Trabajo Fin de Grado Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Cálculo y diseño de mecanismo de barras configurables para prácticas.

Autor: José María Arias González

Tutor: Daniel García Vallejo



Dep. Teoría de la Señal y Comunicaciones Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla

Sevilla, 2013







Proyecto Fin de Carrera Ingeniería de Telecomunicación

Cálculo y diseño de mecanismo de barras configurables para prácticas.

Autor:

José María Arias González

Tutor:

Daniel García Vallejo

Profesor titular

Dep. de Máquinas y Mecanismos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2013

prácticas.
Autor: José María Arias González. Tutor: Daniel García Vallejo.
El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:
Presidente:
Vocales:
Secretario:
Acuerdan otorgarle la calificación de:
Sevilla, 2013

Trabajo Fin de Grado: Cálculo y diseño de mecanismo de barras configurables para

A mis amigos por apoyarme A mi familia por aguantarme A mi hermano por cuidarme

Título: Cálculo y Diseño de Mecanismo de Barras Configurables para Prácticas.

Autor: José María Arias González.

Tutor Académico: D. Daniel García Vallejo.

Resumen: En este trabajo se ha realizado el diseño de un mecanismo de barras configurables a través de cálculo de reacciones y estudio de tensiones en los casos límites para que los alumnos de la asignatura de Teoría de Máquinas puedan trabajar con un 4 barras y un biela-manivela real. Primero se ha hecho una introducción sobre la asignatura y la participación de este proyecto en ella. Continúa con la explicación teórica de los dos mecanismos principales a trabajar: 4 barras y biela-manivela. Para terminar se explica todo el cálculo sobre el que se soporta el diseño de este mecanismo.

Trabajo de Fin de Grado

Índice

1.	Inti	rodu	ıcción	. 5
2.	Má	quir	nas y mecanismos	. 7
	2.1.	¿Qu	ıé es un mecanismo?	7
	2.2.	Part	tes del mecanismo	9
	2.2.	1.	Parte del mecanismo: barra.	9
	2.2.	2.	Parte del mecanismo: par cinemático rotacional	11
	2.2.	3.	Parte de mecanismo: par cinemático prismático	13
	2.3.	Med	canismos básicos configurables	14
	2.3.	1.	Mecanismo básico: 4 barras	15
	2.3.	2.	Mecanismo básico: biela-manivela	20
3.	Dis	eño	del mecanismo	24
	3.1.	Dise	eño base. Primera idea de proyecto	26
	3.2.	Pro	ceso de cálculo del mecanismo	34
	3.2.	1.	Datos de partida	35
	3.2.	2.	Datos introducidos por el usuario	36
	3.2.	3.	Análisis cinemático: problema de posición	36
	3.2.	4.	Análisis cinemático: problema de velocidad	39
	3.2.	5.	Análisis cinemático: problema de aceleración	40
	3.2.	6.	Análisis dinámico	41
	3.3.	Dise	eño de piezas. Proceso iterativo	44
	3.3.	1.	Límites físicos del mecanismo.	44
	3.3.	2.	Primer cambio significativo de diseño	46
	3.3.	3.	Segundo cambio significativo de diseño	51
	3.3.	4.	Tercer cambio significativo de diseño.	55

	3.3.5.	Cuarto cambio significativo de diseño.	58
	3.3.6.	Quinto cambio significativo de diseño.	63
4.	Estudio	os de elementos finitos	. 67
4	.1. Ens	ayos de guías	68
	4.1.1.	Guía de barra 2	68
	4.1.2.	Guía de barra 3.	71
	4.1.3.	Guía de barra 4.	75
4	.2. Pie	zas fabricadas	78
	4.2.1.	Simplificaciones.	78
	4.2.2.	PF_4b_006	79
	4.2.3.	PF_4b_003_v2	83
5.	Conclu	sión	. 85
6.	Refere	ncias	. 87
An	exo I: Pr	ogramas para el cálculo numérico en MATLAB	. 88
An	exo II: P	lanos	. 99

1. Introducción.

La asignatura de Teoría de Máquinas y Mecanismos se imparte en el segundo curso del Grado de Ingeniería de las Tecnologías Industriales. En ella, se aprende a realizar un análisis cinemático y dinámico de mecanismos de pocos grados de libertad, la síntesis cinemática de este tipo de mecanismos y se estudian formas de transmisión de par: mediante engranajes y mediante correas.

Dentro de los capítulos de análisis cinemático y dinámico y síntesis cinemática, los mecanismos más básicos de 1 grado de libertad que se estudian son el mecanismo 4 barras y el biela-manivela, los cuales son capaces de transformar un movimiento rotatorio en otro movimiento rotatorio o de balancín, en el caso del primero, o en un movimiento rectilíneo, en el caso del segundo.

Con el objeto de completar la asignatura con unas prácticas más visuales y experimentales, este Trabajo de Fin de Grado se basa en diseñar un solo mecanismo que pueda configurarse, mediante la limitación de grados de libertad, tanto en un 4 barras como en un biela-manivela, los cuales puedan cambiar las longitudes de sus barras. De esta forma, el alumno además de saber cómo funcionan estos mecanismos, tendrá la oportunidad de tocar uno, ver cómo se mueve, cuáles son sus limitaciones y cómo se unen las barras entre sí, preguntas que no pueden resolverse en un papel.

Hasta el momento el alumno realiza prácticas principalmente informáticas mediante programas de cálculo en ordenadores. Con este proyecto se pretende que el alumno recuerde mediante la experiencia el funcionamiento y la forma en sí de estos mecanismos, lo cual no es fácil hacerlo mediante esquemas.

A continuación, se explicará teóricamente en el siguiente capítulo qué son los mecanismos, para seguidamente profundizar en los mecanismos 4 barras y bielamanivela. Se expondrá el desarrollo de la cinemática y la dinámica de ambos mediante ecuaciones. El tercer capítulo tratará sobre el proceso de diseño, en el que se razonará el motivo del diseño elegido y se expondrá las causas de no haber elegido otros diseños previos, todo sustentado por una base de cálculo descrita también es este capítulo. Por último, el capítulo 4 acogerá los análisis de tensiones realizados para comprobar que el mecanismo cumple con las exigencias de su aplicación. Dichos análisis se realizarán en el programa SolidWorks 2016. Para completar el T.F.G. se añaden al final un anexo en el que se explica detalladamente los programas de MATLAB utilizados para el cálculo numérico necesario en el análisis cinemático y dinámico del mecanismo.

2. Máquinas y mecanismos.

2.1. ¿Qué es un mecanismo?

Para poder entender bien este proyecto primero hay que saber que es un mecanismo y para saber que es un mecanismo es necesario conocer algunos conceptos básicos sobre las máquinas.

El primer concepto a entender es el de *máquina*: se puede definir una máquina como un conjunto de sólidos resistentes que interaccionan entre sí de forma que tienen unos movimientos relativos determinados y que transmiten una fuerza aplicada para vencer una resistencia realizando un trabajo. Dentro de la máquina, el *sistema motriz* es el encargado de efectuar la fuerza y la energía que traspasan al *sistema transmisor* mediante el cual conseguimos mover el *sistema receptor* y adecuamos estas formas de energías y fuerzas para que el sistema receptor cumpla su finalidad. Para que estos sistemas funcionen, el sistema transmisor es ayudado por un conjunto de *sistemas auxiliares* y, todos estos sistemas a la vez, se mantienen cohesionados gracias al *sistema de sustentación* que conforma la base de la máquina. Si se quisiera afinar aún más, estos sistemas se pueden subdividir aún más, como se puede observar en la llustración 2-1.1 (imagen obtenida de la Práctica 1 de la asignatura de Teoría de Máquinas y Mecanismos de la Universidad Carlos III de Madrid).

Una vez entendido el concepto de máquina, se puede disgregar, como se ha podido comprobar, en varios sistemas. Se puede definir como *cadena cinemática* un sistema formado por solidos conectados entre sí para realizar un movimiento determinado y que tienen movimientos relativos unos con otros. A partir de este concepto, se define como *mecanismo* aquella cadena cinemática que tiene al menos

uno de sus sólidos fijo, es decir, con todos sus movimientos impedidos a través de conexiones.

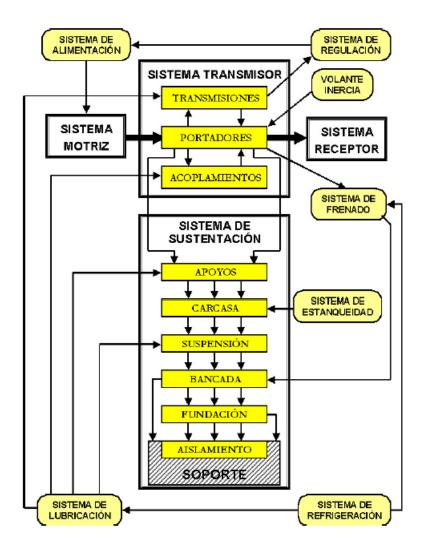


Ilustración 2-1.1: Esquematización de una Máquina

Los mecanismos, según sus elementos de actuación, pueden dividirse en distintos tipos:

- Mecanismos de levas.
- Mecanismos de engranajes.
- Mecanismos de tornillo.
- Mecanismos con elementos flexibles.
- Mecanismos con elementos fluidos.
- Mecanismos de barras.

Este proyecto está basado en un mecanismo de barras, es decir, aquel en el que sus cuerpos son sólidos y con forma alargada. Como se podrá observar más adelante, el mecanismo no solo está compuesto por cuerpos alargados, ya que son necesarios otro tipo de piezas para conseguir la versatilidad total para la que se ha diseñado. No obstante, estas piezas no conforman una parte fundamental del mecanismo teórico que se quiere representar, sino que son sólidos necesarios para obtener entre las barras del mecanismo la configuración deseada.

2.2. Partes del mecanismo.

Durante todo el proyecto se hará referencia a partes del mecanismo que más adelante se particularizarán y se expondrá cómo se diseñaron y a qué conjunto de sólidos hace referencia. Sin embargo, es indispensable tener conocimiento sobre los fundamentos teóricos para entender el proceso de diseño. A continuación, se explica en los siguientes apartados las partes en las que se constituye un mecanismo de barras y las conexiones entre ellas necesarias para comprender este mecanismo.

2.2.1. Parte del mecanismo: barra.

Es la parte fundamental del mecanismo. Generalmente se le llama *barra o eslabón* a cada uno de los sólidos que tienen un movimiento relativo con respecto a los otros. Según el movimiento que se realice, las barras se clasifican en diferentes grupos y cada tipo lo encontramos en el mecanismo que se va a diseñar:

- Manivela: se dota con este nombre a aquella barra que tiene un movimiento circular completo alrededor de un punto fijo. Esta barra será la barra de entrada, es decir, aquella a la que se le aplica el par motor.
- Biela o acoplador: hace referencia a la barra cuyo movimiento es una combinación entre traslación y rotación.

- Balancín: es aquella barra que realiza un movimiento circular oscilante alrededor de un punto fijo. Esta será la barra que ejecuta el movimiento de salida cuando el mecanismo esté en configuración de "4 barras".
- Corredera: es el eslabón que tiene un movimiento rectilíneo a lo largo de la barra fija. Esta será la barra que ejecuta el movimiento de salida del mecanismo para la configuración "biela-manivela".
- Barra fija: esta es la barra que de la cadena cinemática que está sin movimiento y sirve de soporte para el resto del mecanismo.

Estas barras que se han definido no tienen por qué estar constituidas por un solo elemento. Como se ha explicado anteriormente, estos conceptos son totalmente teóricos, pero en la realidad del diseño se podrá comprobar que cada uno de estos conceptos está constituido por más de un elemento real, que en apartados más adelante se definirán y relacionarán con los conceptos teóricos.

No obstante, para comprender la mecánica del proyecto es necesario comprender cada parte por la que está constituida. Para relacionarlo visualmente se muestran en las ilustraciones 2-2.1 y 2-2.2 los mecanismos con cada una de sus partes correctamente identificadas:

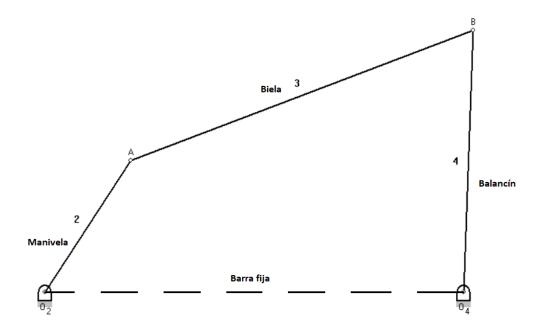


Ilustración 2-2.1: Mecanismo 4 barras.

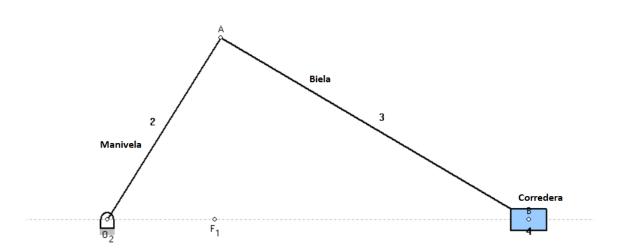


Ilustración 2-2.2: Mecanismo Biela-Manivela

2.2.2. Parte del mecanismo: par cinemático rotacional.

Para unir dos o más barras entre sí se usan los pares cinemáticos, partes del mecanismo que permiten ciertos movimientos relativos entre las barras y restringen el resto. Con esto se consigue que el mecanismo se mueva de la forma deseada.

Si el movimiento permitido es la rotación de un sólido con respecto a otro en un mismo plano y alrededor de un eje perpendicular a este plano, se le llama par cinemático de rotación, de revolución o articulación. Entiéndase que los sólidos no es de gran necesidad que estén en el mismo plano, pueden estar en planos paralelos a distinta altura.

El par cinemático de rotación es muy usado en todos los mecanismos y es el único existente en el mecanismo 4 barras, sin embargo al igual que ya se especificó en

el apartado anterior 2.2.1., el par cinemático se consigue en nuestro mecanismo a través de varios elementos que son necesarios para la reconfiguración del mecanismo.

En la ilustración 2-2.3 y 2-2.4 podemos ver la representación esquematizada de los pares cinemático en los mecanismos 4 barras y biela-manivela:

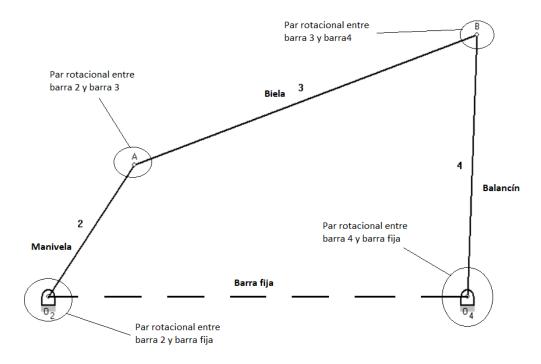


Ilustración 2-2.3: Pares rotacionales en mec. 4 barras

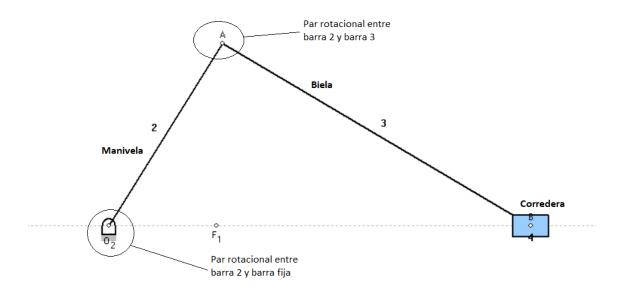


Ilustración 2-2.4: Pares rotacionales mec. biela-manivela

2.2.3. Parte de mecanismo: par cinemático prismático.

Cuando el par cinemático una traslación relativa entre dos o más cuerpos a través de un eje común, se le llama *par cinemático prismático*. Este par cinemático es completamente necesario para configurar un mecanismo biela-manivela, ya que es el que permite el movimiento rectilíneo de la corredera.

Al igual que antes, este concepto es teórico, pero en el diseño real del mecanismo el par prismático está compuesto de más elementos que se explicarán más adelante. Para una mejor visualización del concepto se representa de forma esquemática el par prismático de un mecanismo biela-manivela en la ilustración 2-2.5.

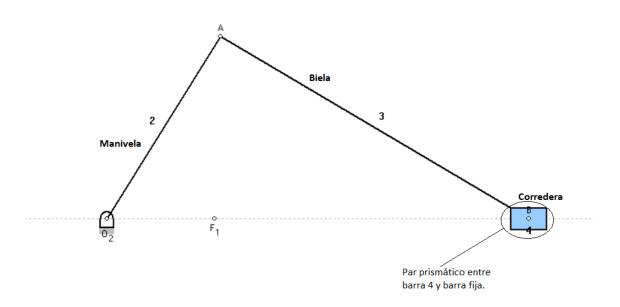


Ilustración 2-2.5: Par prismático mec. biela-manivela

2.3. Mecanismos básicos configurables.

La complejidad del mecanismo que se ha diseñado en este proyecto está principalmente, en conseguir una gran versatilidad. El hecho de poder configurar mecanismos distintos delimitando grados de libertad junto con la capacidad de reajustar las longitudes de las barras, hacen que su diseño sea complicado.

Dentro de estos mecanismos configurables que aumentan la dificultad del diseño, se encuentran dos mecanismos elementales que han sido la base del diseño: el 4 barras y el biela-manivela.

2.3.1. Mecanismo básico: 4 barras

El mecanismo 4 barras está compuesto, como su propio nombre indica, por cuatro barras: una barra fija y tres móviles. Las barras se unen mediante pares cinemáticos rotacionales. Este mecanismo permite transformar un movimiento circular completo aplicado mediante un par en la manivela (barra 2) en otro movimiento rotacional distinto en el balancín (barra 4), el cual variará según la configuración de longitudes usada.

