

# Trabajo Fin de Grado

## Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

### Estimador de estado robusto de subestaciones

Autor: Vimal Sreedharan Sreedharan

Tutores: Catalina Gómez Quiles

Antonio Gómez Expósito

Dep. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

# **Estimador de estado robusto de subestaciones**

Autor:

Vimal Sreedharan Sreedharan

Tutores:

Catalina Gómez Quiles

Profesora contratada doctora

Antonio Gómez Expósito

Catedrático de universidad

Dep. de Ingeniería Eléctrica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Grado: Estimador de estado robusto de subestaciones

Autor: Vimal Sreedharan Sreedharan

Tutores: Catalina Gómez Quiles

Antonio Gómez Expósito

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

*A todos mis seres queridos*

*A mí mismo*





# Resumen

---

Este proyecto se ha realizado con el propósito de diseñar un estimador de estado robusto de redes eléctricas, es decir, aquel que devuelve unos valores de tensiones y fases iguales o parecidos a los del estado exacto de la red aun existiendo alguna perturbación.

Los datos iniciales del estudio lo conforman las desviaciones típicas de los aparatos de medida y los parámetros característicos de la red junto a los fasores de tensión que definen su estado exacto. Estos datos se obtienen directamente de unos ficheros de texto del IEEE [1].

En primer lugar se ha explicado aquel estimador de estado que más se utiliza convencionalmente y respecto al cual se ha comparado el nuevo. Seguidamente, se han expuesto aquellas condiciones que un problema de estimación de estado tiene que cumplir para ser resuelto. A continuación, se ha hablado sobre el funcionamiento del nuevo estimador y sus módulos.

Finalmente, se han llevado a cabo una serie de pruebas con el objetivo de demostrar cuál de los dos estimadores es más fiable. A raíz de los resultados, se han citado las ventajas e inconvenientes de un estimador frente a otro, así como las posibles líneas futuras del nuevo estimador.



# Abstract

---

The main objective of this project is designing a robust state estimator of electrical networks. This new estimator returns bus voltage phasors that have to be similar to the exact state in spite of all the possible unexpected events.

This research's initial data are composed by the standard deviation of measurement devices, network parameters and exact bus voltage phasors. All this information has been directly obtained from the IEEE text files [1].

First of all, the conventional state estimator needs to be explained in order to compare our estimator with the most used one. Then, we have exposed all the conditions that any state estimation problem must fulfill. Next, both the robust estimator's operating mode and its functions have been detailed.

Finally, we have carried out several tests to find out which estimator is the most reliable one. As a consequence, the project ends up with all the advantages and disadvantages of our estimator, as well as its visions towards the future.

# Índice

---

|   |            |
|---|------------|
| <b>Resumen</b>  | <b>ix</b>  |
| <b>Abstract</b>   | <b>xi</b>  |
| <b>Índice</b>   | <b>xii</b> |
| <b>Índice de Tablas</b>   | <b>xiv</b> |
| <b>Índice de Figuras</b>  | <b>xvi</b> |
| <b>Notación</b>   | <b>xix</b> |
| <b>1 Introducción</b>   | <b>11</b>  |
| <b>2 Estimador de estado convencional</b>   | <b>13</b>  |
| 2.1. <i>Función objetivo</i>  | 13         |
| 2.1 <i>Algoritmo del estimador de estado convencional</i>                                 | 14         |
| <b>3 Requisitos de resolución para problemas de estimación de estado</b>                  | <b>17</b>  |
| 3.1 <i>Observabilidad</i>   | 17         |
| 3.1.1 Dependencia de los flujos de potencia con las variables de estado                   | 17         |
| 3.1.2 Dependencia de las inyecciones de potencia con las variables de estado              | 18         |
| 3.1.3 Simplificación de las expresiones de los flujos e inyecciones de potencia           | 19         |
| 3.1.4 Ejemplos de determinación de la observabilidad de un sistema                        | 19         |
| <b>4 Estimador de estado robusto</b>  | <b>27</b>  |
| 4.1 <i>Generación de escenarios redundantes</i>   | 30         |
| 4.2 <i>Generación de subsistemas radiales.</i>  | 32         |
| 4.3 <i>Generación de caminos críticos en alta redundancia</i>                             | 32         |
| 4.3.1 Puesta de magnitudes  | 35         |
| 4.3.2 Intercambios de flujos de potencia activa y reactiva                                | 36         |
| 4.3.3 Intercambios de flujos de potencia activa y reactiva con inyecciones                | 43         |
| 4.4 <i>Generación de caminos críticos en baja redundancia</i>                             | 45         |
| 4.5 <i>Obtención de resultados</i>  | 47         |
| 4.5.1 Versión 1: RSE con mediana centralizada aplicada a las tensiones y fases            | 47         |
| 4.5.2 Versión 2: RSE con mediana localizada en cada nudo aplicada a sus tensiones y fases | 49         |
| 4.5.3 Versión 3: RSE con mediana localizada en cada nudo aplicada a sus residuos          | 50         |
| <b>5 Pruebas de funcionamiento</b>  | <b>53</b>  |
| 5.1 <i>Pruebas en baja redundancia</i>  | 56         |
| 5.1.1 Comparativa de las versiones  | 56         |
| 5.1.2 Medidas con ruido gaussiano $\sigma$ y $2\sigma$                                    | 58         |
| 5.1.3 Medidas 2 BD localizadas al 20% y 50%   | 62         |
| 5.1.4 Medidas 3 BD localizadas al 20% y 50%   | 69         |
| 5.2 <i>Pruebas en alta redundancia</i>  | 76         |
| 5.2.1 Medidas con ruido gaussiano $10\sigma$  | 77         |
| 5.2.2 Medidas BD aleatoriamente distribuidas  | 79         |

|          |                                      |           |
|----------|--------------------------------------|-----------|
| 5.3      | <i>Pruebas locales</i>               | 86        |
| 5.3.1    | Pruebas locales en subsistema 1      | 87        |
| 5.3.2    | Pruebas locales en subsistema 2      | 90        |
| <b>6</b> | <b>Conclusiones y líneas futuras</b> | <b>95</b> |
|          | <b>Referencias</b>                   | <b>97</b> |
|          | <b>Glosario</b>                      | <b>99</b> |

# ÍNDICE DE TABLAS

---

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabla 3-1.</b> Observabilidad ejemplo 3-1   | 20 |
| <b>Tabla 3-2.</b> Observabilidad ejemplo 3-2   | 21 |
| <b>Tabla 3-3.</b> Observabilidad ejemplo 3-3   | 23 |
| <b>Tabla 3-4.</b> Observabilidad ejemplo 3-4   | 24 |
| <b>Tabla 3-5.</b> Observabilidad ejemplo 3-5   | 25 |
| <b>Tabla 4-1.</b> Distribución de la matriz de medidas   | 30 |
| <b>Tabla 4-2.</b> Correspondencia entre magnitudes y tipos de medida   | 31 |
| <b>Tabla 4-3.</b> Correspondencia entre magnitudes y desviaciones estándar   | 31 |
| <b>Tabla 5-1.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con ruido estándar   | 58 |
| <b>Tabla 5-2.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con doble ruido estándar                                     | 59 |
| <b>Tabla 5-3.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con $\sigma$                                   | 61 |
| <b>Tabla 5-4.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con $2\sigma$                                  | 61 |
| <b>Tabla 5-5.</b> Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 2 BD localizados un 20% mayor al valor exacto   | 62 |
| <b>Tabla 5-6.</b> Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 2 BD localizados un 50% mayor al valor exacto.  | 63 |
| <b>Tabla 5-7.</b> 2 BD localizados introducido en cada estimación  | 65 |
| <b>Tablas 5-8.</b> BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 20%   | 66 |
| <b>Tablas 5-9.</b> BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 50%   | 68 |
| <b>Tabla 5-10.</b> Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 3 BD localizados un 20% mayor al valor exacto. | 69 |
| <b>Tabla 5-11.</b> Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 3 BD localizados un 50% mayor al valor exacto. | 70 |
| <b>Tabla 5-12.</b> BD localizados introducido en cada estimación   | 72 |
| <b>Tablas 5-13.</b> BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 20%  | 74 |
| <b>Tablas 5-14.</b> BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 50%  | 75 |
| <b>Tabla 5-15.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con 10 veces el ruido estándar                              | 77 |
| <b>Tabla 5-16.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con $10\sigma$                                | 78 |
| <b>Tabla 5-17.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con 24 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto           | 79 |
| <b>Tabla 5-18.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con 48 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto           | 80 |
| <b>Tabla 5-19.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con 60 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto           | 81 |
| <b>Tabla 5-20.</b> Errores de los estados estimados de la prueba con 72 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto           |    |

|  |    |
|--|----|
|  | 82 |
| <b>Tabla 5-21.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con 24 BD aleatorios al 20%                 | 84 |
| <b>Tabla 5-22.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con 48 BD aleatorios al 20%                 | 84 |
| <b>Tabla 5-23.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con 60 BD aleatorios al 20%                 | 85 |
| <b>Tabla 5-24.</b> “ <i>Bad data</i> ” encontrados por el SE durante la prueba con 72 BD aleatorios al 20%                 | 85 |
| <b>Tabla 5-25.</b> BD introducidos y eliminados (por el SE) en el subsistema 1   | 87 |
| <b>Tabla 5-26.</b> Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD activos en el subsistema 1   | 87 |
| <b>Tabla 5-27.</b> Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD reactivos en el subsistema 1 | 88 |
| <b>Tabla 5-28.</b> Errores de los estados estimados de las pruebas con BD activos y BD reactivos en el subsistema 1        | 89 |
| <b>Tabla 5-29.</b> BD introducidos y eliminados (por el SE) en el subsistema 2   | 90 |
| <b>Tabla 5-30.</b> Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD activos en el subsistema 2   | 91 |
| <b>Tabla 5-31.</b> Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD reactivos en el subsistema 2 | 92 |
| <b>Tabla 5-32.</b> Errores de los estados estimados de las pruebas con BD activos y BD reactivos en el subsistema 2        | 93 |

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 1-1.</b> Red de 14 nudos procedente del IEEE   | 11 |
| <b>Figura 2-1.</b> Diagrama de flujo del estimador convencional  | 15 |
| <b>Figura 3-1.</b> Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-1   | 20 |
| <b>Figura 3-2.</b> Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-2   | 21 |
| <b>Figura 3-3.</b> Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-3   | 22 |
| <b>Figura 3-4.</b> Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-4   | 24 |
| <b>Figura 3-5.</b> Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-5   | 25 |
| <b>Figura 4-1.</b> Comportamiento de la media y la mediana con medidas redundantes                     | 28 |
| <b>Figura 4-2.</b> Esquema del funcionamiento del RSE  | 29 |
| <b>Figura 4-3.</b> Red de tres nudos de baja redundancia   | 30 |
| <b>Figura 4-4.</b> Red de tres nudos de alta redundancia   | 30 |
| <b>Figura 4-5.</b> Partición de un sistema de 3 nudos en subsistemas                                   | 32 |
| <b>Figura 4-6.</b> Diagrama de flujo de la generación de caminos críticos en alta redundancia          | 34 |
| <b>Figura 4-7.</b> Jerarquía de puesta de magnitudes   | 35 |
| <b>Figura 4-8.</b> Generación de subvectores combinatoriales   | 36 |
| <b>Figura 4-9.</b> Caso base del problema de activa  | 36 |
| <b>Figura 4-10.</b> Elección de las potencias a intercambiar   | 37 |
| <b>Figura 4-11.</b> Ejemplo de camino crítico con intercambios de flujos de potencia                   | 37 |
| <b>Figura 4-12.</b> Módulo del intercambio de flujos de potencias reactivas                            | 38 |
| <b>Figura 4-13.</b> Módulo del intercambio de flujos de potencias activas                              | 39 |
| <b>Figura 4-14.</b> Ejemplo con las tensiones de los todos los nudos                                   | 40 |
| <b>Figura 4-15.</b> Ejemplo con la tensión de un solo nudo   | 40 |
| <b>Figura 4-16.</b> Ejemplo con tensiones de dos nudos, teniendo la del principal                      | 41 |
| <b>Figura 4-17.</b> Ejemplo con tensiones de dos nudos, sin tener la del principal y con el flujo Q1-3 | 41 |
| <b>Figura 4-18.</b> Ejemplo con tensiones de dos nudos, sin tener la del principal y con el flujo Q1-2 | 42 |
| <b>Figura 4-19.</b> Ejemplo con tensiones de dos nudos, sin tener la del principal e inobservable      | 42 |
| <b>Figura 4-20.</b> Ejemplo de camino crítico con intercambios de flujos de potencia                   | 43 |
| <b>Figura 4-21.</b> Módulo de intercambios de flujos con inyecciones de potencia                       | 44 |
| <b>Figura 4-22.</b> Diagrama de flujo de la generación de caminos críticos en baja redundancia         | 45 |
| <b>Figura 4-23.</b> Módulo de la puesta de Qij en baja redundancia                                     | 46 |
| <b>Figura 4-24.</b> Ejemplo del cálculo de la mediana de un vector                                     | 47 |
| <b>Figura 4-25.</b> Diagrama de flujo de la versión 1 del RSE  | 48 |










|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 4-26.</b> Diagrama de flujo de la segunda versión del RSE   | 49 |
| <b>Figura 4-27.</b> Subsistema de 3 nudos en baja redundancia   | 50 |
| <b>Figura 4-28.</b> Diagrama de flujo de la versión 3 del RSE   | 51 |
| <b>Figura 4-29.</b> Módulo “mediana residuos” perteneciente a la versión 3 del RSE  | 52 |
| <b>Figura 5-1.</b> Diagrama de flujo de las pruebas con el RSE  | 54 |
| <b>Figura 5-2.</b> Diagrama de flujo de las pruebas con el SE   | 55 |
| <b>Figura 5-3.</b> Comparativa de los errores de las medidas estimadas de las tres versiones del RSE con el ruido estándar                                    | 56 |
| <b>Figura 5-4.</b> Comparativa de la media de los errores de las medidas estimadas de las tres versiones del RSE con 3 BD localizados al 50% del valor exacto | 57 |
| <b>Figura 5-5.</b> Comparación entre RSE y SE en pruebas con ruido $\sigma$ y $2\sigma$   | 60 |
| <b>Figura 5-6.</b> Comparación entre RSE y SE en pruebas con 2 BD localizadas al 20% y 50%.   | 64 |
| <b>Figura 5-7.</b> Comparación entre RSE y SE en pruebas con 3 BD localizadas al 20% y 50%.   | 71 |
| <b>Figura 5-8.</b> Comparación entre RSE y SE en pruebas con ruido $10\sigma$   | 78 |
| <b>Figura 5-9.</b> Comparación entre RSE y SE en todas las pruebas con BD aleatorios al 20%.  | 83 |



# Notación

---

|   |  |
|---|--|
| sen   | Función seno   |
| cos   | Función coseno   |
| $\partial$  | Derivada parcial   |
| WLS   | Weighted least squares (mínimos cuadrados ponderados)          |
| SE  | State estimator (estimador de estado convencional)             |
| RSE   | Robust state estimator (estimador de estado robusto)           |
| LF  | Load flow (flujo de cargas)                                    |
| BD  | Bad data   |
| BP  | Breakdown point  |
| MBP   | Maximum breakdown point  |
|  | Tensión medida en el nudo $i$ ( $V_i$ )                        |
|  | Flujo de ida de potencia activa medido ( $P_{ij}$ )            |
|  | Flujo de ida de potencia reactiva medido ( $Q_{ij}$ )          |
|  | Flujo de vuelta de potencia activa medido ( $P_{ji}$ )         |
|  | Flujo de vuelta de potencia reactiva medido ( $Q_{ji}$ )       |
|  | Inyección de potencia activa medida en el nudo $i$ ( $P_i$ )   |
|  | Inyección de potencia reactiva medida en el nudo $i$ ( $Q_i$ ) |



# 1 INTRODUCCIÓN

El concepto de estimación de estado en el contexto de la ingeniería eléctrica es sinónimo de calcular los fasores de tensión en cada nudo de la red. Contando con esa información, se es capaz de averiguar las condiciones de operación en tiempo real de un sistema eléctrico de potencia, las cuales son:

- Estado normal: la demanda es satisfecha y tanto los generadores como el resto de los equipos presentes en la red trabajan dentro de sus límites de operación. Dentro del estado normal se distinguen otros dos:
  - Estado seguro: ninguna contingencia podrá causar violaciones de límites de variables.
  - Estado de alerta: una o más variables sale de límites ante una o más contingencias.
- Estado de emergencia: la demanda es satisfecha pero una o más variables se encuentran fuera de límites en el estado de explotación actual.
- Estado de reposición: la demanda no es satisfecha en su totalidad.

Como consecuencia, en función del estado de operación se procederá a actuar sobre la red de una u otra manera.

Actualmente existen herramientas para estimar el estado de una red, las cuales reciben el nombre de “estimadores de estado”. Sin embargo, hallar los fasores de tensión con la suficiente fiabilidad no es una tarea trivial, puesto que a menudo se monitorizan en las redes un conjunto redundante de medidas. Además, el valor de dichas medidas se ve afectado por las desviaciones típicas que traen consigo los aparatos de medida. Por otro lado, es posible la aparición en la red de magnitudes medidas clasificadas como “*bad data*”, (BD) es decir, aquellas cuyo residuo normalizado  $rN$ , el cual sigue una normal  $N(0,1)$ , es mayor o igual que 3. Por tanto, un buen estimador de estado será aquel que consiga filtrar tanto el ruido como los BD, obteniendo el estado de la red más probable que mejor se ajuste al estado exacto.

En este trabajo se ha desarrollado un nuevo estimador de estado alternativo a los convencionales que tiene como misión lograr ser más robusto y menos susceptible al ruido y al BD para así obtener un estado estimado de mayor calidad. La red con la que se trabajará a lo largo del proyecto es la de 14 nudos del IEEE:

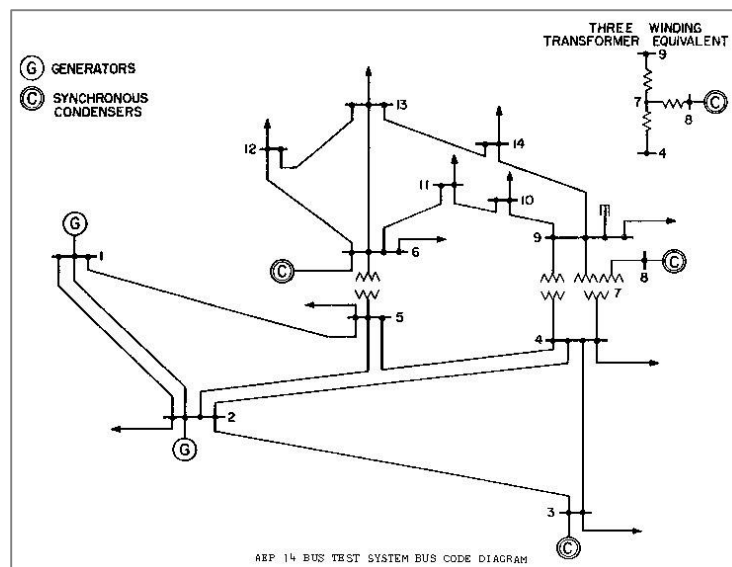


Figura 1-1. Red de 14 nudos procedente del IEEE

El esquema que se seguirá a lo largo de este escrito es el siguiente:

- 1) En primer lugar se explicará el estimador que más se usa de manera convencional, el cual utiliza el método de mínimos cuadrados ponderados (WLS). Usualmente se le llamará en este proyecto SE (“*state*

*estimator*”) para abreviar.

- 2) Posteriormente, se mencionarán los requisitos que debe tener un problema de estimación de estado para que sea resuelto.
- 3) Más adelante, se detallará el funcionamiento del nuevo estimador, el cual se denominará RSE (“*robust state estimator*”) para, nuevamente, abreviar. Antes de realizar una estimación de estado, se obtendrán las medidas exactas de tensiones y flujos e inyecciones de potencia activa y reactiva gracias a los datos de la red de 14 nudos aportados por unos ficheros de texto del IEEE [1]. Con todo esto se establecerán los dos siguientes escenarios con medidas redundantes:
  - Escenario de baja redundancia.
  - Escenario de alta redundancia.

Luego, para cada escenario, se generarán medidas realistas añadiendo ruido a las medidas exactas. Con el objeto de facilitar el estudio, se dividirá la red en subsistemas radiales y se determinarán todos los conjuntos de caminos críticos de cada uno.

- 4) Una vez que se tienen ambos estimadores listos, se harán diversas pruebas para ver cuál de los dos es más favorable. Los estudios se realizarán tanto en un escenario con baja redundancia como en uno de alta.
- 5) Por último, se recopilarán una serie de conclusiones finales en función de los resultados de las simulaciones. Básicamente se expondrán las ventajas y desventajas del estimador robusto frente al convencional. Asimismo, se hablará de las líneas futuras del nuevo estimador diseñado.

## 2 ESTIMADOR DE ESTADO CONVENCIONAL

El objetivo de la estimación de estado es determinar el estado más probable de un sistema según las magnitudes que son medidas. Una forma de conseguir esto es mediante el método de estimación por mínimos cuadrados ponderados (WLS), el cual es el más usado de manera convencional. Por este motivo, a lo largo de la memoria, cada vez que se hable de un estimador que use dicho método nos hemos referido a él como “estimador convencional”.

Cabe añadir que existen más métodos para realizar una estimación de estado además del WLS, como, por ejemplo, el método de estimación por máxima probabilidad (MLE) y formulaciones alternativas del WLS.

### 2.1. Función objetivo

La estimación convencional consistirá en reducir lo máximo posible el valor de los residuos de las medidas disponibles. La expresión de estos residuos está definida como:

$$r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i) \quad (2-1)$$

donde  $z_i$ : magnitud medida.

$\mu_i$ : esperanza o valor esperado de  $z_i$ ;  $\mu_i = E(z_i)$

El valor esperado  $E(z_i)$  de la medida  $z_i$  puede ser expresada como  $h_i(x)$ , una función no lineal que relaciona el vector de estado  $x$  del sistema (fasores de tensión) con la medida  $i$ -ésima.

No obstante, no todos los residuos se tienen en cuenta de la misma manera, ya que se ponderarán según el tipo de medida del que provengan. De este modo, el cuadrado de cada residuo  $r_i^2$  viene ponderado por los pesos  $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$ , los cuales están inversamente relacionados con la varianza de las medidas. Así pues, la varianza o desviación estándar  $\sigma_i$  representa el error en tanto por uno que comete un aparato de medida.

Por tanto, para hallar el estado del sistema en la estimación convencional se tendrá que minimizar la suma ponderada de los cuadrados de los residuos. En otras palabras, habrá que resolver el siguiente problema de optimización para el vector de estado  $x$ :

$$\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \quad (2-2)$$

$$\text{sujeto a} \quad z_i = h_i(x) + r_i \quad i = 1, \dots, m \quad (2-3)$$

donde  $m$ : número de medidas.

Una vez definido el problema a resolver, es necesario expresar la función objetivo (2-2) de forma que dependa exclusivamente de parámetros conocidos y del vector de estado  $x$ . Sustituyendo (2-3) en (2-2) y definiendo además  $W_{ii} = R_{ii}^{-1}$ , quedaría:

$$J(x) = \frac{\sum_{i=1}^m (z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] \quad (2-4)$$

En el mínimo, se tendrán que cumplir las condiciones de optimabilidad de primer orden. Estas pueden ser expresadas de forma compacta:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x) R^{-1} [z - h(x)] = 0 \quad (2-5)$$

donde  $H(x) = \left[ \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right]$

Desarrollando la función no lineal  $g(x)$  en serie de Taylor en torno al vector de estado  $x^k$ :

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0 \quad (2-6)$$

Despreciando los términos de orden alto, se obtendrá el modelo de ecuación iterativa del método de Gauss-Newton:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k) \quad (2-7)$$

donde  $k$ : índice de iteración.

$x^k$ : vector solución en la iteración  $k$ .

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k)$$

$$g(x^k) = -H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x^k)]$$

$G(x)$  recibe el nombre de matriz de ganancia. Es dispersa, positiva definida y simétrica siempre y cuando el sistema sea completamente observable. El concepto de observabilidad será explicado con detalle más adelante. La matriz  $G(x)$  no suele invertirse, en cambio sí que se realiza una factorización en matrices triangulares de tal modo que el siguiente conjunto de ecuaciones puede ser resuelto de forma iterativa:

$$[G(x^k)]\Delta x^{k+1} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x^k)] \quad (2-8)$$

donde  $\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$

La ecuación (2-8) también es conocida como Ecuaciones Normales.

## 2.1 Algoritmo del estimador de estado convencional

El resultado del estimador convencional viene dado por la solución iterativa de la ecuación (2-8). Es necesario suponer un vector estado inicialmente ( $x^0$ ) para empezar a resolver el problema. Normalmente, este vector de estado inicial corresponde al perfil plano de tensiones, es decir, los módulos de tensión son igual a 1.0 por unidad y sus argumentos son nulos.

El algoritmo de solución iterativa del estimador convencional consta de los siguientes pasos:

1. Comienza las iteración, poner el índice de iteración  $k = 0$ .
2. Inicializar el vector de estado  $x^0$ , normalmente como perfil plano.
3. Calcular la matriz de ganancia,  $G(x^k)$ .



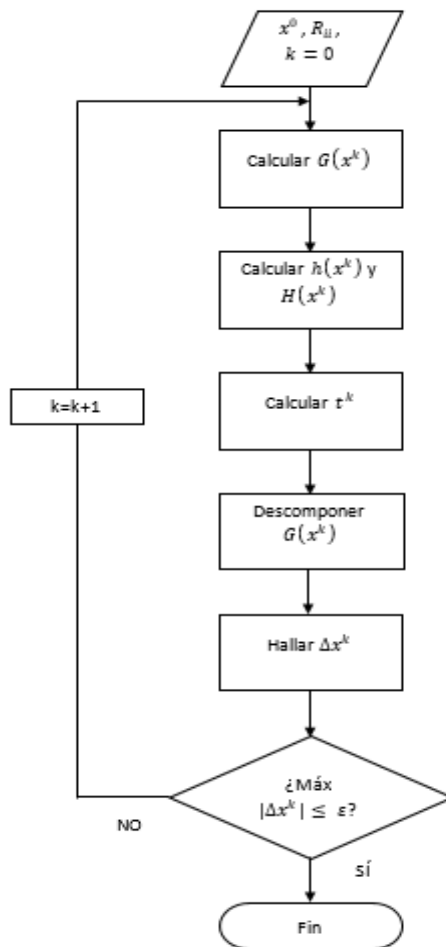
4. Calcular el miembro derecho de la ecuación (2.12):  $t^k = H^T(x^k) R^{-1} [z - h(x^k)]$
5. Descomponer  $G(x^k)$  y hallar  $\Delta x^k$ .
6. Comprobar si converge según la tolerancia  $\varepsilon$ , ¿ $\max |\Delta x^k| \leq \varepsilon$ ?
7. Si no converge, actualizar  $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$ ,  $k = k + 1$ , y volver al paso 3. En cambio, si converge, parar.

Para seguir con éxito los pasos del algoritmo, hay que realizar las siguientes operaciones en cada iteración,  $k$ :

1. Cálculo del miembro derecho de la ecuación (2.12).
  - (a) Averiguar la función de medidas,  $h(x^k)$ .
  - (b) Construir el jacobiano de medidas,  $H(x^k)$ .
2. Cálculo de  $G(x^k)$  y solución de la ecuación (2.12).
  - (a) Construir la matriz de ganancias,  $G(x^k)$ .
  - (b) Descomponer  $G(x^k)$  por factorización Cholesky.
  - (c) Realizar las sustituciones oportunas para despejar  $\Delta x^{k+1}$ .

La explicación detallada sobre estos cálculos y construcciones escapa del contenido de este trabajo. Si el lector desea conocerla, en la referencia [2] encontrará donde buscarla.

El diagrama de flujo correspondiente a las instrucciones enumeradas arriba sería el siguiente:



**Figura 2-1.** Diagrama de flujo del estimador convencional



# 3 REQUISITOS DE RESOLUCIÓN PARA PROBLEMAS DE ESTIMACIÓN DE ESTADO

**A**veriguar las variables de estado no consiste solamente en aplicar un algoritmo como el desarrollado en el capítulo anterior. Previamente, para saber si se puede resolver el problema de estimación, es indispensable cumplir con la condición de que el sistema tiene que ser completamente observable.

A continuación, todas las explicaciones que se detallan acerca de la observabilidad están vinculadas a subsistemas radiales, ya que sobre ellos se efectuarán las estimaciones de estado en el estimador robusto.

## 3.1 Observabilidad

La red con la que se trabaja viene acompañada de diversas magnitudes medidas. Las medidas disponibles están compuestas por tensiones, flujos de potencia activa y reactiva e inyecciones de potencia activa y reactiva, además del ángulo del nudo *slack*. Cada una de las medidas está relacionada con las variables de estado a través de una fórmula matemática. Dado que en ocasiones se dispone de algunas tensiones, en este caso, se obtiene directamente algunas variables de estado.

Las medidas que se usarán no pueden ser cualesquiera. Tienen que estar dispuestas de cierta manera tal que todas las variables de estado estén involucradas y no quede alguna sin una ecuación que la cubra. Además, el número de medidas linealmente independientes tiene que ser igual o mayor al número de variables de estado. Cuando todo esto ocurre, se dice que el sistema es observable, o sea, se asegura el cálculo del estado estimado.

