relacionan la potencia de la PS-CVT y la CVT para diferentes $\tau_{CVT\ max}$ mayores al que se ha elegido con los respectivos valores de τ_{FR} .

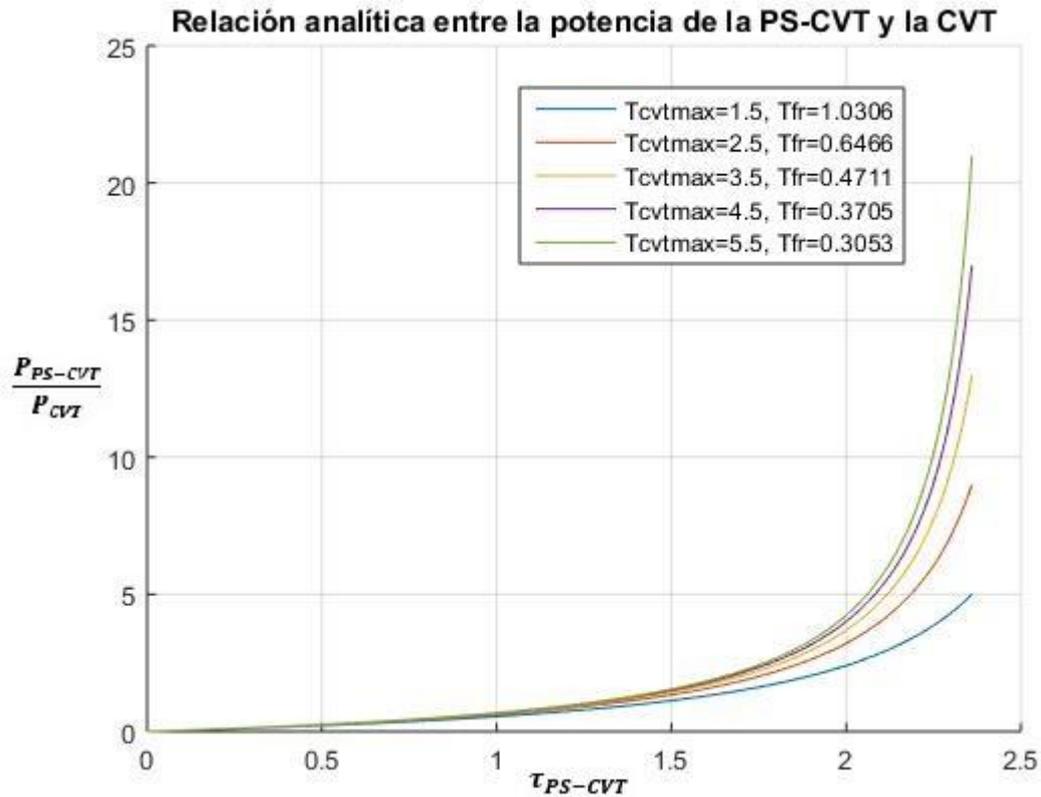


Figura 6.6 – Relación entre potencias para la PS-CVT según el valor de $\tau_{CVT\ max}$.

Se puede apreciar fácilmente que la eficiencia se hace cada vez mayor al aumentar $\tau_{CVT\ max}$, llegando incluso a una relación de potencias de valor 22 para $\tau_{CVT\ max} = 5.5$, lo que supondría que la potencia que es recirculada por al CVT es tan solo del 4.55% de la total.

6.2 Modelado de la PS-CVT

El modelo creado en *Adams* se ha realizado teniendo en cuenta la configuración tipo I en serie que hemos elegido para nuestra PS-CVT.

Con el fin de simplificar dicho modelo hemos utilizado un engranaje que sustituya a la CVT puesto que lo único que necesitamos para la simulación es una relación de transmisión de esta última, de modo que se va a discretizar la CVT y se hará una evaluación en varios puntos para comprobar que el cálculo analítico se asemeja al modelo.

En la figura 6.7 podemos ver el modelo realizado.

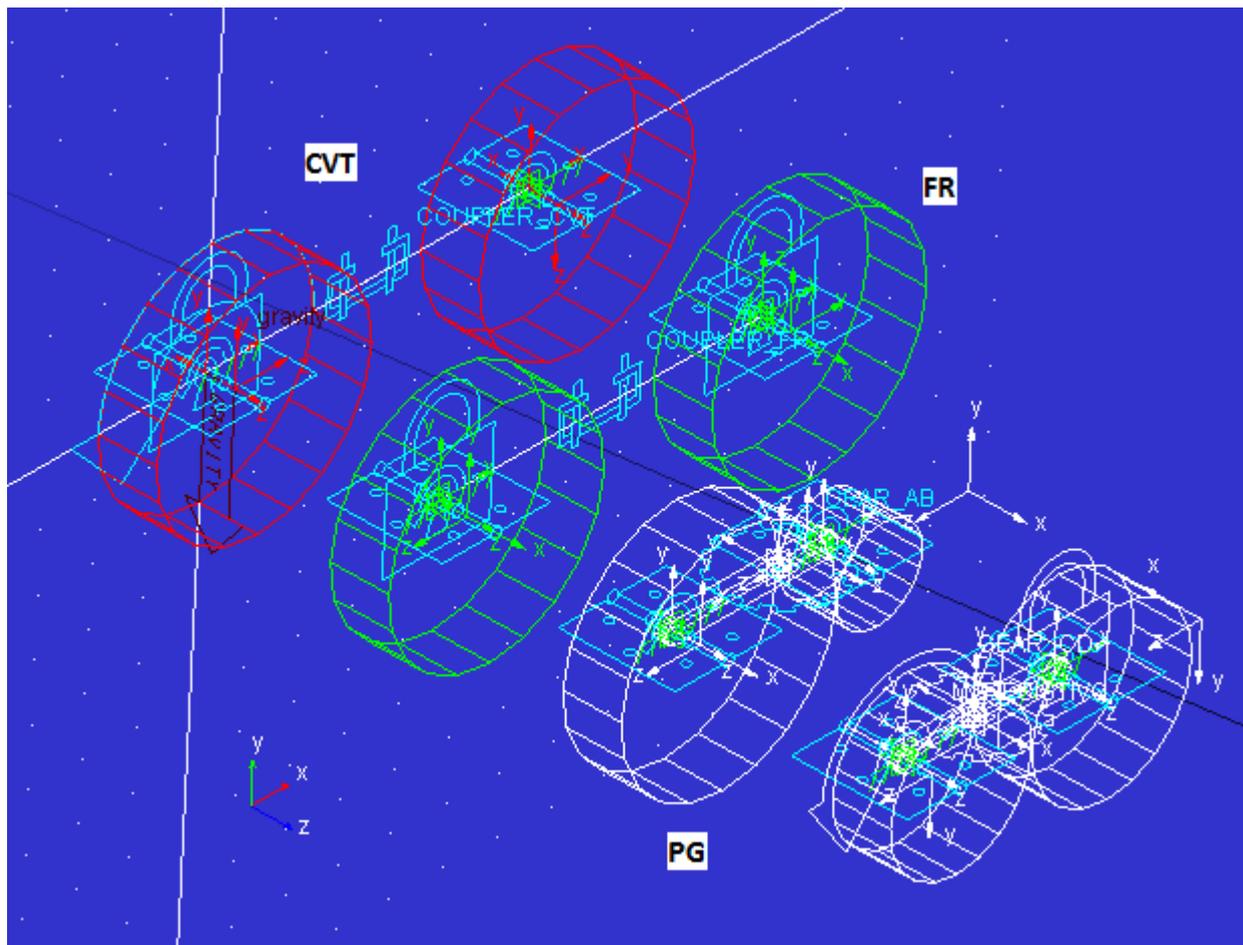


Figura 6.7 – Modelo PS-CVT en Adams.