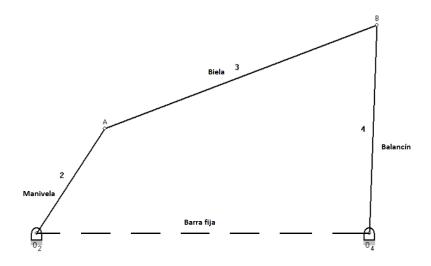


Ilustración 2-3.1: Representación esquemática del 4 barras

Para que el montaje del mecanismo sea posible, es decir, para que puedan llegar a unirse las barras, la distancia que hay entre los nodos de anclaje a la barra fija (longitud de la barra fija) debe ser menor que la suma de las longitudes de las barras móviles, presentando de esta forma el primer límite al configurar el mecanismo:

$$barrad < barra2 + barra3 + barra4$$
 (2.1)

siendo *barra2* la longitud de la barra 2, *barra3* la longitud de la barra 3, *barra4* la longitud de la barra 4 y *barrad* la longitud de la barra fija, es decir, la separación entre los puntos de anclaje de la barra 2 y la barra 4 con la barra fija. Sin embargo, el cumplimiento de esta ecuación no asegura que la barra de entrada pueda dar vueltas completas sin romper, es decir, el cumplimiento de esta ley es una condición necesaria pero no suficiente para una correcta configuración.

Para que sea posible que la barra de entrada pueda dar vueltas completas sin romper el mecanismo se debe cumplir una relación entre todas las barras, lo cual presenta el segundo límite al montaje del mismo. Esta restricción se puede expresar como una inecuación que relaciona las longitudes que recibe el nombre de *Ley de Grashof*:

$$barra2 + barrad < barra3 + barra4$$
 (2.2)

Si la Ley de Grashof no se cumple, significa que el mecanismo no se puede montar, porque pasará por *puntos singulares*. Esto significa que el mecanismo puede montarse en cierto margen de ángulos, pero al pasar por estos puntos el mecanismo romperá al querer alcanzar una posición que las longitudes de las barra no le permiten. En las siguientes imágenes se muestra un ejemplo de un 4 barras en un punto singular (Ilustración 2-3.2a) y lo que ocurriría en si se quisiera seguir dando vueltas a la barra de entrada o barra 2 (Ilustración 2-3.2b):

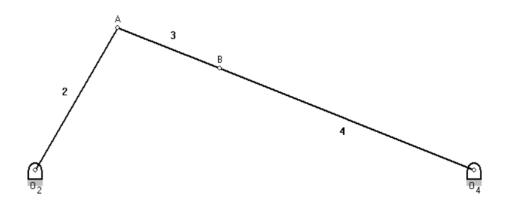


Ilustración 2-3.2a: 4 barras en un punto singular

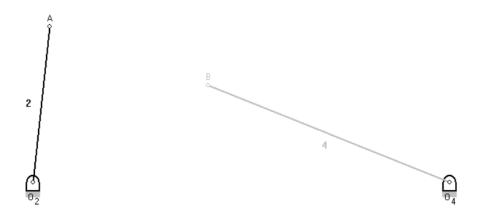


Ilustración 2-3.2b: 4 barras tras traspasar punto singular

Una vez se cumplen estas restricciones de configuración, según las longitudes de las barras el movimiento de la barra de salida variará:

- Manivela-balancín: la barra de salida describirá un movimiento circular en un rango de ángulos determinado. Para este movimiento, la barra 2 debe ser la más pequeña.
- Doble manivela: la barra de salida dará vueltas completas al igual que la barra de entrada. Se consigue dando a la barra fija la menor longitud de todas las barras.

En la siguiente ilustración se muestra un ejemplo de cómo serían ambos movimientos (imagen obtenida de la Práctica 2 de la asignatura Teoría de Máquinas y Mecanismos del Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales de la Universidad de Sevilla).

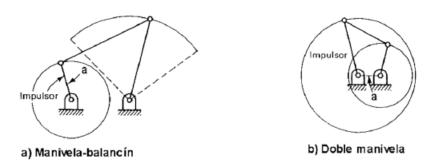


Ilustración 2-3.3: Representación de los distintos movimientos del 4 barras.

Para cada tipo de combinación, cada barra tendrá un rango de ángulo de movimiento, pero hay un ángulo en especial que es importante conocer. Se le llama ángulo de transmisión (μ) al ángulo interior que forman la barra 3 y la barra 4 en el par rotacional en el que se unen. Según el tipo de movimiento, este ángulo también variará entre un rango de valores, de los cuales será importante conocer los máximos y mínimos.

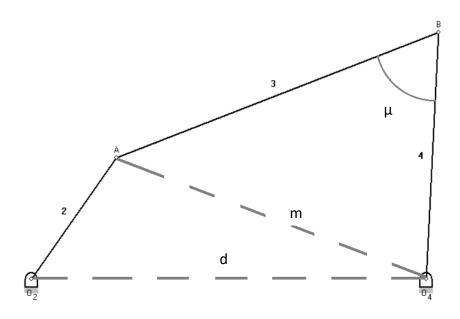


Ilustración 2-3.4: Ángulo de transmisión, μ , en un 4 barras.

Mediante trigonometría podemos obtener este ángulo en función de las longitudes de las barras y del ángulo de la manivela, es decir, barra 2 (θ_2). Para ello, se aplica el teorema del coseno a los triángulos formados entre los vértices A, O_2 y O_4 y entre A, B y O_4 :

$$barra2^{2} + barrad^{2} - 2 \cdot barra2 \cdot barrad \cos \theta_{2} = m^{2}$$
 (2.3)

$$barra3^{2} + barra4^{2} - 2 \cdot barra3 \cdot barra4 \cos \mu = m^{2}$$
 (2.4)

Si sustituimos m^2 de una ecuación en la otra nos queda:

$$\begin{aligned} barra2^2 + barrad^2 - 2 \cdot barra2 \cdot barrad\cos\theta_2 &= \\ &= barra3^2 + barra4^2 - 2 \cdot barra3 \cdot barra4\cos\mu \end{aligned} \tag{2.5}$$

Con esta ecuación se puede determinar el ángulo de transmisión en cualquier posición. Si se quisiera determinar el ángulo de transmisión máximo y mínimo de un 4 barras determinado, se tiene que alinear la manivela con la barra fija en las dos direcciones posibles dependiendo del límite que se quiera obtener. Traducido a la ecuación anterior, si $\theta_2=180^\circ$ de la ecuación 2.5 obtendremos μ_{max} ; si $\theta_2=0^\circ$ de la ecuación 2.5 obtendremos μ_{min} .

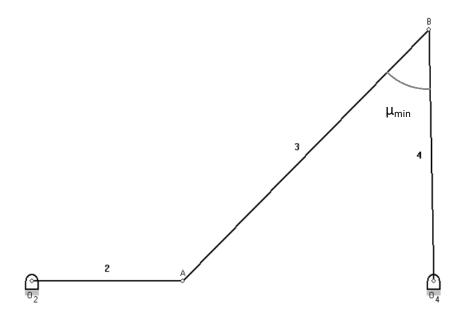


Ilustración 2-3.5: Ángulo de transmisión mínimo.

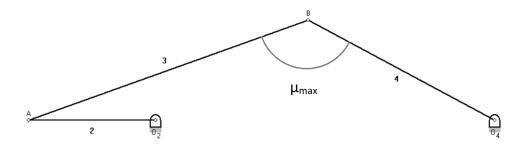


Ilustración 2-3.6: Ángulo de transmisión máximo.

Esto será una parte muy importante del diseño, como se verá más adelante. Hasta aquí se han presentado los límites teóricos que tiene el diseño de un mecanismo cuatro barras, sin embargo no son los únicos que presenta nuestro mecanismo. Al ser un mecanismo configurable, todos estos límites debe cumplirlos en cada uno de los mecanismos cuatro barras que se quieran crear.

2.3.2. Mecanismo básico: biela-manivela

El mecanismo biela-manivela está compuesto por dos barras unidas mediante un par rotacional, una corredera y la barra fija. De las dos barras, una se une a la barra fija mediante un par rotacional y la otra se une a la corredera, también mediante un par rotacional. La corredera a la vez se une a la barra fija mediante un par prismático. Esto nos permite convertir un movimiento circular de entrada a través de la manivela (barra 2) en un movimiento rectilíneo de la salida en la corredera (barra 4).

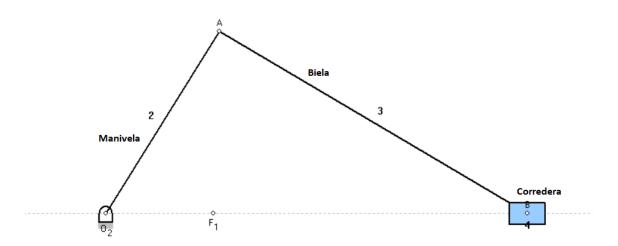


Ilustración 2-3.7: Representación mecanismo biela-manivela

Para que con el movimiento circular de la manivela, la corredera no llegue a golpear al anclaje de la barra 2 con la barra fija, se impone una restricción en el diseño: la barra 3 siempre debe ser mayor que la barra 2:

$$barra2 < barra3$$
 (2.6)

Esto permite que el mecanismo no pueda bloquearse por ninguna circunstancia. Sin embargo, como se lleva advirtiendo durante toda el proyecto, para el diseño de este mecanismo no es tan sencillo. Se debe de tener en cuenta que para configurar un biela-manivela a partir de un cuatro barras será necesario ensamblar dos barras, para lo cual se necesitará algún tipo de mecanismo que permita unir y desunir las barras.

El ángulo de transmisión (µ) para el biela-manivela, dado que la barra 4 no es una "barra" en sí, sino que es una patín que se mueve por la barra fija, se define desde la perpendicular de la dirección de movimiento de la corredera hasta la barra 3.

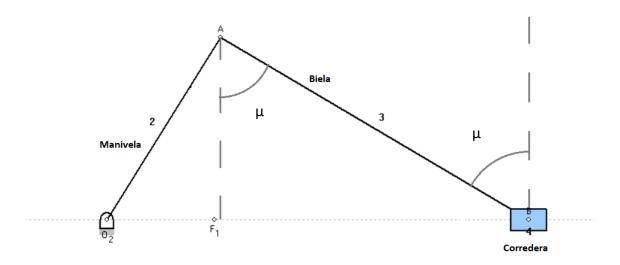


Ilustración 2-3.8: Ángulo de transmisión en biela-manivela

Se puede calcular mediante trigonometría, pero en este caso dado que el movimiento es simétrico, es decir, por debajo de la barra fija el movimiento es idéntico a por encima de ella, el ángulo de transmisión máximo será igual a 180º menos el mínimo:

$$\mu_{max} = 180^{\circ} - \mu_{min} \tag{2.7}$$

Para calcular el ángulo de transmisión en cualquier posición se pone la altura del triángulo formado con la barra fija en función de θ_2 :

$$h = barra2 \cdot \sin \theta_2 \tag{2.8}$$

$$\cos \mu = \frac{h}{barra 3} \tag{2.9}$$

Si unimos ambas ecuaciones:

$$\cos \mu = \frac{barra2}{barra3} \cdot \sin \theta_2 \tag{2.10}$$

Para calcular el ángulo de transmisión mínimo se alinea la barra 2 con la perpendicular al movimiento de la corredera, por lo tanto se forma un ángulo rectángulo en el que el ángulo del par rotacional es el ángulo de transmisión mínimo:

$$\cos \mu_{min} = \frac{barra2}{barra3}$$

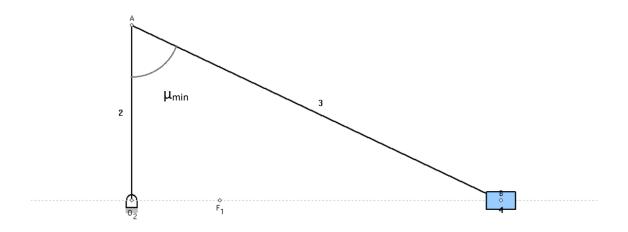


Ilustración 2-3.9: Ángulo de transmisión mínimo en biela-manivela

Al igual que en el cuatro barras, al ser un mecanismo reconfigurable estos límites deben de cumplirse para cada biela-manivela que se desee crear.

3. Diseño del mecanismo

El diseño de este mecanismo se ha hecho mediante una retroalimentación de dos fases: primero se han fijado las bases, es decir, el cumplimiento de la cinemática y de la dinámica de los mecanismos básicos que se quieren generar con este banco de trabajo; en segundo lugar se han impuestos unos límites físicos, con esto se hace referencia a que no sea posible el choque entre elementos del mecanismos dentro de un uso apropiado. Dado que se ha seguido un sistema de diseño retroalimentado, una vez se termina la fase dos, se vuelve a comprobar que se cumplen los análisis cinemáticos y dinámicos y, de no ser así, se vuelve a rediseñar. De esta forma se ha llegado a un mecanismo de barras configurable que nos asegura la seguridad de los usuarios que lo vayan a usar.



Ilustración 3-0.1: Imagen global del mecanismo, configuración cuatro barras.



Ilustración 3-0.2: Imagen global del mecanismo, configuración biela-manivela.

A continuación se presentan en los siguientes apartados el desarrollo de todo el diseño. En el primer apartado se presentará una primera idea de cómo sería el mecanismo, que ha ido cambiando conforme avanzaba el proyecto.

Tras esto, se presenta el cálculo del análisis cinemático y el análisis dinámico (en el apartado 3.2) de los mecanismos básicos, a partir de los cuales se ha basado el diseño del mecanismo final. Estos análisis se han resuelto gracias a varias funciones realizadas en el programa matemático MATLAB, los cuales se encuentran redactados y explicados en los Anexos.

Una vez explicados los análisis cinemáticos y dinámicos se han impuestos los límites físicos, los cuales vienen explicados en el apartado 3.3. Esta parte del diseño ha llevado a la modificación de ciertas piezas, debido a que no resistían o no eran lo suficientemente versátiles, por lo que en este apartado se verá también algunos análisis estáticos de tensiones y desplazamientos, dejando para el capítulo 4 los análisis del mecanismo final.

3.1. Diseño base. Primera idea de proyecto.

El mecanismo tiene varias complejidades:

- Lo primero y primordial era conseguir que las longitudes de las barras fueran reajustables. Se necesitaba un diseño tal que el alumno que fuese a utilizaren un futura dicho banco de trabajo fuese capaz de probar varias configuraciones y no solo ver el movimiento de un solo cuatro barras o un solo biela-manivela.
- **En segundo lugar, el mecanismo debía ser reconvertible**. No se trata solo de diseñar un cuatro barras, debía existir la posibilidad de poder configurar más mecanismos para que el alumno pueda ver, en un mismo banco de trabajo, más mecanismos ya explicados en clase.
- Además, interesa poder aplicar distintas velocidades al mecanismo, pero con poder ver un movimiento que sea producido por una velocidad en la manivela de 1 Hz sería suficiente.

El cumplimiento de todos estos requisitos complica en gran medida el proyecto, ya que por una parte el aumento de la velocidad hace que las reacciones que se generarán se vean incrementadas a su vez, por lo que habrá que barajar si será posible mantener la velocidad para la que se pretende diseñar o habrá que disminuirla.

Si por una parte la velocidad pone impedimento por el incremento de las reacciones, la necesidad de poder variar las longitudes y la posibilidad de generar más de un mecanismo hacen que el diseño de las piezas sea altamente complejo. En los pares cinemáticos se implementa un diseño de piezas que permita la permutación del par en rotacional y en prismático, según convenga. Además se pretende permitir la fijación de la barra en cualquier ángulo con respecto de la barra anterior.

Considerando estos requisitos primero se pensó en un diseño para las barras estilo "pata de muleta", es decir, dos tubos cilíndricos huecos, uno interior con un perno de fijación y otro exterior con agujeros regulados a la misma distancia unos de otros para poder variar la longitud de las barras dentro de unas distancias medidas. Sin embargo presentaba la posibilidad de tener holgura y se necesita que el mecanismo sea más exacto que esta solución.

Una vez descartada la posibilidad anterior, se busca una solución a través de las guías lineales. Esta solución presenta un problema: la guía se compra con una longitud y la longitud de la barra que compone el mecanismo se regula con el patín, pero cuando se mueva la barra hay que tener en cuenta que la barra del mecanismo configurado tiene una continuación a partir del par cinemático, lo cual puede acabar en un choque entre barras si, por ejemplo, en el cuatro barras la barra 2 y la barra 4 están en el mismo plano. En la siguiente ilustración se puede visualizar esquemáticamente un posible choque.

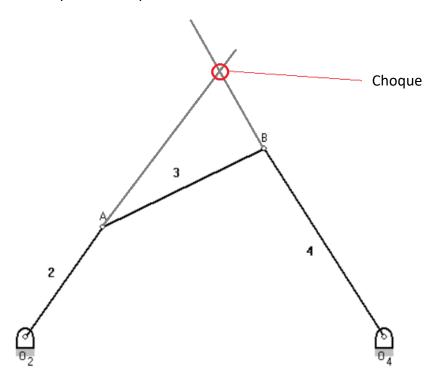


Ilustración 3-1.1: Representación de choque de barras

Para solventar este problema se presentar dos opciones.

- Elegir unas longitudes de guías que no lleguen al choque en ninguna situación, lo cual es bastante difícil de conseguir y puede llegar a limitar mucho el mecanismo.
- Diseñar el mecanismo para poder situar cada barra en un plano distinto de forma que no puedan cruzarse.

Se elige la segunda opción no en base a la dificultad, sino por la posibilidad de poder elegir guías de la longitud deseada sin restricción. A partir de esta decisión se buscan distribuidores de guías lineales, las cuales serán la base del diseño del

mecanismo. Dentro de estos distribuidores se busca información a través de HepcoMotion, Advanced Linear Solutions, pero el escaso contacto con la empresa hizo necesaria otra solución. La distribuidora IGUS, por otra parte, presenta guías lineales y el contacto a través de Jonathan Gallardo ha sido muy útil para un primer diseño a través de guías de fijación manual drylin TW-HKA. Estas guías son metálicas con patines sin recirculación de bolas pero con un material plástico, de base elastómera, que reducía en gran medida la fricción. Además IGUS fue elegida debida a sus cortos plazos de entrega y debido a que sus guías de fijación manual permitían seleccionar cualquier longitud de barra del mecanismo configurado.

Sin embargo, a través de mensajería por correo electrónico, una vez le se mandó la finalidad del proyecto y estudiaron en la empresa la posibilidad de implementar este tipo de guía al proyecto, llegaron a la conclusión (todo esto transmitido a través del correo de empresa de Jonathan Gallardo) que este tipo de guía no sería factible para esta aplicación dado a la posibilidad de generar un bloqueo. Tras sopesar esta información, finalmente se decidió por utilizar guías de INA-FAG con un perfil más robusto y patines con recirculación de bolas, las cuales son la solución definitiva al proyecto y la base del mecanismo final. Por el contrario, los patines no tendrían fijación manual, por lo que habría que pensar en un diseño para poder fijar las longitudes de las barras del mecanismo a configurar, además de un claro aumento en el peso de las barra.