Con el propósito de facilitar la resolución de la estimación de estado, esta se abordará desde dos vertientes. Por un lado, se distinguirá el problema de potencias activas y por otro lado, el de potencias reactivas.

### 3.1.1 Dependencia de los flujos de potencia con las variables de estado

En el problema de activa, la expresión matemática que relaciona el flujo de potencia activa de ida con las variables de estado es:

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{si} + g_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (3-1)$$

donde  $V_i$ : tensión en el nudo origen del flujo.

$V_j$ : tensión en el nudo destino del flujo.

$g_{si}$ : conductancia shunt del nudo i.

$g_{ij}$ : conductancia serie de la línea por donde circula el flujo.

$b_{ij}$ : susceptancia serie de la línea por donde circula el flujo.

$\theta_{ij}$ : diferencia de ángulos de los nudos i y j ( $\theta_i - \theta_j$ ).

Por otro lado, la ecuación que relaciona el flujo de potencia activa de vuelta con las variables de estado es:

$$P_{ji} = V_j^2 (g_{sj} + g_{ji}) - V_j V_i (g_{ji} \cos \theta_{ji} + b_{ji} \sin \theta_{ji}) \quad (3-2)$$

donde  $V_j$ : tensión en el nudo origen del flujo.

$V_i$ : tensión en el nudo destino del flujo.

$g_{sj}$ : conductancia shunt del nudo j.

$g_{ji}$ : conductancia serie de la línea por donde circula el flujo ( $g_{ji} = g_{ij}$ ).

$b_{ji}$ : susceptancia serie de la línea por donde circula el flujo ( $b_{ji} = b_{ij}$ ).

$\theta_{ji}$ : diferencia de ángulos de los nudos j e i ( $\theta_j - \theta_i$ ).

En cuanto al problema de reactiva, la fórmula matemática que relaciona el flujo de potencia reactiva de ida con las variables de estado es:

$$Q_{ij} = -V_i^2(b_{si} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (3-3)$$

donde  $V_i$ : tensión en el nudo origen del flujo.

$V_j$ : tensión en el nudo destino del flujo.

$b_{si}$ : susceptancia shunt del nudo i.

$b_{ij}$ : susceptancia serie de la línea por donde circula el flujo.

$g_{ij}$ : conductancia serie de la línea por donde circula el flujo.

$\theta_{ij}$ : diferencia de ángulos de los nudos i y j ( $\theta_i - \theta_j$ ).

Por otro lado, la ecuación que relaciona el flujo de potencia reactiva de vuelta con las variables de estado es:

$$Q_{ji} = -V_j^2(b_{sj} + b_{ji}) - V_j V_i (g_{ji} \sin \theta_{ji} - b_{ji} \cos \theta_{ji}) \quad (3-4)$$

donde  $V_i$ : tensión en el nudo origen del flujo.

$V_j$ : tensión en el nudo destino del flujo.

$b_{sj}$ : susceptancia shunt del nudo j.

$b_{ji}$ : susceptancia serie de la línea por donde circula el flujo ( $b_{ji} = b_{ij}$ ).

$g_{ji}$ : conductancia serie de la línea por donde circula el flujo ( $g_{ji} = g_{ij}$ ).

$\theta_{ji}$ : diferencia de ángulos de los nudos j e i ( $\theta_j - \theta_i$ ).

### 3.1.2 Dependencia de las inyecciones de potencia con las variables de estado

En ambos problemas, las inyecciones de potencia pueden desempeñar el rol de cualquier flujo<sup>1</sup>, ya que, al realizar un balance de flujos de potencia en el nudo, se puede despejar cualquier flujo ( $P_{ik}$  o  $Q_{ik}$ ) en función de la inyección y de los demás flujos de ida:

$$P_i = \sum_{j=2}^{nn} P_{ij} \Rightarrow P_{ik} = P_i - \sum_{j \neq k}^{nn} P_{ij} \quad (3-5)$$

$$Q_i = \sum_{j=2}^{nn} Q_{ij} \Rightarrow Q_{ik} = Q_i - \sum_{j \neq k}^{nn} Q_{ij} \quad (3-6)$$

<sup>1</sup> Estos flujos son los de ida respecto al nudo cuya inyección es calculada

donde  $nn$ : número de nudos del subsistema radial con nudo  $i$  como principal.

$k$ : número comprendido entre 1 y  $nr$ .

Viendo esto y recordando las expresiones de los flujos de ida<sup>2</sup> (3-1) y (3-3), se deduce que las inyecciones de potencia pueden estar en función de cualquier variable de estado del subsistema radial con nudo  $i$  como principal.

### 3.1.3 Simplificación de las expresiones de los flujos e inyecciones de potencia

Ahora bien, en redes de transporte es frecuente considerar que los flujos de potencia activa están fuertemente acoplados con los ángulos, mientras que los de reactiva, con las tensiones. Como consecuencia, las expresiones (3-1), (3-2), (3-3) y (3-4) se pueden simplificar en las siguientes ideas básicas:

$$P_{ij} \approx f(\theta_i, \theta_j) \quad (3-7)$$

$$P_{ji} \approx f(\theta_i, \theta_j) \quad (3-8)$$

$$Q_{ij} \approx f(V_i, V_j) \quad (3-9)$$

$$Q_{ji} \approx f(V_i, V_j) \quad (3-10)$$

En la red de 14 nudos con la que se trabaja en este proyecto, hay dos incógnitas ( $V_i, \theta_i$ ) por cada nudo, es decir, se tienen 28 variables de estado. Sin embargo, en los problemas de sistemas de potencia, se considera que hay un nudo *slack* que asume todas las pérdidas de la red, cuya fase es  $\theta_{slack} = 0^\circ$ . Por lo tanto, el número de variables de estado se reduce a 27, o lo que es lo mismo, existen 13 fases y 14 tensiones desconocidas. Teniendo en cuenta las cuatro últimas funciones, se concluye con que, como mínimo, se necesitan al menos 13 ecuaciones linealmente independientes de potencia activa y 14 de potencia reactiva. Hay que aclarar que con un flujo solo se cubre una de las variables de estado de las dos de las que depende. En cuanto a las inyecciones de potencia, inicialmente dependían de cualquier variable de estado del subsistema radial, sin embargo, dado que finalmente acabarán desempeñando el papel de un flujo, con una inyección se acabará cubriendo igualmente solo una de las variables de estado de las que en un principio podía depender.

Es conveniente matizar que en el problema de reactiva no es obligatorio que las 14 ecuaciones provengan de flujos o inyecciones de reactiva, ya que, como se dijo anteriormente, se puede disponer de tensiones medidas. Luego en este caso, lo más correcto sería decir que la suma del número de ecuaciones linealmente independientes de flujos o inyecciones de potencias reactivas más el número de tensiones medidas tiene que ser igual a 14.

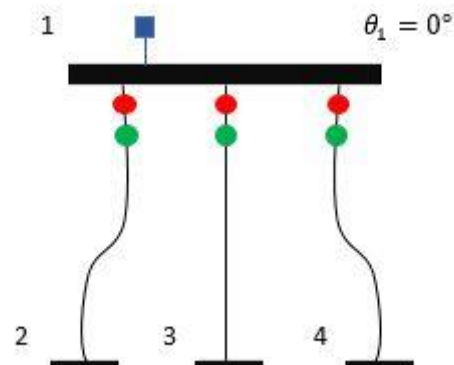
No obstante, en el problema de activa las 13 ecuaciones sí deben proceder de flujos o inyecciones de potencia activa, puesto que las fases de los nudos excepto el *slack* no están disponibles.

### 3.1.4 Ejemplos de determinación de la observabilidad de un sistema

La metodología para determinar si un sistema es observable o no se basa en las premisas (3-7), (3-8), (3-9) y (3-10). A continuación se mostrarán una serie de ejemplos<sup>3</sup> con un subsistema radial de 4 nudos para ilustrar el proceso que hay que seguir para ver si un sistema es observable o no:

<sup>2</sup> Solo se hace referencia a las expresiones de los flujos de ida porque la fórmula de las inyecciones están en función de estos

<sup>3</sup> Nota: el nudo principal (nudo 1) de los ejemplos siempre será el *slack*, por lo que  $\theta_1 = 0^\circ$ .

**Ejemplo 3-1.****Figura 3-1.** Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-1

Las medidas<sup>4</sup> que vienen dadas constan de la tensión del nudo principal y todos los flujos de potencia de ida. Dado que se tienen  $V_1$  y  $\theta_1$ , se obtienen directamente estas dos variables de estado. La tensión y fase del nudo 2 están cubiertas por los dos flujos de su rama, ya que el flujo  $P_{1-2}$  depende de  $\theta_2$ , mientras que el flujo  $Q_{1-2}$  depende de  $V_2$ . En cuanto a las variables de estado de los nudos restantes, están cubiertas por los flujos de sus respectivas ramas de la misma forma que en el nudo 2.

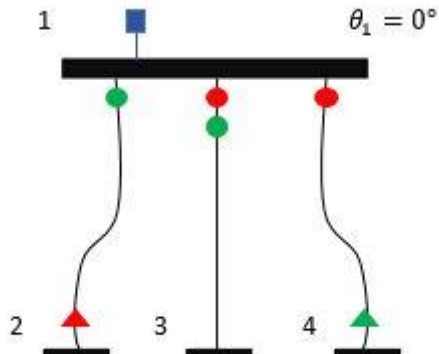
La siguiente tabla que se muestra sintetiza todo lo contado de una manera más esquemática:

**Tabla 3-1.** Observabilidad ejemplo 3-1

| Magnitudes disponibles | Función variable de estado | Variable de estado cubierta | Variables de estado sin cubrir | ¿Observable? |
|------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------|
| $\theta_1$             | -                          | $\theta_1$                  | $\emptyset$                    | Sí           |
| $V_1$                  | -                          | $V_1$                       |                                |              |
| $P_{1-2}$              | $f(\theta_1, \theta_2)$    | $\theta_2$                  |                                |              |
| $Q_{1-2}$              | $f(V_1, V_2)$              | $V_2$                       |                                |              |
| $P_{1-3}$              | $f(\theta_1, \theta_3)$    | $\theta_3$                  |                                |              |
| $Q_{1-3}$              | $f(V_1, V_3)$              | $V_3$                       |                                |              |
| $P_{1-4}$              | $f(\theta_1, \theta_4)$    | $\theta_4$                  |                                |              |
| $Q_{1-4}$              | $f(V_1, V_4)$              | $V_4$                       |                                |              |

<sup>4</sup> Se recuerda que la leyenda de las medidas representadas mediante formas de colores en las figuras de todos los ejemplos viene en el apartado "Notación", el cual está justo antes del capítulo 1 de introducción.

**Ejemplo 3-2.**



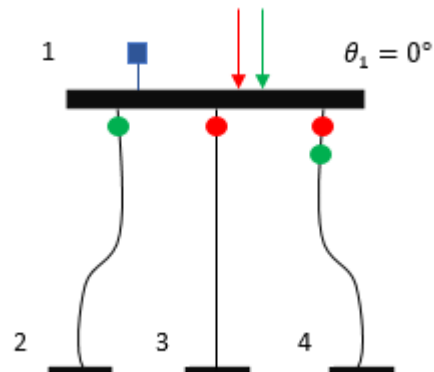
**Figura 3-2.** Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-2

A diferencia del primer ejemplo, este presenta un par de flujos de potencia de vuelta. Como se vio en el apartado anterior, en esencia, sus fórmulas matemáticas dependen de las variables de estado de igual modo que en los flujos de ida.

Sabido esto, las variables de estado de este sistema se cubren igual que en el ejemplo anterior:

**Tabla 3-2.** Observabilidad ejemplo 3-2

| Magnitudes disponibles | Función variable de estado | Variable de estado cubierta | Variables de estado sin cubrir | ¿Observable? |
|------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------|
| $\theta_1$             | -                          | $\theta_1$                  | $\emptyset$                    | Sí           |
| $V_1$                  | -                          | $V_1$                       |                                |              |
| $P_{2-1}$              | $f(\theta_2, \theta_1)$    | $\theta_2$                  |                                |              |
| $Q_{1-2}$              | $f(V_1, V_2)$              | $V_2$                       |                                |              |
| $P_{1-3}$              | $f(\theta_1, \theta_3)$    | $\theta_3$                  |                                |              |
| $Q_{1-3}$              | $f(V_1, V_3)$              | $V_3$                       |                                |              |
| $P_{1-4}$              | $f(\theta_1, \theta_4)$    | $\theta_4$                  |                                |              |
| $Q_{4-1}$              | $f(V_4, V_1)$              | $V_4$                       |                                |              |

**Ejemplo 3-3.****Figura 3-3.** Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-3

Esta vez no todas las potencias con las que se cuentan son flujos, pues se dispone de las dos inyecciones de potencia  $P_1$  y  $Q_1$  en el nudo principal. En este punto es necesario recordar las igualdades (3-5) y (3-6). Dado que para el nudo 2 no hay ningún flujo de activa que cubra su fase, con la inyección  $P_1$  se puede calcular  $P_{1-2}$ :

$$P_{1-2} = P_1 - P_{1-3} - P_{1-4} \quad (3-11)$$

Se obtiene así una magnitud cuya ecuación permite cubrir  $\theta_2$ .

La tensión del nudo 3 presenta el mismo conflicto que la fase del nudo 2. Este caso es paralelo al anterior desde el punto de vista reactivo:

$$Q_{1-3} = Q_1 - Q_{1-2} - Q_{1-4} \quad (3-12)$$

Se obtiene así una magnitud cuya ecuación permite cubrir  $V_3$ .

El resto de las variables de estado se cubren igual que en el primer ejemplo.

La siguiente tabla que se muestra sintetiza todo lo contado de una manera más esquemática:



**Tabla 3-3.** Observabilidad ejemplo 3-3

| <b>Magnitudes disponibles</b> | <b>Función variable de estado</b>           | <b>Variable de estado cubierta</b> | <b>Variables de estado sin cubrir</b> | <b>¿Observable?</b> |
|-------------------------------|---|------------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
| $\theta_1$                    | -   | $\theta_1$                         | $\emptyset$                           | Sí                  |
| $V_1$                         | -   | $V_1$                              |                                       |                     |
| $P_1$                         | $f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ | $\theta_2$                         |                                       |                     |
| $Q_{1-2}$                     | $f(V_1, V_2)$                               | $V_2$                              |                                       |                     |
| $P_{1-3}$                     | $f(\theta_1, \theta_3)$                     | $\theta_3$                         |                                       |                     |
| $Q_1$                         | $f(V_1, V_2, V_3, V_4)$                     | $V_3$                              |                                       |                     |
| $P_{1-4}$                     | $f(\theta_1, \theta_4)$                     | $\theta_4$                         |                                       |                     |
| $Q_{1-4}$                     | $f(V_1, V_4)$                               | $V_4$                              |                                       |                     |

---

## Ejemplo 3-4.

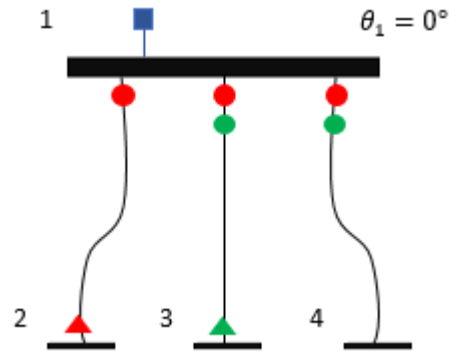


Figura 3-4. Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-4

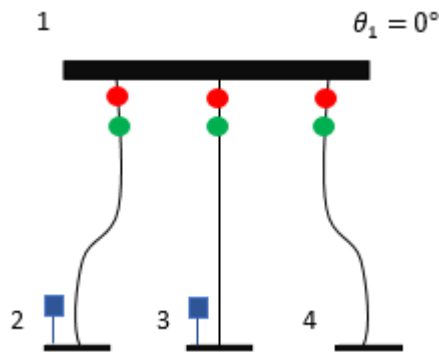
En este ejemplo se observa que no se dispone de ninguna magnitud (tensión, flujo o inyección de reactiva) para averiguar la tensión del nudo 2. El número de medidas disponibles es incluso mayor que el de las variables de estado, sin embargo, si se intenta realizar una estimación, se acabaría fracasando, ya que el sistema no es observable en el problema de reactiva.

La siguiente tabla que se muestra sintetiza todo lo contado de una manera más esquemática:

Tabla 3-4. Observabilidad ejemplo 3-4

| Magnitudes disponibles | Función variable de estado | Variable de estado cubierta | Variables de estado sin cubrir | ¿Observable? |
|------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------|
| $\theta_1$             | -                          | $\theta_1$                  | $V_2$                          | No           |
| $V_1$                  | -                          | $V_1$                       |                                |              |
| $P_{1-2}$              | $f(\theta_1, \theta_2)$    | $\theta_2$                  |                                |              |
| $P_{2-1}$              | $f(\theta_2, \theta_1)$    | -                           |                                |              |
| $P_{1-3}$              | $f(\theta_1, \theta_3)$    | $\theta_3$                  |                                |              |
| $Q_{1-3}$              | $f(V_1, V_3)$              | $V_3$                       |                                |              |
| $Q_{3-1}$              | $f(V_3, V_1)$              | -                           |                                |              |
| $P_{1-4}$              | $f(\theta_1, \theta_4)$    | $\theta_4$                  |                                |              |
| $Q_{1-4}$              | $f(V_1, V_4)$              | $V_4$                       |                                |              |

**Ejemplo 3-5.**



**Figura 3-5.** Subsistema radial de 4 nudos, ejemplo 3-5

Ahora se sigue teniendo un sistema con más medidas que variables de estado como en el ejemplo anterior. En esta ocasión, las tensiones medidas no pertenecen al nudo principal y además hay más de una.

Se observa que las variables de estado de los nudos 2, 3 y 4 están perfectamente cubiertas. Por otro lado, la tensión del nudo principal está involucrada tanto en la ecuación del flujo  $Q_{1-2}$  como en la del flujo  $Q_{1-3}$ , pudiendo, por este motivo, prescindir finalmente de uno de estos a la hora de poder estimar el estado.

Después de elegir por ejemplo el flujo  $Q_{1-2}$  para determinar la tensión  $V_1$ , la siguiente tabla que se muestra sintetiza todo lo contado de una manera más esquemática:

**Tabla 3-5.** Observabilidad ejemplo 3-5

| Magnitudes disponibles | Función variable de estado | Variable de estado cubierta | Variables de estado sin cubrir | ¿Observable? |
|------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------|
| $\theta_1$             | -                          | $\theta_1$                  | $\emptyset$                    | Sí           |
| $V_2$                  | -                          | $V_2$                       |                                |              |
| $V_3$                  | -                          | $V_3$                       |                                |              |
| $P_{1-2}$              | $f(\theta_1, \theta_2)$    | $\theta_2$                  |                                |              |
| $Q_{1-2}$              | $f(V_1, V_2)$              | $V_1$                       |                                |              |
| $P_{1-3}$              | $f(\theta_1, \theta_3)$    | $\theta_3$                  |                                |              |
| $Q_{1-3}$              | $f(V_1, V_3)$              | -                           |                                |              |
| $P_{1-4}$              | $f(\theta_1, \theta_4)$    | $\theta_4$                  |                                |              |
| $Q_{1-4}$              | $f(V_1, V_4)$              | $V_4$                       |                                |              |

Recapitulando todo lo visto en esta sección, es preciso recordar que en los primeros tres ejemplos el número de medidas disponibles es exactamente igual al de variables de estado, siendo el sistema observable. Este escenario se denomina “*sistema con un conjunto crítico de medidas*”. Si se descartase una sola medida, el módulo de estimación no funcionaría.

En cambio, si se toma un número de medidas mayor que el número de variables de estado, se hablaría de un “*sistema con un conjunto de medidas redundantes*”, tal y como sucede en los ejemplos 4 y 5. En esta situación el módulo de estimación funcionaría y sacaría el estado más probable como se vio en el capítulo 2, a excepción de si el sistema es inobservable como ocurre en el cuarto ejemplo.

## 4 ESTIMADOR DE ESTADO ROBUSTO

Los aparatos de medida no suelen aportar las medidas exactas de las magnitudes de la red. Desafortunadamente, estos tienen un error de medida que viene representado a través de su desviación estándar  $\sigma_i$ . Por esta razón, las medidas de las que disponemos llevan asociadas cierto ruido que hace que difieran de su valor exacto. En este trabajo, el archivo de datos de la red de 14 nudos traía consigo los valores de las medidas exactas de tensiones y fases. Por tanto, se han podido generar medidas realistas a partir de las exactas tal y como se verá más adelante.

Asimismo, es posible que aparezcan medidas clasificadas como “*bad data*” (BD), es decir, aquellas cuyo residuo normalizado  $rN$ , el cual sigue una normal  $N(0,1)$ , es mayor o igual que 3:

$$rN = \frac{|z_i^r - z_i^{ex}|}{\sigma_i} \geq 3 \quad (4-1)$$

donde  $z_i^r$ : medida realista.

$z_i^{ex}$ : medida exacta.

$\sigma_i$ : covarianza de la medida.

En resumen, estos desvíos en las medidas son capaces de alejar al estimador convencional del estado exacto de la red. De ahí que surja la necesidad de desarrollar un nuevo estimador de estado que sea lo menos susceptible posible a estas desviaciones y que las filtre. Este nuevo tipo de estimador se denominará “estimador robusto de estado” (RSE).

Un estimador de estado es robusto si es capaz de tolerar un número elevado de medidas erróneas. La robustez de un estimador se puede medir mediante el *breakdown point* (BP):

$$BP = \frac{m_b}{m} \quad (4-2)$$

donde  $m$ : número de medidas disponibles.

$m_b$ : máximo número de medidas (arbitrariamente) erróneas que provocan errores acotados en el estado estimado.

A partir de este concepto surge el *maximum breakdown point* (MBP), el cual se define como el porcentaje máximo de BD (respecto al número de medidas) a partir del cual el estimador realiza estimaciones erróneas:

$$MBP = \frac{m - n}{2n} \quad (4-3)$$

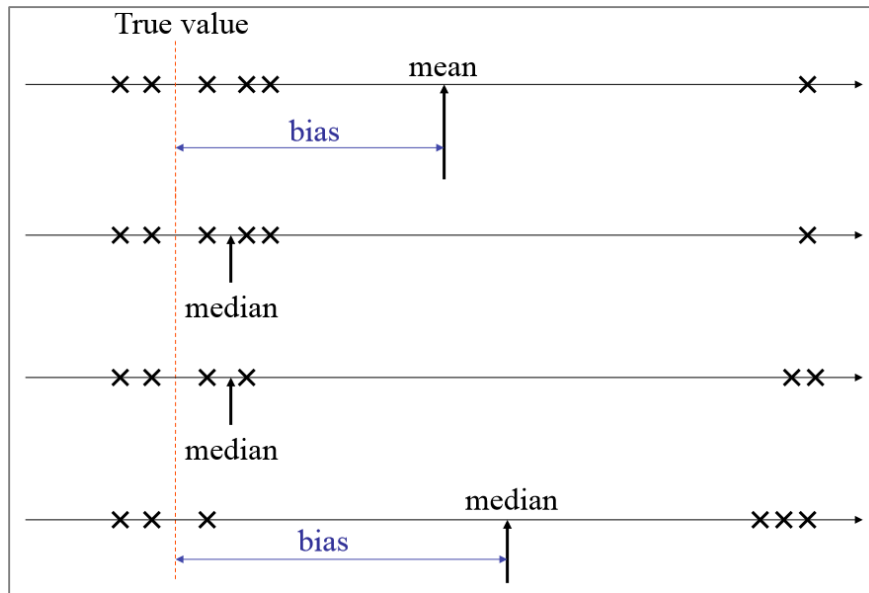
donde  $m$ : número de medidas disponibles.

$n$ : número de variables de estado.

Se puede comprobar que el MBP tiende al 50% cuando  $m \rightarrow \infty$ . Por tanto a mayor redundancia más BD se puede tolerar. Sin embargo si el número de BD es igual a la mitad o más del número de medidas, la estimación de estado acabaría dando malos resultados. El estimador convencional al observar que al menos la mitad son BD las podría confundir con medidas correctas.

Entonces dado un número redundante de medidas de una misma magnitud surge la necesidad de buscar algún modo de quedarse con el valor que más se acerca al verdadero y que no se deje influenciar demasiado por aquellos valores alejados del valor exacto, es decir, que haga al estimador más robusto.

Los posibles candidatos que se contemplan son la media y mediana aritmética. En la siguiente figura se observa el comportamiento de ambas a la hora de elegir el valor más cercano al verdadero entre diversas medidas redundantes de una misma magnitud:



**Figura 4-1.** Comportamiento de la media y la mediana con medidas redundantes

Se ve cómo la mediana consigue aproximarse al valor exacto aun habiendo uno e incluso 2 medidas con módulo desorbitado. En cambio, la media presenta una mayor influencia a valores alejados del verdadero, ya que se aparta considerablemente del valor exacto con una sola medida que despunta. Por tanto se concluye con que la mediana es una herramienta más robusta, pues es capaz de tolerar un mayor número de BD y de aportar resultados más fiables.

El esquema del modo de funcionamiento que tiene el RSE a partir del cual se estructura este capítulo es el siguiente:

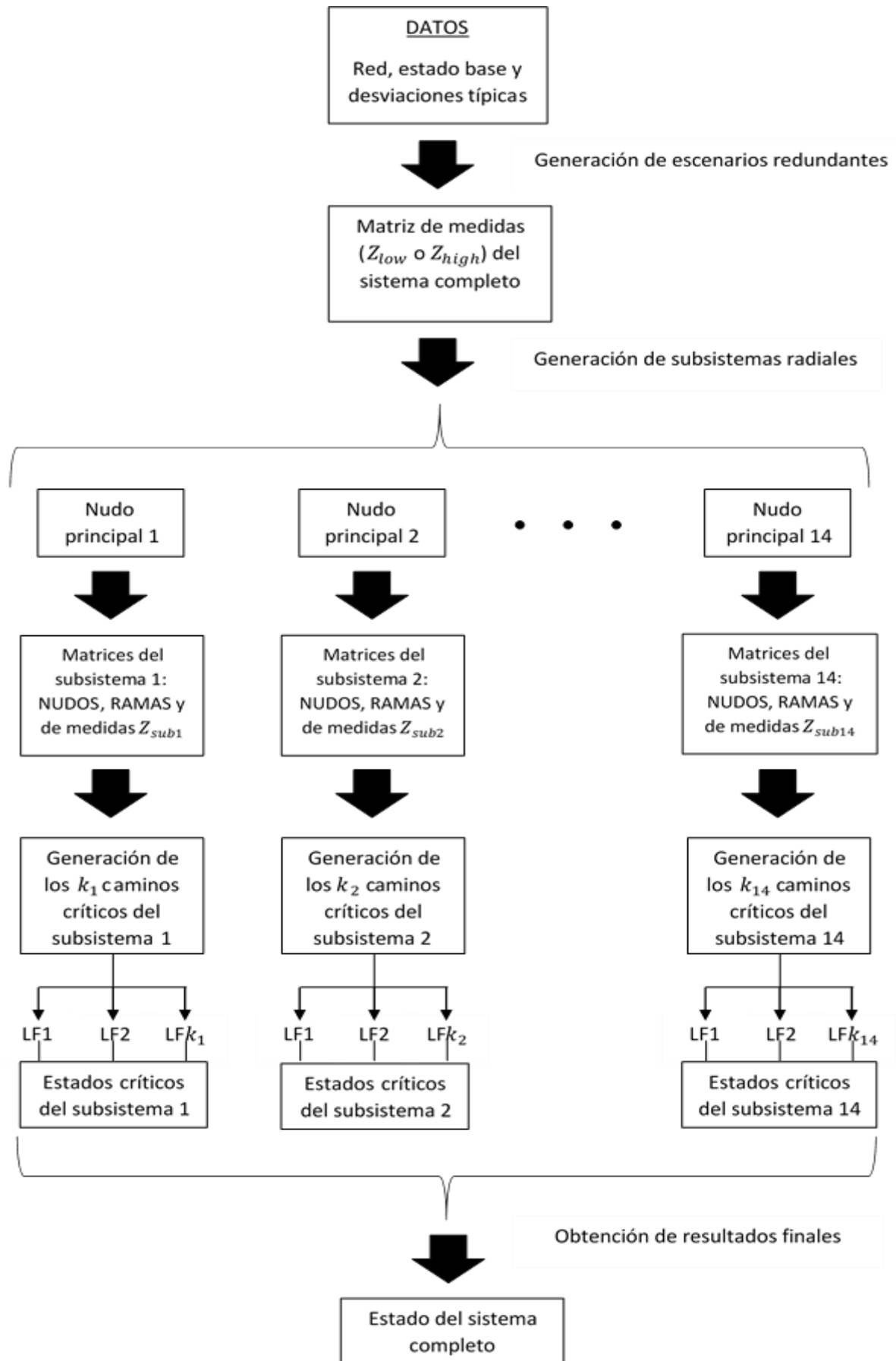


Figura 4-2. Esquema del funcionamiento del RSE

## 4.1 Generación de escenarios redundantes

En este apartado se explicará todo lo que concierne a la generación de escenarios sobre los que se realizarán las estimaciones de estado, así como a la de todos los caminos críticos existentes en ellos.

Los dos escenarios que se estudiarán contienen medidas redundantes dispuestas de la siguiente manera conforme al artículo [6]:

- Escenario de baja redundancia: se dispondrán de las tensiones de todos los nudos, de los flujos de potencia de ida de todas las ramas y de un número de inyecciones de potencia igual a la mitad del número de nudos que tiene la red (habrá inyecciones de potencia en un nudo sí y en el siguiente no).