Podemos diferenciar en color rojo la CVT, en verde la relación fija (FR) y en blanco el engranaje planetario (PG).

Una vez tenemos hecho el modelo con las restricciones adecuadas basta con introducir las relaciones de transmisión calculadas analíticamente para cada elemento, simular y comparar.

6.3 Comparación del sistema analítico y modelado

Antes de comparar ambos sistemas debemos de asegurarnos de que el modelo cumple con las relaciones de transmisión. Para ello simulamos añadiendo un motor en la entrada que mueve el sistema aportando una velocidad angular ω y, por otro lado, un par resistente a la salida.

Una vez simulado el sistema nos vamos al postprocesador, donde podemos ver las velocidades de cada elemento del sistema.

Si por ejemplo utilizamos $\tau_{CVT\ min} = 0,25$, deberíamos obtener $\tau_{PS-CVT\ max} = 2.36$. En la siguiente imagen del postprocesador se comprueba que, como era de esperar, esto se cumple.

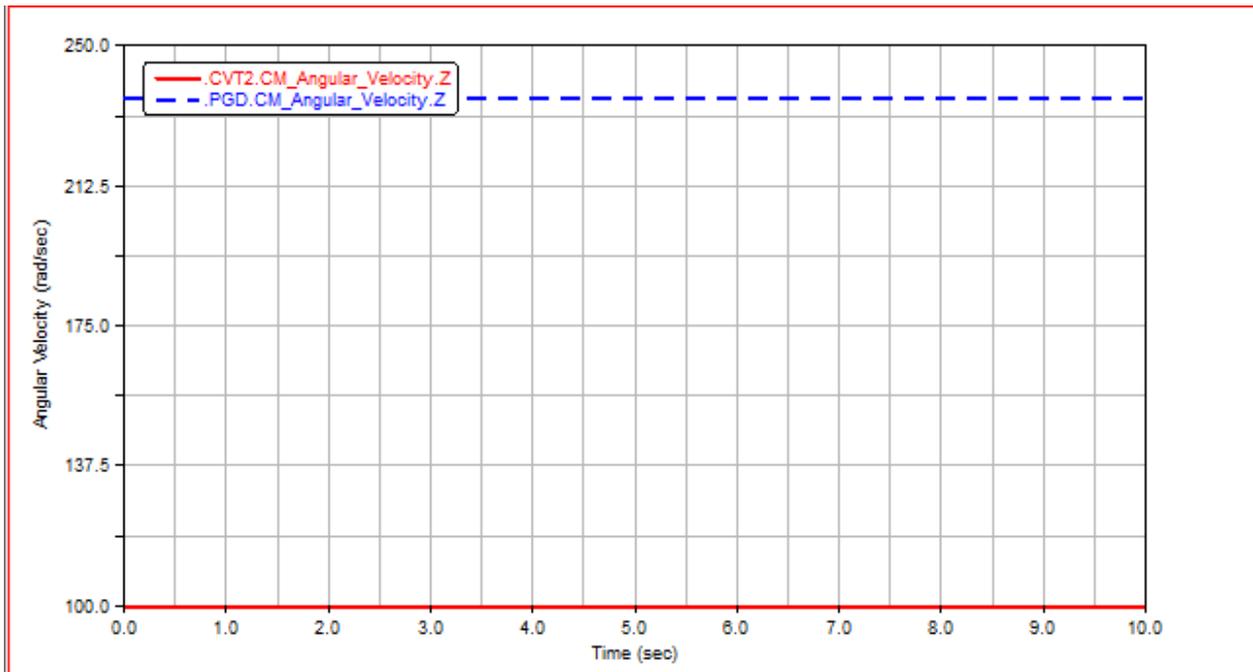


Figura 6.8 – ω salida y ω entrada de la PS-CVT para $\tau_{CVT\ min}$.

En la Fig 6.8 vemos en color rojo la velocidad angular a la entrada y en azul la velocidad angular a la salida, pudiéndose apreciar que la relación entre la salida y la entrada es de 2.36.

Por otro lado, si utilizamos ahora $\tau_{CVT\ max} = 1,5$, deberíamos de obtener $\tau_{PS-CVT\ min} = 0$.

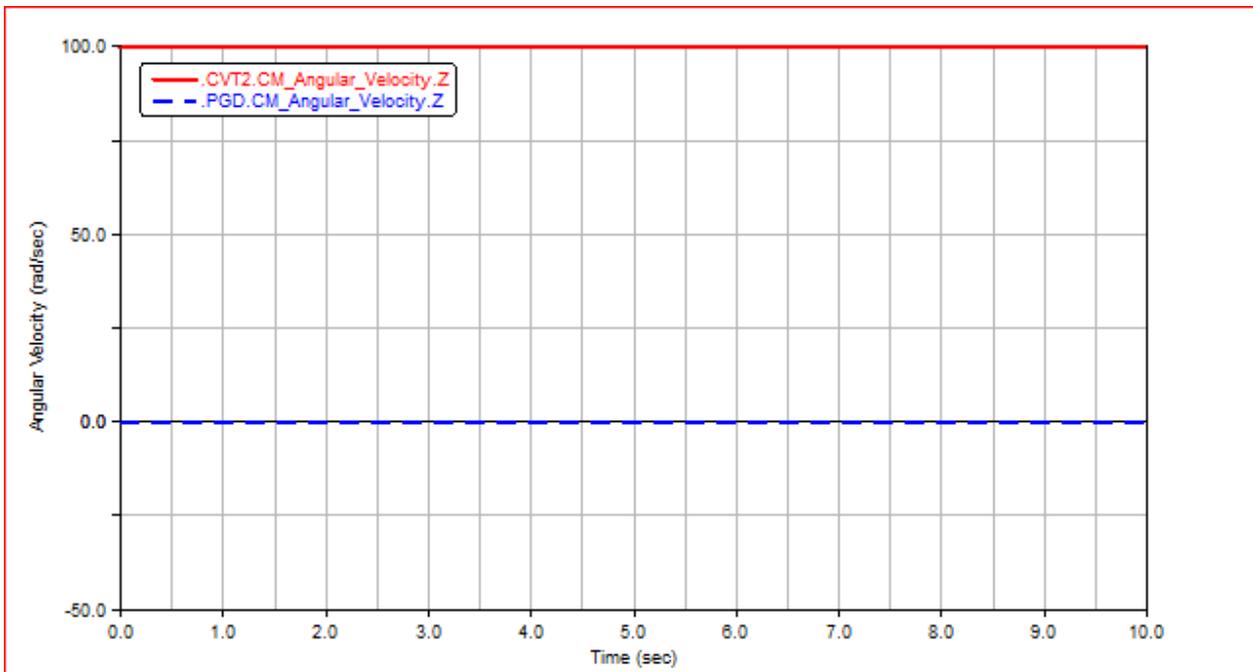


Figura 6.9 – ω salida y ω entrada de la PS-CVT para $\tau_{CVT\ max}$.

Nuevamente comprobamos que la relación entre la salida y la entrada es la misma que la calculada analíticamente.