Para iniciar el diseño se seleccionan 4 guías, las cuales compondrán las 3 barras móviles y la fija del cuatro barras: una guía de 700 mm, dos guías de 1500 mm y una última de 2500 mm, todas del tipo TKDV25. El perfil seleccionado es el único que había disponible y el ancho del mismo se eligió en base del peso de la barra, considerando que si no fuese suficiente o fuese ancho en exceso en el rediseño se elegiría otra dimensión.



Ilustración 3-1.2: Representación conjunto guía-patín utilizado. CAD obtenido de la página web de INA-FAG.

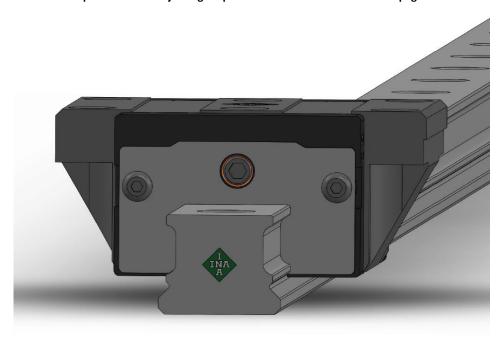


Ilustración 3-1.3: Representación conjunto guía-patín utilizado: enfoque en perfil de la guía. CAD obtenido de la página web de INA-FAG.

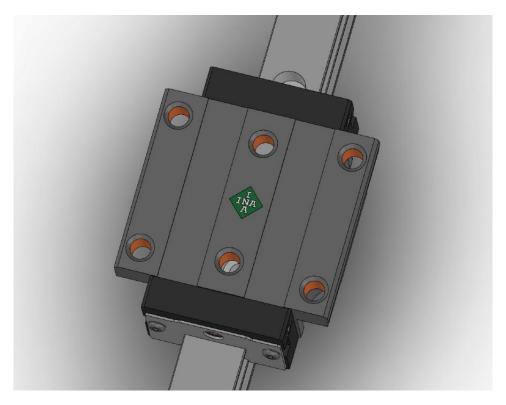


Ilustración 3-1.4: Representación conjunto guía-patín utilizado: enfoque en planta del patín. CAD obtenido de la página web de INA-FAG.

Una vez solucionado la selección de guías, es necesario hacer un diseño de las piezas que compondrán los pares cinemáticos. Estos diseños tendrán que ir en correlación con los patines seleccionados, debido a que estos son los elementos que regulan la longitud de las barras, por tanto a partir de ellos tendrá que partir la siguiente guía. Para el diseño de esta pieza hay que tener en cuenta:

- Debe tener un sistema de fijación a la guía.
- Debe permitir la rotación total de una guía con respecto a otra.
- Debe poderse fijar una guía con respecto a otra, al menos, en los ángulos principales.
- Debe contener el eje de rotación.
- Peso lo más reducido posible, para no aumentar los esfuerzos producidos.

Por último hay que recordar que este elemento será el que permita transformar el cuatro barras en biela-manivela u otro tipo de mecanismo, de ahí su alta importancia. En las siguientes ilustraciones se muestra el primer diseño.

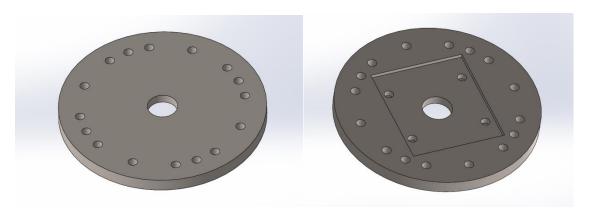


Ilustración 3-1.5: Pieza diseñada para componer el par cinemático (PF_4b_001).



Ilustración 3-1.6: Par cinemático polivalente ensamblado (SE_4b_001)

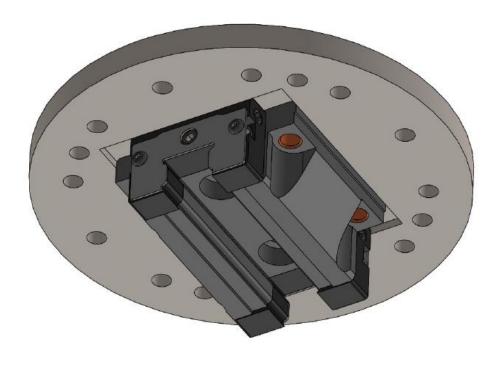


Ilustración 3-1.7: Par cinemático polivalente ensamblado, desde abajo (SE_4b_001)

Si se quiere ensamblar la guía "i" con la guía "j", a través del patín del ensamblaje SE_4b_001 se hace pasar la guía i, fijándose a la misma con pasadores a través de los agujeros periféricos de la pieza PF_4b_001 los cuales son del mismo diámetro que los agujeros encontrados en las guías. El eje del par rotacional parte del rodamiento y a través del segundo agujero de la guía j, pasa el siguiente tramo del eje, haciendo reposar la planta de la guía sobre la cara superior de la pieza PF_4b_001. La necesidad de pasar el eje por el segundo agujero de la guía y no por el primero es debido a que el primero debe estar liberado para, cuando se quiera fijar la guía j a la guía i en cierto ángulo, poder colocar un pasador.

Con esto se puede hacer girar una guía con respecto a otra, teniendo una gran superficie de apoyo. La parte negativa de este diseño es que la guía se ve limitada a la dimensión del agujero de lo guía. Por otra parte, este sistema de fijación solo podrá regularse de 60 en 60 mm, distancia que hay de un agujero de la guía al siguiente.

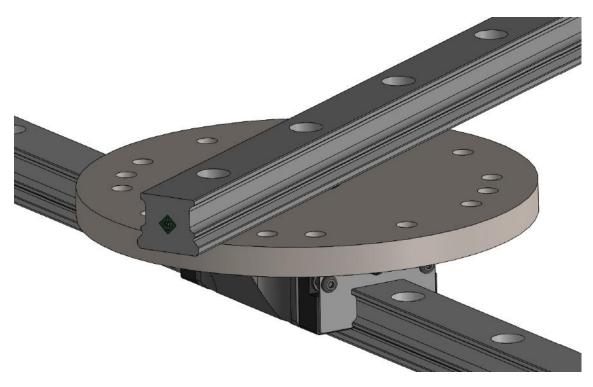


Ilustración 3-1.7: Representación de ensamblaje de SE_4b_001 con guías TKDV25, sin pasadores ni tornillería.

Por último, dado que los pasadores podrían ser un impedimento para el movimiento libre de la barra, se decide hacer roscados los agujeros periféricos de la pieza PF_4b_001 y fijar con tornillos que vayan desde la guía a la pieza citada.

Por otro lado, como las guías están en distintos niveles, la última barra quedaría a cierta altura con respecto a la primera, por lo que habría que buscar un sistema de acoplamiento en alguno de sus extremos para poder conectarla a la barra fija. También se presenta otro problema: si utilizamos solo un SE_4b_001 en cada par cinemático, la guía 4 no puede regularse, ya que en ambos extremos habría ejes y por ella no pasaría ningún patín que permitiera cambiar la longitud de barra.

Dados estos problemas se diseña un nuevo par cinemático, siendo éste específico para la barra 4 de forma que se solventen ambos problemas. Se pensó en 2 PF_4b_001 unidos por perfiles en "L" separados la distancia necesaria para solventar la necesidad de tener la cuarta barra a más altura que el resto. Esta estructura iría unida con un eje a otro ensamblaje SE_4b_001, de forma que en un mismo par cinemático tenemos dos patines, uno que corre a través de la barra 3 (el del SE_4b_001) y el de la nueva estructura que se movería a través de la guía 4. Este diseño se utilizó como base

de cálculo inicial, pero como veremos más adelante en la parte destinada a cálculo, se acabó descartando ya que generaba unas reacciones muy altas.

Todas las piezas que se han descrito se diseñaron en acero para poder soportar los esfuerzos. A partir de este primer diseño se realizaron los primeros cálculos y conforme avanzaba el proyecto se fue modificando el material y diseño de todas las piezas para adecuarlo a algo realmente realizable.

3.2. Proceso de cálculo del mecanismo.

El proceso de cálculo está realizado en un programa de MATLAB, el cual introduciendo las longitudes de las barras del mecanismo (no las longitudes de las guías, si no las del mecanismo que se quiere configurar) te saca las reacciones máximas en los pares cinemáticos, una gráfica de como varían con respecto al movimiento circular completo de la manivela (barra 2) y gráficas que describen la posición velocidad y aceleración de cada barra para un ciclo completo.

A continuación, se va a explicar los análisis de posición, velocidad y aceleración y el análisis dinámico del cuatro barras y las restricciones como consecuencia de los mismos que se han tomado para el mecanismo. Se utiliza el mecanismo cuatro barras porque será el que genere las reacciones más altas. Para más información sobre el funcionamiento de los programas utilizados en MATLAB para resolver estos problemas, mirar el Anexo I: Programas para cálculo numérico en MATLAB.

3.2.1. Datos de partida.

Para poder comenzar los análisis lo primero es asentar cuáles son los datos del mecanismo:

- Longitud de las guías:
 - Manivela (barra 2): L₂ = 700 mm.
 - Biela (barra 3): L₃ = 1500 mm.
 - Balancín (barra 4): L₄ = 1500 mm.
 - Barra fija (barra d): L_d = 2500 mm.
- Masas de las guías: dado que el primer diseño para el cálculo se hizo con el primer diseño de barras IGUS, la masa por metro lineal es 1 kg/m según catálogo de IGUS para guías TS-01-20:
 - Manivela (barra 2): m₂ = 0.7 kg.
 - Biela (barra 3): m₃ = 1.5 kg.
 - Balancín (barra 4): $m_4 = 1.5 \text{ kg}$.
- Masas puntuales: hace referencia a la masa en los pares cinemáticos. Para ello es necesaria la masa de las piezas diseñadas:
 - PF_4b_001: $m_{disco} = 9.35 \text{ kg}$.
 - TW-01-20-HKA (patín según catálogo IGUS): m_{pat} = 0.19 kg.
 - SE_4b_001: $m_{acop} = 4.83 \text{ kg}$.
- Ángulo barra 2 y velocidad: para resolver el problema de posición, necesitamos conocer al menos uno de los ángulos, por lo que damos como dato el valor de θ_2 ya que sabemos que dicha barra tendrá un movimiento uniforme:
 - Ángulo barra 2: $\theta_2 = 0 : 0.001 : 2\pi$.
 - Velocidad de entrada: ω_{21} = 4 Hz = 8π rad/seg.
 - Aceleración de entrada: $\alpha_{21} = 0$ rad/seg².

3.2.2. Datos introducidos por el usuario

Los datos anteriores son datos que no variarán en ningún caso. Sin embargo, para cada mecanismo el usuario debe especificar que longitud de barras está configurando. En el caso del cuatro barras:

- Manivela (barra 2): barra₂ = 600 mm.
- Biela (barra 3): barra₃ =1380 mm.
- Balancín (barra 4): barra₄ =1380 mm.
- Barra fija (barra d): barra_d = 2100 mm.

siendo este el caso del mecanismo cuatro barras con las longitudes mayores que se pueden configurar.

Conocidos los datos a partir de los cuales hacer los cálculos, se van a realizar los análisis del mecanismo cuatro barras en función del mecanismo real.

3.2.3. Análisis cinemático: problema de posición.

En primer lugar se deben de definir las barras como vectores en función de sus ángulos, representados en la ilustración 3-2.1:

$$\overrightarrow{O_2A} = barra_2 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = barra_3 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{BO_4} = barra_4 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_4 \\ \sin \theta_4 \end{bmatrix}$$

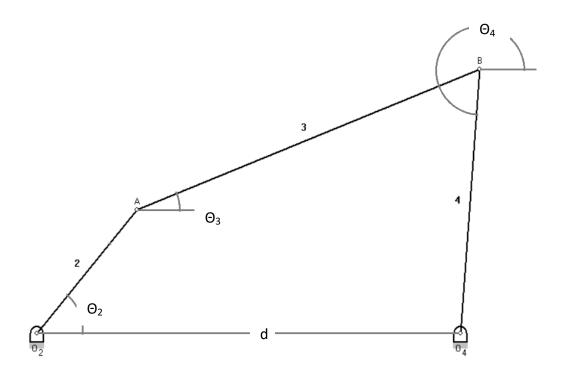


Ilustración 3-2.1: Variables en el cuatro barras.

Definidos los vectores, el problema de posición se resuelve sabiendo que la suma de estos 3 vectores da como resultado el vector de posición de la barra d, es decir:

$$\overrightarrow{O_2A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO_4} = \overrightarrow{O_2O_4} = \begin{bmatrix} barra_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$barra_2 \cos \theta_2 + barra_3 \cos \theta_3 + barra_4 \cos \theta_4 = barra_d$$

 $barra_2 \sin \theta_2 + barra_3 \sin \theta_3 + barra_4 \sin \theta_4 = 0$

Si θ_2 es dato, se pasa al otro lado del igual y se define las variables A y B:

$$barra_{3}\cos\theta_{3} + barra_{4}\cos\theta_{4} = barra_{d} - barra_{2}\cos\theta_{2} \quad \mathbf{A}$$

$$barra_{3}\sin\theta_{3} + barra_{4}\sin\theta_{4} = -barra_{2}\sin\theta_{2} \quad \mathbf{B}$$

Trabajando con las propiedades matemáticas se va a conseguir despejar las variables θ_3 y θ_4 en función de θ_2 :

$$(barra_4 \cos \theta_4)^2 = (A - barra_3 \cos \theta_3)^2$$

$$+ (barra_4 \sin \theta_4)^2 = (B - barra_3 \sin \theta_3)^2$$

$$barra_4^2 = A^2 + B^2 + barra_3^2 - 2 \cdot A \cdot barra_3 \cdot \cos \theta_3 - 2 \cdot B \cdot barra_3 \cdot \sin \theta_3 \longrightarrow$$

$$A \cos \theta_3 + B \sin \theta_3 = A^2 + B^2 + barra_3^2 - barra_4^2 - barra_3^2 - barra_4^2 - barra_3^2 - barra_4^2 - barra_3^2 - barra_3^2 - barra_4^2 - barra_4^$$

Una vez definida la variable C y sabiendo que: $\cos\theta_3=\sqrt{1-\sin\theta_3{}^2}$, se puede despejar la variable $\sin\theta_3$ en función de las variable A, B y C que dependen de θ_2 , de manera que quedaría:

$$\sin \theta_3 = \frac{2 \cdot B \cdot C \pm \sqrt{(2BC)^2 - 4 \cdot (C^2 - A^2) \cdot (A^2 + B^2)}}{2 \cdot (A^2 + B^2)}$$

Conociendo $\sin \theta_3$:

$$\sin \theta_4 = \frac{B - barra_3 \sin \theta_3}{barrra_4}$$

Con esto quedaría resuelto el problema de posición, sin embargo para introducir estas ecuaciones en el programa MATLAB se presentan problemas como cuál de las soluciones del $\sin\theta_3$ elegir y dentro de esas soluciones hay dos posibles θ_3 para ese mismo valor. Dados estos problemas, se resuelve mediante una función iterativa que pide como entrada los valores de la posición anterior (para más información, ir a Anexo I: Programas para cálculo numérico en MATLAB).

3.2.4. Análisis cinemático: problema de velocidad.

Siguiendo el mecanismo de resolución aprendido en Teoría de Máquinas se puede llegar a resolver el problema sabiendo la velocidad angular de la barra de entrada, dato que se especificó en el subapartado 3.2.1.

$$\overrightarrow{v_{21}^{A}} = \overrightarrow{v_{21}^{O2}} + \overrightarrow{\omega_{21}} \times \overrightarrow{O_{2}A}$$

$$\overrightarrow{v_{31}^{A}} = \overrightarrow{v_{21}^{A}}$$

$$\overrightarrow{v_{31}^{B}} = \overrightarrow{v_{31}^{A}} + \overrightarrow{\omega_{31}} \times \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{v_{41}^{B}} = \overrightarrow{v_{31}^{O4}} + \overrightarrow{\omega_{41}} \times \overrightarrow{O_{4}B}$$

Uniéndolo todo queda la siguiente ecuación vectorial:

$$\overrightarrow{\omega_{21}} \times \overrightarrow{O_2A} + \overrightarrow{\omega_{31}} \times \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\omega_{41}} \times (-\overrightarrow{BO_4})$$

$$\longrightarrow \omega_{21}\vec{k} \times \begin{bmatrix} barra_2\cos\theta_2\vec{i} \\ barra_2\sin\theta_2\vec{j} \end{bmatrix} + \omega_{31}\vec{k} \times \begin{bmatrix} barra_3\cos\theta_3\vec{i} \\ barra_3\sin\theta_3\vec{j} \end{bmatrix} = \omega_{41}\vec{k} \times \begin{bmatrix} barra_4\cos\theta_4\vec{i} \\ barra_4\sin\theta_4\vec{j} \end{bmatrix} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \begin{array}{c} \omega_{31}barra_{3}\cos\theta_{3} + \omega_{41}barra_{4}\cos\theta_{4} = -\omega_{21}barra_{2}\cos\theta_{2} \\ \omega_{31}barra_{3}\sin\theta_{3} + \omega_{41}barra_{4}\sin\theta_{4} = -\omega_{21}barra_{2}\sin\theta_{2} \end{array}$$

De estas dos últimas ecuaciones se pueden obtener ω_{31} y ω_{41} , quedando resuelto el problema de velocidad.