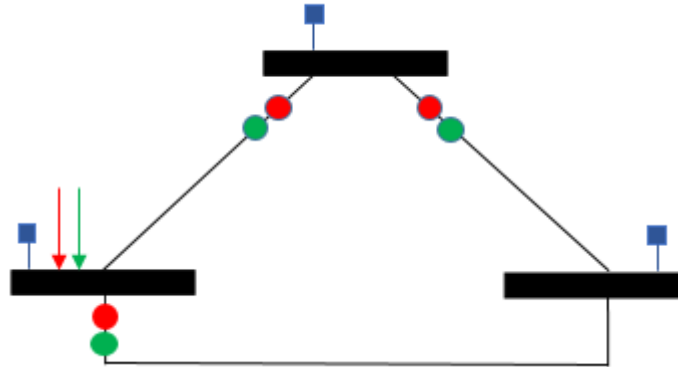


Figura 4-3. Red de tres nudos de baja redundancia

- Escenario de alta redundancia: se dispondrán de las tensiones de todos los nudos, de los flujos de potencia tanto de ida como de vuelta de todas las ramas y de las inyecciones de potencia de todos los nudos.

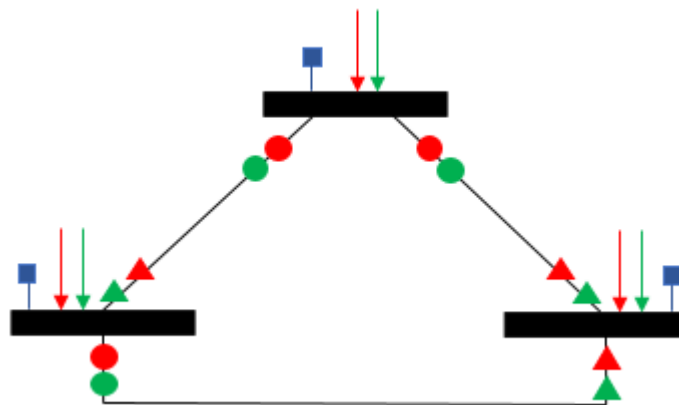


Figura 4-4. Red de tres nudos de alta redundancia

A partir de los valores exactos de tensiones y fases que aporta el fichero de la red de 14 nudos, se calcularán todas las magnitudes (exactas) correspondientes a cada escenario. Posteriormente, se recopilarán en una matriz de medidas  $Z$  ( $Z_{low}$  en baja redundancia o  $Z_{high}$  en alta redundancia) que se organiza de la siguiente manera:

Tabla 4-1. Distribución de la matriz de medidas

| Columna 1      | Columna 2 | Columna 3      | Columna 4           | Columna 5 | Columna 6     |
|----------------|-----------|----------------|---------------------|-----------|---------------|
| Tipo de medida | Nudo      | Medida ruidosa | Desviación estándar | Rama      | Medida exacta |



En la que:

**Tabla 4-2.** Correspondencia entre magnitudes y tipos de medida

| Tipo de medida | Magnitud   |
|----------------|------------|
| 1              | $V_i$      |
| 2              | $\theta_i$ |
| 3              | $P_{ij}$   |
| 4              | $Q_{ij}$   |
| 7              | $P_i$      |
| 8              | $Q_i$      |

Las medidas ruidosas que conforman la tercera columna se obtienen a partir de las medidas exactas según la siguiente fórmula obtenida del artículo [4]:

$$z_i^r = z_i^{ex} + k_i \sigma_i \quad (4-4)$$

donde  $z_i^r$ : medida realista.

$z_i^{ex}$ : medida exacta.

$\sigma_i$ : desviación estándar del aparato de medida.

$k_i$ : número gaussiano  $N(0,1)$  generado aleatoriamente.

Según el artículo [5], el valor de las desviaciones estándar depende del tipo de medida de  $z_i$  que se mide:

**Tabla 4-3.** Correspondencia entre magnitudes y desviaciones estándar

| Magnitud         | Desviación estándar |
|------------------|---------------------|
| $V_i$            | 0.001               |
| $P_{ij}, Q_{ij}$ | 0.005               |
| $P_i, Q_i$       | 0.005               |

Una vez creada la matriz de medidas del sistema completo según la redundancia que se esté estudiando, se procederá a la división de este en subsistemas radiales. El motivo por el cual se hace esto se debe a que en realidad son las propias subestaciones (correspondientes a los nudos en la red) las que se encargan de monitorizar las magnitudes de su entorno y enviarlas al centro de control. Por otro lado, hace que la búsqueda de caminos críticos sea más amena, ya que este problema combinatorial es más ameno cuanto más pequeño sea el escenario.

## 4.2 Generación de subsistemas radiales.

Los subsistemas radiales constarán de un nudo principal conectado a sus nudos más cercanos. Habrá tantos subsistemas como nudos tenga la red. Un ejemplo de obtención de subsistemas radiales de una red de 3 nudos sería el siguiente:

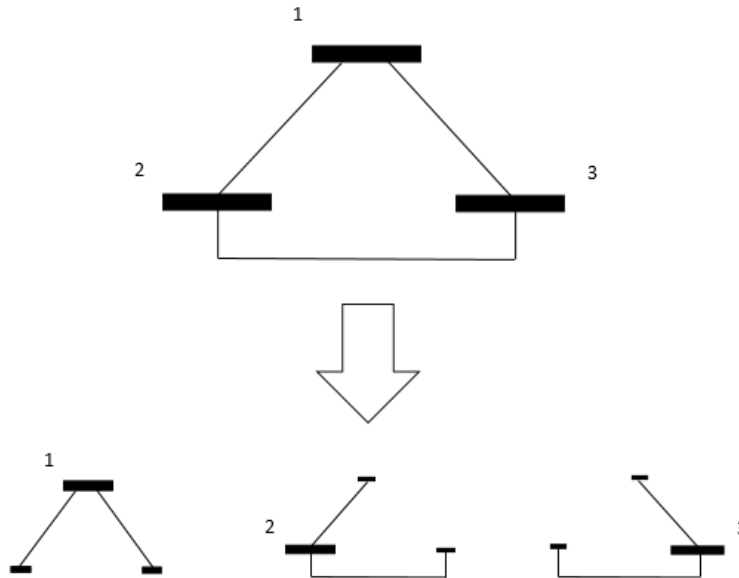


Figura 4-5. Partición de un sistema de 3 nudos en subsistemas

Después haber establecido un subsistema de la red, se continuaría con la construcción de su propia matriz de medidas  $Z_{sub}$ . Al aportar información solamente sobre las medidas de un subsistema, esta nueva matriz estará formada por algunas de las filas de la matriz de medidas que se obtuvo anteriormente del sistema completo. Sus columnas seguirían la misma distribución que  $Z$  según la **Tabla 4-1**.

Durante este paso es preciso tener en cuenta que las inyecciones de potencia de los nudos vecinos no entrarían en  $Z_{sub}$ , ya que, como se ve en cualquier subsistema de la **Figura 4-5**, estos no cuentan con todas sus ramas. Dicho de otro modo, no se puede tener la inyección de un nudo no principal puesto que en el subsistema radial no están presentes todos los flujos de sus ramas.

Por otra parte, las matrices de todos los subsistemas de la red deben contener un nudo *slack*. De lo contrario, no se podrían realizar estimaciones de estado en dicho subsistema.

Si el nudo principal del subsistema coincide con el nudo *slack* de sistema completo, sus inyecciones se descartan de  $Z_{sub}$ . De lo contrario, los resultados de las estimaciones de estado en el subsistema saldrían descuadrados, ya que su nudo principal es el que asume las pérdidas de toda la red.

Además de la matriz de medidas  $Z_{sub}$ , es necesario construir un par de matrices que aporten información sobre los nudos y las ramas del subsistema, debido a que son dos de las entradas que demanda el módulo de estimación utilizado. Se denominarán a estas matrices “NUDOS” y “RAMAS”.

Ahora bien, el RSE no generará todos los subsistemas ni construirá las matrices que los definen (NUDOS, RAMAS y  $Z_{sub}$ ) simultáneamente. Se recorrerán uno a uno los nudos de la red, se obtendrá el subsistema correspondiente y se hallarán sus matrices.

## 4.3 Generación de caminos críticos en alta redundancia

Una vez definido el subsistema del nudo por el cual va el RSE, es hora de ejecutar la función clave de este proyecto, es decir, aquella capaz de generar caminos críticos. Básicamente, esta función tiene la misión de obtener todos los conjuntos posibles de escenarios críticos del subsistema y estimar el estado de cada uno de

ellos.

Puede haber caminos críticos en el subsistema que no sean observables, sin embargo, con el objetivo de reducir el coste computacional, el programa generará directamente caminos críticos completamente observables. De lo contrario, el tiempo de ejecución se dispararía notablemente.

Antes de describir con palabras el proceso de generación de caminos críticos, es conveniente mostrar los algoritmos en los que se estructura. A raíz de esto las explicaciones serán más fáciles de entender. La siguiente figura se trata del diagrama de flujo del generador de caminos críticos para el caso de alta redundancia, cuya manera de proceder engloba al caso de baja redundancia<sup>5</sup>:

---

<sup>5</sup> Por este motivo se explica antes el de alta redundancia a pesar de que parezca más complejo.

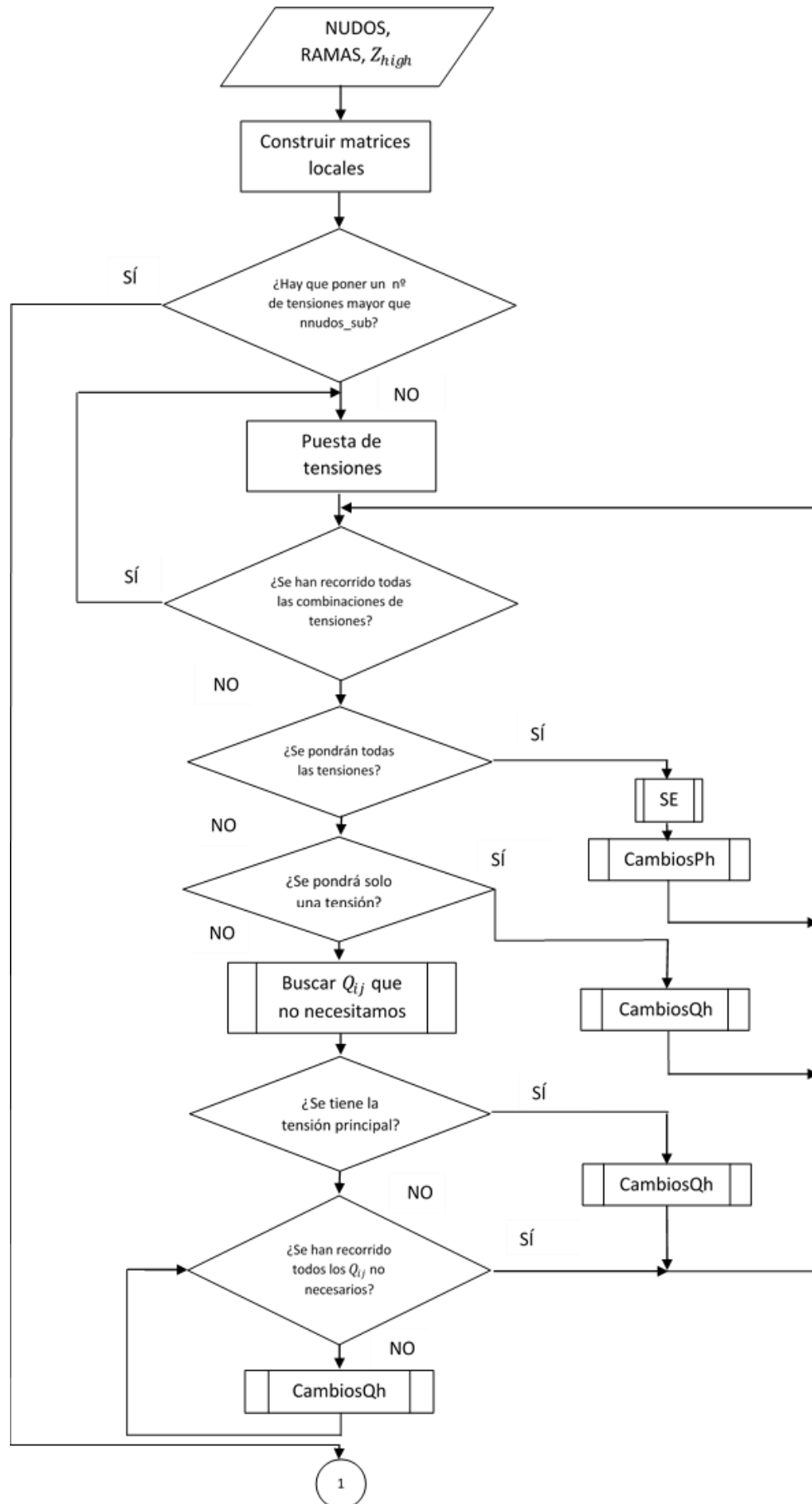


Figura 4-6. Diagrama de flujo de la generación de caminos críticos en alta redundancia

Los módulos “CambiosPh” y “CambiosQh” son aquellos donde tienen lugar los intercambios de flujo y serán explicados más adelante.

La estimación de estado de un escenario crítico determinado se realizará mediante el módulo del estimador convencional. Por este motivo, en el diagrama de flujo, los datos de entrada del generador de caminos críticos están conformados por aquellas matrices que aportan información sobre la topología del subsistema (NUDOS y RAMAS) y aquella matriz que contiene todas las medidas disponibles del subsistema ( $Z_{sub}$ ) según el escenario de redundancia que se esté estudiando.

Las salidas de la función serían las tensiones y las diferencias de fase entre los nudos del subsistema. Dicho esto, ¿por qué se obtienen las diferencias de fase en vez de las propias fases? Dado que se dijo que cada subsistema tendría un nudo *slack*, las fases que se estiman no serían coherentes respecto al sistema completo. En cambio, las diferencias de fase sí, puesto que siempre son las mismas.

Calcular las diferencias de fase  $\Delta\theta$  es una tarea sencilla si se hace uso de la matriz de incidencias traspuesta  $A^t$  del subsistema. Más tarde, para pasarlas a fases puras  $\theta$  del sistema completo, simplemente se utilizaría su matriz de incidencias inversa. Estas dos operaciones serían las siguientes:

$$A^t \cdot \theta = \Delta\theta \quad (4-5)$$

$$\theta = (A^t)^{-1} \cdot \Delta\theta \quad (4-6)$$

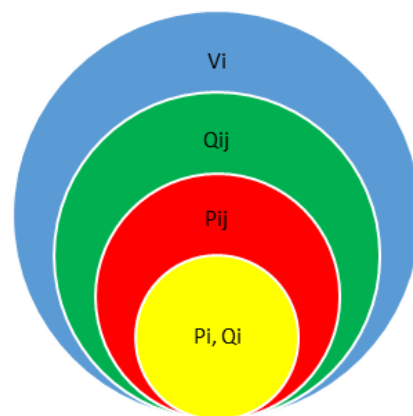
El módulo de estimación con el que se trabaja requiere que la nomenclatura tanto de los nudos como de las ramas sea local al subsistema, ya que el estimador no contiene almacenada información alguna sobre el sistema completo. Por tanto, se tendrán que construir las matrices de nudos, ramas y medidas locales a partir de los datos de entrada recibidos.

#### 4.3.1 Puesta de magnitudes

La generación de escenarios críticos se realizará según la siguiente jerarquía de puesta de magnitudes:

- 1º) Tensiones.
- 2º) Flujos de potencia reactiva.
- 3º) Flujos de potencia activa.
- 4º) Inyecciones de potencia activa y reactiva.

Cada magnitud está subordinada a la anterior como se muestra en la siguiente figura:



**Figura 4-7.** Jerarquía de puesta de magnitudes

De este modo, la construcción de los escenarios críticos se comenzará fijando el tamaño del conjunto de

tensiones a poner, el cual, para cualquiera de las dos redundancias, abarca desde uno hasta el número de nudos que haya en el subsistema. Acto seguido, se generarán todas las combinaciones posibles de tensión según el tamaño fijado. En otras palabras, si por ejemplo hay que poner dos tensiones, se obtendrán todos los subvectores de dos tensiones del vector que contiene todas las tensiones disponibles del subsistema.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo de obtención de subvectores de dimensión dos a partir de un vector de cuatro elementos mediante una función de Matlab [9]:

```
V =
    'V1'    'V2'    'V3'    'V4'

>> Combinaciones_dimension_2=nchoosek(V,2)

Combinaciones_dimension_2 =
    'V1'    'V2'
    'V1'    'V3'
    'V1'    'V4'
    'V2'    'V3'
    'V2'    'V4'
    'V3'    'V4'
```

Figura 4-8. Generación de subvectores combinatoriales

Se observa que las filas de la matriz generada son cada una de las combinaciones posibles de subvectores de dimensión 2. Hecho esto, se seleccionarán una a una las combinaciones que han salido.

### 4.3.2 Intercambios de flujos de potencia activa y reactiva

Antes de seguir con el diagrama de flujo, es necesario hacer un inciso para explicar el proceso del intercambio de flujos e inyecciones de potencia.

En primer lugar, es necesario establecer el número de flujos de potencia del que se partirá inicialmente y en qué ramas se sitúan dichos flujos.

En el problema de activa, dado que el ángulo *slack* estará exclusivamente en el nudo principal y no se dispone de las medidas de más ángulos, siempre se partirá de los flujos de potencia activa de todas las ramas del subsistema sea cual sea el caso que se esté contemplando:

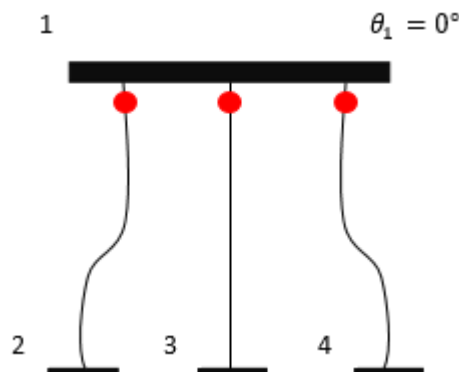


Figura 4-9. Caso base del problema de activa

En cuanto al problema de reactiva, la puesta inicial de potencias reactiva depende de las tensiones presentes. Por

ende, hay que mirar cuántas tensiones se tienen y a qué nudos pertenecen.

En resumen, la metodología del intercambio de potencias será similar a la de la puesta de tensiones, es decir, se fija el tamaño del número de potencias a intercambiar, se generan todas las combinaciones posibles de grupos de dicho tamaño y se recorre una a una las combinaciones realizando los intercambios correspondientes.

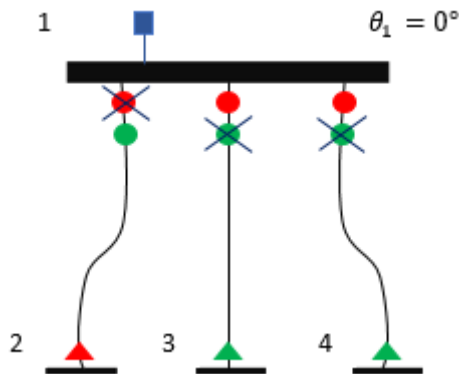
En la siguiente figura se muestra un ejemplo de obtención de subvectores de dimensión dos a partir de un vector de tres elementos:

```
P =  
  
    'P1-2'    'P1-3'    'P1-4'  
  
>> Combinaciones_dimension_2=nchoosek(P,2)  
  
Combinaciones_dimension_2 =  
  
    'P1-2'    'P1-3'  
    'P1-2'    'P1-4'  
    'P1-3'    'P1-4'
```

**Figura 4-10.** Elección de las potencias a intercambiar

Las filas de la matriz resultado no serían las potencias que hay que poner, sino las que hay que intercambiar. Por ejemplo si se va por la primera combinación, habría que sustituir  $P_{1-2}$  y  $P_{1-3}$  por sus respectivos flujos de vuelta  $P_{2-1}$  y  $P_{3-1}$ .

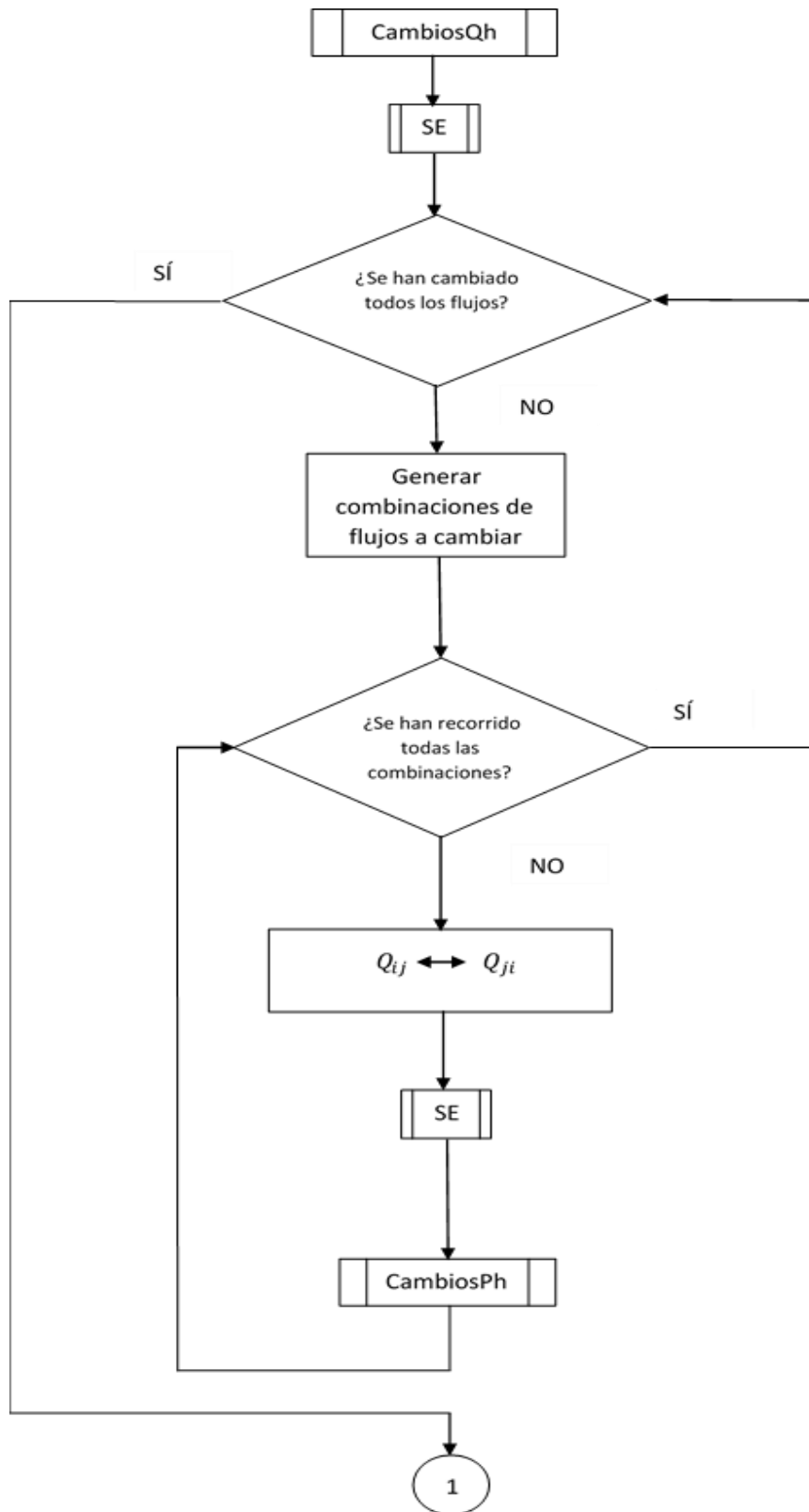
Un caso con intercambio de flujos de potencia por otros flujos sería el siguiente:



**Figura 4-11.** Ejemplo de camino crítico con intercambios de flujos de potencia

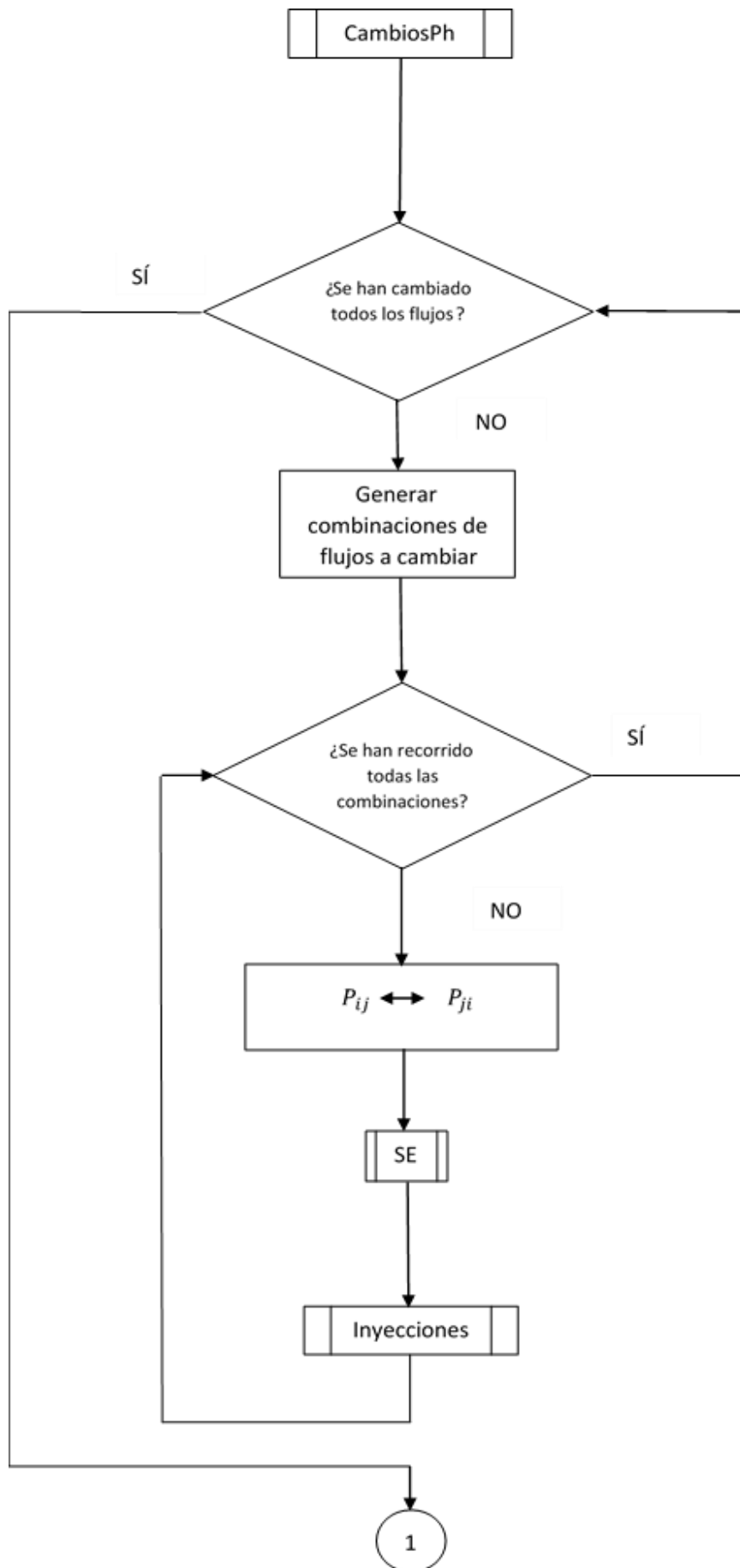
Se comprueba que hay que realizar los intercambios de manera que el sistema siga siendo observable y estimable.

Los módulos de intercambios de flujos de activa y reactiva en alta redundancia se estructurarían:



**Figura 4-12.** Módulo del intercambio de flujos de potencias reactivas





**Figura 4-13.** Módulo del intercambio de flujos de potencias activas

### 4.3.2.1 Generación del caso base de los flujos de potencia reactiva

El caso base de potencias reactivas dependía de las tensiones presentes. Se distinguirán los siguientes tres casos:

- 1) Se tienen las tensiones de todos los nudos.
- 2) Se tiene la tensión de un solo nudo.
- 3) Se tiene un número de tensiones entre uno y el número de nudos del subsistema.

Volviendo al diagrama de flujo principal del generador de caminos críticos, la secuencia ahora se encuentra en la primera opción de las tres mencionadas, es decir, se tienen todas las tensiones del subsistema. En este momento se puede realizar directamente la estimación de estado, ya que al tener todas las tensiones, el problema reactivo estaría resuelto. Mientras tanto, el problema activo, como se dijo antes, se encontraba ya resuelto.

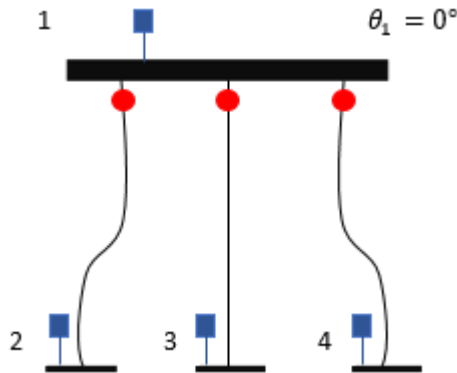


Figura 4-14. Ejemplo con las tensiones de los todos los nudos

Posteriormente, se ejecutará la función de intercambios de flujos de activa ( $P_{ij} \leftrightarrow P_{ji}$ ) y, dentro de ésta, la de inyecciones, sobre la cual se hablará más tarde.