Ahora que sabemos que el modelo es correcto cinemáticamente debemos comprobarlo también dinámicamente. Para ello hay que comprobar que las relaciones de potencia entre la PS-CVT y la CVT coinciden con las obtenidas analíticamente en la fig. 6.5.

Utilizando el postprocesador obtenemos primero la potencia que circula por la CVT. Para ello basta con multiplicar el par existente en el eje que conecta la CVT con la relación fija por la velocidad angular de la rueda de la CVT que conecta con dicho eje.

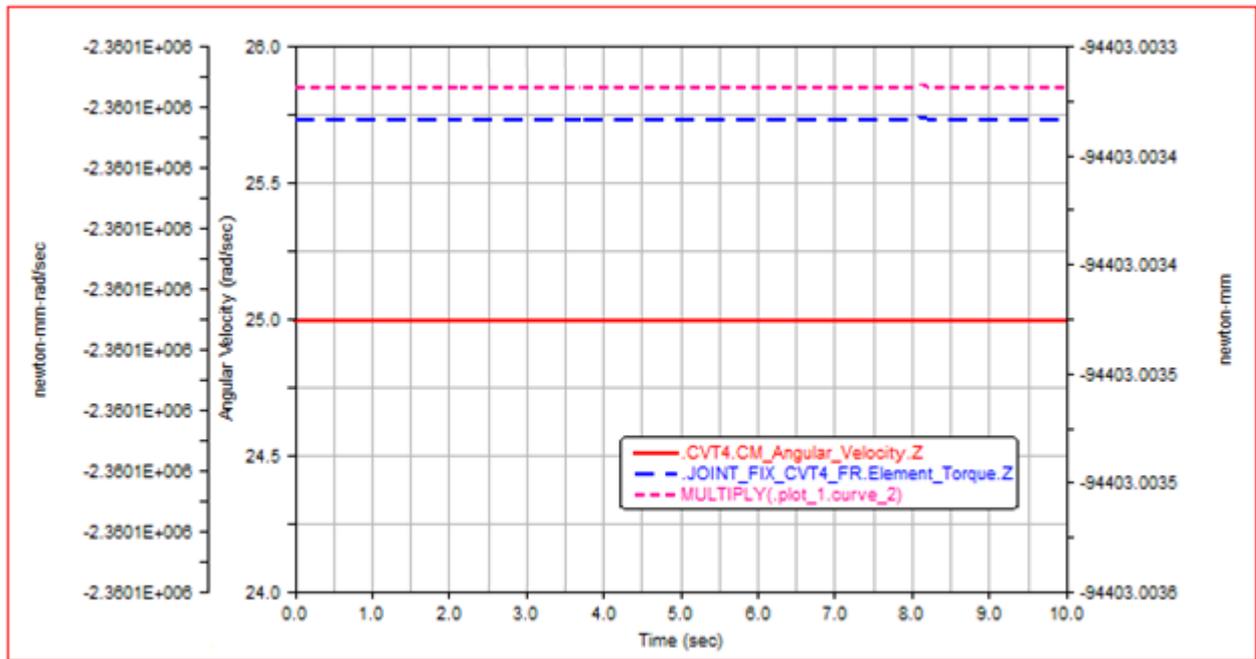


Figura 6.10 – Potencia de la CVT para $\tau_{CVT min}$.

En la figura 6.10 se ha representado en rojo la velocidad angular de la rueda CVT4 (ver fig. 5.3), en color azul el par que se ejerce en la restricción entre la CVT y la relación fija y, en rosa, la potencia de la CVT.

Del mismo modo representamos ahora la potencia de la PS-CVT, que la obtenemos directamente del motor aplicado al modelo.

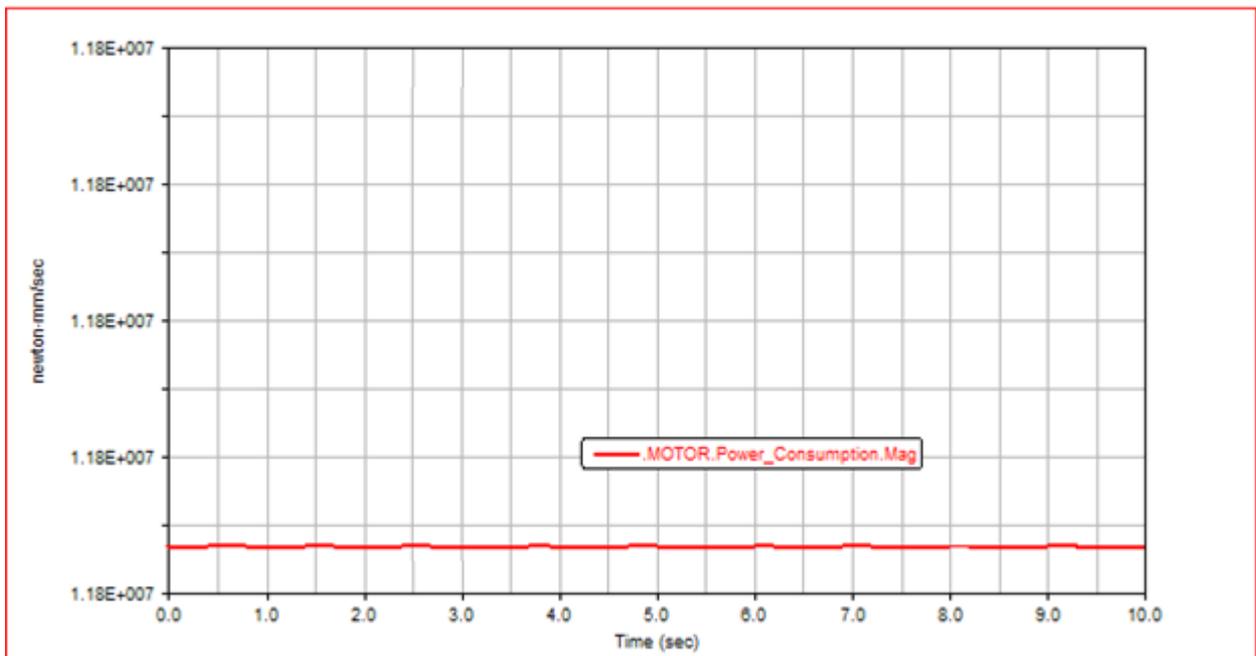


Figura 6.11 – Potencia de la PS-CVT para $\tau_{CVT min}$.

Dividiendo la potencia obtenida para la PS-CVT entre la de la CVT en valor absoluto obtenemos que la relación es cinco veces mayor, lo cual concuerda con el resultado obtenido analíticamente.

Si repetimos este proceso para diferentes relaciones de transmisión de la CVT obtenemos una gráfica prácticamente igual a la calculada analíticamente. En la figura 6.12 podemos ver la curva analítica en rojo con diez puntos superpuestos obtenidos con los datos del postprocesador de Adams.