3.2.5. Análisis cinemático: problema de aceleración.

Una vez resuelto el problema de velocidad, el problema de aceleración sigue los mismos pasos, pero utilizando las ecuaciones para aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{21}^{A}} = \overrightarrow{a_{21}^{O2}} + \overrightarrow{\alpha_{21}} \times \overrightarrow{O_2A} - \omega_{21}^2 \cdot \overrightarrow{O_2A}$$

$$\overrightarrow{a_{31}^{A}} = \overrightarrow{a_{21}^{A}}$$

$$\overrightarrow{a_{31}^{B}} = \overrightarrow{a_{31}^{A}} + \overrightarrow{\alpha_{31}} \times \overrightarrow{AB} - \omega_{31}^2 \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{a_{41}^{B}} = \overrightarrow{a_{41}^{O4}} + \overrightarrow{\alpha_{41}} \times \overrightarrow{O_4B} - \omega_{41}^2 \cdot \overrightarrow{O_4B}$$

Uniéndolo todo queda la siguiente ecuación vectorial:

$$\overrightarrow{\alpha_{31}} \times \overrightarrow{AB} - \omega_{21}^2 \cdot \overrightarrow{O_2A} - \omega_{31}^2 \cdot \overrightarrow{AB} + \omega_{41}^2 \cdot \overrightarrow{O_4B} - \overrightarrow{\alpha_{41}} \times \overrightarrow{O_4B} = 0$$

$$\longrightarrow \alpha_{31}\vec{k} \times \begin{bmatrix} barra_{3}\cos\theta_{3}\vec{t} \\ barra_{3}\sin\theta_{3}\vec{j} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_{21}^{2} \cdot barra_{2}\cos\theta_{2}\vec{t} \\ \omega_{21}^{2} \cdot barra_{2}\sin\theta_{2}\vec{j} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_{31}^{2} \cdot barra_{3}\cos\theta_{3}\vec{t} \\ \omega_{31}^{2} \cdot barra_{3}\sin\theta_{3}\vec{j} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} -\omega_{41}^{2} \cdot barra_{4}\cos\theta_{4}\vec{t} \\ -\omega_{41}^{2} \cdot barra_{4}\sin\theta_{4}\vec{j} \end{bmatrix} - \alpha_{41}\vec{k} \times \begin{bmatrix} -barra_{4}\cos\theta_{4}\vec{t} \\ -barra_{4}\sin\theta_{4}\vec{j} \end{bmatrix} = 0$$

$$(en\vec{t}) \qquad -\alpha_{31}barra_{3}\sin\theta_{3} - \omega_{21}^{2} \cdot barra_{2}\cos\theta_{2} - \\ -\omega_{31}^{2} \cdot barra_{3}\cos\theta_{3} - \omega_{41}^{2} \cdot barra_{4}\cos\theta_{4} - \alpha_{41}barra_{4}\cos\theta_{4} = 0$$

$$(en\vec{j}) \qquad \alpha_{31}barra_{3}\cos\theta_{3} - \omega_{21}^{2} \cdot barra_{2}\sin\theta_{2} - \omega_{31}^{2} \cdot barra_{3}\sin\theta_{3} - \omega_{41}^{2} \cdot barra_{4}\sin\theta_{4} + \alpha_{41}barra_{4}\sin\theta_{4} = 0$$

De estas dos últimas ecuaciones se pueden obtener α_{31} y α_{41} , quedando resuelto el problema de aceleración.

3.2.6. Análisis dinámico.

Con el análisis dinámico se obtendrá, a partir del análisis cinemáticos, las reacciones en los anclajes de las barras, además del par que se necesitará para poder mover el mecanismo. Para ello, se descompone el mecanismo por barras y se estudia en cada una de ellas las fuerzas que se le aplican.

Dado que las guías tienen masa, con un centro de gravedad fijo, se hace necesario calcular tanto estos centros de gravedad como las inercias correspondientes para cada caso.

$$x_{G2} = \frac{\frac{L_2}{2} \cdot m_2 + barra_2 \cdot m_{p2}}{m_2 + m_{p2}}$$

$$x_{G3} = \frac{\frac{L_3}{2} \cdot m_3 + barra_3 \cdot m_{p3}}{m_3 + m_{p3}}$$

$$x_{G4} = \frac{\frac{L_4}{2} \cdot m_4 + barra_4 \cdot m_{p4}}{m_4 + m_{p4}}$$

$$I_{O2} = \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot barra_2^2$$

$$I_{G3} = \frac{1}{12} \cdot m_3 \cdot barra_3^2$$
 $I_{O4} = \frac{1}{3} \cdot m_4 \cdot barra_4^2$
 $I_{m2} = m_{p2} \cdot barra_2^2$
 $I_{mB} = m_{p3} \cdot (x_{G3} - barra_3)^2$
 $I_{m4} = m_{p4} \cdot barra_4^2$

siendo el término m_{pi} la masa total en el extremo de la barra i. Conociendo estos datos y los datos de partida, ya es posible realizar el análisis dinámico.

Barra 2: en la manivela irá aplicado el par. Uno de sus extremos tiene un par de rotación con la barra fija y en el otro irá la masa correspondiente a la pieza que permite la unión con la barra 3.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{23x} + R_{12x} - m_2 a_{21x}^{G2} - m_{p2} a_{21x}^A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{23y} + R_{12y} - m_2 a_{21y}^{G2} - m_{p2} a_{21y}^A = 0$$

$$\sum M_{02} = 0 \rightarrow M_2 - R_{23x} barra_2 \sin \theta_2 + R_{23y} barra_2 \cos \theta_2 = 0$$

Barra 3: como particularidad, en la biela se hará equilibrio de momentos con respecto al centro de gravedad. En el extremo donde iría unida a la barra 4 tiene una masa.

$$\begin{split} \sum F_x &= 0 \quad \rightarrow \quad R_{34x} - R_{23x} - m_3 a_{31x}^{G3} - m_{p3} a_{31x}^B = 0 \\ \sum F_y &= 0 \quad \rightarrow \quad R_{34y} - R_{23y} - m_3 a_{31y}^{G3} - m_{p3} a_{31y}^B = 0 \\ \sum M_{G3} &= 0 \quad \rightarrow \quad -R_{34x} \left(L_3 - \frac{barra_3}{2} \right) \sin \theta_3 + R_{34y} \left(L_3 - \frac{barra_3}{2} \right) \cos \theta_3 - I_{G3} \alpha_{31} \\ - R_{23x} \frac{barra_3}{2} \sin \theta_3 + R_{23y} \frac{barra_3}{2} \cos \theta_3 - I_{mB} \alpha_{31} = 0 \end{split}$$

Barra 4: el balancín, al igual que la manivela, tiene un extremo unido a la barra fija mediante un par rotacional y en el otro una masa.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -R_{34x} + R_{41x} - m_4 a_{41x}^{G4} - m_{p3} a_{41x}^B = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -R_{34y} + R_{41y} - m_3 a_{41y}^{G4} - m_{p3} a_{41y}^B = 0$$

$$\sum M_{O4} = 0 \rightarrow -R_{34x} barra_4 \sin \theta_4 + R_{34y} barra_4 \cos \theta_4 - I_{O4} \alpha_{41} - I_{m4} \alpha_{41} = 0$$

Como e puede observar hay determinadas aceleraciones que no se conocen, pero teniendo el problema de aceleración resuelto se pueden calcular:

$$\vec{a}_{21}^{G2} = -\omega_{21}^{2} \cdot \overrightarrow{O_{2}G_{2}}$$

$$\vec{a}_{31}^{G3} = -\omega_{21}^{2} \cdot \overrightarrow{O_{2}A} + \overrightarrow{\alpha_{31}} \times \overrightarrow{AG_{3}} - \omega_{21}^{2} \cdot \overrightarrow{AG_{3}}$$

$$\vec{a}_{41}^{G4} = \overrightarrow{\alpha_{41}} \times \overrightarrow{O_{4}G_{4}} - \omega_{41}^{2} \cdot \overrightarrow{O_{4}G_{4}}$$

$$\overrightarrow{O_{2}G_{2}} = x_{G2} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_{2} \\ \sin \theta_{2} \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{AG_{3}} = x_{G3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_{3} \\ \sin \theta_{2} \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{O_4G_4} = x_{G4} \cdot \begin{bmatrix} -\cos\theta_4 \\ -\sin\theta_4 \end{bmatrix}$$

Finalmente tenemos 9 ecuaciones con 9 incógnitas: $\{R_{12x},\ R_{12y},\ R_{23x},\ R_{23y},\ R_{34x},\ R_{34y},\ R_{41x},\ R_{41y},\ M_2\}$

La resolución del sistema de ecuaciones está descrita en el Anexo I: Programas para cálculo numérico en MATLAB. Aquí acabaría el análisis de cálculo, no obstante, como ya se ha advertido anteriormente, este análisis es modificable parcialmente (es decir, introduciendo o variando alguna masa puntual) en función de las modificaciones que se le introduzcan al diseño.

3.3. Diseño de piezas. Proceso iterativo.

Una vez se ha realizado el proceso de cálculo, ya es posible cuantificar las cargas que las piezas que se van a diseñar deben resistir. El motivo del proceso iterativo se encuentra en este apartado, debido a que si las dimensiones dadas en un principio a las piezas no resisten se deben modificar y el cambio efectuado repercutirá en las masas, las cuales crearán unas reacciones distintas a las iniciales.

Este es el motivo por el que, antes de cualquier paso, se realiza un estudio de como irán evolucionando las reacciones, para así poder encontrar la configuración del mecanismo en la que se producen las reacciones más altas.

A lo largo de este apartado se irán definiendo hipótesis y límites del mecanismo que permitirán desarrollar esta tarea.

3.3.1. Límites físicos del mecanismo.

El mecanismo global que se está diseñando tiene que albergar al menos un mecanismo cuatro barras y un biela-manivela. Ya se ha conseguido con un diseño general que las barras no choquen entre sí disponiéndolas en distintos planos, pero se presentan dos problemas:

En el mecanismo 4 barras, la manivela debe dar vueltas completas y para ello debe pasar completamente por encima de la barra fija. Dado que en esta misma barra fija está la unión de la barra 4 que define la distancia d, si esta distancia es menor que la longitud de la guía que contiene a la barra 2, se producirá un choque. Para solucionar este problema se pone un límite (incluido dentro del programa de MATLAB) que indica la necesidad de una distancia d mayor que la guía de la barra 2:

$$barra_d > L_2$$

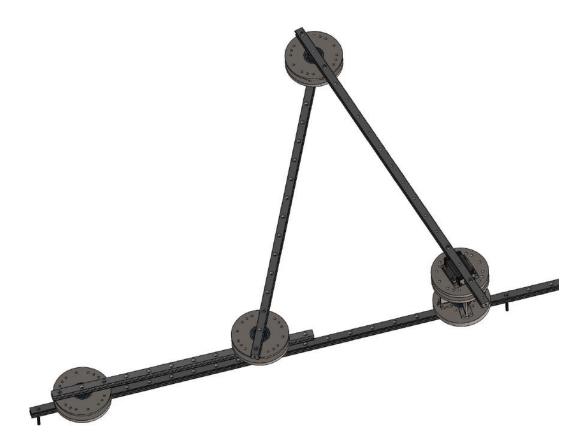


Ilustración 3-3.1: Comprobación de solución del problema en 4 barras.

- En el mecanismo biela-manivela no puede producirse un choque debido a la configuración de las barras, pero si la biela y la manivela se alinean se puede producir un fallo, por lo que se impone un límite para que la manivela siempre sea menor que la biela:

$$barra_2 < barra_3$$

- Se considera que el mecanismo es resistente a fatiga si las tensiones que se generen en él serán menores que la mitad de su tensión de rotura (en caso de acero $\sigma_u/2$ = 375 MPa).



Ilustración 3-3.2: Comprobación de solución del problema en biela-manivela

3.3.2. Primer cambio significativo de diseño

Se realiza el cálculo para una velocidad de la manivela de 4 Hz para el mecanismo de mayores longitudes de barras que se podía configurar (primer caso) y el cuatro barras con menores longitudes posibles (segundo caso), obteniendo los siguientes resultados:

Barra 2:	600 mm	180 mm
Barra 3:	1380 mm	240 mm
Barra 4:	1380 mm	720 mm
Distancia d:	2100 mm	720 mm
Reacción O2:	13199.0720 N	6901.3806 N
Reacción A:	11601.9638 N	6243.7912 N
Reacción B:	10401.9311 N	6372.1623 N
Reacción O4:	9924.8089 N	6505.4788 N
Par Motor	2057.0409 N*m	540.992 N*m

Como se puede observar estas reacciones son demasiado altas y no solo eso, eran mecanismo los cuales no se habían llegado a definir como configuraciones de máximas reacciones, por lo que podían existir otros mecanismos que llevaran a unas fuerzas en los pares mayores que las representadas anteriormente. Debido a ello, se toman dos decisiones:

- Se baja la velocidad de entrada de 4 Hz a 1 Hz. Si se hace memoria, el requisito que se planteó al inicio del proyecto fue llegar hasta 1 Hz, pero aun así se consideró la posibilidad de obtener mayores velocidades. Sin embargo, dada la magnitud de las reacciones esto no fue posible, por lo que se rediseña para 1 Hz.
- **Se utilizan piezas de ABS.** Las piezas que se habían diseñado para unir las barras (PF_4b_001) eran inicialmente de acero para soportar los esfuerzos. No obstante esto requiere un peso considerable en los puntos de unión que es parte del problema de unas reacciones tan altas. Se considera hacerlas en ABS si son capaces de soportar los esfuerzos.

Se recalculan los esfuerzos en las mismas configuraciones que antes para comprobar que se han conseguido disminuir las reacciones:

Barra 2:	600 mm	180 mm
Barra 3:	1380 mm	240 mm
Barra 4:	1380 mm	720 mm
Distnacia d:	2100 mm	720 mm
Reacción O2:	290.5391 N	418.4462 N
Reacción A:	261.2089 N	406.6886 N
Reacción B:	221.7823 N	429.1927 N
Reacción O4:	213.5922 N	435.0195 N
Par Motor	49.6418 N*m	31.3537 N*m

Como se puede observar, las reacciones han disminuido de forma considerable, por lo que a continuación se disponen varias hipótesis, obtenidas a base de comprobación numérica, para obtener las configuraciones de reacciones más altas.

- Hipótesis 1: para unas longitudes de barra 2 y barra 3 mínimas, pero siendo la barra3 mayor que la barra 2, y unas longitudes de barra 4 y distancia d iguales, se obtiene que a más se aumente las longitudes de la barra 4 y la distancia d, menor serán las reacciones.

Las barras 4 y d se disponen inicialmente iguales para asegurar que se cumple la ley de Grashof. Dado así, con esto se pretende estudiar cómo evolucionan las

reacciones cuando se aleja el punto de unión entre la barra 4 y la barra fija. En la siguientes tablas se muestra el estudio de las reacciones.

Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	720 mm	780 mm
Distancia d:	720 mm	780 mm
Reacción O2:	418.4462 N	397.3102 N
Reacción A:	406.6886 N	385.4982 N
Reacción B:	429.1927 N	406.7924 N
Reacción O4:	435.0195 N	411.7065 N
Par Motor	31.3537 N*m	28.9895 N*m

Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	1080 mm	1380 mm
Distancia d:	1080 mm	1380 mm
Reacción O2:	337.0929 N	308.7558 N
Reacción A:	325.1220 N	296.7090 N
Reacción B:	343.0093 N	313.0198 N
Reacción O4:	345.5782 N	314.6480 N
Par Motor	22.4799 N*m	19.5471 N*m

Por tanto, cuanto menor sean las barras 4 y d, mayor serán las reacciones.

- Hipótesis 2: para un valor fijo e igual de las barras 4 y d (el menor posible) y la longitud mínima posible de la barra 2, al variar la barra 3 dentro de los límites establecidos por el mecanismo, se consiguen reacciones menores.

Como se puede observar, se cumple la hipótesis aunque no de forma regular: primero las reacciones disminuyen para luego comenzar a aumentar, aunque siempre de forma que son menores que las reacciones de la configuración inicial.

Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	300 mm
Barra 4:	720 mm	720 mm
Distnacia d:	720 mm	720 mm
Reacción O2:	418.4462 N	170.0858 N
Reacción A:	406.6886 N	158.7425 N
Reacción B:	429.1927 N	173.9467 N
Reacción O4:	435.0195 N	179.3293 N
Par Motor	31.3537 N*m	14.7770 N*m

Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	720 mm	840 mm
Barra 4:	720 mm	720 mm
Distnacia d:	720 mm	720 mm
Reacción O2:	66.3511 N	73.0711 N
Reacción A:	54.8258 N	61.3805 N
Reacción B:	39.6452 N	46.1033 N
Reacción O4:	38.4703 N	44.7478 N
Par Motor	6.0959 N*m	6.4540 N*m

Barra 2:	180 mm
Barra 3:	1200 mm
Barra 4:	720 mm
Distnacia d:	720 mm
Reacción O2:	322.9949 N
Reacción A:	310.9293 N
Reacción B:	292.5440 N
Reacción O4:	288.3355 N
Par Motor	21.8904 N*m

- *Hipótesis 3:* dado que el aumento de la barra 3 no supone problema de reacciones, para longitudes de las barras 4 y d mínimos e iguales, se pretende aumentar la barra 2, aumentado consigo la barra 3 de forma que se cumplan los límites establecidos.

Al hacer esto se genera un problema: el ángulo de transmisión mínimo se hace muy pequeño y esto crea unas aceleraciones extremadamente altas, lo cual hace que las reacciones aumenten de forma descontrolada.

Barra 2: Barra 3: Barra 4:	420 mm 660 mm 720 mm	540 mm 840 mm 720 mm
Distnacia d:	720 mm	720 mm
Reacción O2: Reacción A: Reacción B: Reacción O4:	564.782 N 550.1575 N 492.8972 N 578.6486 N	7121.6023 N 7098.5694 N 6686.9429 N 6357.8693 N
Par Motor	189.1815 N*m	2334.3255 N*m
Ángulo Trans. Máx. Ángulo Trans. Mín.	111.3236 º 24.6199 º	107.4933 º 9.8967 º

BARRAS ALINEADAS

Barra 2:	600 mm	600 m	m
Barra 3:	780 mm	840 m	m
Barra 4:	720 mm	720 m	m
Distnacia d:	720 mm	720 m	m
Reacción O2:	17778.5088 N	2.023E+10 N	
Reacción A:	17756.0344 N	2.023E+10 N	
Reacción B:	16750.6269 N	2.023E+10 N	
Reacción O4:	15874.1627 N	2.023E+10 N	
Par Motor	7545.7283 N*m	10465804.6 N	*m
Ángulo Trans. Máx.	123.2351 º	115.3769 º	
Ángulo Trans. Mín.	7.9518 ⁰	Ο ο	

Dada esta situación, es necesario un reajuste del diseño o, al menos, de los límites establecidos.