Por otro lado, en la segunda opción, al tener solo una única tensión, queda un número de tensiones desconocidas igual al número de ramas del subsistema. Por lo tanto, en aras de resolver el problema de reactiva, se necesitarán los flujos de reactiva de todas las ramas.

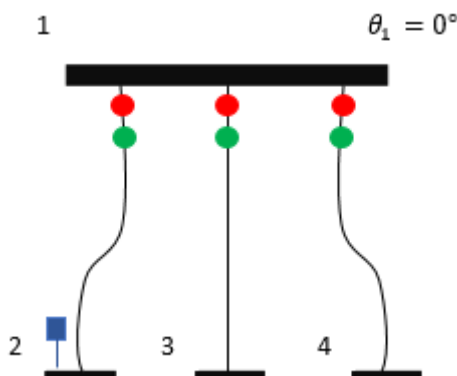


Figura 4-15. Ejemplo con la tensión de un solo nudo

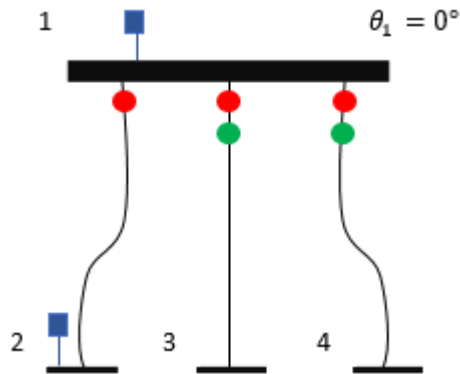
Con el escenario inicial de flujos de potencia reactiva ya definido, se proseguirá con la llamada a la función de intercambio  $Q_{ij} \leftrightarrow Q_{ji}$ . Dentro de esta función, se entrará en la de intercambios de activa y finalmente se acabará con la de inyecciones.

Resaltar que cada vez que se efectúa un intercambio (flujos de activa, flujos de reactiva, inyecciones...) se estima el estado del sistema.

En la tercera opción, para situar los flujos de reactiva iniciales, se localizarán las ramas que conectan al nudo principal con un nudo cuya tensión es conocida. De este modo se obtienen los flujos que no se necesitarían si la tensión del nudo principal fuese conocida. Una vez hecho esto, se diferencian dos situaciones:

1. Se tiene la tensión del nudo principal.
2. No se tiene la tensión del nudo principal.

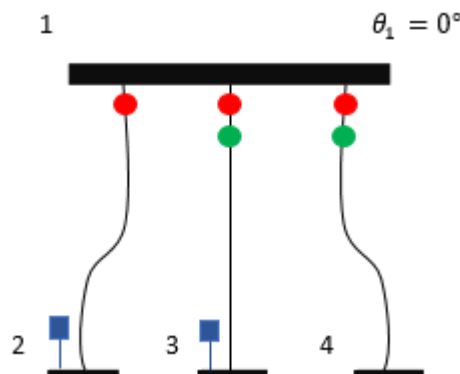
En la primera de ellas, son necesarios los flujos de aquellas ramas que conectan al nudo principal con otro nudo cuya tensión es desconocida. Dichas ramas se pueden averiguar fácilmente, ya que se obtuvieron las que no se necesitaban.



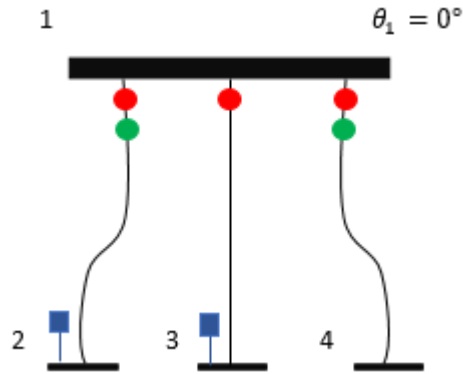
**Figura 4-16.** Ejemplo con tensiones de dos nudos, teniendo la del principal

Más adelante, con los flujos de reactiva iniciales ya concretados, se repetirá el proceso de la segunda opción de tensiones disponibles.

En lo que se refiere a la segunda situación, se comprueba que será necesario siempre tanto uno de los flujos que en la situación anterior no se necesitaban como todos los flujos de los que hacíamos uso.



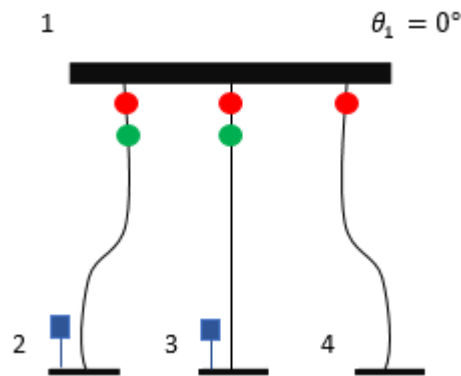
**Figura 4-17.** Ejemplo con tensiones de dos nudos, sin tener la del principal y con el flujo  $Q_{1-3}$



**Figura 4-18.** Ejemplo con tensiones de dos nudos, sin tener la del principal y con el flujo  $Q_{1-2}$

En estos dos ejemplos, el flujo con el que hay que contar obligatoriamente sería  $Q_{1-4}$ , mientras que  $Q_{1-2}$  y  $Q_{1-3}$  serían innecesarios si se tuviese  $V_1$ . Se observa que se utilizan  $Q_{1-3}$  en el primer caso y  $Q_{1-2}$  en el segundo a pesar de que en un principio son dos flujos que no se necesitaban. En este caso cobran vital importancia dichos flujos, pues sin ellos no habría observabilidad.

Comentar que si se usan más de uno de los flujos que no se necesitaban, quedaría un nudo del subsistema sin observar:



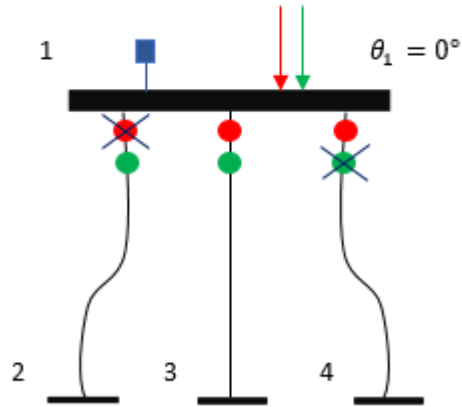
**Figura 4-19.** Ejemplo con tensiones de dos nudos, sin tener la del principal e inobservable

En este escenario, el nudo 4 no es observable, debido a que no hay ninguna potencia reactiva que cubra su tensión.

Después de establecer los flujos reactivos iniciales en la segunda situación, se repetirá el proceso del segundo caso de tensiones disponibles.

### 4.3.3 Intercambios de flujos de potencia activa y reactiva con inyecciones

Ya se explicó que las inyecciones de potencia pueden desempeñar el rol de cualquier flujo. Se recuerda que, al realizar un balance de flujos de potencia en el nudo principal, se puede despejar cualquier flujo en función de la inyección y de los demás flujos. Por tanto, se permutarán uno a uno los flujos por la inyección para posteriormente emprender una estimación de estado para cada escenario crítico.



**Figura 4-20.** Ejemplo de camino crítico con intercambios de flujos de potencia

Se observa como  $P_1$  sustituye a  $P_{1-2}$ , mientras que  $Q_1$  hace lo propio con  $Q_{1-3}$ .

El módulo de intercambios de flujos de activa y reactiva con inyecciones se estructuraría como se muestra en el siguiente algoritmo:

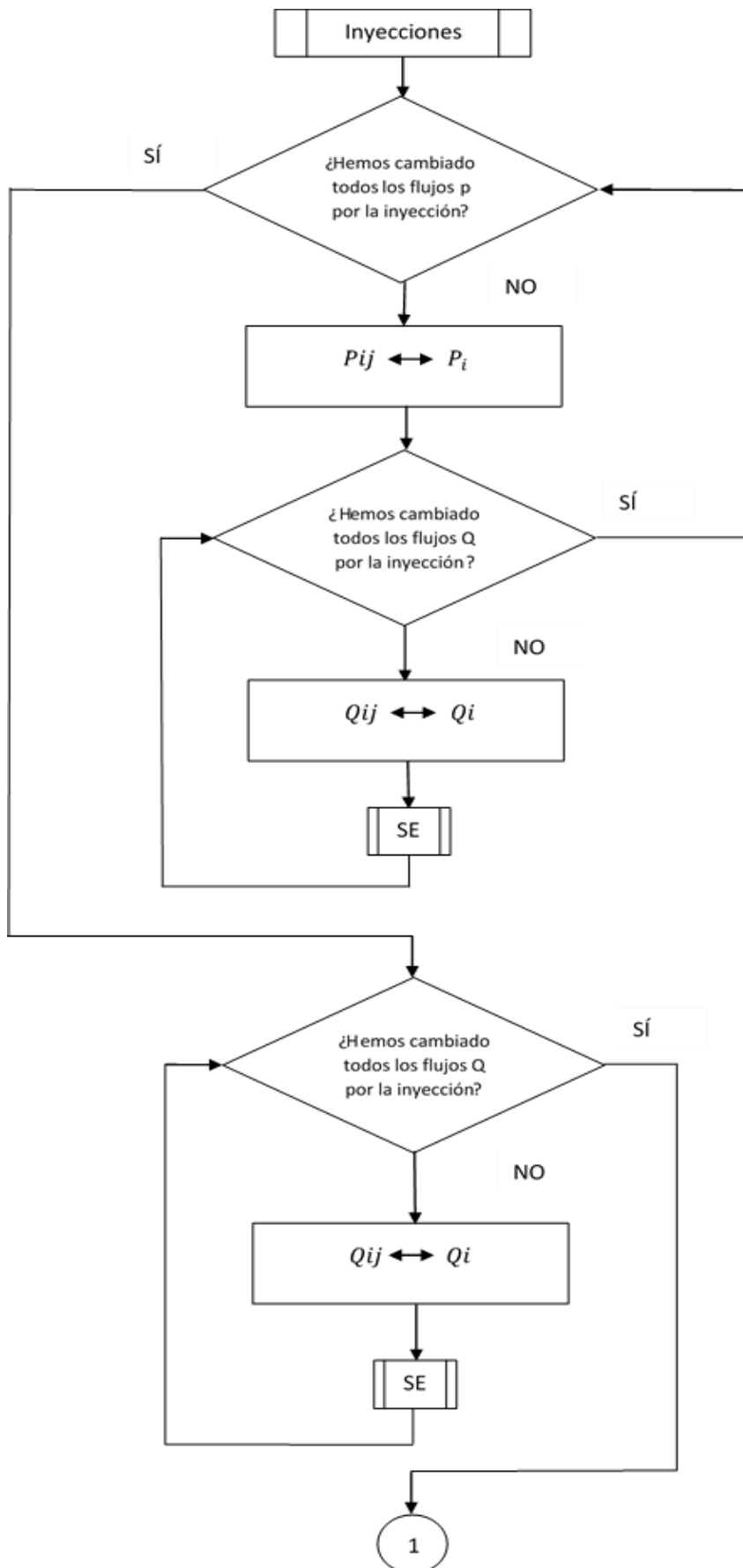


Figura 4-21. Módulo de intercambios de flujos con inyecciones de potencia

#### 4.4 Generación de caminos críticos en baja redundancia

Los diagramas de flujo del caso de baja redundancia son similares a los de alta pero careciendo de los módulos de intercambios de flujos de ida con los de vuelta, puesto que en baja redundancia solo se cuentan con los de ida:

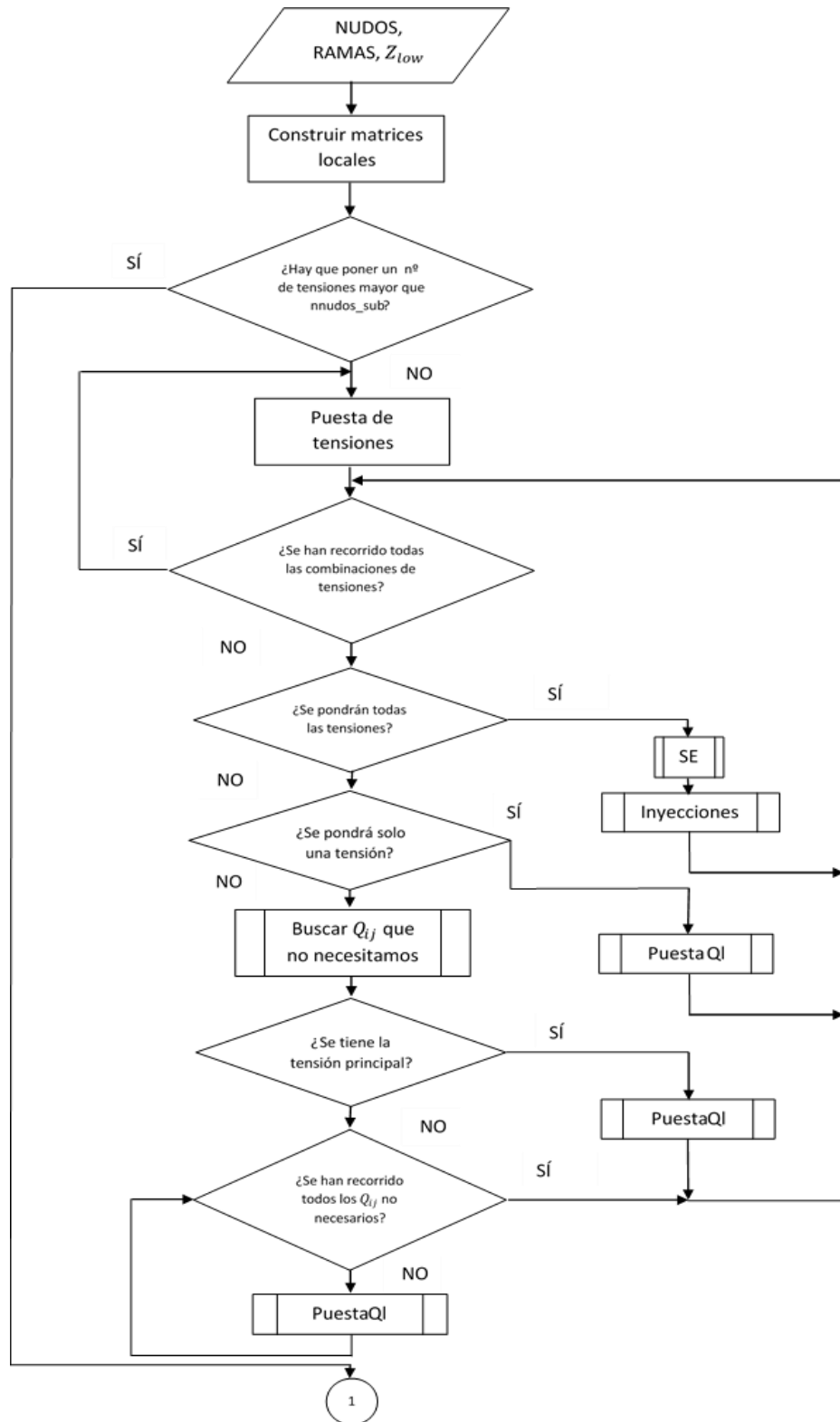
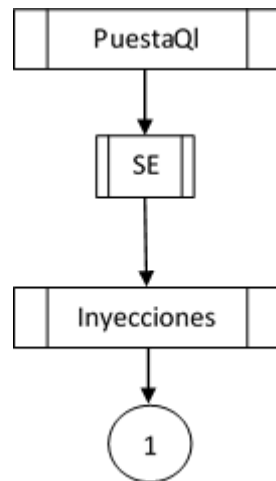


Figura 4-22. Diagrama de flujo de la generación de caminos críticos en baja redundancia



**Figura 4-23.** Módulo de la puesta de  $Q_{ij}$  en baja redundancia

El módulo de intercambios de flujos de potencia con inyecciones funciona en baja redundancia exactamente de la misma manera que en alta redundancia (**Figura 4-21**).



## 4.5 Obtención de resultados

A lo largo del proyecto se han diseñado tres versiones diferentes del RSE en función de lo que se haga con los estados estimados de los caminos críticos:

- Versión 1: RSE con mediana centralizada aplicada a las tensiones y fases.
- Versión 2: RSE con mediana localizada en cada nudo aplicada a sus tensiones y fases.
- Versión 3: RSE con mediana localizada en cada nudo aplicada a sus residuos.

### 4.5.1 Versión 1: RSE con mediana centralizada aplicada a las tensiones y fases

En esta primera versión, se recopilan los estados de cada uno de los caminos críticos del sistema en dos matrices, una para las tensiones  $V_e$  y otra para las diferencias de fase  $\Delta\theta_e$ .

En la matriz de tensiones, las columnas agrupan a todos los valores obtenidos de un mismo nudo. La primera columna corresponde a todas las  $V_1$  estimadas, la segunda, a las  $V_2$  y así sucesivamente hasta llegar a  $V_{14}$ .

En la matriz de diferencias de fase, las columnas agrupan a todos los valores obtenidos de entre dos nudos. La primera corresponde a todas las  $\Delta\theta_{1-2}$  estimadas, la segunda, a las  $\Delta\theta_{1-5}$  y así sucesivamente.

Una vez construidas estas dos matrices, el siguiente paso consiste en hacer la mediana a cada columna de las matrices de tensiones y diferencias de fase. Todos los estados críticos hallados en cada subestación son enviados al centro de control, donde se selecciona el estado definitivo del sistema con este procedimiento. De ahí que la primera versión recibiese el nombre de “RSE con mediana centralizada aplicada a las tensiones y fases”.

El uso de la mediana estriba en su capacidad de apartar los valores muy reducidos y los más grandes. Por tanto, es una buena herramienta para apartar los valores extremadamente ruidosos o los BD. Recordar que dado un vector, su mediana se halla ordenándolo de menor a mayor y seleccionando el valor que ocupa la posición central si el vector tiene un número impar de elementos como en el siguiente ejemplo:

```
>> v = [1.07 1 0.98 0.95 1.05 0.91 1.11]

v =

    1.0700    1.0000    0.9800    0.9500    1.0500    0.9100    1.1100

>> v = sort( v )

v =

    0.9100    0.9500    0.9800    1.0000    1.0500    1.0700    1.1100

>> mediana = median ( v )

mediana =

    1
```

Figura 4-24. Ejemplo del cálculo de la mediana de un vector

En este ejemplo se ve cómo los valores 0.91 y 1.11, es decir los más extremistas, quedan apartados.

Si el número de elementos del vector fuese par, la mediana sería igual a la media de los dos valores centrales.

En cuanto a las diferencias de fase, habría un paso de más, es decir, tendrán que deshacerse recordando la expresión (4-6).

Todo lo dicho sobre la versión 1 queda organizado en el siguiente diagrama de flujo:

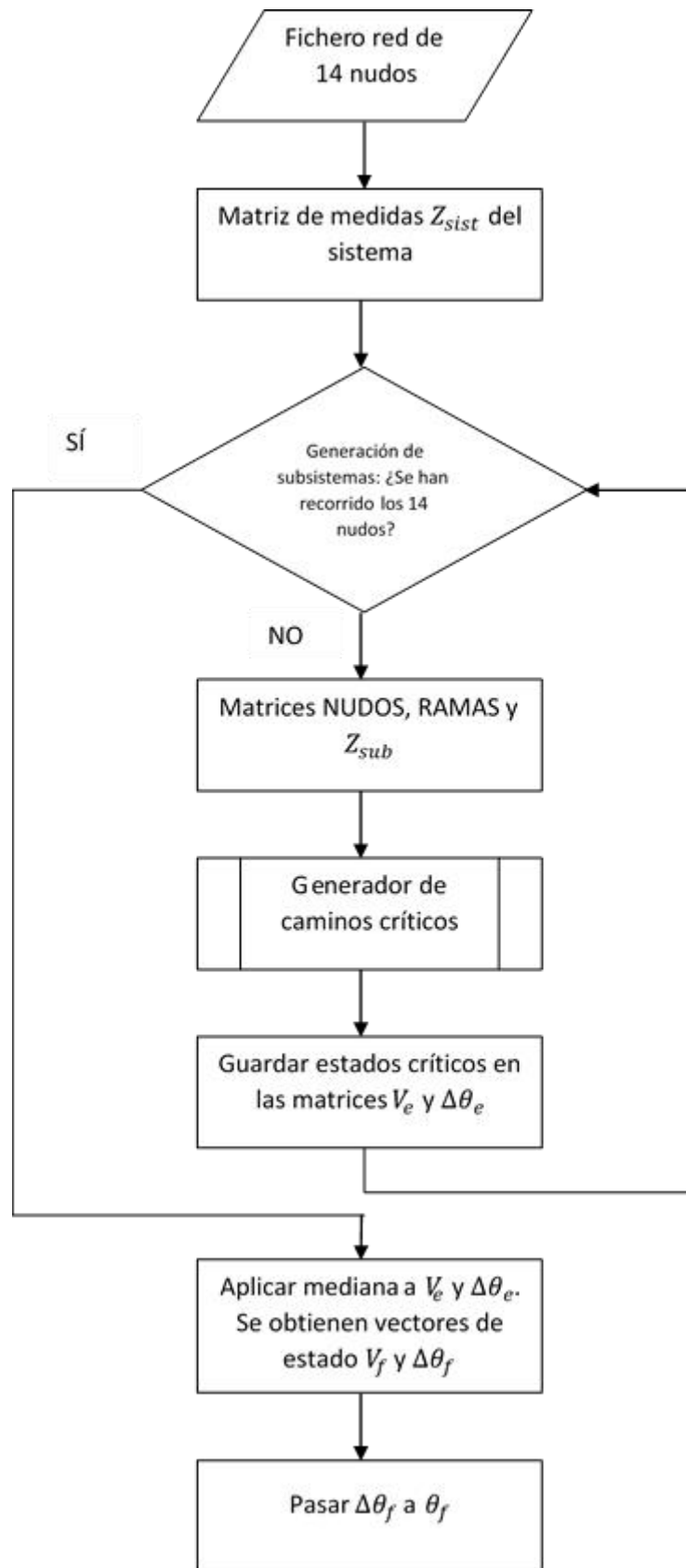


Figura 4-25. Diagrama de flujo de la versión 1 del RSE

#### 4.5.2 Versión 2: RSE con mediana localizada en cada nudo aplicada a sus tensiones y fases

En la segunda versión la mediana se realiza en matrices de tensiones ( $V_e$ ) y de diferencias de fase ( $\Delta\theta_e$ ) del subsistema por el que va el programa, en vez de en las de la red entera. Por tanto, se hace una selección local de estado en cada subestación y se acumula cada resultado en dos nuevas matrices de tensiones ( $V_s$ ) y diferencias de fase ( $\Delta\theta_s$ ). Finalmente, a estas últimas matrices  $V_s$  y  $\Delta\theta_s$ , se les hace la media en cada columna para determinar el estado estimado del sistema completo.

El motivo por el cual se ha optado por el estudio de esta versión es la transmisión de datos. En la primera versión, cada subestación enviaba al centro de control todos los estados críticos que contenía. Sin embargo, con esta nueva versión, se reduce considerablemente el número de datos a transmitir, lo cual hace que el centro de control tenga menos carga de trabajo y esta se reparta entre todas las subestaciones de la red.

Esta segunda versión se rige por el siguiente algoritmo:

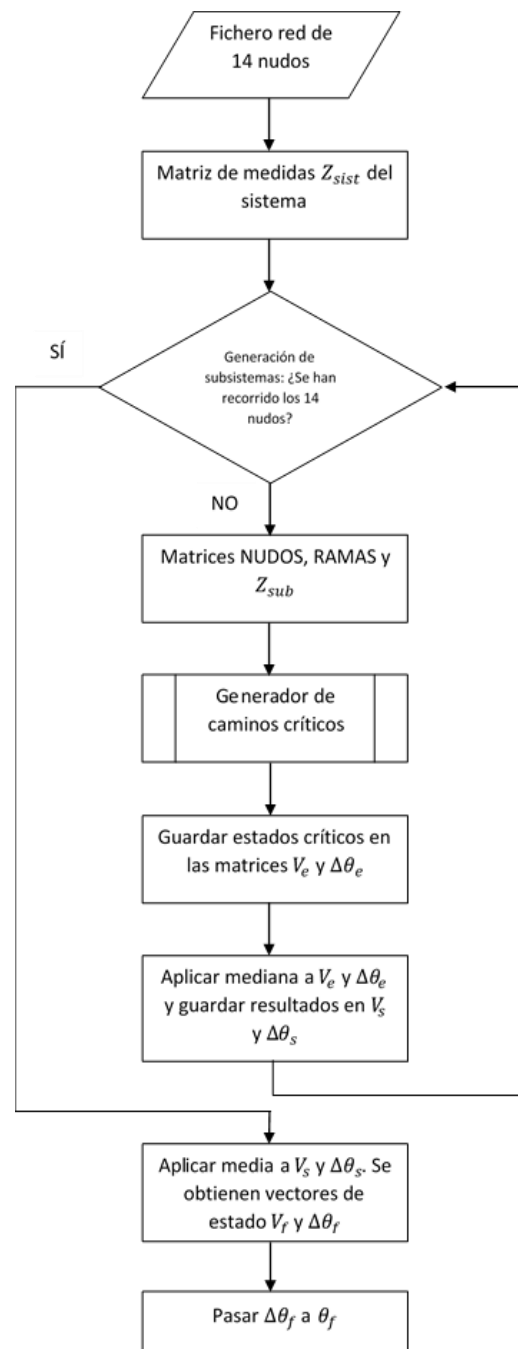


Figura 4-26. Diagrama de flujo de la segunda versión del RSE

### 4.5.3 Versión 3: RSE con mediana localizada en cada nudo aplicada a sus residuos

La última versión no emplea la mediana en matrices de tensiones o diferencias de fase como las dos versiones anteriores. Aquí, en cada subsistema, se recorren uno a uno sus estados críticos hallados, se construye la matriz de medidas  $\widehat{Z}_{sub}$  correspondiente a cada uno, se calculan los residuos de las medidas que salen en  $\widehat{Z}_{sub}$ , se elevan al cuadrado, se ordenan de menor a mayor y por último se escoge el residuo según la siguiente fórmula de la posición de la mediana en el vector residuos obtenida del artículo [7]:

$$v = m - \frac{s^* + 1}{2} \quad (4-7)$$

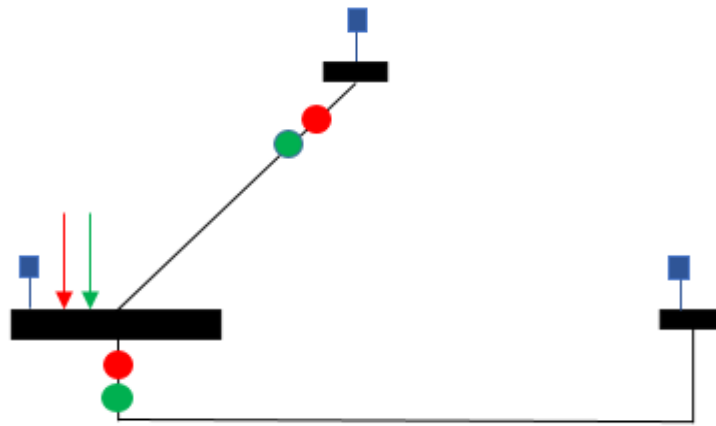
donde  $m$ : número de medidas disponibles en el subsistema.

$s^*$ : número mínimo de medidas que hay que quitar para que el subsistema sea crítico.

El valor de  $s^*$  se refiere al número mínimo de medidas entre los problemas de activa y reactiva. Para las dos redundancias estudiadas, el problema de activa cuenta siempre con una única fase conocida, mientras que en el de activa siempre se tendrá más de una tensión. Ambos cuentan con el mismo número de flujos e inyecciones de potencia. Por tanto, para el cálculo de  $s^*$ , solo habrá que fijarse en el problema activo, ya que este siempre tendrá un número de medidas disponibles menor que el reactivo y habrá que quitar menos medidas para que el subsistema sea crítico.

Si  $v$  resultase ser un número decimal  $v = 8.7$ , se truncaría en su parte entera  $v = 8$ .

**Ejemplo 4-1.** Un ejemplo del cálculo de  $s^*$  sería el siguiente:



**Figura 4-27.** Subsistema de 3 nudos en baja redundancia

En el subsistema de la figura,  $m = 10$  (incluido el *slack*). En cuanto a  $s^*$ , si se atiende al problema de activa como se propuso antes, el número de medidas que se pueden quitar hasta que el escenario sea crítico es  $s^* = 1$ , ya que habiendo 3 potencias disponibles y dos fases por averiguar, sobra una potencia. Se puede comprobar que en el problema de reactiva  $s^* = 3$ , por lo que finalmente se elegiría  $s^* = 1$ , pues es la menor  $s^*$  de los dos problemas.