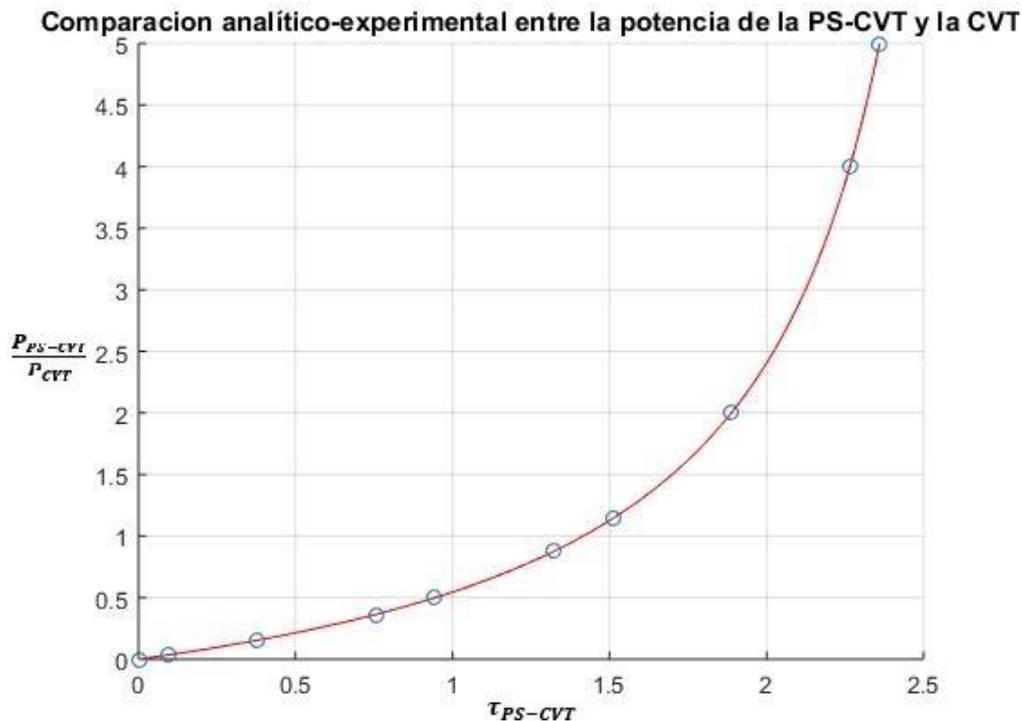


Figura 6.12 – Comparación analítico-experimental de la relación de potencias de la PS-CVT y la CVT.

Como podemos ver, los puntos obtenidos coinciden con la curva analítica, de modo que se puede confirmar que el cálculo realizado analíticamente es correcto tanto cinemática como dinámicamente.

6.4 La CVT dinámica inercial como alternativa

Una alternativa que se ha visto en el tercer punto de este documento es la CVT dinámica inercial, que podría ser un sustituto de la CVT por correa utilizada en nuestro diseño.

Tras realizar el modelado en Adams/View y posteriormente a la simulación nos encontramos con un problema. Este tipo de CVT está diseñado para transmitir potencia en un único sentido, de modo que con la configuración que se ha utilizado no es posible implementarlo al tener recirculación.

El mecanismo de regulación inercial necesita un movimiento oscilatorio que solo se aporta con el mecanismo de accionamiento que nos permite cambiar un giro unidireccional a uno oscilatorio y las ruedas libres hacen el efecto contrario. Si intentamos dirigir el movimiento en sentido inverso nos encontramos con las ruedas libres, que no nos permiten un movimiento oscilatorio para entrar en el sistema de regulación inercial. Además, por si fuera poco, a la salida tendríamos un balancín que no permite dar una vuelta completa.

Por lo tanto, llegamos a la conclusión de que utilizar la CVT dinámica inercial no es una buena idea en un sistema con recirculación como el que estamos estudiando.

7 VENTAJAS E INCONVENIENTES

Como ya hemos visto, existen grandes diferencias entre una PS-CVT y otros sistemas de transmisión más utilizados. Para evaluar estas diferencias a continuación se realiza un estudio de pros y contras de la PS-CVT con respecto a la transmisión de relación fija, que es la más utilizada actualmente.

7.1 Ventajas de la PS-CVT

- **Rendimiento máximo de par y potencia.**

Como se vio en la introducción, la diferencia más notable con respecto a la transmisión de relación fija es sin duda el máximo aprovechamiento de la potencia que aporta el motor. Al ser una transmisión continua podemos tener una infinidad de relaciones de transmisión, lo que permite utilizar la relación más adecuada en cada momento, aportando el par y la potencia que el vehículo necesita.

Con una transmisión de relación fija el conductor es quien decide cambiar la relación de transmisión y en la mayoría de los casos no lo hace a las condiciones adecuadas. Aun así, en el caso de que el propio conductor pudiera cambiar la relación en el momento exacto, al tener un número finito de marchas no se alcanzaría un rendimiento máximo en todo momento como ocurre con la PS-CVT.

- **Menor gasto de combustible.**

Teniendo en cuenta que el vehículo circula en todo momento aprovechando al máximo la potencia del motor está claro que el consumo de combustible será menor utilizando una PS-CVT.

- **Ayuda al medio ambiente.**

Evidentemente, al ser menor el gasto de combustible, ello conlleva una menor emisión de gases perjudiciales para el medio ambiente.

Aparentemente puede que la diferencia con respecto al uso de una relación de transmisión fija no parezca relevante, pero teniendo en cuenta el alto número de vehículos que existe, una reducción en la emisión de CO₂, por mínima que sea, es algo muy a tener en cuenta, sobre todo ahora que la contaminación y las energías renovables están a la orden del día.

- **Aceleración continua.**

Al poder cambiar la relación de transmisión de forma continua y automática nos olvidamos de los “tirones” provocados por el cambio de marcha de la transmisión de relaciones fijas al aumentar o disminuir la velocidad. Esto además aporta una mayor estabilidad y comodidad para el vehículo y el conductor.

- **Más económico.**

Por si la reducción en el gasto de combustible no fuera suficiente, la transmisión de tipo PS-CVT es más barata que una transmisión de relaciones fijas al utilizar un menor número de componentes.

- **Relaciones más altas.**

Al utilizar un divisor de potencia, el rango de relaciones de transmisión que obtenemos es mayor que si utilizáramos simplemente una CVT o si utilizamos una transmisión de relación fija. Esto permite llevar el motor menos revolucionado a altas velocidades.

7.2 Inconvenientes de la PS-CVT

- **Aparente falta de potencia.**

Una de las principales causas por las que la CVT no termina de tener éxito es la aparente falta de potencia. Cuando aceleramos un vehículo con transmisión de relaciones fijas somos conscientes al cambiar de marcha de ese aumento de potencia porque el coche responde con una brusca sacudida. En el caso de una PS-CVT, al tener relaciones de transmisión continua no se producen este tipo de sacudidas lo cual nos hace pensar que la potencia no es la misma.

Efectivamente, la potencia que son capaces de transmitir ambos sistemas de transmisión es la misma, de hecho existen otros medio de transporte como pueden ser barcos, tanques o trenes que llegan a transmitir hasta 1.000 CV utilizando transmisiones continuas.

- **Revisiones y mantenimiento más frecuentes y caros.**

El elemento central de la PS-CVT no deja de ser una transmisión por correa, que es un elemento que transmite el movimiento y la potencia por fricción. Ello da lugar a la necesidad de un mayor número de revisiones y mantenimientos más caros y frecuentes.

A ello hay que añadir que, por lo general, ante una rotura de la cadena de la CVT o el simple riesgo de rotura es necesario cambiar la transmisión por completo, lo cual supone un gasto económico importante.

- **Vehículos comercializables hasta gama media-alta.**

Como se ha dicho en el punto anterior, el problema de la aparente falta de potencia conlleva a que los compradores se decanten más por vehículos de marchas fijas para gamas altas. Si a ello añadimos que el coste de revisiones, mantenimiento o recambio es todavía mayor cuanto mejor sea el vehículo llegamos a la conclusión de que no es rentable producir coches de gama alta con este tipo de transmisión.