3.3.3. Segundo cambio significativo de diseño.

- **Se impone un nuevo límite para los ángulos de transmisión.** Dado que hay configuraciones que pueden generar aceleraciones demasiado altas, se impone una restricción para que estas situaciones no se den:

$$\mu_{max} < 150^{\circ}$$

$$\mu_{min} > 30^{\circ}$$

Una vez impuesto los nuevos límites, se hace un nuevo estudio de las reacciones, dimensionando siempre de forma que obtengamos el mínimo o máximo ángulo de transmisión posible.

- Hipótesis 1.2: como variante de la hipótesis 1, en este caso se fijan las longitudes de las barras 2 y 3 en sus mínimos, de nuevo siendo la barra 3 mayor que la barra 2, y se aumenta la barra 4, de manera que la barra d se calcule a partir de estas tres dimensiones para que se cumplan las restricciones y den como resultado un caso de ángulo de transmisión mínimo y otro de ángulo de transmisión máximo.

Por lo tanto, se obtienen dos tipos de resultados. Para ángulos de transmisión máximo:

Ángulo Trans. Máx.	150 º	150 º
Ángulo Trans. Mín.	44.7653 ⁰	45.4238 º
Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	720 mm	780 mm
Distnacia d:	913 mm	815 mm
Reacción O2:	327.8968 N	339.0058 N
Reacción A:	315.4891 N	326.6019 N
Reacción B:	322.7977 N	334.0547 N
Reacción O4:	320.6068 N	332.0084 N
Par Motor	17.4606 N*m	16.2631 N*m

Ángulo Trans. Máx.	150 º	150 º
Ángulo Trans. Mín.	47.0055 º	47.89 ⁰
Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	1080 mm	1380 mm
Distnacia d:	1113 mm	1412 mm
Reacción O2:	351.5557 N	362.6603 N
Reacción A:	339.1702 N	350.2901 N
Reacción B:	347.2476 N	358.8206 N
Reacción O4:	345.7035 N	357.5690 N
Par Motor	13.2024 N*m	13.1625 N*m

Y para ángulos de transmisión mínimo:

Ángulo Trans. Máx.	127.5796 º	127.3275 º
Ángulo Trans. Mín.	30 º	30 º
Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	720 mm	780 mm
Distnacia d:	707 mm	765 mm
Reacción O2:	512.6617 N	509.8224 N
Reacción A:	500.8821 N	497.9799 N
Reacción B:	523.1527 N	518.9556 N
Reacción O4:	529.3428 N	524.1947 N
Par Motor	37.4148 N*m	35.9116 N*m

Ángulo Trans. Máx.	127.5695 º		127.8581	ō
Ángulo Trans. Mín.	30 º		30	ō
Barra 2:	180 m	nm	180	mm
Barra 3:	240 m	nm	240	mm
Barra 4:	1080 m	nm	1380	mm
Distnacia d:	1061 m	nm	1359	mm
Reacción O2:	474.4724 N		456.1656	N
Reacción A:	462.4629 N		444.0793	N
Reacción B:	479.6889 N		459.5687	N
Reacción O4:	482.397 N		461.2589	N
Par Motor	29.9213 N	l*m	26.9872	N*m

Podemos observar que en ambos casos se sigue cumpliendo la hipótesis 1, pero además se hace notar una diferencia entre las reacciones para ángulos de transmisión mínimo y máximo, siendo estas primeras mayores que las segundas.

- Hipótesis 3.2: como variante de la hipótesis 3, se fijan unas longitudes iguales y mínimas de las barras 4 y d y se aumenta la barra 2, de manera que la barra 3 se calcula para que se cumplan las restricciones establecidas y se obtengan ángulos de transmisión mínimos y máximos.

Para este caso no será posible obtener reacciones para el ángulo de transmisión máximo, dado que no hay configuraciones que permitan obtenerlo sin sobrepasar el límite del ángulo de transmisión mínimo:

Ángulo Trans. Máx.	150 º	150 º
Ángulo Trans. Mín.	22.6067 9	18.4022 º
Barra 2:	180 mm	300 mm
Barra 3:	201 mm	330 mm
Barra 4:	720 mm	720 mm
Distnacia d:	720 mm	720 mm

Ángulo Trans. Máx.	150 º	150 º
Ángulo Trans. Mín.	12.7020 º	8.0017 9
Barra 2:	480 mm	600 mm
Barra 3:	521 mm	646 mm
Barra 4:	720 mm	720 mm
Distnacia d:	720 mm	720 mm

No obstante si es posible para el ángulo de transmisión mínimo:

Ángulo Trans. Máx.	139.2878 º	127.2394 º
Ángulo Trans. Mín.	30 º	30 º
Barra 2:	180 mm	300 mm
Barra 3:	222 mm	408 mm
Barra 4:	720 mm	720 mm
Distnacia d:	720 mm	720 mm
Reacción O2:	594.8082 N	403.3988 N
Reacción A:	582.9310 N	388.8316 N
Reacción B:	607.8636 N	415.1528 N
Reacción O4:	613.8762 N	439.1787 N
Par Motor	41.0555 N*m	72.1751 N*m

Ángulo Trans. Máx.	106.7275	ō		ō
Ángulo Trans. Mín.	30	<u>o</u>	30	<u>o</u>
Barra 2:	360	mm	480	mm
Barra 3:	624	mm	NO EXISTE	mm
Barra 4:	720	mm	720	mm
Distnacia d:	720	mm	720	mm
Reacción O2:	305.2720	N		N
Reacción A:	291.3742	N		N
Reacción B:	254.4606	N		N
Reacción O4:	298.4156	N		N
Par Motor	83.865	N*m		N*m

A partir de cierto valor de barra 2, no hay longitud de barra 3 posible para este mecanismo. Se puede observar que conforme aumentamos la barra 2 se van

disminuyendo las reacciones, sin embargo va aumentando el par necesario para mover el mecanismo.

Tras estos estudios realizados, se puede concluir que este diseño, con las guías lineales IGUS y las piezas fabricadas en ABS, se nos generan los mayores esfuerzos cuando tenemos el menor mecanismo posible, ya que se ha demostrado que si tenemos un mecanismo con ciertas longitudes de barra 2 y barra 3, a menor longitud de barra 4 y distancia d mayor serán sus esfuerzos, y a su vez para unas dimensiones de barra 4 y distancia d, a menor sean las barras 2 y 3 mayor serán sus esfuerzos.

Sin embargo, se presenta un nuevo problema. En respuesta a un correo mandado a Jonathan Gallardo, distribuidor de IGUS en Sevilla, sobre la posibilidad de mejorar este proyecto, se nos informa que finalmente no es posible utilizar las guías drylin de IGUS debido a que, para dicha aplicación, es posible un bloqueo. Por tanto es necesario realizar un rediseño del mecanismo.

3.3.4. Tercer cambio significativo de diseño.

- Se utilizarán guías lineales TKVD25 y patines de recirculación de bolas KWVE25 de INA-FAG. Estas guías son más robustas al ser de acero, pero los patines con recirculación de bolas nos permiten asegurar la imposibilidad de un bloqueo para esta aplicación.
- Se cambian las piezas fabricadas para las uniones de las barras a acero. Este cambio viene motivado por la decisión anterior, dado que las nuevas guías pesan más y generarán reacciones más altas. Sin embargo, los componentes del par de rotación B (entre la barra 3 y la barra 4) van a aumentar en gran medida el peso en un único punto, por lo que se decide reajustar el diseño para que este peso recaiga directamente sobre la barra fija, de manera que no esté en movimiento.



Ilustración 3-3.3: Diseño mecanismo tras tercer cambio significativo.

Esto conlleva otro cambio con respecto al uso: hasta ahora se tenía en cuenta que la longitud de la barra se podía modular como se quisiera debido a que las guías lineales de IGUS tenían patines con fijación manual. Al no tener esta aplicación las de INA-FAG, se fijarán mediante los agujeros en el PF_4b_001 y los agujeros modulados en las guías. Esto significa que solo se podrá modificar las distancias en función de la separación de estos agujeros en la guía, es decir, de 60 en 60 mm.

El sistema usado en este diseño para conectar la barra 4 a la barra fija es parecido al usado antes para conectar la barra 3 a la barra 4, sin embargo ahora se usan perfiles en i para poder soportar mejor los esfuerzos. La altura de los perfiles sigue siendo suficiente para poder atornillarlos sin dificultad. Al conjunto se le llama SE_4b_002, representado en la ilustración 3-3.4.

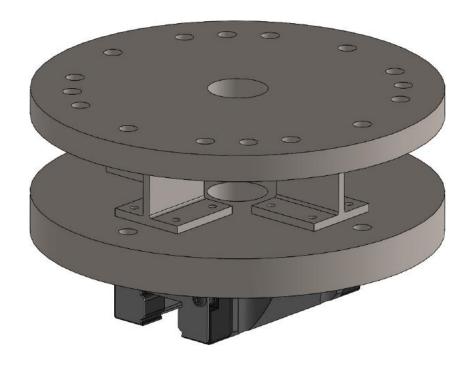


Ilustración 3-3.4: SE_4b_002

Se calculan las nuevas reacciones para el caso más límite que se ha encontrado y que permita un correcto montaje:

Ángulo Trans. Máx.	132.6161	ō
Ángulo Trans. Mín.	34.6221	ō
Barra 2:	180	mm
Barra 3:	240	mm
Barra 4:	720	mm
Distnacia d:	720	mm
Reacción O2:	1046.8128	N
Reaction O2:	1040.8128	14
Reacción A:	1040.8128	
		N
Reacción A:	1015.6777	N N
Reacción A: Reacción B:	1015.6777 1071.7920	N N

Las reacciones son demasiado altas, por lo que se debe volver a imponer alguna restricción.

3.3.5. Cuarto cambio significativo de diseño.

- **Se aumenta el ángulo de transmisión mínimo.** Con esto se pretende reducir las posiciones con altas aceleraciones.

$$\mu_{min} > 32^{\circ}$$

- **Se utilizan guías más pequeñas para las barras 3 y 4.** Se usará una guía de 1000 mm para la barra 3 y una guía de 1200 para la barra 4.

Con esto se consiguen disminuir las reacciones, sin embargo al cambiar las distribuciones de las masas, ahora no se puede asegurar que se mantengan las hipótesis determinadas en los apartado anteriores, por ello se deben comprobar.

- Comprobación de la hipótesis 1.2:

Para ángulos de transmisión máximos:

Ángulo Trans. Máx.	150 º	150 º
Ángulo Trans. Mín.	44.7653 ⁰	45.7073 º
Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	720 mm	840 mm
Distnacia d:	755 mm	874 mm
Reacción O2:	358.0252 N	364.7160 N
Reacción A:	325.3824 N	332.1379 N
Reacción B:	318.5233 N	325.5444 N
Reacción O4:	312.7803 N	320.246 N
Par Motor	20.8334 N*m	18.9561 N*m

Ángulo Trans. Máx.	150 º	150 º
Ángulo Trans. Mín.	46.3219 º	46.6848 ⁰
Barra 2:	180 mm	180 mm
Barra 3:	240 mm	240 mm
Barra 4:	960 mm	1020 mm
Distnacia d:	993 mm	1053 mm
Reacción O2:	367.2171 N	374.1433 N
Reacción A:	334.6962 N	341.6407 N
Reacción B:	328.3572 N	335.4156 N
Reacción O4:	323.4239 N	330.6381 N
Par Motor	17.7385 N*m	17.2041 N*m

Para ángulos de trasmisión mínimos:

Ángulo Trans. Máx.	129.4646 º		129.5798	ō
Ángulo Trans. Mín.	32 º		32	<u>o</u>
Barra 2:	180 m	ım	180	mm
Barra 3:	240 m	ım	240	mm
Barra 4:	720 m	ım	840	mm
Distnacia d:	712 m	ım	830	mm
Reacción O2:	465.7344 N		443.8188	N
Reacción A:	435.6156 N		413.3747	N
Reacción B:	447.0680 N		421.8309	N
Reacción O4:	460.0735 N		431.0651	N
Par Motor	38.7138 N	*m	35.2583	N*m

Ángulo Trans. Máx.	129.5127 º	129.431 º	
Ángulo Trans. Mín.	32 º	32 º	
Barra 2:	180 mm	180 mm	
Barra 3:	240 mm	240 mm	
Barra 4:	960 mm	1020 mm	
Distnacia d:	948 mm	1007 mm	
Reacción O2:	434.4708 N	432.8896 N	
Reacción A:	403.7891 N	402.1101 N	
Reacción B:	410.2605 N	407.8190 N	
Reacción O4:	417.1464 N	413.844 N	
Par Motor	33.2881 N*m	32.6461 N*m	

Como se puede observar, se sigue cumpliendo.

 Comprobación de la hipótesis 3.2: se produce una gran variación. Tras este nuevo diseño, a mayor sea la barra 2 (y su aumento calculado de la barra 3) mayor serán las reacciones.

Ángulo Trans. Máx.	148.2520 º	149.863 º
Ángulo Trans. Mín.	32.0092 º	32.4885 ⁰
Barra 2:	540 mm	540 mm
Barra 3:	900 mm	900 mm
Barra 4:	720 mm	720 mm
Distnacia d:	1019 mm	1025 mm
Reacción O2:	894.1734 N	870.0812 N
Reacción A:	828.9643 N	804.7527 N
Reacción B:	623.2200 N	601.5236 N
Reacción O4:	544.6462 N	525.1906 N
Par Motor	264.7382 N*m	256.6158 N*m

Como sabemos por la hipótesis 1.2, si se siguieran aumentando las barras 4 y d las reacciones irían disminuyendo y, por otro lado, las longitudes de las barras 2 y 3 están en el máximo, cumpliendo con las restricciones restablecidas.

Estas reacciones son altas, pero no demasiado, por lo que se ensayan en SolidWorks para comprobar si la guía resistiría dichas reacciones.

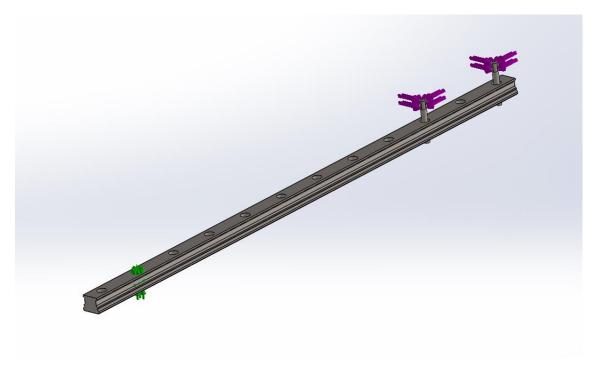


Ilustración 3-3.5: Ensayo guía de barra 2 para caso extremo.

Para el ensayo la guía se fija por donde pasaría el eje y se efectúan las cargas en los tornillos de ajuste al SE_4b_001. Como se puede observar en la ilustración 3-3.5, tanto la guía como los tornillos están simplificados para facilitar el cálculo al programa.

Las fuerzas distribuidas están aplicadas en el área que correspondería al SE_4b_001, ya que las reacciones se distribuyen a través de él y se dividen en 2, ya que se cargan en 2 tornillos. Además las cargas se cambian de sistemas de coordenadas a través de un programa de MATLAB para que tengan el sentido longitudinal y trasversal de la guía. Por último, las cargas están mayoradas (400 N dirección longitudinal y 100 N dirección trasversal en cada tornillo) y además situadas en la peor posición posible, es decir, en punto más alejado de la guía (corresponda o no a la configuración de la que se obtuvieron).

Como resultado de este análisis se obtuvo los siguientes estudios de tensiones y desplazamientos:

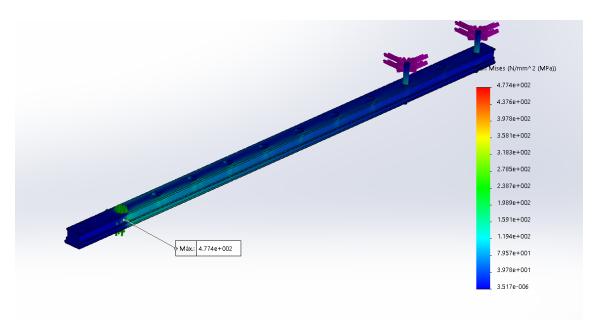


Ilustración 3-3.6: Ensayo de elementos finitos, representación de tensiones.

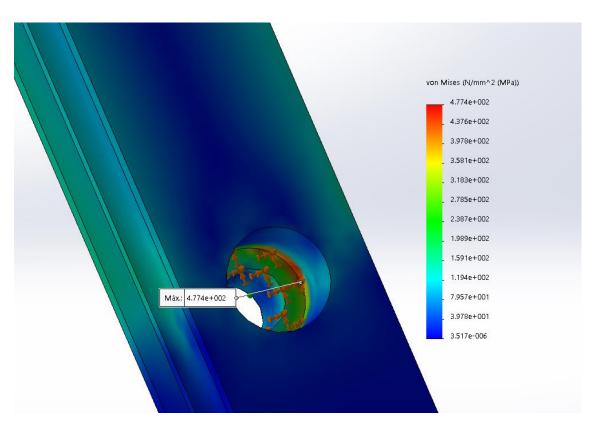


Ilustración 3-3.7: Ensayo de elementos finitos, representación de tensiones. Zoom al agujero de fijación.

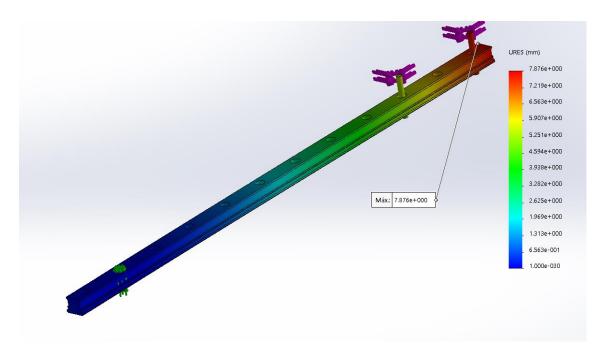


Ilustración 3-3.8: Ensayo de elementos finitos, representación de pequeños desplazamientos

Se demuestra que para esta configuración se genera una tensión superior a la mitad de la de rotura del acero (375 MPa aproximadamente), siendo esta tensión máxima de 477 MPa. Como se puede observar en los pequeños desplazamientos, también se genera un desplazamiento importante del extremo de la guía de 7 mm aproximadamente.