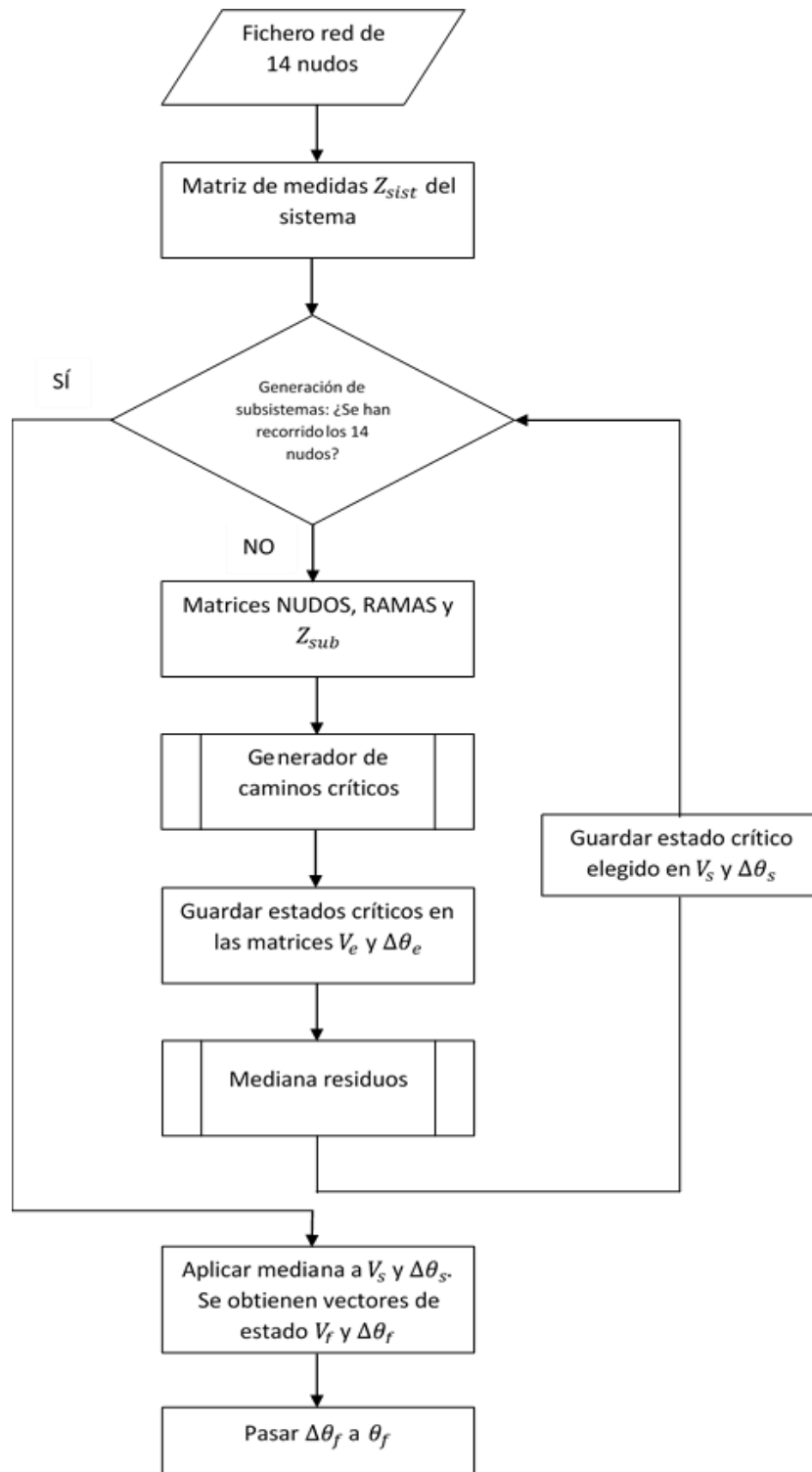
Una vez calculada la mediana del vector residuos  $J_c$  del estado crítico en cuestión, se compara con la mediana del vector residuos del estado crítico anterior. Inicialmente se empezará comparar con la mediana del vector

residuos del perfil plano  $J_{c0}$ . Se repetirá este proceso actualizando  $J_{c0} = J_c$  si  $J_c < J_{c0}$  hasta quedarnos con el menor residuo de todos los estados críticos del subsistema.

Cuando se haya determinado el estado crítico con menor residuo, se guardan las tensiones y diferencias de fase que le corresponden en matrices y se repite el mismo proceso para los siguientes subsistemas.

Con las nuevas matrices de tensiones y diferencias de fase ya hechas, se realiza la mediana aritmética en cada una de sus columnas. El resultado constituiría el estado final del sistema completo.

La tercera versión del RSE opera según el siguiente algoritmo:



**Figura 4-28.** Diagrama de flujo de la versión 3 del RSE

El módulo “mediana residuos”, el cual calcula los residuos de los estados críticos y les aplica la mediana de la fórmula (4-7), es el siguiente:

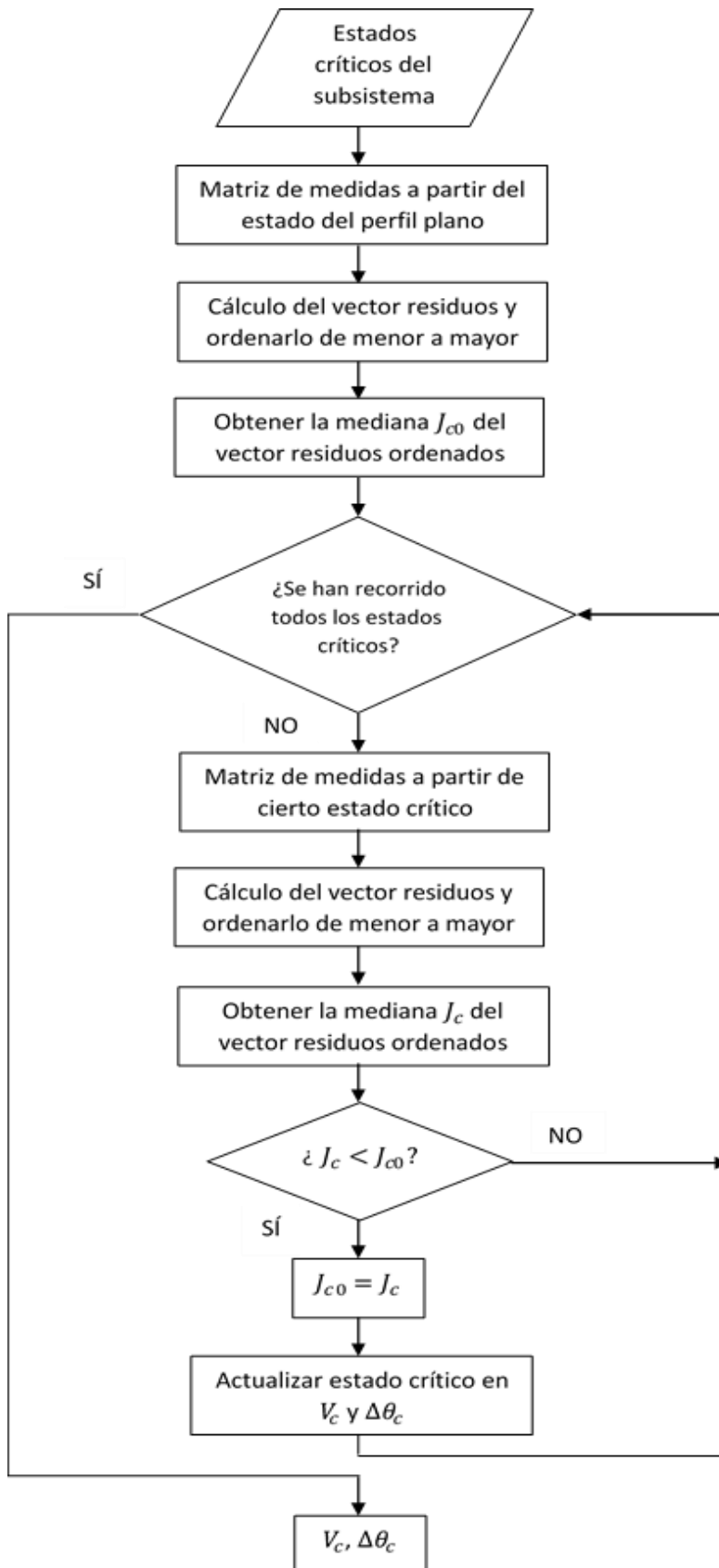


Figura 4-29. Módulo “mediana residuos” perteneciente a la versión 3 del RSE

## 5 PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO

---

Tras haber presentado varias versiones de un estimador supuestamente más robusto que el convencional, queda demostrar si verdaderamente estas son mejores. Para ello se han llevado a cabo una serie de diversas pruebas rigurosas.

El objetivo principal que hay que tener en mente es analizar la reacción de los estimadores ante la aparición de medidas ruidosas y de “*bad data*” (BD). Esto se hará calculando el estado del sistema y, seguidamente, la matriz de medidas  $\hat{Z}$  asociada a dicho estado. De este modo, la preferencia de un estimador sobre otro estará marcada por los errores en valor absoluto tanto del estado estimado como de las medidas asociadas a este. Si los errores en el RSE son menores que en el estimador convencional (SE) se podrá confirmar que el RSE es mejor. Los errores se obtendrían según la siguiente fórmula:

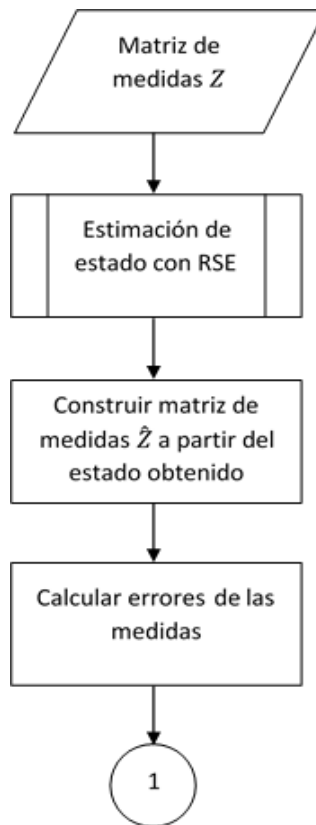
$$\text{errores medidas} = |\hat{z}_i - z_i^{ex}| \quad (5-1)$$

donde  $\hat{z}_i$ : medida estimada.

$z_i^{ex}$ : medida exacta.

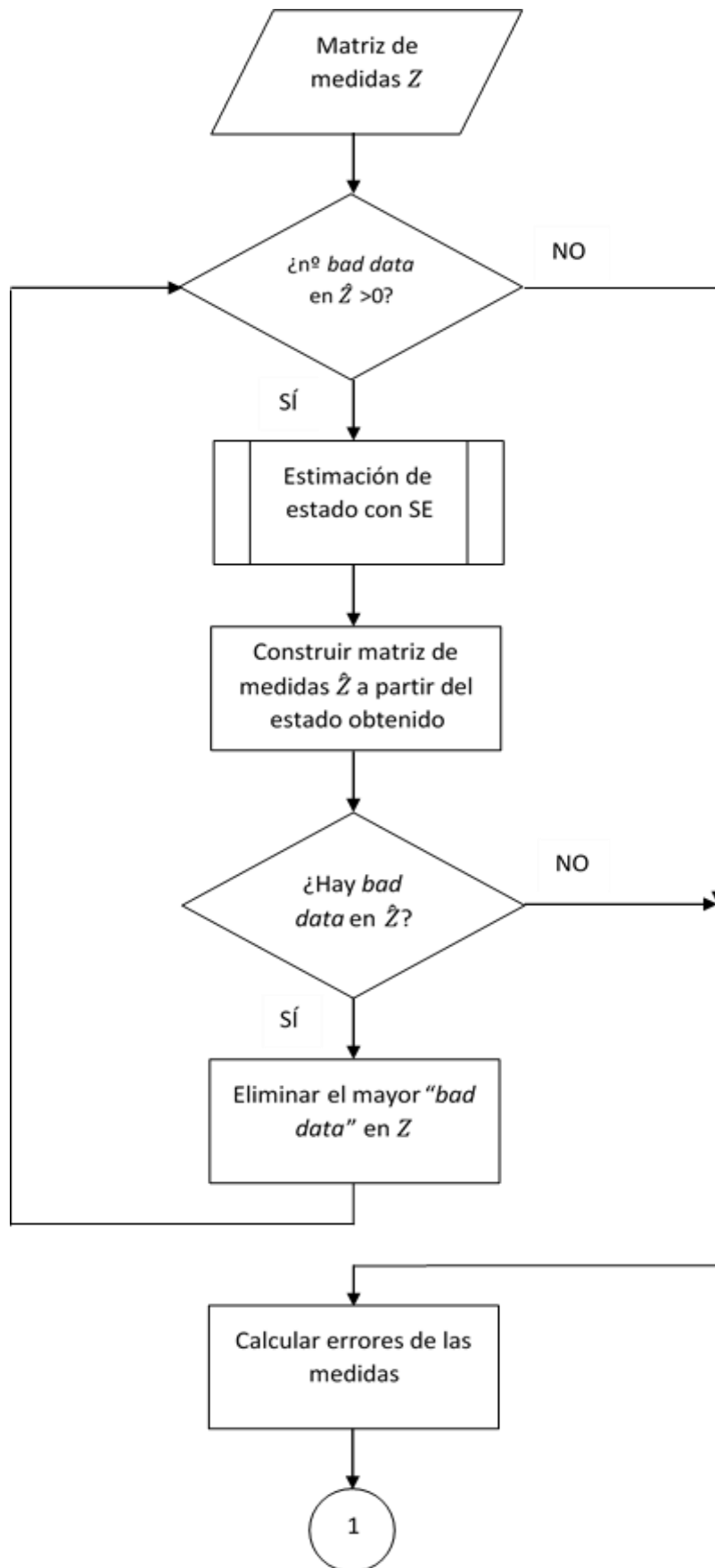
Las simulaciones con el SE se han efectuado con un pequeño añadido en su funcionamiento. Se trata de la implementación de un algoritmo de corrección, el cual elimina el BD más alto que sale (si su residuo normalizado es mayor que 3) al realizar una estimación. Acto seguido, se vuelve a estimar con la matriz de medidas inicial sin la fila correspondiente al BD eliminado. La estimación de estado del SE finalizará cuando no se encuentre ningún BD.

Las pruebas para los dos estimadores seguirían las siguientes estructuras:



**Figura 5-1.** Diagrama de flujo de las pruebas con el RSE





**Figura 5-2.** Diagrama de flujo de las pruebas con el SE

Comentar que al principio se pone un número de BD mayor que 0 (sin meter BD) para que empiece a iterar.

## 5.1 Pruebas en baja redundancia

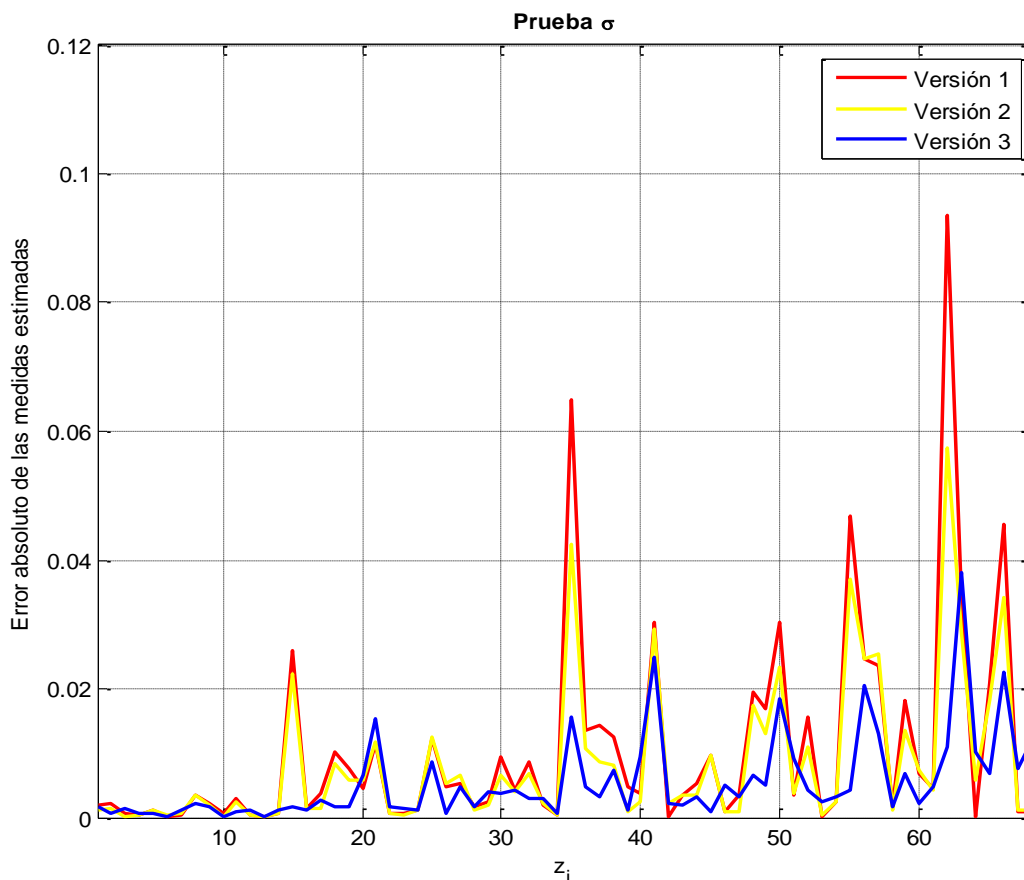
Las pruebas que se han realizado para esta redundancia son:

- Medidas con ruido gaussiano: Se generan medidas realistas a partir de las exactas según la fórmula (4-4). Los valores de desviación estándar que se han utilizado son  $\sigma_i$  y  $2\sigma_i$ .
- Medidas BD localizadas (BDI): se incluyen en cada nudo 2 ó 3 medidas clasificadas como BD. Las medidas que se alteran son aquellas que están más cercanas al nudo, es decir, tensiones, flujos de ida e inyecciones, tomando un valor de un 20% o un 50% superior respecto al valor exacto. Cada vez que se contamine un nudo se realizará una estimación, por lo que en estas pruebas se han hecho tantas estimaciones como nudos tiene la red. Como consecuencia, en estas pruebas se obtienen dos matrices  $V$  y  $\theta$  de 14x14 elementos cada una, donde las filas son el número de estimación (1ª estimación, 2ª estimación,...) y las columnas, los nudos. En cada una de sus filas se ha aplicado la media y el cálculo de la desviación estándar para analizar estas pruebas.

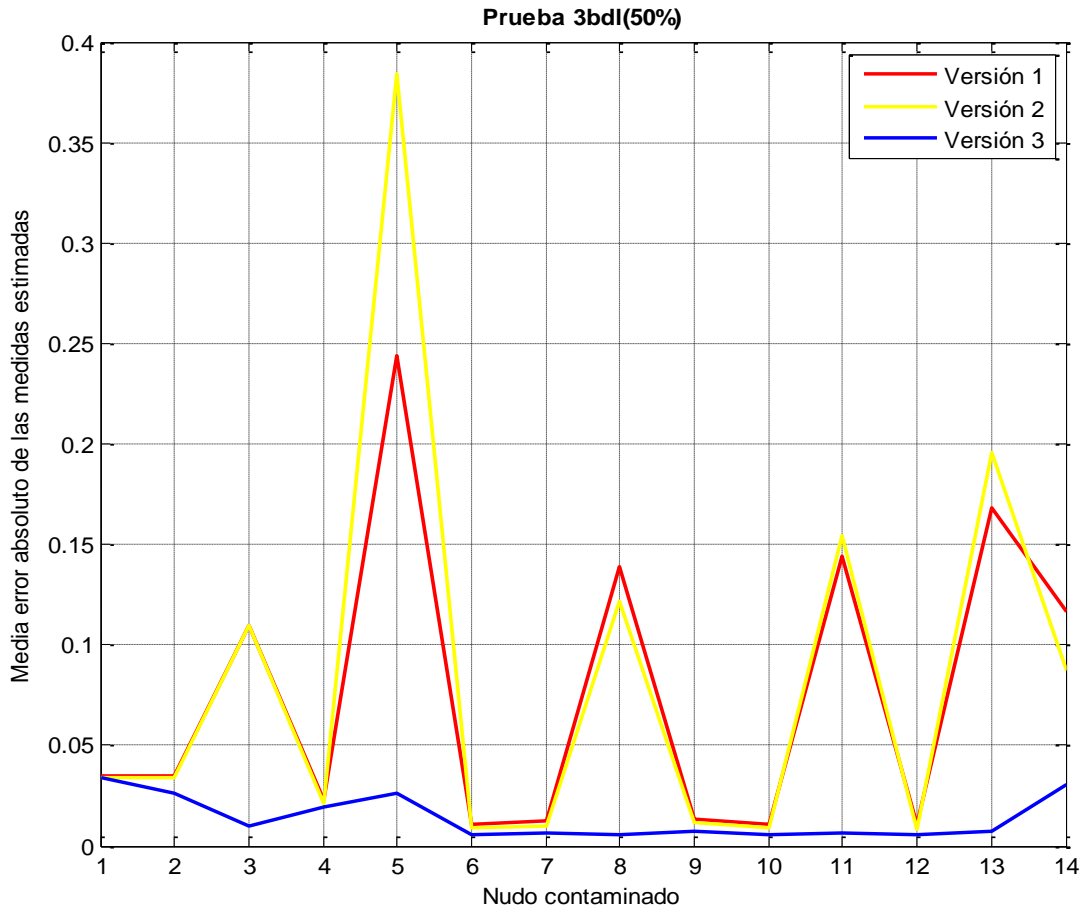
### 5.1.1 Comparativa de las versiones

En primer lugar es necesario detenerse un instante con el propósito de averiguar cuál de las tres versiones del RSE propuestas estima el estado de la red de la forma más precisa. La comparación entre todas las versiones se ha realizado solamente para dos pruebas, las cuales representan la situación más favorable (medidas con ruido gaussiano  $\sigma_i$ ) y la más desfavorable (medidas 3 BD localizadas al 50%). Se calculará pues el estado estimado, la matriz de medidas correspondiente a ese estado y finalmente los errores en valor absoluto de las medidas.

La comparativa viene representada por las siguientes gráficas, donde se representa el error de las medidas estimadas (1ª gráfica) así como el error promedio de las medidas estimadas (2ª gráfica) en cada versión:



**Figura 5-3.** Comparativa de los errores de las medidas estimadas de las tres versiones del RSE con el ruido estándar



**Figura 5-4.** Comparativa de la media de los errores de las medidas estimadas de las tres versiones del RSE con 3 BD localizados al 50% del valor exacto

Antes de comentar estas gráficas, es necesario hacer algunas aclaraciones que servirán también para todas aquellas que serán mostradas más adelante.

En la primera de las gráficas, el eje X corresponde a las posiciones de las filas donde se ubican las magnitudes disponibles  $z_i$  en la matriz de medidas  $Z$ . Es decir, las magnitudes en el eje X que van del 1 al 14 son las tensiones  $V_1, V_2, \dots, V_{14}$ , puesto que  $V_1$  viene definida en la primera fila de  $Z$ ,  $V_2$  en la segunda y así sucesivamente. Las magnitudes comprendidas entre 15 y 55 están compuestas por los flujos de activa y reactiva. Por último, desde el 56 al 68 están situadas las inyecciones de potencia de activa y reactiva.

Por ejemplo, si para la inyección de activa  $P_{10}$  se ha determinado un error de 0.01, en la gráfica su punto tendría como abscisa el 59, pues los datos de  $P_{10}$  vienen en la fila 59 de  $Z$ . Mientras tanto, su ordenada sería el error que ha salido, es decir, 0.01. El punto (59, 0.01) se leería: “la magnitud correspondiente a la 59ª fila de  $Z$  ( $P_{10}$ ) ha sido determinada con un error de 0.01”.

En la segunda gráfica, la cual trata de una prueba con BD, el eje X representa el número de estimación. Se dijo con anterioridad que en las pruebas con BD se realizarían 14 estimaciones. De este modo, la abscisa  $x = 1$  es la primera estimación realizada, la abscisa  $x = 2$  sería la segunda y así sucesivamente. En cuanto al eje Y, simplemente representa la media aritmética de los errores absolutos de todas las medidas calculadas (tensiones, flujos e inyecciones) en cada estimación realizada. Se recuerda que estas medidas se hallaban a partir del estado estimado.

Respecto a los picos en la curva del RSE, se ha comprobado que no están originados por nada en particular.

Simplemente se pueden dar como consecuencia de alguna tensión o fase que no ha sido bien estimada.

Ahora bien, en ambos casos se observa que la tercera versión, o sea, la que aplicaba la mediana a los residuos, es la que ofrece en general los errores más bajos. Se recuerda que esta versión escogía en cada subsistema el estado crítico cuyo residuo de medidas era el más reducido. Por tanto se concluye con que esta versión es la más robusta de todas, puesto que es la que mejor filtra el ruido y las medidas BD. Es interesante ver cómo la segunda versión estima peor cuanto más adversa es la situación inicial. Esto probablemente sea debido a que, al haber hasta 3 BD en un subsistema, si este es pequeño, el programa tenderá a quedarse con ellos por ser mayoría, ya que la mediana aquí se aplica de forma local al subsistema en las variables de estado.

A raíz de estos resultados, en las simulaciones que se mostrarán a continuación se ha hecho uso de la tercera versión del RSE.

### 5.1.2 Medidas con ruido gaussiano $\sigma_i$ y $2\sigma_i$

Las siguientes tablas recogen los errores de los estados estimados del RSE y del SE para ambas pruebas:

**Tabla 5-1.** Errores de los estados estimados de la prueba con ruido estándar

| Nudo            | $\sigma$ |                |          |                |
|-----------------|----------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE      |                | SE       |                |
|                 | ErrorV   | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 1,63E-03 | 6,37E-17       | 5,40E-04 | 5,38E-06       |
| 2               | 7,20E-04 | 3,85E-04       | 3,25E-04 | 7,00E-05       |
| 3               | 1,42E-03 | 1,03E-03       | 1,03E-04 | 3,57E-04       |
| 4               | 6,35E-04 | 5,08E-04       | 1,95E-04 | 6,97E-04       |
| 5               | 6,06E-04 | 8,06E-04       | 1,14E-04 | 4,56E-04       |
| 6               | 4,29E-05 | 6,29E-04       | 1,05E-03 | 1,33E-03       |
| 7               | 1,05E-03 | 8,63E-05       | 1,01E-03 | 1,67E-03       |
| 8               | 2,10E-03 | 3,29E-04       | 1,33E-03 | 1,87E-03       |
| 9               | 1,57E-03 | 3,73E-04       | 5,26E-04 | 1,29E-03       |
| 10              | 2,35E-05 | 6,15E-04       | 5,16E-04 | 1,35E-03       |
| 11              | 9,71E-04 | 8,27E-04       | 1,72E-03 | 2,01E-03       |
| 12              | 1,12E-03 | 6,86E-05       | 4,45E-05 | 1,60E-03       |
| 13              | 6,31E-05 | 1,08E-04       | 5,61E-04 | 1,28E-03       |
| 14              | 1,28E-03 | 3,70E-04       | 5,63E-04 | 1,11E-04       |
| <b>PROMEDIO</b> | 9,46E-04 | 4,72E-04       | 6,14E-04 | 1,08E-03       |

donde ErrorV: errores en cada una de las tensiones ( $V - V_{ex}$ ).

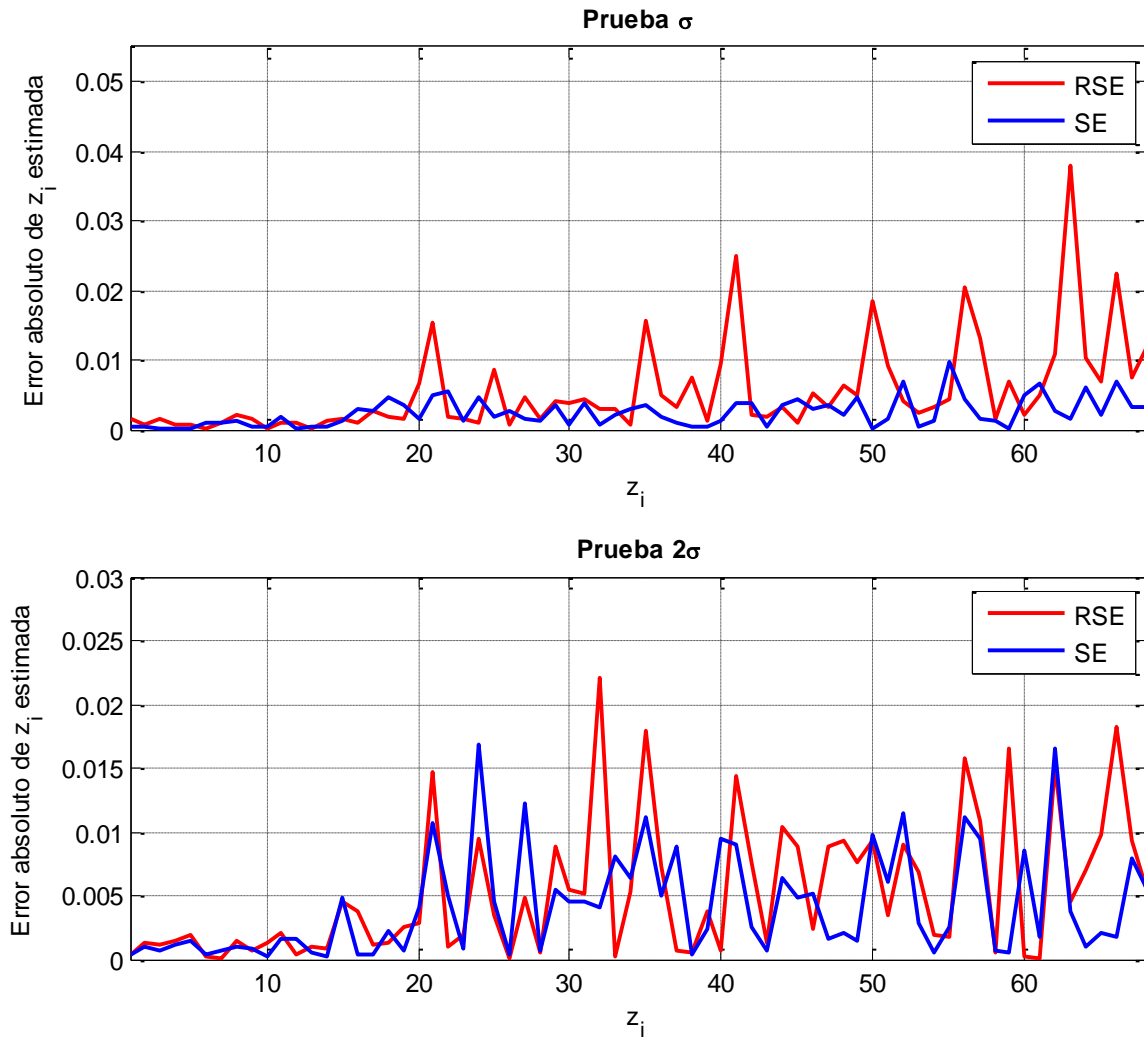
Error $\theta$ : errores en cada una de las fases ( $\theta - \theta_{ex}$ ).