- **Sonido incómodo al acelerar.**

Al acelerar el vehículo se escucha un ruido durante los primeros dos o tres segundos que puede resultar incómodo. En general una transmisión de relación fija es menos ruidosa que una PS-CVT.

- **Conducción más monótona.**

Otro aspecto a tener en cuenta es que en un coche automático tenemos dos pedales (freno y acelerador) y no tenemos palanca de cambio, con lo cual la conducción se hace mucho más monótona al consistir únicamente en pisar dos pedales.

8 CONCLUSIONES

Se ha realizado un estudio sobre las distintas configuraciones posibles para la PS-CVT, así como el cálculo analítico y modelado para un vehículo en concreto.

Gracias al estudio de las configuraciones y tipos hemos podido concluir que la circulación de potencia es algo muy importante a la hora de elegir un diseño.

Si escogemos una configuración tipo I obtenemos un sistema para el cual las mejoras se hacen cada vez más notables a medida que aumentamos la relación de transmisión. Por el otro lado tenemos la configuración de tipo II que, al contrario que la de tipo I, las mejoras aparecen con relaciones de transmisión más bajas.

También hemos visto que es posible combinar ambas configuraciones aprovechando así las ventajas que aportan tanto una, para altas relaciones de transmisión, como la otra, para bajas relaciones de transmisión. Sin embargo, se han considerado que las ventajas que aporta dicho sistema no supera las desventajas que conlleva realizar este modelo tipo I-II.

Teniendo en cuenta las características ya citadas de cada configuración y las características del vehículo que hemos escogido, el BMW Serie 1, hemos optado por elegir una configuración de tipo I.

Una vez seleccionado el tipo de PS-CVT que queremos diseñar, se han realizado los cálculos analíticos, obteniendo los siguientes valores:

$$\begin{aligned}\tau_{PS-CVT \min} &= 0 \\ \tau_{PS-CVT \max} &= 2,36 \\ \tau_{CVT \min} &= 0,25 \\ \tau_{CVT \max} &= 1,5 \\ \tau_{FR} &= 1,0306 \\ \tau_{PG} &= 2,8320\end{aligned}$$

Donde cabe destacar:

- Se ha optado por una $\tau_{PS-CVT \min} = 0$ porque de esta forma eliminamos el embrague.
- La PS-CVT tiene un rango mayor que la CVT, que es lo que se pretende añadiendo el divisor de potencia, aumentar las relaciones de transmisión.
- Con el divisor de potencia calculado conseguimos que la potencia recirculada por la CVT sea del 20%, lo cual supone una mejora considerable teniendo en cuenta que la CVT es el elemento con más pérdidas mecánicas debido a la fricción.

De modo que se puede decir que el efecto producido por el divisor de potencia es el que se esperaba conseguir.

Una vez finalizado el cálculo analítico se ha realizado el modelado para realizar una comparación entre ambos y confirmar que no hay errores. El resultado obtenido de la comparación confirma que el cálculo analítico se corresponde con el modelo, como podemos ver en la figura 6.12.

Por último, una vez comprobado que el diseño de este tipo de transmisión es perfectamente realizable y aplicable a un vehículo se ha hecho un balance de ventajas e inconvenientes sobre el uso de la PS-CVT frente a la transmisión de relaciones fijas, que es la más utilizada en la actualidad.

Teniendo en cuenta las ventajas y desventajas citadas en el apartado 7 se ha considerado que la PS-CVT puede llegar a ser una buena alternativa a las transmisiones actuales puesto que aprovechan al máximo la potencia del motor y en ingeniería es lo que se busca constantemente, una mejora del rendimiento en todos los sentidos.

Es cierto que las revisiones, mantenimiento y posibles averías de esta transmisión pueden ser más caros que los de una transmisión de relaciones fijas, pero a la larga, teniendo en cuenta que es un sistema más fácil de producir y, sobre todo, el ahorro de combustible, la opción PS-CVT puede llegar a ser una buena opción como alternativa a las transmisiones actuales.

Anexo I: Dinámica longitudinal BMW Serie 1

Para diseñar la PS-CVT es necesario conocer la potencia y el par que harán falta para mover el vehículo sin problemas. Para ello aplicaremos la dinámica longitudinal al vehículo que hemos seleccionado, un BMW Serie 1.

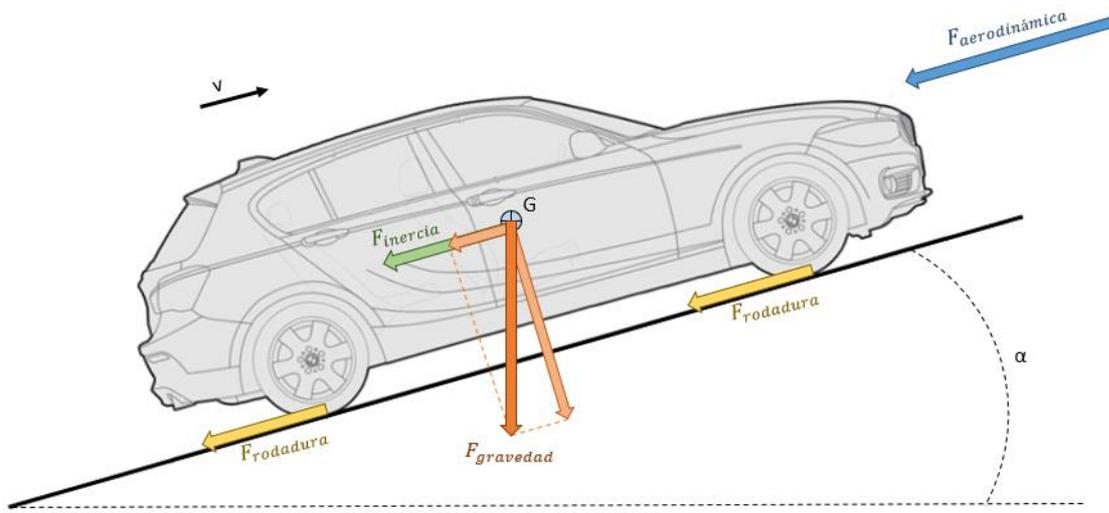


Figura 9.1 – Dinámica longitudinal BMW Serie 1, Ref [13] y propia.

Fuerza resistiva

Como podemos ver en la imagen, para obtener la fuerza resistiva total que actúa en nuestro coche tendremos que sumar la acción conjunta de cuatro fuerzas:

- Fuerza aerodinámica
- Fuerza de gravedad
- Fuerza de rodadura
- Fuerza de inercia

Quedando, por tanto:

$$F_{res} = F_{aerodinámica} + F_{gravedad} + F_{rodadura} + F_{inercia}$$

Fuerza aerodinámica:

Engloba las fuerzas resistivas que ejerce el viento sobre el vehículo.

$$F_{aero} = \rho_{aire} C_d A_f \frac{v^2}{2}$$

Donde ρ_{aire} es la densidad del aire, que a 1 atm y 20° C vale 1,2 Kg/m³ y el valor del coeficiente de arrastre C_d viene dado por la siguiente gráfica:

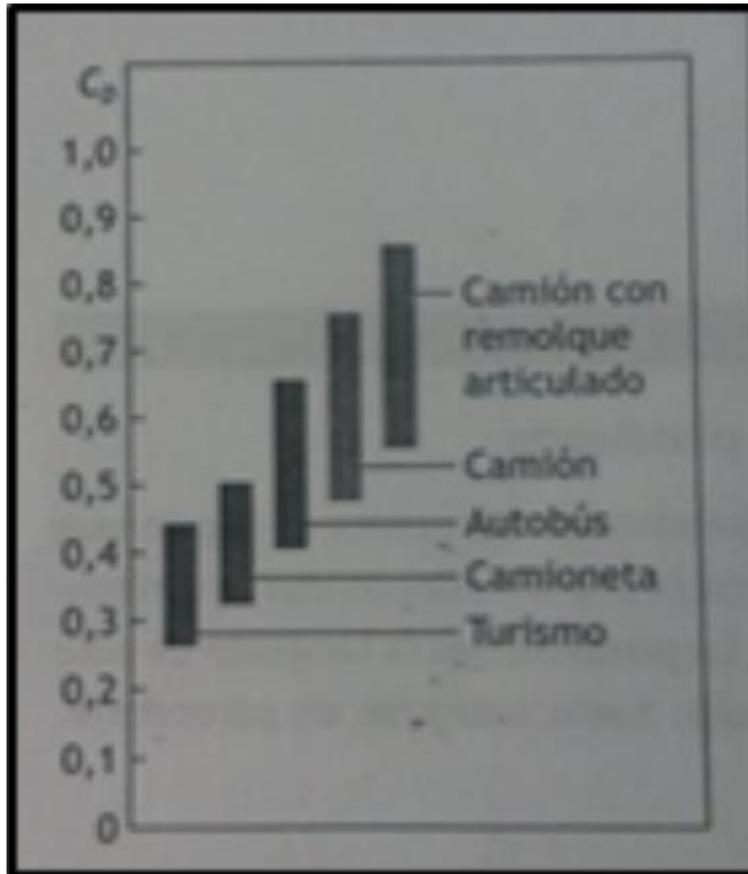


Figura 9.2 – Coeficiente de arrastre según el tipo de vehículo.

Fuerza gravedad:

Fuerza debida al peso del propio vehículo. Dependerá del ángulo de la pendiente que tenga que subir el vehículo.

$$F_g = mg \sin \alpha$$

Fuerza rodadura:

Es una fuerza de rozamiento que se opone al giro de la rueda del vehículo debido a la fricción entre el neumático y el suelo.

$$F_{rod} = f_r N = f_r mg \cos \alpha$$

El coeficiente de fricción entre el neumático y el suelo viene dado por la siguiente tabla:

Neumático	Wong (v en km/h)	Gillespie (v en millas /h)
Radial Turismo	$f_r=0,0136+0,04 \times 10^{-6} v^2$	
Diagonal Turismo	$f_r=0,0169+0,19 \times 10^{-6} v^2$	
Radial Camión	$f_r=0,006+0,23 \times 10^{-6} v^2$	$f_r=(0,0041+0,000041 v) C_h$
Diagonal Camión	$f_r=0,007+0,45 \times 10^{-6} v^2$	$f_r=(0,0066+0,000046 v) C_h$

$C_h=1,0$ para hormigón
 $C_h=1,2$ para asfalto
 $C_h=1,5$ para asfalto en verano

Figura 9.3 – Coeficiente de fricción según el tipo de neumático.

Fuerza de inercia:

Es la fuerza producida a causa de la aceleración del vehículo.

$$F_i = m a = m \frac{dv}{dt}$$

Momento resistivo

Teniendo en cuenta la fuerza resistiva podemos obtener el momento resistivo en el eje de las ruedas. Para calcular el momento basta con multiplicar la fuerza resistiva, aplicada en el punto de contacto entre el suelo y la rueda, por el radio de la misma.

$$M_{res\ eje} = F_{res} R$$

Este momento resistivo es el que tendríamos que aplicar en el eje de las ruedas, pero a nosotros nos interesa el momento justo a la salida de la transmisión. Para obtener dicho momento tendremos que tener en cuenta la relación del diferencial, que es el encargado de cambiar el giro longitudinal que obtenemos de la transmisión a un giro transversal del eje de las ruedas.

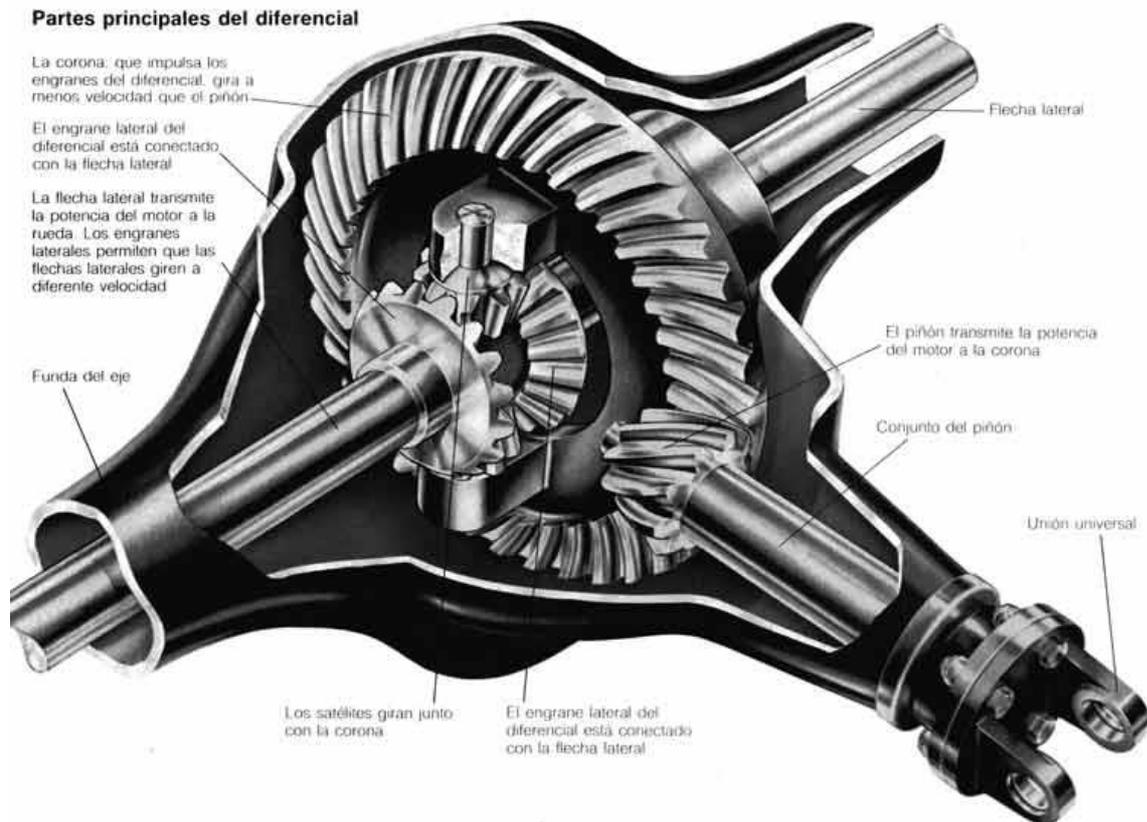


Figura 9.4 – Diferencial de un vehículo.