Por tanto es necesario restringir aún más el mecanismo.

3.3.6. Quinto cambio significativo de diseño.

- Se aumenta y se disminuye los ángulos de transmisión mínima y máxima respectivamente.

$$\mu_{min} > 35^{\circ}$$

$$\mu_{max} < 145^{\circ}$$

Se hace un ajuste de diseño para poder utilizar otros diámetros de ejes y evitar la fricción. Estos eran dos problemas que se venían arrastrando desde los primeros diseños. Esto supone una nueva reestructuración de las masas y un aumento de ellas, pero al poder usar otro tipo de ejes esto no supondrá un problema.

NOTA: La redistribución de masas siempre conlleva un cambio en el programa de MATLAB. Los programas que encontramos en los anexos son los finales, tras todas las modificaciones.

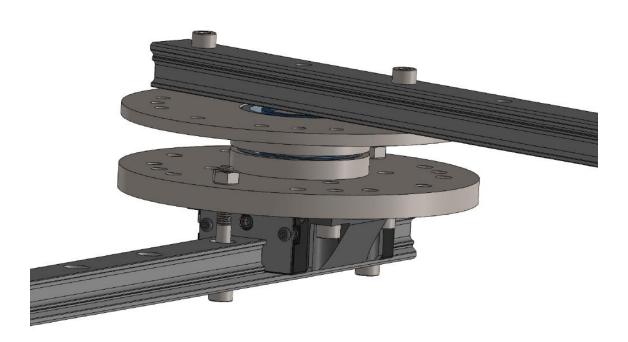


Ilustración 3-3.9: Nuevo sistema de unión de barras antifricción (SE_4b_001_v2).

El nuevo sistema es implementado como complemento a los anteriores SE_4b_001 y SE_4b_002 de forma que la nueva pieza superior, parecida a PF_4b_001 pero más ligera (PF_4b_006), se une a la siguiente guía mediante dos tornillos y se comunica con el anterior pieza de abajo mediante el eje, que está entre 2 rodamientos. Estos rodamientos no están en contacto con la guía, de forma que cuando se ejecuta el giro solo existe la fricción generada en el rozamiento, lo cual es lo único inevitable.

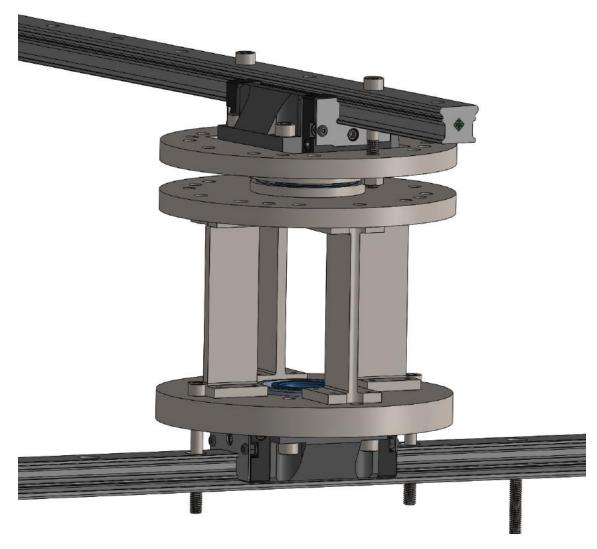


Ilustración 3-3.10: Nuevo sistema de unión de barras antifricción (SE_4b_002_v2).

Se buscan ahora las combinaciones que puedan dar las reacciones más altas, teniendo en cuenta las hipótesis ya demostradas. Se encuentran 3 casos que serán objeto de estudio: uno que cumple las restricciones pero no es posible su montaje, otro que es montable pero no cumple las restricciones de ángulos de transmisión y otro que lo cumple todo:

NO SE PUEDE MONTAR: pero cumple

NO CUMPLE: pero se puede montar

Ángulo Trans. Máx.	143.9544 º	148.6930 º
Ángulo Trans. Mín.	35.0009 º	34.2160 º
Barra 2:	540 mm	540 mm
Barra 3:	900 mm	840 mm
Barra 4:	780 mm	780 mm
Distnacia d:	1058 mm	1020 mm
Reacción O2:	604.0357 N	641.9099 N
Reacción A:	538.8969 N	578.8140 N
Reacción B:	349.2659 N	379.4016 N
Reacción O4:	319.0126 N	366.4701 N
Par Motor	174.6269 N*m	199.7707 N*m

CUMPLE Y MONTABLE

Ángulo Trans. Máx.	135.5846	ō
Ángulo Trans. Mín.	38.7192	ō
Barra 2:	480	mm
Barra 3:	840	mm
Barra 4:	780	mm
Distnacia d:	1020	mm
Reacción O2:	450.1626	Ν
Reacción A:	390.5363	N
Reacción B:	238.9457	N
Reacción O4:	222.3493	N
Par Motor	113.7598	N*m

Este será el último cambio y por tanto el diseño final. Se selecciona el diámetro mayor posible sin que entre en conflicto con los tornillos y sus agujeros. Una vez seleccionado el eje, el rodamiento se obtiene del catálogo de INA-FAG (rodamiento rígido de bolas 6205) con una capacidad de carga dinámica radial de 14900 N y una capacidad de carga estática radial de 7800 N, muy por encima de las cargas que realmente va a soportar.

4. Estudios de elementos finitos.

Una vez terminado el diseño y obtenidas las reacciones más altas que se pueden dar, se realizará un estudio de elementos finitos a cada una de las piezas teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- En las guías, se van a aplicar las reacciones en los extremos, sean o no correspondientes a la configuración de la que se hayan obtenido. Con esto no aseguramos de que cuando se apliquen en su sitio, las tensiones generadas sean menores y que cuando las reacciones que sí pertenezcan a esa posición, que serán menores, también ocasionen tensiones menores que las obtenidas para este caso.
- Se van a mayorar las reacciones con un coeficiente de 1,4. Dada la curva de ensayo de tracción de los aceros, con la pendiente de la zona elástica (módulo de elasticidad) en 2.11 GPa, se suele tomar como coeficiente entre un 30 y un 50 % más de las fuerzas a mayorar.
- Todas las reacciones tienen hechos un cambio de ejes de coordenadas para situarlos en direcciones longitudinales y trasversales del uso de la pieza.

Como podremos comprobar, todas las piezas cumplen estar por debajo de la mitad de la tensión de rotura del acero: 375 MPa.

4.1. Ensayos de guías

4.1.1. Guía de barra 2

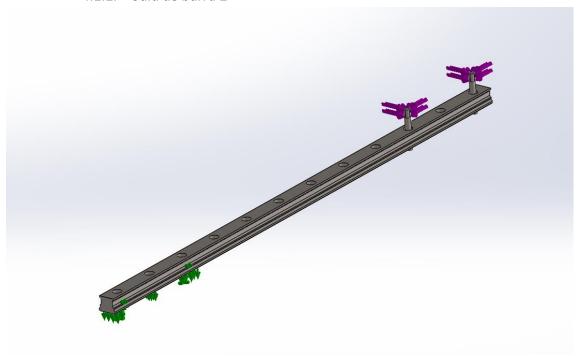


Ilustración 4-1.1: Distribución de fuerzas y fijaciones en guía de barra 2

Para el caso de NO MONTABLE:

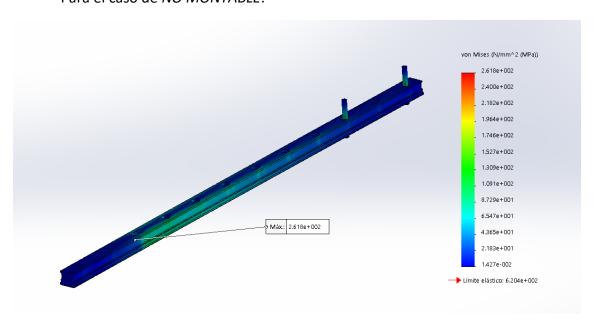


Ilustración 4-1.2: Estudio elementos finitos guía barra 2, tensiones (NM).

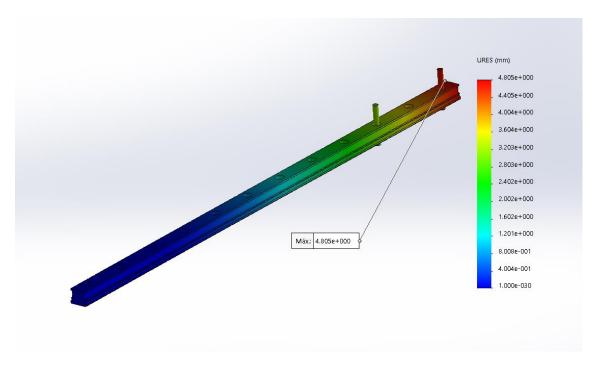


Ilustración 4-1.3: Estudio elementos finitos guía barra 2, pequeños desplazamientos (NM).

Para el caso de NO CUMPLE:

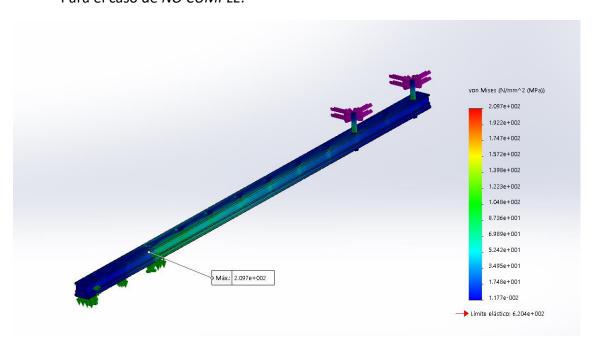


Ilustración 4-1.4: Estudio elementos finitos guía barra 2, tensiones (NC)

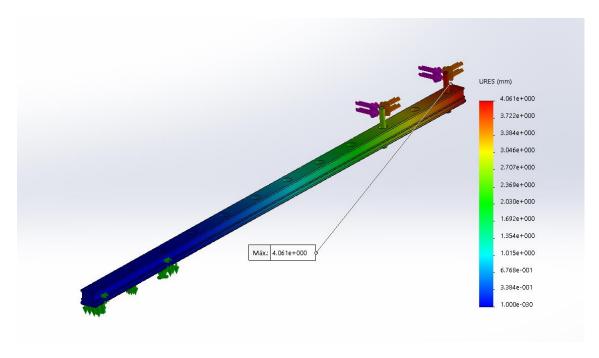


Ilustración 4-1.5: Estudio elementos finitos guía barra 2, pequeños desplazamientos (NC)

Para el caso de CUMPLE Y MONTABLE:

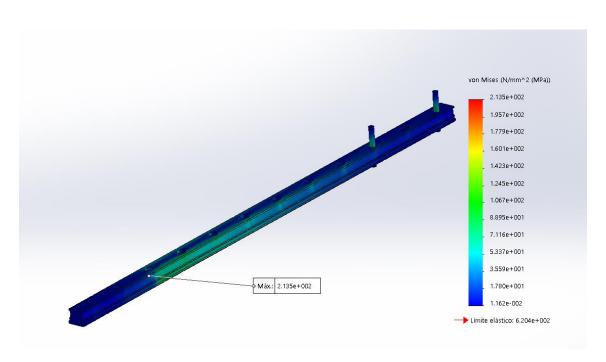


Ilustración 4-1.6: Estudio elementos finitos guía barra 2, tensiones (C&M)

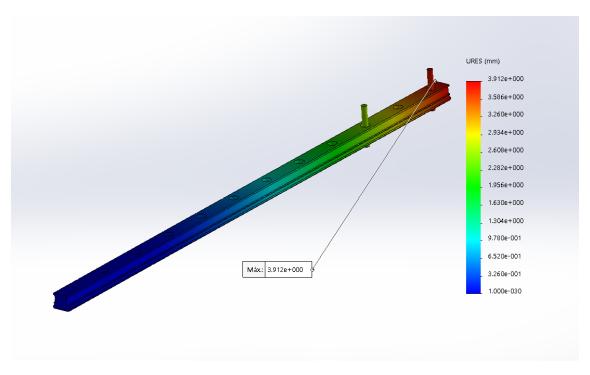


Ilustración 4-1.7: Estudio elementos finitos guía barra 2, pequeños desplazamientos (C&M)

4.1.2. Guía de barra 3.

Ilustración 4-1.8: Distribución de fuerzas y fijaciones en guía de barra 3.

Para el caso de NO MONTABLE:

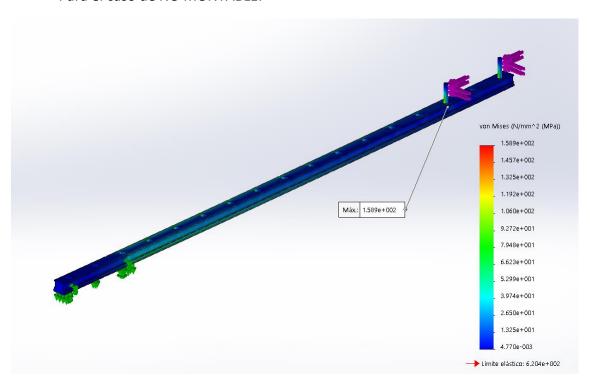


Ilustración 4-1.9: Estudio elementos finitos guía barra 3, tensiones (NM)

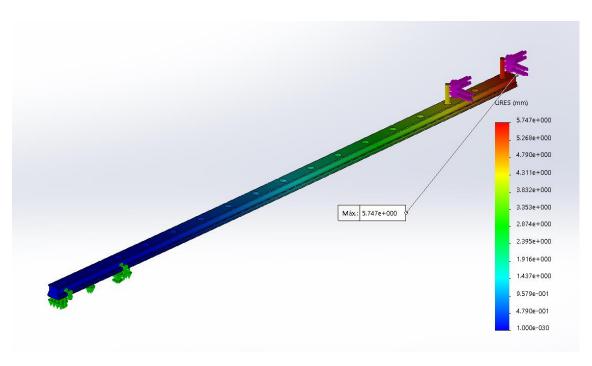


Ilustración 4-1.10: Estudio elementos finitos guía barra 3, pequeños desplazamientos (NM)

Para el caso de NO CUMPLE:

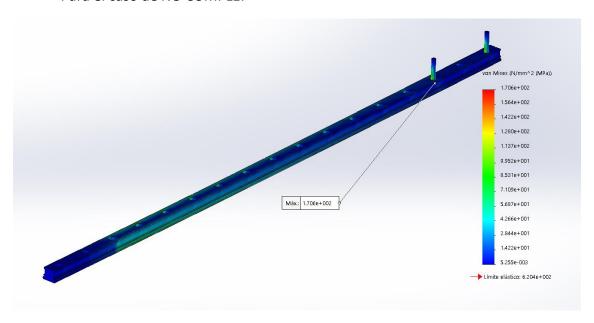


Ilustración 4-1.11: Estudio elementos finitos guía barra 3, tensiones (NC)

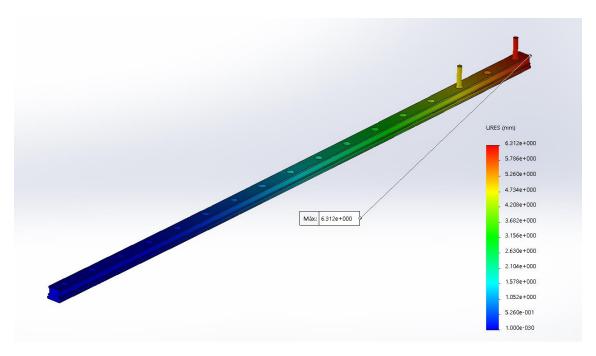


Ilustración 4-1.12: Estudio elementos finitos guía barra 3, pequeños desplazamientos (NC)

Para el caso de CUMPLE Y MONTABLE:

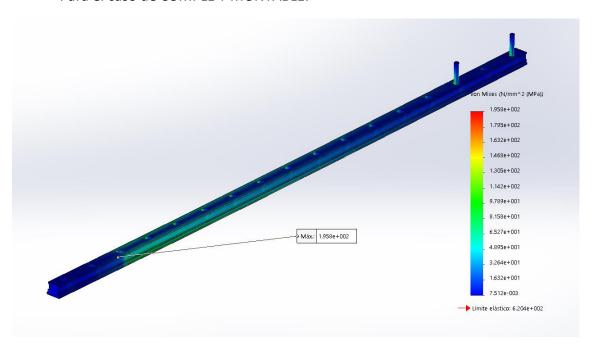


Ilustración 4-1.13: Estudio elementos finitos guía barra 3, tensiones (C&M)

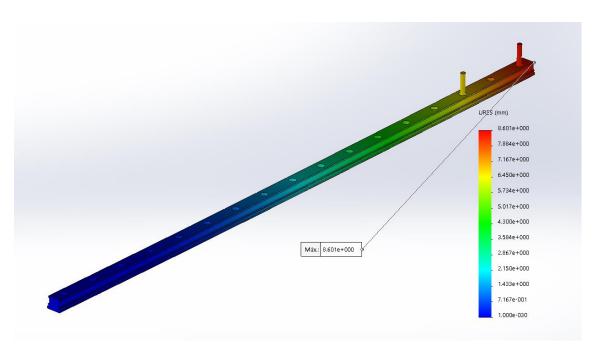


Ilustración 4-1.14: Estudio elementos finitos guía barra 3, pequeños desplazamientos (C&M)

4.1.3. Guía de barra 4.

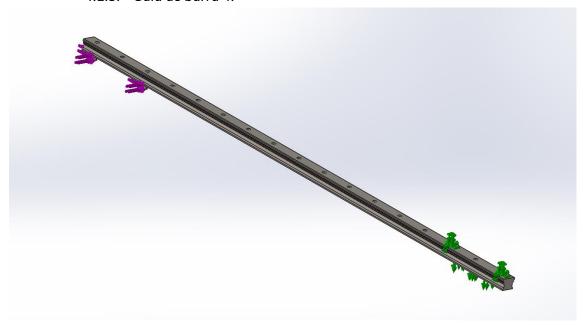


Ilustración 4-1.15: Distribución de fuerzas y fijaciones en guía de barra 4.