**Tabla 5-2.** Errores de los estados estimados de la prueba con doble ruido estándar

| Nudo            | $2\sigma$ |                |          |                |
|-----------------|-----------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE       |                | SE       |                |
|                 | ErrorV    | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 3,48E-04  | 6,85E-17       | 3,24E-04 | 5,04E-05       |
| 2               | 1,32E-03  | 4,17E-04       | 1,03E-03 | 1,22E-04       |
| 3               | 1,17E-03  | 2,81E-04       | 6,84E-04 | 6,38E-04       |
| 4               | 1,48E-03  | 3,51E-05       | 1,20E-03 | 6,74E-04       |
| 5               | 1,86E-03  | 8,35E-04       | 1,42E-03 | 5,10E-05       |
| 6               | 1,73E-04  | 2,73E-03       | 3,13E-04 | 3,80E-03       |
| 7               | 6,50E-05  | 2,96E-04       | 6,47E-04 | 1,72E-03       |
| 8               | 1,47E-03  | 3,81E-04       | 9,62E-04 | 1,83E-03       |
| 9               | 7,01E-04  | 1,18E-03       | 8,13E-04 | 1,22E-03       |
| 10              | 1,28E-03  | 5,10E-04       | 1,74E-04 | 1,84E-03       |
| 11              | 2,13E-03  | 2,63E-03       | 1,61E-03 | 3,39E-03       |
| 12              | 3,87E-04  | 2,99E-03       | 1,60E-03 | 4,24E-03       |
| 13              | 9,74E-04  | 1,66E-03       | 6,09E-04 | 5,14E-03       |
| 14              | 8,04E-04  | 3,01E-04       | 2,23E-04 | 3,04E-03       |
| <b>PROMEDIO</b> | 1,01E-03  | 1,10E-03       | 8,29E-04 | 2,13E-03       |

Con estos resultados no se puede determinar bien a priori cuál de los dos estimadores es mejor, ya que el promedio de los errores en tensión del SE son menores que los del RSE, mientras que los de fase son más favorables en el RSE que en el SE debido a la diferencia de estimación en el “*slack*” por parte del RSE. Nótese que al aumentar el ruido, los errores de fase pasan a ser del mismo orden en los dos estimadores. Si se examinan los resultados nudo a nudo, se observa que en algunas ocasiones, por ejemplo en las tensiones de los nudos 6 y 12, los errores son menores en el RSE que en el SE. Por lo menos se puede concluir con que el RSE no tiene errores muy altos, tal y como se deseaba en primera instancia.

Las comparaciones entre el RSE respecto al SE en estas simulaciones vienen representadas por las siguientes gráficas, en las cuales se representa el error de las medidas estimadas:



**Figura 5-5.** Comparación entre RSE y SE en pruebas con ruido  $\sigma$  y  $2\sigma$

En la prueba con el ruido estándar, se ve claramente que el SE es más preciso que el RSE para la mayoría de las medidas, ya que en general los errores en el SE son menores. En cambio, con el doble de ruido, se observa que las curvas consiguen acercarse más. No obstante, se ha determinado que hay 42 de 68 medidas en las que el RSE da un error mayor que el SE, por lo que este último sigue siendo más preciso. Al parecer, el RSE da ahora errores menores que antes, mientras que los del SE han crecido. Esto podría querer decir que el RSE funciona mejor cuanto más adversa es la situación.

Cabe destacar que en las pruebas con el SE no se detectó ningún BD para ninguno de los dos casos:

**Tabla 5-3.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con  $\sigma$

| $\sigma$       | SE       |
|----------------|----------|
| Estimación     | BD found |
| 1 <sup>a</sup> | EMPTY    |

**Tabla 5-4.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con  $2\sigma$

| $2\sigma$      | SE       |
|----------------|----------|
| Estimación     | BD found |
| 1 <sup>a</sup> | EMPTY    |

### 5.1.3 Medidas 2 BD localizadas al 20% y 50%

La siguiente tabla recoge los errores medios de los estados estimados de la prueba con 2 BD localizados<sup>6</sup> un 20% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-5.** Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 2 BD localizados un 20% mayor al valor exacto

| Estimación<br>(nudo<br>contaminado) | Medidas 2 BD localizadas (20%) |            |               |                |          |            |               |                |
|-------------------------------------|--------------------------------|------------|---------------|----------------|----------|------------|---------------|----------------|
|                                     | RSE                            |            |               |                | SE       |            |               |                |
|                                     | MeanV                          | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ | MeanV    | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ |
| 1                                   | 8,26E-04                       | 6,51E-04   | 6,84E-04      | 5,39E-04       | 6,15E-04 | 4,80E-04   | 1,05E-03      | 7,22E-04       |
| 2                                   | 8,81E-04                       | 6,93E-04   | 2,99E-03      | 1,29E-03       | 6,46E-04 | 4,90E-04   | 1,01E-03      | 6,74E-04       |
| 3                                   | 1,23E-03                       | 9,84E-04   | 7,13E-04      | 8,86E-04       | 5,86E-04 | 4,95E-04   | 9,62E-04      | 6,50E-04       |
| 4                                   | 1,23E-03                       | 8,24E-04   | 6,54E-04      | 4,52E-04       | 6,14E-04 | 5,09E-04   | 9,93E-04      | 6,92E-04       |
| 5                                   | 9,60E-04                       | 1,02E-03   | 5,02E-04      | 3,00E-04       | 1,05E-03 | 5,02E-04   | 6,69E-04      | 4,82E-04       |
| 6                                   | 8,45E-04                       | 6,71E-04   | 4,92E-04      | 3,42E-04       | 6,18E-04 | 4,77E-04   | 9,51E-04      | 6,59E-04       |
| 7                                   | 9,43E-04                       | 6,11E-04   | 7,41E-04      | 6,06E-04       | 6,14E-04 | 4,48E-04   | 1,98E-03      | 1,96E-03       |
| 8                                   | 8,16E-04                       | 5,33E-04   | 4,24E-04      | 3,18E-04       | 3,68E-04 | 5,03E-04   | 1,03E-03      | 7,06E-04       |
| 9                                   | 9,80E-04                       | 8,14E-04   | 4,42E-04      | 2,90E-04       | 6,20E-04 | 4,51E-04   | 9,56E-04      | 6,82E-04       |
| 10                                  | 9,46E-04                       | 6,37E-04   | 4,27E-04      | 3,37E-04       | 6,15E-04 | 4,77E-04   | 1,00E-03      | 7,35E-04       |
| 11                                  | 1,37E-03                       | 1,13E-03   | 4,53E-04      | 3,17E-04       | 4,25E-04 | 5,43E-04   | 1,00E-03      | 6,85E-04       |
| 12                                  | 1,04E-03                       | 6,53E-04   | 9,00E-03      | 1,43E-02       | 5,70E-04 | 3,58E-04   | 1,02E-03      | 7,00E-04       |
| 13                                  | 9,51E-04                       | 6,41E-04   | 4,47E-04      | 3,05E-04       | 6,16E-04 | 4,86E-04   | 9,91E-04      | 7,75E-04       |
| 14                                  | 1,19E-03                       | 1,02E-03   | 4,96E-03      | 4,74E-03       | 6,58E-04 | 5,19E-04   | 1,12E-03      | 6,70E-04       |
| <b>PROMEDIO</b>                     | 1,01E-03                       | 7,77E-04   | 1,71E-03      | 1,89E-03       | 6,16E-04 | 5,33E-04   | 1,05E-03      | 7,75E-04       |

donde MeanV: media de los 14 errores de tensión que salen por estimación ( $\text{mean}(V - V_{ex})^2$ ).

<sup>6</sup> Los BD introducidos en estas pruebas se encuentran más adelante en la **Tabla 5-7** con motivo de ver mejor la eliminación de BD del SE. Para todo lo expuesto antes de ello no es estrictamente necesario recurrir a ellos.

<sup>7</sup> En estas pruebas  $V$  y  $\theta$  es una matriz de 14x14 elementos, donde las filas son el número de estimación y las columnas, los nudos. La media y el cálculo de la desviación estándar se aplica en cada una de sus filas.



$\sigma V$ : desviación estándar de los 14 errores de tensión que salen por estimación ( $\text{std}(V - V_{ex})$ ).

Mean $\theta$ : media de los 14 errores de fase que salen por estimación ( $\text{mean}(\theta - \theta_{ex})$ ).

$\sigma\theta$ : desviación estándar de los 14 errores de fase que salen por estimación ( $\text{std}(\theta - \theta_{ex})$ ).

La siguiente tabla recoge los errores medios de los estados estimados de la prueba con 2 BD localizados un 50% mayor al valor exacto:

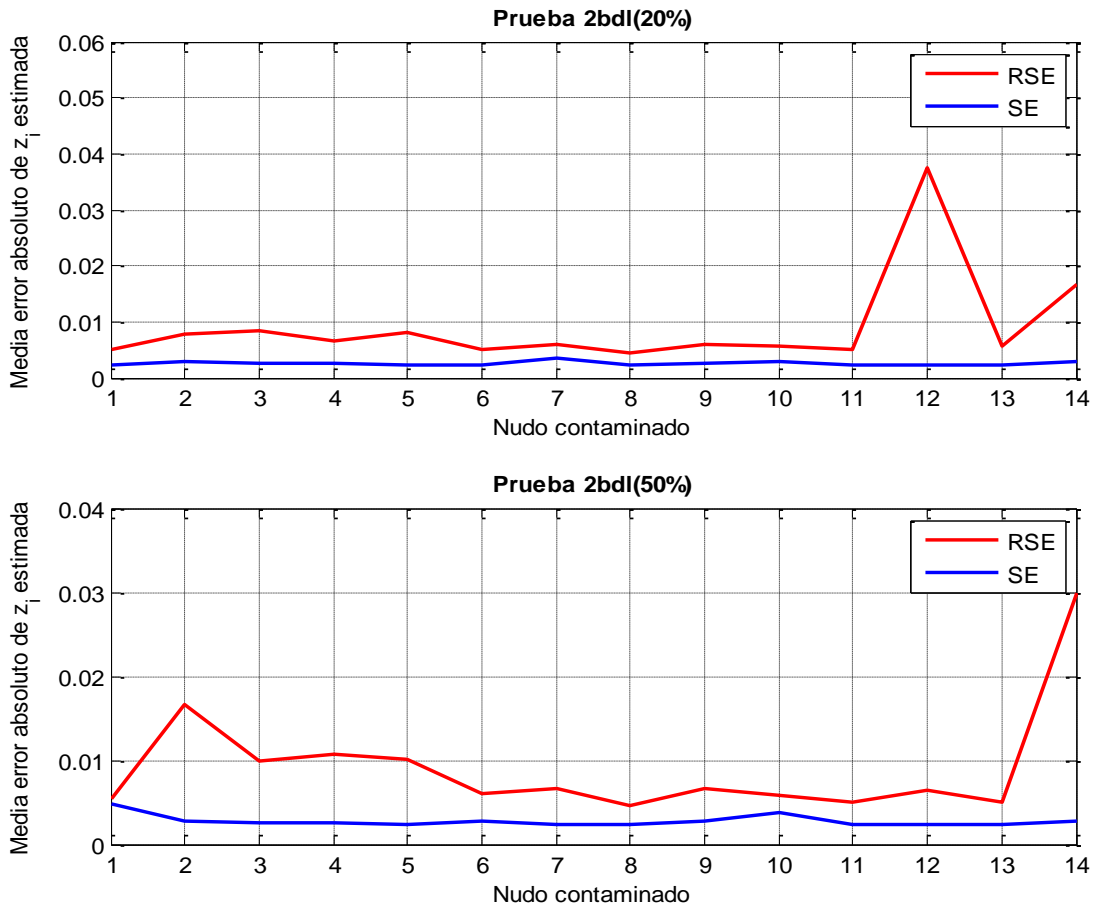
**Tabla 5-6.** Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 2 BD localizados un 50% mayor al valor exacto.

| Estimación<br>(nudo<br>contaminado) | Medidas 2 BD localizadas (50%) |            |               |                |          |            |               |                |
|-------------------------------------|--------------------------------|------------|---------------|----------------|----------|------------|---------------|----------------|
|                                     | RSE                            |            |               |                | SE       |            |               |                |
|                                     | MeanV                          | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ | MeanV    | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ |
| 1                                   | 1,02E-03                       | 7,70E-04   | 7,98E-04      | 5,84E-04       | 7,81E-04 | 7,51E-04   | 6,21E-04      | 3,62E-04       |
| 2                                   | 1,07E-03                       | 8,16E-04   | 8,29E-03      | 3,47E-03       | 6,46E-04 | 4,95E-04   | 1,01E-03      | 6,74E-04       |
| 3                                   | 1,23E-03                       | 9,84E-04   | 1,20E-03      | 2,43E-03       | 5,86E-04 | 5,09E-04   | 9,62E-04      | 6,50E-04       |
| 4                                   | 1,24E-03                       | 8,22E-04   | 4,77E-03      | 4,88E-03       | 6,14E-04 | 5,04E-04   | 9,94E-04      | 6,92E-04       |
| 5                                   | 1,17E-03                       | 9,68E-04   | 7,68E-04      | 6,11E-04       | 1,05E-03 | 4,77E-04   | 6,69E-04      | 4,82E-04       |
| 6                                   | 1,07E-03                       | 8,41E-04   | 4,88E-04      | 3,70E-04       | 6,86E-04 | 5,61E-04   | 9,90E-04      | 7,42E-04       |
| 7                                   | 9,31E-04                       | 5,60E-04   | 1,82E-03      | 1,68E-03       | 6,14E-04 | 4,97E-04   | 1,10E-03      | 7,36E-04       |
| 8                                   | 8,16E-04                       | 5,33E-04   | 4,22E-04      | 3,19E-04       | 3,68E-04 | 4,51E-04   | 1,03E-03      | 7,04E-04       |
| 9                                   | 1,13E-03                       | 7,62E-04   | 6,03E-04      | 3,93E-04       | 6,37E-04 | 5,40E-04   | 9,24E-04      | 6,72E-04       |
| 10                                  | 9,60E-04                       | 5,85E-04   | 8,08E-04      | 7,48E-04       | 6,60E-04 | 5,56E-04   | 1,15E-03      | 1,02E-03       |
| 11                                  | 1,37E-03                       | 1,13E-03   | 4,53E-04      | 3,17E-04       | 4,95E-04 | 3,99E-04   | 1,04E-03      | 7,28E-04       |
| 12                                  | 1,10E-03                       | 6,52E-04   | 5,66E-04      | 4,13E-04       | 5,66E-04 | 4,95E-04   | 1,03E-03      | 6,99E-04       |
| 13                                  | 8,67E-04                       | 6,31E-04   | 6,12E-04      | 3,72E-04       | 6,15E-04 | 5,16E-04   | 9,95E-04      | 6,90E-04       |
| 14                                  | 1,19E-03                       | 1,02E-03   | 9,83E-03      | 9,47E-03       | 6,58E-04 | 5,33E-04   | 1,12E-03      | 6,70E-04       |
| <b>PROMEDIO</b>                     | 1,08E-03                       | 7,91E-04   | 2,36E-03      | 1,96E-03       | 6,41E-04 | 5,33E-04   | 1,00E-03      | 7,05E-04       |

En las dos pruebas, esta vez los errores tanto de tensión como de fase son menores en el SE. Las desviaciones estándar son relativamente pequeñas en el RSE para todas las estimaciones realizadas. Por tanto, se puede deducir que el hecho de haber contaminado los nudos no ha influenciado mucho en cada una de sus estimaciones, ya que en teoría, al contaminar un nudo, las variables de estado de este deberían haberse desvirtuado mucho respecto a los demás. En cambio, desde un punto de vista más general, la inyección de BD sí que ha repercutido en que los errores promedio sean mayores que los del caso base ( $\sigma_i$ ).

Las desviaciones en el SE son todavía menores que en el RSE, así que el estimador convencional ha demostrado tener una mejor robustez a la hora de estimar el estado. Por otra parte, en la segunda prueba, los errores y desviaciones para ambos estimadores han crecido en módulo. Por consiguiente, la calidad del error de la estimación no solo se ve afectada por el número del BD introducido, sino también por su valor.

Las comparaciones entre esta versión del RSE respecto al SE para los dos distintos incrementos de las medidas respecto al valor exacto viene representada por las siguientes gráficas, en las cuales se representa el error promedio de todas las medidas estimadas:



**Figura 5-6.** Comparación entre RSE y SE en pruebas con 2 BD localizadas al 20% y 50%.

Viendo las gráficas, se observa que el SE tiene claramente una mejor comportamiento en ambas simulaciones. De hecho no hay ningún punto del SE que tenga una mayor altura que otro del RSE. Esto es debido a que tanto los errores como las desviaciones estándar de los estados estimados en el SE eran menores.

Como es lógico, los errores de la segunda prueba salen en general mayores que en la primera, salvo por la duodécima estimación del RSE. La causa de ello se debe a que el estado estimado en este caso puntual se ha

desviado más que los demás del exacto.

Los BD que se incluyeron en cada estimación fueron los siguientes:

**Tabla 5-7. 2 BD localizados introducido en cada estimación**

| <b>Estimación</b> | <b>BD añadido</b> |
|-------------------|-------------------|
| 1 <sup>a</sup>    | Q1-2,Q1-5         |
| 2 <sup>a</sup>    | Q2,P2-4           |
| 3 <sup>a</sup>    | P3-4,V3           |
| 4 <sup>a</sup>    | Q4-9,P4           |
| 5 <sup>a</sup>    | Q5-6,V5           |
| 6 <sup>a</sup>    | Q6-11,Q6-12       |
| 7 <sup>a</sup>    | P7-8,P7-9         |
| 8 <sup>a</sup>    | V8,P8             |
| 9 <sup>a</sup>    | Q9-10,Q9-14       |
| 10 <sup>a</sup>   | P10-11,P10        |
| 11 <sup>a</sup>   | V11,Q6-11         |
| 12 <sup>a</sup>   | P12-13,V12        |
| 13 <sup>a</sup>   | Q13-14,P13-14     |
| 14 <sup>a</sup>   | P14,V14           |

Durante la prueba con el SE para el 20%, se detectaron en la mayoría de las estimaciones varios BD tal y como se muestra en las tablas de abajo:

| <b>2 BDI (20%) 1</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | Q1-2            |

| <b>2 BDI (20%) 2</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P2-4            |
| 2 <sup>a</sup>       | Q2              |

| <b>2 BDI (20%) 3</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V3              |
| 2 <sup>a</sup>       | P3-4            |

| <b>2 BDI (20%) 4</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P4              |

| <b>2 BDI (20%) 5</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V5              |
| 2 <sup>a</sup>       | Q5-6            |
| 3 <sup>a</sup>       | V2              |

| <b>2 BDI (20%) 6</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | EMPTY           |

| <b>2 BDI (20%) 7</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P13-14          |

| <b>2 BDI (20%) 8</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V8              |

| <b>2 BDI (20%) 9</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | EMPTY           |

| <b>2 BDI (20%) 10</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | EMPTY           |

| <b>2 BDI (20%) 11</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V11             |

| <b>2 BDI (20%) 12</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V12             |

| <b>2 BDI (20%) 13</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | EMPTY           |

| <b>2 BDI (20%) 14</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V14             |
| 2 <sup>a</sup>        | P14             |

**Tablas 5-8.** BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 20%

Se puede notar que en algunas estimaciones el número de BD encontrados en cada estimación es menor que dos e incluso nulo. Este fenómeno tiene lugar cuando los BD que se incluyeron formaban parte de un subsistema pequeño. El estimador convencional cree que las medidas alteradas son buenas al constituir estas un gran porcentaje del total de medidas del subsistema.

Por el contrario, en la quinta estimación se eliminan hasta tres medidas, lo cual quiere decir que existe la posibilidad de que una magnitud, en principio con un valor correcto, puede corromperse después de estimar con otras magnitudes ya descartadas.

Durante la prueba con el SE para el 50%, se detectaron en la mayoría de las estimaciones varios BD tal y como se muestra en las tablas de abajo:

| <b>2 BDI (50%) 1</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | Q1-2            |
| 2 <sup>a</sup>       | Q2              |

| <b>2 BDI (50%) 2</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P2-4            |
| 2 <sup>a</sup>       | Q2              |

| <b>2 BDI (50%) 3</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V3              |
| 2 <sup>a</sup>       | P3-4            |

| <b>2 BDI (50%) 4</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P4              |

| <b>2 BDI (50%) 5</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V5              |
| 2 <sup>a</sup>       | Q5-6            |
| 3 <sup>a</sup>       | V2              |

| <b>2 BDI (50%) 6</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | Q6-11           |

| <b>2 BDI (50%) 7</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P7-9            |

| <b>2 BDI (50%) 8</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V8              |

| <b>2 BDI (50%) 9</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | EMPTY           |

| <b>2 BDI (50%) 10</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | P9-10           |

| <b>2 BDI (50%) 11</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V11             |
| 2 <sup>a</sup>        | Q6-11           |

| <b>2 BDI (50%) 12</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V12             |

| <b>2 BDI (50%) 13</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | P13-14          |

| <b>2 BDI (50%) 14</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V14             |
| 2 <sup>a</sup>        | P14             |

**Tablas 5-9.** BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 50%

Obviamente, en algunas estimaciones como por ejemplo la sexta, el número de BD encontrado es mayor, ya que en esta prueba las medidas contaminadas son más altas en módulo. Sin embargo, en varias estimaciones, se mantiene el fenómeno de eliminar menos BD de los que se introdujeron por el mismo motivo explicado anteriormente.

### 5.1.4 Medidas 3 BD localizadas al 20% y 50%

La siguiente tabla recoge los errores medios de los estados estimados de la prueba con 3 BD localizados<sup>8</sup> un 20% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-10.** Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 3 BD localizados un 20% mayor al valor exacto.

| Estimación<br>(nudo<br>contaminado) | Medidas 3 BD localizadas (20%) |            |               |                |          |            |               |                |
|-------------------------------------|--------------------------------|------------|---------------|----------------|----------|------------|---------------|----------------|
|                                     | RSE                            |            |               |                | SE       |            |               |                |
|                                     | MeanV                          | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ | MeanV    | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ |
| 1                                   | 9,69E-04                       | 6,72E-04   | 1,37E-02      | 4,21E-03       | 6,16E-04 | 4,91E-04   | 1,25E-03      | 7,81E-04       |
| 2                                   | 9,20E-04                       | 7,75E-04   | 6,90E-03      | 4,09E-03       | 6,46E-04 | 4,97E-04   | 9,26E-04      | 6,87E-04       |
| 3                                   | 1,20E-03                       | 1,01E-03   | 7,39E-04      | 9,34E-04       | 5,62E-04 | 4,97E-04   | 9,24E-04      | 6,12E-04       |
| 4                                   | 1,26E-03                       | 8,15E-04   | 2,77E-03      | 2,10E-03       | 7,23E-04 | 6,46E-04   | 1,07E-03      | 7,21E-04       |
| 5                                   | 9,79E-04                       | 1,01E-03   | 5,20E-03      | 3,82E-03       | 1,05E-03 | 4,78E-04   | 8,32E-04      | 6,56E-04       |
| 6                                   | 9,58E-04                       | 7,25E-04   | 7,48E-04      | 5,44E-04       | 6,21E-04 | 4,29E-04   | 1,02E-03      | 8,24E-04       |
| 7                                   | 8,16E-04                       | 5,09E-04   | 7,48E-04      | 5,98E-04       | 6,14E-04 | 5,40E-04   | 1,97E-03      | 1,96E-03       |
| 8                                   | 9,81E-04                       | 8,98E-04   | 4,24E-04      | 3,18E-04       | 4,05E-04 | 4,40E-04   | 1,03E-03      | 7,06E-04       |
| 9                                   | 9,99E-04                       | 6,28E-04   | 6,93E-04      | 7,39E-04       | 6,16E-04 | 5,09E-04   | 1,05E-03      | 7,58E-04       |
| 10                                  | 8,56E-04                       | 6,31E-04   | 4,82E-04      | 4,24E-04       | 6,14E-04 | 5,20E-04   | 9,97E-04      | 7,38E-04       |
| 11                                  | 8,61E-04                       | 6,85E-04   | 6,18E-04      | 3,56E-04       | 4,30E-04 | 3,57E-04   | 9,86E-04      | 6,67E-04       |
| 12                                  | 9,56E-04                       | 6,33E-04   | 4,55E-04      | 3,04E-04       | 6,14E-04 | 4,84E-04   | 1,02E-03      | 7,08E-04       |
| 13                                  | 1,22E-03                       | 7,37E-04   | 6,03E-04      | 4,05E-04       | 7,29E-04 | 5,68E-04   | 9,68E-04      | 7,73E-04       |
| 14                                  | 1,08E-03                       | 8,25E-04   | 5,08E-03      | 4,82E-03       | 6,31E-04 | 5,05E-04   | 1,13E-03      | 6,82E-04       |
| <b>PROMEDIO</b>                     | 1,00E-03                       | 7,54E-04   | 1,96E-03      | 1,50E-03       | 6,34E-04 | 5,33E-04   | 1,07E-03      | 8,07E-04       |

<sup>8</sup> Los BD introducidos en estas pruebas se encuentran más adelante en la **Tabla 5-12** con motivo de ver mejor la eliminación de BD del SE. Para todo lo expuesto antes de ello no es estrictamente necesario recurrir a ellos.

La siguiente tabla recoge los errores medios de los estados estimados de la prueba con 3 BD localizados un 50% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-11.** Errores promedio de los estados estimados de la prueba con 3 BD localizados un 50% mayor al valor exacto.