La relación entre el par y la relación del diferencial viene dada por:

$$\frac{Par_{salida}}{Par_{entrada}} = \frac{1}{r_{dif}}$$

Por lo tanto, el momento resistivo a la salida de la transmisión sería:

$$\frac{M_{res\ eje}}{M_{res\ trans}} = \frac{1}{r_{dif}} \rightarrow M_{res\ trans} = M_{res\ eje} r_{dif}$$

Sustituyendo todas las componentes queda:

$$M_{res\ trans} = (\rho_{aire} C_d A \frac{v^2}{2} + mg \sin \alpha + f_r mg \cos \alpha + m \frac{dv}{dt}) R r_{dif}$$

Como en la ecuación estamos calculando el momento resistivo a la salida de la transmisión, no podemos utilizar la velocidad lineal, tenemos que usar la velocidad angular que llevará el eje de la transmisión a la salida.

Para ello sabemos que la relación entre la velocidad lineal y la angular de la rueda es la siguiente:

$$v = \omega_{eje} R$$

Y la relación entre el eje de la rueda y el eje de la transmisión viene dada por:

$$\frac{\omega_{salida}}{\omega_{entrada}} = r_{dif}$$

Por lo tanto, nos queda que:

$$r_{dif} = \frac{\omega_{eje}}{\omega_{trans}} \rightarrow \omega_{eje} = \omega_{trans} r_{dif}$$

Uniendo ambas relaciones:

$$v = \omega_{trans} r_{dif} R$$

De modo que ya podemos escribir la ecuación del momento resistivo en función de la velocidad angular del eje de la transmisión.

$$M_{res\ trans} = (\rho_{aire} C_d A R^2 r_{dif}^2 \frac{\omega_{trans}^2}{2} + mg \sin \alpha + f_r mg \cos \alpha + m \frac{dv}{dt}) R r_{dif}$$

Donde la aceleración la obtenemos suponiendo unas condiciones iniciales y finales para la velocidad y el tiempo.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Una vez conocido el momento resistivo total podemos calcular la potencia necesaria a la salida de la transmisión.

$$P = M\omega$$

Ahora solo nos queda sustituir en las ecuaciones los valores para nuestro vehículo.

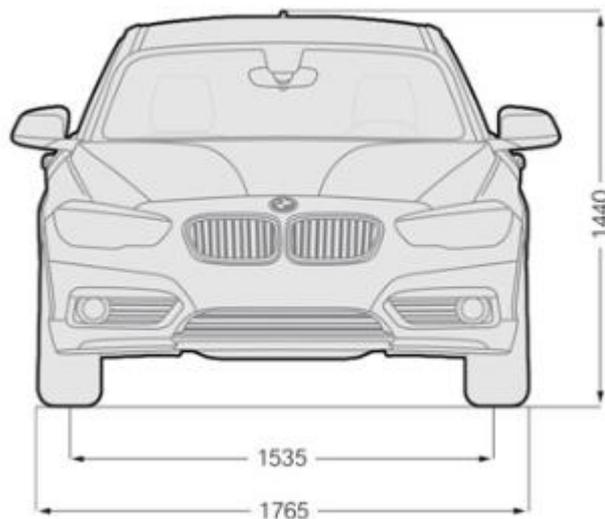


Figura 9.5 – Dimensiones frontales BMW Serie 1, Ref [13].

Según las dimensiones de la figura X.5, el área frontal del vehículo es $A = 2,5416 \text{ m}^2$.

La relación del diferencial para el BMW Serie 1 es $r_{dif} = 1/3,07 = 0,3257$.

El coeficiente de arrastre es $C_d = 0,31$.

De la ficha técnica del coche obtenemos los valores que nos faltan.

Consumo		Motor	
Consumo urbano en l/100	6,2 [5,9]	Cilindros/válvulas	3/4
Consumo extraurbano en l/100 km	4,3 [4,2]	Cilindrada (cm ³)	1499
Consumo combinado en l/100 km	5,0 [4,8]	Diámetro/carrera (mm)	94,6/82,0
Emisiones máx. de CO ₂ en g/km	126,0 [122,0]	Potencia máxima en KW (CV) a 1/min rev.	100 (136)/4400
Emisiones mín. de CO ₂ en g/km	116,0 [112,0]	Par máximo en Nm a 1/min rev.	220/1250-4300
Capacidad del depósito (Aprox.) en l	52	Ratio de compresión 1 :	11,0:1
Rendimiento		Neumáticos	
Velocidad máxima en km/h	210 [210]	Dimensiones de los neumáticos delanteros	195/55 R16 87 H [195/55 R16 87 H]
Aceleración 0-100km/h en s	8,5 [8,7]	Dimensiones de los neumáticos traseros	195/55 R16 87 H [195/55 R16 87 H]
Elasticidad 80-120 km/h en cuarta/quinta marcha en s	-/10,6	Dimensiones de las llantas delanteras	6,5J x 16 St
		Dimensiones de las llantas traseras	6,5J x 16 St
Peso			
Peso vacío UE en kg	1380 [1395]		
Peso total admisible en kg	1870 [1885]		
Carga máxima en kg	Carga máxima en kg manual565 [Carga máxima en kg automático565]		
Carga máxima por eje delantero/trasero en kg	865/1090 [865/1090]		

Figura 9.6 – Ficha técnica BMW Serie 1, Ref [13].

Para el peso vamos a utilizar el peso total admisible que aparece en la ficha técnica, de este modo nos aseguraremos de que si el vehículo va cargado podrá moverse sin problema. Por lo tanto, nos queda $m = 1870 \text{ kg}$.

El coeficiente de fricción lo obtendremos de la figura X.3 para un vehículo tipo turismo con neumático radial. $f_r = 0,0136 + 0,04 \cdot 10^{-6}v^2$

El radio de la rueda también lo cogemos de la ficha técnica, que nos dice que tienen un diámetro de 16 pulgadas, lo que equivale a un radio $R = 0,2032 \text{ m}$.

Una vez tenemos todas las constantes solo queda simular con diferentes valores para la velocidad lineal, velocidad angular a la salida de la transmisión, aceleración y pendiente de la carretera, que son las variables.

Por ejemplo, suponiendo una pendiente del 10%, a una velocidad media de 10 Km/h y una aceleración de 0 a 20 Km/h en 1.5 segundos las variables (α , v , ω_{trans} , a) quedan:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{10}{100}\right) = 5.7106^\circ$$

$$v = 10 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

$$\omega_{trans} = \frac{v * 1000}{60 * R * 2\pi * r_{dif}} = 400.7997 \text{ rpm}$$

Para el cálculo de la aceleración pasamos la velocidad a m/s:

$$20 \frac{Km}{h} = 5.555 \frac{m}{s}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5.555 - 0}{1.5} = 3.7037 \frac{m}{s^2}$$

Sustituyendo en la ecuación del par resistivo obtenemos:

v media [Km/h]	Pendiente [°]	Δv [Km/h]	Δt [s]	a [m/s ²]	ω trans. media [rpm]	M Res. Trans. [Nm]
10	5,7106	De 0 a 20	1,5	3,7037	400,7997	596,1072

Tabla 9.1 – Resultado analítico del par resistivo máximo a la salida de la transmisión.