Para el caso de NO MONTABLE:

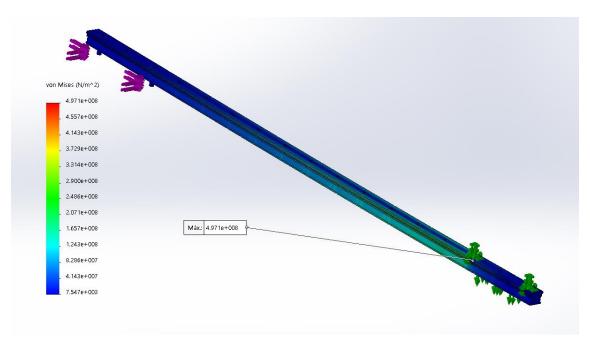


Ilustración 4-1.16: Estudio elementos finitos guía barra 4, tensiones (NM)

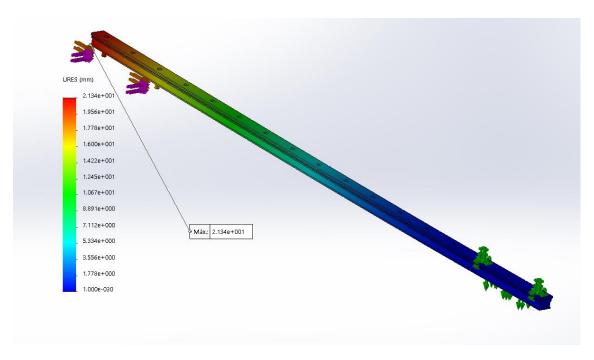


Ilustración 4-1.17: Estudio elementos finitos guía barra 4, pequeños desplazamientos (NM)

Para el caso de NO CUMPLE:

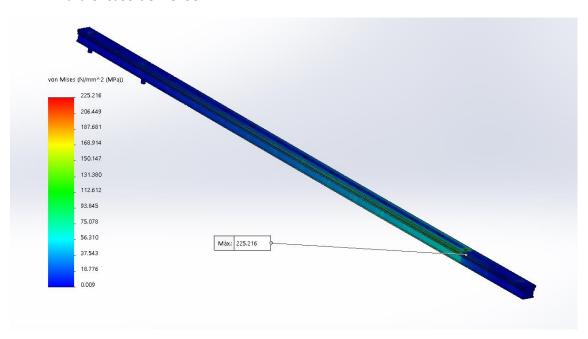


Ilustración 4-1.18: Estudio elementos finitos guía barra 4, tensiones (NC)

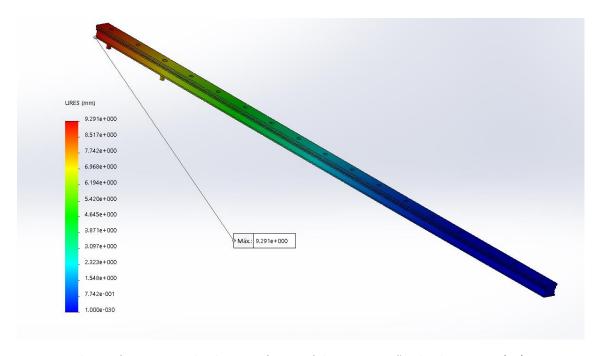


Ilustración 4-1.19: Estudio elementos finitos guía barra 4, pequeños desplazamientos (NC)

Para el caso de CUMPLE Y MONTABLE:

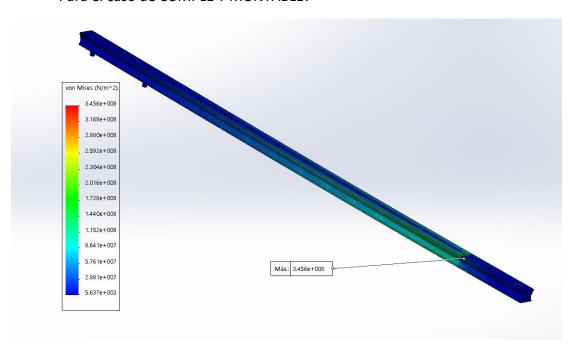


Ilustración 4-1.20: Estudio elementos finitos guía barra 4, tensiones (C&M)

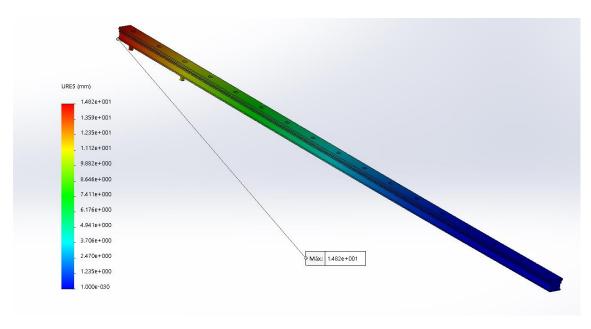


Ilustración 4-1.21: Estudio elementos finitos guía barra 4, pequeños desplazamientos (C&M)

El caso NO MONTABLE genera tensiones demasiado altas, pero junto por ser imposible de montar no es relevante para el diseño, además de todas las medidas de mayoramiento que se han tomado.

4.2. Piezas fabricadas.

4.2.1. Simplificaciones.

Para las piezas fabricadas se va a hacer la siguiente simplificación:

- Las piezas PF_4b_001_v2, PF_4b_002_v2, PF_4b_004_v2, PF_4b_005_v2, PF_4b_006 son todas iguales pero de distintos espesores, por lo que, al ser tantas piezas, se evaluará solo la más débil, es decir, PF_4b_006.
- Los perfiles en i (PF_4b_003_v2), al ser tan importantes, se evaluarán con una mayoración superior a todos los demás: se pondrá en cada agujero de tornillo

una fuerza longitudinal y una trasversal de 250 N, lo cual para 4 agujeros correspondería a 1000 N por perfil.



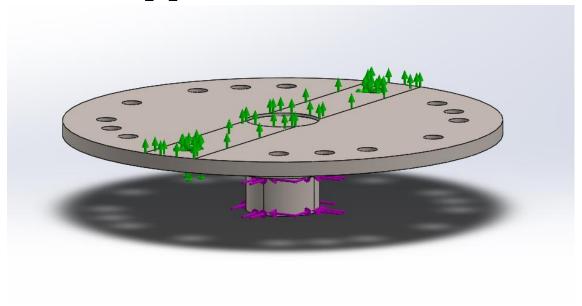


Ilustración 4-2.1: Distribución de fuerzas y fijaciones en PF_4b_006

Para el caso de NO MONTABLE:

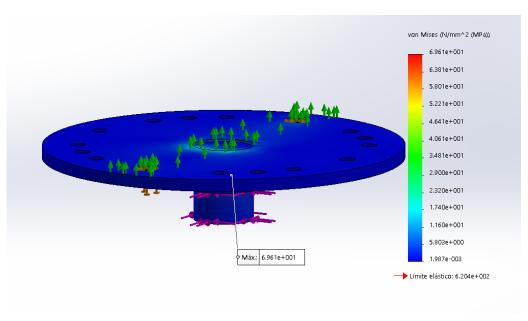


Ilustración 4-2.2: Estudio elementos finitos PF_4b_006, tensiones (NM)

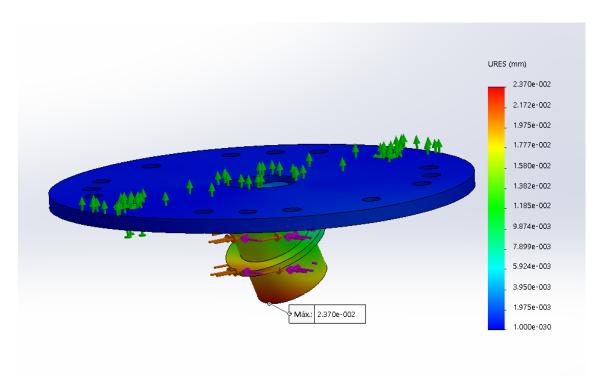


Ilustración 4-2.3: Estudio elementos finitos PF_4b_006, pequeños desplazamientos fuera de escala (NM)

Para el caso de NO CUMPLE:

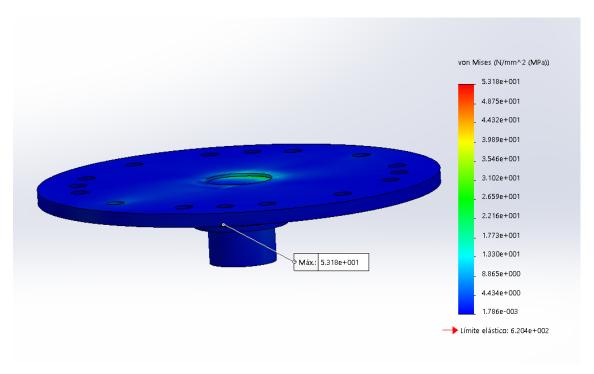


Ilustración 4-2.4: Estudio elementos finitos PF_4b_006, tensiones(NC)

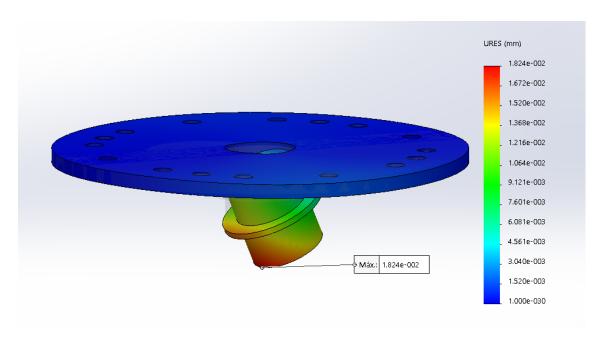


Ilustración 4-2.7: Estudio elementos finitos PF_4b_006, pequeños desplazamientos fuera de escala (NC)

Para el caso de CUMPLE Y MONTABLE:

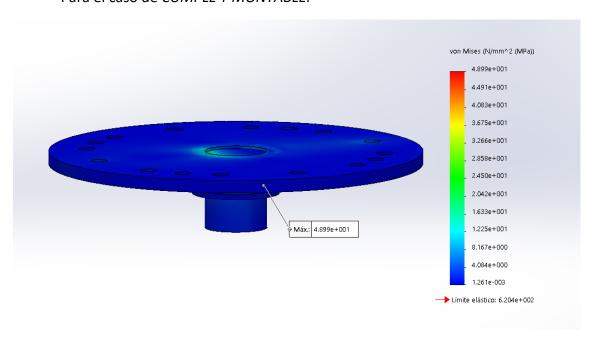


Ilustración 4-2.8: Estudio elementos finitos PF_4b_006, tensiones (C&M)

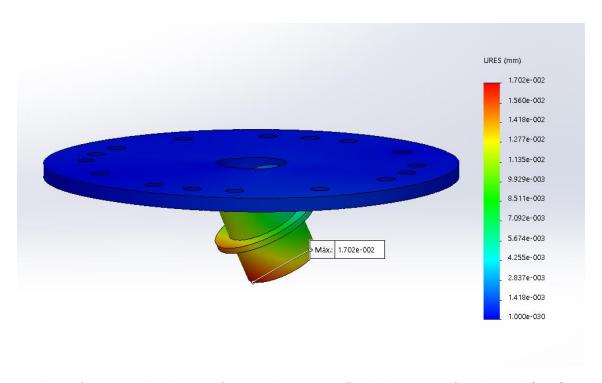


Ilustración 4-2.9: Estudio elementos finitos PF_4b_006, pequeños desplazamientos fuera de escala (C&M)

4.2.3. PF_4b_003_v2

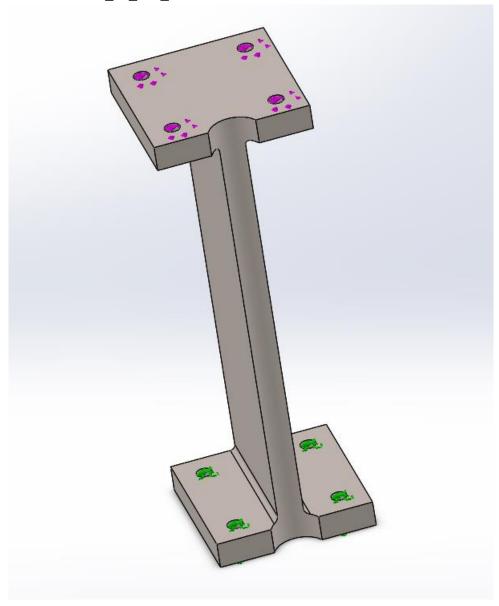


Ilustración 4-2.10: Distribución de fuerzas y fijaciones en PF_4b_003_v2

Para el caso referido al inicio del apartado:

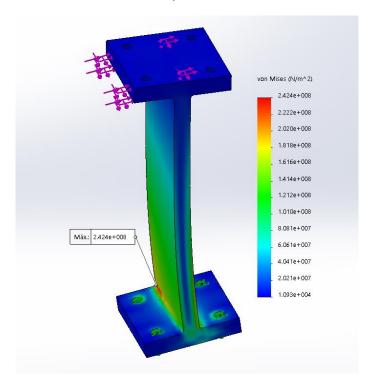


Ilustración 4-2.11: Estudio elementos finitos PF_4b_003_v2, tensiones

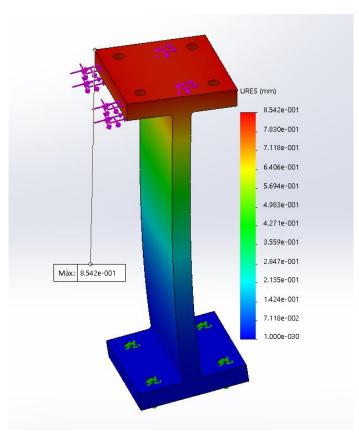


Ilustración 4-2.12: Estudio elementos finitos PF_4b_003_v2, pequeños desplazamientos fuera de escala.

5. Conclusión.

Al inicio de este proyecto, en el apartado 3, se imponen unas condiciones de diseño para que el mecanismo fuese aceptable:

- Se necesitaba poder modular las longitudes de barras, lo cual se ha conseguido dentro de unos límites.
- El mecanismo debía ser reconfigurable y como resultado del diseño se pueden montar tanto mecanismo cuatro barras como bielas manivelas, además de otros mecanismos posibles.
- Debía ser aceptable al menos para una velocidad de 1 Hz, para la cual se ha diseñado.

No obstante es cierto que el mecanismo tiene limitaciones de diseño:

- Las guías han tenido que limitarse.
- No se ha desarrollado un estudio del biela-manivela, aunque se ha supuesto que sus reacciones serán menores.
- La estudio a fatiga es muy escueto, limitándose a tener reacciones por debajo de la mitad de rotura, aunque es cierto que con esto se asegura en gran medida el diseño a fatiga.

Como mejora de este proyecto se podría indicar la finalización del estudio del biela-manivela, un estudio a fatiga más profundizado del mecanismo y la implementación final del motor, el cual como se ha podido ver debe al menos dar 200

N·m. A esto último hay que apuntar que el motor, en principio, se debería de implementar en el SE_4b_001_v2 que une la barra 2 con la barra fija. Se podría rediseñar alguna pieza de forma que se generara un zona de rueda dentada para implementar una transmisión de engranajes.

No obstante, el mecanismo está altamente conseguido y puede ser fabricado, al menos, para la aplicación del cuatro barras.



Ilustración 5-1.1: Mecanismo de barras configurables para prácticas.

6. Referencias

La información teórica viene referida de los siguientes documentos:

[1] Jaime Domínguez Abascal, Manuel Acosta Muñoz, Rosario Chamorro Moreno, Víctor Chaves Repiso, Enrique del Pozo Polidoro, José Luis Escalona Franco, Daniel García Vallejo, Carmen Madrigal Sánchez, Francisco Javier Martínez Reina, Carlos Navarro Pintado, Joaquín Ojeda Granja, Esther Reina Romo, Jesús Vázquez Valeo, *Teoría de Máquinas y Mecanismos*, 2014

[2] Juan Carlos García Prada, Cristina Castejón Sisamón, Higinio Rubio Alonso, *Prácticas de Laboratorio: Teoría de Máquinas y Mecanismos*, Universidad Carlos III

La información sobre los productos que hay en el mercado se han obtenido de las siguientes páginas web:

- [3] Hepcomotion® Advanced Linear Solutions: https://www.hepcomotion.com/
- [4] IGUS plastic for longer life®: http://www.igus.es/wpck/1853/drylin_t
- [5] Rodamientos Blanco, S.L. *: http://www.rodamientosblanco.com/productos1.html
- [6] INA-FAG ®:

 $\frac{\text{http://medias.schaeffler.de/medias/es!hp.ec/1 L*0*C0000000000000008;awRcAaFY}}{\text{ZBNb}}$

Anexo I: Programas para el cálculo numérico en MATLAB.

Para el cálculo de las reacciones en cada par rotacional del cuatro barras se utiliza el siguiente código de MATLAB. Todos los datos están introducidos y lo único que hay que modificar es la longitud de las barras del mecanismo configurado.