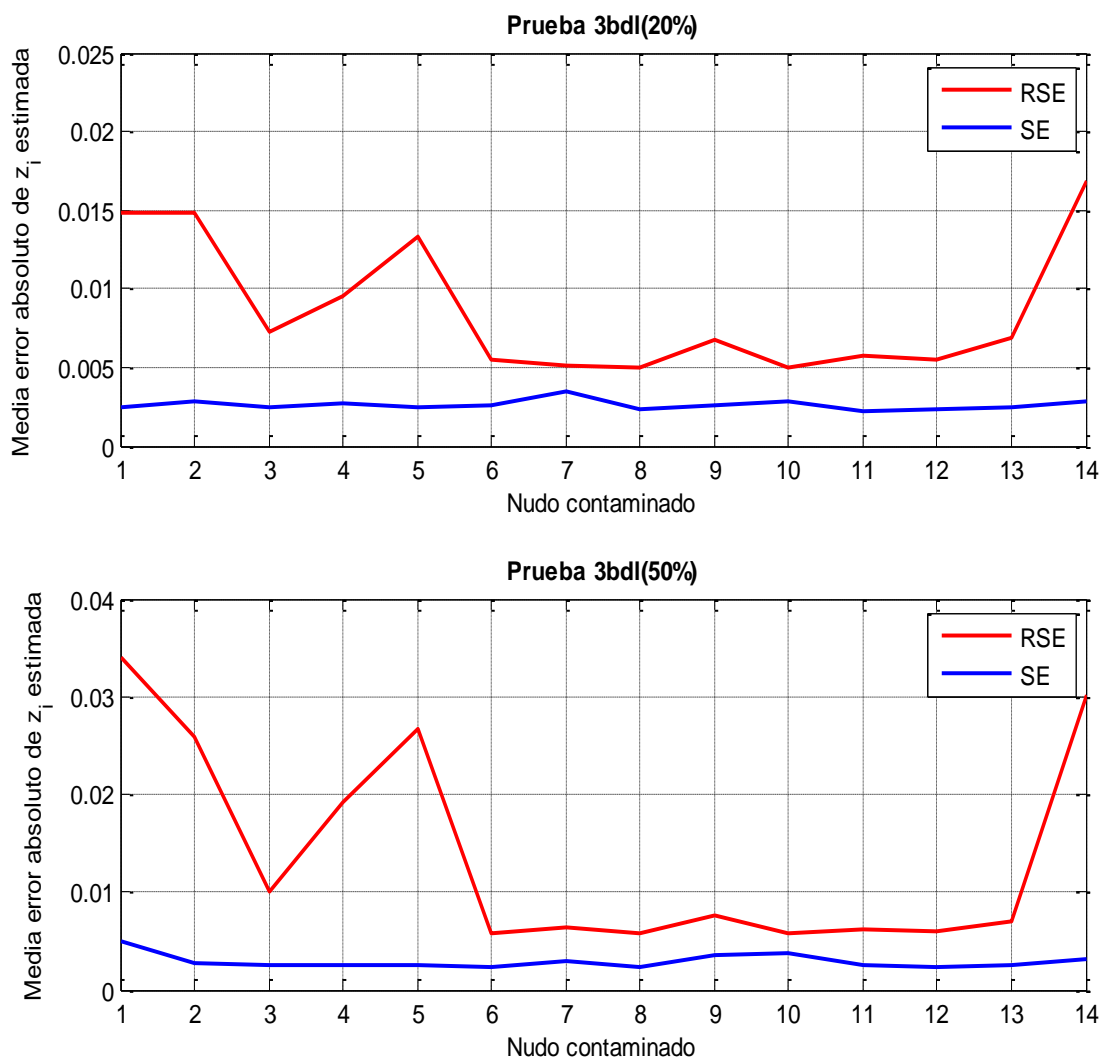
| Estimación<br>(nudo<br>contaminado) | Medidas 3 BD localizadas (50%) |            |               |                |          |            |               |                |
|-------------------------------------|--------------------------------|------------|---------------|----------------|----------|------------|---------------|----------------|
|                                     | RSE                            |            |               |                | SE       |            |               |                |
|                                     | MeanV                          | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ | MeanV    | $\sigma V$ | Mean $\theta$ | $\sigma\theta$ |
| 1                                   | 9,69E-04                       | 6,72E-04   | 3,67E-02      | 1,13E-02       | 7,84E-04 | 7,51E-04   | 6,95E-04      | 4,48E-04       |
| 2                                   | 8,51E-04                       | 6,88E-04   | 1,75E-02      | 1,00E-02       | 6,46E-04 | 4,97E-04   | 9,26E-04      | 6,87E-04       |
| 3                                   | 1,23E-03                       | 9,84E-04   | 1,29E-03      | 2,58E-03       | 6,07E-04 | 5,22E-04   | 9,84E-04      | 6,62E-04       |
| 4                                   | 1,46E-03                       | 9,76E-04   | 1,58E-02      | 1,16E-02       | 6,26E-04 | 5,65E-04   | 9,76E-04      | 6,84E-04       |
| 5                                   | 1,17E-03                       | 9,70E-04   | 1,42E-02      | 1,07E-02       | 1,05E-03 | 4,78E-04   | 8,32E-04      | 6,56E-04       |
| 6                                   | 8,83E-04                       | 6,38E-04   | 1,05E-03      | 1,09E-03       | 6,31E-04 | 5,79E-04   | 9,58E-04      | 6,65E-04       |
| 7                                   | 8,69E-04                       | 5,40E-04   | 1,84E-03      | 1,68E-03       | 6,77E-04 | 5,59E-04   | 1,12E-03      | 7,47E-04       |
| 8                                   | 1,27E-03                       | 1,88E-03   | 4,22E-04      | 3,19E-04       | 4,05E-04 | 4,40E-04   | 1,03E-03      | 7,04E-04       |
| 9                                   | 1,10E-03                       | 7,36E-04   | 6,04E-04      | 6,07E-04       | 6,25E-04 | 5,90E-04   | 1,18E-03      | 9,59E-04       |
| 10                                  | 9,44E-04                       | 6,41E-04   | 5,18E-04      | 3,96E-04       | 6,65E-04 | 5,71E-04   | 1,15E-03      | 1,02E-03       |
| 11                                  | 8,97E-04                       | 6,54E-04   | 7,69E-04      | 5,38E-04       | 4,68E-04 | 3,59E-04   | 1,14E-03      | 9,15E-04       |
| 12                                  | 1,03E-03                       | 6,52E-04   | 4,56E-04      | 3,03E-04       | 6,15E-04 | 4,94E-04   | 1,01E-03      | 6,93E-04       |
| 13                                  | 1,22E-03                       | 7,37E-04   | 1,04E-03      | 8,22E-04       | 7,26E-04 | 5,64E-04   | 9,72E-04      | 6,85E-04       |
| 14                                  | 1,08E-03                       | 8,25E-04   | 9,96E-03      | 9,56E-03       | 5,89E-04 | 4,99E-04   | 1,18E-03      | 7,49E-04       |
| <b>PROMEDIO</b>                     | 1,07E-03                       | 8,28E-04   | 5,03E-03      | 3,86E-03       | 6,51E-04 | 5,33E-04   | 1,04E-03      | 7,56E-04       |

A pesar de que se hayan introducido más BD que en las pruebas anteriores, el SE sigue imponiéndose frente al RSE. Se comprueba una vez más que los errores y las desviaciones estándar son menores en el estimador convencional que en el robusto. Echando la vista atrás a las pruebas homólogas con 2 BD, se comprueba que los errores y las desviaciones son parejas, siendo algunos valores mejores antes y otros, ahora. Sabiendo esto, se deduce que el hecho de aumentar el número de BD no ha tenido gran repercusión en ninguno de los estimadores.

Dados los resultados de estas últimas pruebas, se confirma que el SE ofrece una mayor precisión del estado estimado que el RSE en un escenario de baja redundancia.



Las comparaciones entre esta versión del RSE respecto al SE para los dos distintos incrementos de las medidas respecto al valor exacto viene representada por las siguientes gráficas, en las cuales se representa el error promedio de todas las medidas estimadas:



**Figura 5-7.** Comparación entre RSE y SE en pruebas con 3 BD localizadas al 20% y 50%.

Los errores persisten con su ya habitual diferencia en la que el SE se ajusta mejor al estado exacto. Se reafirma entonces la poca influencia de haber añadido un mayor número de BD.

El valor de los errores son parecidos a los de las pruebas con dos medidas contaminadas excepto por algún que otro pico puntual.

Se aprecia en las curvas de la segunda simulación como los errores son mayores que en la simulación anterior debido al incremento en el valor de los BD.

Los BD que se incluyeron en cada estimación fueron los siguientes:

**Tabla 5-12.** BD localizados introducido en cada estimación

| <b>Estimación</b> | <b>BD añadido</b> |
|-------------------|-------------------|
| 1 <sup>a</sup>    | Q1-5,P1-5,Q1-2    |
| 2 <sup>a</sup>    | P2-3,P2-5,Q2      |
| 3 <sup>a</sup>    | P3-4,V3,Q3-4      |
| 4 <sup>a</sup>    | P4-7,Q4-7,P4-9    |
| 5 <sup>a</sup>    | V5,Q5-6,P5-6      |
| 6 <sup>a</sup>    | Q6-13,Q6-11,P6-11 |
| 7 <sup>a</sup>    | P7-9,Q7-9,P7-8    |
| 8 <sup>a</sup>    | V8,P8,Q8          |
| 9 <sup>a</sup>    | P9-14,P9-10,Q9-14 |
| 10 <sup>a</sup>   | Q10-11,P10,P10-11 |
| 11 <sup>a</sup>   | V11,P10-11,Q6-11  |
| 12 <sup>a</sup>   | P12-13,Q12-13,Q12 |
| 13 <sup>a</sup>   | V13,Q13-14,P13-14 |
| 14 <sup>a</sup>   | Q14,P14,V14       |

Durante la prueba con el SE se detectaron en la mayoría de las estimaciones varios BD tal y como se muestra en las tablas de abajo:

| <b>3 BDI (20%) 1</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P1-5            |
| 2 <sup>a</sup>       | Q1-2            |

| <b>3 BDI (20%) 2</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P2-3            |
| 2 <sup>a</sup>       | P2-5            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q2              |

| <b>3 BDI (20%) 3</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V3              |
| 2 <sup>a</sup>       | P3-4            |

| <b>3 BDI (20%) 4</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P4-7            |
| 2 <sup>a</sup>       | P4-9            |

| <b>3 BDI (20%) 5</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V5              |
| 2 <sup>a</sup>       | P5-6            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q5-6            |
| 4 <sup>a</sup>       | V2              |

| <b>3 BDI (20%) 6</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | EMPTY           |

| <b>3 BDI (20%) 7</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P13-14          |

| <b>3 BDI (20%) 8</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V8              |
| 2 <sup>a</sup>       | Q8              |

| <b>3 BDI (20%) 9</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P9-14           |

| <b>3 BDI (20%) 10</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | EMPTY           |

| <b>3 BDI (20%) 11</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V11             |

| <b>3 BDI (20%) 12</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | EMPTY           |

| <b>3 BDI (20%) 13</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V13             |

| <b>3 BDI (20%) 14</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V14             |
| 2 <sup>a</sup>        | P14             |

**Tablas 5-13.** BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 20%

De nuevo aparecen los fenómenos explicados anteriormente acerca del déficit de BD encontrados frente a BD introducidos y del caso en el que elimina una magnitud de más (el cual sigue siendo en la quinta estimación). De hecho solo en la segunda estimación se logra realizar correctamente la búsqueda y eliminación de BD. Por ende, el SE desde este punto de vista pierde robustez, puesto que a mayor número de medidas alteradas más las confunde con medidas buenas.

Durante la prueba con el SE se detectaron en la mayoría de las estimaciones varios BD tal y como se muestra en las tablas de abajo:

| <b>3 BDI (50%) 1</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P1-5            |
| 2 <sup>a</sup>       | Q1-2            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q2              |

| <b>3 BDI (50%) 2</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P2-3            |
| 2 <sup>a</sup>       | P2-5            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q2              |

| <b>3 BDI (50%) 3</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V3              |
| 2 <sup>a</sup>       | P3-4            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q3-4            |

| <b>3 BDI (50%) 4</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P4-7            |
| 2 <sup>a</sup>       | P4-9            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q4-7            |

| <b>3 BDI (50%) 5</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V5              |
| 2 <sup>a</sup>       | P5-6            |
| 3 <sup>a</sup>       | Q5-6            |
| 4 <sup>a</sup>       | V2              |

| <b>3 BDI (50%) 6</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P6-11           |
| 2 <sup>a</sup>       | Q6-13           |
| 3 <sup>a</sup>       | Q6-11           |

| <b>3 BDI (50%) 7</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P7-9            |
| 2 <sup>a</sup>       | V9              |

| <b>3 BDI (50%) 8</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | V8              |
| 2 <sup>a</sup>       | Q8              |

| <b>3 BDI (50%) 9</b> | <b>SE</b>       |
|----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>    | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>       | P9-14           |
| 2 <sup>a</sup>       | P10             |

| <b>3 BDI (50%) 10</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | P9-10           |

| <b>3 BDI (50%) 11</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V11             |
| 2 <sup>a</sup>        | P10-11          |
| 3 <sup>a</sup>        | Q6-11           |

| <b>3 BDI (50%) 12</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | EMPTY           |

| <b>3 BDI (50%) 13</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V13             |
| 2 <sup>a</sup>        | P13-14          |

| <b>3 BDI (50%) 14</b> | <b>SE</b>       |
|-----------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>     | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>        | V14             |
| 2 <sup>a</sup>        | P14             |

**Tablas 5-14.** BD encontrados en cada estimación en las pruebas con el SE al 50%

Al meter datos contaminados con un módulo superior al de antes, el número de BD encontrados ha aumentado en casi todas las estimaciones, llegándose a eliminar los 3 BD como es debido con más frecuencia (en 6 de 14 estimaciones) que en la prueba del 20%. Por tanto, se confirma que el SE pasa a ganar robustez cuando crece el módulo de los BD.

## 5.2 Pruebas en alta redundancia

Dado que en el escenario de baja redundancia se demostró que la tercera versión del RSE es la más fiable, las simulaciones con el escenario de alta redundancia han sido efectuadas haciendo uso de esta.

El análisis con esta redundancia de medidas adquiere incluso una mayor importancia al acercarse más a la realidad que la anterior.

Las pruebas que se han realizado en esta ocasión son:

- Medidas con ruido gaussiano: Se generan medidas realistas a partir de las exactas según la fórmula (4-4). El único valor de desviación estándar que se ha utilizado es  $10\sigma_i$ , ya que antes se contempló cómo al aumentar el ruido las curvas de errores tendían a acercarse.
- Medidas BD aleatoriamente distribuidas (BDa): En vez de concentrar medidas contaminadas en un mismo nudo, ahora se ha optado por generar BD de forma aleatoria, es decir, a la hora de estimar puede haber magnitudes distorsionadas en cualquier zona de la red. Se ejecutarán cuatro pruebas de esta índole en las que la proporción de BD introducido será del 20%, 40%, 50% y 60% del total de medidas (121) respectivamente y con un valor del 20% superior respecto al exacto. De este modo, en la primera prueba se alterarán 24 medidas, en la segunda, 48, en la tercera, 60 y en la cuarta y última, 72. Cabe mencionar que, a priori, en alta redundancia estas pruebas deben salir mejor paradas que con baja redundancia, ya que al disponer los subsistemas de más medidas, los estimadores tienen menos probabilidad de confundirse.

### 5.2.1 Medidas con ruido gaussiano $10\sigma_i$

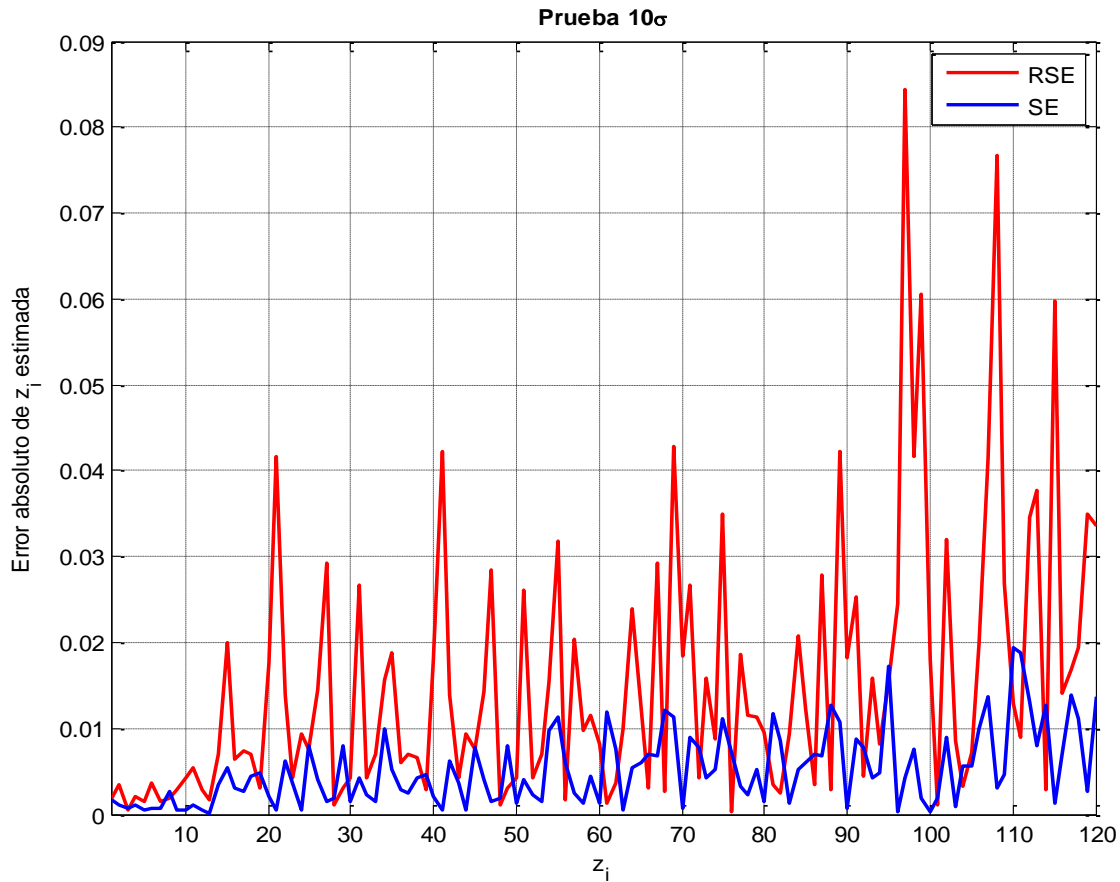
La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con un ruido gaussiano de  $10\sigma_i$ :

**Tabla 5-15.** Errores de los estados estimados de la prueba con 10 veces el ruido estándar

| Nudo            | <b>10<math>\sigma</math></b> |                |          |                |
|-----------------|------------------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE                          |                | SE       |                |
|                 | ErrorV                       | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 1,92E-03                     | 5,90E-17       | 1,73E-03 | 7,79E-06       |
| 2               | 3,48E-03                     | 1,17E-03       | 1,02E-03 | 1,46E-04       |
| 3               | 5,64E-04                     | 1,28E-03       | 6,23E-04 | 9,57E-04       |
| 4               | 2,11E-03                     | 1,04E-03       | 9,86E-04 | 1,14E-03       |
| 5               | 1,46E-03                     | 7,24E-04       | 5,01E-04 | 1,28E-03       |
| 6               | 3,67E-03                     | 2,95E-03       | 7,00E-04 | 1,36E-03       |
| 7               | 1,51E-03                     | 1,38E-03       | 6,06E-04 | 2,35E-03       |
| 8               | 1,91E-03                     | 1,22E-03       | 2,59E-03 | 2,05E-03       |
| 9               | 2,91E-03                     | 1,12E-03       | 5,46E-04 | 3,13E-03       |
| 10              | 4,27E-03                     | 2,82E-04       | 4,51E-04 | 3,05E-03       |
| 11              | 5,38E-03                     | 6,56E-04       | 1,13E-03 | 3,24E-03       |
| 12              | 2,85E-03                     | 5,96E-04       | 5,11E-04 | 3,28E-04       |
| 13              | 1,63E-03                     | 1,31E-03       | 4,17E-05 | 7,73E-04       |
| 14              | 7,04E-03                     | 2,43E-03       | 3,37E-03 | 3,17E-03       |
| <b>PROMEDIO</b> | 2,91E-03                     | 1,24E-03       | 1,06E-03 | 1,77E-03       |

Los errores cometidos en tensión y fase se mantienen en la misma línea que en las pruebas con ruido en baja redundancia. Mientras que las tensiones son más favorables en el SE, las fases están mejor determinadas en el RSE.

La comparación entre el RSE respecto al SE para el ruido gaussiano  $10\sigma$  de viene representada por la siguiente gráfica, donde se representa el error de las medidas estimadas:



**Figura 5-8.** Comparación entre RSE y SE en pruebas con ruido  $10\sigma$

Las curvas vuelven a hacer ver que el SE comete menos errores al calcular las medidas del estado estimado. Teniendo en cuenta de nuevo las tablas, por ahora no se ha notado ninguna mejora respecto al estudio anterior.

Cabe destacar que en la prueba con el SE no se detectó ningún BD:

**Tabla 5-16.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con  $10\sigma$

| <b><math>10\sigma</math></b> | <b>SE</b>       |
|------------------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>            | <b>BD found</b> |
| 1ª                           | EMPTY           |



## 5.2.2 Medidas BD aleatoriamente distribuidas

La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con 24 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-17.** Errores de los estados estimados de la prueba con 24 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto

| Nudo            | Medidas 24 BD aleatorias (20%) |                |          |                |
|-----------------|--------------------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE                            |                | SE       |                |
|                 | ErrorV                         | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 2,76E-04                       | 3,54E-17       | 1,49E-05 | 7,79E-06       |
| 2               | 2,48E-03                       | 2,16E-03       | 1,40E-03 | 1,15E-04       |
| 3               | 2,33E-04                       | 8,22E-03       | 1,45E-03 | 9,25E-05       |
| 4               | 9,65E-04                       | 1,35E-03       | 1,16E-03 | 1,86E-03       |
| 5               | 4,40E-04                       | 1,30E-03       | 2,36E-04 | 1,62E-03       |
| 6               | 3,95E-03                       | 7,99E-03       | 9,06E-04 | 5,93E-03       |
| 7               | 5,07E-03                       | 5,08E-03       | 3,08E-03 | 5,19E-03       |
| 8               | 1,66E-01                       | 7,22E-03       | 1,37E-03 | 4,85E-03       |
| 9               | 3,43E-03                       | 9,64E-03       | 1,10E-03 | 9,06E-03       |
| 10              | 1,58E-03                       | 8,12E-03       | 1,55E-04 | 7,95E-03       |
| 11              | 5,38E-03                       | 6,10E-03       | 1,71E-03 | 5,77E-03       |
| 12              | 7,25E-03                       | 5,69E-03       | 6,10E-04 | 7,41E-03       |
| 13              | 5,04E-03                       | 1,06E-02       | 1,30E-04 | 6,61E-03       |
| 14              | 2,93E-03                       | 1,11E-02       | 2,62E-03 | 6,11E-03       |
| <b>PROMEDIO</b> | 1,47E-02                       | 6,51E-03       | 1,14E-03 | 4,81E-03       |

La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con 48 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-18.** Errores de los estados estimados de la prueba con 48 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto

| Nudo            | Medidas 48 BD aleatorias (20%) |                |          |                |
|-----------------|--------------------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE                            |                | SE       |                |
|                 | ErrorV                         | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 1,05E-03                       | 1,11E-16       | 1,04E-03 | 7,79E-06       |
| 2               | 3,48E-03                       | 2,43E-03       | 2,55E-03 | 1,90E-03       |
| 3               | 5,64E-04                       | 5,68E-03       | 3,63E-03 | 1,66E-02       |
| 4               | 1,31E-03                       | 2,89E-04       | 1,06E-03 | 3,29E-03       |
| 5               | 4,40E-04                       | 4,87E-03       | 2,16E-03 | 3,50E-03       |
| 6               | 3,95E-03                       | 1,68E-02       | 3,16E-05 | 7,87E-03       |
| 7               | 2,92E-03                       | 7,37E-03       | 7,70E-04 | 9,12E-03       |
| 8               | 4,80E-03                       | 7,70E-03       | 5,34E-03 | 8,81E-03       |
| 9               | 2,15E-04                       | 1,97E-02       | 2,79E-04 | 1,47E-02       |
| 10              | 4,27E-03                       | 1,94E-02       | 1,09E-03 | 1,34E-02       |
| 11              | 3,46E-03                       | 1,78E-02       | 1,64E-03 | 9,62E-03       |
| 12              | 4,55E-04                       | 1,57E-02       | 1,20E-03 | 1,03E-02       |
| 13              | 1,02E-03                       | 2,13E-02       | 1,27E-03 | 1,18E-02       |
| 14              | 2,25E-03                       | 2,52E-02       | 1,02E-03 | 1,38E-02       |
| <b>PROMEDIO</b> | 2,16E-03                       | 1,26E-02       | 1,65E-03 | 9,59E-03       |

La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con 60 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-19.** Errores de los estados estimados de la prueba con 60 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto

| Nudo            | Medidas 60 BD aleatorias (20%) |                |          |                |
|-----------------|--------------------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE                            |                | SE       |                |
|                 | ErrorV                         | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 1,20E-02                       | 4,72E-17       | 1,71E-02 | 7,79E-06       |
| 2               | 9,34E-03                       | 2,31E-02       | 7,60E-03 | 2,26E-02       |
| 3               | 8,39E-03                       | 6,26E-02       | 3,48E-03 | 6,03E-02       |
| 4               | 1,67E-04                       | 5,02E-02       | 1,92E-04 | 4,74E-02       |
| 5               | 3,34E-03                       | 4,37E-02       | 1,20E-03 | 3,99E-02       |
| 6               | 6,23E-04                       | 7,25E-02       | 8,23E-04 | 6,49E-02       |
| 7               | 6,55E-03                       | 6,53E-02       | 1,30E-03 | 6,23E-02       |
| 8               | 7,11E-03                       | 6,52E-02       | 9,24E-03 | 6,22E-02       |
| 9               | 5,31E-03                       | 7,26E-02       | 5,26E-04 | 6,93E-02       |
| 10              | 4,27E-03                       | 7,41E-02       | 8,36E-04 | 6,93E-02       |
| 11              | 5,38E-03                       | 7,42E-02       | 1,98E-03 | 6,81E-02       |
| 12              | 2,02E-03                       | 7,74E-02       | 1,76E-03 | 7,04E-02       |
| 13              | 1,26E-03                       | 8,03E-02       | 2,71E-03 | 7,13E-02       |
| 14              | 5,97E-03                       | 7,80E-02       | 1,14E-03 | 7,13E-02       |
| <b>PROMEDIO</b> | 5,12E-03                       | 6,46E-02       | 3,56E-03 | 5,99E-02       |

La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con 72 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto:

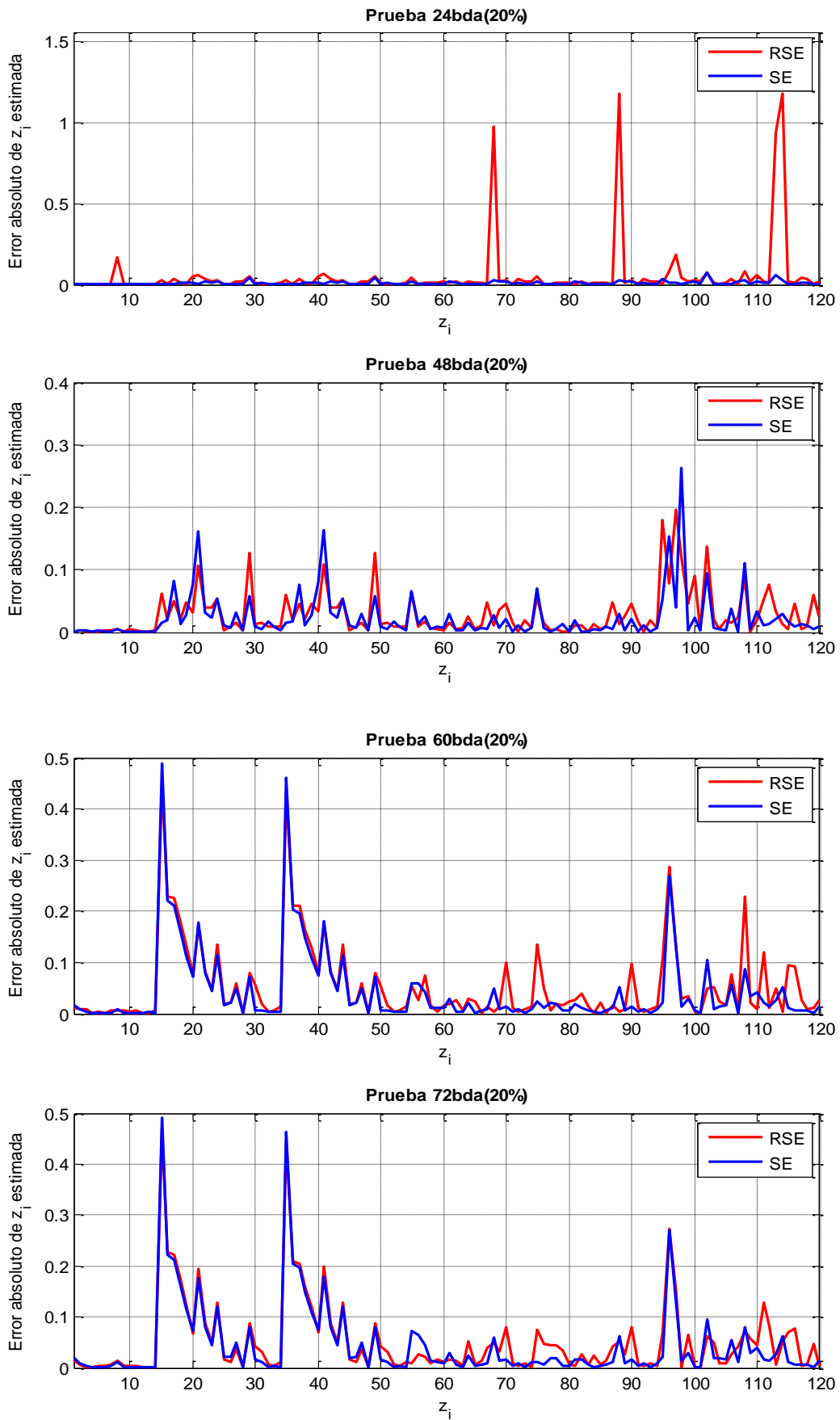
**Tabla 5-20.** Errores de los estados estimados de la prueba con 72 BD aleatorios un 20% mayor al valor exacto

|                 | Medidas 72 BD aleatorias (20%) |                |          |                |
|-----------------|--------------------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | RSE                            |                | SE       |                |
| Nudo            | ErrorV                         | Error $\theta$ | ErrorV   | Error $\theta$ |
| 1               | 1,33E-02                       | 6,14E-17       | 1,88E-02 | 7,79E-06       |
| 2               | 6,99E-03                       | 2,31E-02       | 8,59E-03 | 2,22E-02       |
| 3               | 5,64E-04                       | 6,29E-02       | 3,26E-03 | 5,96E-02       |
| 4               | 2,45E-03                       | 5,10E-02       | 5,51E-04 | 4,69E-02       |
| 5               | 4,58E-03                       | 4,31E-02       | 1,94E-03 | 3,94E-02       |
| 6               | 3,95E-03                       | 7,09E-02       | 4,02E-04 | 6,52E-02       |
| 7               | 6,34E-03                       | 6,68E-02       | 2,92E-03 | 6,18E-02       |
| 8               | 1,44E-02                       | 6,68E-02       | 1,26E-02 | 6,17E-02       |
| 9               | 3,43E-03                       | 7,51E-02       | 1,74E-03 | 6,94E-02       |
| 10              | 4,27E-03                       | 7,61E-02       | 5,24E-05 | 7,01E-02       |
| 11              | 4,14E-03                       | 7,45E-02       | 1,61E-03 | 6,90E-02       |
| 12              | 2,02E-03                       | 7,53E-02       | 1,41E-03 | 7,06E-02       |
| 13              | 1,26E-03                       | 7,76E-02       | 2,35E-03 | 7,15E-02       |
| 14              | 2,47E-03                       | 8,19E-02       | 1,23E-03 | 7,28E-02       |
| <b>PROMEDIO</b> | 5,01E-03                       | 6,50E-02       | 4,10E-03 | 6,00E-02       |

En líneas generales, los errores de tensión y fase tienden a crecer a medida que se aumenta la cantidad de magnitudes contaminadas, llegando incluso a cambiar de orden de las milésimas a las centésimas. La excepción se da para las tensiones del RSE, ya que al salir la tensión  $V_B$  con un error en las décimas, el promedio del total aumenta en la primera prueba. Por otro lado, en la última, se obtiene una media de error en tensión en el RSE menor que en la penúltima.