Si representamos en función de ω_{trans} para estas condiciones se obtienen las siguientes curvas:

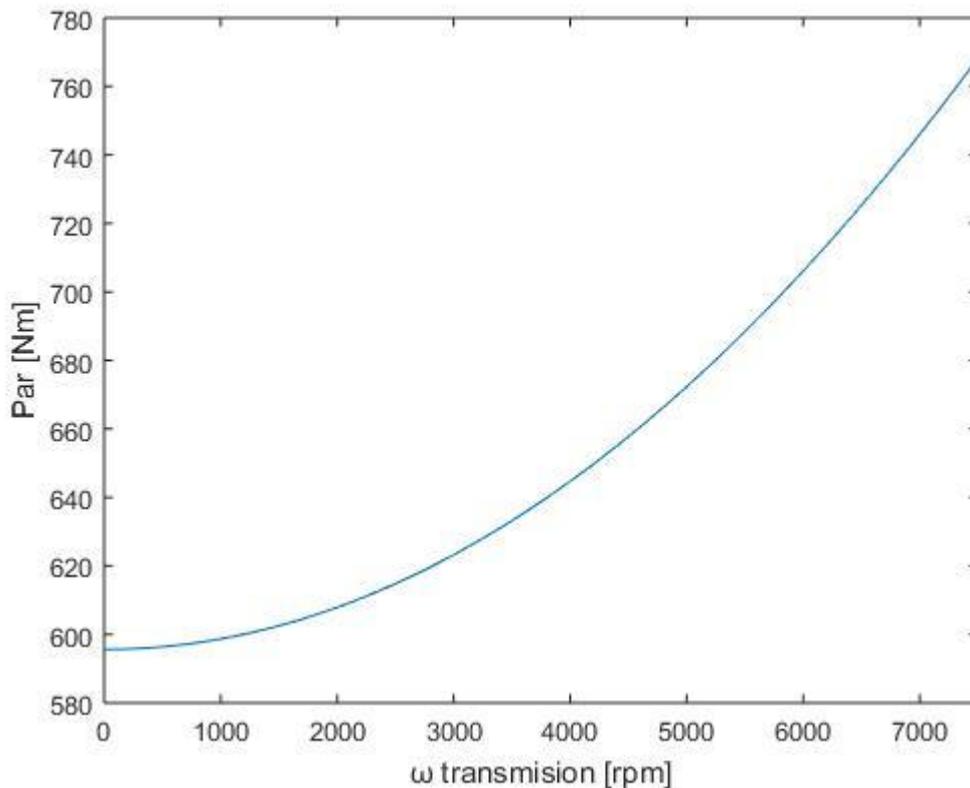


Figura 9.7 – Relación entre el par y la velocidad angular de la transmisión.

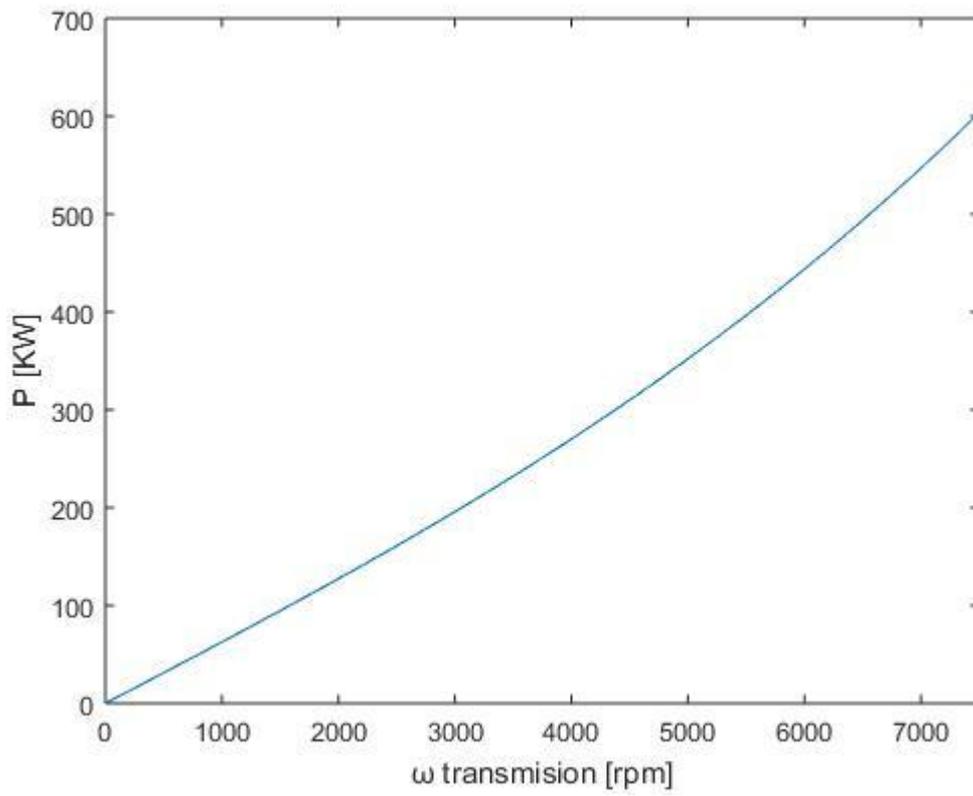


Figura 9.8 – Relación entre la potencia y la velocidad angular de la transmisión.

10 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Bottiglione, F.; Mantriota, G., 2008, “*MG-IVT: An Infinitely Variable Transmission With Optimal Power Flows*”, J. Mech. Des. Vol. 130(11), 112603.
- [2] Bottiglione, F.; Mantriota, G., 2011, “*Reversibility of Power-Split Transmissions*”, J. Mech. Des. Vol. 133, 084503.
- [3] Schembri Volpe, S.; Carbone, G.; Napolitano, M.; Sedoni, E., 2009, “*Design Optimization of Input and Output Coupled Power Split Infinitely Variable Transmissions*”, J. Mech. Des. Vol. 131, 111002.
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Continuously_variable_transmission Última visita 10/05/2017
- [5] <http://www.thetruthaboutcars.com/2016/06/piston-slap-justy-fied-freestylin-cvts-part-vii>
- [6] <https://es.wikipedia.org/wiki/Daimler-Benz>
- [7] https://en.wikipedia.org/wiki/Milton_Reeves
- [8] <http://www.diariomotor.com/2008/09/17/la-transmission-variable-continua-cvt-esa-grandesconocida/>
- [9] https://es.wikipedia.org/wiki/Carl_Benz
- [10] https://es.wikipedia.org/wiki/Benz_Patent-Motorwagen
- [11] https://es.wikipedia.org/wiki/Gottlieb_Daimler#Aportes
- [12] https://en.wikipedia.org/wiki/Daimler_Reitwagen
- [13] <http://www.bmw.es/home/vehiculos/serie-1/cincopuertas/2015/datos-tecnicos.html>
- [14] <https://www.facebook.com/notes/ingenier%C3%ADaDa-automotriz-colombia/como-calcularelaciones-y-velocidad/578344382231433/>
- [15] <http://www.gizmology.net/cvt.htm>
- [16] <https://prezi.com/cgrfgf7zqygq/transmission-cvt-toroidal/>
- [17] https://en.wikipedia.org/wiki/Hub_van_Doorne
- [18] <https://en.wikipedia.org/wiki/Variomatic>
- [19] https://en.wikipedia.org/wiki/Subaru_Justy
- [20] https://en.wikipedia.org/wiki/Volvo_300_Series
- [21] <https://en.wikipedia.org/wiki/Multitronic>

[22] <http://autastec.com/blog/historia-automovil/daf-variomatic/>

[23] http://products.bosch-mobility-solutions.com/en/de/specials/specials_powertrain/technologies_for_modern_cvt_transmissions/technologies_for_modern_cvt_transmissions_1.html#

[24] http://www.nissan-global.com/PDF/tcvt_e.pdf

[25] Mangialardi, L., and Manriota, G., 1999, “*Power Flows and Efficiency in Infinitely Variable Transmissions*,” *Mech. Mach. Theory*, 34_7_, pp. 973–994.