El código se basa en la resolución de los problemas cinemáticos y dinámicos para cada ángulo de la barra 2. Para resolver los análisis cinemáticos se recurre a un proceso iterativo, para lo cual se llama a otra función

```
응응응응
응응응응응응응응응응응응응응응응응
               4 BARRAS
응응응응
clear all
%% ANGULO DE REFERENCIA
%como movemos barra 2 nuestra variable independiente es teta2
teta2=0:0.001:2*pi;
%% DATOS DEL MECANISMO
%posición inicial de las barras 3 y 4 (°)
theta03=5;
theta04=5;
%longitud de las barras (m)
12=700e-3;
13=1000e-3;
```

```
14=1000e-3;
%d=2500e-3; el dato en sí no sirve, pero lo indicamos para saber el
límite
%masas de las barras (kg)
%DATOS: masa lineal barra=4.3 kg/m;
mbarra=2.7;
m2=mbarra*12;
m3=mbarra*13;
m4=mbarra*14;
mpat=0.68;
mdisco=1.155;
macop=0.577;
mp2=mdisco+mpat;
mp3A=macop;
mp3B=mdisco+mpat;
mp4=macop;
%longitud usada de la barra (m)
%debe medirlo el usuario
barra2=480e-3;
barra3=840e-3;
barra4=780e-3;
barrad=1020e-3;
%inercias necesarias (kg*m^2)
xG3 = (13/2*m3+barra3*mp3B) / (m3+mp3B);
IG3=m3*barra3^2/12;
IO4=m4*barra4^2/3;
Im2=mp2*barra2^2;
ImA=mp3A*(xG3)^2;
ImB=mp3B*(barra3-xG3)^2;
Im4=mp4*barra4^2;
%velocidad barra de entrada (rad/seg)
%definido en el problema de posición, velocidad y aceleración
%aceleración barra de entrada (rad/seg^2)
alfa21=0;
%cálculo ángulo de transmisión
%mumax-->teta2=180° mumin-->teta2=0°
mumax=acos((barra2^2+barrad^2+2*barra2*barrad-barra3^2-barra4^2)...
    /(-2*barra3*barra4));
mumin=acos((barra2^2+barrad^2-2*barra2*barrad-barra3^2-barra4^2)...
    /(-2*barra3*barra4));
mumaxg=mumax/pi*180;
muming=mumin/pi*180;
%análisis del futuro funionamiento del mecanismo
disp('Angulo de transmisión máximo')
disp(mumaxg)
disp('Ángulo de trnsmisión mínimo')
```

```
disp (muming)
if mumaxg>145 || muming<35</pre>
    disp(';;;STOP!!! No cumple requisito de ángulo de transmisión')
end
if (barrad-barra2-barra3-barra4)>=0
    disp(';;;STOP!!! No es posible montar el 4 barras')
else
    if barrad<660e-3
        disp(';;;CUIDADO!!! Golpe entre barras 2 y 4.')
    else
        if (barrad+barra2-barra3-barra4)>=0
            disp(';;;CUIDADO!!! Puntos singulares')
           disp('TODO OK')
        end
    end
end
%% PROBLEMA POSICION, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN
L2 = barra2;
L3 = barra3;
L4 = barra4;
d = barrad;
t0 = 0;
tf = 1;
np = 5000;
w21 = 2*pi/tf;
t = (t0:(tf-t0)/(np-1):tf)';
theta2 = w21*t;
omega2 = w21*ones(np,1);
alpha2 = zeros(np, 1);
curva theta2.title1 = 'Evolución temporal de \theta 2';
curva theta2.xlabel1 = 'Tiempo (s)';
curva theta2.ylabel1 = 'Angulo \theta 2 (rad)';
curva theta2.title2 = 'Evolución temporal de \omega 2';
curva theta2.xlabel2 = 'Tiempo (s)';
curva theta2.ylabel2 = 'Velocidad angular \omega 2 (rad/s)';
curva theta2.title3 = 'Evolución temporal de \alpha 2';
curva theta2.xlabel3 = 'Tiempo (s)';
curva theta2.ylabel3 = 'Aceleración angular \alpha 2 (rad/s^2)';
crea grafica curva(t,theta2,omega2,alpha2,curva theta2)
theta3 = zeros(np,1);
theta4 = zeros(np,1);
omega3 = zeros(np,1);
omega4 = zeros(np, 1);
alpha3 = zeros(np, 1);
alpha4 = zeros(np,1);
v31G3 = zeros(np, 2);
```

```
datos.L2 = L2;
datos.L3 = L3;
datos.L4 = L4;
datos.d = d;
options = optimset('Display', 'off');
x0 = [theta03*pi/180; theta04*pi/180];
for k=1:np
    % Resolución del problema de posición
    wn = theta2(k);
    x = fsolve(@(x) problema posicion(x, datos, wn), x0, options);
    x0 = x;
    theta3(k) = x(1);
    theta4(k) = x(2);
    % Resolución del problema de velocidad
    A = [-L3*sin(theta3(k)) -L4*sin(theta4(k));
       L3*cos(theta3(k)) L4*cos(theta4(k))];
   b = -[-L2*sin(theta2(k));
       L2*cos(theta2(k))]*omega2(k);
    x = A \b;
    omega3(k) = x(1);
    omega4(k) = x(2);
    vn31G3 = [-L2*sin(theta2(k)); L2*cos(theta2(k))]*omega2(k)+...
        [-(L3/2)*sin(theta3(k)); (L3/2)*cos(theta3(k))]*omega3(k);
    v31G3(k,:) = vn31G3';
    % Resolución del problema de aceleración
    b =
[L3*cos(theta3(k))*(omega3(k))^2+L4*cos(theta4(k))*(omega4(k))^2;
L3*sin(theta3(k))*(omega3(k))^2+L4*sin(theta4(k))*(omega4(k))^2]...
        +[L2*cos(theta2(k));
        L2*sin(theta2(k))]*(omega2(k))^2 ...
        -[-L2*sin(theta2(k));
        L2*cos(theta2(k))]*alpha2(k);
    x = A \b;
    alpha3(k) = x(1);
    alpha4(k) = x(2);
end
curva theta3.title1 = 'Evolución temporal de \theta 3';
curva theta3.xlabel1 = 'Tiempo (s)';
curva theta3.ylabel1 = 'Angulo \theta 3 (rad)';
curva theta3.title2 = 'Evolución temporal de \omega 3';
curva_theta3.xlabel2 = 'Tiempo (s)';
curva_theta3.ylabel2 = 'Velocidad angular \omega 3 (rad/s)';
curva theta3.title3 = 'Evolución temporal de \alpha 3';
curva_theta3.xlabel3 = 'Tiempo (s)';
curva theta3.ylabel3 = 'Aceleración angular \alpha 3 (rad/s^2)';
crea grafica curva(t, theta3, omega3, alpha3, curva theta3)
curva_theta4.title1 = 'Evolución temporal de \theta_4';
```

```
curva theta4.xlabel1 = 'Tiempo (s)';
curva theta4.ylabel1 = 'Angulo \theta 4 (rad)';
curva theta4.title2 = 'Evolución temporal de \omega 4';
curva theta4.xlabel2 = 'Tiempo (s)';
curva theta4.ylabel2 = 'Velocidad angular \omega 4 (rad/s)';
curva_theta4.title3 = 'Evolución temporal de \alpha_4';
curva_theta4.xlabel3 = 'Tiempo (s)';
curva theta4.ylabel3 = 'Aceleración angular \alpha 4 (rad/s^2)';
crea grafica curva(t,theta4,omega4,alpha4,curva theta4)
%% RELACION DE VARIABLES
teta2=theta2';
teta3=theta3';
teta4=theta4';
w31=omega3';
w41=omega4';
alfa31=alpha3';
alfa41=alpha4';
%posiciones de los centros de gravedad de las barras (m)
xG2=(12/2*m2+barra2*mp2)/(m2+mp2);
xG3 = (13/2*m3+barra3*mp3B) / (m3+mp3B);
xG4 = (14/2*m4+barra4*mp4)/(m4+mp4);
1G2=xG2.*[cos(teta2') sin(teta2')]';
1G3=xG3.*[cos(teta3') sin(teta3')]';
1G4=xG4.*[-cos(teta4') -sin(teta4')]';
a21G2=-w21^2*1G2;
for j=1:length(teta2)
    a21G2x(j) = a21G2(1,j);
    a21G2y(j) = a21G2(2,j);
    a31G3x(j) = -w21^2*barra2*cos(teta2(j)) - w31(j)^2*lG3(1,j)...
        +alfa31(j)*xG3*(-sin(teta3(j)));
    a31G3y(j) = -w21^2*barra2*sin(teta2(j)) - w31(j)^2*lG3(2,j)...
        +alfa31(j) *xG3*cos(teta3(j));
    a41G4x(j) = -w41(j)^2*1G4(1,j) + alfa41(j)*xG4.*sin(teta4(j));
    a41G4y(j) = -w41(j)^2*1G4(2,j) + alfa41(j)*xG4.*(-cos(teta4(j)));
    a21Ax(j) = -w21^2*barra2*cos(teta2(j));
    a21Ay(j) = -w21^2*barra2*sin(teta2(j));
    a31Ax(j) = a21Ax(j);
    a31Ay(j) = a21Ay(j);
    a31Bx(j) = a31Ax(j) - alfa31(j) *barra3*sin(teta3(j)) ...
        -w31(j)^2*barra3*cos(teta3(j));
    a31By(j) = a31Ay(j) + alfa31(j) *barra3*cos(teta3(j))...
        -w31(j)^2*barra3*sin(teta3(j));
a41Bx(j) = alfa41(j) *barra4*sin(teta4(j)) + w41(j) ^2*barra4*cos(teta4(j));
    a41By(j) = -
alfa41(j)*barra4*cos(teta4(j))+w41(j)^2*barra4*sin(teta4(j));
end
```

```
%% CÁLCULO DE REACCIONES
%Resolvemos AA*Reac=BB para cada posición de teta2
%definos por filas la parte de la matriz AA que es CONSTANTE
AA=zeros(9,9);
%- Fila 1
AA(1,1)=1;
AA(1,3)=1;
%- Fila 2
AA(2,2)=1;
AA(2,4)=1;
%- Fila 4
AA(4,3) = -1;
AA(4,5)=1;
%- Fila 5
AA(5,4) = -1;
AA(5,6)=1;
%− Fila 7
AA(7,5) = -1;
AA(7,7)=1;
%- Fila 8
AA(8,6) = -1;
AA(8,8)=1;
for i=1:length(teta2)
    %definos por filas la parte de la matriz AA que DEPENDE DE LOS
ÁNGULOS
    %- Fila 3
    AA(3,3) = -barra2*sin(teta2(i));
    AA(3,4) = +barra2*cos(teta2(i));
    AA(3,9)=1;
    %- Fila 6
    AA(6,3) = -13/2 * sin(teta3(i));
    AA(6,4)=13/2*cos(teta3(i));
    AA(6,5) = -(barra3-13/2) * sin(teta3(i));
    AA(6,6) = + (barra3-13/2) * cos(teta3(i));
    %- Fila 9
    AA(9,5) = -barra4*sin(teta4(i));
    AA(9,6) = barra4*cos(teta4(i));
    %definimos el vector BB
    BB(1) = m2*a21G2x(i) + mp2*a21Ax(i);
    BB(2) = m2*a21G2y(i) + mp2*a21Ay(i);
    BB(4) = m3*a31G3x(i) + mp3B*a31Bx(i) + mp3A*a31Ax(i);
    BB(5) = m3*a31G3y(i) + mp3B*a31By(i) + mp3A*a31Ay(i);
```

```
BB(6) = IG3*alfa31(i) + ImB*alfa31(i) + ImA*alfa31(i);
    BB(7) = m4*a41G4x(i) + mp4*a41Bx(i);
    BB(8) = m4*a41G4y(i) + mp4*a41By(i);
    BB(9) = IO4*alfa41(i) + Im4*alfa41(i);
    %resolvemos el sistema
    [L,U,P]=lu(AA);
    x=U\setminus (L\setminus (P*BB'));
    R12x(i) = x(1);
    R12y(i) = x(2);
    R23x(i) = x(3);
    R23y(i) = x(4);
    R34x(i) = x(5);
    R34y(i) = x(6);
    R41x(i) = x(7);
    R41y(i) = x(8);
    M2(i) = x(9);
end
R12 = sqrt(R12x.^2 + R12y.^2);
R23 = sqrt(R23x.^2 + R23y.^2);
R34 = sqrt(R34x.^2 + R34y.^2);
R41=sqrt(R41x.^2+R41y.^2);
k=1;
limite=2000;
for i=1:length(teta2)
    if R12(i) < limite && R23(i) < limite && R34(i) < limite &&
R41(i) < limite
         R12valid(i-k+1)=R12(i);
         teta2valid(i-k+1)=teta2(i);
         R23valid(i-k+1)=R23(i);
         teta3valid(i-k+1) = teta3(i);
         R34valid(i-k+1)=R34(i);
         teta4valid(i-k+1)=teta4(i);
         R41valid(i-k+1)=R41(i);
    else
         posmalas(k)=i;
         k=k+1;
    end
end
[R12max, i12] = max(abs(R12));
[R23max, i23] = max(abs(R23));
[R34max, i34] = max(abs(R34));
[R41max, i41] = max(abs(R41));
[M2max, iM2] = max(abs(M2));
format long g
figure (4)
plot(teta2,R12,'bo')
xlabel('Theta 2')
ylabel('Reaccion 12')
title ('Reacción en unión 02')
```

```
disp('Máxima reacción en 02 (N)')
disp(R12max)
figure(5)
plot(teta2,R23,'ro')
xlabel('Theta 2')
ylabel('Reaccion 23')
title('Reacción en unión A')
disp('Máxima reacción en A (N)')
disp(R23max)
figure(6)
plot(teta2,R34,'go')
xlabel('Theta 2')
ylabel('Reaccion 34')
title('Reacción en unión B')
disp('Máxima reacción en B (N)')
disp(R34max)
figure(7)
plot(teta2,R41,'mo')
xlabel('Theta 2')
ylabel('Reaccion 41')
title('Reacción en unión 04')
disp('Máxima reacción en 04 (N)')
disp(R41max)
figure(8)
plot(teta2,M2,'ko')
xlabel('Theta 2')
ylabel('Par')
title('Par Motor')
disp('Máximao Par (Nm)')
disp(M2max)
figure(9)
plot(teta2, M2, 'ko', teta2, R12, 'bo', teta2, R23, 'ro', teta2, R34, 'go'...
    ,teta2,R41,'mo')
```

La función *problema_posición* se usa para resolver el problema de posición en función de los valores obtenidos en el ángulo anterior:

```
function v = problema_posicion(x,datos,wn)

L2 = datos.L2;
L3 = datos.L3;
L4 = datos.L4;
d = datos.d;
```

```
theta2 = wn;
theta3 = x(1);
theta4 = x(2);
v(1,1) = L2*cos(theta2)+L3*cos(theta3)+L4*cos(theta4)-d;
v(2,1) = L2*sin(theta2)+L3*sin(theta3)+L4*sin(theta4);
```

Para girar las reacciones de ejes de coordenadas se utilizan 3 funciones dependiendo de que barra sea:

- Para la barra 2 (R23girada):

```
vecR23max=[R23x(i23) R23y(i23)];
teta2max=teta2(i23);
A2=[cos(teta2max) -sin(teta2max);sin(teta2max) cos(teta2max)];
R23maxgir=vecR23max*A2
R23xporcent=R23maxgir(1)/R23max;
R23yporcent=R23maxgir(2)/R23max;
R23xmay=2000*R23xporcent;
R23ymay=2000*R23yporcent;
```

- Para la barra 3:

```
vecR23max=[R23x(i23) R23y(i23)];
vecR34max=[R34x(i34) R34y(i34)];

disp('Longitud centro de gravedad')
disp(xG3)
%ponemos R23max con el ángulo de barra3 que se produce y ponemos
R34max...
...con el ángulo de barra 3 que se produce
teta3maxb2=teta3(i23);
A2=[cos(teta3maxb2) -sin(teta3maxb2);sin(teta3maxb2) cos(teta3maxb2)];
teta3maxb3=teta3(i34);
A3=[cos(teta3maxb3) -sin(teta3maxb3);sin(teta3maxb3) cos(teta3maxb3)];
R23maxgir=vecR23max*A2 %En SW habría que poner los valores cambiados
de...
... signo, están en dirección contraria al dibujo de la barra
R34maxgir=vecR34max*A3
```

- Para la barra 4:

```
vecR41max=[R41x(i41) R41y(i41)];
vecR34max=[R34x(i34) R34y(i34)];
%ponemos R23max con el ángulo de barra3 que se produce y ponemos R34max...
...con el ángulo de barra 3 que se produce
teta4maxb4=teta4(i41);
xib4=teta4maxb4-3*pi/4;
```

```
A4=[cos(xib4) -sin(xib4);sin(xib4) cos(xib4)];

teta4maxb3=teta4(i34);

xib3=teta4maxb3-3*pi/4;

A3=[cos(xib3) -sin(xib3);sin(xib3) cos(xib3)];

R41maxgir=vecR41max*A4

R34maxgir=vecR34max*A3
```

Para calcular la longitud de la barra necesaria para cumplir los requisitos de ángulos de transmisión usamos las siguientes funciones:

- Para calcular la longitud de la barra fija (calc_barrad):

```
clear all
clc
%longitud usada de la barra (m)
%debe medirlo el usuario
barra2=540e-3;
barra3=900e-3;
barra4=780e-3;
mumax=145*pi/180;
%Para calcular barra d: A*d^2+B*d+C=0
A=1;
B=2*barra2;
C=barra2^2-barra3^2-barra4^2+2*barra3*barra4*cos(mumax);
barrad1=(-B+sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
barrad2 = (-B-sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
disp('BARRA d PARA MUMAX=145°')
disp('Barra d opción 1 (mm)')
disp(barrad1)
disp('Barra d opción 2 (mm)')
disp(barrad2)
mumin=35*pi/180;
A=1;
B=-2*barra2;
C=barra2^2-barra3^2-barra4^2+2*barra3*barra4*cos(mumin);
barrad1=(-B+sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
barrad2 = (-B-sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
disp('BARRA d PARA MUMIN=35°')
disp('Barra d opción 1 (mm)')
disp(barrad1)
disp('Barra d opción 2 (mm)')
disp(barrad2)
```

- Para calcular la longitud de la barra 3 (calc_barra3):

```
clear all
clc
%longitud usada de la barra (m)
%debe medirlo el usuario
barra2=540e-3;
barra4=780e-3;
barrad=1080e-3;
%% CÁLCULO DE mumax (teta2=180°)
mumax=145*pi/180;
%Para calcular barra d: A*d^2+B*d+C=0
B=-2*barra4*cos(mumax);
C=barra4^2-barra2^2-barrad^2-2*barra2*barrad;
barra31=(-B+sgrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
barra32=(-B-sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
disp('BARRA 3 PARA MUMAX=145°')
disp('Barra 3 opción 1 (mm)')
disp(barra31)
disp('Barra 3 opción 2 (mm)')
disp(barra32)
%% CÁLCULO DE mumin (teta2=0°)
mumin=35*pi/180;
A=1;
B=-2*barra4*cos(mumin);
C=barra4^2-barra2^2-barrad^2+2*barra2*barrad;
barra31= (-B+sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
barra32=(-B-sqrt(B^2-4*A*C))/(2*A)*1e3;
disp('BARRA 3 PARA MUMIN=35°')
disp('Barra 3 opción 1 (mm)')
disp(barra31)
disp('Barra d opción 2 (mm)')
disp(barra32)
```

Anexo II: Planos.

A continuación se muestran los planos de las pruebas a fabricar. Todas las piezas se fabricarán en acero.