Buscando la comparación entre el RSE y el SE, en todas las pruebas realizadas se contemplan errores inferiores en tensión y fase en el convencional por parte del SE.

Las comparaciones entre el RSE y el SE en estas 4 pruebas vienen representadas por las siguientes gráficas, donde se representa el error de las medidas estimadas:



**Figura 5-9.** Comparación entre RSE y SE en todas las pruebas con BD aleatorias al 20%.

El RSE muestra una respuesta más positiva a medida que aumenta el número de BD en la red. Incluso se puede llegar a pensar que al fin supera al SE, sin embargo, para el último caso (el más extremo) se ha determinado que el error es mayor en el RSE para 77 medidas de las 120 con las que se cuentan para esta redundancia. En los demás casos el RSE sigue estimando peor más de la mitad de las medidas.

Los BD que el SE ha logrado eliminar en cada una de las pruebas vienen mostrados en las tablas de abajo:

**Tabla 5-21.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con 24 BD aleatorios al 20%

| 24 BDa (20%)   | SE       |
|----------------|----------|
| Estimación     | BD found |
| 1 <sup>a</sup> | V8       |
| 2 <sup>a</sup> | V13      |
| 3 <sup>a</sup> | V12      |
| 4 <sup>a</sup> | P5-4     |
| 5 <sup>a</sup> | Q7       |
| 6 <sup>a</sup> | P3-4     |
| 7 <sup>a</sup> | P7-4     |
| 8 <sup>a</sup> | P4-2     |

**Tabla 5-22.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con 48 BD aleatorios al 20%

| 48 BDa (20%)    | SE       |
|-----------------|----------|
| Estimación      | BD found |
| 1 <sup>a</sup>  | P2-1     |
| 2 <sup>a</sup>  | P5       |
| 3 <sup>a</sup>  | P5-2     |
| 4 <sup>a</sup>  | P2-3     |
| 5 <sup>a</sup>  | P3-2     |
| 6 <sup>a</sup>  | P3       |
| 7 <sup>a</sup>  | P7-4     |
| 8 <sup>a</sup>  | Q7-8     |
| 9 <sup>a</sup>  | Q2       |
| 10 <sup>a</sup> | P4-2     |

**Tabla 5-23.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con 60 BD aleatorios al 20%

| <b>60 BDa (20%)</b> | <b>SE</b>       |
|---------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>   | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>      | V1              |
| 2 <sup>a</sup>      | V12             |
| 3 <sup>a</sup>      | P9-7            |
| 4 <sup>a</sup>      | Q8              |
| 5 <sup>a</sup>      | P4              |

**Tabla 5-24.** “Bad data” encontrados por el SE durante la prueba con 72 BD aleatorios al 20%

| <b>72 BDa (20%)</b> | <b>SE</b>       |
|---------------------|-----------------|
| <b>Estimación</b>   | <b>BD found</b> |
| 1 <sup>a</sup>      | V8              |
| 2 <sup>a</sup>      | V1              |
| 3 <sup>a</sup>      | V12             |
| 4 <sup>a</sup>      | Q1-2            |
| 5 <sup>a</sup>      | Q8              |
| 6 <sup>a</sup>      | P4              |

La relación entre BD eliminados frente a los que se introdujeron es abrumadoramente baja. Se observa entonces cómo el SE, al ser la mayoría de las medidas malas, las confunde nuevamente como si fueran normales. Esto se nota sobretodo en los dos últimos casos, ya que pese a haber más BD que en los demás, se detectan menos medidas alteradas.

En conclusión, el RSE no empieza a estimar el estado de la red aproximadamente igual o mejor que el SE a menos que esté presente un número considerable de BD en la red.

### 5.3 Pruebas locales

Las pruebas que abarcan esta sección están enfocadas desde un punto de vista más local a las subestaciones que las anteriores. Se ha prestado especial atención únicamente a las magnitudes estimadas de un par de subsistemas después de alterar varias de sus medidas disponibles tomando así valores un 50% mayor respecto a los exactos. A diferencia de las pruebas con 2 y 3 BD localizados, las magnitudes contaminadas no se elegirán arbitrariamente.

El objetivo de estas simulaciones es comprobar si los errores medios calculados en las pruebas con BD localizados camuflaban resultados más favorables para el RSE frente al RSE.

Los nudos cuyos subsistemas correspondientes se han estudiado son el 1 y el 2. Para cada uno se han hecho dos pruebas independientes. La primera consiste en introducir BD en el problema activo, mientras que en la segunda se ha hecho lo propio en el problema reactivo. De entre los dos problemas, el activo a priori parece más susceptible a dar una mala respuesta con contaminar unas pocas magnitudes, ya que, como se explicó en su momento, cuenta con una menor redundancia que el reactivo.

Todas las pruebas de esta sección se han realizado para baja redundancia debido a que ahí el SE puede tener más probabilidades de equivocarse con un menor nº de BD introducidos.



### 5.3.1 Pruebas locales en subsistema 1

La siguiente table recoge tanto los BD introducidos en ambos estimadores como los BD eliminados por el algoritmo correctivo del SE para la prueba con BD activos y para la prueba con BD reactivos en el subsistema del nudo 1:

**Tabla 5-25.** BD introducidos y eliminados (por el SE) en el subsistema 1

| <b>Nudo 1</b>     |      |                     |                |
|-------------------|------|---------------------|----------------|
| <b>BD activos</b> |      | <b>BD reactivos</b> |                |
| BD introducido    | P1-2 | BD introducido      | V1, Q1-2, Q1-5 |
| BD eliminado      | P1-2 | BD eliminado        | V1, Q1-2, Q2   |

Este primer subsistema se trata de uno relativamente pequeño (3 nudos y 2 ramas). Por tanto, en el problema activo, con alterar solamente uno de los dos flujos de potencia que hay es suficiente. Mientras tanto, el problema reactivo, cuenta con una mayor redundancia al haber 3 tensiones y 2 flujos de reactiva. Por este motivo, el número de BD introducidos aquí es mayor.

En la prueba con BD activos, el estimador convencional elimina correctamente la medida contaminada. Sin embargo, en la prueba con BD reactivos, no parecer tener tanto éxito, ya que elimina una magnitud ( $Q_2$ ) que no ha sido alterada en ningún momento. Esto se debe a la posibilidad que tiene una medida perteneciente o cercana al subsistema estudiado de corromperse tras eliminar algunos de los BD introducidos, tal y como ocurría en la 5ª estimación de la prueba con 2 BD localizados.

Los errores de las medidas estimadas pertenecientes al subsistema 1 en ambas pruebas son los siguientes:

**Tabla 5-26.** Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD activos en el subsistema 1

| <b>Nudo 1 (BD activos)</b> |                 |                  |
|----------------------------|-----------------|------------------|
| <b>Magnitud</b>            | <b>Error SE</b> | <b>Error RSE</b> |
| P1-2                       | 6,60E-03        | 1,60E-03         |
| P1-5                       | 1,91E-02        | 1,10E-03         |
| Q1-2                       | 3,60E-03        | 1,56E-02         |
| Q1-5                       | 1,90E-03        | 4,90E-03         |
| V1                         | 6,00E-04        | 1,60E-03         |
| <b>PROMEDIO</b>            | 6,36E-03        | 4,96E-03         |

**Tabla 5-27.** Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD reactivos en el subsistema 1

| <b>Nudo 1 (BD reactivos)</b> |                 |                  |
|------------------------------|-----------------|------------------|
| <b>Magnitud</b>              | <b>Error SE</b> | <b>Error RSE</b> |
| P1-2                         | 1,00E-04        | 2,26E-02         |
| P1-5                         | 2,05E-02        | 4,30E-03         |
| Q1-2                         | 8,07E-02        | 1,44E-02         |
| Q1-5                         | 5,20E-03        | 3,70E-03         |
| V1                           | 3,90E-03        | 1,30E-03         |
| <b>PROMEDIO</b>              | 2,21E-02        | 9,26E-03         |

En la primera de las pruebas, el RSE muestra mejores resultados en  $P_{1-2}$  y  $P_{1-5}$ , las cuales son precisamente las únicas medidas (además del *slack*) que componían el problema de activa. Entre estos dos errores, el RSE da un resultado más favorable en el BD que se introdujo ( $P_{1-2}$ ). Esto podría querer decir que el RSE (localmente) es capaz de comportarse mejor que el SE, ya que filtra mejor el BD y, si se observan el resto de errores, así como el promedio, la diferencia no es muy severa.

En la segunda prueba, se sigue la misma línea, es decir, el RSE continúa filtrando mejor los BD que se metieron. Por otro lado, esta vez los promedios de errores son incluso un orden menor en el RSE. Por tanto, la posibilidad de que el RSE localmente es superior al SE cobra aún más fuerza.

La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con BD activos y de la prueba con BD reactivos un 50% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-28.** Errores de los estados estimados de las pruebas con BD activos y BD reactivos en el subsistema 1

|                 | Nudo 1            |                |          |                |                     |                |          |                |
|-----------------|-------------------|----------------|----------|----------------|---------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | Prueba BD activos |                |          |                | Prueba BD reactivos |                |          |                |
|                 | SE                |                | RSE      |                | SE                  |                | RSE      |                |
|                 | ErrorV            | Error $\Theta$ | ErrorV   | Error $\Theta$ | ErrorV              | Error $\Theta$ | ErrorV   | Error $\Theta$ |
| 1               | 6,00E-04          | 5,38E-06       | 1,63E-03 | 6,37E-17       | 3,90E-03            | 5,38E-06       | 1,31E-03 | 7,79E-17       |
| 2               | 3,12E-04          | 2,06E-04       | 7,20E-04 | 3,85E-04       | 6,87E-04            | 1,68E-03       | 7,86E-04 | 1,64E-03       |
| 3               | 9,16E-05          | 9,00E-04       | 1,42E-03 | 1,03E-03       | 1,30E-04            | 8,83E-04       | 1,42E-03 | 3,05E-03       |
| 4               | 1,80E-04          | 1,14E-03       | 6,35E-04 | 5,08E-04       | 3,46E-05            | 5,95E-04       | 3,19E-04 | 2,34E-03       |
| 5               | 9,98E-05          | 8,97E-04       | 6,06E-04 | 8,06E-04       | 1,26E-05            | 8,29E-04       | 4,43E-04 | 4,66E-04       |
| 6               | 1,05E-03          | 1,79E-03       | 4,29E-05 | 6,29E-04       | 1,02E-03            | 4,40E-05       | 4,29E-05 | 3,11E-03       |
| 7               | 1,01E-03          | 2,14E-03       | 1,05E-03 | 8,63E-05       | 1,04E-03            | 3,76E-04       | 1,95E-03 | 1,77E-02       |
| 8               | 1,33E-03          | 2,34E-03       | 2,10E-03 | 3,29E-04       | 1,35E-03            | 5,73E-04       | 2,10E-03 | 1,80E-02       |
| 9               | 5,26E-04          | 1,77E-03       | 1,57E-03 | 3,73E-04       | 5,51E-04            | 8,25E-07       | 1,57E-03 | 7,48E-03       |
| 10              | 5,16E-04          | 1,82E-03       | 2,35E-05 | 6,15E-04       | 5,35E-04            | 5,40E-05       | 2,35E-05 | 5,45E-03       |
| 11              | 1,72E-03          | 2,47E-03       | 9,71E-04 | 8,27E-04       | 1,72E-03            | 7,21E-04       | 9,71E-04 | 3,44E-03       |
| 12              | 4,26E-05          | 2,06E-03       | 1,12E-03 | 6,86E-05       | 3,19E-05            | 3,22E-04       | 1,12E-03 | 3,08E-03       |
| 13              | 5,59E-04          | 1,74E-03       | 6,31E-05 | 1,08E-04       | 5,49E-04            | 3,91E-06       | 6,31E-05 | 3,71E-03       |
| 14              | 5,63E-04          | 5,79E-04       | 1,28E-03 | 3,70E-04       | 5,70E-04            | 1,18E-03       | 1,28E-03 | 5,47E-03       |
| <b>PROMEDIO</b> | 6,14E-04          | 1,42E-03       | 9,46E-04 | 4,38E-04       | 8,67E-04            | 5,19E-04       | 9,57E-04 | 5,36E-03       |

Examinando los valores individualmente nudo por nudo, la superioridad de un estimador frente a otro no parece estar muy clara. Ahora bien, dejando un poco de lado el plano local, pasando al general (toda la red), el SE estima mejor las tensiones en promedio que el RSE. En cuanto a las fases, el RSE gana por un orden en la primera prueba, mientras que el SE lo hace ligeramente en la segunda. Esto quiere decir que, como se sospechaba, considerar los errores promedio y enfocar las pruebas desde un punto de vista general en vez de local oculta una de las ventajas del RSE respecto al SE, la cual es su mejor funcionamiento a nivel local.

### 5.3.2 Pruebas locales en subsistema 2

La siguiente table recoge tanto los BD introducidos en ambos estimadores como los BD eliminados por el algoritmo correctivo del SE para la prueba con BD activos y para la prueba con BD reactivos en el subsistema del nudo 2:

**Tabla 5-29.** BD introducidos y eliminados (por el SE) en el subsistema 2

| <b>Nudo 2</b>     |  |                     |                      |
|-------------------|--|---------------------|----------------------|
| <b>BD activos</b> |  | <b>BD reactivos</b> |                      |
| BD introducido    | P2-5, P2-4, P2-3                           | BD introducido      | Q2-5, Q2-4, Q2-3, V2 |
| BD eliminado      | P2, P1-5, P3-4, P2-4, Q3-4, V2, Q1-2, Q2-4 | BD eliminado        | V2                   |

El subsistema 2 resulta ser de un tamaño mayor (5 nudos y 4 ramas) que el primero. Por tanto, posee una redundancia más alta y, por ello, el número de BD introducidos en las dos pruebas es mayor que antes.

En la prueba con BD activos se observa que el SE se confunde totalmente y solo acierta en eliminar uno de los BD que se introdujeron, es decir,  $P_{2-4}$ . Además se deshace de otras magnitudes que no tienen nada que ver e incluso de un par que no pertenecen al subsistema como son  $P_{3-4}$  y  $Q_{3-4}$ .

En la prueba con BD reactivos, elimina de menos, llegando solo a descartar  $V_2$ . Hay que destacar en este caso el hecho de que haya considerado que el resto de BD eran medidas correctas contaminando solo unas pocas medidas en comparación con el número total de magnitudes disponibles.

Los errores de las medidas estimadas pertenecientes al subsistema 2 en ambas pruebas son los siguientes:

**Tabla 5-30.** Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD activos en el subsistema 2

| <b>Nudo 2 (BD activos)</b> |                 |                  |
|----------------------------|-----------------|------------------|
| <b>Magnitud</b>            | <b>Error SE</b> | <b>Error RSE</b> |
| P1-2                       | 1,30E-03        | 1,60E-03         |
| P2-3                       | 3,59E-01        | 2,70E-03         |
| P2-4                       | 2,02E-01        | 1,80E-03         |
| P2-5                       | 2,02E-01        | 1,70E-03         |
| Q1-2                       | 4,02E-02        | 1,56E-02         |
| Q2-3                       | 1,20E-03        | 3,40E-03         |
| Q2-4                       | 1,29E-02        | 1,38E-02         |
| Q2-5                       | 5,36E-02        | 8,03E-02         |
| V2                         | 4,90E-03        | 7,00E-04         |
| P2                         | 7,64E-01        | 4,40E-03         |
| Q2                         | 3,60E-03        | 1,10E-02         |
| <b>PROMEDIO</b>            | 1,49E-01        | 1,25E-02         |

**Tabla 5-31.** Errores estimados de las medidas locales al subsistema en la prueba con BD reactivos en el subsistema 2

| <b>Nudo 2 (BD reactivos)</b> |                 |                  |
|------------------------------|-----------------|------------------|
| <b>Magnitud</b>              | <b>Error SE</b> | <b>Error RSE</b> |
| P1-2                         | 9,00E-04        | 3,93E-01         |
| P2-3                         | 2,90E-03        | 2,60E-02         |
| P2-4                         | 4,90E-03        | 1,67E-02         |
| P2-5                         | 3,70E-03        | 3,99E-02         |
| Q1-2                         | 7,00E-03        | 1,43E-01         |
| Q2-3                         | 6,80E-03        | 5,20E-03         |
| Q2-4                         | 1,30E-03        | 1,27E-02         |
| Q2-5                         | 7,74E-02        | 5,30E-02         |
| V2                           | 1,00E-03        | 2,00E-03         |
| P2                           | 1,05E-02        | 4,50E-01         |
| Q2                           | 2,50E-03        | 2,65E-01         |
| <b>PROMEDIO</b>              | 1,08E-02        | 1,28E-01         |

En las dos pruebas, se ve de nuevo errores más favorables por parte del RSE en los BD introducidos salvo para  $Q_{2-4}$ . En la primera prueba los errores de los BD llegan incluso a ser dos órdenes menores que los del SE. Por lo tanto, se puede confirmar que a nivel local el RSE filtra mejor los BD. No obstante, los promedios en la prueba con BD reactivos son mejores en el SE, puesto que este último ha determinado con más precisión las demás magnitudes.

La siguiente tabla recoge los errores de los estados estimados de la prueba con BD activos y de la prueba con BD reactivos un 50% mayor al valor exacto:

**Tabla 5-32.** Errores de los estados estimados de las pruebas con BD activos y BD reactivos en el subsistema 2

|                 | Nudo 2            |                |          |                |                     |                |          |                |
|-----------------|-------------------|----------------|----------|----------------|---------------------|----------------|----------|----------------|
|                 | Prueba BD activos |                |          |                | Prueba BD reactivos |                |          |                |
|                 | SE                |                | RSE      |                | SE                  |                | RSE      |                |
| Nudo            | ErrorV            | Error $\Theta$ | ErrorV   | Error $\Theta$ | ErrorV              | Error $\Theta$ | ErrorV   | Error $\Theta$ |
| 1               | 2,57E-03          | 5,38E-06       | 1,63E-03 | 6,37E-17       | 1,42E-03            | 5,38E-06       | 1,89E-03 | 9,44E-17       |
| 2               | 4,90E-03          | 5,35E-06       | 7,20E-04 | 3,85E-04       | 1,02E-03            | 2,86E-04       | 1,34E-03 | 2,36E-02       |
| 3               | 6,36E-04          | 6,73E-02       | 1,42E-03 | 1,03E-03       | 3,32E-04            | 1,44E-04       | 8,62E-04 | 1,82E-02       |
| 4               | 3,06E-04          | 3,38E-02       | 6,35E-04 | 5,08E-04       | 6,08E-04            | 3,16E-04       | 1,84E-04 | 2,01E-02       |
| 5               | 6,12E-05          | 3,36E-02       | 6,06E-04 | 8,06E-04       | 5,69E-04            | 1,08E-04       | 1,31E-03 | 1,57E-02       |
| 6               | 1,04E-03          | 3,45E-02       | 4,29E-05 | 6,29E-04       | 1,19E-03            | 8,90E-04       | 4,29E-05 | 4,09E-02       |
| 7               | 1,04E-03          | 3,49E-02       | 1,05E-03 | 8,63E-05       | 1,28E-03            | 1,17E-03       | 1,36E-03 | 3,21E-02       |
| 8               | 1,34E-03          | 3,51E-02       | 2,10E-03 | 3,29E-04       | 1,53E-03            | 1,37E-03       | 2,10E-03 | 3,23E-02       |
| 9               | 5,42E-04          | 3,46E-02       | 1,57E-03 | 3,73E-04       | 7,27E-04            | 7,84E-04       | 2,77E-03 | 4,42E-02       |
| 10              | 5,28E-04          | 3,46E-02       | 2,35E-05 | 6,15E-04       | 6,81E-04            | 8,38E-04       | 2,02E-03 | 4,25E-02       |
| 11              | 1,72E-03          | 3,53E-02       | 9,71E-04 | 8,27E-04       | 1,81E-03            | 1,51E-03       | 9,71E-04 | 4,09E-02       |
| 12              | 3,81E-05          | 3,48E-02       | 1,12E-03 | 6,86E-05       | 1,15E-04            | 1,14E-03       | 1,12E-03 | 4,07E-02       |
| 13              | 5,54E-04          | 3,45E-02       | 6,31E-05 | 1,08E-04       | 6,27E-04            | 8,06E-04       | 6,31E-05 | 4,12E-02       |
| 14              | 5,68E-04          | 3,34E-02       | 1,28E-03 | 3,70E-04       | 6,66E-04            | 3,90E-04       | 7,15E-04 | 4,25E-02       |
| <b>PROMEDIO</b> | 1,13E-03          | 3,19E-02       | 9,46E-04 | 4,38E-04       | 8,98E-04            | 6,97E-04       | 1,20E-03 | 3,11E-02       |

En esta ocasión el RSE estima mejor en promedio tanto las fases como las tensiones de la prueba con BD activos. No hay duda de que si solo se mira este tipo de tabla la verdadera capacidad del RSE queda falseada. Pues se acaba de comprobar previamente cómo el RSE ha filtrado bastante mejor los BD y ha obtenido errores similares al SE en las demás magnitudes en la mayoría de los casos.

Recordando la **Tabla 5-31**, el SE ha reaccionado mejor en general para la prueba con BD reactivos. Esto se debe a que al tener en este subsistema una mayor redundancia, las tensiones han tenido más peso y han colaborado a una mejor estimación por parte del estimador convencional





## 6 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

---

A lo largo del proyecto se ha intentado programar un estimador de estado alternativo al convencional que tratase de ser más robusto que este. A continuación, se sintetizarán todos los resultados y se citarán las ventajas y desventajas de uno respecto a otro en los siguientes puntos:

- La gran cantidad de bucles anidados que se han tenido que incorporar en el RSE junto a las múltiples combinaciones críticas que puede haber, hacen que el programa llame repetidas veces al módulo del SE que estima el estado de los escenarios críticos. Este módulo tiene un *self time* bastante alto y, en consecuencia, hace que el RSE posea un coste computacional bastante elevado.  
En un escenario de baja redundancia, el tiempo de ejecución del RSE es de 1.5 min, mientras que el del SE es de menos de 1 s. Para alta redundancia, el SE sigue estimando en menos de 1 s, sin embargo, en el RSE el tiempo se dispara hasta 4 h debido a que se añaden más caminos críticos y por tanto más llamadas al módulo del SE. Todos estos tiempos han sido obtenidos por pruebas en un ordenador personal pero, se recuerda que el tiempo de ejecución del RSE, al trabajar de forma local a las subestaciones, se vería reducido a un tiempo igual al de la subestación que más tiempo tarde en obtener su estado. En la red sobre la que se ha trabajado, la subestación más tardía sería la correspondiente al nudo 4 ya que constituye un subsistema de 6 nudos (mayor que el resto de subsistemas).
- Gracias a la versión del RSE escogida, este es capaz de operar localmente a las subestaciones, lo cual supone que no hay que transmitir tanta carga de información al centro de control como en el SE. De este modo, en el RSE le llegan al centro de control dos vectores con 14 variables de estado cada uno. En cambio, en el SE, el centro recibe las magnitudes medidas por cada subestación: 68 en baja redundancia y 120 en alta redundancia.
- En general, la diferencia de errores en los estados estimados por el RSE y el SE no es muy severa, saliendo usualmente mejor parado el estimador convencional en las pruebas generales. Mientras tanto, en las locales, para los errores estimados de las medidas pertenecientes al subsistema contaminado el RSE tomaba ventaja. En todas las pruebas, normalmente si uno tiene un promedio de errores del orden de las diezmilésimas, el otro lo tendrá del orden de las milésimas.
- En las pruebas con solamente ruido, al incrementar  $\sigma_i$ , las curvas de errores en las medidas de ambos estimadores se acercaban. Esto ocurría principalmente debido a que los errores en el SE aumentaban considerablemente respecto al caso base. Por tanto, el RSE resulta ser menos susceptible a mayor ruido. A pesar del aumento del ruido, en las pruebas con el SE no se detectaba ningún BD desde la primera iteración.
- En las pruebas con 2 y 3 BD, se vio que el hecho de haber metido medidas contaminadas no hizo que el estado estimado se desviara mucho, ya que las desviaciones estándar en cada estimación eran muy reducidas. En ambos casos los errores no salían exageradamente grandes. Centrándonos en el SE, este con frecuencia no conseguía eliminar los datos alterados debidamente, lo cual quiere decir que tiene facilidad para confundirlos con los valores correctos.
- Al aumentar el módulo del BD introducido se observó cómo consecuentemente los errores crecían en los dos estimadores. En esta ocasión, el SE tendió más a eliminar todos los BD metidos en cada estimación realizada.
- Antes de las pruebas locales, la calidad de la precisión del RSE no comenzó a igualar aproximadamente a la del SE hasta las pruebas de alta redundancia en las que se metía un gran número de BD distribuidos aleatoriamente. El RSE consigue por tanto ser cada vez más robusto a mayor redundancia cuanto mayor sea a su vez las magnitudes desviadas. No obstante, en la realidad no es normal que aparezcan tantos datos distorsionados de una sola vez.

- El RSE filtra mejor los BD desde el punto de vista del subsistema, es decir, a nivel local. Por tanto, si nos fijamos en las medidas pertenecientes al subsistema contaminado, el RSE ofrece errores más pequeños para las que se introdujeron al principio como BD.

Después de exponer todas las características del estimador robusto y compararlas con el convencional, se procederá a enumerar las visiones que tiene el RSE hacia el futuro:

- La forma de partir la red en subsistemas puede ser distinta a la actual. En vez de hacerlo en subsistemas radiales se propone, por ejemplo, en incluir algunas de las ramas de los nudos vecinos de manera que el subsistema consista en una malla. De este modo, se adquiere una mayor redundancia por subsistema y por tanto un *maximum breakdown point* más alto, lo cual implicaría un aumento de la robustez. Sin embargo esto habría que hacerlo de tal forma que el número de combinaciones críticas sea manejable computacionalmente.
- Actualmente los intercambios de potencia se llevan a cabo con otras potencias que sean de la misma naturaleza, es decir, una potencia activa se intercambiaba con otra también activa y una potencia reactiva se cambiaba de igual modo por otra reactiva. Dado que al fin y al cabo todas las potencias (activa o reactiva) dependían inicialmente tanto de fases como de tensiones, se podría añadir la posibilidad de realizar intercambios de potencia activa con reactiva. Como resultado, se dispondrían de más estados críticos y, por tanto, la probabilidad de hallar un estado del sistema más fiable que el que ofrece ahora el RSE aumentaría.
- Una opción para reducir considerablemente el tiempo de ejecución del RSE sería almacenar todos los caminos críticos después de realizar una estimación y, cuando se hagan futuras estimaciones, elegir arbitrariamente entre ellos tal que la estimación siga siendo buena. Esto se podría hacer siempre y cuando las medidas disponibles no cambien y la red sea la misma.
- El uso del RSE sería bastante viable en aquellos casos en los que se tenga que transmitir mucha información desde las subestaciones al centro de control. Por otro lado, también sería conveniente usarlo exclusivamente para algún subsistema con el que se quiera tener un especial cuidado, ya que el RSE filtraba muy bien sus medidas locales.

# REFERENCIAS

---

- [1] [http://www2.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](http://www2.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm)
- [2] Ali Abur y Antonio Gómez Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*, 2004
- [3] Antonio Gómez Expósito, Local SMSE (AGE preliminary notes)\_PFG, 2016
- [4] Ali Abur, Antonio Gómez Expósito, Antonio de la Villa Jaén, Catalina Gómez Quiles y Patricia Rousseaux, *On the Use of PMU sin Power System State Estimation*, 2011
- [5] Catalina Gómez Quiles, Antonio Gómez Expósito, Antonio de la Villa Jaén y Hugo A. Gil, *Equality-Constrained Bilinear State Estimation*, 2013
- [6] Catalina Gómez Quiles, Antonio Gómez Expósito y Antonio de la Villa Jaén, *A Factorized Approach to WLS State Estimation*
- [7] M.G Cheniae, L. Mili y P.J. Rousseeuw, *Identification of Multiple Interacting Bad Data via Power System Decomposition*, 1996
- [8] Antonio Gómez Expósito y José Luis Martínez Ramos, *Apuntes de la asignatura Sistemas Eléctricos de Potencia*, 2016
- [9] <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/nchoosek.html>



# GLOSARIO

---

IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers

1